

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

О. В. Гальцева

Теория ошибок и обработка результатов измерений
Методические указания по выполнению самостоятельной работы студентов

Томск
2022

УДК 528.11

ББК 22.19

Г 177

Рецензент:

Лобода Ю.О., доцент каф. управления инновациями ТУСУР,
канд. пед. наук

Гальцева, Ольга Валерьевна

Г 177 Теория ошибок и обработка результатов измерений: Методические указания по выполнению самостоятельной работы магистрантов направления 15.04.06 «Мехатроника и робототехника»/ О.В. Гальцева. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 15 с.

Методические указания содержат рекомендации и материалы, необходимые для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория ошибок и обработка результатов измерений». Для студентов высших учебных заведений, обучающихся в магистратуре по направлению 15.04.06 «Мехатроника и робототехника».

Одобрено на заседании кафедры УИ, протокол № 7 от 31.01.2022.

УДК 528.11

ББК 22.19

© Гальцева О.В., 2022

© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектронники, 2022

Оглавление

1 Общие положения	4
2. Разделы и содержание дисциплины	5
3 Организация самостоятельной работы студентов	6
4 Терминология дисциплины	7
5 Вопросы для самоконтроля	10
6 Тестовые вопросы по дисциплине	12
7 Контрольные вопросы	14
Список рекомендуемой литературы	15

1 Общие положения

Данные методические указания разработаны для студентов, обучающихся в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники (далее - Университет) по программам магистратуры.

Структура дисциплины «Теория ошибок и обработка результатов измерений» предполагает выполнение студентами самостоятельной работы как по освоению теоретического материала, так и в рамках выполнения практических заданий. Рекомендации по выполнению практических заданий приведены в соответствующих методических указаниях.

В ходе выполнения самостоятельной работы студентам прививаются навыки работы с учебно-методической документацией, умения увязывать теоретические знания с практикой, четко излагать свои мысли, отвечать на вопросы, оформлять и представлять результаты работы.

Рекомендации подготовлены с целью помочь студентам в успешном освоении дисциплины и прохождении аттестации, давая информацию об ее структуре и оценочных средствах.

2 Разделы и содержание дисциплины

Дисциплина «Теория ошибок и обработка результатов измерений» содержит следующие разделы:

1. Виды и цели измерений:

Виды измерений. Ошибки результатов измерений. Оценка точности результатов измерений

2. Статистический анализ многократных измерений:

Методы статистической обработки результатов

3. Аппроксимация методом наименьших квадратов:

Метод наименьших квадратов

4. Правила определения и вычисления погрешностей:

Типы погрешностей. Запись результатов измерений

5. Вычисление погрешностей для случаев прямых и косвенных однократных и многократных измерений: Алгоритм обработки прямых измерений. Алгоритм обработки косвенных измерений

3 Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная проработка лекционного материала направлена на получение навыков работы с конспектом, структурирования материала, а также умения выделить основные пункты и положения, изложенные на лекции. Целесообразно ознакомиться с информацией, представленной в файлах, содержащих презентации лекций, предоставляемых преподавателем. Кроме того, проработка лекционного материала способствует более глубокому пониманию и прочному запоминанию теоретической части дисциплины. Проработка лекционного материала включает деятельность, связанную с изучением рекомендуемых преподавателем источников, в которых отражены основные моменты, затрагиваемые в ходе лекций.

Важное место отведено работе с собственноручно составленным конспектом лекций. При конспектировании во время лекции помните, что не следует записывать все, что говорит и/или демонстрирует лектор: старайтесь выявить главное и записать только это. Цель конспекта – формирование целостного логически выстроенного взгляда на круг вопросов, затрагиваемых в ходе изучения соответствующей темы.

При проработке лекционного материала необходимо: - отработать прослушанную лекцию (прочитать конспект, прочитать дополнительную литературу по аналогичной теме и сопоставить записи с конспектом) и восполнить пробелы в знаниях, если таковые обнаружались; - перед каждой последующей лекцией прочитать предыдущую, чтобы обновить знания для восприятия последующей новой информации.

В ходе изучения дисциплины некоторые из тем курса выносятся исключительно на самостоятельное изучение. Следует обратить внимание на то, что работа по этим темам включает как подбор источников, так и изучение их содержания. В зависимости от особенностей усвоения учебного материала студентами и объема аудиторной работы некоторые из вопросов, рассматриваемые в ходе проведения лекций и лабораторных работ, могут быть также вынесены в формат самостоятельного изучения.

4 Терминология дисциплины

Чтобы свободно ориентироваться в материалах дисциплины студенту следует ознакомиться с применяемой терминологией:

- **Измерение** – процесс получения опытным путем числового соотношения между измеряемой величиной, характеризующей некоторый объект или явление, и некоторым ее значением, принятым за единицу измерения.
- **Единица измерения физической величины** – величина, которой по определению присвоено числовое значение, равное единице.
- Значение физической величины – оценка физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц измерения.
- **Прямыми** называют измерения, при которых значение искомой физической величины находится непосредственно из опыта с помощью специальных технических средств (мер, измерительных приборов и т.п.). Например, измерение длины прямоугольной крышки стола рулеткой является прямым измерением.
- **Косвенными** называют измерения, результат которых получается на основе прямых измерений ряда величин X_1, X_2, \dots, X_m , связанных с искомой величиной Y известной функциональной зависимостью $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$. Например, для определения площади s прямоугольной крышки стола можно осуществить прямые измерения ее длины a и ширины b , а затем вычислить искомую площадь s по формуле $s = ab$.
К косвенным измерениям прибегают в случаях, когда прямые измерения невозможны, чрезмерно сложны или не обеспечивают необходимой точности и надежности результата.
- **Методика измерений** – совокупность приемов использования средств измерения, подготовки объекта к измерениям и условий измерения. Она обеспечивает неизменность состояний объекта и средств измерения в процессе измерения (насколько это возможно или целесообразно в каждом конкретном случае). В частности, в ряде случаев очень важно минимизировать взаимное влияние измеряемого объекта и средства измерения.
- **Ошибка (погрешность) измерения** – это отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины, вызванное искажениями, которые имеют место при любом измерении.

В зависимости от **источника возникновения** различают 2 вида погрешностей:

- **методические** – порождаются несовершенством методики измерения;
- **приборные (инструментальные)** – обусловлены несовершенством технических средств, используемых при измерении.

По **характеру проявления** ошибки принято делить на 3 вида: систематические, случайные и грубые (промахи).

- **Систематические ошибки** – это ошибки, величина и знак которых остаются

постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины.

Источниками систематических ошибок, как правило, являются упомянутые выше методические и инструментальные погрешности.

Примерами *методических ошибок*, имеющих систематический характер, могут служить:

- отклонения объекта, подвергаемого измерению, от принятой идеальной модели;
- использование упрощающих предположений и приближенных формул при описании физических явлений и расчетах результатов косвенных измерений.

Так, в учебно-исследовательских работах часто пренебрегают силами трения, растяжения и массой нитей, сопротивлением соединительных проводов и контактов при измерениях физических величин с помощью электрических цепей.

Примерами *инструментальных ошибок* систематического характера являются ошибки, обусловленные:

- несовпадением исходного положения указателя с нулевой отметкой шкалы прибора;
- несоответствием условий эксплуатации прибора нормальным;
- несоответствием действительного значения меры, с помощью которой выполняются измерения, ее номинальному значению;
- погрешностями в изготовлении шкал приборов и др.

При выполнении измерений необходимо иметь в виду, что систематические погрешности способны существенно исказить результат измерения и не могут быть уменьшены путем увеличения числа повторных измерений. Уменьшить систематические погрешности можно путем введения *поправок* к результату измерения. Поправки можно вычислить в том случае, если выявлено существование систематических погрешностей, вскрыты их действительные причины, известны закономерности, определяющие их значение. Поэтому прежде чем приступить к измерению, необходимо выяснить все возможные источники систематических погрешностей и принять меры к их устранению или определению. Полностью исключить систематические ошибки практически невозможно.

- *Случайные ошибки* – это ошибки, величина и знак которых изменяются случайно при повторных измерениях одной и той же величины. Факторы, вызывающие появление случайных ошибок, проявляются неодинаково при различных повторных измерениях. В силу случайного характера их проявления оказать на них целенаправленное воздействие невозможно. Однако с помощью теории вероятностей и методов статистики случайные погрешности измерений могут быть количественно определены и охарактеризованы в их совокупности, причем тем надежнее, чем больше раз проводились измерения.
- *Грубые ошибки (промахи)* – это погрешности измерения, значительно превышающие по величине ожидаемую при данных условиях погрешность. Источниками грубых ошибок могут служить неправильные действия экспериментатора, резкое кратковременное нарушение условий измерений и

др.

Например, запись экспериментатором значения 31 вместо 81, снятие показаний вольтметра в момент резкого изменения напряжения в сети. Разработаны статистические критерии, с помощью которых выявляются промахи. Они могут быть выявлены также путем самоконтроля и повторных наблюдений. Очевидно, что измерения, содержащие промахи, должны исключаться из рассмотрения как не заслуживающие доверия.

5 Вопросы для самоконтроля

При изучении материала дисциплины очень важно самостоятельно контролировать освоение материала. Сделать это удобно, отвечая на вопросы для самоконтроля:

- 1) Что такое равноточные измерения? Изложите порядок (последовательность) обработки результатов прямых равноточных измерений. Что такое равноточные измерения?
- 2) Почему распределение результатов измерений проверяют на близость их к нормальному (Гауссову) распределению? Может ли распределение результатов измерений быть не Гауссовым?
- 3) Что такое исправленные и неисправленные результаты измерений?
- 4) При каких значениях вероятности P нормативная документация рекомендует оценивать доверительные (интервальные) границы случайной погрешности?
- 5) Как осуществляется «суммирование» случайной и систематической составляющих погрешностей результата прямых равноточных измерений? При каких условиях можно не учитывать случайную или систематическую составляющие погрешности?
- 6) Приведите примеры неравноточных измерений. Напишите формулу для вычисления оценки среднего группы измерений.
- 7) Почему совместная обработка нескольких рядов измерений позволяет повысить точность измерений ФВ?
- 8) Что такое косвенные измерения? Какие способы обработки результатов косвенных измерений используются на практике?
- 9) Приведите формулы для вычисления результата измерения и СКП при линейной зависимости уравнения связи (без корреляционной зависимости между погрешностями измерения аргументов).
- 10) Запишите в общем виде результат косвенных измерений. Когда используется формула для определения эффективного числа степеней свободы?
- 11) Какой прием используется для обработки результатов косвенных измерений при нелинейной зависимости? Что такое остаточный член в разложении Тейлора?
- 12) Когда допустим метод линеаризации при косвенных измерениях?
- 13) К появлению какой погрешности приводит линеаризация и как ее можно объяснить физически и представить графически?
- 14) Дайте характеристику метода приведения.
- 15) Когда целесообразно использовать метод полного дифференциала при обработке и представлении результата косвенных измерений?
- 16) Дайте определение совместным измерениям. Чем они отличаются от совокупных

измерений?

17) Опишите процедуру обработки результатов совместных измерений по методу наименьших квадратов. Каковы особенности этого метода при составлении системы уравнений?

18) Почему количество измерений должно значительно превышать число неизвестных при обработке результатов совместных измерений?

19) Что такое условные уравнения? Что такое остаточные погрешности?

20) Почему при получении результатов измерений отыскивается минимум суммы квадратов остаточных погрешностей, а не, например, суммы остаточных погрешностей со своими знаками или суммы их модулей?

21) Какие формулы используются для вычисления СКО результатов совместных измерений?

22) Какой документ является обязательным при проведении однократных технических измерений? Перечислите основные положения этого документа.

23) Какие принципы лежат в основе обнаружения грубых погрешностей. Какие распределения используются для оценки значимости грубых погрешностей

24) Как осуществляется округление окончательных результатов измерений. Что составляет основу подхода в процедуре округления результатов измерений.

25) Можно ли увеличить точность полученного результата измерения путем добавления дополнительных цифр после запятой.

6 Тестовые вопросы по дисциплине

Тестирование является обязательной частью аттестации по дисциплине, а также важным средством проверки остаточных знаний студентов. Подготовка к тестированию предполагает повторение материала по всем разделам дисциплины. Для тестирования может использоваться следующий перечень вопросов:

Примерный перечень тестовых заданий

1. Истинной погрешностью называют:
 - а) погрешность измерительного прибора;
 - б) наибольшую погрешность;
 - в) разность между результатом измерения и истинным значением определяемой величины;
 - г) среднюю погрешность при многократных измерениях.
2. Наиболее предпочтительным критерием оценки точности является:
 - а) средняя погрешность;
 - б) вероятная погрешность;
 - в) предельная погрешность;
 - г) средняя квадратическая погрешность.
3. Погрешность измерения, обусловленная погрешностью отсчета оператором показаний по шкалам средств измерений, называется _____ погрешностью:
 - а) субъективной;
 - б) относительной;
 - в) методической;
 - г) абсолютной.
4. Вероятная погрешность - это
 - а) значение случайной погрешности, по отношению к которой одинаково возможна погрешность как больше этого значения, так и меньше по абсолютному значению;
 - б) постоянно действующая погрешность;
 - в) предельное значение погрешности;
 - г) такой погрешности не существует.
5. Среднее арифметическое ряда наблюдений характеризует:
 - а) наиболее вероятное значение измеряемой величины;
 - б) среднее значение ряда наблюдений;
 - в) рассеяние результатов в ряду измерений;
 - г) абсолютная погрешность измерения.
6. Вес измерения характеризует:
 - а) степень надёжности результата измерений;
 - б) вес приборов, применяемых при измерениях;
 - в) вес груза, применяемого для натяжения инварной проволоки;
 - г) величину провисания инварной проволоки.
7. При равноточных измерениях за наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины принимают:
 - а) наибольшее значение;
 - б) наименьшее значение;

- в) среднее арифметическое;
 - г) последний результат.
8. Уменьшить случайную погрешность можно ...
- а) выполнением многократных измерений;
 - б) выполнением вспомогательных измерений;
 - в) увеличением доверительной вероятности;
 - г) введением поправок.
9. По условиям проведения измерений погрешности разделяют на ...
- а) основные и дополнительные;
 - б) методические и инструментальные;
 - в) абсолютные и относительные;
 - г) систематические и случайные.
10. Погрешность, изменяющаяся случайным образом в серии повторных измерений одного и того же размера величины с одинаковой тщательностью, называется _____ погрешностью
- а) случайной;
 - б) систематической;
 - в) грубой;
 - г) приведенной.

7 Контрольные вопросы

Приведенный ниже перечень вопросов рекомендуется использовать студенту для подготовки к аттестации по дисциплине:

1. Назовите общие требования к вычислениям.
2. Назовите основные требования к ведению записей при геодезических измерениях и вычислениях.
3. Назовите правила округления чисел.
4. Какие факторы влияют на результаты измерений?
5. Назовите виды ошибок измерений по характеру действия.
6. Назовите виды ошибок по источнику происхождения.
7. Какие ошибки называются грубыми?
8. Какие ошибки называются систематическими?
9. Какие ошибки называются случайными?
10. Когда оценка точности измерения считается надежной?
11. Какие величины вычисляют при обработке ряда равноточных измерений?
12. Как вычислить простую арифметическую середину?
13. Что называется математическим ожиданием случайной величины?
14. Что называется дисперсией случайной величины?
15. Дайте определение доверительного интервала.
16. Какому закону распределения подчиняется, как правило, погрешность результата измерения физической величины? Охарактеризуйте
17. этот закон.
18. Перечислите основные свойства случайных погрешностей.
19. Какая оценка называется несмещённой?
20. Точечная оценка истинного значения измеряемой величины.
21. Точечная оценка погрешности измерений.
22. Правила определения необходимого числа измерений для получения заданной точности результата.
23. Правила нахождения доверительного интервала для среднего квадратического отклонения.
24. Что называется промахом?
25. Что такое уровень значимости?

Список рекомендуемой литературы

1. Третьяк, Л. Н. Основы теории и практики обработки экспериментальных данных : учебное пособие для вузов / Л. Н. Третьяк, А. Л. Воробьев ; под общей редакцией Л. Н. Третьяк. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 237 с. [Электронный ресурс]: — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/492913> (дата обращения: 15.05.2022).

2. Степанова, Е. А. Метрология и измерительная техника: основы обработки результатов измерений : учебное пособие для вузов / Е. А. Степанова, Н. А. Скулкина, А. С. Волегов ; под общей редакцией Е. А. Степановой. — Москва : Издательство Юрайт, 2022 ; Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та. — 95 с. [Электронный ресурс]: — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/492180> (дата обращения: 24.05.2022).