

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра электронных приборов (ЭП)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И
ЛИНЗЫ ФРЕНЕЛЯ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра электронных приборов (ЭП)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. каф. ЭП

_____ С.М. Шандаров

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И
ЛИНЗЫ ФРЕНЕЛЯ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Разработчик:

доцент каф. ЭП

_____ А.И. Башкиров

«__» _____ 2012

Цель работы

1. Изучить явление дифракции электромагнитных волн, методику расчета дифракционной картины.
2. Исследовать дифракцию электромагнитных волн на одиночной щели в экране, на линзе Френеля.

Сведения из теории

Теория дифракции применима в различных областях и рассмотрена в том числе в учебной и методической литературе. В данном пособии использованы материалы, касающиеся дифракции электромагнитных волн микроволнового и оптического диапазона, изложенные в [1 - 3].

Если среда, в которой распространяется электромагнитная волна, содержит какое-то постороннее препятствие с электрическими параметрами, отличными от собственных параметров среды, то электромагнитное поле, возникающее в таком неоднородном пространстве, будет иметь более сложную структуру, чем поле падающей волны. При наличии постороннего тела в области распространения волны, кроме падающей волны появляется также вторичное поле за счет рассеивания телом. Кроме того, электромагнитное поле проникает и внутрь тела, если проводимость его не бесконечно велика. С физической точки зрения сущность этих явлений аналогична явлениям отражения и преломления плоских волн на границе раздела двух сред.

Распространение электромагнитной волны в среде с посторонним телом часто характеризуется тем, что волна как бы огибает его. В физике такое явление называют *дифракцией* электромагнитных волн. Однако изменение структуры поля первичной волны в такой ситуации не всегда

проявляется как огибание. Поэтому под дифракцией понимают любое изменение структуры поля первичной волны при падении ее на тело или совокупность тел. При излучении и распространении электромагнитных волн в реальных условиях можно наблюдать самые разнообразные формы дифракционных явлений. Это, в частности, огибание волнами поверхности Земли, рассеяние волн дождем или другими частицами, прохождение волн через отверстия различной формы в проводящем экране.

Теоретическое исследование дифракционных явлений сводится к определению полного или вторичного электромагнитного поля по заданным геометрическим и электрическим параметрам тела и заданному полю первичной волны. Если тело, на котором происходит дифракция, имеет простую геометрическую форму (шар, бесконечный круглый цилиндр и др.), возможно провести строгий расчет электромагнитного поля. В большинстве же случаев дифракционные задачи приходится решать приближенно.

Геометрическая оптика соответствует случаю, когда, не учитывая волновой характер поля, рассматривают только направления лучей. Она применима, если рассматриваемая область не мала в сравнении с длиной волны. Падение плоской однородной волны на границу раздела сред описываются законами отражения и преломления, которые, как известно, формулируются в геометрической оптике для лучей.

Дифракция определяется как процесс, вызванный падением волны на тело ограниченных размеров. Можно получить, что всякая дифракционная задача в пределе при стремлении длины волны к нулю решается методами геометрической оптики. Однако следует иметь в виду, что характерные черты дифракции, заставившие выделить это явление, выступают как отклонение от законов геометрической оптики и, следовательно, при таком предельном переходе теряются. Применение правил геометрической оптики в качестве приближения при решении дифракционной задачи закономерно в тех случаях, когда размеры объекта, на котором происходит дифракция, значительно превышают длину волны.

Принцип Гюйгенса – Френеля

Явление дифракции в оптическом диапазоне объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени. Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля все вторичные источники когерентны между собой, поэтому, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, излучаемых фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду и интенсивность результирующей волны в любой точке пространства.

Приближения Френеля и Фраунгофера

Рассмотрим задачу о дифракции волн, падающих на бесконечный непрозрачный экран с отверстием. Экран непрозрачен везде, кроме открытого отверстия, которое мы обозначим через S . Воспользуемся приближениями, которые известны под названием *граничных условий Кирхгофа*:

1. На отверстии S распределение поля U и его производная $\partial U/\partial n$ имеют точно такие же значения, какие они имели бы в отсутствие экрана.
2. На той части поверхности S , которая лежит в области геометрической тени экрана, распределение поля U и его производная dU/dn тождественно равны нулю.

Граничные условия Кирхгофа значительно упрощают результат, однако следует отметить, что при этом пренебрегается краевыми эффектами. Так, наличие экрана будет приводить к искажению электромагнитного поля в области отверстия. Кроме того, за экраном отсутствует резкая граница «свет-тень», так как поле проникает за экраном в область тени на расстояние нескольких длин волн. Но если минимальный размер отверстия много больше длины волны света $S_{\min} \gg \lambda$, то этими краевыми эффектами можно пренебречь и использовать оба граничных условия.

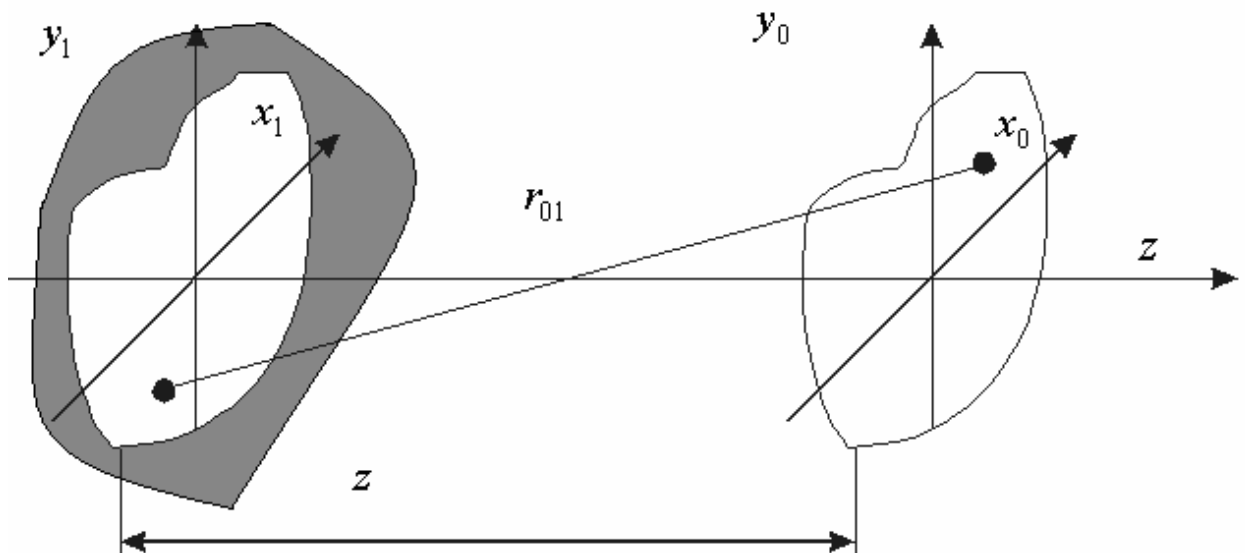


Рис. 1. Дифракция на плоском экране

Дальнейшее упрощение выражения для поля можно произвести, если принять, что расстояние r_{01} от отверстия до точки наблюдения много больше длины волны $r_{01} \gg \lambda$, что обычно имеет место на практике. Учитывая это, можно получить выражение для поля в следующем виде:

$$U_0(x_0, y_0) = \iint_S \frac{1}{i\lambda} U_1(x_1, y_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) dx_1 dy_1. \quad (1)$$

Этот результат известен как *интеграл Френеля – Кирхгофа*.

Можно провести еще некоторые приближения, которые приведут к более простым расчетам распределения электромагнитного поля. Рассмотрим дифракцию монохроматического света на бесконечном плоском непрозрачном экране с отверстием S конечных размеров, который связан с прямоугольной системой координат (x_1, y_1) (рис. 1). Область наблюдения представляет собой плоскость, параллельную плоскости экрана, связанную с системой координат (x_0, y_0) , оси которой параллельны осям плоскости (x_1, y_1) и расположенную на расстоянии z по нормали от него.

Запишем интеграл суперпозиции (1) с бесконечными пределами, предполагая, что в соответствии с граничными условиями Кирхгофа функция $U_1(x_1, y_1)$ за пределами отверстия S тождественно равна нулю.

Приближения будут основываться на предположении, что расстояние z между отверстием экрана и плоскостью наблюдения значительно превышает максимальный линейный размер отверстия S . Также будем рассматривать в плоскости наблюдения конечную область вблизи оси z , учитывая, что расстояние z много больше максимального размера этой области. С учетом этого можно считать, что

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) \approx 1.$$

При этом величина r_{01} в знаменателе выражения (1) будет незначительно отличаться от z , что дает нам право записать (1) в виде

$$U_0(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{iz\lambda} U_1(x_1, y_1) \exp(ikr_{01}) dx_1 dy_1 \quad . \quad (2)$$

Однако величину r_{01} под знаком экспоненты нельзя заменить на z , так как возникающая при этом погрешность многократно увеличивается.

Далее введем приближения для величины r_{01} в выражении (2). Воспользуемся разложением в ряд Тейлора, предположив, что квадратный корень достаточно хорошо аппроксимируется первыми двумя членами этого разложения. Это приближение носит название *приближения Френеля*. Путем несложных преобразований интеграл суперпозиции можно привести к виду

$$U_0(x_0, y_0) = \frac{\exp(ikz)}{iz\lambda} \exp \left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ U_1(x_1, y_1) \exp \left[i \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right] \right\} \times \\ \times \exp \left[-i \frac{2\pi}{z\lambda} (x_0 x_1 + y_0 y_1) \right] dx_1 dy_1 \quad . \quad (3)$$

Когда расстояние z достаточно велико для того, чтобы это выражение можно было считать точным, считается, что наблюдение поля ведется в области *дифракции Френеля*. Расчет дифракционного поля становится проще, если усилить ограничения по сравнению с приближением Френеля.

Если предположить выполнение более жесткого условия, связанного с расстоянием до области наблюдения z , известного, как *приближение Фраунгофера*

$$z \geq \frac{k(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{2} \quad ,$$

то квадратичный фазовый множитель $\exp \left[i \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right]$ под знаком интеграла (3) становится равным приблизительно единице. В этом случае наблюдаемое распределение поля можно найти непосредственно, вычисляя Фурье-образ распределения поля в области отверстия экрана

$$U_0(x_0, y_0) = \frac{\exp(ikz) \exp \left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right]}{iz\lambda} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \exp \left[-i \frac{2\pi}{z\lambda} (x_0 x_1 + y_0 y_1) \right] dx_1 dy_1. \quad (4)$$

Это распределение соответствует *дифракции Фраунгофера*. Таким образом, дифракционное поле (4) представляет собой с точностью до постоянного множителя *преобразование Фурье* от распределения поля на отверстии в экране, вычисленное для пространственных частот $f_x = x_0 / z\lambda$, $f_y = y_0 / z\lambda$.

В качестве примера рассмотрим случай дифракции Фраунгофера на прямоугольном отверстии в непрозрачном экране, обозначив через a и b - размеры отверстия соответственно в направлении x_1 и y_1 . Из (4) можно найти

$$U(x_0, y_0) = \frac{\exp(ikz) \exp \left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right]}{iz\lambda} ab \operatorname{sinc} \left(\frac{ax_0}{z\lambda} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{by_0}{z\lambda} \right). \quad (5)$$

Окончательно дифракционная картина (распределение интенсивности излучения) будет описываться выражением

$$I(x_0, y_0) = \frac{a^2 b^2}{z^2 \lambda^2} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{ax_0}{z\lambda}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{by_0}{z\lambda}\right). \quad (6)$$

Метод зон Френеля. Линзы Френеля

Принцип Гюйгенса - Френеля в рамках волновой теории должен был ответить на вопрос о прямолинейном распространении света. Для определения результирующей амплитуды всех вторичных волн в точке наблюдения Френель предложил метод разбиения фронта волны на кольцевые зоны; впоследствии этот метод был назван методом зон Френеля.

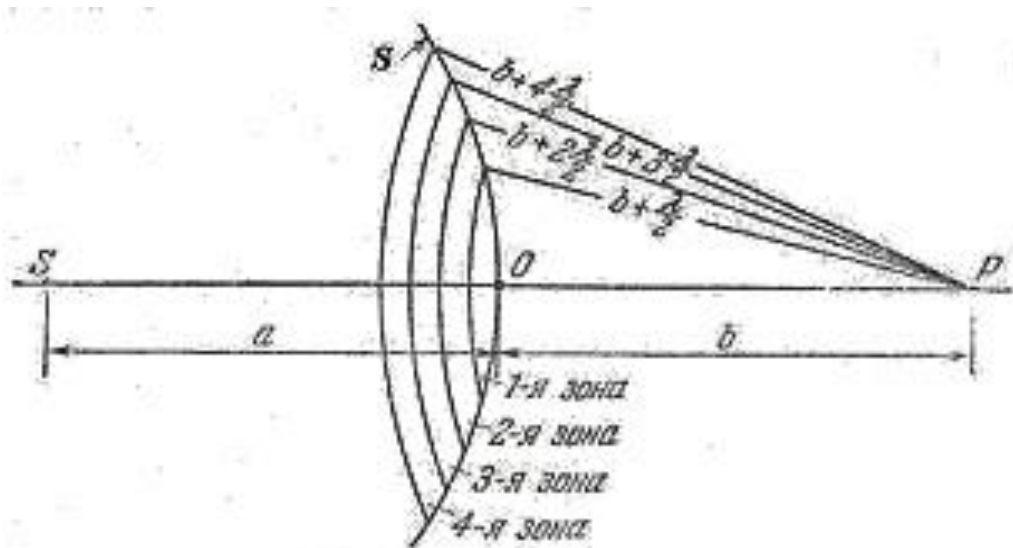


Рис. 2

Найдем в произвольной точке P амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S (рис. 2). Фронт распространяющейся волны разбивается на области, называемые

зонами, так чтобы разность хода вторичных волн от краев двух соседних зон до рассматриваемой точки P была равна половине длины волны. Такое разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проводя сферы с центром в точке P радиусами $b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$, где b - расстояние от вершины волновой поверхности O до точки P . Тогда в точку наблюдения P волны от соседних зон приходят с противоположными фазами, и при наложении они будут ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке P равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (7)$$

где A_1, A_2, \dots, A_m - амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ..., m -й зонами.

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят со знаком «плюс», а от четных – со знаком «минус»; запишем его в таком виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots. \quad (8)$$

Можно показать, что площади зон Френеля одинаковы, и амплитуды волн монотонно убывают с ростом номера зоны. Отсюда приблизительно получим

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

При этом условии в (8) слагаемые, заключенные в скобки, будут равны нулю, и выражение для суммарной амплитуды запишем

$$A = \frac{A_1}{2}.$$

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке P равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь первой зоной.

Изложенный метод деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждается экспериментально. Для этого используют так называемые, зонные пластинки, в простейшем случае - стеклянные пластинки, состоящие из чередующихся прозрачных и непрозрачных концентрических колец, построенных по принципу расположения зон Френеля. Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте - на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения, то для света определенной длины волны она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные, начиная с центральной. В результате этого результирующая амплитуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ должна быть больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт подтверждает это: зонная пластинка увеличивает освещенность в точке P , действуя подобно собирающей линзе.

Такие оптические элементы называют амплитудными линзами Френеля. Следует отметить, что линзу Френеля не используют для построения изображений, а лишь для коллимации или фокусировки излучения. Они нашли применение в крупногабаритных фокусирующих системах морских маяков.

Используется также второй способ создания линз Френеля. Если сделать кольца, закрывающие нечетные зоны Френеля, прозрачными, с показателем преломления и толщиной, соответствующими изменению фазы колебаний на π , то волны, создаваемые всеми зонами, будут суммироваться. Такие элементы называют фазовыми линзами Френеля.

Практически фазовые линзы Френеля имеют два варианта изготовления. Первый представляет собой плоскую подложку с напыленными так называемыми полуволновыми слоями в областях

нечетных зон Френеля. Второй - это объемная деталь, созданная токарной обработкой, шлифовкой и полировкой, или методом полимерной штамповки посредством изготовленной матрицы.

Таким образом, линзы Френеля позволяют справиться с коллимацией пучков большой поперечной апертуры, одновременно являясь плоскими деталями небольшого веса и относительно небольшой сложности изготовления.

Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2, установка собирается на оптической скамье. В качестве источника оптического излучения используется гелий-неоновый лазер (1); на оптический столик или рейтер (2) в зависимости от выполняемого эксперимента устанавливается регулируемая щелевая диафрагма или фазовая линза Френеля. На рейтер или оптический столик (3) устанавливается экран для наблюдения формируемого изображения или измерительный фотодиод.

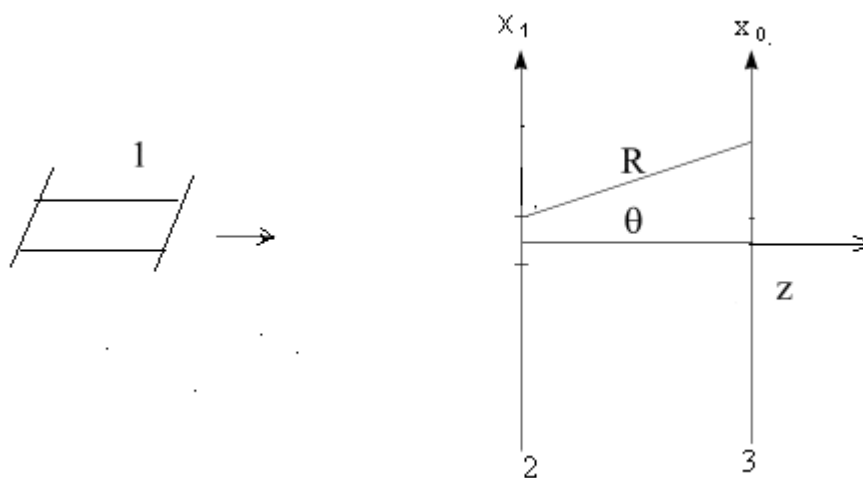


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

Так как в нашем случае в качестве источника оптического излучения используется лазер, дающий когерентный параллельный пучок света, то в установке не используются линзы, которые в случае необходимости ставят впереди и позади диафрагмы. Дифракционная картина видна достаточно четко и при сравнительно небольшом расстоянии экрана от дифракционной решетки.

Задание и порядок выполнения работы

1. Практически щель является прямоугольным отверстием, длина которого значительно больше его ширины. Если наблюдать изображение источника в направлении, перпендикулярном направлению образующей щели, то можно ограничиться рассмотрением дифракционной картины в одном направлении (вдоль оси x_0).

2. Используя соотношение (6) для прямоугольного отверстия, получите выражение, описывающее распределение интенсивности излучения в случае дифракции на одной щели.

3. Рассмотрите влияние ширины щели на распределение интенсивности в дифракционной картине. Для двух значений ширины щели, заданных преподавателем, рассчитайте дифракционную картину для длины волны света $\lambda = 0,63$ мкм и постройте эти зависимости. Объясните причины различия распределений интенсивности в зависимости от ширины щели.

4. Соберите схему для наблюдения дифракции Фраунгофера на щели (рис. 3). Изменяя расстояние между экраном и диафрагмой, добейтесь хорошо различимой дифракционной картины на экране с максимумом интенсивности в центре.

5. Используя измерительный фотодиод ФД-24К, снимите зависимость распределения интенсивности от координаты x . Для этого фотодиод

помещается на оптический столик с микрометрическим винтом, позволяющим перемещать фотодиод в требуемом направлении. Интенсивность излучения пропорциональна току фотодиода и можно ее представить в условных единицах, в качестве которых используются единицы измерения тока (А – Ампер). Ток фотодиода измеряется цифровым мультиметром. Сравните расчетные и экспериментальные дифракционные картины, построив их на одном графике.

6. Для экспериментально заданной ширины диафрагмы, проведя измерения расстояния между дифракционными максимумами, вычислить в приближении дифракции Фраунгофера значения этой ширины. Провести статистическую обработку и сравнить экспериментальные и расчетные величины.

7. Соберите схему для исследования фазовой линзы Френеля (рис. 3), поместив ее на оптический столик (2). Для улучшения качества изображений поместите между лазером и линзой коллиматор, расширяющий апертуру оптического пучка. Наблюдая изображение на экране или с помощью микроскопа, определите положение фокальной плоскости и измерьте фокусное расстояние линзы.

8. Перемещая микроскоп или экран вблизи фокальной плоскости, наблюдайте изменения светового поля. Объясните с физической точки зрения эти закономерности.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление дифракции электромагнитных волн?
2. Сформулируйте граничные условия Кирхгофа.
3. В чем заключаются дифракционные приближения Френеля и Фраунгофера?
4. Как можно объяснить распространение оптического излучения с помощью метода зон Френеля?

5. Чем отличается амплитудная линза Френеля от фазовой? Какая линза является энергетически более выгодной, и почему?

Литература

1. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. - М.: Сов. радио, 1971. - 664 с.

2. Гудмен. Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970. – 364 с.

3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1997. - 542 с.