

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Килина О.В.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И  
ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Методические указания к практическим занятиям  
и организации самостоятельной работы  
для студентов технических специальностей

Томск 2022

**УДК 006.89**

**ББК 92.9**

**К 392**

**Рецензент:**

**Антипин М.Е.**, доцент кафедры управления инновациями ТУСУР,  
кан. физ. Мат. наук

**К 392      Килина Ольга Владимировна**

Математическая логика и теория алгоритмов: методические указания к практическим занятиям и организации самостоятельной работы для студентов технических специальностей/ О.В. Килина. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 24 с.

Настоящие методические указания для студентов составлены с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Методические указания содержат рекомендации к проведению практических занятий и самостоятельной работе и предназначены для студентов технических специальностей.

Одобрено на заседании кафедры управления инновациями,  
протокол № 7 от 31.01.2022

УДК 006.89

ББК 92.9

© Килина О.В., 2022

© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2022

## Оглавление

1 Введение .....	4
2 Методические указания к проведению практических занятий .....	5
2.1 Практическое занятие «Формализация и интерпретация в логике высказываний» .....	5
2.2 Практическое занятие «Равносильные преобразования формул логики высказываний» .....	7
2.3 Практическое занятие «Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы формул логики высказываний» .....	8
2.4 Практическое занятие «Логическое следование формул» .....	9
2.5 Практическое занятие «Булевы функции» .....	10
2.6 Практическое занятие «Формулы логики предикатов» .....	11
2.7 Практическое занятие «Машины Тьюринга» .....	13
3 Методические указания для организации самостоятельной работы .....	14
3.1 Общие положения .....	14
3.2 Изучение тем теоретической части .....	15
3.3 Подготовка к практическим занятиям .....	16
3.4 Подготовка к контрольным работам .....	17
3.5 Выполнение индивидуальных заданий .....	17
3.6 Подготовка к экзамену .....	18
Приложение А .....	19
Приложение Б .....	21
Приложение В .....	22
Приложение Г .....	23
Приложение Д .....	24

## 1 Введение

Целью дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» является изучение основ математической логики и теории алгоритмов, используемые в информатике и вычислительной технике. Работа на практических занятиях способствует формированию навыков использования методов математической логики и теории алгоритмов для построения несложных логических моделей предметных областей, реализации логического вывода и оценки вычислительной сложности алгоритмов.

Выполнение самостоятельных работ способствует формированию представления о направлениях развития данной дисциплины и перспективах ее использования в информатике и вычислительной технике.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать основы логики высказываний, логики предикатов и теории алгоритмов, употреблять специальную математическую символику для выражения количественных и качественных отношений между объектами, знать основные методы и алгоритмы математической логики, связанные с моделированием и оптимизацией систем различной природы, уметь строить и анализировать алгоритмы решения задач.

Данные методические указания предназначены для выполнения самостоятельной и практических работ по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов технических специальностей.

## 2 Методические указания по проведению практических занятий

### 2.1 Практическое занятие: «Формализация и интерпретация в логике высказываний»

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Формализация и интерпретация в логике высказываний».

#### Рекомендации по подготовке к занятию:

— повторить теоретические основы тем 1.1-1.4 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

#### Порядок проведения занятия:

- устный опрос по теме;
- обсуждение методов решения задач;
- решение типовых задач по теме «Формализация и интерпретация в логике высказываний»;
- подведение итогов занятия, выдача индивидуальных заданий, примеры вариантов заданий приведены в Приложении А.

#### Примеры вопросов:

Для закрепления теоретических знаний дайте ответы на следующие вопросы:

- Является ли предложение «Африка—остров» элементарным высказыванием алгебры высказываний?
- У какой бинарной операции самый высокий приоритет?
- Какие скобки в формуле  $F = ((A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee B)) \wedge A$  можно убрать так, чтобы значение формулы не изменилось?

### Примеры упражнений:

1.1. Среди следующих предложений выделите те, которые являются высказываниями, и установите, если это возможно, истинны они или ложны.

- a) Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ .
- b) Солнечная система насчитывает девять больших планет.
- c) На улице светит солнце.
- d) Летайте самолетами Аэрофлота!
- e) Всякое подмножество конечного множества конечно.

1.2. Даны два высказывания:

$P = \{\text{конъюнкция коммутативна}\},$

$Q = \{\text{если число нечетное, то оно простое}\}.$

В чем заключаются высказывания:

$Q, Q \rightarrow P, (P \wedge Q) \rightarrow P, (Q \vee P) \rightarrow Q?$

Какие из них истинны, а какие ложны?

1.3. В каких случаях приведенные ниже данные противоречивы?

- a)  $a = 1, a \wedge b = 1;$
- b)  $a = 0, a \wedge b = 1;$
- c)  $a = 1, a \vee b = 0;$
- d)  $a = 0, a \vee b = 1.$

1.4. Известно, что  $x \rightarrow y$  имеет значение 1. Что можно сказать означениях:

- a)  $z \rightarrow (x \rightarrow y);$
- b)  $(x \rightarrow y) \rightarrow y;$
- c)  $(x \rightarrow y) \rightarrow z.$

1.5. Какие из высказываний:  $P, Q, R$  должны быть истинны, а какие ложны, чтобы формула  $(P \wedge Q) \rightarrow R$  была истинной?

## 2.2 Практическое занятие: «Равносильные преобразования формул логики высказываний»

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Равносильные преобразования формул логики высказываний».

### Рекомендации по подготовке к занятию

— повторить теоретические основы двух тем 1.4-1.5 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

### Порядок проведения занятия

- решение тестовых заданий по теме;
  - обсуждение методов решения задач;
  - решение типовых задач по теме «Равносильные преобразования формул логики высказываний».
- подведение итогов занятия, выдача индивидуальных заданий, примеры вариантов заданий приведены в Приложении Б.

### Примеры упражнений:

2.1. Выпишите все подформулы формул:

a)  $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \vee C)$ ;

b)  $(A_1 \rightarrow A_2) \leftrightarrow (A_2 \leftrightarrow A_3)$ .

2.2. Найдите все существенные переменные формул:

a)  $(X \& Y) \vee (Y \& Z)$ ;

b)  $P \rightarrow (Q \rightarrow P \& Q)$ .

2.3. Докажите следующие равносильности:

a)  $A \rightarrow B \equiv A \& B$ ;

b)  $A \rightarrow B \equiv A \& B \rightarrow B$ .

## 2.3 Практическое занятие: «Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы формул логики высказываний»

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы формул логики высказываний».

### Рекомендации по подготовке к занятию

— повторить теоретические основы темы 1.6 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

### Порядок проведения занятия

- решение тестовых заданий по теме;
- обсуждение методов решения задач;
- решение типовых задач по теме «Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы формул логики высказываний»;
- подведение итогов занятия, выдача индивидуальных заданий, примеры вариантов заданий приведены в Приложении В.

### Примеры упражнений:

3.1. Приведите выражения к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам записи:

- a)  $((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow P)) \rightarrow (Q \rightarrow R)$ ;
- b)  $((((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow R$ .

3.2. Приведите выражения к дизъюнктивной нормальной форме при помощи карт Карно:

- a)  $A \rightarrow (B \& C)$ ;
- b)  $(X \& Y) \rightarrow Y$ .

3.3. Приведите выражения к совершенной дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам:

- a)  $(X \rightarrow Y) \& (Y \rightarrow X)$ ;
- b)  $((A \& B) \rightarrow \neg A) \& ((A \& B) \rightarrow \neg B)$ .

## **2.4 Практическое занятие: «Логическое следование формул»**

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Логическое следование формул».

### **Рекомендации по подготовке к занятию**

— повторить теоретические основы темы 1.7 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

### **Порядок проведения занятия**

- решение тестовых заданий по теме;
  - обсуждение методов решения задач;
  - решение типовых задач по теме «Логическое следование формул».
- подведение итогов занятия, выдача индивидуальных заданий, примеры вариантов заданий приведены в Приложении Г.

### **Примеры упражнений:**

**4.1.** «Если будут мобилизованы внутренние ресурсы, то возрастет производительность труда или будет выполнено задание по валу». «Если будет внедрена новая техника, то задание по валу будет выполнено, если новая техника не будет внедрена, то производительность не возрастет и будут мобилизованы внутренние ресурсы». Следует ли из этих трех утверждений, что будет выполнено задание по валу?

**4.2.** «Если почтальон не будет приносить газеты вовремя, люди будут покупать газеты в киоске или слушать радио. Если люди не будут покупать газеты в киоске, то тираж будет уменьшен. Если тираж будет уменьшен, и почтальон не будет приносить газеты вовремя, то люди не будут слушать радио. Следовательно, люди будут покупать газету в киоске».

**4.3.** «Если цены высоки, то и зарплата высока. Цены высоки или применяется регулирование цен. Если применяется регулирование цен, то нет инфляции. Наблюдается инфляция, следовательно, зарплатавысока».

## 2.5 Практическое занятие: «Булевы функции»

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Булевы функции».

### Рекомендации по подготовке к занятию

— повторить теоретические основы главы 2 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

### Порядок проведения занятия

- решение тестовых заданий по теме;
- обсуждение методов решения задач;
- решение типовых задач по теме «Булевы функции».
- подведение итогов занятия, выдача индивидуальных заданий, примеры вариантов заданий приведены в Приложении Д.

### Примеры упражнений:

5.1. Запишите функции в виде полинома Жегалкина:

- a)  $f(x, y) = x \vee y$ ;
- b)  $f(x, y) = x \& y$ ;
- c)  $f(x, y) = x \rightarrow y$ .

5.2. Представив функцию полиномом Жегалкина, выяснить, является ли она линейной:

- a)  $F = (x \leftrightarrow y) \oplus xy$ ;
- b)  $F = xy (x \leftrightarrow y)$ ;
- c)  $F = (x \vee yz) \oplus x y z$ .

5.3. Какие из функций являются монотонными?

- a)  $F = x \rightarrow (x \rightarrow y)$ ;
- b)  $F = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee y)$ ;
- c)  $F = xy \vee x \vee xz$ .

## 2.6 Практическое занятие: «Формулы логики предикатов»

**Цель занятия:** обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных знаний по теме «Формулы логики предикатов».

### Рекомендации по подготовке к занятию

— повторить теоретические основы главы 3 учебного пособия Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие / Перемитина Т. О. — 2016. 132 с. (<https://edu.tusur.ru/publications/5949>).

### Порядок проведения занятия

- устный опрос по теме «Формулы логики предикатов»;
- обсуждение методов решения задач;
- решение типовых задач по теме «Формулы логики предикатов».
- подведение итогов занятия, решение тестовых заданий по теме.

### Примеры вопросов:

Для закрепления теоретических знаний дайте ответы на следующие вопросы:

- Что такое предметные переменные?
- Что такое порядок (местность) предиката?
- Что такое область истинности предиката?
- Что такое выполнимая формула?
- Как привести формулу логики предикатов к предваренной нормальной форме?

### Примеры упражнений:

6.1. Даны утверждения:

$$A(n) = \{\text{число } n \text{ делится на } 3\};$$

$$B(n) = \{\text{число } n \text{ делится на } 2\};$$

$$C(n) = \{\text{число } n \text{ делится на } 4\};$$

$$D(n) = \{\text{число } n \text{ делится на } 6\};$$

$$E(n) = \{\text{число } n \text{ делится на } 12\}.$$

Будет ли истинна формула логики предикатов  $\exists n(B(n) \& C(n) \rightarrow \neg D(n))$  ?

**6.2.** Найти области истинности предикатов:

a)  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} = 0;$

b)  $\begin{cases} x^2 - 13x + 40 \geq 0, \\ 2x^2 + x + 30 < 0. \end{cases}$

**6.3.** Установить, какие из следующих предикатов истинны, а какие ложны, при условии, что область определения предикатов  $M$  совпадает с  $Z$  :

a)  $\forall x((x^2 - 6x + 8 \geq 0) \vee (x^2 - 6x + 8 < 0));$

b)  $\exists x(x^2 + x + 0,5 = 0).$

**6.4.** Изобразить на диаграммах Эйлера-Венна области истинности предикатов:

a)  $P(x) \rightarrow Q(x);$

b)  $P(x) \rightarrow Q(x).$

**6.5.** Проверить, являются ли формулы логики предикатов равносильными:

a)  $F_1 = \forall x Q(x) \rightarrow (\exists x P(x) \& \exists x Q(x)); \quad F_2 = \exists x Q(x);$

b)  $F_1 = \exists x P(x) \vee (\exists x P(x) \& \exists x Q(x)); \quad F_2 = \exists x P(x).$

**6.6.** Доказать, что формула является тождественно истинной:

$$F = \forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x).$$

**6.7.** Доказать, что формула является тождественно ложной:

$$F = \exists x \exists y ((F(x) \rightarrow F(y)) \& (F(x) \rightarrow F(y)) \& F(x)) .$$

**6.8.** Привести формулы к предваренной нормальной форме:

a)  $\exists x(P(x) \rightarrow \forall y Q(y));$

b)  $P \rightarrow \exists x R(x).$



### **3 Методические указания для организации самостоятельной работы**

#### **3.1 Общие положения**

Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид деятельности, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала.

Самостоятельная работа студентов состоит из следующих видов деятельности:

- изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольным работам, а также устным и тестовым опросам;
- выполнение индивидуальных заданий;
- подготовка к экзамену.

Критериями оценки внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть:

- уровень развития логического мышления студента (гибкость, рациональность, оригинальность мышления);
- сформированность умений самообразования студента (способность находить, систематизировать и применять информацию из различных источников для решения поставленных задач);
- степень развития коммуникативных умений (умение работать в малых группах, выступать с докладом);
- грамотность в оформлении заданий и решений задач;
- сформированность самоконтроля и самооценки.

Самостоятельная работа является важной составляющей в изучении дисциплины и заключается в самостоятельном изучении теоретического материала, подготовки к выполнению контрольных работ, подготовки к практическим занятиям и выполнению индивидуальных заданий.

*Выполнение индивидуальных заданий.* На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К практическим занятиям следует заранее самостоятельно выполнить индивидуальное задание и выучить лекционный материал к следующей теме. Систематическое выполнение индивидуальных заданий обязательно и является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент узнает основные понятия, концепции, принципы логики высказываний, исчисления высказываний, логики предикатов, теории алгоритмов. Научится применять аппарат логики высказываний, логики предикатов для спецификации проектируемых информационных систем, символической записи определений и теорем, доказательства корректности алгоритмических описаний; применять аппарат теории алгоритмов при анализе свойств алгоритмических описаний.

### **3.2 Изучение тем теоретической части**

Изучение тем теоретической части предполагает изучение тем дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки. Самостоятельная работа над теоретическим материалом направлена на изучение основных понятий и методов математической логики и теории алгоритмов.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, производя на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые ради краткости опущены в учебнике) и выполняя имеющиеся в учебнике задания для самопроверки. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. д. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для получения письменной или устной консультации преподавателя.

Письменное оформление работы студента имеет исключительно важное значение. Записи в конспекте должны быть сделаны чисто, аккуратно и расположены в определенном порядке. Хорошее внешнее оформление конспекта по изученному материалу не только приучит студента к необходимому в работе порядку, но и позволит ему избежать многочисленных ошибок, которые происходят из-за небрежных, беспорядочных записей.

Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при просмотре конспекта они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента. Чтение учебника должно сопровождаться решением задач, для чего рекомендуется завести специальную тетрадь. При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.

### **3.3 Подготовка к практическим занятиям**

Практические задания предназначены для верификации полученных знаний и закрепления теоретической части дисциплины.

На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К практическому занятию следует заранее повторить лекционный материал к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий обязательно и является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины. Промежуточный контроль проводится в виде контрольных работ и тестовых опросов. На каждом практическом занятии проводится либо устный, либо тестовый опрос по пройденным темам, которые позволят определить уровень подготовки и степень готовности к выполнению контрольной работы по данной дисциплине.

### **3.4 Подготовка к контрольным работам**

В процессе изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» студент должен выполнить ряд контрольных работ, главная цель которых – оказать студенту помощь в его работе. Оценки и замечания к выполненным работам позволяют студенту судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса; указывают на имеющиеся у него пробелы, на желательное направление дальнейшей работы; помогают сформулировать вопросы для постановки их перед преподавателем.

Не следует приступать к выполнению контрольного задания, не решив достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольного задания вызывается тем, что студент не выполнил это требование.

Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа не дает возможности преподавателю указать студенту на недостатки в его работе, в усвоении им учебного материала, в результате чего студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к экзамену.

### **3.5 Выполнение индивидуальных заданий**

Индивидуальные домашние задания (ИЗ) выдаются на практических занятиях в начале изучения соответствующих тем.

Темы индивидуальных заданий:

- Формализация и интерпретация в логике высказываний. Примеры вариантов заданий приведены в Приложении А.
- Равносильные преобразования. Примеры вариантов заданий приведены в Приложении Б.
- Нормальные формы для формул логики высказываний. Примеры вариантов заданий приведены в Приложении В.
- Логическое следование формул. Примеры вариантов заданий приведены в Приложении Г.
- Логика предикатов. Примеры вариантов заданий приведены в Приложении Д.

По результатам выполнения ИЗ оформляется отчет в бумажном виде. Требования к содержанию отчета об индивидуальном задании:

- Титульный лист, оформленный по требованиям стандарта ОС ТУСУР.
- Номера варианта.

- Условия всех задач (полностью).
  - Для каждой задачи: краткая математическая запись условия, решение с необходимыми пояснениями, ответ.
- Пояснения к решению могут содержать определения, формулировки теорем, основные формулы, таблицы.
- При защите работы студент должен знать используемые термины, уметь формулировать определения, пояснять решение.
- Все листы отчета должны быть пронумерованы и скреплены.

### **3.6 Подготовка к экзамену**

Готовиться к экзамену необходимо последовательно, с учетом экзаменационных вопросов, разработанных преподавателем дисциплины. Сначала следует определить место каждого экзаменационного вопроса в соответствующем разделе темы учебной программы, а затем внимательно прочитать и осмыслить рекомендованные литературные и интернет источники, соответствующие разделы рекомендованных учебников. При этом полезно делать хотя бы самые краткие выписки и заметки.

Работу над темой можно считать завершенной, если вы сможете ответить на все экзаменационные вопросы и дать определение понятий по изучаемой теме.

Для обеспечения полноты ответа на экзаменационные вопросы и лучшего запоминания теоретического материала рекомендуется составлять план ответа на экзаменационный вопрос. Это позволит сэкономить время для подготовки непосредственно перед экзаменом за счет обращения не к литературе, а к своим записям.

При подготовке необходимо выявлять наиболее сложные, дискуссионные вопросы, с тем, чтобы обсудить их с преподавателем на консультации.

**Примеры индивидуального задания «Формализация и интерпретация в логике высказываний»**

**Вариант №1**

1. Среди следующих предложений выделить те, которые являются высказываниями, и установить, истинны они или ложны:

- a) Сумма углов в треугольнике равна  $180^\circ$ .
- b) Летайте самолетами Аэрофлота!
- c) Солнечная система насчитывает 12 планет.
- d) Сегодня самый счастливый день.

2. Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(10 < X \cdot X \cdot X) \rightarrow (20 > (X + 1) \cdot (X + 1))?$$

3. Формализуйте, укажите приоритет логических операций, постройте таблицу истинности, укажите, к какому классу формул алгебры высказываний относится:

*«Если число делится на 2 и не делится на 3, то оно не делится на 6».*

4. Постройте таблицы истинности формул и укажите, к какому классу формул алгебры высказываний относятся:  $((X \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)) \rightarrow \neg Y$ .

## Вариант № 2

1. Среди следующих предложений выделить те, которые являются высказываниями, и установить, истинны они или ложны:

- a) В одной минуте 360 секунд.
- b) Сегодня праздничный день!
- c) Солнечная система насчитывает 9 планет.
- d) Каша – самое вкусное блюдо.

2. Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(10 < X \cdot (X + 1)) \rightarrow (10 > (X + 1) \cdot (X + 2))?$$

3. Формализуйте, укажите приоритет логических операций, постройте таблицу истинности, укажите, к какому классу формул алгебры высказываний относится: *«Если я пойду завтра на первое занятие, то должен буду рано встать, а если я пойду вечером на дискотеку, то не пойду завтра на первое занятие»*.

4. Постройте таблицы истинности формул и укажите, к какому классу формул алгебры высказываний относятся:  $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$ .

**Примеры индивидуального задания «Равносильные преобразования»**

**Вариант № 1**

1. Доказать, что если формулы  $F_1 = A \vee B$  и  $F_2 = \neg A \vee C$  истинны, то

формула  $F_3 = B \vee C$  истинна.

2. Максимально упростите формулы с применением законов равносильных преобразований:

- a)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$ ;
- b)  $((X \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)) \rightarrow \neg Y$ ;
- c)  $\neg P \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$ ;
- d)  $(\neg P \rightarrow (Q \& \neg Q)) \rightarrow P$ .

**Вариант № 2**

1. Доказать, что если формулы  $F_1 = A \vee B$  и  $F_2 = A \rightarrow C$ ,  $F_3 = B \rightarrow D$

истинны, то формула  $F_4 = C \vee D$  истинна.

2. Максимально упростите формулы с применением законов равносильных преобразований:

- a)  $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow Q$ ;
- b)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R))$ ;
- c)  $((X \vee Y) \vee Z) \rightarrow (X \& Y)$ ;
- d)  $((\neg P \rightarrow Q) \& (\neg P \rightarrow \neg Q)) \rightarrow P$ .

**Примеры индивидуального задания «Нормальные формы для формул логики высказываний»**

**Вариант № 1**

1. Найти все существенные переменные формул:

a)  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ ;

b)  $(\neg P \rightarrow (Q \vee P)) \& Q$ .

2. Построить МДНФ и МКНФ:

a)  $(X \leftrightarrow Y) \& \neg(Z \rightarrow T)$ ;

b)  $(X \vee Y) \rightarrow (\neg X \rightarrow Z)$ .

3. Построить СКНФ и СДНФ:  $f(X, Y, Z) = (X \leftrightarrow Z) \rightarrow (X \& \neg Y)$ .

**Вариант № 2**

1. Найти все существенные переменные формул:

a)  $((P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$ ;

b)  $(P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) \rightarrow P$ .

2. Построить МДНФ и МКНФ:

a)  $((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z)$ ;

b)  $(\neg X \rightarrow Y) \vee \neg(X \rightarrow Y)$ .

3. Построить СКНФ и СДНФ:  $f(X, Y, Z) = X \vee (Y \rightarrow (Z \leftrightarrow (X \& Y)))$ .

**Примеры индивидуального задания «Логическое следование формул»**

**Вариант № 1**

1. Проверьте тремя способами правильность логического рассуждения: «Если человек осужден судом, то он лишается избирательных прав. Если человек признан невменяемым, то он также лишается избирательных прав. Следовательно, если человек обладает избирательным правом, то он здоров и не был осужден судом».

2. Формализуйте и найдите решение: Для полярной экспедиции из восьми претендентов А, В, С, D, E, F G, H надо отобрать специалистов: биолога, синоптика, радиста, механика и врача. Обязанности биолога могут выполнять E и G, гидролога В и F, синоптика F и G, радиста С и D, механика С и H, врача А и D. Хотя некоторые претенденты владеют двумя специальностями, в экспедиции каждый сможет выполнять только одну обязанность. Кого и кем следует взять в экспедицию, если F не может ехать без В, D –без H и без С, С не может ехать одновременно с G, а А не может ехать вместе с В?

**Вариант №2**

1. Проверьте тремя способами правильность логического рассуждения: «Если цех №2 не будет участвовать в выпуске нового образца продукции, то не будет участвовать и цех №1. Если же цех №2 будет участвовать в выпуске нового образца, то в этой работе непременно должны быть задействованы цехи №1, №3. Следовательно, если в выпуске нового образца будет участвовать цех №1, то должен быть задействован цех №3».

2. Формализуйте и найдите решение: Брауну, Джонсу и Смит предьявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. Похитители скрылись на поджидавшем их автомобиле. На следствии Браун показал, что преступники были на синем «Бьюике», Джонс сказал, что это был черный «Крайслер», а Смит утверждал, что это был «Форд» и ни в коем случае не синий. Стало известно, что, желая запутать следствие, каждый из них указал правильно либо только марку машины, либо только ее цвет. Какого цвета был автомобиль?»

**Примеры индивидуального задания «Логика предикатов»**

**Вариант № 1**

1. Установить, истинно высказывание или ложно, при условии, что область определения предикатов  $M$  совпадает с  $Z$ :

$$\forall x \forall y (x^2 + y^2 = 0).$$

2. Записать предикат, полученный в результате логических операций над предикатами  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$ , область истинности которого заштрихована на рисунке:

3. Привести к предваренной нормальной форме:

$$\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)).$$

4. Выясните, относится ли к классу линейных функций:

$$f = x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z.$$

5. Выясните, относится ли к классу монотонных функций:

$$f = x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z \vee x \cdot y \cdot z.$$

**Вариант № 2**

1. Установить, истинно высказывание или ложно, при условии, что область определения предикатов  $M$  совпадает с  $Z$ :

$$\forall x ((x^2 - 6x + 8 = 0) \rightarrow (x \in \{2, 3, 4\})).$$

2. Записать предикат, полученный в результате логических операций над предикатами  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$ , область истинности которого заштрихована на рисунке:

3. Привести к предваренной нормальной форме:  $\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$ .

4. Выясните, относится ли к классу линейных функций

$$f = ((x \vee y \vee z) \rightarrow x \cdot y \cdot z) \vee (x \oplus y) \cdot z.$$

5. Выясните, относится ли к классу монотонных функций

$$f = x \cdot y \cdot z \oplus x \cdot y \oplus x \cdot z.$$