

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

**А. Е. Мандель**

**Электромагнитные поля и волны:  
методические указания по организации  
самостоятельной работы студентов**

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и студентов, обучающихся по специальностям «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы»

Томск  
2018

УДК 537.8(075.8) + 621.371.3(075.8)  
ББК 22.336я73

**Рецензент:**

**Шарангович С. Н.**, зав. кафедрой сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники,  
канд. физ.-мат. наук

**Мандель Аркадий Евсеевич**

Электромагнитные поля и волны: методические указания / А. Е. Мандель – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2018. –49с.

Рассмотрены виды самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Электромагнитные поля и волны». Приводится программа курса, его цели и задачи. Содержание лекционного курса. Каждый модуль дисциплины заканчивается методическими указаниями. Представлены темы лабораторных занятий, а также темы практических занятий с примерами решения задач. Приведены темы курсовых работ и рассмотрены вопросы их выполнения.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и студентов, обучающихся по специальностям «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы».

УДК 537.8(075.8) + 621.371.3(075.8)  
ББК 22.336я73

© Мандель А.Е, 2018  
© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2018

## Содержание

Введение	4
1 Цели и задачи дисциплины	5
1.1 Цели и задачи дисциплины	5
1.2 Требования к уровню освоения содержания дисциплины	5
1.3 Объем дисциплины и виды учебной работы	5
2 Содержание лекционного курса	6
2.1 Содержание лекционного курса	6
2.2 Разделы лекционного курса	6
3 Лабораторные занятия	8
4 Практические занятия	9
4.1 Темы практических занятий	9
4.2 Примеры решения задач. Тестовые контрольные задания	10
4.2.1 Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах	10
4.2.2 Методы решения задач электростатики	13
4.2.3 Плоские электромагнитные волны и их характеристики	16
4.2.4 Отражение и преломление плоских волн от границы раздела двух сред	20
4.2.5 Направляемые электромагнитные волны и направляющие системы	24
4.2.6 Излучение электромагнитных волн	29
5 Курсовая работа	33
5.1 Цели и задачи курсовой работы	33
5.2 Тематика курсовых работ	33
5.3 Содержание курсовой работы	34
6 Контрольные задания (для студентов заочной формы обучения)	34
6.1 Контрольное задание №1	34
6.2 Контрольное задание №2	40
7 Тестовые вопросы	44
8 Перечень экзаменационных вопросов	47
9 Учебно-методическое обеспечение дисциплины	48

## Введение

Самостоятельная работа студентов является частью учебного процесса при подготовке квалифицированных специалистов, способных самостоятельно и творчески решать стоящие перед ними задачи. В ходе самостоятельной работы формируются важнейшие профессиональные навыки будущего специалиста, такие как: внутренняя готовность к самообразованию в профессиональной сфере, самостоятельность, инициативность и ответственность, умение работать с источниками информации.

Каждая дисциплина должна иметь методическое сопровождение по самостоятельному изучению разделов и тем, указанных в рабочей программе, по написанию рефератов, выполнению расчетно-графических и лабораторных работ. В связи с этим эффективная организация самостоятельной работы студентов требует проведения целого ряда мероприятий, создающих предпосылки и условия для реализации самостоятельной работы, а именно:

- обеспечение студентов информационными ресурсами (учебными пособиями, справочниками, банками индивидуальных заданий);
- обеспечение студентов методическими материалами (учебно-методическими практикумами, сборниками задач, указаниями по выполнению лабораторных работ);
- наличие материальных ресурсов (ПК, измерительного и технологического оборудования для выполнения заданий в рамках НИР и ГПО);
- организация консультаций преподавателей;
- возможность публичного обсуждения теоретических и практических результатов, полученных студентом самостоятельно при выполнении НИРС и ГПО (конференции, олимпиады, конкурсы).

Важным элементом в организации самостоятельной работы студентов является контроль. Контроль требует разработки преподавателем контролирующих материалов в текстовом или тестовом исполнении, а при использовании ПК - пакета прикладных программ для проверки знаний студентов. Эффективная система контроля (в т.ч. электронная система контроля), наряду с рейтинговой системой оценки знаний, позволит добиться систематической самостоятельной работы студентов над учебными материалами и повысить качество обучения.

Учебно- методическое пособие предназначено для студентов , обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и студентов, обучающихся по специальностям «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы».

## 1 Цели и задачи дисциплины.

### 1.1 Цели и задачи дисциплины

Дисциплина «Электромагнитные поля и волны» является базовой дисциплиной в образовании радиоинженера. Она дает основу для последующего изучения таких специальных дисциплин, как «Устройства СВЧ и антенны», «Радиотехнические системы», разделов ряда курсов, касающихся высокочастотных узлов приемно-усилительных устройств, передающих устройств, высокоскоростных систем связи, электромагнитной совместимости.

Целью преподавания дисциплины «Электромагнитные поля и волны» является изучение основ теории электромагнитного поля, закономерностей распространения электромагнитных волн в различных средах и вакууме, методов анализа волноводных и колебательных систем, устройств излучения электромагнитных волн.

Основными задачами дисциплины являются следующие:

- изучение студентами фундаментальных законов, описывающих электромагнитное поле;
- освоение математического аппарата и методов электродинамического описания явлений и процессов в радиоэлектронных устройствах различного назначения;
- формирование умений выполнять исследования электродинамических процессов и явлений, позволяющих повысить эффективность радиоэлектронных систем и устройств;
- формирование умений собирать и анализировать информацию для проектирования средств связи и их элементов на основе электромагнитных явлений.

### 1.2 Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате изучения курса студенты должны:

- **знать** основные понятия электродинамики; основные уравнения, описывающие электромагнитное поле и энергетические соотношения в нем; классы электродинамических задач и подходы к их решению; тенденции развития в области инфокоммуникационных технологий и систем связи; тенденции развития в области радиотехнических систем
- **уметь** проводить анализ технической информации в рамках тематики проектов, связанных с электромагнитными явлениями; осуществлять поиск и анализ информации в области электродинамики, представленной в различных отечественных и зарубежных источниках для проектирования радиотехнических систем и средств связи.
- **владеть**, навыками решения базовых электродинамических задач; навыками расчетов электромагнитных полей и волн, необходимых при решении задач инженерной деятельности; навыками работы с технической документацией.

### 1.3 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебной деятельности представлено в таблице 1.1.

Таблица 1.1- объем дисциплины и виды учебной деятельности

Виды учебной деятельности	4 семестр	Всего	Единицы
Лекционные занятия	36	36	часов
Практические занятия	18	18	часов
Лабораторные занятия	16	16	часов
Самостоятельная работа	38	38	часов
Подготовка и сдача экзамена	36	36	часов
Общая трудоемкость (включая промежуточную аттестацию)	144 4	144 4	часов з.е.

## 2 СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

### 2.1 Разделы дисциплины и виды занятий

Названия разделов (тем) дисциплины	Лек. зан., ч	Прак. зан., ч	Лаб. раб.ч.	Сам. раб.,ч	Всего часов (без экзамена)
1 Основные уравнения электромагнитного поля	8	4	-	4	16
2 Энергия электромагнитного поля	2	-	-	2	4
3 Электростатическое поле	2	4	-	4	10
4 Общие свойства переменного электромагнитного поля	2	-	-	2	4
5 Плоские электромагнитные волны в изотропных неограниченных средах	6	4	4	6	20
6 Отражение и преломление плоских электромагнитных волн на границе раздела двух сред	6	-	4	6	16
7 Направляемые электромагнитные волны и направляющие системы	4	4	4	6	18
8 Электромагнитные колебания в объемных резонаторах	2	-	4	4	10

### 2.2 Разделы лекционного курса

#### 2.2.1 Основные законы электродинамики (8 часов)

Предмет и содержание курса. Векторы электромагнитного поля. Диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Основные уравнения электромагнитного поля – уравнения Максвелла. Материальные уравнения и классификация сред. Поля на границах раздела сред. Граничные условия для векторов электромагнитного поля. Граничные условия на поверхности идеального проводника.

**Методические указания.** Этот раздел является основополагающим и тщательное его усвоение является обязательным не только для успешного изучения курса, но и для целого цикла дисциплин радиотехнического образования. Уравнения Максвелла в интегральной и

дифференциальных формах, материальные уравнения и граничные условия для векторов поля должны быть хорошо усвоены в их воспроизведении, понимании физического смысла и использовании при решении простейших задач. Материал лучше всего изучать, используя основные пособия (1,2).

### **2.2.2 Энергетические соотношения в электромагнитном поле - 2 часа.**

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Уравнения баланса для мгновенных значений мощности электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Средние за период значения энергетических характеристик переменного электромагнитного поля. Скорость переноса энергии электромагнитных полей.

*Методические указания.* Этот раздел также является общим и важным для усвоения многих последующих разделов курса и приложений. Нужно хорошо понять физику и математическую основу описания процессов передачи электромагнитной энергии, в частности, описание процессов излучения. Следует также четко представлять себе физический смысл вектора Пойнтинга. Материал лучше всего изучать, используя (1,2).

### **2.2.3 Электростатическое поле (2 часа).**

Уравнения Максвелла для электростатического поля. Электростатический потенциал. Граничные условия в электростатике. Определение потенциала по заданному распределению заряда. Принцип суперпозиции. Уравнения для электростатического потенциала. Основная задача электростатики. Методы решения задач электростатики. Емкость. Конденсатор в электростатике.

*Методические указания.* Необходимо понять условия применимости рассмотрения поля как квазистационарного. Усвоить методы решения уравнения Лапласа, как основного уравнения квазистационарного электрического поля. Хорошо представлять характер описания электрических связей в системе многих тел. В качестве литературы могут быть рекомендованы (1,2).

### **2.2.4 Общие свойства переменного электромагнитного поля(2 часа).**

Гармонические колебания. Уравнения Максвелла для гармонических колебаний. Комплексные амплитуды полей. Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Магнитные токи и заряды. Уравнения Максвелла с учетом магнитных токов и зарядов. Принцип перестановочной двойственности уравнений Максвелла. Теорема единственности для внутренней и внешней задач электродинамики. Принцип эквивалентности. Лемма Лоренца. Теорема взаимности.

*Методические указания.* Обратите внимание на бивекторный характер векторов поля в символической форме и на следствия, вытекающие из этого факта. Следует также четко представлять себе физический смысл вещественной и мнимой части вектора Пойнтинга и уравнения баланса энергии в символической форме. Литература (1,2).

### **2.2.5 Плоские электромагнитные волны в изотропных неограниченных средах (6 часов)**

Волновой характер переменного электромагнитного поля. Уравнения Гельмгольца. Плоские волны и их характеристики. Волновое число и волновой вектор. Фронт волны. Взаимная ориентация векторов поля и волнового вектора в среде без потерь. Волновое сопротивление среды. Поляризация электромагнитных волн. Электромагнитные волны в средах с потерями. Коэффициент затухания.

*Методические указания.* Общие вопросы о распространении плоских волн можно изучить, пользуясь литературой (1,2).

### **2.2.6 Отражение и преломление плоских электромагнитных волн на границе раздела двух сред (6 часов)**

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух диэлектрических сред. Горизонтальная и вертикальная поляризации. Нормальное падение плоской волны на границу раздела двух сред. Формлы Френеля. Наклонное падение плоской волны на границу раздела сред. Угол Брюстера. Полного отражение от границы раздела двух диэлектрических

сред. Плоская неоднородная волна. Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела диэлектрика и поглощающей среды. Приближенные граничные условия Леонтовича.

**Методические указания.** Обратите внимание на физику процессов, обуславливающих различие в угловых зависимостях коэффициентов отражения волн различных поляризаций. В качестве литературы могут быть рекомендованы (1,2).

### **2.2.7 Направляемые электромагнитные волны и направляющие системы (4 часа).**

Понятие о направляющих системах. Направляемые электромагнитные волны. Условия распространения электромагнитных волн в направляющих системах. Критическая длина волны. Классификация направляемых волн: Т, Е, и Н –волны. Прямоугольный и круглый металлические волноводы. Решение двумерного уравнения Гельмгольца для прямоугольного волновода. Основная волна прямоугольного волновода, ее характеристики и структура поля. Выбор поперечных размеров для одноволнового режима работы волновода.

**Методические указания.** Необходимо хорошо усвоить структуру полей в прямоугольном волноводе, знать области применения волноводов различных типов. Для изучения этого вопроса можно воспользоваться (1,2).

### **2.2.8 Объёмные резонаторы (2 часа).**

Объёмные резонаторы. Анализ собственных колебаний в полых резонаторах. Прямоугольные и цилиндрические полые резонаторы. Определение резонансной частоты и добротности объёмных резонаторов

**Методические указания.** Обратите внимание на общность в расчете резонаторов и волноводов. При изучении можно воспользоваться литературой (1,2).

### **2.2.9 Излучение электромагнитных волн. (4 часа)**

Постановка задачи об излучении. Уравнения Максвелла для области, содержащей сторонние источники. Неоднородные волновые уравнения Гельмгольца. Векторный и скалярный электродинамические потенциалы. Уравнения для электродинамических потенциалов и их решения. Запаздывающие потенциалы. Элементарные электрический и магнитный излучатели: структура поля, диаграммы направленности, сопротивление излучения.

**Методические указания.** Обратите внимание на физический смысл эффектов запаздывания и учет этих эффектов при их математическом описании. Необходимо также хорошо понимать различия в характере полей источников в ближней и дальней зонах излучателей. В качестве литературы можно рекомендовать (1,2).

## **3 ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ (16 час.)**

Основными целями выполнения лабораторных работ являются:

- изучение устройства и принципа действия источников электромагнитных волн и средств измерений СВЧ диапазона;
- приобретение студентами практических навыков в проведении измерений в СВЧ диапазоне;
- углубленное освоение студентами теоретических положений изучаемой дисциплины.

При выполнении лабораторных работ студент должен продемонстрировать знание соответствующего теоретического материала и знакомство с учебно-методической литературой по заданной теме.

Методические указания к лабораторным работам [3] имеются в электронной библиотеке ТУСУРа.



### Список лабораторных работ

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ
1	2.2.5	Исследование поляризации электромагнитных волн - 4 часа
2	2.2.6	Исследование отражения электромагнитных волн от границы раздела двух сред - 4 часа
3	2.2.7	Исследование линий передачи свч диапазона - 4 часа
4	2.2.8	Исследование параметров объёмного резонатора прямоугольного сечения - 4 часа

#### 4. Практические занятия (18 час.)

Решение задач способствует развитию навыков практического применения полученных теоретических знаний, а также позволяет глубже понять физическую сущность электромагнитных процессов и явлений, закрепить в памяти основные формулы, значения важнейших величин и параметров.

##### 4.1 Темы практических занятий

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий
1	2.2.1	Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Материальные уравнения – 4 часа
2	2.2.3	Методы решения задач электростатики -4 часа
3	2.2.5, 2.2.6	Плоские электромагнитные волны и их характеристики -4 часа
4	2.2.7	Электромагнитные волны в линиях передачи -4 часа
5	2.2.9	Элементарные электрический и магнитный излучатели- 2 часа.

Ниже приведен подробный анализ решения некоторых типичных задач, способствующий более глубокому осмыслению студентами изучаемых вопросов, а также примеры тестовых контрольных заданий, с которыми студенты работают на практических занятиях. Подробный анализ решения большого количества типичных задач приведен в учебном пособии [4].

## 4.2 Примеры решения задач. Тестовые контрольные задания

### 4.2.1 Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Материальные уравнения

#### Задача №1

В свободном пространстве выражение электрического поля имеет вид  $\vec{E} = E_0(\vec{x}^0 y - \vec{y}^0 x) \cos \omega t$ . Определить магнитное поле  $\vec{H}$ .

**Решение:** Для решения задачи используем 2-е уравнение Максвелла.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{bmatrix} \vec{x}^0 & \vec{y}^0 & \vec{z}^0 \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} E_0 \cos \omega t = -\vec{z}^0 2E_0 \cos \omega t.$$

Интегрируя затем  $\operatorname{rot} \vec{E}$  по времени, определим вектор  $\vec{B}$ .

$$\vec{B} = \int \vec{z}^0 2E_0 \cos \omega t \cdot dt = \vec{z}^0 \frac{2E_0}{\omega} \sin \omega t.$$

Используя материальное уравнение, находим вектор  $\vec{H}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \Rightarrow \vec{H} = \vec{z}^0 \frac{2E_0}{\mu\omega} \sin \omega t.$$

Проверим, существует ли в природе такое поле. Для этого подчиним полученное магнитное поле первому уравнению Максвелла:  $\operatorname{rot} \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t$ .

Так как  $\vec{H}$  не зависит от координат, то  $\operatorname{rot} \vec{H} = 0$ . Следовательно,  $\varepsilon \cdot \partial \vec{E} / \partial t = 0$ . Откуда  $\vec{E} = 0$ . Поэтому, заданного в таком виде переменного электромагнитного поля в природе не существует.

#### Задача №2

Анизотропный диэлектрик имеет диэлектрическую проницаемость

$$\|\varepsilon\| = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \alpha & 0 \\ \alpha & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix}$$

К нему приложено электрическое поле  $\vec{E} = \vec{x}^0 E_x + \vec{z}^0 E_z$ .

Найдите выражение для вектора электрического смещения  $\vec{D}$ . Определите угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ .

**Решение.** Так как диэлектрик имеет анизотропную диэлектрическую проницаемость, то вектор электрического смещения  $\vec{D}$  будет определен следующим выражением:

$$\vec{D} = \|\varepsilon\| \vec{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \alpha & 0 \\ \alpha & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{bmatrix}$$

Перемножая строку на столбец, получим проекции вектора смещения:  $D_x = \varepsilon_1 E_x$ ,  $D_y = \alpha E_x$ ,  $D_z = \varepsilon_0 E_z$ .

Из них составим вектор смещения  $\vec{D}$

$$\vec{D} = \bar{x}^0 \varepsilon_1 E_x + \bar{y}^0 \alpha E_x + \bar{z}^0 \varepsilon_0 E_z.$$

Для определения угла между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  запишем скалярное произведение векторов

$$(\vec{D} \vec{E}) = D_x E_x + D_z E_z = \sqrt{D_x^2 + D_y^2 + D_z^2} \sqrt{E_x^2 + E_z^2} \cos(\vec{D} \vec{E}), \quad \text{откуда}$$

$$\angle(\vec{D} \vec{E}) = \arccos \left( \frac{D_x E_x + D_z E_z}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2 + D_z^2} \cdot \sqrt{E_x^2 + E_z^2}} \right).$$

### Задача №3

Плотность полного тока в проводящей среде задана  $\vec{j} = \bar{x}_0 \delta + \bar{y}_0 4\delta$

Удовлетворяет ли данный ток уравнениям Максвелла?

**Решение.** Удовлетворяет, если  $\text{div} \vec{j} = 0$ . Расчёт, однако, показывает, что  $\text{div} \vec{j} = 5$ . Это означает, что заданное выражение плотности тока не удовлетворяет требованию непрерывности тока.

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1.

Вектор электрической индукции определяется выражением  $\vec{D} = y^2 \vec{i} - x \vec{j}$ . Определить объёмный заряд, создающий это поле.

#### ОТВЕТЫ:

- 1) 0
- 2)  $2y - 2x$
- 3)  $y^2 - x^2$
- 4)  $4y \vec{i} - 2x \vec{j}$
- 5) правильного ответа не приведено.

#### ВОПРОС 2.

Вектор  $\vec{E}$  электромагнитного поля равен  $\vec{E} = E_0 \bar{x}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$ . Определить вектор  $\vec{H}$ .

#### ОТВЕТЫ:

- 1)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \bar{y}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$

$$2) \bar{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \bar{z}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$$

$$3) \bar{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} E_0 \bar{x}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$$

$$4) \bar{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \bar{x}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$$

$$5) \bar{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} E_0 \bar{y}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot z)$$

### ВОПРОС 3.

Каков физический смысл третьего уравнения Максвелла  $\oint_S \bar{D} d\bar{S} = 0$ ?

### ОТВЕТЫ

1. Снаружи замкнутой поверхности  $S$  нет источников поля;
2. Внутри замкнутой поверхности  $S$  нет ни источников, ни стоков поля, поток вектора  $D$  через  $S$  равен нулю;
3. Такой вид уравнения Максвелла смысла не имеет;
4. Внутри замкнутой поверхности  $S$  нет источников поля;
5. Снаружи замкнутой поверхности  $S$  отсутствуют стоки поля.

### ВОПРОС 4.

В объёме  $V$  имеется заряд  $Q=2k$  и заряд  $Q_2$ . Определить  $Q_2$ , если известно, что поток вектора  $D$  через поверхность  $S$ , охватывающую объём  $V$ , равен  $1k$ .

### ОТВЕТЫ:

1.  $Q_2=-5k$
2.  $Q_2=-3k$
3.  $Q_2=-2k$
4.  $Q_2=-1k$
5.  $Q_2=-4k$

### ВОПРОС 5.

Вектор  $\bar{D}$  направлен под углом  $\alpha_1 = 30^\circ$  к границе раздела двух сред, диэлектрические проницаемости которых относятся так  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Определить угол  $\alpha_2$  между вектором  $\bar{D}$  и границей раздела во второй среде.

### ОТВЕТЫ:

- 1)  $\alpha_2=0$
- 2)  $\alpha_2=45^\circ$
- 3)  $\alpha_2=60^\circ$
- 4)  $\alpha_2=30^\circ$
- 5)  $\alpha_2=90^\circ$

## 4.2.2 Методы решения задач электростатики

### Задача №1

Над проводящей плоскостью, имеющей положительный заряд  $\xi$ , на высоте  $h$ , параллельно ей подвешен заряженный провод с погонной плотностью заряда  $+\tau$  (рис.1). На какой высоте должен быть расположен провод, чтобы сила, действующая на него со стороны плоскости, равнялась нулю?

**Решение** При решении используем метод зеркального отображения для нити без учета заряда на плоскости и принцип суперпозиции потенциалов, полученных от 2-х зарядов и от плоскости.

Для зарядов  $+\tau$  и  $-\tau$  потенциал в точке  $M$  на высоте  $h$  определяется выражением

$$\varphi_M = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon} (\ln R_1 - \ln R_2), \text{ где } R_1 = \sqrt{(h-z)^2 + r^2} \text{ а } R_2 = \sqrt{(h+z)^2 + r^2},$$

который при  $r=0$  принимает вид  $\varphi_M = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon} (\ln(h-z) - \ln(h+z))$ .

Поверхностный заряд, наводимый заряженной нитью на проводящей поверхности

при  $z=0$   $\xi_{z=0} = -\epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial z_{z=0}} = -\frac{\tau}{2\pi} \cdot \frac{(h-z) + (h+z)}{h^2 + z^2} = -\frac{\tau}{\pi h}$ .

Чтобы сила, действующая на провод была равна нулю, необходимо выполнить

равенство  $\xi = |\xi_{z=0}| = \frac{\tau}{\pi h}$ , откуда высота подвеса должна быть равна  $h = \frac{\tau}{\pi \xi}$ .

### Задача №2

Получите выражение в точке  $M$  для потенциала  $\varphi$ , создаваемого точечным зарядом  $q$ , расположенным над идеально проводящей плоскостью на высоте  $h$  (рис.2).

#### **Решение:**

Используем метод зеркального отображения и принцип суперпозиции. Метод зеркального отображения заключается в том, что металлическая поверхность заменяется зеркально отображенным зарядом  $(-q)$ .

Согласно принципа суперпозиции, записываем выражение для потенциала в точке  $M$  от двух зарядов:

$$\varphi = \varphi_{(q)} + \varphi_{(-q)} = \frac{q}{4\pi\epsilon a} - \frac{q}{4\pi\epsilon 5a} = \frac{4q}{20\pi\epsilon a} = \frac{q}{5\pi\epsilon a}.$$

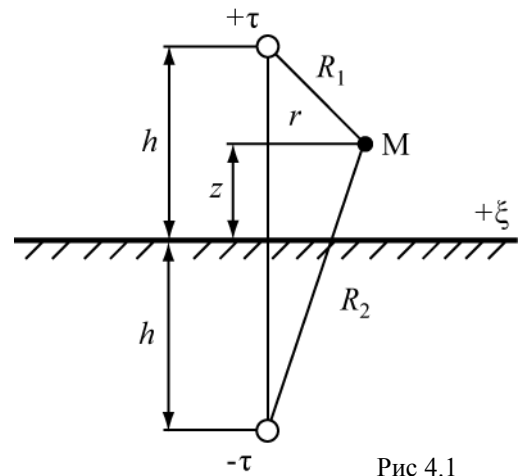


Рис 4.1

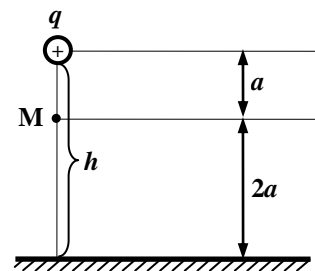


Рис. 4.2

### Задача № 3

Определите энергию электрического поля, запасенную в объеме цилиндра радиуса  $R=1\text{м}$  и длиной  $l=1\text{м}$ . Ось цилиндра совпадает с осью  $OZ$  (см. рис.3). Потенциал внутри цилиндра известен  $\varphi = x^2 + y^2$ , [В/м<sup>2</sup>].

#### Решение

Определим энергию электрического поля, запасенную в объеме цилиндра по формуле (2.17)  $W_{\text{Э}} = \frac{\varepsilon}{2} \int_V |E|^2 dV$ . Запишем заданный потенциал в цилиндрической системе координат  $\varphi = x^2 + y^2 = r^2$  и элемент объема цилиндра  $dV = r dr d\alpha dz$ . Определим напряженность электрического поля как  $E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -2r$  Тогда

$$W_{\text{Э}} = \frac{\varepsilon}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^l 4r^2 r dz d\alpha dr = \frac{\varepsilon}{2} l \cdot 2\pi \cdot \frac{4R^4}{4} = \pi \varepsilon R^4 l$$

**Ответ:** Для числовых значений задачи  $W_{\text{Э}} = \pi \cdot \varepsilon$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1

Какой из приведенных ниже векторов может быть вектором напряженности электростатического поля?

#### ОТВЕТЫ:

1.  $\vec{A} = 7 \cdot x^4 \cdot \vec{i} + 6 \cdot y^3 \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ ;
2.  $\vec{A} = y^2 \cdot x^2 \cdot \vec{i} + z^2 \cdot x^2 \cdot \vec{j} + y^2 \cdot \vec{k}$ ;
3.  $\vec{A} = x^2 \cdot \vec{j} - y \cdot \vec{k}$ ;
4.  $\vec{A} = [\vec{k}, \vec{r}]$ ;
5.  $\vec{A} = 7 \cdot y \cdot x^4 \cdot \vec{i} + 6 \cdot y^3 \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ ;

#### ВОПРОС 2

В поле  $\vec{E} = 3 \cdot E_0 \cdot x \cdot \vec{i} + 2 \cdot E_0 \cdot y \cdot \vec{j} - E_0 \cdot \vec{k}$  перемещается единичный заряд из точки  $A(0,1,0)$  в точку  $B(0,5,0)$ . Определить совершенную при этом работу.

#### ОТВЕТЫ:

1.  $-4 \cdot E_0$ ;
2.  $9 \cdot E_0$ ;
3.  $4 \cdot E_0$ ;
4.  $24 \cdot E_0$ ;
5.  $-9 \cdot E_0$ ;

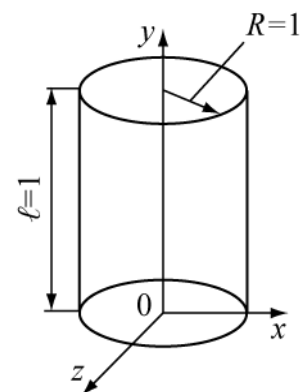
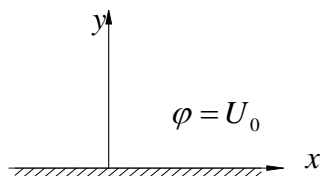


Рис. 4.3

### ВОПРОС 3

Вблизи поверхности пластины с потенциалом  $\varphi = U_0$ , распределение потенциала описывается выражением  $\varphi = U_0 + 3 \cdot U_0 \cdot y \cdot x^2 - U_0 \cdot y^3$  Какие распределения зарядов создают этот потенциал?



### ОТВЕТЫ:

1. В поле присутствует точечный заряд в т.(0,0);
2. Только объемные заряды над пластиной;
3. Поверхностные заряды на пластине и объемные вне ее;
4. Только поверхностные заряды на пластине;
5. Отсутствуют поверхностные заряды на пластине и объемные вне её.

### ВОПРОС 4

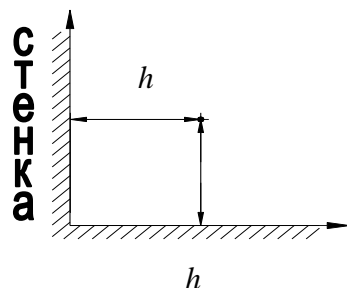
Как изменится ёмкость плоского конденсатора, если диэлектрическую проницаемость заполняющей его среды увеличить в 2 раза, а площадь обкладок уменьшить в 4 раза?

### ОТВЕТЫ:

1. Не изменится;
2. Увеличится в 8 раз;
3. Уменьшится в 2 раза;
4. Увеличится в 2 раза;
5. Уменьшится в 8 раз.

### ВОПРОС 5:

На расстоянии  $h$  от равномерно заряженного провода, повешенного над землёй на высоту  $h$ , построили стену. Считая поверхность стены проводящей, определить во сколько раз изменится электрическая сила, действующая на провод, по сравнению с случаем, когда стены не было.



### ОТВЕТЫ:

1. Не изменится;
2. Увеличится в 2 раза;
3. Уменьшится в 2 раза;
4. Увеличится в  $\sqrt{2}$  раз;
5. Уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз.

### 4.2.3 Плоские электромагнитные волны и их характеристики

#### Задача №1

Плоская электромагнитная волна распространяется в свободном пространстве (вакууме). Задана комплексная амплитуда магнитного поля

$$\dot{\vec{H}}(y) = -\vec{z}_0 H_0 e^{-i(ky + \pi/3)}.$$

Определить: 1) Комплексную амплитуду электрического поля,

2) Мгновенные значения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ,

3) Амплитуды полей  $E_0$  и  $H_0$ , если при  $t=0$  в точке  $y=0$  величина вектора  $\vec{E}$  равна 1 В/м,

4) Величину векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в момент времени  $t=10^{-6}$  с в точке с координатой  $y=100$  м, если частота волны  $f=1$  МГц.

#### Решение:

1) Очевидно, что в данном случае волна распространяется в положительном направлении оси «у», в эту же сторону направлен вектор Пойнтинга. Изобразим систему координат (правовинтовую) и векторы  $\vec{H}$  и  $\vec{\Pi}$  в некоторой точке пространства.

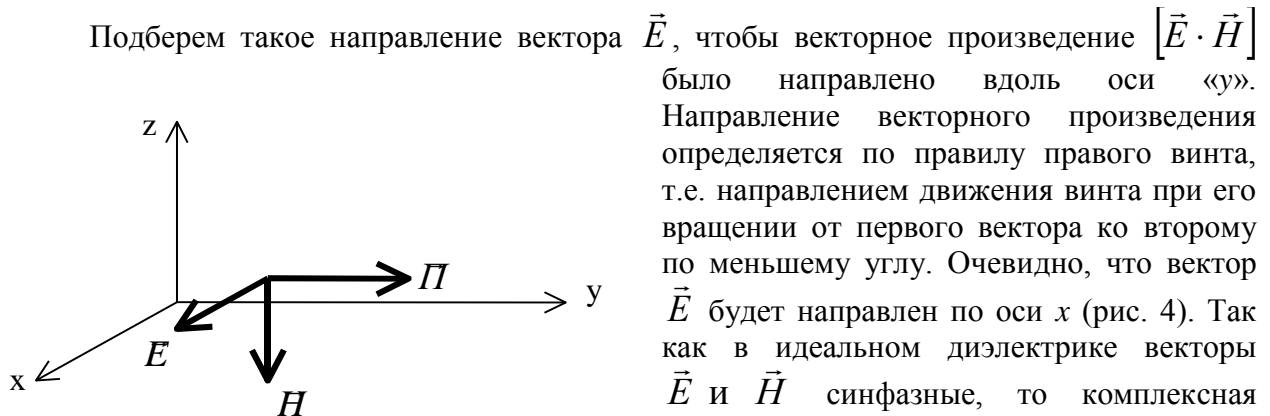


Рис.4.5

Подберем такое направление вектора  $\vec{E}$ , чтобы векторное произведение  $[\vec{E} \cdot \vec{H}]$  было направлено вдоль оси «у». Направление векторного произведения определяется по правилу правого винта, т.е. направлением движения винта при его вращении от первого вектора ко второму по меньшему углу. Очевидно, что вектор  $\vec{E}$  будет направлен по оси x (рис. 4). Так как в идеальном диэлектрике векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  синфазные, то комплексная амплитуда вектора  $\vec{E}$  будет иметь вид:

$$\dot{\vec{E}}(y) = \vec{x}_0 E_0 e^{-i(ky + \pi/3)}.$$

Амплитуда  $E_0$  определится через  $H_0$  и волновое сопротивление среды

$$E_0 = H_0 \cdot W_0.$$

2) Мгновенные значения напряженностей  $E$  и  $H$  определяются через комплексные амплитуды как

$$\vec{E}(y, t) = \text{Re} \left[ \dot{\vec{E}}(y) \cdot e^{i\omega t} \right] = \text{Re} \left[ \vec{x}_0 E_0 \cdot e^{i(\omega t - ky - \pi/3)} \right] = \vec{x}_0 E_0 \cos(\omega t - ky - \pi/3).$$

Аналогично  $\vec{H}(y, t) = -\vec{z}_0 H_0 \cos(\omega t - ky - \pi/3)$ .

3) Определим  $E_0$  из условия задачи

$$E(y=0, t=0) = E_0 \cos(-\pi/3) = 1 \text{ В/м}.$$

Отсюда

$$E_0 = 2 \text{ В/м} \quad \text{и} \quad H_0 = \frac{E_0}{W_0} = \frac{2}{120\pi} = 5.305 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}.$$

4) Чтобы определить мгновенное значение векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в заданной точке ( $y=100$ м) в момент времени  $t=10^{-6}$  с подсчитаем значение фазы волны в этой точке для



данного момента времени. Для этого найдем значение волнового числа  $k$ . Поскольку фазовая скорость в вакууме равна  $c$ - скорости света, то

$$k = \omega/c = \frac{2\pi 10^6}{3 \cdot 10^8} = \frac{2\pi}{3} 10^{-2} \text{ 1/м.}$$

Фаза волны в данной точке пути в заданный момент времени определится как

$$\varphi = \omega t - ky - \pi/3 = 2\pi \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} - \frac{2\pi}{3} 10^{-2} \cdot 100 - \pi/3 = \pi.$$

Мгновенные значения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  при  $y=100\text{м}$  и  $t=10^{-6}\text{с}$  будут равны:

$$\vec{E} = \vec{x}_0 E_0 \cos \pi = -\vec{x}_0 2 \text{ В/м}, \quad \vec{H} = -\vec{z}_0 H_0 \cos \pi = \vec{z}_0 5.305 \cdot 10^{-3} \text{ А/м.}$$

### Задача №2

Плоская электромагнитная волна с частотой  $f=10^8$  Гц распространяется в среде с параметрами  $\varepsilon_r = 2.25$ ,  $\text{tg}\Delta = 0.4$ ,  $\mu_r = 1$  в направлении оси «z». Амплитуда электрического поля в плоскости  $z=0$  равна 100 В/м. Определить среднюю плотность потока мощности в плоскости  $z=1\text{м}$  и ослабление волны на этом расстоянии.

**Решение:**

Найдем угол потерь  $\Delta = \text{arctg} 0.4 \approx 0.38 \text{ рад} = 21.77^\circ$ .

Определим волновое сопротивление среды

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\mu \cdot \cos \Delta}{\varepsilon}} e^{i \frac{\Delta}{2}} = 120\pi \sqrt{\frac{\cos 0.38}{2.25}} e^{i 0.19} = 242.2 e^{i 0.19} \text{ Ом.}$$

Определим среднюю величину вектора Пойнтинга в плоскости  $z=0$  по формуле (4.11)

$$P_{cp}(0) = \frac{|\dot{\vec{E}}|^2}{2} \text{Re} \left( \frac{1}{\dot{Z}_c} \right) = \frac{10^4}{2} \text{Re} \left( \frac{1}{242.2} e^{-i 0.19} \right) = \frac{10^4}{2 \cdot 242.2} \cos(0.19) = 20.27 \text{ Вт/м}^2$$

Определим коэффициент затухания по формуле (4.7)

$$k'' = k_0 \sqrt{\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \Delta})} = \frac{2\pi 10^8}{3 \cdot 10^8} \sqrt{2.25} \sqrt{\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 0.4^2})} = 6.1656 \cdot 10^{-1} \text{ 1/м.}$$

На расстоянии 1 м затухание вектора Пойнтинга составит

$$e^{2k'' \cdot 1} = 3.432 \quad \text{или} \quad L = 10 \lg(e^{2k'' \cdot 1}) = 5.355 \text{ дБ.}$$

### Задача №3

Плоская электромагнитная волна с частотой  $f=1$  МГц распространяется в морской воде с параметрами  $\varepsilon_r = 81$ ,  $\sigma = 1 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ . Определить фазовую скорость, длину волны, коэффициент затухания и волновое сопротивление среды.

### Решение

Учтем, что по условию задачи известна относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_r$ , а в формулы для параметров волны входит полная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ , где  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{\Phi}{м}$ . Кроме того, не задана магнитная проницаемость воды, но известно, что вода не является ферромагнитным веществом и, поэтому  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$ .

Определим  $tg\Delta$ :

$$tg\Delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{36\pi \cdot 10^9}{2\pi \cdot 10^6 \cdot 81} = \frac{2 \cdot 10^3}{9} \approx 2.22 \cdot 10^2.$$

Так как  $tg\Delta \gg 1$ , то на этой частоте морская вода ведет себя как проводник, т.е. амплитуда плотности тока проводимости много больше амплитуды плотности тока смещения. Определим  $k'$  и  $k''$ :

$$k' \approx k'' \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2}} = 1.987 \frac{1}{м}.$$

Таким образом, коэффициент затухания равен  $k'' = 1.987 \frac{1}{м}$ . Определим фазовую скорость и длину волны

$$v_\phi = \frac{\omega}{k'} = \frac{2\pi \cdot 10^6}{1.987} = 3.162 \cdot 10^6 \frac{м}{с} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k'} = \frac{2\pi}{1.987} = 3.162 м.$$

Сравним эти значения с фазовой скоростью в вакууме (а) и в дистиллированной воде с параметрами  $\varepsilon_r = 81$ ,  $\sigma = 0$  (б).

$$а) \quad v_\phi = c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}; \quad \lambda_0 = \frac{c}{f} = 300 м;$$

$$б) \quad v_\phi = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{81}} = 3.333 \cdot 10^7 \frac{м}{с}; \quad \lambda = \frac{v_\phi}{f} = 33.33 м.$$

Видно, что увеличение диэлектрической проницаемости и проводимости вещества приводит к уменьшению фазовой скорости и соответственно уменьшению длины волны в данном веществе.

Определим волновое сопротивление среды.

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\mu \cdot \cos\Delta}{\varepsilon}} \cdot e^{i\frac{\Delta}{2}}.$$

Поскольку  $tg\Delta \approx 222 \gg 1$ , то  $\cos\Delta = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\Delta}} \approx \frac{1}{tg\Delta}$  и  $\Delta \approx 90^\circ$ .

$$\dot{Z}_c \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r tg\Delta}} \cdot e^{i\pi/4} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{81 \cdot 222}} e^{i\pi/4} \approx 2.811 \cdot e^{i\pi/4} Ом.$$

Полученное значение волнового сопротивления означает, что отношение амплитуд полей  $E$  и  $H$  составляет 2.811 Ом и электрическое поле опережает по фазе магнитное на  $45^\circ$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1:

Найти вектор  $\vec{E}$  плоской электромагнитной волны, если:  
 $H = -y_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ .

#### ОТВЕТЫ:

1.  $\vec{E} = \frac{\varepsilon \cdot \varpi}{k} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;
2.  $\vec{E} = \frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \cos(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;
3.  $\vec{E} = -\frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;
4.  $\vec{E} = -\frac{\varepsilon \cdot \varpi}{k} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \cos(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;
5.  $\vec{E} = \frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;

#### ВОПРОС 2:

Мощность плоской электромагнитной волны уменьшается на метре пути в 20 раз. Какова постоянная затухания волны?

#### ОТВЕТЫ:

1.  $20 \text{ дБ/м}$ ;
2.  $15 \text{ дБ/м}$ ;
3.  $13 \text{ дБ/м}$ ;
4.  $26 \text{ дБ/м}$ ;
5.  $10 \text{ дБ/м}$

#### ВОПРОС 3:

Вертикально поляризованная волна падает на границу раздела под углом Брюстера. Каким при этом будет коэффициент отражения?

#### ОТВЕТЫ:

1.  $\frac{1}{2}$ ;
2.  $\frac{1}{4}$ ;
3. 1;
4.  $\frac{1}{3}$ ;
5. 0.

**ВОПРОС 4:**

В каком направлении распространяется плоская электромагнитная волна, если

она записывается в форме:  $\vec{H} = H_0 \cdot \vec{y}_0 \cdot e^{i \left( \omega t - \frac{2\pi}{2\lambda} \cdot x + \frac{2\pi \cdot \sqrt{3}}{2\lambda} \cdot z \right)}$  ?

- ОТВЕТЫ:**
1. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-Z$  и  $60^\circ$  к оси  $+X$  ;
  2. Под углом  $60^\circ$  к оси  $+Z$  и  $30^\circ$  к оси  $-X$  ;
  3. Под углом  $60^\circ$  к оси  $+X$  и  $30^\circ$  к оси  $-Z$  ;
  4. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-Z$  и  $60^\circ$  к оси  $+Y$  ;
  5. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-Y$  и  $60^\circ$  к оси  $+X$  ;

**ВОПРОС 5:**

В каком отношении находятся мощности, переносимые волной с круговой поляризацией  $P_K$  и линейно поляризованной волной  $P_L$ , если амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волн одинаковы?

**ОТВЕТЫ:**

1.  $P_K = P_L$  ;
2.  $P_K = 2 \cdot P_L$  ;
3.  $P_K = \frac{1}{2} \cdot P_L$  ;
4.  $P_K = \sqrt{2} \cdot P_L$  ;
5.  $P_K = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot P_L$  .

**4.2.4 Отражение и преломление плоских волн от границы раздела двух сред****Задача №1**

Найти фазовую скорость и глубину проникновения неоднородной плоской волны, возникающей при падении плоской волны из среды 1 с параметрами  $\epsilon_{r1} = 3.4$ ,  $\mu_{r1} = 1$ ,  $\sigma = 0$  на границу с воздухом - среда 2. Угол падения  $45^\circ$ , частота поля 35 ГГц.

**Решение**

Электрические параметры воздуха можно принять такими же, как у вакуума, т.е.  $\epsilon_{r2} = 1$ ,  $\mu_{r2} = 1$ ,  $\sigma_2 = 0$ . Определим угол полного отражения:

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3.4}}\right) = 32,8^\circ .$$

Поскольку  $\varphi > \varphi_0$ , то в среде 2 будет существовать неоднородная плоская волна, называемая также поверхностной. Ее фазовая скорость и коэффициент убывания в среде 2 определяются выражениями:

$$v_\varphi = \frac{v_{\varphi 1}}{\sin \varphi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r1}} \sin \varphi} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3.4} \sin 45^\circ} = 2.308 \cdot 10^8 \text{ м/с} .$$

$$\beta_2 = k_2 \sqrt{\left(\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0}\right)^2 - 1} = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_r} 2}{c} \sqrt{\left(\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0}\right)^2 - 1} = 6.12 \cdot 10^2 \text{ 1/м}.$$

Глубина проникновения поля во вторую среду  $\delta$  определится как расстояние, на котором амплитуда поля уменьшится в  $e \approx 2.71$  раз.

$$\delta = 1/\beta_2 = 1.64 \text{ м}.$$

Таким образом, поле в воздухе на границе с диэлектриком распространяется вдоль границы со скоростью меньшей скорости света и "прижато" к границе с диэлектриком.

## Задача №2

Плоская электромагнитная волна падает под углом  $\varphi=30^\circ$  из воздуха на поверхность идеального диэлектрика с параметрами  $\varepsilon_r=4$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\sigma=0$ .

Амплитуда вектора  $\vec{E}$  падающей волны равна 1 в/м, поляризация – горизонтальная.

**Определить**

- 1) амплитуды векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  отраженной и преломленной волн,
- 2) мгновенные значения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в точке падения,
- 3) среднюю по времени плотность потока мощности, переносимую каждой волной.

### Решение

1) Обозначим все величины, относящиеся к первой среде – воздуху цифрой «1», а ко второй среде – диэлектрику – цифрой «2».

Определим угол преломления из закона Снеллиуса (4.25)

$$k_1 \sin \varphi = k_2 \sin \psi, \quad \text{где } k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r};$$

$$\sin \psi = \frac{k_1}{k_2} \cdot \sin \varphi = \frac{\sin 30^\circ}{\sqrt{4}} = \frac{1}{4}; \quad \psi = 14^\circ 30'; \quad \cos \psi = 0.968.$$

Определим коэффициент прохождения для волны с горизонтальной поляризацией по формулам (4.26) и (4.27).

$$T_\Gamma = \frac{2\dot{Z}_{c2} \cos \varphi}{\dot{Z}_{c2} \cos \varphi + \dot{Z}_{c1} \cos \psi}; \quad \dot{Z}_{c1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi; \quad \dot{Z}_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = 60\pi;$$

В результате получим  $T_\Gamma = 0.618$  и  $R_\Gamma = T_\Gamma - 1 = -0.382$ .

Амплитуды векторов  $\vec{E}$  отраженной и преломленной волн определяются как

$$E_{np} = T_\Gamma E_{nad} = 0.618 \cdot 1 \text{ В/м} = 0.618 \text{ В/м} \quad \text{и} \quad E_{omp} = R_\Gamma E_{nad} = -0.382 \text{ В/м}.$$

Знак «-» у амплитуды отраженной волны означает противоположное направление электрического вектора отраженной волны по отношению к вектору  $\vec{E}$  падающей волны. Амплитуды векторов  $\vec{H}$  можно найти через векторы  $\vec{E}$  и волновые сопротивления.

$$H_{nad} = \frac{E_{nad}}{Z_{c1}} = 2.652 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}, \quad H_{omp} = \frac{E_{omp}}{Z_{c1}} = -1.013 \cdot 10^{-3} \text{ А/м};$$

$$H_{np} = \frac{E_{np}}{Z_{c2}} = 3.278 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$$

В полученных результатах следует обратить внимание на то, что  $H_{np} > H_{над}$ . Это можно объяснить тем, что вторая среда – электрически более плотная ( $\epsilon_2 > \epsilon_1$ ), что приводит к уменьшению напряженности электрического и увеличению напряженности магнитного полей.

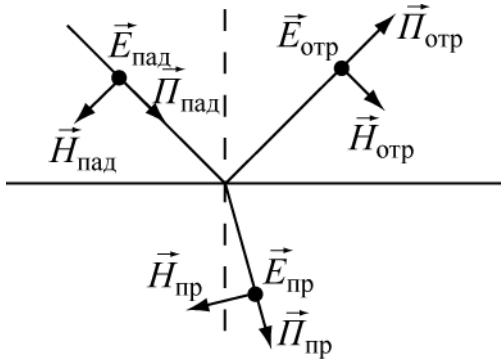


Рис. 4.6.

2) Построим поля  $E$  и  $H$  в падающей, отраженной и преломленной волнах. Точки на рисунке 5 изображают векторы  $\vec{E}$ , направленные к нам (видно острие стрелы), кружок с крестиком – вектор  $\vec{E}$ , направленный от нас (видно оперение стрелы). Изменение направления векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в отраженной волне связано с отрицательным значением коэффициента отражения  $R$ .

3) Определим средние значения векторов Пойнтинга во всех волнах. Поскольку векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в идеальном диэлектрике синфазные, то формула упрощается

$$\begin{aligned} \Pi_{над,ср} &= \frac{1}{2} E_{над} H_{над} = 1.326 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2; \\ \Pi_{ср} &= \frac{1}{2} |E||H| = \frac{|E|^2}{2Z_c} = \frac{1}{2} |H|^2 Z_c. \quad \Pi_{отр,ср} = \frac{1}{2} E_{отр} H_{отр} = 0.193 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2; \\ \Pi_{пр,ср} &= \frac{1}{2} E_{пр} H_{пр} = 1.013 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2. \end{aligned}$$

Сравнение значений векторов Пойнтинга показывает, что

$$\Pi_{над,ср} > \Pi_{отр,ср} + \Pi_{пр,ср}$$

и может показаться, что это противоречит закону сохранения энергии. Однако, это не так.

Чтобы убедиться в этом, выделим вокруг вектора Пойнтинга в падающей волне энергетическую трубку – область пространства, ограниченную векторами Пойнтинга. Пусть  $S$  – площадь поперечного сечения этой трубки. Тогда, мощность падающей волны в этой трубке будет равна

$$\Pi_{над,ср} \cdot S.$$

Площадь энергетической трубки отраженной волны останется такой же, а в преломленной волне – увеличится из-за увеличения размера трубки в плоскости падения волны в  $\frac{\cos \psi}{\cos \varphi}$  раз. Размер трубки в поперечном направлении не изменится. Таким образом,

закон сохранения энергии требует чтобы мощность в энергетической трубке падающей волны была равна сумме мощностей в трубках отраженной и преломленной волн. Это приводит к равенству

$$\Pi_{над,ср} = \Pi_{отр,ср} + \Pi_{пр,ср} \cdot \frac{\cos \psi}{\cos \varphi},$$

которое, как нетрудно убедиться, выполняется.

## Примеры тестовых контрольных заданий

### Вопрос 1.

Для каких соотношений между проницаемостями двух сред коэффициент отражения от их границы раздела будет равен 0?

#### Ответы:

1.  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ ,  $\mu_1$  и  $\mu_2$  - любые.
2.  $\mu_1 = \mu_2$ ,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - любые.
3.  $\mu_1 \varepsilon_1 = \mu_2 \varepsilon_2$ .
4.  $\left(\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\right) = \left(\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}\right)$ .
5.  $\left(\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\right) = 2 \left(\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}\right)$ .

### Вопрос 2.

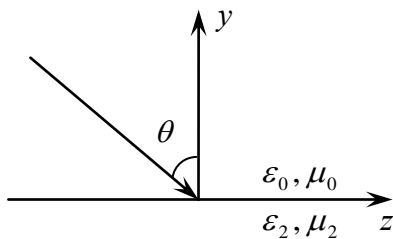
Волна произвольной поляризации падает на границу раздела немагнитных диэлектриков, проницаемости которых относятся как  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{3}{1}$ . Каков угол падения, если отраженная волна оказывается поляризованной горизонтально?

#### Ответы:

1.  $45^\circ$ .
2.  $30^\circ$ .
3.  $60^\circ$ .
4.  $90^\circ$ .
5. Правильного ответа нет.

### Вопрос 3.

Плоская электромагнитная волна падает на границу раздела двух сред под углом  $\theta$  (см. рис.). Чему будет равна скорость распространения фазы электромагнитного поля вдоль оси  $z$ ?



#### Ответы:

1.  $\frac{C}{\sin \theta}$ ;
2.  $C \cdot \sin \theta$ ;
3.  $C$ ;
4.  $C \cdot \cos \theta$ ;
5. 0.

**Вопрос 4.**

На границу раздела двух сред падает под углом Брюстера электромагнитная волна, имеющая правую круговую поляризацию. Какой будет поляризация отраженной волны?

**Ответы:**

1. Линейная горизонтальная.
2. Правая круговая.
3. Левая эллиптическая.
4. Левая круговая.
5. Линейная вертикальная.

**Вопрос 5.**

При каком отношении  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$  будет наблюдаться полное внутреннее отражение, если угол падения в первой среде равен  $45^\circ$ , а магнитные проницаемости обеих сред одинаковы?

**Ответы:**

1.  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \geq \frac{1}{2}$ .
2.  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \geq \frac{1}{4}$ .
3.  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \geq \frac{3}{2}$ .
4.  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \leq \frac{1}{2}$ .
5.  $\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \geq 4$ .

**4.2.5 Направляемые электромагнитные волны и направляющие системы****Задача 1**

В прямоугольном волноводе возбуждена волна типа  $H_{11}$ . Размеры поперечного сечения  $a$  и  $b$  (рис.4.7).

Требуется получить уравнение силовых линий электрического поля.

**Решение**

Электромагнитное поле является векторным полем и графически представляется линиями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Выражение векторной линии  $\vec{E}$  в прямоугольной системе координат имеет вид

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}. \quad (1)$$

Для решаемой задачи проекции векторов электрического поля равны:

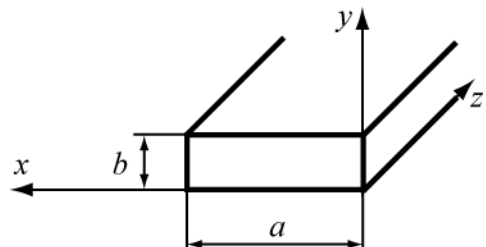


Рис.4.7



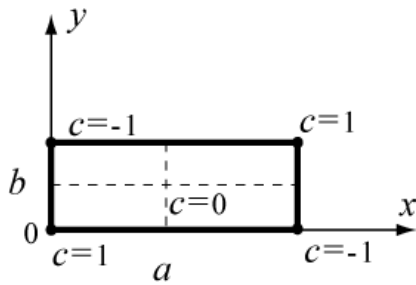


Рис.4.8

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{j\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad E_z=0. \quad (2)$$

Из (1), согласно (2), уравнение векторной линии электрического поля волны  $H_{11}$  записывается в виде

$$E_y dx - E_x dy = 0. \quad (3)$$

Подставляя в (3) компоненты из (2), получим

$$\left\{ \frac{\partial H_z}{\partial x} dx + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy \right\} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет полный дифференциал, т.е.

$dH_z=0$ , решение которого с учетом для волны  $H_{11}$  должно иметь вид

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = \text{const} = C \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = \text{const} = C \quad (5)$$

$$\text{или} \quad x = \frac{a}{\pi} \arccos \frac{C}{\cos\left(\frac{\pi}{b}y\right)} \quad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением линии вектора  $\vec{E}$  волны  $H_{11}$ , лежащей в плоскости  $z=\text{const}$ , т.к. оно получается из уравнения силовых линий.

Как должно производиться построение силовых линий вектора  $\vec{E}$ ?

Силовая линия соответствует любому определенному значению постоянной  $C$ , которое может принимать, согласно (5), величину в пределах  $-1 \leq C \leq 1$ .

Каждому значению  $C$ , взятому в этих пределах, соответствует одна силовая линия электрического поля волны  $H_{11}$ .

Найдем линии вектора  $\vec{E}$  при некоторых значениях  $C$ .

**I. Пусть  $C=0$ .** Что представляет собой силовая линия вектора  $\vec{E}$  при  $C=0$ ?

Физически – отсутствие поля  $E$  на этой линии, а местоположение точек этого случая

находится из (5). Если  $C=0$ , то  $\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = 0$ ,

что имеет место только при

а).  $\cos\frac{\pi x}{a} = 0$ , т.е. при  $x = \frac{a}{2}$ ; а  $y \rightarrow$  любое значение в интервале от  $0-b$ ,

б).  $\cos\frac{\pi y}{b} = 0$ , т.е.  $y = \frac{b}{2}$ ; а  $x \rightarrow$  любое значение в интервале от  $0-a$ .

**Вывод:** Если  $C=0$ , то векторными линиями будут две взаимно ортогональные линии, проходящие через координаты  $x = \frac{a}{2}$  и  $y = \frac{b}{2}$  (рис. 7).

**II. Пусть  $C = \pm 1$ .** Что представляет собой силовая линия поля при  $C = \pm 1$ ?

Как следует из (5) при

$$C = 1 : x = 0, y = 0 \quad \text{и} \quad x = a, y = b;$$

$$C = -1 : x = 0, y = b \quad \text{и} \quad x = a, y = 0.$$

Таким образом, при  $C = \pm 1$  силовые линии поля вырождаются в точки.

**III. Пусть значение  $C$  будет любым.** Например,  $C = \pm 0,2$ .

Тогда из (6) имеем 
$$x = \frac{a}{\pi} \arccos \frac{\pm 0,2}{\cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)}$$

Изменяя координату  $y$  в пределах  $0 \leq y \leq b$ , получим координаты точек  $x$ , соответствующие заданной константе  $C$ .

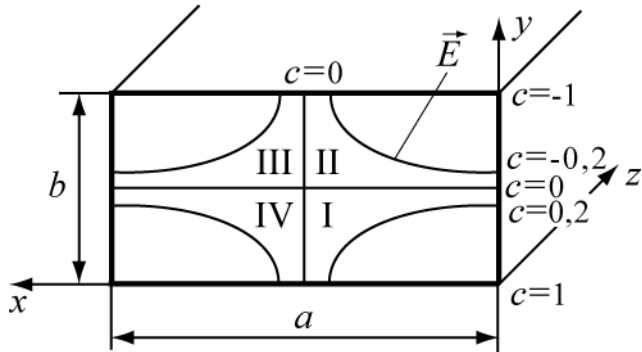


Рис.4.9

Семейство силовых линий поля  $E$  волны  $H_{11}$  на поперечном сечении прямоугольного волновода для этого случая изображено на рис. 4.9.

Следует заметить, что, в силу граничного условия  $E_{\tau} = 0$ , силовые линии вектора  $\vec{E}$  в точке соприкосновения со стенками волновода всегда ортогональны к стенкам.

Найдите сами силовые линии вектора  $\vec{A}$ , пользуясь (6), для значений  $C = \pm 0,5; \pm 0,7; \pm 0,9$ . Результаты расчета внесите в

таблицу 1 (для примера приведен расчет при  $C = 0,6$ ) и изобразите их на рисунке поперечного сечения волновода.

Таблица 1-результаты расчета силовых линий вектора  $\vec{A}$

C	0,6					
$\cos \frac{\pi y}{b} = \cos \alpha_0$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\alpha^0 = \frac{\pi}{b} y$				$44^0$	$53^0$	
Координата $y = \frac{\alpha^0 b}{180}$				0,24b	0,29b	
$C / \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)$				0,85	1	
$\arccos(C / \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)) = \psi$				$30^0$	$0^0$	
Координата $x = (a \cdot \psi) / \pi$				$1/6 \cdot a$	0	

В области I константа  $C$  (рис. 4.9) имеет положительное значение, например  $C = 0,2$ , но значение  $y$  не превышает  $b/2$ .

В области II константа  $C$  имеет отрицательное значение, например,

$C = -0,2$ , но  $0,5 \cdot b < y < b$ , и  $\cos \frac{\pi y}{b} = \cos \alpha_0$  имеет отрицательные значения, а отношение

$\frac{C}{\cos(\pi y/b)}$  остается положительным. Угол  $\alpha^0 > 90^0$ , поэтому  $\cos(\pi y/b)$  удобно в этих

случаях представлять в виде  $\cos(180^\circ - \alpha)$ .

Если известно расположение силовых линий электрического поля волны, то можно изобразить линий магнитного поля на поперечном сечении волновода. Следует учесть, что линии полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно ортогональны.

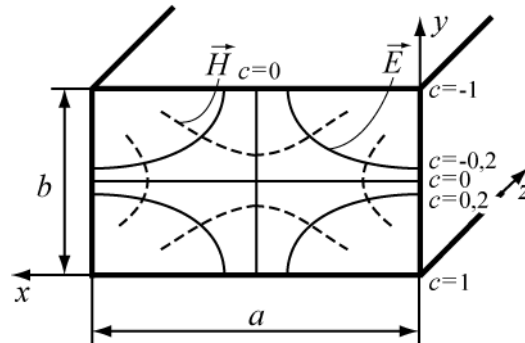


Рис.4.10

Поэтому, зная расположение силовых линий  $\vec{E}$  (или  $\vec{H}$ ), легко начертить семейство силовых линий  $\vec{H}$  (или наоборот), сохраняя их ортогональность в каждой точке. На рис. 4.10 представлены поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны типа  $H_{11}$ .

### Задача №2

Прямоугольный волновод заполнен диэлектриком. На частоте колебаний 10 ГГц и типе волны  $H_{10}$  фазовая скорость оказалась равной 0,5 от скорости света в свободном пространстве. Определить относительную диэлектрическую проницаемость наполнителя  $\epsilon_r$ , если сечение волновода  $23 \times 10 \text{ мм}^2$ .

#### Решение

Воспользуемся соотношением, связывающим продольное волновое число ( $\beta$ ) с волновым числом в среде ( $k_\epsilon$ ) и поперечным волновым числом ( $\gamma_\perp$ ).

$$\beta = \sqrt{k_0^2 \epsilon_r - \gamma_\perp^2}; \quad (1)$$

где 
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_A} = \frac{\omega}{V_\phi}; \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \gamma_\perp = \frac{2\pi}{\lambda_{\epsilon\delta}}.$$

Из (1) получаем выражение фазовой скорости в волноводе, заполненном диэлектриком

$$v_\phi = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\epsilon\delta}}\right)^2}} = 0,5 \cdot c. \quad \text{Откуда} \quad \epsilon_r = \frac{\lambda^2 + 4 \cdot \lambda_{\epsilon\delta}^2}{\lambda_{\epsilon\delta}^2}. \quad (2)$$

Величины 
$$\lambda_{крH10} = 2a = 4,6 \text{ см.} \quad \lambda = \frac{c}{f} = 3 \text{ см.}$$

Подставляя в (2) найденные величины длин волн, получим 
$$\epsilon_r = \frac{9 + 4 \cdot 21,16}{21,16} = 4,425.$$

## Пример тестовых контрольных заданий

### ВОПРОС 1.

В волноводе с поперечными размерами  $2 \times 1$  см длина распространяющейся волны  $\lambda=8$  см. Как следует изменить диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей волновод, чтобы  $\lambda$  уменьшилась вдвое? Тип волны Н10.

### ОТВЕТЫ:

1.  $\epsilon_2=20\epsilon_1$ .
2.  $\epsilon_2=10\epsilon_1$ .
3.  $\epsilon_2=1,6\epsilon_1$ .
4.  $\epsilon_2=2\epsilon_1$ .
5.  $\epsilon_2=0,5\epsilon_1$ .

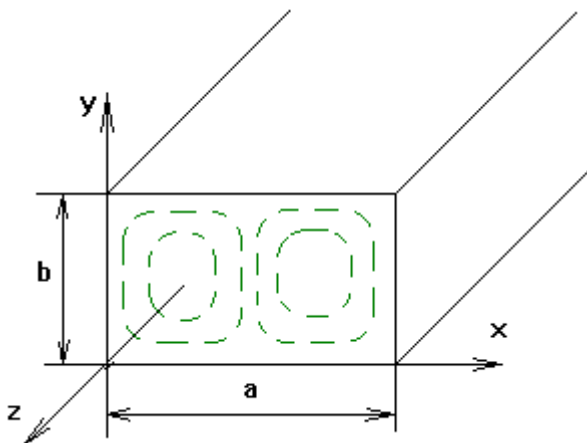
### ВОПРОС 2.

В каком отношении находятся фазовые скорости  $v_\phi$  волн Н11 и Е11, возбуждаемых в прямоугольном волноводе?

### ОТВЕТЫ:

1.  $v_{\phi Н11} = \pi v_{\phi Е11}$ .
2.  $v_{\phi Н11} = 3v_{\phi Е11}$ .
3.  $v_{\phi Н11} = 2v_{\phi Е11}$ .
4.  $v_{\phi Н11} = v_{\phi Е11}$ .
5.  $v_{\phi Н11} = 0,5v_{\phi Е11}$ .

**ВОПРОС 3.** На рисунке изображено распределение силовых линий магнитного поля. Какому типу волны оно принадлежит?

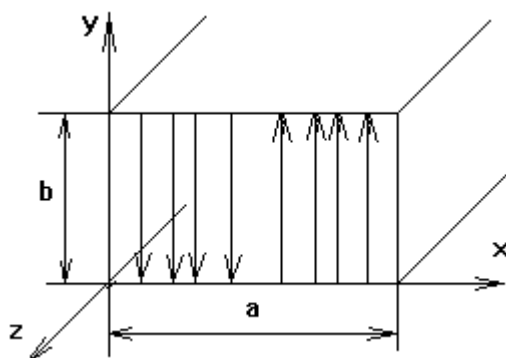


### ОТВЕТЫ:

1.  $E_{21}$
2.  $E_{12}$
3.  $H_{12}$
4.  $H_{21}$
5.  $H_{11}$

#### ВОПРОС 4.

Какому типу волн принадлежит картина электрического поля, изображенного на рисунке?

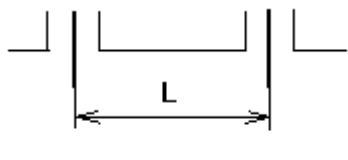


#### ОТВЕТЫ:

1.  $E_{20}$
2.  $E_{02}$
3.  $H_{20}$
4.  $H_{02}$
5.  $H_{11}$

#### ВОПРОС 5.

В волновод с сечением  $2 \times 1 \text{ см}^2$  введены два возбуждающих штыря с противофазным питанием. На каком расстоянии они должны быть включены, чтобы наилучшим образом возбудить волну  $H_{10}$ , если  $\lambda = 3,2 \text{ см}$ ?



#### ОТВЕТЫ:

1.  $L = 2,65 \text{ см}$ .
2.  $L = 1,32 \text{ см}$ .
3.  $L = 5,3 \text{ см}$ .
4.  $L = 3,2 \text{ см}$ .
5.  $L = 1,6 \text{ см}$ .

### 4.2.6 Излучение электромагнитных волн

#### Задача №1

Найти амплитуду тока в диполе Герца и сопротивление излучения, если длина диполя  $5 \text{ см}$  и в точке с координатами  $r = 1 \text{ км}$ ,  $\theta = \pi/2$  амплитуда напряженности электрического поля  $E_\theta = 10^{-4} \text{ В/м}$ . Частота колебаний  $150 \text{ МГц}$ .

### Решение

Определим излучаемую длину волны. Поскольку параметры среды не заданы, то будем полагать, что это – воздух (или вакуум)

$$\lambda = c/f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{150 \cdot 10^6 \text{ 1/с}} = 2 \text{ м}.$$

Определим величину  $kr$  для оценки.  $kr = \frac{2\pi}{\lambda} r = \pi \cdot 10^3$ .

Поскольку  $kr \gg 1$ , то точка наблюдения находится в дальней зоне, запишем ее для амплитуды  $E_\theta$ , опуская фазовые множители  $i$  и  $e^{-ikr}$

$$E_\theta = \frac{k I_{\tilde{n}\tilde{o}} l W_0}{4\pi r} \sin \theta. \quad \text{Отсюда} \quad I_{\tilde{n}\tilde{o}} = \frac{4\pi r E_\theta}{k l W_0 \sin \theta}.$$

Подставляя значения  $r$ ,  $\theta$  и  $W_0 = 120\pi \text{ Ом}$ , получим амплитуду тока в диполе

$$I_{cm} = \frac{1}{15\pi} A \approx 2.12 \cdot 10^{-2} A.$$

Сопротивление излучения диполя определяется как

$$R_\Sigma = \frac{2\pi W_0}{3} \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 = 5\pi^2 \cdot 10^{-2} \approx 0.5 \hat{\Omega}.$$

### **Задача №2**

Диполь Герца длиной 1 м питается током частотой 1 МГц и амплитудой 2 А. Определить напряженности электрического и магнитного полей на расстоянии 10 м и 10 км и построить зависимости их амплитуд от углов  $\theta$  и  $\alpha$  при этих расстояниях.

### Решение

Аналогично решению предыдущей задачи, определим величины  $kr$  для двух значений  $r_1 = 10 \text{ м}$  и  $r_2 = 10 \text{ км}$ .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^6} = 300 \text{ м}, \quad kr_1 = \frac{2\pi}{\lambda} r_1 \approx 0.209, \quad kr_2 \approx 209,$$

Таким образом, расстояние  $r_1$  соответствует ближней зоне, а  $r_2$  – дальней.

Поля в ближней зоне с учетом, что для воздуха  $\frac{1}{\omega\epsilon} = \frac{W_0}{k}$  будет:

$$H_\alpha = \frac{I_{cm}}{4\pi r^2} \sin \theta = \frac{1 \cdot 2}{4\pi 10^2} \sin \theta \approx 1.59 \cdot 10^{-3} \sin \theta \text{ А/м},$$
$$\dot{E}_\theta = i \frac{I_{cm}}{4\pi\omega\epsilon r^3} \sin \theta = i \frac{I_{cm} W_0}{4\pi k r^3} \sin \theta = i \frac{9}{\pi} \sin \theta \approx i 2.86 \sin \theta \text{ В/м},$$
$$E_r = i \frac{I_{cm}}{2\pi\omega\epsilon r^3} \cos \theta = i \frac{I_{cm} W_0}{2\pi k r^3} \cos \theta = i \frac{18}{\pi} \cos \theta \approx i 5.73 \cos \theta \text{ В/м}.$$

Таким образом, на расстоянии 10 м от диполя будут присутствовать две компоненты вектора  $\vec{E}$  и одна – вектора  $\vec{H}$ . Их диаграммы направленности в ближней зоне в полярной системе координат имеют вид, приведенный на рис.4.11.

На рисунке 10 диполь выделен жирной линией. Следует обратить внимание на то, что в ближней зоне существует значительное продольное электрическое поле  $E_r$  и на сдвиг по фазе между полями  $E$  и  $H$ .

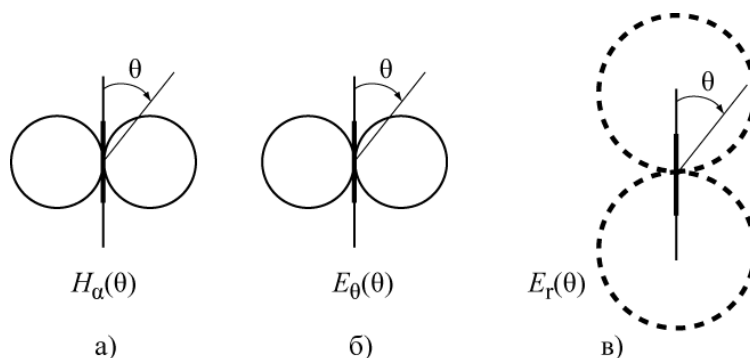


Рис. 4.11

Определим амплитуду  $H_\alpha$

$$H_\alpha = \frac{kI_{cm}l}{4\pi r} \sin \theta = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 1}{300 \cdot 4\pi \cdot 10^4} \sin \theta = 3.33 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \theta \text{ А/м}.$$

В дальней зоне электрическое поле имеет одну составляющую  $E_\theta$ , которую можно определить через  $H_\alpha$  и волновое сопротивление

$$E_\theta = W_0 \cdot H_\alpha = 120\pi \cdot 3.33 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \theta = 1.256 \cdot 10^{-4} \cdot \sin \theta \text{ В/м}.$$

Диаграмма направленности в дальней зоне описывается функцией  $\sin \theta$  и имеет вид изображенный на рис. 4.11а для  $H_\alpha$  или рис. 1 б для  $E_\theta$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1.

Два диполя параллельны между собой и перпендикулярны линии, их соединяющей. Расстояние между ними  $L = 10\lambda$ . Токи одинаковые по амплитуде и противофазные. На каком расстоянии  $r$  от первого диполя поле равно нулю?

**ОТВЕТЫ:**

1.  $r = 3 \cdot \lambda$ ;
2.  $r = 4 \cdot \lambda$ ;
3.  $r = 5 \cdot \lambda$ ;
4.  $r = 6 \cdot \lambda$ ;
5.  $r = 7 \cdot \lambda$ ;

#### ВОПРОС 2.

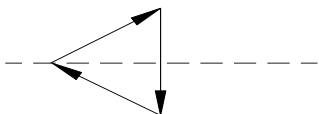
Найти сопротивление излучателя диполя Герца при  $l = 5\text{см}$  и  $\lambda = 3\text{м}$ . Определить мощность излучения, если амплитуда тока в диполе равна 10А.

**ОТВЕТЫ:**

1.  $R_{\Sigma} = 0,41 \text{ Ом}; P_{\Sigma} = 5,8 \text{ Вт};$
2.  $R_{\Sigma} = 0,37 \text{ Ом}; P_{\Sigma} = 7,3 \text{ Вт};$
3.  $R_{\Sigma} = 0,31 \text{ Ом}; P_{\Sigma} = 8,5 \text{ Вт};$
4.  $R_{\Sigma} = 0,27 \text{ Ом}; P_{\Sigma} = 9 \text{ Вт};$
5.  $R_{\Sigma} = 0,22 \text{ Ом}; P_{\Sigma} = 11 \text{ Вт}.$

**ВОПРОС 3.**

Три диполя Герца составляют равносторонний треугольник. Токи синфазные с одинаковыми амплитудами, их направления показаны на рисунке. Чему равно поле  $E$ , излучаемое всей системой в точке, расположенной на биссектрисе угла треугольника в дальней зоне?

**ОТВЕТЫ:**

1.  $E = 2E_0$
2.  $E = 1,5E_0$
3.  $E = E_0$
4.  $E = 0$
5.  $E = 3E_0$

**ВОПРОС 4.**

Найти магнитную составляющую поля излучения диполя Герца для  $l = 5 \text{ см}$  в экваториальной плоскости на расстоянии  $r = 2 \cdot 10^4 \text{ м}$  от диполя и при частоте  $f = 400 \text{ МГц}$ . Амплитуда тока  $I_m = 20 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:**

1.  $0,016 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$
2.  $0,021 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$
3.  $0,01 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$
4.  $0,015 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$
5.  $0,033 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$

**ВОПРОС 5**

Найти сопротивление излучения диполя Герца при  $l = 5 \text{ см}$  и  $\lambda = 3 \text{ м}$ . Амплитуда тока в диполе равна  $10 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:**

1.  $R_{\Sigma} = 0,41 \text{ Ом};$
2.  $R_{\Sigma} = 0,37 \text{ Ом};$
3.  $R_{\Sigma} = 0,31 \text{ Ом};$
4.  $R_{\Sigma} = 0,27 \text{ Ом};$
5.  $R_{\Sigma} = 0,22 \text{ Ом}.$



## 5 Курсовая работа

Курсовая работа - это первое самостоятельное исследование студента, оформленное с соблюдением общих требований и правил оформления. Курсовая работа является обязательной частью учебного плана и выполняется на основе индивидуального технического задания (ТЗ). По желанию студента работа может быть выполнена по реальной тематике. Задание выдается вначале семестра; сдача готовой работы на проверку – в конце семестра. Отчетность о работе в течение семестра – по графику. Студент представляет для проверки результаты работы: полученные формулы, обоснование выбранных решений и расчеты. Объем пояснительной записки – 10-15 стр. Поощряется ритмичная работа в течение семестра и рациональное применение средств вычислительной техники и программных продуктов. Остальные требования к структуре и оформлению проекта – по ГОСТУ ТУСУРа.

### 5.1 Цель и задачи курсовой работы

Целью курсовой работы по дисциплине «Электромагнитные поля и волны» является развитие и закрепление навыков применения теории электромагнитных полей для решения практических задач. В процессе самостоятельной работы студентом (под руководством преподавателя) решаются следующие задачи:

- составление последовательности организационных мер и приемов при выполнении работ большого объема;
- изучение вопросов теории, необходимых для выполнения задания;
- наработка навыков получения из общей теории электромагнитного поля математической модели или формул для полного решения задачи;
- применение полученной математической модели или формул для решения конкретной задачи и обоснование конечных результатов;
- развитие навыков использования справочной литературы и поиска необходимых данных (включая источники в Интернет);

Курсовая работа выполняется по индивидуальным заданиям.

Общее руководство осуществляет преподаватель.

За проводимые в работе решения и правильность использования формул или математических моделей, за правильность расчета основных параметров и характеристик, за качество подготовки текстовых документов, а также за своевременность подготовки и защиты курсовой работы в целом отвечает студент. В процессе выполнения работы студент должен правильно организовать свой труд, регулярно работать над заданием, проявлять максимум инициативы и самостоятельности для решения поставленных задач.

### 5.2 Тематика курсовых работ

Тематика предлагаемых курсовых работ определяется рабочей программой по дисциплине «Электромагнитные поля и волны» и может быть выделена в такие разделы:

1. Расчет планарных волноводов для распространения волн Е или Н типов в оптическом диапазоне волн.
2. Расчет многослойных диэлектрических зеркал для отражения и пропускания оптического диапазона волн.
3. Обыкновенные и необыкновенные волны в анизотропных средах (намагниченный феррит) или плазма
4. Обыкновенные и необыкновенные волны в анизотропных средах (намагниченная плазма).

Каждый раздел включает 3÷4 варианта заданий, отличающиеся параметрами слоев, рабочей частотой, геометрическими параметрами феррита и плазмы.

### **5.3 Содержание курсовой работы**

В результате выполнения курсовой работы студент должен получить представление обо всех этапах решения поставленной задачи: от использования общей теории (уравнения Максвелла, граничные условия, энергия поля, поляризация волн, выражения составляющих полей и т. д.) до получения требуемых формул для расчета или математической модели для последующего использования вычислительной техники; провести необходимые расчеты с использованием соответствующих данных по заданию, а в необходимых ситуациях дать оценку точности полученным результатам и соотношениям.

После получения задания по курсовой работе студент последовательно выполняет следующие этапы, входящие в рейтинговую систему оценки:

- анализ технического задания;
- составление схемы последовательности выполнения задания;
- выбор и обоснования метода решения задачи; выполнение основных расчетов предложенного варианта задания;
- оформление курсовой работы;
- защита работы.

## **6 Контрольные задания (для студентов заочной формы обучения)**

В процессе изучения курса «Электромагнитные поля и волны» студенты выполняют **две контрольные работы, включающие семь задач.**

Контрольные работы составлены в десяти вариантах (от 0 до 9). Номер варианта определяется преподавателем

Самостоятельное выполнение контрольных работ способствует более глубокому и конструктивному усвоению теоретического материала курса и развитию необходимых инженеру навыков применения теории для практических задач.

Задачи в каждом варианте составлены таким образом, что они охватывают основные разделы курса в той последовательности, как эти разделы изложены в программе. Поэтому выполнение контрольных работ целесообразно производить параллельно с изучением материала, указанного в соответствующих разделах программы. Контрольная работа №1 выполняется в процессе изучения материала, содержащегося в разделах 2.2.1 -2.2.6; работа №2 соответствует материал, указанный в разделах 2.2.7 - 2.2.9.

Решение каждой задачи должно содержать необходимый минимум пояснений и рассуждений, а также ссылки на используемую литературу и применяемые формулы, если они получены в указанном пособии. Студент приводит выводы формул, если это требуется условием задачи. Решение задач заканчивается краткими выводами, сопровождается графиками или рисунками, при необходимости. К графикам должны быть приложены достаточно подробные таблицы вычислений.

На обложке контрольной работы необходимо указать:

- 1) фамилию и инициалы;
- 2) наименование дисциплины и номер контрольного варианта.

Условия задач перед решением переписываются полностью.

При проведении каждого конкретного расчета необходимо указать его цель и привести расчетную формулу со ссылкой на литературу. Затем подставляются численные значения известных величин и подробно производятся все вычисления. Конечный результат приводится с указанием размерности.

## Контрольное задание №1

### Вариант 0

1. Записать первые два уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат по компонентам.
2. Определить поверхностную плотность заряда, индуцированного на внутренней поверхности проводящей сферы радиуса  $r=2$  [м] точечным зарядом  $q = 1$  [Кл], расположенным в центре.
3. Определить магнитную энергию единицы длины коаксиального кабеля, имеющего размеры  $R_1 = 7$  мм и  $R_2 = 18$  мм, по которому течет постоянный ток  $I = 5$  [А].
4. Найти мгновенное и среднее значение вектора Пойнтинга, а также величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости плоской волны, распространяющейся в идеальном диэлектрике с параметрами  $\epsilon_r = 3$ ,  $\mu_0$ , если амплитуда вектора  $\vec{E} = 20$  мВ/м, частота сигнала 40 МГц. Построить зависимость  $\vec{E} = \vec{E}(z)$  при  $t = 5$  с и  $0 < z < 300$  м (фаза вектора  $\vec{E}$  при  $t = 0$  с и  $z = 0$  м равна  $45^\circ$ ).

### Вариант 1

1. Записать первые два уравнения Максвелла в сферической системе координат по компонентам.
2. Определить угол наклона силовых линий электрического поля во второй среде к границе раздела, если в первой среде он равен  $45^\circ$ , диэлектрические параметры сред  $\epsilon_{r1} = 3$ ;  $\epsilon_{r2} = 6$ ; поверхностный заряд на границе отсутствует.
3. Определить мощность, передаваемую по коаксиальному кабелю, если напряженности электрического и магнитного полей в нем изменяются по закону

$$\vec{E} = \vec{r}_0 \frac{u}{2\pi r}; \quad \vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi r};$$

где  $r$  - независимая переменная,  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{\alpha}_0$  - единичные векторы в цилиндрической системе координат; центральная жила кабеля имеет радиус  $a = 6$  мм; экран - радиус  $b = 14$  мм.

4. В идеальном диэлектрике с параметрами  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu_0$ , распространяется плоская волна на частоте 200 МГц. Найти величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. В обоих случаях вычислить амплитуду вектора  $\vec{E}$ , если амплитуда вектора  $\vec{H}$  равна 0,5 А/м. Построить зависимость  $\vec{H} = \vec{H}(z)$  при  $t = 10$  с; изменяя расстояние от  $0 < z < 300$  м; фаза вектора  $\vec{H}$  при  $t = 0$  с и  $z = 0$  м равна  $60^\circ$ .

### Вариант 2

1. В идеальном диэлектрике существует электромагнитное поле, заданное вектором электрического поля:  $\vec{E} = \vec{z}_0 E_z(r) \cos \omega t$ , явная зависимость которого от  $r$  неизвестна. Найти напряженность магнитного поля  $H(r)$ , соответствующего заданному вектору. Система координат цилиндрическая.

2. Определить напряженность магнитного поля на расстоянии 20 см от центра прямолинейного круглого провода радиуса 0,7 см, по которому протекает постоянный ток

$I = 12 \text{ A}$ .

3. В сферическом объеме радиуса  $R$  равномерно распределён гармонически изменяющийся заряд с объёмной плотностью  $\rho = 8 \cos \omega t$ . Удельная проводимость среды равна  $\sigma \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ . Определить ток проводимости, связанный с этим зарядом, и энергию электрического поля в объеме.

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon_r = 15$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 2 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ , распространяется плоская волна на частоте 300 МГц. Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается 100 раз.

### Вариант 3

1. Вычислить  $\text{div}[\vec{r}, \vec{E}]$ , где  $\vec{E} = \frac{A \cdot \vec{r}^0}{r}$  – вектор напряженности электрического поля, не зависит от времени,  $A$  – постоянная величина,  $r$  – радиус-вектор точки в цилиндрической системе координат.

2. На границе (плоскость  $XOZ$ ) раздела двух сред векторы  $\vec{D}_1$  и  $\vec{D}_{11}$  имеют вид  $\vec{D}_1 = (2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0 + 4\vec{z}_0) \cdot \epsilon_0$ ;  $\vec{D}_{11} = (4\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0 + 8\vec{z}_0) \cdot \epsilon_0$ . Определить напряженности электрического поля в этих средах. С какими средами, с точки зрения материальных уравнений, мы имеем здесь дело?

3. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r$ , размещенным в цилиндре радиуса  $a$ , на расстоянии  $a/2$  и  $3a$  от оси цилиндра. Внутри цилиндра диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = \epsilon_0$ .

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu = 50\mu_0$ ,  $\sigma = 10^6 \tilde{N}i / i$ , распространяется плоская волна на частоте 200 МГц. Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается 1000 раз.

### Вариант 4

1. Найти выражение для вектора объёмной плотности тока, если

$$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi} \frac{r}{a^2} \quad \text{при } r < a ;$$

$$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi} \frac{1}{r} \quad \text{при } r > a ; \quad \text{где } I, a = \text{const}.$$

2. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^2$ , размещенным в шарике радиуса  $a$ , на расстоянии  $a/2$  и  $2a$  от центра шарика. Внутри шарика диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 5\epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$ .

3. Вычислить величину электродвижущей силы в прямоугольной рамке, имеющей размерами  $a \times b$ , в которой протекает ток  $I = I_0 \cos \omega t$ . Рамка расположена на расстоянии  $r$  от прямолинейного бесконечного проводника.

4. В диэлектрике типа сухой почвы, имеющей параметры  $\epsilon_r = 4$ ,  $\mu = \mu_0$ ,

$\sigma = 10^{-3} \frac{\tilde{N} \dot{t}}{i}$ , распространяется плоская волна на частоте 20 МГц. Найти величины

комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^5$  раз.

### Вариант 5

1. Вычислить дивергенцию вектора магнитного поля

$$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{A}{R}, \quad R > 0, \quad A = const.$$

2. Определить плотность энергии и величину напряженности электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^{-1}$ , размещенным между двумя коаксиальными диэлектрическими цилиндрами радиуса  $a$  и  $b$  на расстоянии  $2a$  и  $2b$  от оси цилиндра. Внутри цилиндра диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 3\epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$ .

3. Анизотропный диэлектрик имеет диэлектрическую проницаемость

$$\|\epsilon\| = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \alpha & 0 \\ \alpha & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{bmatrix}. \text{ К нему приложено поле } \vec{E} = \vec{x}^0 E_x + \vec{z}^0 E_z.$$

Найдите выражение для вектора электрического смещения  $\vec{D}$ . Определите угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ .

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon = 5 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-3} \frac{Cm}{M}$ , распространяется плоская волна на частоте 30 МГц. Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^4$  раз.

### Вариант 6

1. Вычислить ротор вектора

$$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 H_0 \sin \theta \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad R > 0, \quad k = const.$$

2. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^{-1}$ , размещенным между концентрическими сферами радиуса  $a$  и  $b$ , на расстоянии  $3a$  от центра сфер. Между сферами диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 6\epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$ .

3. Два диэлектрика, обладающие относительными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_{r1}$  и  $\epsilon_{r2}$  имеют плоскую границу раздела. Вектор  $\vec{E}$  электрического поля в первой среде образует угол  $\theta_1$  с осью  $Z$ . Найти вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  во второй среде и угол преломления  $\theta_2$ . Численный ответ привести для  $\epsilon_{r1}=3$ ,  $\epsilon_{r2}=5$ ,  $E_1=10$  В/м,  $\theta_1=30^\circ$ .

4. В идеальном диэлектрике с параметрами  $\epsilon = 10 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ , распространяется плоская волна на частоте 300 МГц. Найти величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. В обоих случаях вычислить амплитуду вектора  $\vec{E}$ , если амплитуда вектора  $\vec{H}$  равна 1 А/м. Построить зависимость  $\vec{H} = \vec{H}(z)$  при  $t=10$ с; изменяя расстояние от  $0 < z < 300$ м; фаза вектора  $\vec{H}$  при  $t=0$  с и  $z=0$  м равна  $45^\circ$ .

### Вариант 7

1. Вычислить ротор вектора

$$\vec{E} = \vec{\alpha}_0 E_0 \frac{1}{R^2}, \quad R > 0, \quad E_0 = const.$$

2. Определить поверхностную плотность заряда, индуцированного на внешней поверхности внутреннего проводника коаксиальной линии, внутренний радиус которой  $r=0,2$  [м], а внешний  $R=0,5$  [м] зарядом  $q=1$  [Кл], расположенным на внешнем цилиндре.

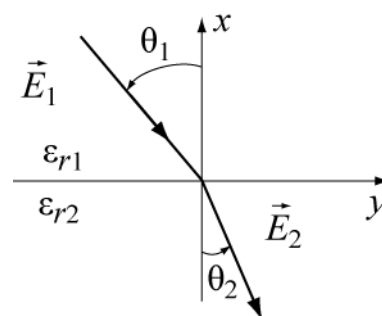
3. Выражение электрического поля в свободном пространстве известно  $\vec{E} = E_0 (\vec{x}^0 y - \vec{y}^0 x) \cos \omega t$ . Определить магнитное поле  $\vec{H}$  и удельную энергию электрического и магнитного полей.

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon = 15 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-2} \frac{C}{M}$ ,

распространяется плоская волна на частоте 30 МГц. Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости.

Сравнить эти величины с таковыми для вакуума.

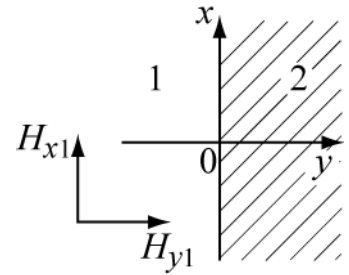
Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^3$  раз.



### Вариант 8

1. Вычислить ротор вектора

$$\vec{E} = \bar{y}_0 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-i\tilde{A}z}, \quad a, \tilde{A}, E_0 = \text{const.}$$



2. Две полубесконечные магнитные среды, 1-ая

изотропная и 2-ая анизотропная, имеют плоскую границу

раздела, которая проходит через  $y=0$ , координатная поверхность  $z=0$ . Проводимости сред

равны нулю. В первой среде существует магнитное поле  $\vec{H} = \bar{x}^0 H_{x1} + \bar{y}^0 H_{y1} + \bar{z}^0 H_{z1}$ .

Параметры сред:  $\mu_1 = \mu_0$ ;  $\|\mu_2\| = \begin{bmatrix} \mu_0 & -\alpha & 0 \\ +\alpha & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_0$

Определить магнитное поле во второй среде.

3. Электрон, летящий вдоль оси  $Z$  со скоростью  $V = 10^6$  м/с, попадает в зону, где

одновременно существуют стационарное электрическое и магнитное поля, имеющие вид:

$$\vec{E} = \bar{x}_a E_x \text{ и } \vec{B} = \bar{y}_0 B_y, \text{ где } E_x = 1 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$B_y = 4 \text{ мТл}$ . Определить величину силы, действующей на электрон.

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon = 15 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-4} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ,

распространяется плоская волна на частоте 800 МГц. Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^4$  раз.

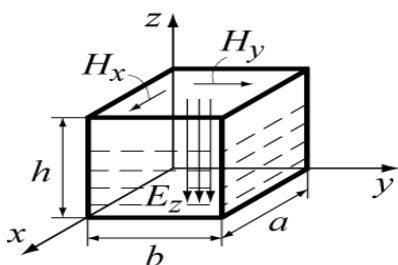
### Вариант 9

1. Вычислить градиент функции

$$U = A \frac{\cos \theta}{R^2}, \quad A = \text{const.}$$

2. Показать, что из дифференциальных уравнений Максвелла для диэлектрика в отсутствии свободных зарядов и сторонних источников получаются волновые уравнения для векторов электромагнитного поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

3. В полном металлическом объеме, заполненном воздухом, существует электромагнитное поле, представленное векторами  $\vec{E} = \bar{z}^0 E$  и  $\vec{H} = \bar{x}^0 H_x + \bar{y}^0 H_y$ , где проекции векторов имеют вид:



$$E_z = -E_{y_0} \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y \cos \omega t,$$

$$H_x = -H_{x_0} \sin \frac{\pi}{a} x \cos \frac{\pi}{b} y \sin \omega t,$$

$$H_y = H_{y_0} \cos \frac{\pi}{b} y \sin \frac{\pi}{a} x \sin \omega t.$$

Определить энергию электрического поля в объеме и найти поверхностный заряд на внутренних металлических стенках объема и токи, протекающие по его боковым стенкам.

4. Плоская волна (частотой 200 МГц) распространяется в проводящей среде, имеющей параметры  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\sigma = 10^7 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ . Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^3$  раз.

## Контрольное задание № 2

### Вариант №0

1. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из диэлектрика с параметрами  $\epsilon = 16 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения. Найти угол полного внутреннего отражения и сделать выводы о распространении волны в обеих средах.

2. Найти длину электрического диполя Герца, необходимую для создания в вакууме на расстоянии 1000 м в направлении максимального излучения напряженности электрического поля с амплитудой 0,05 В/м. если рабочая частота  $f = 5 \cdot 10^3 \text{ МГц}$ , а ток в диполе  $I = 12 \text{ А}$ .

3. По прямоугольному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a \times b = 28 \times 12 \text{ мм}^2$ , на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f = 10 \text{ ГГц}$  передается мощность 100 Вт (на входе). Определить мощность на выходе волновода, если его длина 10 м, а материал волновода – серебрёная медь.

### Вариант №1

1. Плоская волна горизонтальной поляризации падает из вакуума на плоскую границу с идеальным диэлектриком ( $\epsilon = 6 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ ) под углом  $45^\circ$ . Определить под каким углом должна падать на эту же границу волна вертикальной поляризации, чтобы угол преломления уменьшился в два раза.

2. Электрический диполь Герца, имеющий длину  $l = 0,01\lambda$ , излучает в свободном пространстве (вакуум) сигнал с мощностью 15 мВт. Определить максимальные амплитуды векторов электрического и магнитного полей вибратора на расстоянии 10 км от него.

3. По медному волноводу круглого сечения, имеющему радиус  $a = 16 \text{ мм}$ , на волне типа  $H_{11}$  и частоте  $f = 10 \text{ ГГц}$  передается мощность 10 кВт. Потерями в волноводе можно пренебречь. Определить амплитуды тока смещения и поперечного тока проводимости.



## Вариант №2

1. Плоская волна вертикальной поляризации наклонно падает из вакуума на плоскую границу диэлектрика с параметрами  $\epsilon = 10 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ . Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения.

2. Элементарный магнитный излучатель (круглый виток диаметром  $0,5\text{ м}$ ) возбуждается в вакууме на частоте  $f = 30\text{ МГц}$  током с амплитудой  $15\text{ А}$ . Найти мощность и сопротивление излучения его.

3. Для волновода круглого сечения, имеющего радиус  $a = 44\text{ мм}$ . Найти значение критической частоты на волне типа  $H_{01}$  и рабочей частоте  $f = 12\text{ ГГц}$ . Найти также величины: фазовой постоянной распространения, длины волны в волноводе, характеристического сопротивления, фазовой и групповой скоростей. Потерями в волноводе пренебречь.

## Вариант №3

1. Плоская волна вертикальной поляризации наклонно падает из вакуума на плоскую границу диэлектрика с параметрами  $\epsilon = 6 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ . Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения. Найти угол Брюстера.

2. Щелевой элементарный излучатель при частоте  $10^6\text{ Гц}$  создает в вакууме на расстоянии  $20\text{ м}$  в направлении максимального излучения поток энергии плотностью  $10^{-6}\text{ Вт/м}^2$ . Найти напряженность электрического поля между краями щели, если ее длина  $l=10\text{ мм}$ , а ширина  $d=1\text{ мм}$ .

3. По прямоугольному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a \times b = 23 \times 10\text{ мм}^2$ , на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f = 10\text{ ГГц}$  передается мощность  $10\text{ Вт}$ . Найти максимальное значение вектора магнитного поля на оболочке волновода, материал волновода - медь.

## Вариант №4

1. Плоская волна распространяется в среде с параметрами  $\epsilon = 16 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ , имеет амплитуду электрического поля  $\vec{E} = 50\text{ В/м}$ , частоту  $f = 10\text{ МГц}$  и падает нормально на плоскую поверхность среды, с параметрами  $\epsilon_2 = 10 \epsilon_0$ ,  $\mu_2 = 2\mu_0$ ,  $\sigma_2 = 0$ . Определить амплитуды векторов электрического и магнитного полей отраженной и прошедшей волны, а также амплитуду вектора магнитного поля падающей волны.

2. Элементарный магнитный излучатель работает на частоте  $3\text{ МГц}$ . Ток в витке  $10\text{ А}$ , площадь витка  $0,6\text{ м}^2$ . Найти удельные объемные плотности электрической и магнитной энергий в дальней зоне диполя и величину мощности излучения.

3. Найти полный ток проводимости, протекающий через поперечное сечение цилиндрического волновода, работающего на волне типа  $E_{01}$ . Радиус волновода  $18\text{ мм}$ , рабочая частота  $10\text{ ГГц}$ . Передаваемая по медному волноводу мощность равна  $5\text{ Вт}$ .

### Вариант №5

1. Плоская волна из вакуума нормально падает на идеально проводящую плоскость. Рабочая частота падающей волны  $500 \text{ МГц}$ , амплитуда магнитного поля  $\vec{H} = 15 \text{ А/м}$ . Найти плотность поверхностного тока на границе раздела, амплитуды векторов электрического и магнитного полей в их пучности, а также расстояние от границы до ближайших к ней узлов электрического и магнитного полей.

2. Вычислить среднюю во времени плотность потока энергии в поле элементарного электрического излучателя, расположенного в вакууме, на расстоянии  $500 \text{ м}$ , если амплитуда тока  $15 \text{ А}$ , его длина  $l = 0,03\lambda$ . Найти излучаемую диполем мощность.

3. По прямоугольному медному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a \times b = 23 \times 10 \text{ мм}^2$ , передается мощность  $100 \text{ Вт}$  на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f = 9 \text{ ГГц}$ . Найти амплитуды векторов электрического поля и магнитного поля вблизи оболочки волновода.

### Вариант №6

1. Плоская волна горизонтальной поляризации падает из вакуума на плоскую границу с идеальным диэлектриком ( $\epsilon = 6 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ ) под углом  $60^\circ$ . Определить под каким углом должна падать на эту же границу волна вертикальной поляризации, чтобы коэффициент прохождения остался прежним.

2. Найти для элементарного электрического диполя длиной  $10 \text{ см}$  составляющие поля в экваториальной плоскости на расстоянии а)  $1 \text{ м}$ ; б)  $1 \text{ км}$ , если частота колебаний составляет  $30 \text{ МГц}$ .

3. В круглом волноводу радиуса  $a = b \text{ см}$ , предназначенном для СВЧ разогрева диэлектриков, распространяется волна типа  $E_{01}$ . Частота колебаний  $2,45 \text{ ГГц}$ , передаваемая по волноводу мощность  $2 \text{ кВт}$ . Определить максимальное значение продольной составляющей напряженности электрического поля.

### Вариант №7

1. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из среды с параметрами  $\epsilon = 8 \epsilon_0$ ,  $\mu = 3\mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов прохождения и отражения от угла падения, изменяя его от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Найти угол полного внутреннего отражения.

2. Диполь Герца длиной  $1 \text{ см}$  возбуждается на частоте  $100 \text{ МГц}$  током с амплитудой  $1 \text{ А}$ . Определить амплитуды напряженности электрического и магнитного полей в экваториальной плоскости вибратора на расстоянии  $1000 \text{ м}$  от него.

3. В круглом волноводу диаметром  $5 \text{ см}$ , заполненном диэлектриком, распространяется волна основного типа  $H_{11}$ . Частота колебаний  $3 \text{ ГГц}$ . Определить диэлектрическую

проницаемость вещества, заполняющего волновод, если фазовая скорость волны в волноводе равна скорости света в свободном пространстве.

### Вариант №8

1. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из среды с параметрами  $\varepsilon = 10\varepsilon_0$ ,  $\mu = 10\mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов прохождения и отражения от угла падения, изменяя его от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Найти угол полного внутреннего отражения.

2. Магнитный излучатель диаметром 0,3 м возбуждается током 0,4 А на частоте 50 МГц и расположен в свободном пространстве. Найти амплитуду напряженности магнитного и электрического полей в плоскости рамки на расстоянии 10 км и излучаемую мощность.

3. Амплитудное значение напряженности электрического поля на волне типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе сечением  $a \times b = 50 \times 25 \text{ мм}^2$  составляет  $10^5$  В/м на частоте  $7,5 \cdot 10^9$  ГГц. Определить величину амплитуды тока смещения и максимальную величину напряженности магнитного поля поперечной составляющей.

### Вариант №9

1. Плоская волна вертикальной поляризации падает из вакуума на плоскую границу с идеальным диэлектриком ( $\varepsilon = 6 \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ ) под углом  $45^\circ$ . Определить под каким углом должна падать на эту же границу волна горизонтальной поляризации, чтобы угол преломления уменьшился в два раза.

2. Амплитуда напряженности магнитного поля на расстоянии 100 м от магнитного диполя типа рамки с током в направлении ее максимального излучения составляет 5,8 мкА/м. Определить диаметр рамки, если частота равна 42 МГц, амплитуда тока 9 А.

3. Средняя плотность потока мощности в точке  $x = a/3$ ,  $y = b/2$  для волны типа  $H_{10}$  равна  $p_{cp} = 500 \text{ Вт/м}^2$ . Волновое сопротивление волновода  $Z_H = 500 \text{ Ом}$ . Найти максимальную напряженность поперечной составляющей магнитного поля и величину электрического поля.

## 7 Тестовые вопросы

Тестовые вопросы, включающие все разделы дисциплины, помогут студенту оценить усвоение материала дисциплины.

1. Можно ли создать магнитное поле с распределением вектора магнитной индукции  $B = 5x \cdot x_0 + 5y \cdot y_0 + 5z \cdot z_0$

- а) Это поле может быть создано постоянными магнитами
- б) Такого поля нет
- в) Это поле может быть создано объёмными электрическими зарядами
- г) Это поле может быть создано постоянными токами

2. Вектор электромагнитного поля  $D = 5x \cdot x_0 + 5y \cdot y_0$ . Определить объёмный заряд, создающий это поле.

- а) 20 кл/м<sup>3</sup>
- б) 10 кл/м<sup>3</sup>
- в) 5 кл/м<sup>3</sup>
- г) 15 кл/м<sup>3</sup>

3. Каков физический смысл уравнения Максвелла  $\text{div} D = 0$

- а) В заданной точке есть источники электрического поля
- б) Такой вид уравнения Максвелла смысла не имеет
- в) В заданной точке есть стоки электрического поля
- г) В заданной точке нет источников электрического поля

4. Как изменятся ток проводимости и ток смещения, если при тех же напряженностях электромагнитного поля  $E$  и  $H$  параметры среды - относительная диэлектрическая проницаемость и проводимость среды  $\sigma$  - увеличить в 4 раза

- а) ток проводимости не изменится, ток смещения, увеличится в 2 раза
- б) ток проводимости и ток смещения не изменятся
- в) ток проводимости и ток смещения увеличатся в 4 раза
- г) ток смещения не изменится, ток проводимости увеличится в 2 раза

5. Какова взаимная ориентация векторов  $E$ ,  $H$  и волнового вектора  $K$  в плоской однородной волне

- а) все три вектора взаимно ортогональны и образуют левую тройку векторов
- б) все три вектора взаимно ортогональны и образуют правую тройку векторов
- в) векторы  $E$  и  $H$  параллельны, оба вектора ортогональны вектору  $K$
- г) все три вектора параллельны

6. Как изменится скорость электромагнитной волны в ферроэлектрике, если магнитную и диэлектрическую проницаемости среды увеличить в четыре раза.

- а) увеличится в 4 раза
- б) уменьшится в 4 раза
- в) уменьшится в 16 раз

г) останется неизменной

7. На какой угол повернется вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны с круговой поляризацией при прохождении расстояния 0.1 м, если скорость распространения волны равна  $3 \cdot 10^8$  м/с, а частота колебаний волны  $f = 1$  ГГц

- а) 90 град.
- б) 360 град.
- в) 120 град.
- г) 60 град

8. На границу раздела двух диэлектрических сред падает под углом Брюстера электромагнитная волна, имеющая правую круговую поляризацию. Какой будет поляризация отраженной волны

- а) линейная горизонтальная
- б) правая круговая
- в) левая круговая
- г) линейная вертикальная

9. Вертикально поляризованная электромагнитная волна падает на границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера. Каким при этом будет коэффициент отражения

- а) 1/2
- б) 0
- в) 1
- г) 1/3

10. Как изменится глубина проникновения электромагнитного поля в проводящую среду, если проводимость среды  $\sigma$  увеличится в четыре раза

- а) увеличится в 4 раза
- б) уменьшится в 2 раза
- в) уменьшится в 4 раза
- г) увеличится в 2 раза

11. При каких соотношения между проницаемостями двух сред коэффициент отражения от их границы раздела будет равен 0

- а)  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ ;  $\mu_1$  и  $\mu_2$  - любые
- б)  $\mu_1 / \epsilon_1$  ;  $\mu_2 / \epsilon_2$
- в)  $\epsilon_1 \cdot \mu_1 = \epsilon_2 \cdot \mu_2$
- г)  $\mu_1 = \mu_2$  ,  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  - любые

12. Какими параметрами необходимо располагать при определении ближней и дальней зон излучения диполя Герца

- а) параметрами среды
- б) видом поляризации излучателя
- в) длиной волны излучателя
- г) размером излучателя

13. В каком направлении отсутствует излучение диполя Герца, к которому подведена мощность сигнала

- а) вдоль оси диполя
- б) перпендикулярно оси диполя
- в) под углом 45 град. к оси диполя
- г) во всех направлениях излучение существует

14. Какие волны могут распространяться в прямоугольном волноводе

- а) Т-волны
- б) Е-волны и Н-волны
- в) Т-волны и Е-волны
- г) Т-волны и Н-волны

15. Как ориентирован волновой вектор  $K$  относительно волнового фронта плоской электромагнитной волны.

- а) перпендикулярен фронту волны
- б) параллелен фронту волны
- в) направлен под углом 60 град к плоскости фронта волны
- г) направлен под углом 45 град к плоскости фронта волны

16. Вблизи границы раздела двух сред задано следующее распределение вектора

$$D : D_1 = 5 \cdot x_0 + 5 \cdot y_0 \quad \text{при } x > 0 \quad D_2 = 4 \cdot x_0 + 3 \cdot y_0 \quad \text{при } x < 0$$

Какие из приведенных утверждений верны

- а) в одной из сред присутствует объемный заряд
- б) одна из сред обязательно анизотропна
- в) в обеих средах присутствуют объемные заряды
- г) на границе раздела сред есть поверхностный заряд

17. Какова основная волна прямоугольного волновода

- а) H<sub>11</sub>
- б) H<sub>10</sub>
- в) E<sub>11</sub>
- г) E<sub>12</sub>

18. Каково физическое содержание вектора Пойнтинга

- а) плотность мощности электромагнитной волны
- б) энергия электромагнитной волны
- в) мощность электромагнитной волны
- г) скорость электромагнитной волны

19. Дайте определение току смещения

- а) ток смещения - это величина, пропорциональная скорости изменения переменного электрического поля в диэлектрике или вакууме

- б) ток смещения - это величина, пропорциональная скорости перемещения заряженных частиц в вакууме
- в) ток смещения - это величина, пропорциональная частоте изменения переменного электрического поля в диэлектрике или вакууме

20. Как изменится резонансная частота резонатора при заполнении его диэлектриком

- а) резонансная частота резонатора не изменится
- б) резонансная частота резонатора с диэлектриком уменьшится по отношению к частоте резонатора без диэлектрика
- в) резонансная частота резонатора с диэлектриком увеличится по отношению к частоте резонатора без диэлектрика

## 7 Перечень экзаменационных вопросов

Подготовка к экзаменам содействует систематизации, обобщению и закреплению знаний, устранению пробелов, возникающих в процессе учебных занятий, и должна вестись в течение всего семестра. Организация самостоятельной работы в семестре является залогом успешной сдачи зачетов и экзаменов.

1. Определение электромагнитного поля.
2. Векторы электрического поля.
3. Векторы магнитного поля.
4. Уравнения Максвелла в интегральной форме
5. Первое уравнение Максвелла: полный ток и магнитное поле.
6. Полный ток и его составляющие.
7. Второе уравнение Максвелла: обобщенный закон электромагнитной индукции.
8. Третье уравнение Максвелла: электрическое поле и заряды.
9. Четвертое уравнение Максвелла: непрерывность силовых линий магнитного поля.
10. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.
11. Материальные уравнения.
12. Граничные условия для нормальных составляющих электрического поля.
13. Граничные условия для нормальных составляющих магнитного поля.
14. Граничные условия для тангенциальных составляющих электрического поля.
15. Граничные условия для тангенциальных составляющих магнитного поля.
16. Закон Джоуля-Ленца
17. Баланс энергии электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга
18. Монохроматическое поле, метод комплексных амплитуд .
19. Уравнения Максвелла в комплексной форме.
20. Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.
- 6.4. Плоские волны в однородных средах
21. Волновые уравнения и их решение.
22. Волновой характер электромагнитного поля. Плоские волны
23. Общее выражение для поля плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении.
24. Характеристическое сопротивление среды
25. Взаимная ориентация векторов поля и волнового вектора.
34. Линейная поляризация электромагнитных волн.

26. Круговая и эллиптическая поляризации электромагнитных волн.
27. Плоские электромагнитные волны в изотропных поглощающих средах
28. Затухание электромагнитных волн
29. Волновое число в поглощающих средах
30. Плоские волны в диэлектрике
31. Плоские волны в проводнике.
32. Нормальное падение плоской волны на границу раздела двух сред Формулы Френеля.
33. Наклонное падение плоских волн на границу раздела двух сред Формулы Френеля для горизонтально и вертикально поляризованных волн
34. Полное отражение от диэлектрической границы. Плоские неоднородные волны
35. Наклонное падение плоских электромагнитных волн на границу с диэлектриком. Угол Брюстера
36. Понятие о направляющей системе. Классификация направляемых волн
37. Условия распространения электромагнитных волн в направляющих системах. Критическая частота, критическая длина волны
38. Связь между продольными и поперечными составляющими поля в однородной направляющей системе
39. Прямоугольный волновод. E- волны и H- волны в прямоугольном волноводе
40. Основная волна прямоугольного волновода, ее структура поля и параметры
41. Структуры E и H полей в прямоугольном резонаторе.
42. Постановка задачи об излучении. Электродинамические потенциалы.
43. Уравнения для электродинамических потенциалов.  
31001 18
44. Определение электродинамических потенциалов по заданным зарядам и токам
45. Элементарный электрический излучатель.
46. Поле электрического излучателя в ближней и дальней зонах. Диаграмма направленности электрического излучателя. Сопротивление излучения.
47. Уравнения Максвелла для электростатического поля
48. Электростатический потенциал. Граничные условия в электростатике
49. Уравнения для электростатического потенциала.

## **9 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

При изучении дисциплины «Электромагнитные поля и волны» рекомендуется использовать учебные пособия [1,2]. Для лабораторных работ рекомендуется литература [3], для практических занятий рекомендуется литература [4]. Для выполнения курсовой работы рекомендуется литература [1]. Перечисленные ниже источники имеются в библиотеке ТУСУРа.

1. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Л. А. Боков, А. Е. Мандель, В. А. Замотринский — Томск: ТУСУР, 2013 . — 410 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/3289>

2. Б.М. Петров Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов. - М.: Горячая линия- Телеком, 2007.-558 с.

3. Мандель, А. Е. Электромагнитные поля и волны: Методические указания к лабораторным работам [Электронный ресурс] / А. Е. Мандель, Д. В. Окунев, А. В. Фатеев. — Томск: ТУСУР, 2018. — 57 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/9878>



4. Электромагнитные поля и волны: Сборник задач и упражнений [Электронный ресурс] / Л. А. Боков, А. Е. Мандель, Л. И. Шангина, Ж. М. Соколова — Томск: ТУСУР, 2013. — 271с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/3697>