

А.С. Перин, Л.И. Шангина

# **Квантовая и оптическая электроника**

Учебное методическое пособие

Томск  
2018

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

А.С. Перин, Л.И. Шангина

## **Квантовая и оптическая электроника**

Учебное методическое пособие по практическим занятиям и самостоятельной работе для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы»

Томск  
2018

**УДК** 621.391.1.519.8(075.8)

**ББК** 32.88-01я73

П 274

**Рецензент:**

**Хатьков Н.Д.**, доцент кафедры сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники,  
канд. техн. наук

**Перин, Антон Сергеевич**

П 274 Квантовая и оптическая электроника: учеб. метод. пособие по практическим занятиям и самостоятельной работе / А.С. Перин, Л.И. Шангина – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2018. – 227 с.

В учебно-методическом пособии кратко излагаются вопросы усиления и генерации в квантовых приборах, методы формирования, модуляции и приема оптического излучения. Справочный материал приведен в виде формул, таблиц и графиков, необходимых при решении задач. Для каждой темы дополнено достаточное количество примеров, способствующих самостоятельному решению задач, предлагаемых в контрольных работах.

Предназначено для студентов всех форм обучения, обучающихся по направлениям подготовки «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы».

УДК 621.391.1.519.8(075.8)

ББК 32.88-01я73

© Л.И. Шангина, Перин А.С., 2018

© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	6
Краткое содержание курса.....	6
Список введенных сокращений и обозначений .....	7
<b>1 Взаимодействие электромагнитного поля с веществом.....</b>	<b>8</b>
1.1 Основные теоретические сведения .....	8
1.1.1 Квантовые переходы .....	8
1.1.2 Энергетические уровни, ширина спектральной линии ..	11
1.1.3 Усиление и генерация в квантовых системах .....	14
1.1.4 Оптические резонаторы .....	17
1.1.5 Условия самовозбуждения оптических квантовых генераторов .....	19
1.1.6 Характеристики излучения ОКГ. Монохроматичность, когерентность, направленность лазерного излучения ....	20
1.2 Примеры решения типовых задач .....	21
<b>2 Квантовые приборы СВЧ.....</b>	<b>51</b>
2.1 Квантовые парамагнитные усилители (КПУ) СВЧ.....	51
2.2 Квантовый генератор на молекулах аммиака NH <sub>3</sub> .....	52
2.3 Примеры решения типовых задач .....	53
<b>3 Оптические квантовые генераторы (ОКГ).....</b>	<b>68</b>
3.1 Твердотельные лазеры.....	69
3.2 Газовые оптические квантовые генераторы .....	73
3.3 Полупроводниковые лазеры .....	80
3.4 Некоторые расчетные соотношения, используемые в технике ОКГ .....	93
3.5 Примеры решения типовых задач .....	96
<b>4 Оптические управляющие устройства .....</b>	<b>136</b>
4.1 Электрооптические модуляторы .....	136
4.2 Примеры решения типовых задач .....	139
4.3 Акустооптические модуляторы.....	147
4.4 Примеры решения типовых задач .....	154
4.5 Дефлекторы.....	162

4.6	Примеры решения типовых задач .....	170
<b>5</b>	<b>Фотоприемники .....</b>	<b>177</b>
5.1	Параметры и характеристики фотоприемников .....	177
5.2	Примеры решения типовых задач .....	186
<b>6</b>	<b>Варианты контрольных работ.....</b>	<b>192</b>
6.1	Квантовые переходы. Энергетические уровни. Понятие отрицательной температуры.....	192
6.2	Оптические резонаторы.....	195
6.3	Мощность. Оптимальные размеры. Условия самовозбуждения .....	201
6.4	Квантовые парамагнитные усилители. Молекулярные генераторы .....	204
6.5	Оптические квантовые генераторы.....	208
6.6	Пространственные характеристики излучения ОКГ .....	213
6.7	Характеристики лазерного излучения (когерентность, монохроматичность, направленность, частота) .....	217
6.8	Модуляторы и дефлекторы .....	220
6.9	Фотоприемные устройства оптического излучения .....	222
<b>7.</b>	<b>Список рекомендованной литературы</b>	<b>227</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное методическое пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы и комплексы», «Специальные радиотехнические системы».

В каждом разделе кратко изложены теоретические сведения, необходимые для решения задач, приведены решения типовых задач, помогающие разобраться в методах решения поставленных вопросов. Предлагается также значительное количество задач для самостоятельного решения. Условия задач иллюстрируются рисунками, поясняющими принцип работы и устройство приборов.

Для углубленного изучения дисциплины рекомендуется литература, приведенная в конце пособия. В данном пособии представлен справочный материал и рассмотрены методы решения задач по всем разделам курса. Приведены варианты контрольных работ.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

«Квантовая и оптическая электроника». Взаимодействие электромагнитных волн с веществом. Энергетические спектры атомов, молекул, твердых тел. Нормальное и возбужденное состояние системы. Принцип квантового усиления. Понятие о спонтанных переходах и спонтанном излучении. Метастабильные энергетические уровни. Газовые оптические квантовые генераторы. Гелий-неоновый атомарный лазер, его устройство, энергетическая диаграмма. Ионные лазеры, устройство, принцип действия, параметры. Лазеры на твердом теле, материалы, особенности энергетических диаграмм. Полупроводниковые лазеры, их особенности, материалы. Инжекционный лазер на p-n-переходе, энергетическая диаграмма, особенности физических процессов, основные параметры и характеристики. Инжекционные лазеры на гетеропереходах. Методы модуляции, формирование и управление лазерным излучением.

Материал, предлагаемый в данном пособии, опирается на источники [1-8].

## СПИСОК ВВЕДЕННЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ДГС – двойная гетероструктура,

ЭМИ – электромагнитное излучение,

ЭМВ – электромагнитных волн,

ОКГ – оптический квантовый генератор,

$h$  – постоянная Планка,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ , Дж·с,  $e = 2,718$ ,

$\rho_v$  – единичная объемная плотность энергии внешнего поля  
( $\rho_v = 1 \text{ Дж} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ),

$1 \text{ эВ} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Дж}$ .

# 1 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ВЕЩЕСТВОМ

## 1.1 Основные теоретические сведения

### 1.1.1 Квантовые переходы

В квантовых приборах усиление образуется за счет индуцированного (вынужденного) излучения при квантовом переходе частиц с верхнего уровня на нижний. При этом существует три вида переходов между уровнями: спонтанные, индуцированные и тепловые.

Число переходов пропорционально населенности этого уровня  $N_i$  и времени  $dt$

$$dn = A_{ik} \cdot N_i dt, \quad (1.1)$$

где  $A_{ik}$  – вероятность спонтанного перехода в 1 с.

Время, через которое населенность  $N_i$  уменьшается в  $e$  раз по сравнению с начальной величиной, определяется по следующей формуле:

$$\tau_2 = 1/A_{ik}, \quad (1.2)$$

т.е.  $\tau_2$  – характеризует время жизни частицы в возбужденном состоянии и называется временем жизни уровня энергии по спонтанным переходам.

Вероятности вынужденных (индуцированных) переходов определяются соотношениями:

$$W_{21} = B_{21}\rho_v; \quad W_{12} = B_{12}\rho_v; \quad W_{21} = W_{12}, \quad (1.3)$$

где  $B_{21}$  и  $B_{12}$  – коэффициенты Эйнштейна для вынужденных переходов с излучением и поглощением энергии;  $\rho_v$  – единичная объемная плотность энергии внешнего поля и определяется выражением

$$\rho_v = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2}. \quad (1.4)$$

Между вынужденными и спонтанными переходами существует связь



$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu_{21}^3}{c^3} B, \quad (1.5)$$

где  $A_{21}$  – вероятность спонтанных переходов, так как вынужденные переходы снизу вверх и сверху вниз равновероятны, то  $B_{21} = B_{12} = B$ ,  $h$  – постоянная Планка,  $\nu_{21}$  – частота перехода,  $c$  – скорость света.

В перераспределении частиц по энергетическим уровням участвуют безизлучательные переходы, являющиеся также вероятностными процессами

$$\Gamma_{21} = \Gamma_{12} \left( 1 + \frac{h\nu_{21}}{kT} \right). \quad (1.6)$$

Вероятность переходов сверху вниз больше вероятности снизу вверх.

Спонтанные переходы определяют ширину естественной спектральной линии, так как

$$\Delta E_i \geq h/\tau_i, \quad \text{или} \quad \Delta E_i = h\nu_{ik}, \quad (1.7)$$

где  $i, k$  – рабочие уровни ( $i$  – верхний,  $k$  – нижний уровни),  $\tau_i$  – время жизни частицы на  $i$ -том уровне.

Форма спектральной интенсивности линии представляется кривой Лоренца, совпадающей с резонансной кривой колебательного контура с максимумом при  $\nu = \nu_0$ . Шириной линии принято называть частотный интервал  $\Delta\nu$ , в пределах которого интенсивность в спектре равна половине максимальной интенсивности. В данном случае  $\Delta\nu_{л} = 2\alpha$ .

$$J(\nu) = J_0 \frac{\alpha^2}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2},$$

где  $J_0$  – спектральная интенсивность в центре линии,  $\nu_0$  – частота колебаний диполя,  $\alpha$  – константа затухания  $\alpha(t) = \alpha(0) \exp(-\alpha t)$ .

Введя некоторые обозначения, получим выражение для форм фактора.

Форма контура спектральной линии определяется из следующего выражения

$$g(\nu) = \frac{1/\tau\pi}{\frac{1}{\tau^2} + (2 \cdot \pi \cdot \nu - 2 \cdot \pi \cdot \nu_0)^2}, \quad (1.8)$$

где  $\nu_0$  – центральная частота,  $\Delta\nu$  – ширина контура спектральной линии,  $\nu$  – текущая частота,  $\tau$  – время естественной релаксации ( $\tau = 1/2\pi\Delta\nu$ ).

При точных расчетах параметров квантовых систем используют спектральные коэффициенты Эйнштейна. С введением коэффициентов  $a_{ki}, b_{ki}, b_{ik}$  следует уточнить также понятие населенности. Под населенностью  $N_i$  любого уровня следует понимать число частиц в единице объема, энергия которых попадает в пределы размытости этого уровня по энергии.

Таким образом, числа спонтанных и вынужденных переходов в единичном частотном интервале вблизи частоты  $\nu$  в единицу времени можно записать с использованием дифференциальных коэффициентов Эйнштейна

$$n_{ki} = a_{ki}(\nu)N_k, n_{ki} = b_{ki}(\nu)\rho_\nu N_k \text{ и } n_{ki} = b_{ik}(\nu)\rho_\nu N_i. \quad (1.9)$$

Спектральные коэффициенты должны учитываться при получении закона изменения мощности сигнала в процессе прохождения через вещество

$$P(z_1\nu_0) = P(0_1\nu_0)\exp[-\chi(\nu_0)z], \quad (1.10)$$

где  $P(0, \nu_0)$  – мощность на входе в активное вещество;

$\chi(\nu_0)$  – коэффициент усиления, соответствующий центральной частоте, определяемый по формуле:

$$\chi(\nu_0) = \frac{h\nu_0}{\Delta\nu \cdot \vartheta_{гр}} (B_{12} \cdot N_1 - B_{21} \cdot N_2), \quad (1.11)$$

где  $\vartheta_{гр}$  – групповая скорость волны.

Если  $N_1 > N_2$ , то  $\chi(\nu_0)$  является коэффициентом ослабления, в обратном случае  $\chi(\nu_0)$  – коэффициент усиления. При получении инвертированного состояния  $n_2 > n_1$ , вводится и понятие отрицательной температуры, определяемое соотношением:

$$T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln \frac{n_2}{n_1}}. \quad (1.12)$$

Поглощаемая мощность в активном веществе пропорциональна напряженности поля ( $W\tau_1 = \frac{\epsilon E^2 \cdot \tau_1}{2}$ ). В случае слабых полей, когда  $W\tau_1 \ll 1$  ( $\tau_1$  – время продольной релаксации), поглощаемая мощность равна

$$P_{\text{погл}} = h\nu_{21} (N_1^e - N_2^e) B_{12} \rho_\nu g(\nu) . \quad (1.13)$$

Здесь  $N_1^e$  и  $N_2^e$  – населенности уровней в состоянии термодинамического равновесия. В случае сильных полей, когда  $W\tau_1 \gg 1$ ,

$$P_{\text{погл}} = h\nu (N_1^e - N_2^e) \frac{1}{2\tau_1} . \quad (1.14)$$

### 1.1.2 Энергетические уровни, ширина спектральной линии

**Энергетические уровни в газах.** *Электронные уровни* ( $E_{\text{эл}}$ ) – это энергетические уровни электронов на орбитах атома. Расстояние между электронными уровнями для различных газов может составлять 1 – 10 эВ. Система электронных уровней усложняется с ростом числа электронов на орбите.

Если газ состоит из молекул, то следует рассматривать поступательное движение молекул, колебание атомов в молекуле, вращение молекул и движение электронов в атомах. Если молекула содержит  $N$  атомов, то число степеней свободы в линейной системе  $r_{\text{л}} = 3N - 5$ . Каждому виду колебательных движений соответствуют *колебательные энергетические* ( $E_{\text{кол}}$ ) уровни. Расстояние между ними порядка 0,1 эВ. Между колебательными уровнями находятся *вращательные уровни* ( $E_{\text{вр}}$ ) с интервалом порядка  $10^{-3}$  эВ и менее. Полная энергия молекулы может быть представлена в виде суммы трех слагаемых  $E = E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вр}}$ .

**Энергетические уровни в твердом теле.** В твердом теле возможно:

- движение электронов внутри кристаллической решетки (электронные уровни – 1 – 2 эВ);

- колебательное движение частиц (атомов, молекул, ионов) в пределах решетки (колебательные уровни – 0,1 эВ).

Энергия электронных уровней для твердых тел порядка 1 – 2 эВ (на один электрон), то есть много больше энергии колебательных уровней. Электронные и колебательные уровни могут расщепляться, смещаться под действием внутренних и внешних электромагнитных полей.

В твердых телах существует коллективное движение частиц, образующих кристаллическую решетку. При сильных внутренних полях соседние энергетические уровни сливаются, образуя непрерывные разрешенные зоны, между которыми имеются запрещенные зоны.

**Ширина спектральной линии.** Излучение для данного перехода не строго монохроматично, а имеет некоторый спектр частот.

Энергия изолированного атома в возбужденном состоянии записывается:

$$\Delta E_2 \geq \frac{h}{\tau_2}, \quad (1.15)$$

где  $\tau_2$  – время жизни частицы в возбужденном состоянии системы из двух уровней (рис. 1.1), то есть мы считаем величину  $\tau_2$  неопределенностью измерения времени излучения кванта,  $\Delta t = \tau_2$ .

В отсутствие внешних воздействий спонтанное излучение определяет время жизни состояний. Поэтому наименьшая возможная естественная ширина линии равна  $\Delta \nu_{\text{д}} = A_{21}$ . Это рассуждение

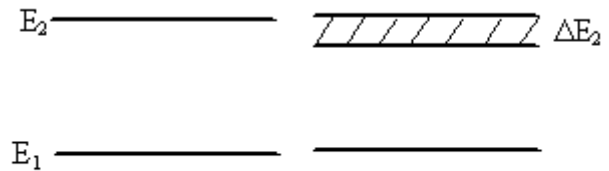


Рис. 1.1

можно применить и к многоуровневой системе. Неопределенность энергии  $i$  уровня равна

$$\Delta E_i \geq \frac{h}{\tau_i}, \quad (1.16)$$

где  $\tau_i$  – время жизни уровня, определяемое по формуле  $\tau_i = 1/A_i$ , то есть определяется вероятностью спонтанных переходов. Соотношение (1.16) определяет зависимость конечной ширины любого энергетического уровня  $\Delta E_i$  от среднего времени жизни этого уровня  $\tau_i$ . Если оно бесконечно велико ( $\tau_i \rightarrow \infty$ ), то  $\Delta E_i \rightarrow 0$ .

Считают, что основной уровень бесконечно узкий. Наиболее широкими являются уровни с малым временем жизни.

Неопределенность в значении частоты перехода между уровнями  $i$  и  $j$  ( $j > i$ ) с шириной уровней  $\Delta E_i$  и  $\Delta E_j$  (рис. 1.2, а) равна

$$(v_{\max} - v_{\min}) = (\Delta E_i + \Delta E_j) / h. \quad (1.17)$$

Ширина спектральной линии изолированного и неподвижного атома, определяемая только временем жизни по спонтанному излучению, является минимальной и называется естественной шириной спектральной линии. Спектральная линия – это узкая область с одним максимумом в спектре поглощения (излучения), рис. 1.2, б, при этом ширину спектральной линии определяют как разность частот, на которых интенсивность излучения равна половине максимального значения.

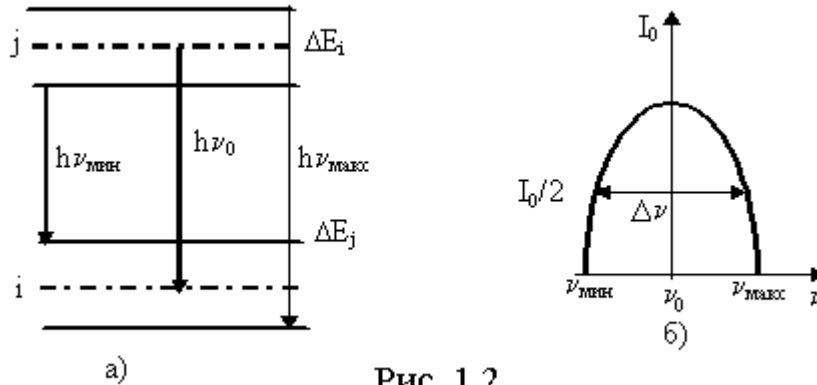


Рис. 1.2

**Частотой перехода** называют частоту, соответствующую максимуму спектральной плотности линии.

Форма спектральной линии может быть представлена лоренцевой кривой.

У спонтанного излучения интенсивность частотно зависима, следовательно, его вероятность зависит от частоты и имеет некоторую спектральную плотность:  $W_{\nu}^{\text{СПОНТ}} = q(\nu)W^{\text{СПОНТ}} = A_{21}q(\nu)$ .

Вероятность индуцированного излучения имеет спектральную плотность:

$$W_{\nu}^{\text{ИНД}} = q(\nu)W^{\text{ИНД}} = B_{21}q(\nu)\rho_{\nu}.$$

При этом 
$$W^{\text{ИНД}} = \int_{\nu} B_{21}q(\nu)\rho_{\nu}d\nu. \quad (1.18)$$

**Уширение спектральной линии.** Назовем причины уширения спектральной линии. Упругие и неупругие столкновения

частиц. Эффект Доплера – зависимость наблюдаемой частоты излучения от скорости движения излучателя. Воздействие постоянных электрических (см. Штарка эффект) и магнитных полей (Зеемана эффект) на уровни энергии атомов и молекул может приводить к сдвигу этих уровней и к их расщеплению на несколько подуровней. Уширение спектральных линий за счет насыщения. Уширение спектральной линии в кристаллах за счет колебаний кристаллической решетки.

**Спектральные коэффициенты Эйнштейна.** Введенные ранее коэффициенты Эйнштейна  $A_{ki}$ ,  $B_{ki}$  и  $B_{ik}$  определяют мощность, излучаемую или поглощаемую во всем спектральном диапазоне данного перехода между уровнями  $i$  и  $k$ , их называют интегральными коэффициентами Эйнштейна, а  $a_{ki}$ ,  $b_{ki}$  и  $b_{ik}$  – спектральными или дифференциальными коэффициентами Эйнштейна.

### 1.1.3 Усиление и генерация в квантовых системах

Рассмотрим двухуровневую систему. В состоянии термодинамического равновесия  $N_1 = N_1^e$ ,  $N_2 = N_2^e$  по закону Больцмана:

$$N_2^e = N_1^e e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} = N_1^e e^{-\frac{h\nu}{kT}}, \quad (1.19)$$

где  $T$  – температура перехода;  $k$  – постоянная Больцмана.

Изменение энергии в бруске площадью поперечного сечения  $1 \text{ см}^2$  при воздействии на систему слабого внешнего электромагнитного поля (рис. 1.3) будет определяться следующим образом.

Пусть  $P(0, \nu)$  – поверхностная плотность мощности падающей плоской волны при  $z = 0$ . Найдем изменение энергии в слое  $dz$  на расстоянии  $z$ .

Число внутренних переходов с поглощением энергии в слое  $dz$  в единичном частотном интервале в единицу времени определяется зависимостью

$$dn_{12} = b_{12}(\nu) \rho_\nu N_1 dz,$$

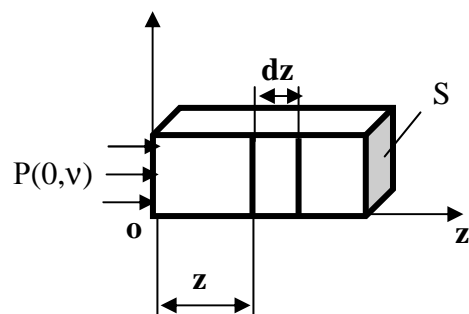


Рис. 1.3

а с излучением  $dn_{21} = b_{21}(\nu)\rho_\nu N_2 dz$ .

Поглощение и излучение энергии в единицу времени в слое  $dz$  определим, умножив  $dn_{12}$  и  $dn_{21}$  на квант энергии.

Спонтанные переходы на процесс взаимодействия поля с веществом не влияют. Изменение энергии электромагнитного поля в слое  $dz$  в единицу времени, то есть изменение мощности

$$dP = dP_{\text{изл}} - dP_{\text{погл}} = -[b_{21}(\nu)N_2 - b_{12}(\nu)N_1]\rho_\nu h\nu_{21} dz.$$

Объемная плотность связана с поверхностной плотностью мощности соотношением  $P = \rho_\nu \vartheta_{\text{гр}}$ , где  $\vartheta_{\text{гр}} = \frac{c}{n}$ , тогда

$$\frac{dP(z, \nu)}{P(z, \nu)} = -[b_{21}(\nu)N_2 - b_{12}(\nu)N_1] \frac{h\nu_{21}}{\vartheta_{\text{гр}}} dz. \quad (1.20)$$

Проведя интегрирование по  $z$  от 0 до  $z$ , получим при малом  $\rho_\nu$ :

$$P(z, \nu) = P(0, \nu) e^{-\chi(\nu)z}, \quad \text{где } \chi(\nu) = [b_{12}(\nu)N_1 - b_{21}(\nu)N_2] \frac{h\nu_{21}}{\vartheta_{\text{гр}}}. \quad (1.21)$$

Умножим обе части равенства (1.21) на  $d\nu$ , проинтегрируем по  $\nu$ .

В пределах спектральной линии, с учетом интегральных коэффициентов, получим

$$\chi(\nu_0) = \frac{h\nu_0 B}{\Delta\nu \vartheta_{\text{гр}}} [N_1 - N_2], \quad (1.22)$$

где  $\chi(\nu_0)$  – коэффициент, соответствующий центральной частоте перехода,  $\Delta\nu$  – интервал частот, считаем, что  $\nu_{21} \approx \nu_0$ .

Так как мощность в любой точке образца равна  $P(z, \nu_0) = P(0, \nu_0) e^{-\chi(\nu_0)z}$ , то физический смысл параметра  $\chi$  будет заключаться в следующем. Здесь  $\chi(\nu_0) \neq f(z)$ , так как можно предположить, что  $N_1$  и  $N_2 \neq f(z)$ .

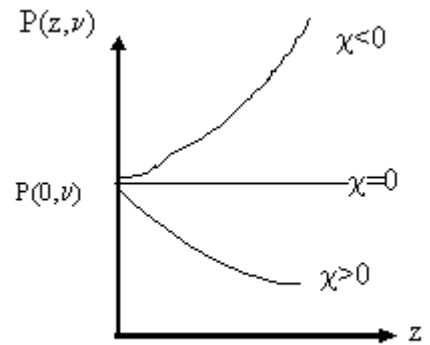


Рис. 1.4

Из (1.22) следует, что величина  $\chi(\nu_0)$  положительна, если  $N_1 > N_2$ . В этом случае система находится в термодинамическом равновесии. Энергия внешнего поля поглощается, а  $\chi(\nu_0)$  имеет смысл коэффициента поглощения и показывает, на какой длине координаты  $z$  начальная мощность сигнала уменьшается в 2,7 раз. При  $\chi(\nu_0) < 0$  с увеличением координаты  $z$  происходит рост мощности сигнала  $P(z, \nu_0)$  и  $\chi(\nu_0)$  имеет смысл коэффициента усиления.

Еще раз об инверсии населенности. Среда, в которой возникает инверсия населенности, называется активной средой. Таким образом, при прохождении излучения через среду с инверсией населенности уровней возможно усиление этого излучения, и тогда уравнение для излучаемой мощности можно записать в виде:

$$P(z, \nu_0) = P(0, \nu_0) e^{\chi_a z}, \quad (1.23)$$

где  $\chi_a = -\chi(\nu_0)$  – показатель усиления активной среды.

При равенстве населенностей ( $N_1 = N_2$ ) и  $\chi(\nu_0) = 0$ , мощность сигнала в среде не ослабляется и не усиливается. В этом случае среду можно рассматривать как прозрачную для внешнего сигнала. Состояние с равными населенностями уровней принято называть состоянием насыщения перехода.

**Понятие отрицательной температуры** выводится из закона Больцмана

$$T = \frac{E_2 - E_1}{K \ln \frac{N_1^e}{N_2^e}} = \frac{h\nu_{21}}{K \ln \frac{N_1^e}{N_2^e}}, \quad (1.24)$$

где  $T$  – температура перехода.

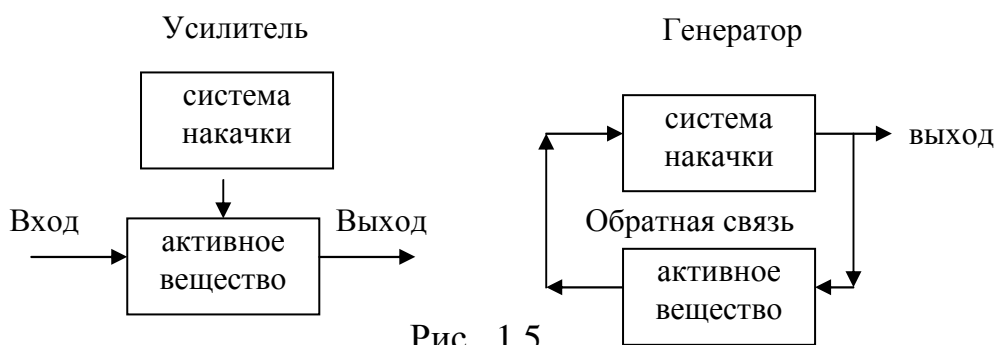
Если  $N_1 > N_2$ ,  $T > 0$ , если  $N_1 < N_2$ ,  $T < 0$ .

Хотя все выводы мы делали на переходах между двумя уровнями, но нужно знать, что в двухуровневой системе нельзя получить инверсию населенности с помощью электромагнитного поля. Получение инверсии населенности возможно только в системе, содержащей 3 или более уровней.



## Структурные схемы квантовых усилителей и генераторов

На рис. 1.5 изображены блок-схемы усилителей и генераторов.



Системы накачки: накачка СВЧ полем в мазерах; оптическая накачка в лазерах; электрическая накачка; электрический разряд в газах; прохождение прямого тока; бомбардировка ускоренными электронами активного вещества; химическая накачка; газодинамическая накачка – быстрое (сверхзвуковое) расширение газа; накачка методом сортировки – пространственное разделение атомов или молекул газа, находящихся в различных энергетических состояниях.

### 1.1.4 Оптические резонаторы

Положительная обратная связь в лазерах осуществляется с помощью оптического резонатора – системы обращенных друг к другу отражающих поверхностей с  $r_1$  и  $r_2$ . Коэффициенты отражения зеркал  $r_1$  и  $r_2$ , расположены на расстоянии  $L$  друг от друга. Условием образования стоячих волн является

$$L = q \cdot \lambda_q / 2 \quad (q=1,2,3), \quad (1.25)$$

где  $q$  – целое число (продольный тип колебаний);

$\lambda_q$  – длина волны при выбранном значении  $L$ .

Каждому  $q$  соответствует своя частота колебаний  $\nu_q$ , определяемая из соотношения:

$$\nu_q = c/\lambda_q = q c/2L. \quad (1.26)$$

Интервал между частотами соседних продольных волн составляет

$$\Delta v_q = c/2L. \quad (1.27)$$

В резонаторе с активной средой происходит не только усиление мощности, но и потери ее. Перечислим разные виды потерь: потери на поглощение в зеркалах, потери рассеяния на неоднородностях, потери за счет непараллельности зеркал, дифракционные потери ( $\alpha_d$ ). Дифракционные потери различны для квадратных, круглых зеркал; для плоских и сферических. Дифракционные потери определяются с помощью формулы, определяющей число Френеля [6]

$$N = D^2 / (L \lambda), \quad (1.28)$$

где  $D$  – размер зеркала.

Затем по таблицам и графикам определяют величину потерь.

Таким образом, с учетом всех перечисленных потерь, суммарные потери за один цикл приведут к относительному ослаблению мощности в  $\beta$  раз.

$$\beta = r_1 \cdot r_2 \cdot (1 - \alpha_d) \cdot \exp(\alpha_{\text{рас}} \cdot 2 \cdot L). \quad (1.29)$$

Основным параметром резонаторов является добротность, которую можно задать следующей формулой, учитывающей дифракционные потери:

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda \cdot \left( 1 - r + \frac{\lambda \cdot L}{D^2} \right)}, \quad (1.30)$$

где  $r = r_1 \cdot r_2$ .

Полная добротность с учетом непараллельности зеркал:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda(1-r)}{2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot L_0} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\gamma}{2 \cdot L \cdot D}}, \quad (1.31)$$

где  $\gamma$  – угол перекося зеркал.

В формуле (1.31) первое слагаемое определяет добротность  $Q_R$  за счет отражения от зеркал,

$$Q_R = v / \Delta v = 2\pi\nu\tau. \quad (1.31a)$$

Из (1.31a) можно получить время жизни фотона

$$\tau_p = Q_R / \nu. \quad (1.31b)$$

Здесь  $\tau = L \cdot n / (c(1-r))$  – характеристическое время затухания в среде с показателем преломления –  $n$ . Второе слагаемое в (1.31) учитывает потери на внутренних дефектах кристалла.  $L_0$  – эффективная длина пути. Величину  $L_0$  непосредственно вычислить затруднительно, но можно считать, что  $\lambda \ll L_0$ . Третье слагаемое в (1.31) образуется за счет непараллельности зеркал.

Учет потерь через боковые стенки резонатора можно провести по формуле:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi \cdot D^2}. \quad (1.32)$$

### 1.1.5 Условия самовозбуждения оптических квантовых генераторов

Условием самовозбуждения является выполнение в генераторе баланса фаз:

$$\varphi = (2\pi / \lambda g) 2L = 2\pi g \quad (1.33)$$

и баланса мощностей, определяющего мощность стационарных колебаний.

Самовозбуждение возможно при выполнении условия

$$r_1 \cdot r_2 \exp(\chi_a - \alpha_a) \cdot 2L > 1 \quad \text{или} \quad K_0^2(r_1 \cdot r_2) > 1. \quad (1.34)$$

Прологарифмировав (1.34), получим выражение для  $\chi_a$  в виде

$$\chi_a = \alpha_a + \frac{1}{L} \cdot \ln(r_{12})^{-1/2}, \quad (1.35)$$

где  $\alpha_a$  – потери в активном веществе,  $\alpha_3 = \frac{1}{L} \cdot \ln(r_1 r_2)^{-1/2}$ .

Условие стационарного режима генерации запишем в виде:

$$\chi_a = \alpha = \alpha_a + \alpha_3, \quad (1.36)$$

где  $\alpha$  – коэффициент полных потерь.

С учетом всех потерь и усиления мощность излучения будет определяться формулой:

$$P_{\text{изл}} = \left( \frac{\vartheta_{\text{гр}} LS}{\delta_{12}} \right) (\chi_a^0 - \alpha) (\alpha_3 / \alpha), \quad (1.37)$$

где  $\vartheta_{\text{гр}}$  – групповая скорость;  $S$  – площадь поперечного сечения;  $\alpha$  – общие потери ( $\alpha = \alpha_a + \alpha_3$ ),  $\delta_{12}$  – параметр нелинейности;  $\chi_a^0$  – начальный показатель усиления, соответствующий отсутствию поля. Вычислить его можно по формуле

$$\chi_a^0 = \frac{h\nu_0 B \cdot N \Gamma_{12} - \beta_{21}}{\Delta\nu \cdot \vartheta_{\text{гр}} \Gamma_{12} + \beta_{21}}, \quad (1.38)$$

где  $\beta_{21}$  – суммарная вероятность переходов  $2 \rightarrow 1$ , связанная со спонтанными и безызлучательными переходами.

Для трехуровневой среды в стационарном режиме требуется минимальная (пороговая) мощность накачки, определяющая начало генерации. Её можно определить из следующего выражения

$$P_{\text{пор}} = \frac{1}{2} h\nu_{31} \cdot l \cdot S \left[ \frac{N_0}{\tau \cdot t} \right], \quad (1.39)$$

где  $\nu_{31}$  – частота излучения накачки, Гц;  $l$  – длина активного элемента, м;

$S$  – площадь поперечного сечения активного элемента, м<sup>2</sup>;

$N_0$  – общее число активных частиц в единице объёма вещества 1/см<sup>3</sup>;

$\tau$  – квантовый выход люминесценции линии на частоте  $\nu_{21}$ ;

$t$  – время жизни на метастабильном уровне.

### 1.1.6 Характеристики излучения ОКГ. Монохроматичность, когерентность, направленность лазерного излучения

Длина когерентности может быть определена из выражения

$$L_{\text{когер}} = c \cdot \tau, \quad (1.40)$$

где  $\tau = 1/\Delta\lambda$ ,  $\Delta\lambda$  – ширина спектральной полосы.

Пространственная когерентность может определяться с помощью интерферометра Юнга, причем модуль  $|\gamma_{12}|$  равен:

$$|\gamma_{12}| = \frac{J_1 + J_2}{2\sqrt{J_1 + J_2}} \gamma_{\text{экс}} = \frac{J_{\text{max}} + J_{\text{min}}}{I_{\text{max}}}, \quad (1.41)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  – интенсивность световых полей выделенных интерферирующих пучков;  $\gamma_{\text{эксп}}$  – измеряемый в интерферометре контраст интерференционных полос.

В случае генерации одной моды на частоте  $\nu_0$ , ширина лазерного излучения может быть оценена по формуле

$$\delta\nu_T \cong \frac{8\pi h\nu_0}{P} \Delta\nu_P^2, \quad (1.42)$$

где  $P$  – мощность излучения;  $\nu_0$  – резонансная частота ( $\nu_0 = Q \cdot \Delta\nu_P$ ).

Степень монохроматичности можно определить по огибающей спектра, состоящей из нескольких мод:

$$\mu = \delta\nu_0 / \nu_0 = \delta\nu_{\text{ос}} / \nu_0 \approx 10^{-7}. \quad (1.43)$$

Временная когерентность и монохроматичность связаны между собой. Чем выше степень временной когерентности, т.е. чем больше время когерентности, тем меньше частотный спектр  $\Delta\nu$ , занимаемый излучением, и лучше монохроматичность.

Высокую направленность лазерного излучения, возможность фокусировки излучения в пятно чрезвычайно малых размеров обуславливает пространственная когерентность пучка лазера. Направленность излучения характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Как известно, угловое расстояние первого дифракционного минимума от центра дифракционной картины в случае дифракции плоской волны на круглом отверстии диаметром  $D$  равно:

$$D_a = \frac{1,22 \cdot \lambda}{D}. \quad (1.44)$$

## 1.2 Примеры решения типовых задач

*Темы: Квантовые переходы. Энергетические уровни, ширина спектральной линии. Усиление и генерация в квантовых системах.*

**1.2.1.** Определить неопределенность энергии  $i$ -того уровня и ширину естественной линии вещества, имеющего время жизни уровня  $7 \cdot 10^{-6}$  с.

Решение. Если в данный момент времени атом находится в одном возбужденном состоянии  $E_k$ , то такое состояние атома неустойчиво. Через время  $\tau$  атом перейдет в одно из состояний с меньшей энергией  $E_i$ . Это время характеризуется изменением населенности уровня  $E_k$  в 2,7 раз. А вероятность спонтанного перехода определяется из (1.2), откуда  $A_{21} = 1/\tau$ .

Но даже в идеальном случае, когда на частицу не действуют внешние силы, ширина энергетических уровней конечна. Энергия изолированного атома в возбужденном состоянии записывается выражением:  $\Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$ .

Подставляя численные значения для  $\tau$  и  $\hbar$  в формулы для  $A_{21}$  и  $\Delta E$ , получим

$$A_{21} = \frac{1}{7 \cdot 10^{-6}} = 0,142 \cdot 10^6;$$

$$\Delta E = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{7 \cdot 10^{-6}} = 0,945 \cdot 10^{-28} \text{ Дж} = 5,9 \cdot 10^{-10} \text{ эВ}.$$

**1.2.2.** Населенность верхнего и нижнего уровней равна соответственно  $1 \cdot 10^{10}$  и  $0,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Кратность вырождения верхнего уровня 2, нижний уровень не вырожден. Возможно ли в рассматриваемой системе усиление? Поглощение?

Решение. Отношение числа частиц на уровнях  $i$  и  $j$  с учетом вырождения:

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{\bar{g}_i}{\bar{g}_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right).$$

Для температурной зависимости можно записать:

$$T = \frac{E_i - E_j}{k \ln\left(\frac{n_j}{\tilde{g}_j} / \frac{n_i}{\tilde{g}_i}\right)}. \quad (1.45)$$

Условие усиления  $n_i \tilde{g}_j > n_j \tilde{g}_i$  не выполняется. Так как  $\frac{1 \cdot 10^{10}}{2} = 0,5 \cdot 10^{10}$  и, таким образом,  $T = \pm\infty$ . В системе нет ни усиления, ни поглощения.

**1.2.3.** Рассчитать доплеровскую ширину линии для лазера с плоско-параллельным резонатором Фабри–Перо на переходе 1,15 мкм. При следующих значениях активной среды:

$\kappa = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  – постоянная Больцмана;  $T = 300^0 \text{К}$ ,

$M = 2 \cdot 10^{-24} \text{Г}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ .

Решение. Произведем оценку  $\Delta\nu_D$  с учетом условий задачи по следующей формуле:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2\kappa T^0 \ln 2}{Mc^2}}. \quad (1.46)$$

Центральная частота, при заданном переходе 1,15 мкм, равна  $\nu_0 = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{М}$ .

Подставляя числовые значения, получим:  $\Delta\nu_D = 800 \text{ МГц}$ .

**1.2.4.** Как записать соотношение  $\Gamma_{21}/\Gamma_{12}$ , если учесть, что  $h\nu \gg kT$ , что обычно справедливо для квантовых приборов оптического диапазона.

Решение. Из принципа детального равновесия для  $n_{21} = n_{12}$ , получим  $\Gamma_{12} \cdot N_1 = \Gamma_{21} \cdot N_2$ . Заменяя в законе Больцмана (1.19) отношение населенностей на отношение вероятностей, получим следующее выражение

$$\frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12}} = \frac{N_1}{N_2} = \exp\left[\frac{E_k - E_i}{kT}\right] = \exp\left(\frac{h\nu_{ki}}{kT}\right).$$

Учитывая, что  $h\nu \gg kT$ , разложим в ряд экспоненту. Оставив два первых члена ряда, запишем отношение вероятностей в следующем виде

$$\frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12}} = 1 + \frac{h\nu_{21}}{kT} \text{ или } \Gamma_{21} = \Gamma_{12} \left(1 + \frac{h\nu_{21}}{kT}\right). \quad (1.47)$$

Таким образом, вероятность безызлучательного перехода сверху вниз больше вероятности снизу вверх.

**1.2.5.** Изобразить контур спектральной линии, если ширина контура спектральной линии на длине волны излучения в 0,63 мкм равна 150 МГц.

Решение. Так как в задаче заданы резонансная частота и ширина контура, то для изображения контура спектральной линии необходимо использовать формулу (1.8).

Так как время естественной релаксации равно  $\tau = 1/2\pi\Delta\nu$ , то преобразуем (1.8) к виду

$$g(\nu) = \frac{2 \cdot \Delta\nu}{(2\pi\Delta\nu)^2 + (2\pi \cdot \nu - 2\pi\nu_0)^2} = \frac{2 \cdot \Delta\nu}{(2\pi)^2 \cdot 10^6 \cdot [\Delta\nu^2 + 10^4 \cdot (\nu^2 - 2 \cdot \nu \cdot \nu_0 + \nu_0^2)]},$$

где  $\nu_0 = 4,7 \cdot 10^6$  м. Просчитываем несколько значений  $g(\nu)$  вблизи  $\nu_0$ .

$$g(\nu) := \frac{2 \cdot 150}{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^6 \cdot [150^2 + 10^4 \cdot (\nu^2 - 2 \cdot \nu \cdot 4.7 + 4.7^2)]}$$

с интервалом  $\nu := -3, -2.9005.. 10$ , получим график зависимости  $g(\nu)$ .

Вид требуемой кривой представлен на рис. 1.6.

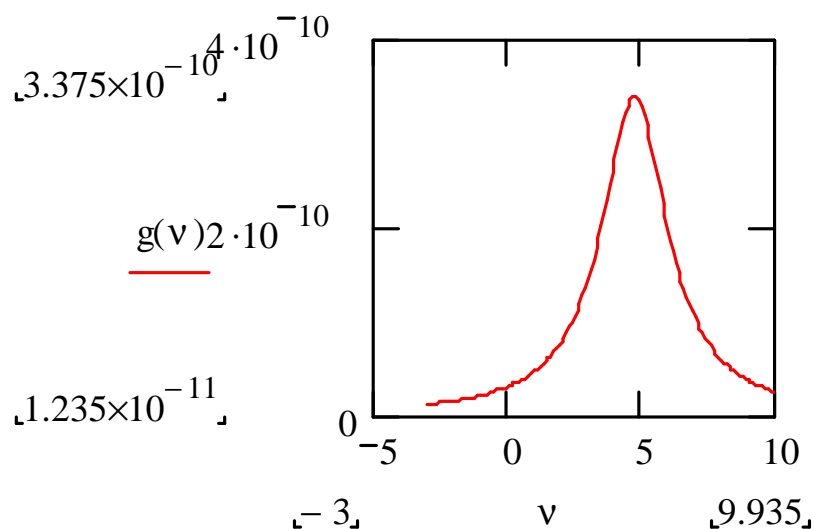


Рис. 1.6



**1.2.6.** Определить коэффициент Эйнштейна по индуцированным переходам на длине волны  $\lambda = 0,56$  мкм, если время жизни по спонтанным переходам  $\tau = 0,5 \cdot 10^{-7}$  с.

Решение. Спонтанные переходы линейно связаны между собой следующим выражением (1.5). Так как в задаче задано время жизни по спонтанным переходам  $\tau = 0,5 \cdot 10^{-7}$  с, то легко определить  $A_{21}$ —вероятность спонтанных переходов по формуле (1.2). Подставляя все численные значения в (1.5), получим величину, определяющую индуцированные переходы

$$B = \frac{c^3 \cdot \lambda^3}{\tau \cdot 8 \cdot \pi \cdot h \cdot c^3} = \frac{\lambda^3}{\tau \cdot 8 \cdot \pi \cdot h} = \frac{(0,56)^3 \cdot 10^{-18}}{0,5 \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot \pi \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 2 \cdot 10^{20} \text{ м}^3 / (\text{Дж} \cdot \text{с}^2).$$

При  $A_{21} = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$  частота перехода равна  $\nu = 5,36 \cdot 10^{14}$  Гц.

**1.2.7.** Атом излучает фотон с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм. Известно, что время излучения  $\tau \approx 18 \cdot 10^{-14}$  с. Оценить, исходя из соотношений неопределенностей для энергии, неточности в определении указанной длины волны.

Решение. При  $\lambda = 0,55$  мкм;  $\tau = 18 \cdot 10^{-14}$  с неопределенность энергии  $i$  уровня согласно уравнению (1.7) равна

$$\Delta E_1 = \frac{h}{\tau} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{18 \cdot 10^{-14}} = 0,3683 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$$

С другой стороны, частоту определяем из соотношения Эйнштейна

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0,3683 \cdot 10^{-20}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,55 \cdot 10^{14} \text{ Дж}.$$

Определим длину волны

$$\lambda = c / \nu = 3 \cdot 10^8 / 5,55 \cdot 10^{14} = 0,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

При сравнении с заданным значением длины волны видно, что несоответствие равно 0,01 мкм.

**1.2.8.** Пусть отношение населенностей  $N_2/N_1$  двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре  $T=300$  К, равно  $1/e$ . Вычислите частоту излучения  $\nu$ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область электромагнитного спектра попадает излучение с такой частотой?

Решение. В состоянии термодинамического равновесия  $N_1 = N_1^e$ ;  $N_2 = N_2^e$ . Используя выражение (1.24), определяющее значение температуры из закона Больцмана (1.19), находим частоту

$$\nu = \frac{T \cdot k \cdot \ln \frac{N_1^e}{N_2^e}}{h} = \frac{300 \cdot 1,3 \cdot 10^{-23} \cdot \ln e}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 6 \cdot 10^{12} \text{ Гц.}$$

Для определения области спектра, находим длину волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{12}} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ м} - \text{инфракрасный диапазон.}$$

**1.2.9.** Если коэффициент усиления в активной среде  $\chi_a$  равен  $3 \cdot 10^{-1} \text{ см}^{-1}$ , то чему равна мощность сигнала в процессе второго прохождения через активное вещество длиной  $L = 10 \text{ см}$  при мощности на входе в активное вещество  $P(0, \nu_0) = 1 \text{ мВт}$ ?

Решение. Выходную мощность можно определить довольно просто из выражения (1.23). Подставляя исходные данные, получим

$$P_{\text{вых}} = P_0 \cdot e^{\chi_a \cdot L} = 1 \cdot e^{0,3 \cdot 20} = 403,43 \text{ мВт.}$$

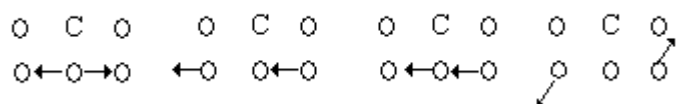
**1.2.10.** Определить число степеней свободы движения в молекуле аммиака ( $\text{NH}_3$ ) и углекислого ( $\text{CO}_2$ ) газа.

Решение. Многоатомная молекула – это колебательная система со многими степенями свободы, совершающая малые колебания. Число степеней свободы определяется из выражения

$$3N - 5, \quad (1.48)$$

где  $N$  – число атомов в молекуле.

Для  $\text{CO}_2$ :  $3 \cdot 3 - 5 = 4$  степени свободы



Для  $\text{NH}_3$ :  $3 \cdot 4 - 5 = 7$  степени свободы.

Таким образом, получаем для  $\text{CO}_2$  – 4, а для  $\text{NH}_3$  – 7 степеней свободы.

**1.2.11.** Если газ состоит из молекул, то следует рассмотреть поступательное движение атомов внутри молекулы. Определить рабочий частотный диапазон переходов для колебательных энергетических уровней. (Справка:  $1\text{эВ} = 1,6 \times 10^{-19}$  Дж).

Решение. Расстояние между колебательными уровнями разных молекул находится в пределах  $0,1 \div 0,01\text{эВ}$ .

Определим частоту и длину волны для колебательных энергетических уровней с энергией  $0,1\text{эВ}$

$$\nu = \frac{0,16 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 0,024 \cdot 10^{15} \text{ Гц}, \quad \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{0,024 \cdot 10^{15}} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Определим частоту и длину волны для колебательных энергетических уровней с энергией  $0,01\text{эВ}$

$$\nu = 0,0024 \cdot 10^{15} \text{ Гц}, \quad \lambda = 125 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

**1.2.12.** Между колебательными уровнями находятся вращательные уровни. Определить рабочий частотный диапазон переходов для вращательных энергетических уровней. (Справка:  $1\text{эВ} = 1,6 \times 10^{-19}$  Дж).

Решение. Расстояние между вращательными уровнями разных молекул находится в пределах  $10^{-3} \div 10^{-4}\text{эВ}$ .

Определим частоту и длину волны для вращательных энергетических уровней с энергией  $10^{-3}\text{эВ}$

$$\nu = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 0,24 \cdot 10^{12} \text{ Гц}, \quad \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{0,24 \cdot 10^{12}} = 125 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Определим частоту и длину волны для вращательных энергетических уровней с энергией  $10^{-4}\text{эВ}$

$$\nu = 0,24 \cdot 10^{11} \text{ Гц}, \quad \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{0,24 \cdot 10^{11}} = 125 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

## Оптические резонаторы. Моды резонатора. Потери

**1.2.13.** Оценить, насколько частота типа колебаний  $\text{TEM}_{01}$  отличается от частоты основного типа колебаний  $\text{TEM}_{00}$  для пустого резонатора. Резонатор образован плоским и сферическим

(радиус кривизны  $R_1 = \infty$  и  $R_2 = 100$  см) зеркалами. Длина резонатора  $L=50$  см.

Решение. Собственные частоты основной моды пустого резонатора

$$\nu = \nu_0 \left( q + \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 \cdot g_2} \right). \quad (1.49)$$

Для частот высших типов колебаний существует выражение

$$\nu = \nu_0 \left( q + (m+n) \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 \cdot g_2} \right), \quad (1.50)$$

где  $\nu_0 = c/2L$ ;  $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$ ;  $q, m, n$  – целые числа;  $R_1, R_2$  – радиусы кривизны зеркал;  $L$  – длина резонатора.

Из (1.50) видно, что все моды с постоянной суммой поперечных индексов  $m+n$  частотно вырождены.

Частотные ряды двух типов колебаний разного порядка  $m+n$  сдвинуты друг относительно друга на величину

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{1}{\pi} (\Delta(m+n)) \arccos \sqrt{g_1 \cdot g_2}.$$

Одно из зеркал резонатора плоское, т.е. его  $R = \infty$  и

$$g = 1 - \frac{L}{R} = 1,$$

для другого зеркала  $g = 0,5$ . Для типа колебаний  $m=q=0, n=1$  имеем:

$$\nu_{01} - \nu_{00} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 50 \cdot 3,14} \arccos \sqrt{0,5} = 74,5 \text{ МГц.}$$

**1.2.14.** Имеется резонатор объемом  $V = 1 \text{ см}^3$ . Найдите, сколько мод резонатора находится на полосе  $\Delta\lambda = 0,01$  мкм с центральной длиной волны  $\lambda_q = 0,6$  мкм.

Решение. Предполагая, что резонатор образован плоскими зеркалами, определим расстояние в Гц между модами резонатора по формуле (1.26)

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2 \cdot L} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 1} = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ Гц.}$$

При длине волны в 0,6 мкм, частота будет

$$\nu_q = \frac{3 \cdot 10^8}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

Число частиц на уровне определяется выражением

$$N = \frac{8 \cdot \pi \cdot \nu^2 \cdot \Delta\nu}{c^3} \cdot V. \quad (1.51)$$

$$N = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{28} \cdot 3 \cdot 10^{16} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{27 \cdot 10^{24}} = 0,69 \cdot 10^{16}.$$

В пустом резонаторе уложится

$$q = \frac{\nu_q \cdot 2 \cdot L}{c} = \frac{5 \cdot 10^{14} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^8} = 3,3 \cdot 10^4 \text{ мод.}$$

На заданной полосе частот  $\Delta\nu_{\text{л}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^{16}$  уло-

жится

$$\frac{\Delta\nu_{\text{л}}}{\Delta\nu_q} = \frac{3 \cdot 10^{16}}{1,5 \cdot 10^{10}} = 2 \cdot 10^6 \text{ мод.}$$

*Ответ:*  $2 \cdot 10^6$  мод.

**1.2.15.** Чему равна ширина первого (главного) дифракционного максимума резонатора с плоскими зеркалами диаметром 10 мм, при длине рабочей волны  $\lambda=0,69$  мкм.

Решение. Максимумы интерференции получаются при условии

$$D \cdot \sin\alpha = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (1.52)$$

где  $k = 1, 2, 3, 4$ .

Расстояние от первого дифракционного максимума, заключенного между двумя первыми минимумами, будет определяться из условия

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{D}, \quad (1.53)$$

где  $\theta_1$  – угол дифракции, в направлении которого расположен первый минимум. Под таким же углом будет расположен симметричный ему первый минимум. Следовательно, ширина первого (главного) максимума дифракции равна:

$$\Delta\theta_1 = 2 \cdot \arcsin \frac{\lambda}{D},$$

если  $\theta_1$  мал, то и  $\sin \theta_1 \approx \theta$ , и для  $\Delta\theta_1$  можем написать

$$\Delta\theta_1 = \frac{2 \cdot \lambda}{D}.$$

Подставляя численные данные получим,

$$\Delta\theta_1 = \frac{2 \cdot 0,69 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-3}} = 1,38 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

*Ответ:*  $\Delta\theta_1 = 1,38 \cdot 10^{-4}$  рад.

**1.2.16.** Спектральная ширина линии излучения лазера составляет 800 МГц. Центральная частота для излучательного перехода  $\nu_0 = 4,74 \cdot 10^{14}$  Гц.

1) Определить, какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере, если длина резонатора  $L = 50$  см.

2) Оценить, при какой длине резонатора в лазере будет возбуждаться один продольный тип колебаний.

Решение.

Дано:  $\nu_0 = 4,74 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\Delta\nu_q = 800$  МГц,  $L = 50$  см.

1) Каждому индексу  $q$  соответствует своя частота колебаний  $\nu_q$ , определяемая из известного соотношения

$$\nu_q = \frac{c}{\lambda_q} = \frac{q \cdot c}{2 \cdot L}.$$

Отсюда легко получаем

$$q = \frac{2 \cdot L \cdot \nu_q}{c} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 4,74 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 10^{10}} = 158 \cdot 10^4.$$

С другой стороны  $L = \frac{q \cdot \lambda_q}{2}$ . Откуда  $q = \frac{2 \cdot L}{\lambda_q}$

$$\lambda_q = \frac{c}{\nu_q} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{4,74 \cdot 10^{14}} = 0,63 \cdot 10^{-4} \text{ см, следовательно,}$$

$$q = \frac{2 \cdot 50}{0,63 \cdot 10^{-4}} = 158 \cdot 10^4.$$

Можно по другому  $\Delta V_q = \frac{c}{2 \cdot L} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 50} = 3 \cdot 10^8$

$$\frac{\Delta V_q}{V_q} = \frac{1}{q}; \quad q = \frac{V_q}{\Delta V_q} = \frac{4,74 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} = 158 \cdot 10^4.$$

Это число, определяющее количество продольных мод резонатора.

Если же в резонаторе находится вещество со своей спектральной линией, равной  $\Delta V_q = 800$  МГц, то в пределах ширины спектральной линии вещества укладывается

$$\frac{\Delta V_{q \text{ вещество}}}{\Delta V_{q \text{ резонатор}}} = \frac{8 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 2,66 \approx 3 \text{ продольных моды.}$$

2) Один продольный тип будет возбуждаться при  $L = 0,315 \cdot 10^{-4}$  см, т.е. длина резонатора равна половине длины волны  $\lambda_q$ .

*Ответ:* 1)  $\approx 3$  моды, 2)  $L = 0,315 \cdot 10^{-4}$  см.

**1.2.17.** Определить частотные характеристики излучения квантового генератора со следующими параметрами: длина волны излучения  $\lambda = 1$  мкм, диаметр зеркал  $D = 8$  мм, радиусы кривизны зеркал равны  $R_1 = 0,84$  м и  $R_2 = 2$  м, длина резонатора  $L = 0,45$  м, параметр конфигурации резонатора  $g_1 \cdot g_2 = 0,35$ ,  $g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 0,46$ ,  $g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 0,77$ .

Решение. Для грубого определения спектра практически можно воспользоваться приближением «пустого» резонатора, то есть не учитывать эффектов затягивания типов колебаний. Для частотного набора основной моды справедлива формула (1.49).

При заданной длине волны, частота равна

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

Каждому индексу  $g$  соответствует своя частота колебаний  $\nu_q$ , определяемая из соотношения (1.26), и, следовательно, число  $q$  равно:

$$q = \frac{v_q \cdot 2L}{c} = \frac{3 \cdot 10^{14} \cdot 2 \cdot 0,45}{3 \cdot 10^8} = 90 \cdot 10^4.$$

Подставляя в (1.49) численные значения параметров, получим значение  $V$

$$v = 3 \cdot 10^{14} \left( 45 \cdot 10^4 + \frac{1}{3,14} \arccos \sqrt{0,77} \right) = 135 \cdot 10^8 \text{ Гц.}$$

Спектр каждого поперечного типа представляет ряд частот, разделённых интервалом  $\Delta v_q$ .

$$\text{При } n = 1 \quad \Delta v_q = \frac{c}{2L \cdot n} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,45} = 333 \text{ МГц.} \quad \Delta v_q = 333 \text{ МГц.}$$

Частотный ряд ограничен активным диапазоном контура перехода. Положение частот генератора в контуре хаотически меняется вследствие тепловых и механических уходов длины резонатора. Например, изменение длины резонатора на величину  $\lambda/2$  приводит к смещению частоты на величину  $\Delta v_q$ .

Расположение частотного ряда поперечной моды зависит от многих факторов, основным из которых является поперечный порядок ( $\mu$ ). Он показывает линейные комбинации поперечных индексов моды:  $(m + n + 1)$  – для прямоугольной геометрии и  $(2 \cdot p + 1 + 1)$  – для цилиндрической геометрии. Именно эти суммы определяют основные свойства данной поперечной моды.

Частотный ряд любой поперечной моды сдвинут на

$$\Delta v = \frac{\vartheta_0 \cdot \varphi}{180^\circ} \quad (1.54)$$

и может измениться от нуля до  $\vartheta_0$ . Сдвиг частотного ряда  $\Delta v$  моды данного порядка  $\mu$  удобно представить как сумму двух компонент:

$$\Delta v_p - \Delta v'_\mu + \Delta v''_\mu = \mu(\Delta v' + \Delta v''). \quad (1.55)$$

Обе компоненты пропорциональны поперечному порядку моды  $\mu$ . Величины  $\Delta v'$  и  $\Delta v''$  относятся к сдвигу основной моды ( $\mu = 1$ ).

$\Delta v'$  – основная часть частотного смещения – конфигурационный сдвиг.

$\Delta v''$  – апертурный сдвиг частоты.



Конфигурационный сдвиг определяется кривизной зеркал резонатора и расстоянием между ними. Плоскопараллельному резонатору соответствует нулевой сдвиг, конфокальному резонатору –  $\frac{v_0}{2}$ , для концентрического резонатора величина сдвига равняется интервалу между частотами ряда  $v_0$ . Общее выражение, по которому можно подсчитать величину конфигурационного сдвига для моды любого порядка  $\mu$  и произвольного резонатора, описывается формулой (1.46), которая для  $g > 0$  записывается в виде:

$$\Delta v' = \frac{v_0}{180} \arccos \sqrt{g_i \cdot g_k}, \text{ для } g > 0.$$

Для  $g < 0$

$$\Delta v' = \frac{\Delta v}{180} (180 - \arccos \sqrt{g_i \cdot g_k}), \text{ для } g < 0$$

$$\Delta v'_q = \frac{333}{180} \cdot \arccos 0,6 = 98 \text{ МГц.}$$

Апертурный сдвиг в данном случае близок к нулю, так как число Френеля достаточно велико:

$$N = \frac{k \cdot D^2}{2\pi \cdot L} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot (8 \cdot 10^{-3})^2}{0,45} = 135.$$

**1.2.18.** Определить величину дифракционных потерь для моды  $TEM_{mn} = TEM_{23}$ . Длина резонатора  $L = 100$  см, длина волны излучения  $\lambda = 1,15$  мкм, апертурный размер зеркал  $a = 0,5$  см.

Решение. Оценим число Френеля (1.28):

$$N = \frac{a^2}{\lambda \cdot L} = \frac{0,5^2}{1,15 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 21,7.$$

Для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы при  $N \geq 10$  дифракционные потери за один проход определяются формулой:

$$\alpha_{nm} = 5,23 \cdot 10^{-2} \left[ \Lambda_{n(m+1)}^2 \right] \cdot N^{-3/2}, \quad (1.56)$$

где  $\Lambda_{n(m+1)}^2$  –  $(m+1)$ -й корень функции Бесселя порядка  $n$ .

В табл. 1.1 приведены значения коэффициентов при  $N^{-3/2}$  в выражении (1.56) для индексов  $m$  и  $n$ .

Таблица 1.1

$\alpha_{nm} = 5,23 \cdot 10^{-2} [\Lambda_{n(m+1)}^2]$					
m \ n	0	1	2	3	4
0	0,3	0,767	1,38	2,13	3,00
1	1,59	2,57	3,70	4,98	6,40
2	3,92	5,40	7,05	8,86	10,80
3	7,28	9,30	11,40	13,70	16,25
4	11,65	14,20	16,90	19,70	22,60

Так как  $N > 10$ , то, воспользовавшись соотношением (1.56) и взяв значение коэффициентов из табл. 1.1, определим коэффициент потерь

$$\alpha_{\text{дф}} = 8,86(21,7)^{-3/2} = 8,7\%.$$

**1.2.19.** Вектор  $\mathbf{K}$  направлен вдоль одного направления кристалла (например, вдоль оси  $Z$ : при  $K_x = K_y = 0$ ). В кристалле возбуждятся моды при условии: наличия двух отражающих поверхностей и превышения уровня накачки порога генерации. Определить: 1) сколько мод  $T_{\text{ооq}}$  существует в пределах линии лазерного перехода; 2) сколько мод может существовать в  $1 \text{ см}^3$  кристалла рубина ( $n = 1,7$ ) в пределах ширины спектральной естественной линии ( $\Delta\nu = 330 \text{ ГГц}$ ) и лазерного перехода ( $\lambda = 0,6943 \text{ мкм}$ ); 3) какова разность частот этих мод?

Решение. 1) Резонатор выполнен в виде куба с ребром  $L$ , объемом  $V = L^3$ , с идеально отражающими стенками. Если эта полость заполнена электромагнитным излучением (ЭМИ), то в ней может существовать бесконечно большое число стоячих электромагнитных волн (ЭМВ), характеризующихся волновыми векторами  $\bar{\mathbf{K}}$  с проекциями

$$K_x = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{L}; \quad K_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{L}; \quad K_z = \frac{2 \cdot \pi \cdot q}{L}, \quad (1.57)$$

где  $m, n, q$  – целые числа, указывающие числа полуволен, укладываемых вдоль соответствующей оси резонатора.

В пространстве этих волновых векторов на каждый тип колебаний приходится объем

$$\frac{\Delta K_x \cdot \Delta K_y \cdot \Delta K_z}{\Delta q \cdot \Delta m \cdot \Delta n} = \left( \frac{2 \cdot \pi}{L} \right)^3. \quad (1.58)$$

Общее число типов колебаний  $N_k$ , приходящихся на объем (1.51), в котором вектор  $\bar{K}$  может изменяться от 0 до  $\bar{K}_0$ , равно

$$N_k = 2 \cdot \frac{\frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot K^3}{\left( \frac{2 \cdot \pi}{L} \right)^3} = \frac{K^3 \cdot L^3}{3 \cdot \pi^2} = \frac{8 \cdot \pi \cdot v^3}{3 \cdot c^3} \cdot L^3.$$

Здесь множитель 2 говорит о том, что каждому значению  $\bar{K}$  соответствует два возможных значения поляризации.

Если существуют только моды  $T_{00q}$ , то уравнение (1.51) запишется как

$$N_k = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot K_z}{\frac{2 \cdot \pi}{L}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda}. \quad (1.59)$$

Подставляя численные значения в (1.59), получим

$$N_k = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 0,6943 \cdot 10^{-6}} \approx 3 \text{ моды.}$$

*Ответ:* 3 моды.

2) Плотность типов колебаний на единичный интервал частот на единицу объема равна

$$N(V) = \frac{1}{V} \cdot \frac{dN_k}{dV} = \frac{8 \cdot \pi \cdot V^2}{c^3}. \quad (1.60)$$

Число колебаний в объеме  $V$  и в интервале частот  $\Delta v$

$$\Delta N = \frac{8 \cdot \pi \cdot V^2}{c^3} \cdot \Delta v \cdot V. \quad (1.61)$$

При

$$V = \frac{c}{\lambda}, \quad V = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3, \quad \Delta V = 330 \cdot 10^9 \text{ Гц}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

$$\lambda = 0,6943 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

получаем

$$\Delta N = \frac{8 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot \Delta v \cdot V}{c^3 \cdot \lambda} = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 330 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^8 \cdot (0,6943 \cdot 10^{-6})^2} = 5732 \cdot 10^7$$

$$\text{Ответ: } \Delta N \approx 6 \cdot 10^{10}.$$

3) Устойчивое (стационарное) поле в резонаторе имеет характер стоячих волн. Если направление распространения совпадает с осью резонатора (продольная мода), то условие образования стоячих волн описывается соотношением (1.25). Каждому индексу  $q$  соответствует своя частота  $\nu_q$ . Определим из соотношения (1.26) частоту колебаний  $\nu_q$   $\nu_q = c/\lambda_q = c/(2 \cdot L/2) = c \cdot q/2L$  Гц.

Для резонаторов с плоскими зеркалами интервал между частотами соседних продольных мод, различающимися по величине  $q$  на единицу определяется выражением (1.27). При учете коэффициента преломления среды  $n$  формула (1.27) принимает вид

$$\Delta \nu_q = \frac{c}{2 \cdot L \cdot n}.$$

Подставляя данные  $L = \frac{1}{3} \cdot V = \frac{1}{3} \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ,  $n = 1,7$ , получим

$$\Delta \nu = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 3}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,7} = 2,64 \cdot 10^5 \text{ ГГц}.$$

$$\text{Ответ: } \Delta \nu \approx 2,7 \cdot 10^5 \text{ ГГц}.$$

### Добротность резонаторов

**1.2.20.** Открытый оптический резонатор образован плоскими зеркалами квадратной формы с размером  $D$  (10 мм). Расстояние между зеркалами  $L$  (1 м), а их непараллельность составляет угол  $\gamma$  (1 мин). Резонатор заполнен диэлектриком с показателем преломления  $n$  (2,3), коэффициенты отражения зеркал  $r_1=1$ ,  $r_2=0,5$ .

Определить:

- 1) резонансные частоты продольных типов колебаний (мод);
- 2) расстояние между соседними продольными модами;
- 3) добротность резонатора с учётом связи с нагрузкой, непараллельности зеркал, дифракционных потерь на длине волны  $\lambda$  (1,06 мкм).

Дано:  $\lambda = 1,06$  мкм,  $D = 10$  мм<sup>2</sup> – плоские, квадратные,  $L = 1$  м,  $\beta - \beta'$  – непараллельность,  $n = 2,3$ ,  $\rho_1 = 0,5$ ;  $\rho_2 = 1$ ,  $r = r_1 \cdot r_2 = 0,5$ .

Решение. 1. Определим резонансную частоту

$$\nu_{\text{рез}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,06 \cdot 10^{-6}} = 2,8 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

2. Определим добротность по формуле (1.30), убрав из неё составляющую, определяющую дифракционные потери. Подставляя в полученное выражение заданные параметры, получим

$$Q = \frac{2\pi \cdot L}{\lambda \cdot (1-r)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1}{1,06 \cdot 10^{-6} \cdot (1-0,5)} = 1,2 \cdot 10^7. \quad (1.62)$$

3. Используя формулу (1.31а), можно определить резонансные частоты продольных типов колебаний. Резонансная частота получится равной

$$\Delta\nu_{\text{рез}} = \frac{\nu_{\text{рез}}}{Q} = \frac{2,8 \cdot 10^{14}}{1,2 \cdot 10^7} = 2,3 \cdot 10^7 \text{ Гц.}$$

4. Определим интервал между соседними продольными типами по формуле (1.27)

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2 \cdot L} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 1,06 \cdot 10^{-6}} = 1,4 \cdot 10^{14}.$$

5. Добротность с учетом дифракционных потерь (1.30) определяется как:

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda \cdot \left(1 - r + \frac{\lambda \cdot L}{D^2}\right)} = \frac{6,28 \cdot 1}{1,06 \cdot 10^{-6} \cdot (0,5 + 0,106)} = 0,1 \cdot 10^7.$$

6. Добротность с учетом непараллельности зеркал (1.31)

$$Q = \frac{\omega \cdot n}{c} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot D}{\gamma}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2,8 \cdot 10^{14} \cdot 2,3}{3 \cdot 10^8} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}}} = 4 \cdot 10^7.$$

**1.2.21.** Определить время  $\tau$  жизни волны в резонаторе длиной  $L=0,8$  м с коэффициентом отражения зеркала  $r=0,79$ , при освещении его зеленым светом ( $\lambda_0=0,5$  мкм). Оценить добротность резонатора.

Решение.

Добротность резонатора определяется из следующей формулы:

$$Q = \frac{2\pi \cdot L \cdot \nu}{c \cdot (1-r)} = \frac{2\pi \cdot L}{\lambda_0(1-r)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 10^{-6}(1-0,79)} = 4,785 \cdot 10^7.$$

Время жизни фотона в резонаторе определяется

$$\tau_{\phi} = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q \cdot \lambda_0}{2\pi \cdot c} = \frac{4,785 \cdot 10^7 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,269 \cdot 10^{-8}.$$

*Ответ:*  $Q = 4,785 \cdot 10^7$ ;  $\tau_{\phi} = 1,268 \cdot 10^{-8}$  (с).

**1.2.22.** Рассчитать добротность  $Q_p$  и время жизни фотона  $\tau_p$  в резонаторе Фабри–Перо с плоскими зеркалами  $L=1$  м. В резонаторе возбуждается один основной тип колебаний ТЕМ<sub>00q</sub>, образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ( $\lambda=0,6$  мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощающая (коэффициент поглощения  $\beta=0,001$  1/см). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеяния в среде, нерезонансного поглощения и т.д. Коэффициент отражения  $r_1, r_2=95\%$ . Диаметр зеркал намного больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Дано:  $\lambda = 0,6$  мкм,  $\alpha_{\text{расc}} = 0,001$  см<sup>-1</sup>,  $l = 1$  м,  $r = r_1 \cdot r_2 = 95\%$ ,  
 $Q, \tau_{\phi} - ?$

Решение. Добротность резонатора, определяемая потерями в активном элементе и потерями на зеркалах, записывается

$$Q_R = \frac{2\pi\nu L}{c[\alpha L + (1 - r_{\text{отр}})]}. \quad (1.63)$$

Время жизни фотона

$$\tau_{\phi} = Q_R / \nu_p, \quad (1.63 \text{ а})$$

$$\nu = c/\lambda = 5 \cdot 10^{14}.$$

Подставляя заданные значения параметров из условия задачи, находим:

$$Q_R \approx 7 \cdot 10^7, \quad \tau_\phi \approx 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

### Условия самовозбуждения и мощность излучения оптических квантовых генераторов

**1.2.23.** В лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$  и имеющем усиление  $\chi$  по мощности за проход  $2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ , используется симметричный резонатор длиной  $L=1 \text{ м}$ , коэффициент отражения обоих зеркал резонатора  $r=0,9$ . Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду  $T_{01}$  и сохранить при этом генерацию на моде  $T_{00}$ .

Решение. Для подавления моды  $T_{01}$  нужно ввести дифракционные потери. Например, для  $N=10$ , взято из таблиц,  $\alpha_{\text{диф}}^{T_{00q}} = 0,8$ ,  $\alpha_{\text{диф}}^{T_{01q}} = 1,3$ . Затем из формулы Френеля  $N = \frac{D^2}{L\lambda}$  определяется апертура зеркала  $D = \sqrt{NL\lambda}$ .

Определяем дифракционные потери из условия самовозбуждения:

$$r \cdot \exp(\chi_a - \alpha_{\text{диф}})2L > 1.$$

Подставляя коэффициент отражения  $r$ , получаем  $e^{(\chi_a - \alpha_{\text{диф}})2L} = 1,1$ . И далее, делая элементарные выкладки

$$(x_a - \alpha_{\text{диф}}) \cdot 2L = 0,11; \quad x_a - \alpha_{\text{диф}} = \frac{0,11}{2L}; \quad x_a - \alpha_{\text{диф}} = \frac{0,1}{2} = 0,05;$$

$\alpha_{\text{диф}} = x_a - 0,05 = 2 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2} = |3| \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  – для моды  $T_{00q}$ , получаем  $N=6$ , а при  $N=6$   $\alpha_{\text{диф}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  – для моды  $T_{01q}$ .

Тогда, при учете полученного значения  $N=6$ , апертура зеркала равна

$$D = \sqrt{6 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

*Ответ:*  $D = 0,6 \text{ мм}$ .

**1.2.24.** Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал резонатора лазера, позволяющий получить максимальную

выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_a^0$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha = \alpha_a + \alpha_3$ . Длина резонатора  $L$ . Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок считать:  $L = 10$  см,  $\chi_a^0 = 0,1$  см<sup>-1</sup>,  $\alpha_a = 0,0063$  см<sup>-1</sup>,  $\delta_{12} \approx 100$ ,  $\vartheta_{гр} = 2,8 \cdot 10^8$  м/с,  $\sigma = 10$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $r_1$  – глухое зеркало (0,999),  $r_2$  – выходное зеркало меняется в пределах 0,2 – 0,9. Активная среда заполняет весь резонатор.

Решение. 1 вариант. Условие стационарных колебаний определим из формулы (1.37). Посчитаем, что

$$\chi_{аооп} = \alpha_a + \frac{1}{L} \cdot \ln(r_1 r_2)^{-1/2} = \chi_a^0 \text{ пор}. \quad (1.64)$$

Используя формулу (1.37), можно построить зависимость  $P_{изл} = f(r_1, r_2)$ .

Но в этом случае не известны размеры активной среды ( $L$  – длина и  $S$  – поперечное сечение активной среды), поэтому нужно воспользоваться формулой для удельной мощности излучения  $P_{изл,уд} = f(R_1, R_2)$ , т.е.

$$P_{изл} = \left( \frac{\vartheta_{гр}}{\delta_{12}} \right) (\chi_a^0 - \alpha) (\alpha_3 / \alpha). \quad (1.65)$$

Подставив в (1.65) числовые значения параметров, получим график и расчетные значения мощности излучения  $P_{изл,уд} = f(r_1, r_2)$ ,

$$P(z) := \left( \frac{\vartheta}{\delta} \right) \cdot (\chi - \alpha(z)) \cdot \left( \frac{\alpha_1(z)}{\alpha(z)} \right).$$

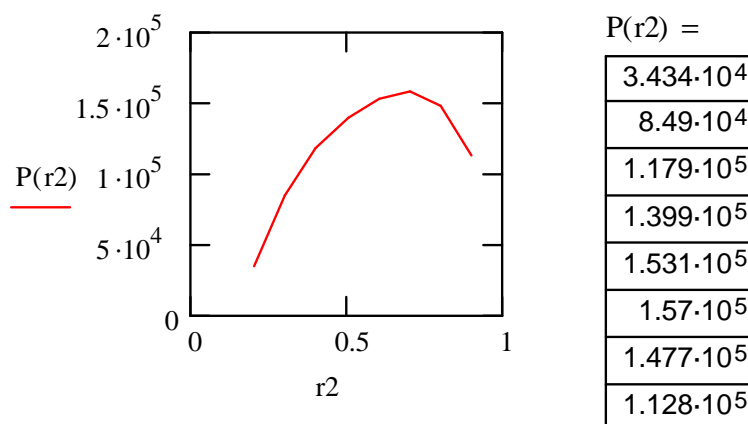


Рис. 1.7



Из графика рис. 1.7 видно, что для получения максимально-го излучения необходимо использовать зеркала с коэффициентом отражения, равным 0,7 ( $r=r_1 \cdot r_2=0,8$ ).

2 вариант. Оптимальный коэффициент отражения зеркал находим из следующей формулы

$$P(r_2) = \left( \frac{\sigma \cdot (1 - r_2)}{\eta \cdot (1 + r_2)} \right) \cdot \left( \frac{\chi \cdot L}{\alpha \cdot 2L + \ln \left( \frac{1}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \right)} \right), \quad (1.66)$$

где  $\sigma$  – эффективное сечение среды,  $\eta$  – параметр насыщения,  $\chi(\chi_a^0)$  – ненасыщенный показатель усиления среды,  $r_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала,  $r_2$  – коэффициент отражения выходного зеркала.

Подставив в (1.66) числовые значения параметров, получим график и расчетные значения мощности излучения  $P_{\text{изл.уд}} = f(r_1, r_2)$ .

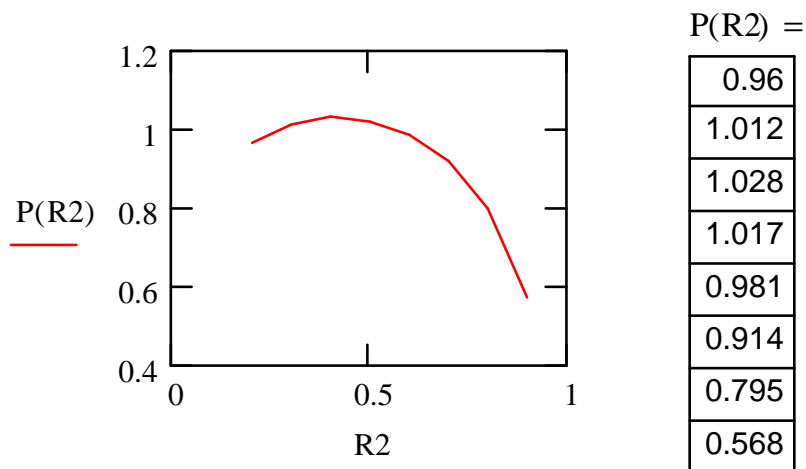


Рис. 1.8

Из графика рис. 1.8 видно, что для получения максимально-го излучения необходимо использовать зеркала с коэффициентом отражения, равным 0,4 ( $r=r_1 \cdot r_2=0,4$ ).

**1.2.25.** Резонатор оптического квантового генератора образован зеркалами с коэффициентами отражения  $r_1=r_2=0,5$ , распо-

ложенными на длине  $L$  друг от друга. Активная среда занимает всё пространство между зеркалами.

Как нужно изменить коэффициент квантового усиления активной среды для выполнения условия самовозбуждения генератора, если в резонатор вносится поглотитель, поглощающий 50% падающего на него излучения (не учитывать дифракционные потери на зеркалах и в материале активной среды и зеркал)?

Решение. Пусть от зеркала 1 к зеркалу 2 начинает распространяться волна с интенсивностью  $I_0$ . Если поглотитель расположен на расстоянии  $L_1$  от первого зеркала, то до поглотителя дойдет волна интенсивностью  $I_0 e^{\chi_a L_1}$ , где  $\chi_a$  – коэффициент квантового усиления активной среды.

Пусть  $\alpha_1$  определяет долю поглощаемой поглотителем интенсивности, и тогда после поглотителя интенсивность волны равна

$$I_0 (1 - \bar{\alpha}_1) e^{\chi_a L_1}.$$

Далее волна опять усиливается в среде и на зеркало 2 приходит с интенсивностью

$$I_0 (1 - \bar{\alpha}_1) e^{\chi_a L_1} e^{\chi_a L_2} = I_0 (1 - \bar{\alpha}_1) e^{\chi_a L}.$$

После отражения от зеркала 2 в направлении зеркала 1 будет распространяться волна с интенсивностью

$$r I_0 (1 - \bar{\alpha}_1) e^{\chi_a L}.$$

На обратном пути к зеркалу 1 она испытывает усиление в активной среде и поглощение в поглотителе, после отражения от зеркала 1 интенсивность волны составит

$$r^2 I_0 (1 - \bar{\alpha}_1)^2 e^{2\chi_a L}.$$

Условие существования в резонаторе самоподдерживающейся волны получается, если приравнять интенсивность исходной волны и волны, совершившей обход резонатора.

$$\begin{aligned} I_0 &= r^2 I_0 (1 - \bar{\alpha}_1)^2 e^{2\chi_a L}, \\ r^2 (1 - \bar{\alpha}_1)^2 e^{2\chi_a L} &= 1. \end{aligned} \quad (1.67)$$

Откуда условие для порогового коэффициента усиления имеет вид:

$$\chi_a L = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{r^2(1-\beta_1)^2} = \ln \frac{1}{r(1-\beta_1)}.$$

При отсутствии поглотителя  $\beta_1 = 0$

$$\chi_a^0 L = \ln \frac{1}{r}.$$

Очевидно, что отношение пороговых коэффициентов усиления для среды без поглотителя и с поглотителем будет:

$$\frac{\chi_a}{\chi_a^0} = \frac{\ln \frac{1}{r(1-\beta_1)}}{\ln \frac{1}{r}}.$$

При  $r=0,5$  и при  $\beta_1=50\%$ , получим  $\chi_a' / \chi_a^0 = 2$ .

Таким образом, пороговый коэффициент усиления среды с поглотителем вдвое выше, чем без поглотителя.

**1.2.26.** Можно ли добиться генерации для активного кристалла длиной 8 см, который дает полуторократное усиление сигнала при условии, что  $\alpha_0=0,1$  см и  $\delta=0,02$  см ( $\alpha_0$  – ненасыщенный показатель усиления среды,  $\delta$  – показатель распределенных потерь в среде).

Решение. В результате однократного отражения излучения на зеркалах в резонаторе остается относительная величина потока, равная  $r_1 \cdot r_2$ . Поскольку однократному отражению на каждом зеркале соответствует два прохода, то условие возникновения генерации соответствует неравенству

$$k_0^2(r_1 \cdot r_2) > 1, \quad (1.68)$$

где  $k_0$  – ненасыщенный коэффициент усиления.

В нашем случае  $k_0 = 1,5$ , значит, условие будет выглядеть так:  $2,25(r_1 \cdot r_2) > 1$ , откуда  $r_1 \cdot r_2 = \frac{1}{2,25} = 0,44$ .

Далее, используя условие  $\chi_0 - \delta - \frac{1}{l} \cdot \ln(r_1 \cdot r_2)^{-\frac{1}{2}} > 0$ , получим численное его решение  $0,1 - 0,02 - \frac{1}{8} \cdot \ln(0,44)^{-\frac{1}{2}} > 0$ . Если это условие выполняется, то генерацию с этим кристаллом получить можно. В результате получаем  $0,03 > 0$ .

*Ответ:* В кристалле длиной  $l = 8$  см генерацию можно получить.

### **Монохроматичность. Когерентность. Направленность.**

**1.2.27.** Рассчитать число типов колебаний для активного вещества, если степень монохроматичности равна  $\mu = \Delta\nu/\nu_0 = 10^{-3}$ . Активное вещество помещено в резонатор длиной  $L = 1$  см, поперечный апертурный размер зеркал равен  $D = 1$  см, рабочая частота  $\nu_0 = 3 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если длина резонатора  $L = 100$  см, а монохроматичность  $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 10^{-6}$ .

Решение. Число типов колебаний в объеме  $V$  в интервале частот  $\Delta\nu$  определяется по формуле (1.61). Объем, занимаемый веществом, равен  $V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L$ . Подставляя в (1.61) формулу для объема, получим следующее соотношение для числа типов колебаний

$$\Delta N = \frac{8 \cdot \pi \cdot \nu_0^2 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot L \cdot \nu_0 \cdot 10^{-6}}{4c^3}. \quad (1.69)$$

Подставляя в (1.69) заданные значения параметров и длины резонатора  $L = 1$  см, получим

$$\Delta N = \frac{2 \cdot (3,14)^2 \cdot (3 \cdot 10^{14})^3 \cdot (10^{-2})^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^8)^3} = 20 \cdot 10^6, \quad \Delta N = 20 \cdot 10^6,$$

а при длине резонатора  $L = 100$  см,  $\Delta N = 20 \cdot 10^8$ .

*Ответ:* Число типов колебаний увеличится на два порядка.

**1.2.28.** Резонатор образован зеркалами с поперечным размером  $D=1,5$  см, коэффициентом отражения  $r=r_1 \cdot r_2=0,88$ . Рассчитать число типов колебаний, возникающих в резонаторе с плоскими зеркалами, для активного твердотельного вещества. Монохроматичность лазера или ширина спектральной линии излучения равна  $\mu = \frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-3}$ . Расстояние между зеркалами равно

$L=8$  см. Лазер работает на частоте  $\nu = 2 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если кристалл заменить газообразным веществом, при  $\mu=10^{-6}$  и длине резонатора со сферическими зеркалами  $L=150$  см.

Решение. Число типов колебаний резонатора, распространяющихся внутри угла  $\theta$ , определяется выражением

$$N(\nu) = \frac{L \cdot D^4 \cdot 16 \cdot \pi^3 \cdot \nu^4 \cdot \Delta\nu}{c^5 \cdot \theta^2} \quad \text{или} \quad N(\nu) = \frac{L \cdot D^4 \cdot 8 \cdot \pi^3 \cdot \nu^4 \cdot \Delta\nu}{c^5 \cdot \theta^2 / 2}, \quad (1.70)$$

где  $\Delta\nu$  – ширина спектральной линии излучения (частотный интервал, в котором содержится половина излучаемой энергии). Величина  $\Delta\nu$  для резонатора с плоскими зеркалами определяется из формулы (1.27).

Подставляя в (1.27) скорость света и длину резонатора, получаем

$$\Delta\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,08} = 0,18 \cdot 10^{10} \text{ Гц.}$$

Для определения  $N(\nu)$  необходимо определить  $\theta$  из формулы

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\theta^2}{2}. \quad (1.71)$$

Если генерируются не основные типы колебаний, для которых добротность резонатора может быть равна 90% от добротности для основного типа колебаний, то тогда угол распространения этой моды определяется из соотношения

$$\theta \approx 0,11 \frac{(1-r)D}{L}, \quad (1.72)$$

а полоса частот излучения лазера будет равняться

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0,6 \cdot 10^{-2} (1 - r^2) \cdot \left(\frac{D}{L}\right)^2. \quad (1.73)$$

Уточним полосу, подставляя данные в(1.73), получим:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0,6 \cdot 10^{-2} (1 - 0,88)^2 \cdot \left(\frac{1,5}{8}\right)^2 = 3,038 \cdot 10^{-6}.$$

Число типов колебаний, возникающих в резонаторе с плоскими зеркалами, для активного твердотельного вещества, согласно формуле (1.70), равно

$$N(\nu) = \frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^4 \cdot 8 \cdot 3,14^3 \cdot (2 \cdot 10^{14})^4 \cdot 0,18 \cdot 10^{10}}{(3 \cdot 10^8)^5 \cdot 3,038 \cdot 10^{-6}} = 3,913 \cdot 10^{23}.$$

По второму условию задачи для резонатора со сферическими зеркалами  $\Delta\nu$  равно

$$\Delta\nu = \frac{c}{4 \cdot L}. \quad (1.74)$$

Откуда следует  $\Delta\nu = 0,5 \cdot 10^8$ . Число типов колебаний в этом резонаторе будет равно

$$N'(\nu) = \frac{150 \cdot 10^{-2} \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^4 \cdot 8 \cdot 3,14^3 \cdot (2 \cdot 10^{14})^4 \cdot 0,5 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^5 \cdot 8,64 \cdot 10^{-9}} = 7,166 \cdot 10^{25}.$$

*Ответ:* Во втором случае число типов колебаний будет в 183 раза больше.

**1.2.29.** Провести сравнительную оценку длины когерентности для некоторых наиболее применяемых источников света:

- 1) для белого света  $\tau \leq 10^{-4}$  с;
- 2) для зеленой линии ртутной лампы ( $\lambda_0 = 0,546$  мкм) со спектральной шириной  $\Delta\lambda = 100$  Å;  $\tau = 10^{-13}$  с;
- 3) для He-Ne лазера  $\lambda_0 = 0,63$  мкм;  $\Delta f = 1,5$  ГГц;  $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$  с – для многомодового режима;
- 4) для He-Ne лазера  $\lambda_0 = 0,63$  мкм;  $\Delta f = 1,5$  ГГц;  $\tau = 2 \cdot 10^{-2}$  с – для одномодового режима.

Решение. Расстояние, проходимое светом за время когерентности, называют длиной когерентности.

1. Для белого света, согласно формуле (1.40)

$$L_{\text{когер}} = c \cdot \tau = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

2. Для зеленой линии, зная ширину спектра генерации, длину когерентности определим по формуле

$$L_{\text{когер}} \approx \frac{c}{\Delta\nu}. \quad (1.75)$$

Подставляем в (1.40) численные значения параметров, получим

$$L_{\text{когер}} \approx c \cdot \tau = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-13} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Другой вариант  $\Delta\nu = \frac{c}{\Delta\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-10}} = 3 \cdot 10^{16} \text{ м,}$

$$L_{\text{когер}} = \frac{c}{3 \cdot 10^{16}} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м,} \quad L_{\text{когер}} = \Delta\lambda = 100 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ м.}$$

3. Для одномодового He-Ne лазера с временем жизни  $\tau = 2 \cdot 10^{10}$  длина когерентности будет равна

$$L_{\text{когер}} = c \cdot 2 \cdot 10^{10} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

4. Для He-Ne многомодового лазера с временем жизни  $\tau = 2 \cdot 10^{-2}$  длина когерентности будет равна

$$L_{\text{когер}} = c \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

**1.2.30.** Определить ширину спектра генерации He-Ne лазера ( $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ) с длиной резонатора  $L = 1 \text{ м}$  и количество продольных мод, укладывающихся в пределах спектральной линии, если длина когерентности в одном случае равна  $L_{\text{когер}_1} = 20 \text{ см}$ , а в другом  $L_{\text{когер}_2} = 2 \cdot 10^2 \text{ м}$ .

Решение. Определим интервал между частотами соседних продольных мод

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2 \cdot L} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 1} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} = 150 \text{ МГц.}$$

Воспользуемся формулой (1.75), дающей зависимость длины когерентности от ширины спектральной линии, и определим ширину спектральной линии для случая  $L_{\text{когер}_1} = 20 \text{ см}$ ,

$$\Delta V_1 = \frac{c}{L_{\text{когер}_1}} = \frac{3 \cdot 10^8}{20 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Гц} = 1,5 \text{ ГГц.}$$

В этом случае, в резонаторе будет генерироваться 10 продольных мод.

$$\text{В случае } L_{\text{когер}_2} = 2 \cdot 10^2 \text{ м,}$$

$$\Delta V_2 = \frac{c}{L_{\text{когер}_2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Гц} = 150 \text{ МГц.}$$

В этом случае, в резонаторе будет генерироваться 1 продольная мода.

**1.2.31.** Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D = 3 \text{ мм}$ . Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 2 м диаметр пятна равен 5,4 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определенной теорией дифракции. Длина волны излучения  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ . Зеркало круглое.

Решение. Из рис. 1.9 легко можно определить угол расхождения лазерного пучка  $\theta$ .

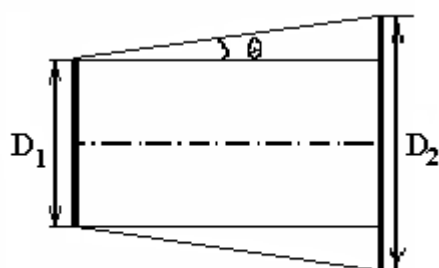


Рис. 1.9

$$D_1 = 1,5 \text{ мм} \cdot 2, \quad D_2 = 2,7 \text{ мм} \cdot 2,$$

$$R_2 - R_1 = 2,7 - 1,5 = 1,2 \text{ мм} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\theta = \text{tg} \left( \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{2} \right) = \text{tg} (0,6 \cdot 10^{-3}).$$

Так как аргумент тангенса весьма мал, то его можно взять за величину  $\theta$ .

Таким образом,  $\theta = 0,6 \cdot 10^{-3}$ , что соответствует  $2'$ . Теоретически угол расхождения определяется по формуле

$$\theta_g = 1,22 \cdot \lambda / D. \quad (1.76)$$

Это будет равно  $\theta_g = 0,25 \cdot 10^{-3}$  рад или  $0,15'$ .

*Ответ:*  $\theta_{\text{экспер}} = 2'$ ,  $\theta_{\text{теор}} = 0,15'$ .

**1.2.32.** Определить в вертикальной и горизонтальной плоскости расходимость дифракционно-ограниченного пучка инжекционного полупроводникового лазера, если лазер работает на



длине волны  $\lambda = 0,85$  мкм и ширина резонатора  $t = 10$  мкм,  $d = 0,5$  мкм, и сравнить с расходимостью рубинового лазера  $d = 6,5$  мм.

Решение. Угловой коэффициент расходимости полупроводникового лазера в вертикальной и горизонтальной плоскостях определяется по формулам:

$$Q_B = \frac{\lambda}{d}, \quad Q_\Gamma = \frac{\lambda}{t}. \quad (1.77)$$

Подставив числа в (1.77), получим

$$Q_B = \frac{0,85 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 1,7 \text{ рад} = 97,5^\circ; \quad Q_\Gamma = \frac{0,85 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 0,08 \text{ рад} = 5^\circ.$$

Для рубинового лазера:

$$Q_{\text{РУБ}} = \frac{1,22 \cdot \lambda}{d} = \frac{1,22 \cdot 0,69 \cdot 10^{-6}}{6,5 \cdot 10^{-3}} = 0,13 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 7,5 \cdot 10^{-3} = 0,45' = 27''.$$

*Ответ:*  $Q_B = 97,5^\circ$ ;  $Q_\Gamma = 5^\circ$ ;  $Q_{\text{РУБ}} = 27''$ .

**1.2.33.** Определить оптимальный коэффициент пропускания зеркал  $T_p$  (зеркала одинаковые) резонатора, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_0 = 0,1 \frac{1}{\text{см}}$ , коэффициент потерь  $\alpha = 0,01 \frac{1}{\text{см}}$ , длина резонатора  $L = 10$  см. Активная среда заполняет весь резонатор. Дифракционными потерями пренебречь.

Решение. Стоячую волну в резонаторе лазера можно рассматривать как суперпозицию двух бегущих волн. Пусть каждая из волн характеризуется интенсивностью  $J$ . Выходная мощность лазерного резонатора равна

$$P = T_p J. \quad (1.78)$$

Удобнее характеризовать потери за счет пропускания зеркал.

$$\alpha_{\text{зер}} = \frac{T_p}{\lambda}. \quad (1.79)$$

В лазере коэффициент усиления из-за насыщения имеет вид:

$$\alpha = \frac{\chi_0}{1 + \frac{J}{J_0}}, \quad (1.80)$$

где  $J_0$  – насыщенная интенсивность.

При генерации потери на проход плюс потери на зеркалах должны компенсироваться усилением на проход, т.е. должно выполняться равенство

$$\frac{\chi_0}{1 + \frac{J}{J_0}} = \alpha_{\text{зер}} + \alpha. \quad (1.81)$$

Выразим из (1.81)  $\chi_0$

$$\chi_0 = \left(1 + \frac{J}{J_0}\right) \cdot (\alpha_{\text{зер}} + \alpha) = \alpha_{\text{рез}} + \alpha + \frac{J\alpha_{\text{рез}}}{J_0} + \frac{J\alpha}{J_0} = \alpha_{\text{зер}} + \alpha + J \left( \frac{\alpha_{\text{зер}}}{J_0} + \frac{\alpha}{J_0} \right),$$

$$J = \frac{\chi_0 - \alpha_{\text{зер}} - \alpha}{\alpha_{\text{зер}} + \alpha} \cdot J_0 = J_0 \cdot \left( \frac{\chi_0}{\alpha_{\text{зер}} + \alpha} - 1 \right). \quad (1.82)$$

Подставляя (1.82) в (1.78), получим

$$P = T_p \cdot J = \alpha_{\text{зер}} L J_0 \left( \frac{\chi_0}{\alpha_{\text{зер}} + \alpha} - 1 \right). \quad (1.83)$$

Оптимальный коэффициент пропускания зеркал определяется из условия нахождения экстремума выражения (1.79), т.е.

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha_{\text{зер}}} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha_{\text{зер}}} = \frac{\partial P}{\partial \alpha_{\text{зер}}} \left( \frac{L J_0 \alpha_{\text{зер}} \chi_0}{\alpha_{\text{зер}} + \alpha} - \alpha_{\text{зер}} L J_0 \right) = 0.$$

Отсюда:

$$T_{p.\text{опт}} = L \alpha_{\text{зеропт}} = L (\sqrt{\chi_0 \alpha} - \alpha).$$

Подставим численные значения

$$T_{p.\text{опт}} = 10(\sqrt{0,1 \cdot 0,01} - 0,01) = 0,22.$$

Таким образом, оптимальный коэффициент пропускания зеркал резонатора равен  $T_{p.\text{опт}} = 22\%$ .

## 2 КВАНТОВЫЕ ПРИБОРЫ СВЧ

### 2.1 Квантовые парамагнитные усилители (КПУ) СВЧ

Парамагнитный ион может иметь целый набор магнитных уровней. Под действием магнитного поля  $H_0$  спектральные линии вещества расщепляются на  $(2J + 1)$  подуровней с интервалами  $\Delta\varepsilon$ , ( $J$  – суммарный магнитный момент),

$$\Delta\varepsilon = gM_B H_0, \quad (2.1)$$

где  $g$  – фактор спектроскопического расщепления (для спиновых моментов  $g = 2$ );  $M_B$  – магнетрон Бора =  $0,927 \cdot 10^{-23}$  Дж/Г.

Частота перехода между уровнями определяется выражением:

$$\nu = \frac{gM_B H_0}{h}, \quad (2.2)$$

где  $h$  – постоянная Планка.

В КПУ применяют как трех-, так и четырехуровневые системы.

Инверсия населенности в 3-уровневой схеме достигается на том переходе, для которого выполняется условие:

$$\nu_c < \frac{\nu_H}{2}. \quad (2.3)$$

Разность населенностей на сигнальном переходе определяется соотношениями:

$$n_2 - n_1 = \frac{Nh}{kT} \cdot \frac{\nu_{32} - \nu_{21}}{6}. \quad (2.4)$$

Для количественной оценки состояния инверсии населенностей вводится понятие коэффициента инверсии  $I_{mn}$

$$I_{mn} = -\frac{n_m - n_n}{n_m^e - n_n^e} = \frac{n_n - n_m}{n_m^e - n_n^e} = -\frac{T}{T_s}, \quad (2.5)$$

$T_s$  – эффективная спиновая температура,  $T$  – температура среды.

Коэффициент инверсии для 3-уровневой схемы имеет вид:

$$I_{21} = \frac{\nu_H}{2\nu_{ген}} - 1. \quad (2.6)$$

Для 4-уровневой схемы коэффициент инверсии записывается:

$$I_{32} = \frac{V_H}{V_{\text{ген}}} - 1. \quad (2.7)$$

Коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ может быть определен из следующего соотношения

$$K_{\text{ус}} \Delta \nu \approx \frac{\alpha}{\pi} 2c, \quad (2.8)$$

где  $\Delta \nu$  – полоса пропускания усилителя на резонансной частоте  $\nu_0$ ,

$\alpha$  – коэффициент усиления ( $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-2} \lambda^{-1}$ ).

На выходе идеального усилителя мощность шума может быть выражена следующей формулой [2]:

$$P_{\text{ш}} = G \left( \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) B + (G-1) \cdot h\nu, \quad (2.9)$$

где  $G$  – коэффициент усиления по мощности,

$B$  – полоса частот, пропускаемых усилителем.

## 2.2 Квантовый генератор на молекулах аммиака $\text{NH}_3$

В спектре молекулы  $\text{NH}_3$  можно выделить два уровня, один из которых отвечает симметричному состоянию  $E_s$ , другой – антисимметричному  $E_a$ .

$$\nu_{21} = \frac{E_a - E_s}{n} = \nu_l. \quad (2.10)$$

Под действием внешнего электрического поля происходит разделение молекул в верхнем состоянии  $E_a$  от молекул с энергией  $E_s$ . Частота генерации молекулярного генератора находится из уравнения

$$\nu = \nu_l \left[ 1 - \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{\nu_l - \nu_0}{\nu_l} \right], \quad (2.11)$$

где  $Q$  – добротность резонатора ( $Q = 10^4$ );  $Q_k$  – добротность молекулярной линии ( $Q_k = \omega t/2$ );  $t$  – время пролета молекул.

Мощность генератора определяется:

$$P = N t h \nu W_{12}. \quad (2.12)$$

Тогда, подставляя эти значения в соответствующие значения среднеквадратичных напряжений шумов, получаем выражение для  $P_{ш.у}$

$$P_{ш.у} = \frac{4 \cdot k(|T_s| \frac{Q_{св}}{Q_B^0} + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}) G_0}{(\frac{Q_{св}}{Q_0} + \frac{Q_{св}}{Q_B^0})^2} \Delta f, \quad (2.13)$$

где  $G_0$  – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления  $Q_{св} \ll Q_0$ ,  $Q_{св} \approx |Q_B|$ , тогда последнее выражение можно переписать в виде:

$$P_{ш.у} = k(|T_s| + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}) G_0 \Delta f. \quad (2.14)$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{Q_{св}^{-1} - Q_0^{-1} + |Q_B^0|^{-1})^2}{Q_{св}^{-1} + Q_0^{-1} - |Q_B^0|^{-1})^2}. \quad (2.15)$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что  $|Q_B^0| = Q_0$ , коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае  $G_0 = 1$ . Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е.  $|T_s| = T_0/I$ . Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{V_{нак}}{V_{ген}} - 1. \quad (2.16)$$

## 2.3 Примеры решения типовых задач

### Квантовые парамагнитные усилители. Молекулярные генераторы

**2.3.1.** Если инверсия населенности в среде равна 2, то чему равны отрицательная температура и отношение населенности

верхнего уровня к нижнему:  $\frac{n_n}{n_m} = \exp\left[\frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}\right] = 1 + \frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}$ , при длине волны 1 мкм, излучаемой в среде при рабочей температуре 4,7° К? Справочные данные:  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж · с;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж · (°К)<sup>-1</sup>;  $\omega_{mn} = 2\pi \cdot f$ .

Решение. Определим линейную и круговую частоты излучения

$$f_{\text{изл}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-6}} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Гц}, \quad \omega_{\text{рез}} = 18,84 \cdot 10^{14} = \omega_c.$$

Коэффициент инверсии, согласно формуле (2.6), дает возможность определить круговую частоту накачки  $\omega_H = I \cdot 2 \cdot \omega_c = 2 \cdot 2 \cdot 18,84 \cdot 10^{14} = 75,36 \cdot 10^{14} \text{ рад/с}$ , следовательно, и линейную частоту, и длину волны накачки

$$f_{\text{нак}} = 12 \cdot 10^{14} \text{ Гц}, \quad \lambda_{\text{нак}} = \frac{c}{f_{\text{нак}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^{14}} = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ мкм}.$$

Коэффициент инверсии связан с температурой решетки и рабочей температурой зависимостью, записанной в (2.5). Как видно, спиновая температура будет равна  $-T_S = 4,7/2 = 2,35^\circ \text{ К}$ . Опять же, используя (2.5), определим отношение населенности верхнего уровня к населенности нижнего

$$\frac{n_n}{n_m} = 1 + \frac{1,054 \cdot 10^{-34} \cdot 75,36 \cdot 10^{14}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2,35} = 1 + 24,5 \cdot 10^3.$$

**2.3.2.** Обычно, изучая движение постоянного магнитного момента  $\bar{\mu}$  в постоянном магнитном поле  $\bar{H}_0$ , т.е. рассматривая уравнение  $d\mu/dt = \gamma[\bar{\mu} \bar{H}_0]$ , переходят к компонентам  $\mu_x$  и  $\mu_y$ . Примем  $(d\mu/dt)_B = 0$ , т.е.  $\mu = \text{const}$ . Отсюда следует вывод, что магнитный момент вращается с ларморовской частотой вокруг направления поля  $\bar{H}_0$ . Получить тот же результат непосредственным решением уравнения движения магнитного момента.

Решение. Выберем оси декартовой системы координат так, что поле  $\bar{H}_0$  направлено вдоль оси  $z$ ,  $\bar{H} = \{0, 0, \bar{H}_0\}$ . Тогда для  $x$ -й,  $y$ -й,  $z$ -й компонент магнитного поля имеем:

$$d\mu_x / dt = \gamma H_0 \mu_y, \quad d\mu_y / dt = -\gamma H_0 \mu_x, \quad d\mu_z / dt = 0. \quad (2.17)$$

Введя обозначение  $w_0 = \gamma H_0$  и исключив из первого и второго уравнения системы (2.17)  $\mu_y$ , получим:

$$d^2 \mu_x / dt^2 + w_0^2 \mu_x = 0 \quad (2.18)$$

с решением

$$\mu_x = A \cos w_0 t + B \sin w_0 t. \quad (2.19)$$

Из первого уравнения системы (2.17) имеем:

$$\mu_y = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\mu_x}{dt} = -A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t. \quad (2.20)$$

Константы  $A$  и  $B$  в уравнениях (2.19), (2.20) определяются начальными условиями. Из решения этих уравнений видно, что компоненты  $\mu_x$  и  $\mu_y$  вектора постоянного магнитного момента вращаются вокруг направления поля  $\bar{H}_0$  с частотой  $w_0 = \gamma H_0$  (ларморовская частота).

**2.3.3.** Определить мощность собственных шумов резонаторного КПУ, в котором инверсия населенности в  $N$ -уровневой системе осуществляется на частоте  $f_c$  (ГГц), частота накачки равна  $f_H$  (ГГц). Вещество находится в резонаторе при температуре  $T_0$ , собственная добротность которого  $Q_0$ , добротность связи  $Q_{св}$ , полоса частот равна  $\Delta f$ .

Решить задачу при следующих данных:

$N = 4$ ,  $f_c = 4$  ГГц,  $f_H = 8$  ГГц,  $T_0 = 10$  К,  $Q_0 = 1,5 \cdot 10^3$ ,  $Q_{св} = 35$ ,  $\Delta f = 35$  МГц.

Решение. Мощность собственных шумов квантового парамагнитного усилителя (КПУ) складывается из мощности шума спонтанного излучения ( $P_{ш.сп}$ ) и мощности шумов теплового излучения стенок резонаторов или волноводов в усилителе ( $P_{ш.р}$ )

$$P_{ш.у} = P_{ш.сп} + P_{ш.р}.$$

Зная мощность этих шумов, можно определить их эффективную температуру. Для простоты рассмотрим случай резонанса в системе на эквивалентной схеме, рис. 2.1:

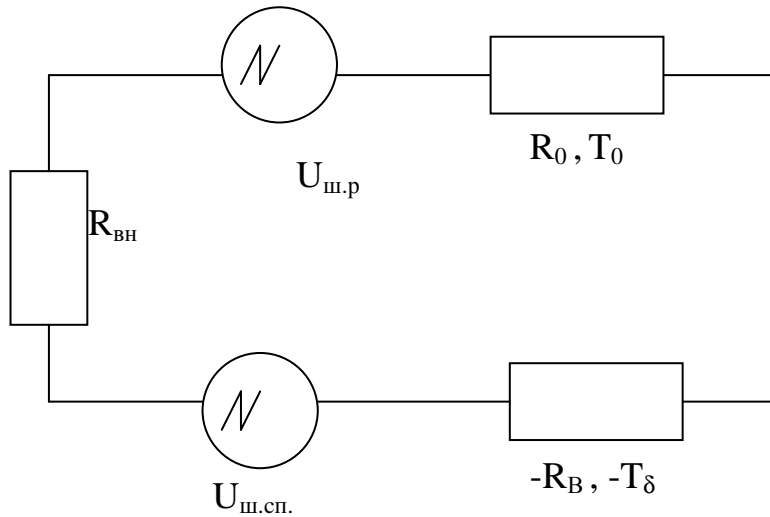


Рис. 2.1

$R_0$  – характеризует собственные потери резонатора при температуре  $T_0$ ;  $U_{ш.п}$  – эквивалентная ЭДС шумов, создаваемых резонатором. Среднеквадратичное значение напряжения на сопротивлении  $R$  генератора шумов рассчитывается из формулы,

$$U_{ш.п}^2 = 4RP_{ш} = \frac{4Rhf\Delta f}{e^{hf/kT} - 1} \approx 4kT_{ш}R\Delta f. \quad (2.21)$$

Вещество характеризуется отрицательным сопротивлением  $R_B$  и отрицательной спиновой температурой  $T_S$  ( $R = -|R_B|$ ,  $T = -|T_S|$ ), тогда формулу (2.21) можно переписать в виде для  $U_{ш.сп}$

$$U_{ш.сп}^2 = 4|R_B| \frac{hf\Delta f}{1 - e^{-hf/k|T_S|}} \approx 4|R_B|k|T_S|\Delta f. \quad (2.22)$$

Мощность, выделяемая шумовыми ЭДС на сопротивлении нагрузки, равна:

$$P_{ш.нагр} = J^2 Z_{вх} \frac{(U_{ш.п}^2 + U_{ш.сп}^2) Z_{вн}}{(R_0 - R_B + Z_{вн})^2} \Delta f, \quad (2.23)$$

где  $Z_{вн}$  – сопротивление фидера, пересчитанное на контур;

$Z_{вх}$  – сопротивление контура на входе.

Мощность  $P_{ш.нагр}$  будет определять собственные шумы резонаторного КПУ, т.е.  $P_{ш.нагр} = P_{ш.у}$ .

Представим сопротивления  $R_0$  и  $R_B$  через добротности:



$$R_0 = \frac{wL}{Q_0} = \frac{Q_{CB}}{Q_0} Z_{BH} \quad R_B = \frac{wL}{Q_B} = \frac{Q_{CB}}{Q_B} Z_{BH}. \quad (2.24)$$

Тогда подставляя эти значения в соответствующие значения среднеквадратичных напряжений шумов, получаем выражение для  $P_{ш.у}$

$$P_{ш.у} = \frac{4 \cdot k \left( |T_s| \frac{Q_{CB}}{Q_0} + T_0 \frac{Q_{CB}}{Q_0} \right) G_0}{\left( \frac{Q_{CB}}{Q_0} + \frac{Q_{CB}}{Q_B} \right)^2} \Delta f, \quad (2.25)$$

где  $G_0$  – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления  $Q_{CB} \ll Q_0$ ,  $Q_{CB} \approx |Q_B|$ , тогда последнее выражение можно переписать в виде:

$$P_{ш.у} = k \left( |T_s| + T_0 \frac{Q_{CB}}{Q_0} \right) G_0 \Delta f. \quad (2.26)$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{Q_{CB}^{-1} - Q_0^{-1} + |Q_B^0|^{-1})^2}{Q_{CB}^{-1} + Q_0^{-1} - |Q_B^0|^{-1})^2}. \quad (2.27)$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что  $|Q_B^0| = Q_0$ , коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае  $G_0 = 1$ . Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е.  $|T_s| = T_0/I$ . Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{V_{нак}}{V_{ген}} - 1. \quad (2.28)$$

$$\text{В нашем случае } I = \frac{2\pi f_H}{2\pi f_C} - 1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8}{2 \cdot 3,14 \cdot 4} - 1 = 1,$$

тогда  $|T_s| = 10/1 = 10$  К и мощность шумов усилителя

$$P_{ш.у.} = 1,38 \cdot 10^{-16} \left( 110 + 10 \frac{35}{1,5 \cdot 10^6} \right) \cdot 35 \cdot 10^6 = 4,83 \cdot 10^{-9} \text{ Вт.}$$

**2.3.4.** Парамагнитный ион имеет следующую систему энергетических уровней, см. рис. 2.2. На переходе 1–3 действует поле накачки большой мощности. Считая вероятности тепловых переходов между уровнями  $\Gamma_{mn}$ , частоту переходов  $f_{mn}$ , температуру  $T$  заданными, определить, между какими уровнями возможно состояние инверсии населенностей. Рассчитать коэффициент инверсии и отрицательную температуру. Исходные данные следующие:

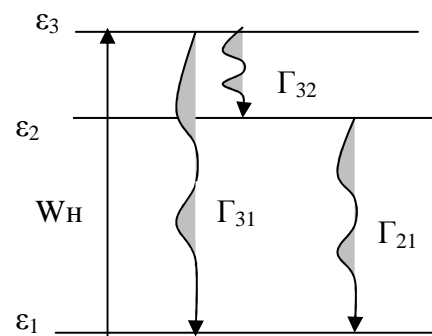


Рис. 2.2

$$\Gamma_{32} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}, \Gamma_{31} = 1 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}, f_{21} = 5 \text{ ГГц}, f_{32} = 10 \text{ ГГц}, T = 5 \text{ К}.$$

Определить:

1. Коэффициент инверсии  $I$ .
2. Спиновую температуру  $T_S$ .

*Примечания:* 1.  $hf/kT = f \text{ ГГц} / 20 \text{ Т}$ . 2.  $f_{nm} = f_{mn} \exp(hf_{nm}/kT)$  при  $E_n > E_m$ .

**Решение.** 1. Так как в СВЧ-диапазоне спонтанные переходы пренебрежимо малы, то запишем кинетические уравнения, опуская спонтанные переходы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -n_1 \cdot (\Gamma_{12} + \Gamma_{13} - W_H) + n_2 \Gamma_{21} + n_3 \cdot (\Gamma_{31} + W_H), \\ \frac{dn_2}{dt} &= n_1 \Gamma_{12} - n_2 \cdot (\Gamma_{21} + \Gamma_{23}) + n_3 \Gamma_{32}, \\ n_1 + n_2 + n_3 &= N. \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Здесь вместо кинетического уравнения для населённости третьего уровня использовано условие сохранения общего числа частиц на всех уровнях  $N$ .

Приведем решение системы (2.29) для установившегося стационарного режима (состояния). В этом случае скорость изменения числа частиц на этих уровнях равна нулю:  $\frac{d}{dt} = 0$ . Тогда

система (2.29) примет вид (2.30):

$$\left. \begin{aligned} -n_1 \cdot (\Gamma_{12} + \Gamma_{13} - W_H) + n_2 \Gamma_{21} + n_3 \cdot (\Gamma_{31} + W_H) &= 0, \\ n_1 \Gamma_{12} - n_2 \cdot (\Gamma_{21} + \Gamma_{23}) + n_3 \Gamma_{32} &= 0, \\ n_1 + n_2 + n_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Будем считать поле накачки таким сильным, что вероятность индуцированного перехода, намного превышает вероятность любого релаксационного перехода:  $W_H \gg \Gamma_{ki}$ , (3). Это означает насыщение перехода  $1 \rightarrow 3$  на частоте накачки.

Определим теперь, при каких условиях может быть достигнута инверсия населенности на переходе  $1 \rightarrow 2$ . Из двух оставшихся уравнений системы (4) находим значения населенности уровней.

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= N \frac{(\Gamma_{21} + \Gamma_{23})}{\Gamma_{12} + \Gamma_{32} + 2(\Gamma_{21} + \Gamma_{23})}, \\ n_2 &= N \frac{(\Gamma_{12} + \Gamma_{32})}{\Gamma_{12} + \Gamma_{32} + 2(\Gamma_{21} + \Gamma_{23})}. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Состояние инверсии населенностей означает, что разность  $n_2 - n_1$  должна быть положительной величиной. В нашем случае эта разность равна:

$$n_2 - n_1 = N \frac{(\Gamma_{21} + \Gamma_{32}) - (\Gamma_{21} + \Gamma_{23})}{\Gamma_{12} + \Gamma_{32} + 2(\Gamma_{21} + \Gamma_{23})}. \quad (2.32)$$

Преобразуем это выражение. Между вероятностями релаксационных переходов существуют следующие соотношения:

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} \cdot \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right); \quad \Gamma_{23} = \Gamma_{32} \cdot \exp\left(-\frac{h\nu_{32}}{kT}\right). \quad (2.33)$$

Для частот диапазона СВЧ выполняется условие:  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$ .

Тогда при подстановке соотношений (2.32) и (2.33), разлагая экспоненту в ряд, ограничиваясь двумя первыми членами разложения, получаем:

$$n_2 - n_1 = \frac{Nh}{kT} \cdot \frac{\Gamma_{32} \nu_{32} - \Gamma_{21} \nu_{21}}{\Gamma_{21} \left(3 - \frac{h\nu_{21}}{kT}\right) + \Gamma_{32} \left(3 - \frac{2h\nu_{32}}{kT}\right)}. \quad (2.34)$$

Отсюда видно, что инверсия населенностей на переходе  $2 \rightarrow 1$  будет достигнута при выполнении условия:

$$\Gamma_{32}v_{32} > \Gamma_{21}v_{21}. \quad (2.35).$$

Проанализируем, отчего зависит выполнение неравенства (2.35).

Вероятности релаксационных переходов между уровнями примерно одинаковы:  $\Gamma_{32} \approx \Gamma_{21}$ . В этом случае инверсия на переходе  $2 \rightarrow 1$  получается тогда, когда  $v_{32} > v_{21}$ . Последнее означает, что частота холостого перехода  $\omega_{32}$  должна быть больше частоты сигнала  $\omega_c = \omega_{21}$ . Поскольку  $v_{32} + v_{21} = v_{31}$ , можно также сказать, что при равных вероятностях релаксационных переходов между уровнями частота сигнального перехода должна быть меньше половины частоты накачки  $v_c < v_H / 2$ .

Аналогичный результат получается при анализе достижения инверсии населенностей на переходе  $3 \rightarrow 2$ . Таким образом, в случае трехуровневой системы при одинаковых временах релаксации между уровнями инвертирован всегда будет переход между двумя ближайшими уровнями.

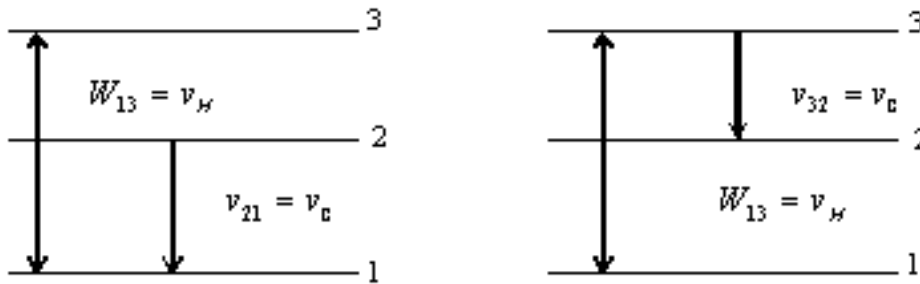


Рис. 2.3

Оценим величину разности населенностей на сигнальном переходе:

$$n_2 - n_1 = \frac{N \cdot h}{kT} \cdot \frac{\nu_{32} - \nu_{21}}{3}. \quad (2.36)$$

Частота холостого  $\nu_{32}$  и сигнального  $\omega_{21}$  переходов примерно равны. Переход  $2 \rightarrow 1$  будет инвертирован в этом случае при выполнении неравенства:  $\Gamma_{32} > \Gamma_{21}$ . Физически это означает, что инверсия населенностей на втором уровне будет создаваться

за счет того, что скорость релаксации частиц с третьего уровня на второй будет больше скорости их релаксации со второго уровня на первый.

Достижения инверсии населенностей в случае, когда частота сигнала больше частоты холостого перехода, в трехуровневой схеме возможно только тогда, когда скорость релаксации холостого перехода намного превосходит скорость релаксации перехода на частоте сигнала, то есть:  $\Gamma_{32} \gg \Gamma_{21}$ .

При этом для разности населенностей на сигнальном переходе можно получить приближенную формулу:

$$n_2 - n_1 \approx \frac{N h \nu_{32}}{3 k T}. \quad (2.37)$$

Сравнивая выражения (2.34) и (2.37), видим, что в третьем случае достигается наибольшая инверсия населенностей. Вторым случаем – промежуточный между первым и третьим.

В большинстве используемых в КПУ кристаллов реализуется первый случай равных вероятностей релаксационных переходов, и инверсия населенностей в трехуровневой схеме достигается на том переходе, для которого выполняется условие  $\nu_c < \nu_H/2$ .

Определим теперь коэффициент инверсии, получившейся в этом случае. Для этого необходимо знать значение разности населенностей уровней 2 и 1 в состоянии термодинамического равновесия. В этом состоянии в системе  $k$  энергетических уровней разность населенностей  $m$ -го и  $n$ -го уровней может быть определена как:

$$n_m^e - n_n^e = \frac{N}{k} \cdot \frac{h \nu_{nm}}{k T}.$$

Это соотношение получается при использовании закона Больцмана в приближении СВЧ-диапазона и условия сохранения числа частиц при термодинамическом равновесии. Для трехуровневой схемы можно записать:

$$n_1^e - n_2^e \approx \frac{N}{3} \cdot \frac{h \nu_{21}}{k T}. \quad (2.38)$$

Используя определение коэффициента инверсии, с помощью (2.34) и (2.37), получим выражения:

$$I_{21} = \frac{v_{32} - v_{21}}{2v_{21}} = \frac{v_{31}}{2v_{21}} - 1, \text{ или } I_{21} = \frac{v_H}{2v_c} - 1. \quad (2.39)$$

Таким образом, коэффициент инверсии в трехуровневой схеме будет тем больше, чем сильнее выражено неравенство  $v_c < v_H/2$ .

Аналогичные расчеты для пушпульной схемы накачки дают следующую величину коэффициента инверсии:

$$I_{32} = \frac{v_H}{v_c} - 1. \quad (2.40)$$

При одинаковых частотах сигнала и накачки пушпульная схема позволяет получить коэффициент инверсии накачки в  $\frac{(v_H - v_c)}{(v_H - 2v_c)}$  раз большим, по сравнению с трехуровневой схемой накачки. Пример: При подстановке заданных в условии значений, получаем, что коэффициент инверсии равен нулю  $I_{21} = \frac{10}{2 \cdot 5} - 1 = 0$ , т.е. нет усиления.

**2. Понятие отрицательной температуры. Закон Больцмана**

$$\frac{n_n}{n_m} = \exp\left(-\frac{E_n - E_m}{kT}\right),$$

справедливый для термодинамического равновесия, можно также изобразить в виде

$$T = (E_2 - E_1) / \left[ k \cdot \ln\left(\frac{n_m}{n_n}\right) \right]. \quad (2.41)$$

В состоянии термодинамического равновесия  $n_m > n_n$ , и поэтому температура положительна ( $T > 0$ ). Если формально воспользоваться соотношением (2.41) для состояния с инверсией населенности  $n_n > n_m$ , то получится отрицательная температура ( $T < 0$ ). Условную величину (2.41), характеризующую отношение населенностей двух уровней, между которыми происходят квантовые переходы, принято называть температурой перехода  $T_{п}$ . Только в состоянии термодинамического равновесия температу-

ра перехода совпадает с истинной температурой вещества. Условие инверсии населенности  $n_n > n_m$ , эквивалентно отрицательной температуре перехода.

Если  $E_n > E_m$ , то коэффициент инверсии согласно (2.5) определяется выражением 
$$I_{mn} = -\frac{n_m - n_n}{n_m^e - n_n^e} = \frac{n_n - n_m}{n_m^e - n_n^e} = -\frac{T}{T_S}.$$

При тепловом равновесии  $I_{mn} = -1$ . Инверсия достигается, когда  $I_{mn} > 0$ .

Наряду с коэффициентом инверсии вводится понятие эффективной спиновой температуры перехода  $T_S$ . Эта величина определяется по аналогии с законом Больцмана соотношением:

$$\frac{n_n}{n_m} = \exp\left(-\frac{h\nu_{mn}}{kT_S}\right). \quad (2.42)$$

Величина  $T_S$ , определяемая (2.42), для различных переходов будет разной. В этом её принципиальные отличия от температуры решётки  $T$ , которая в соотношении Больцмана является общей для всех переходов.

Для состояния инверсии  $n_n > n_m$ , величина  $T_S$  должна быть отрицательна  $T_S = -|T_S|$ , тогда (2.42) можно переписать следующим образом:

$$\frac{n_n}{n_m} = \exp\left(\frac{h\nu_{mn}}{kT}\right). \quad (2.43)$$

В диапазоне СВЧ  $h\nu_{mn}$  всегда меньше  $kT$  или  $k|T_S|$ . Тогда, используя разложение экспоненты в ряд и ограничиваясь двумя членами разложения, можно записать:

$$\frac{n_n^e}{n_m^e} \approx 1 - \frac{h\nu_{mn}}{kT}; \quad \frac{n_n}{n_m} \approx 1 + \frac{h\nu_{mn}}{k|T_S|}. \quad (2.44)$$

Используя выражение (2.44), при их подстановке в (2.41) получим:

$$I_{mn} = \frac{T}{|T_S|} = -\frac{T}{T_S}.$$

Отметим, что из последнего выражения видно, что качество усилителя будет тем выше, чем ближе  $|T_S|$  (спиновая температура) к нулю. В нашей задаче

$$T_S = -\frac{I}{I_{mn}} = -\frac{5}{0} \rightarrow \infty.$$

**2.3.5.** В резонатор, настроенный на частоту ( $\nu_n$ ), равную 23870 МГц, влетает поток возмущенных молекул аммиака. Время пролета молекул аммиака в селекторе равно  $\tau = 10^{-4}$  с. Добротность резонатора равна  $Q = 10^4$ . Диэлектрическая постоянная  $\epsilon_0$  равна 1. Объем пучка молекул равен  $V_n = 10 \text{ см}^3$ .

Определить число частиц, необходимых для сообщения резонатору энергии 1 эрг (мощности (P), равной 1 мВ).

Решение: Число молекул, необходимых для сообщения резонатору энергии 1 эрг, можно определить из условия самовозбуждения, которое при выполнении условия  $\nu = \nu_n$  ( $\nu_n$  – частота люминесцентной линии), принимает вид

$$\frac{|P_{12}|^2}{\epsilon_0 \cdot \hbar} \cdot n_0 \cdot \tau \cdot Q \cdot F > 1, \quad (2.45)$$

где  $Q$  – добротность резонатора,  $F$  – коэффициент заполнения, показывающий насколько эффективно пучок молекул использует резонатор ( $F=1$  при объеме резонатора  $V_n$ ).

Коэффициент заполнения определяется из отношения интегралов

$$\frac{\int_{V_n} |E_x|^2 dv}{\int_V |E_x|^2 dv} = F.$$

Плотность активных молекул  $n_0$  определяется по формуле

$$n_0 = \frac{N'}{V_n} = \frac{N \cdot \tau}{V_n}, \quad (2.46)$$

где  $N'$  – полное число молекул резонатора,  $N$  – число молекул, влетающих в резонатор в единицу времени.

Полное число  $N'$  молекул резонатора, определенное из (2.45), выразится следующим соотношением:



$$N > \frac{\varepsilon_0 \hbar}{|P_{12}|^2} \cdot \frac{V_n}{\tau^2 \cdot Q \cdot F}. \quad (2.47)$$

Считая, что  $|P_{12}|^2 = 4\pi \cdot 10^{-36}$  и подставляя все заданные в условии числа параметров, получим  $N = 10^{13}$  мол/с.

Ответ:  $N = 10^3$  молекул.

**2.3.6.** Определить коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ, если полоса пропускания ( $\Delta\nu$ ) усилителя на резонансной длине волны в 21 см составляет 2,85 МГц, а коэффициент усиления вещества  $\chi = 1/(30 \cdot \lambda)$  см<sup>-1</sup>.

Решение: Для КПУ с одним резонатором соблюдается приблизительное соотношение для коэффициента усиления усилителя на резонансной частоте ( $G_o$ ), равное:

$$G_o \cdot \Delta\nu \approx \frac{\chi}{\pi} \cdot 2c, \quad (2.48)$$

где  $\chi$  – параметр усиления вещества,  $c$  – скорость света,  $\Delta\nu$  – полоса пропускания усилителя.

Подставляя заданные числа в (2.48), получим

$$G_o = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 2,85 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 21 \cdot 10^{-2}} = 10,6.$$

Ответ:  $G_o = 10,6$ .

**2.3.7.** Определить полосу пропускания (МГц) в однорезонаторном КПУ и время спин – спиновой релаксации. В таблице 2.1 заданы параметры: длина волны, активный материал, коэффициент усиления, рабочая температура.

Таблица 2.1

Длина волны сигнала, см	Активный материал	Коэффициент усиления, дБ	Рабочая температура, °К
21	Рубин 90 <sup>0</sup>	20	4,2
3,2	Рубин 54 <sup>0</sup> 44	21	1,8
1,95	Рубин	26	4,2

Решение. Используя формулу (1), связывающую коэффициент усиления усилителя с параметром усиления вещества через ( $\Delta\nu$ ), определим полосу пропускания для указанных в таблице

материалов,  $\chi_o = \frac{1}{100 \cdot \lambda} \text{ м}^{-1}$ .

$$1. \quad \lambda = 21 \text{ см}, \quad G_o = 20 \text{ дБ}, \quad \chi_o = \frac{1}{100 \cdot 21 \cdot 10^{-2}} = 0,048 \text{ м}^{-1}.$$

$$2. \quad \lambda = 3,2 \text{ см}, \quad G_o = 21 \text{ дБ}, \quad \chi_o = \frac{1}{100 \cdot 3,2 \cdot 10^{-2}} = 0,312 \text{ м}^{-1}.$$

$$3. \quad \lambda = 1,95 \text{ см}, \quad G_o = 26 \text{ дБ}, \quad \chi_o = \frac{1}{100 \cdot 1,95 \cdot 10^{-2}} = 0,513 \text{ м}^{-1}.$$

Из формулы для коэффициента усиления

$$G_o \cdot \Delta\nu \approx \frac{\chi_o \cdot 2c}{\pi} \quad (2.49)$$

выразим полосу пропускания. Получим выражение  $\Delta\nu = \frac{\chi_o \cdot 2 \cdot c}{\pi \cdot G_o}$ .

Определим  $\Delta\nu$  для каждого материала:

$$1. \quad \Delta\nu_1 = \frac{4,8 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^8}{20 \cdot 3,14} = 0,46 \cdot 10^6 \text{ Гц};$$

$$2. \quad \Delta\nu_2 = \frac{0,312 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^8}{21 \cdot 3,14} = 2,85 \cdot 10^6 \text{ Гц};$$

$$3. \quad \Delta\nu_3 = \frac{0,513 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^8}{26 \cdot 3,14} = 3,77 \cdot 10^6 \text{ Гц}.$$

Время спин-спиновой релаксации определяется приближенно следующим выражением:

$$T_2 = \frac{2}{\Delta\omega}. \quad (2.50)$$

Подставляя в (2.50) значения  $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$ , получим для каждого материала время спин-спиновой релаксации

$$1. \quad T_2 = \frac{2}{2\pi \cdot 0,46 \cdot 10^6} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ с},$$

$$2. \quad T_2 = \frac{2}{2\pi \cdot 2,85 \cdot 10^6} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ с},$$

$$3. T_2 = \frac{2}{2\pi \cdot 3,77 \cdot 10^6} = 8,5 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$$

**2.3.8.** Определить коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ, если полоса пропускания  $\Delta\omega_\lambda$  усилителя на резонансной частоте составляет 15 МГц. Рабочая длина волны  $\lambda = 21$  см. Собственная добротность резонатора  $Q_o = 3000$ , добротность вещества  $Q_b = 100$ .

Решение. Определяем резонансную круговую частоту для  $\lambda_{\text{рез}} = 21$  см,  $\omega_{\text{рез}} = 2\pi f$ ,  $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{21 \cdot 10^{-2}} = 1,43 \cdot 10^9$  Гц,  $\omega_{\text{рез}} = 6,28 \cdot 1,43 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^9$  Гц.

Коэффициент усиления определяется следующим выражением:

$$(\sqrt{G_o} - 1) \cdot \Delta\omega = \frac{2\omega_\lambda}{Q_\lambda} \cdot \frac{|Q_b^o|^{-1} - Q_o^{-1}}{|Q_b^o|^{-1} + Q_\lambda^{-1}}. \quad (2.51)$$

Ширина линии перехода связана с добротностью линии:

$$\Delta\omega_\lambda = \frac{\omega_\lambda}{Q_\lambda}; \text{ откуда } Q_\lambda = \frac{\omega_\lambda}{\Delta\omega_\lambda}.$$

Добротность линии будет равна

$$Q_\lambda = \frac{9 \cdot 10^9}{15 \cdot 10^6} = 600.$$

Подставляя заданные числа в (2.51), получим

$$(\sqrt{G_o} - 1) \cdot 15 \cdot 10^6 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9}{600} \cdot \left[ \frac{\frac{1}{100} - \frac{1}{3000}}{\frac{1}{100} + \frac{1}{600}} \right] = \frac{1,15 \cdot 3 \cdot 10^7}{15 \cdot 10^6} = 0,23 \cdot 10^1 = 2,3.$$

$$\sqrt{G_o} = 3,3 \Rightarrow G_o = 11.$$

*Ответ:*  $G_o = 11$ .

### 3 ОПТИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ (ОКГ)

Термин «лазер» означает усиление света с помощью вынужденного излучения. Термин «свет» означает излучение не только в видимой ( $\lambda \approx 0,4 \div 0,8 \text{ мкм}$ ), но и также в ультрафиолетовой ( $\lambda \approx 0,01 \text{ мкм} \div 0,4 \text{ мкм}$ ) и инфракрасной ( $\lambda \approx 0,8 \div 4 \text{ мкм}$ ) областях спектра электромагнитных колебаний.

Общие вопросы построения ОКГ. Приборы оптического диапазона имеют ряд особенностей, влияющих как на конструкцию, так и на выходные характеристики ОКГ.

1. В оптическом диапазоне  $\lambda \approx 1 \text{ мкм}$ ,  $h\nu \gg kT$ , поэтому, согласно закону Больцмана,  $\frac{N_2}{N_1} \sim e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}} \ll 1$  для уровней, отделенных друг от друга оптическими переходами, практически все частицы будут находиться в основном состоянии, т.е. на нижнем энергетическом уровне.

Схема трехуровневой системы показана на рис. 3.1. Населенность всех прочих уровней будет близка к нулю. Как это влияет на создание энергии? Рассмотрим систему уровней. При тепловом равновесии  $N_1^e = N$ ;  $N_2^e = N_3^e = 0$ . Пусть мы перевели с первого на третий уровень  $N_3$  частиц. Тогда, если  $N_2$  не изменилось, между третьим и вторым уровнями создается инверсия населенности, за счет того, что нижний уровень не является основным уровнем системы. Получить инверсию на переходе  $2 \rightarrow 1$  значительно сложнее, т.к. нужно перекачать на него более половины всех частиц с первого уровня. Т.о., все схемы возбуждения ОКГ можно разделить на две группы:

- схемы, в которых нижний уровень рабочего перехода является основным уровнем в энергетическом спектре системы;
- схемы, у которых нижний уровень рабочего перехода не является основным уровнем.

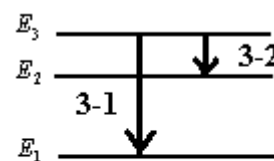


Рис. 3.1

Очевидно, что схемы второй группы энергетически более выгодны, т.к. позволяют получить усиление и генерацию при меньших мощностях накачки.

2. В оптическом диапазоне вырастает роль спонтанных переходов, которые необходимо обязательно учитывать.

3. Тепловые переходы, как правило, для рабочих уровней лазера можно не учитывать.

4. Инверсия населенности создается, чаще всего, широким спектром газоразрядных ламп. Спектр их излучения должен быть согласован со спектром поглощения активного вещества.

5. В оптическом диапазоне не могут использоваться колебательные системы, которые использовались для СВЧ-диапазона. Используются особые колебательные системы – открытые резонаторы.

### 3.1 Твердотельные лазеры

Концентрация частиц в активном веществе лазера  $10^{17} - 10^{20}$  см<sup>-3</sup>. В твердом теле энергетических уровней значительно больше, чем в газовых. Отсюда и абсолютная величина инверсии населенности больше.

Активная среда твердотельных ОКГ. Материал матрицы должен удовлетворять следующим требованиям: допускать активировку элементами, на переходах которых осуществляется генерация, быть химически стойким и механически прочным, выдерживать нагревы, быть технологичным для массового производства, допускать механическую обработку, быть прозрачным для излучения накачки и генерации, быть оптически однородным.

В качестве матрицы используется кристаллическая решетка щелочноземельных солей трех кислот: вольфрамовой ( $H_2WO_4$ ), молибденовой ( $H_2MoO_4$ ) и плавиковой HF или применяются иттриевые гранаты  $Y_3Me_5O_{12}$ , где Me – это может быть алюминий, гадолиний, железо и др.

Из других кристаллических материалов следует отметить корунд  $Al_2O_3$  и аморфное вещество – стекло.

В качестве активаторов используются главным образом редкоземельные элементы, также хром и уран. Эти элементы вводятся в матрицу в виде 2- и 3-зарядных ионов, на уровнях которых создается инверсия и осуществляется стимулированное излучение.

Ионы активатора должны иметь широкие полосы поглощения, соответствующие переходу накачки. Спектр излучения применяемых источников накачки значительно шире спектра поглощения рубина, и активной средой поглощается только часть энергии спектра. Энергия, поглощаемая активным веществом, составляет  $7 \div 13\%$  от доли энергии лампы.

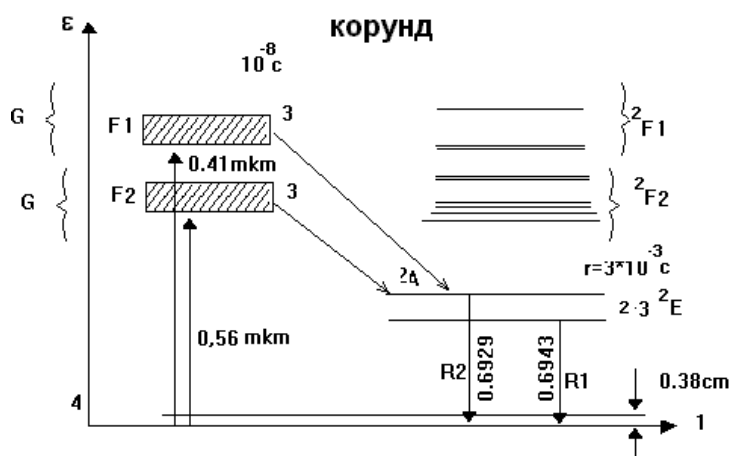


Рис. 3.2

Рубиновые стержни имеют длину  $2 \div 500$  мм, диаметром  $1,2 \div 100$  мм. Накачка осуществляется импульсной газоразрядной лампой с ксеноновым наполнением. Питается лампа от конденсатора емкостью до нескольких тысяч микрофарад, который заряжается от источника напряжением в несколько тысяч вольт.

**Условия самовозбуждения.** Для возникновения и поддержания в ОКГ стационарных автоколебаний должен поддерживаться баланс мощностей  $P_{отд} = P_{потерь}$ . Мощность, отданная на выбранном рабочем переходе, определяется согласно формуле в основном разностью населенностей уровней  $N_2 - N_1$ , а значит, и интенсивностью накачки:

$$P_{отд} = h\nu W \rho (N_2 - N_1) \cdot V_a, \quad (3.1)$$

где  $V_a$  – объем активного вещества.

Следовательно, существует минимальная пороговая величина энергии накачки  $W_{н.пор}$ , при которой возникают автоколебания.

Расчеты показывают, что если накачка производится на длине волны  $\lambda_n=0,56$  мкм, а концентрация ионов хрома в рубине  $N=0,03\%$ , то пороговая энергия накачки для единицы объема кристалла составляет  $W_{н.пор} \geq 2$  Дж/см<sup>3</sup>. Эта энергия должна быть передана кристаллу за время, меньшее времени жизни частиц на уровне 2, чтобы его населенность не успела снизиться из-за релаксации. Практически необходимая для возбуждения рубиновых ОКГ энергия в десятки раз превышает указанную выше, т.к.

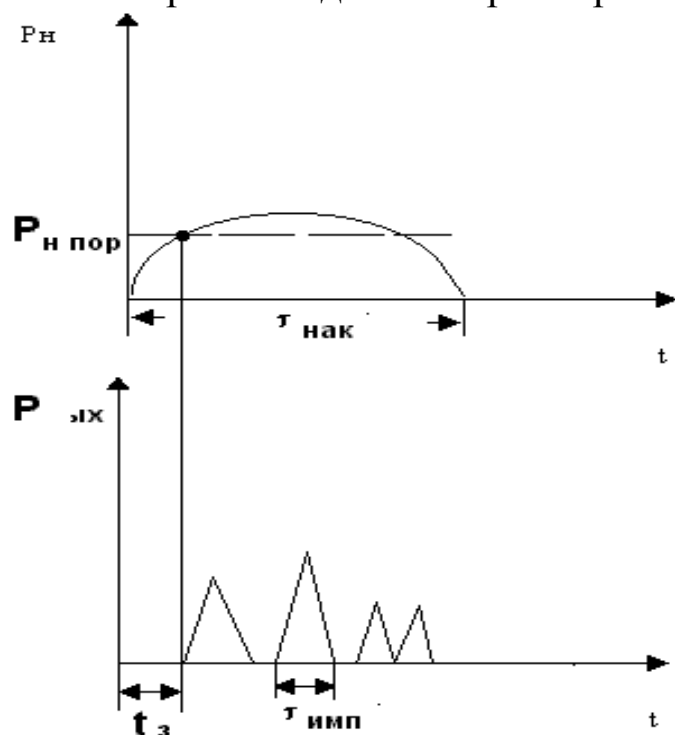


Рис. 3.3

спектр излучения применяемых источников накачки значительно шире спектра поглощения рубина и активной средой поглощается только часть энергии спектра.

Излучение ОКГ на рубине представляет собой пиковый режим. На рис. 3.3 показано формирование импульса генерации излучения на фоне импульса накачки. Генерация начинается, когда поле внутри системы превысит потери, и собственно это

условие определяет величину времени задержки. На рисунке введены следующие обозначения:  $\tau_{нак}=100-1000$  мс,  $\tau_{имп}=1$  мксек,  $t_{зад}$  — время запаздывания от десятков до сотен микросекунд,  $P_{вых}$  состоит из нерегулируемых всплесков «пички». Интервал между пичками несколько микросекунд.

### ОКГ на кристаллах и стеклах с $Nd^{3+}$

**Работа 4-уровневой схемы.** Из четырехуровневых схем наиболее широко применяются генераторы на стеклах с неодимом  $Nd^{3+}$  и иттрийалюминиевые гранаты  $CaWO_4:Nd^{3+}$ . В 4-уровневой системе в качестве нижнего используются не заселенные

уровни. На стекле, активированном неодимом, созданы ОКГ с рекордно большой энергией генерации порядка килоджоулей в импульсе ( $L=80\text{см}$ ,  $\varnothing 50\text{мм}$ ). КПД таких генераторов составляет доли процента, выходное излучение имеет также пиковый режим. Ширина спектра излучения достигает  $20\text{нм}$ . Излучение ОКГ на неодимовом стекле не поляризовано. Это связано с хаотической ориентацией ионов неодима и оптической неоднородностью стекла. Угловая расходимость составляет единицы минут и значительно меньше, чем у рубиновых лазеров. Это обусловлено высокой оптической неоднородностью стекла.

**Структура энергетических уровней АИГ: Nd** сложна и генерация может осуществляться по 4-уровневой схеме на большом числе инфракрасных переходов в диапазоне длин волн  $0.94\div 2.1\text{ мкм}$ . Основной из переходов при комнатной температуре излучает волны  $\lambda=1.064\text{ мкм}$ . Накачка наиболее эффективна на  $\lambda=0.81\text{ мкм}$  и  $\lambda=0.75\text{ мкм}$ . В кристаллах на АИГ  $\text{Nd}^3$  мощность в непрерывном режиме лежит в пределах  $10\div 100\text{ Вт}$ , а в импульсном –  $10^6\div 10^{10}\text{ Вт}$ .

В непрерывном режиме на стержне  $L=15\text{ см}$ ,  $\varnothing 1\text{ см}$  была получена  $P_{\text{макс}}=750\text{ Вт}$  при КПД  $1.7\%$ . Для связи обычно необходимы средние мощности порядка нескольких ватт. Они легко получаются в генераторах на гранате. Достоинством таких ОКГ является относительно низкий уровень флуктуаций выходной мощности –  $0,1$  до  $1\%$ . Наибольшая энергия в импульсе до  $1\text{кДж}$  достигнута в настоящее время в ОКГ на стекле с неодимом. Активный элемент такого ОКГ представляет собой стержень  $\varnothing 30\text{ мм}$  и длиной до  $80\text{ см}$ , они сравнительно дешевы, но использовать их в непрерывных ОКГ нельзя из-за плохой термостойкости кристалла.

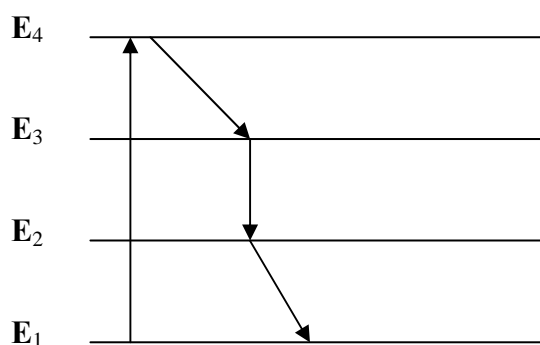


Рис. 3.4



### 3.2 Газовые оптические квантовые генераторы

В газовых генераторах линии спонтанного излучения очень узки ( $10^{-3}$ – $10^{-2}$  А), ширина линии генерации у них минимальна среди всех видов ОКГ и достигает 1 Гц.

В газовых ОКГ можно получить наименьший угол расхождения пучка, так как среда обладает гораздо большей оптической однородностью.

**Особенности устройства газовых ОКГ.** Основным элементом газовых генераторов является трубка, наполняемая газом. С торцов под углом Брюстера, как правило, приклеиваются кварцевые окна. При этом появляются потери на выходе из газовой кюветы, которые при нормальном падении лучей составляют 10 – 13%. Такие потери снижают добротность резонатора и делают невозможной генерацию на большинстве переходов в газовых средах. В использовании угла Брюстера заключается идея уменьшения потерь на торцах. Но уменьшение потерь не сводится до нуля, кроме того, имеются потери на поглощение в материале (2% на 1 см для стекла, 0,2% на 1 см для кварца).

**Классификация газовых разрядов, используемых в ОКГ.** Газовые генераторы работают в непрерывном и импульсном режимах. Для импульсного разряда существенен интервал между импульсами тока. Этот период больше характерного времени рассеяния рабочих состояний в плазме. В противном случае рабочие состояния активных частиц не успевают довозбудиться за период отсутствия тока. Плотность тока в импульсе  $10^3$  А/см<sup>2</sup>. Стационарный разряд делится на тлеющий и дуговой. Плотность тока для тлеющего разряда  $10^{-5}$ – $10^{-1}$  А/см<sup>2</sup>. В технике ОКГ используются две разновидности тлеющего разряда: разряд постоянного тока и высокочастотный разряд.

В разряде постоянного тока через плазму протекает ток, не меняющийся во времени. Электроды располагаются внутри трубки. К ним приводится постоянное напряжение 1–2 кВ.

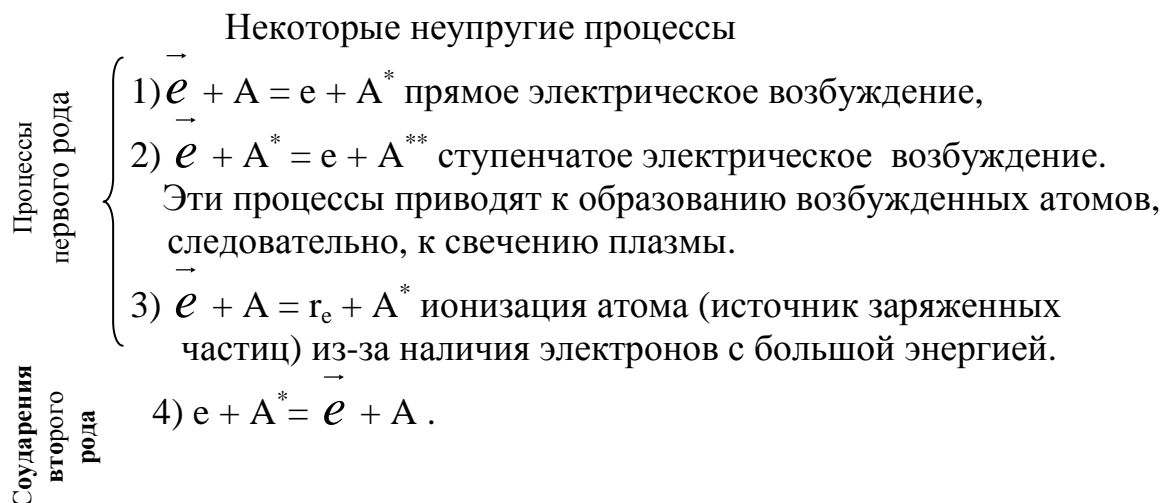
Высокочастотный разряд отличается тем, что в этом случае через плазму течет высокочастотный (10–50 МГц) ток.

**Элементарные процессы в плазме.** В плазме положительного столба присутствуют следующие частицы: нейтральные невозбужденные атомы и молекулы; возбужденные атомы и молекулы; невозбужденные (положительные и отрицательные ионы); возбужденные (положительные и отрицательные ионы); электроны.

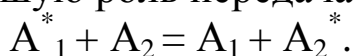
Все процессы взаимодействия между частицами в плазме разряда делятся на 2 группы: упругие и неупругие.

В результате упругих взаимодействий частицы плазмы обмениваются энергией и импульсом. При этом суммарный импульс двух взаимодействующих частиц не меняется, так же как и суммарная кинетическая энергия.

Для легких электронов характерны неупругие процессы.



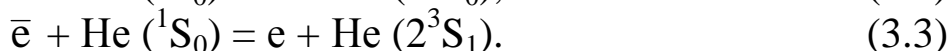
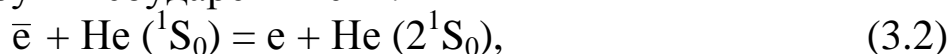
В механизме создания инверсии в газовом ОКГ играет большую роль передача возбуждения в смеси газов



**Гелий-неоновый лазер (He-Ne).** В качестве вспомогательного газа у He-Ne лазера служат атомы гелия (He), рабочим является неон (Ne). Схема совмещенных энергетических уровней гелий-неонового лазера изображена на рис. 3.5.

Инверсия населенностей в He-Ne ОКГ создается в два этапа:

1. Происходит заселение состояний  $2^1S_0$  и  $2^3S_1$  гелия в результате неупругих соударений с  $\bar{e}$ .



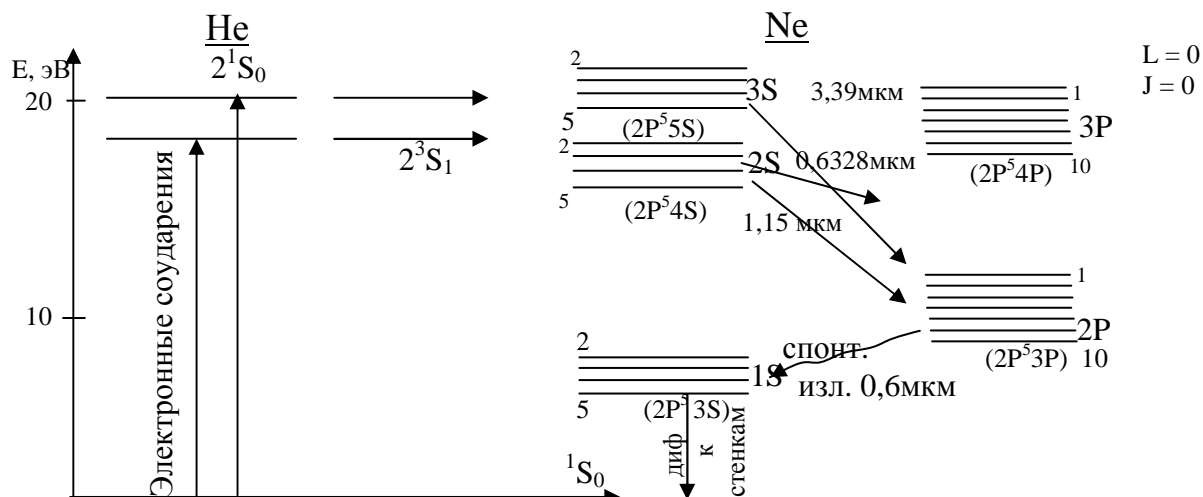
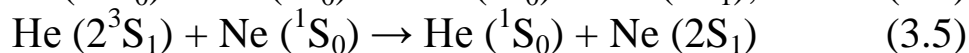
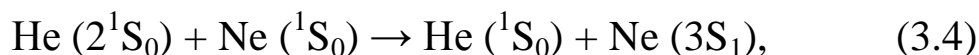


Рис. 3.5

2. Вследствие неупругих соударений второго рода между возбужденными состояниями атома гелия и атома неона, находящихся в основном состоянии, осуществляется возбуждение Ne по реакциям:



в состояниях  $(2S_1)$  и  $(3S_2)$ .

Так как  $2^3S_1$  и  $2^1S_0$  метастабильные и концентрация гелия выбирается в несколько раз больше концентрации Ne, то в разряде вследствие неупругих ударов создается относительно большое число возбужденных атомов He ( $2^1S_0$  и  $2^3S_1$ ). Это способствует вследствие процессов (3.4) и (3.5) направленному избирательному заселению уровней  $2S_2$  и  $3S_2$  неона.

В результате указанных процессов, создается инверсия населенностей уровней  $3S_2$  по отношению к уровням  $3P$  и  $2P$ , а также  $2S_2$  к уровню  $2P$ . Из всех возможных переходов этой системы наиболее благоприятными для генерации оказываются переходы  $2S_2 \rightarrow 2P$  с  $\lambda = 1,15$  мкм,  $3S_2 \rightarrow 3P$  с  $\lambda = 3,39$  мкм,  $3S_2 \rightarrow 2P$  с  $\lambda = 0,63$  мкм.

Нижние рабочие состояния  $2P$  и  $3P$  имеют время жизни на порядок меньше времени жизни  $2S_2$  и  $3S_2$ -состояний, что обеспечивает возможность непрерывного режима генерации.

Нижние рабочие уровни  $2P$  и  $3P$  очищаются в результате спонтанных переходов атомов в метастабильное состояние  $1S$ ,

откуда атомы переходят в основные состояния, главным образом благодаря соударениям со стенками газоразрядной трубки.

Газоразрядная камера представляет собой кварцевую или стеклянную трубку ( $L = 2 \text{ дм} - 2 \text{ м}$  и диаметром до  $5 - 8 \text{ мм}$ ) с торцов закрытую плоскопараллельными оптическими стеклами.

Газоразрядная трубка наполняется смесью гелия и неона с общим давлением примерно  $100 \text{ Па}$ . Для очистки газовой смеси во время работы вводят геттер (барий, титан).

Усиление активной среды в He-Ne ОКГ невелико и составляет  $4\%$  на метр для  $3S_2 \rightarrow 2P$   $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ,  $12\%$  на метр для  $2S_2 \rightarrow 2P$   $\lambda = 1,152 \text{ мкм}$ , поэтому  $3_1$  и  $3_2$  делают  $100\%$  (зеркала с интерференционным покрытием).

Малый коэффициент усиления активной среды налагает жесткие требования на точность юстировки зеркал резонатора. Так, в случае резонатора с плоскими зеркалами, непараллельность их всего на несколько угловых секунд существенно сказывается на выходной мощности. Резонаторы со сферическими зеркалами меньше зависят от юстировки.

Напряжение питания для постоянного тока зависит от разрядного промежутка и имеет величину от нескольких сотен вольт до  $2 - 3 \text{ кВ}$ , ток разряда несколько миллиампер. ВЧ-разряд возбуждается ВЧ-генератором мощностью от десятков до сотен Вт.

Мощность генерации зависит от парциальных давлений He и Ne, размеров разрядной трубки, от тока разряда.

Выбор оптимального диаметра трубки является важным для получения максимальной  $P_{\text{вых}}$ . Если диаметр трубки велик, то мала диффузия частиц с уровня  $1S$  на  $S_0$ . В результате на уровне  $1S$  скапливаются частицы и затем переходят на  $2p$  и  $3p$ , уменьшая инверсию населенностей для трубок.

С увеличением тока ( $I$ ) разряда увеличивается концентрация электронов ( $\bar{n}$ ) в плазме и увеличивается населенность всех возбужденных состояний атомов He и Ne, особенно  $2S_2$  и  $3S_2$ , поэтому увеличивается  $P_{\text{вых}}$ . По мере дальнейшего увеличения тока разряда, рост инверсии из-за интенсивности заселения  $2p$  и  $3p$  уровней начинает замедляться.

При токе разряда  $> 100 \text{ мА}$  концентрация атомов неона в долгоживущем метастабильном состоянии  $1S$  становится на-

столько высокой, что резко увеличивается заселение  $2p$  и  $3p$  уровней и  $P_{\text{вых}}$  падает. Ток разряда равен  $20 - 80$  мА.  $P_{\text{уд}}$  – мощность с 1 ед. длины разрядной трубки составляет для:

$$\begin{aligned} 3S_2 \rightarrow 2P_4 & \quad \lambda = 0,63 \text{ мкм} - 30 \text{ мВт/м}, \\ 2S_2 \rightarrow 2P_4 & \quad \lambda = 1,152 \text{ мкм} - 50 \text{ мВт/м}, \\ 3S_2 \rightarrow 3P_4 & \quad \lambda = 3,39 \text{ мкм} - 100 \text{ мВт/м}. \end{aligned}$$

КПД ( $\eta$ ) – составляет сотые доли процента из-за малой квантовой эффективности рабочих переходов атомов Ne и несовершенства процесса возбуждения их.

$$\eta_{\text{кван. эф.}} = \frac{h \cdot V_{\text{излу}}}{h \cdot V_{\text{возбуж}}}. \quad (3.6)$$

Соотношение (3.6) показывает, какая доля затраченной энергии на возбуждение частиц переходит в энергию генерации.

Больше никаких типов газовых лазеров в этом разделе рассмотрено не будет, так как устройство, принципы работы у них идентичны. За исключением некоторых изменений в конструкции, в парциальном давлении наполняемых газов и, естественно, в подборе самих газов.

**Ионный аргоновый лазер.** Из ионных лазеров наибольшее распространение получили аргоновые лазеры (непрерывного действия на длине волны  $\lambda = 0,48$  мкм). Инверсия населенности в аргоновом лазере создается следующим образом.

Сначала атомы Ar, сталкиваясь с электроном, образующемся в плазме газового разряда, ионизируются (то есть переходят в состояние  $Ar^+(3p^5)$ ). Затем, при втором соударении, происходит возбуждение Ar (переход одного электрона из  $3p$  в  $4p$  оболочку).



На самом деле уровни  $3p^4 4P$  и  $3p^4 4S$  состоят из множества уровней, поэтому ОКГ может генерировать на многих переходах между подуровнями этих состояний в широком диапазоне длин волн  $0,46 - 0,52$  мкм (т.е. в сине-зеленой области спектра).

Для ионизации газа данный ОКГ требует протекания через газоразрядную трубку токов очень большой плотности – до нескольких тысяч  $A/cm^2$ . При использовании токов такой плотно-

сти, необходимо применять специальные меры для сохранения газоразрядной трубки от перегрева.

Аргоновые ОКГ являются самыми мощными лазерами в видимом диапазоне. Мощность их в непрерывном режиме достигает 100 Вт, в импульсном достигает сотен кВт. Недостаток – малый КПД – 0,1% и малые сроки службы (~ 50 часов). При больших мощностях срок службы ограничен десятками часов, из-за разрушения стенок трубки и загрязнения выходных окон распыленными частицами электродов. Большая мощность генерации приводит также к быстрому разрушению диэлектрических зеркал.

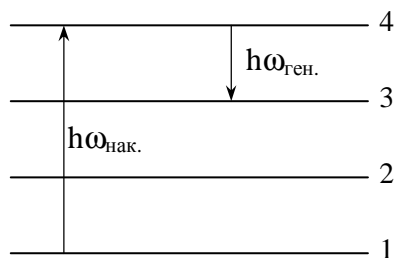


Рис. 3.6 – Энергетические уровни аргона

**Молекулярный лазер на углекислом газе.** Низкий КПД атомарных и ионных лазеров, работающих в непрерывном режиме, обусловлен следующим. При определении КПД необходимо учесть, что не все электроны имеют достаточную энергию в газовом разряде для возбуждения верхнего рабочего уровня. В существующих атомарных и ионных ОКГ доля таких электронов относительно мала. Основная же часть энергии в типичных условиях газоразрядной плазмы тратится на возбуждение самых низких уровней. Поэтому КПД этих лазеров, определяемый как

$$\eta = \eta_{\text{н}} \frac{h\nu_{\text{изл}}}{E_{\text{возб}}}, \text{ составляет доли процента.}$$

Для повышения КПД газовых лазеров выгодно в качестве рабочих использовать низко расположенные уровни частиц. Наиболее подходящими являются возбужденные колебательные уровни молекул. Одному колебательному энергетическому состоянию с квантовым числом  $\nu$  соответствует много вращательных, характеризующихся квантовыми числами  $j$ , отличающимися на единицу. Подобно электронным состояниям атома, молекула  $\text{CO}_2$  имеет основное невозбужденное колебательное состояние с минимальной энергией и возбужденные состояния.

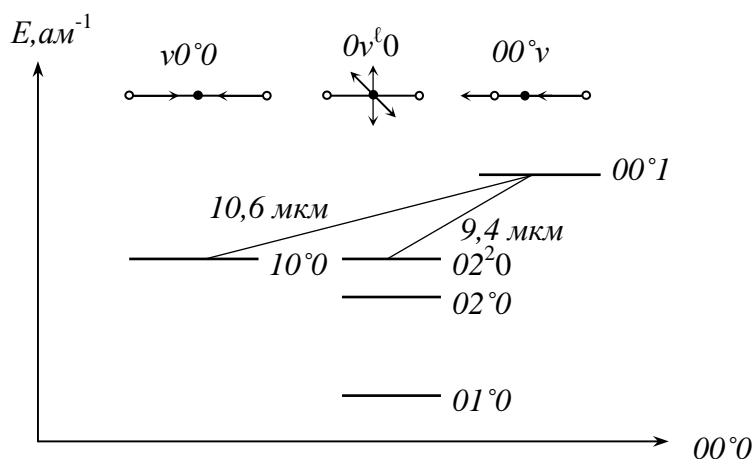


Рис. 3.7 – Схема колебательных состояний молекулы  $\text{CO}_2$

Молекула  $\text{CO}_2$  имеет 3 следующих типа колебаний:

1. Симметричный тип колебаний ( $\nu 0^0$ , где  $\nu$  – число квантов, запасенных в данном виде колебаний (номер колебательного уровня), а  $l$  – поляризация деформационного колебания). Атомы кислорода колеблются вдоль оси молекулы симметрично относительно атома углерода.

2. Деформационные колебания ( $0\nu^l 0$ ). В этом случае атом углерода колеблется в направлении, перпендикулярном продольной оси молекулы. Данный тип колебаний является двукратно вырожденным, поскольку при этом имеется два взаимно перпендикулярных направления колебаний.

3. Асимметричные колебания ( $00^0\nu$ ). При этом атом углерода колеблется вдоль продольной оси молекулы (см. рис. 3.7).

Расстояния между колебательными уровнями одного вида колебаний всегда эквидистантны.

Основное состояние молекулы обозначается  $00^0$ . Самым низшим возбужденным уровнем молекулы  $\text{CO}_2$  является уровень  $01^0$  (деформационный). Далее идут  $02^0$ ,  $02^2 0$ ,  $10^0$ ,  $00^1$  и т.д. Обычно частоты переходов между колебательными уровнями много меньше частот между различными электронными состояниями молекул и лежат в миллиметровой и инфракрасной области спектра. В ОКГ на  $\text{CO}_2$  в качестве лазерных переходов используются колебательно-вращательные переходы  $00^1 \leftrightarrow 10^0$  и  $10^0 \leftrightarrow 02^0$  ( $\lambda = 10,6$  и  $9,4$  мкм соответственно).

Возбуждение лазера на  $\text{CO}_2$  осуществляется (в основном) за счет столкновений второго рода. В качестве вспомогательного газа используются молекулы азота –  $\text{N}_2$ , находящиеся на возбужденном колебательном уровне (см. рис. 3.8).

Практически любое возбужденное состояние молекулы  $\text{N}_2$  способно передать колебательный квант  $\text{CO}_2$ , переходя на ближайшее нижнее состояние. Таким образом, одна молекула азота  $\text{N}_2$ , переведенная в самое верхнее состояние, может при столкновениях возбуждать несколько молекул  $\text{CO}_2$ . Особенностью молекулы углекислого газа является то, что ее верхний рабочий уровень обладает большим временем жизни. Благодаря этому верхний рабочий уровень, в отсутствие генерации, может служить накопителем возбужденных молекул. При мгновенном включении резонатора с модулированной добротностью, молекулы, переходя на нижний уровень, излучают мощный импульс. От лазера, который в непрерывном режиме давал  $P=3$  Вт, при модуляции добротности была получена мощность более 100 кВт в импульсе длительностью 100 нс.

Наиболее интенсивное излучение на длине волны 10,6 мкм подавляет излучение на длине волны 9,4 мкм. Наша атмосфера прозрачна для излучения с длиной волны 10,6 мкм. Это позволяет использовать эти лазеры в оптической локации в диапазоне 9,2 – 11,4 мкм, с излучаемой мощностью  $P = 10 - 20$  Вт. Использование специальных секционированных трубок позволяет увеличить излучаемую мощность до 100 Вт.

Лазеры на  $\text{CO}_2$  используются в нелинейной оптике, локации, технологии, медицине.

Отечественные серийные лазеры имеют следующие марки: ОКГ – 15  $P = 10$  Вт; ЛГ – 22  $P = 40$  Вт; ЛГК – 21  $P = 10$  кВт.

### 3.3 Полупроводниковые лазеры

В полупроводниковых лазерах используется инверсия населенностей, получаемая в полупроводниках с одним или различ-

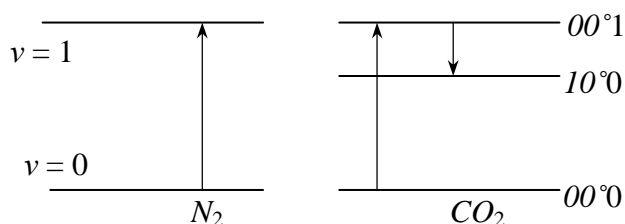


Рис. 3.8 – Схема колебательных уровней  $\text{N}_2$  и  $\text{CO}_2$



ными типами проводимости (р-п-переход). В полупроводниках возможны следующие методы получения инверсии населенностей: инжекция носителей через р-п-переход (инжекционные лазеры), электронная и оптическая накачка. Наибольшее распространение получил метод инжекции носителей, а инжекционные п/п лазеры получили наибольшее распространение в силу своей простоты, надежности и высокого КПД.

**Инжекционные лазеры.** Наиболее распространенным является возбуждение полупроводника постоянным током, осуществляющим инжекцию электронов (е) и дырок (р) в область р-п-перехода полупроводникового диода, которые создаются путем образования внутри единого монокристалла нужного распределения донорной ( $N_d$ ) и акцепторной примесей ( $N_a$ ). Если эти примеси полностью ионизированы, то в левой части кристалла, где велика концентрация акцепторов, доминирует дырочная проводимость с концентрацией основных носителей  $P \approx N_a - N_d$ . В правой части кристалла преобладает электронная проводимость с концентрацией основных носителей  $n \approx N_d - N_a$ .

В переходном слое концентрации примесей резко изменяются по толщине слоя.

Если к переходу приложено прямое напряжение, то через переход течет прямой (положительный) ток. При этом дырки, пришедшие в п-область, и электроны, пришедшие в р-область, становятся неосновными носителями, они должны рекомбинировать с соответствующими им основными носителями. Так как время жизни носителей по отношению к рекомбинации ( $\tau_s \ll \tau_p$ ) конечно, и рекомбинация происходит не сразу, поэтому вдоль по току в некотором объеме за пределами перехода концентрации электронов в р-области и дырок в п-области превышают их равновесные значения  $n_p$  и  $p_n$  в этих областях. Тогда для компенсации объемного заряда из подводющих ток электродов в этот объем поступают в п-область электроны, а в р-область дырки. В результате концентрация носителей двух типов по обе стороны увеличивается, т.е. вблизи перехода возникает квазинейтральная область повышенной проводимости.

В приближении малой по сравнению с длиной диффузии электронов и дырок толщины перехода концентрация инжектированных носителей на границах р-п-перехода составляет для невырожденных полупроводников

$$n = n_p \cdot \exp\left[\frac{e \cdot U}{kT}\right]; \quad p = p_n \cdot \exp\left[\frac{e \cdot U}{kT}\right], \quad (3.9)$$

$U$  – падение напряжения на переходе.

При  $T=300$  К  $e/kT \approx 40$  В<sup>-1</sup>. Поэтому небольшое напряжение сильно меняет концентрацию неосновных носителей на границах р-п-перехода. При  $U \approx 0,25$  В изменение составляет  $e^{10} \approx 10^4$  раз.

При инжекции носителей, когда на р-п-переход подается напряжение  $U$ , равновесие нарушается. Сдвиг запрещенных зон в р-п-областях по отношению друг к другу уменьшается на величину  $eU$ . Уровень Ферми разбивается на квазиуровни Ферми для дырок ( $F_p$ ) и электронов ( $F_n$ ). Квазиуровни Ферми в окрестности перехода существенно отличаются друг от друга. Вблизи перехода  $F_p - F_n = eU$ . В невырожденном, т.е. слабо легированном полупроводнике, даже при сильной инжекции неосновных носителей трудно раздвинуть квазиуровни Ферми  $F_p$  и  $F_n$  так, чтобы выполнялось условие:

$$F_p - F_n = E_g. \quad (3.10)$$

Только в сильно вырожденных кристаллах возможно выполнение этого условия.

$\exp\{(E-F)/kT\} \gg 1$  – нет вырождения,

$\exp\{(E-F)/kT\} \approx 1$  – слабое вырождение,

$\exp\{(E-F)/kT\} \ll 1$  – сильное вырождение.

Уровень Ферми должен лежать внутри зоны проводимости или валентной зоны.

Накачка в инжекционных лазерах осуществляется импульсами тока длительностью от нескольких микросекунд до нескольких десятых долей микросекунд. Напряжение прикладывается в прямом направлении. Частота повторения импульсов приблизительно сотни кГц. При  $I=100$  А ( $T=77$  °К) происходит резкое увеличение интенсивности излучения, при температуре  $4,2$  °К, – то же самое происходит при  $I=6$  А. Плотность тока  $10000$  А/см<sup>2</sup> (при  $T=77$  °К),  $600$  А/см<sup>2</sup> (при  $T=4,2$  °К).

### **Основные параметры и характеристики полупроводниковых лазеров. Спектральные свойства.**

Для продольной моды резонатора, длина пробега световой волны в резонаторе туда и обратно равна целому числу длин волн. Если  $N$ -порядок моды, то для этой моды имеем

$N\lambda_N = 2nL$ , где  $n$  - коэффициент преломления среды,  $L$  - длина резонатора,  $\lambda_N$  и  $\nu_N$  - длина и частота стоячей волны в резонаторе.

Для следующей соседней моды порядка  $N+1$  с длиной волны  $\lambda_{N+1}$  аналогично можно записать  $(N+1)\lambda_{N+1} = 2nL$ . Интервал между соседними модами определяется выражением  $\Delta\nu_N = \frac{c}{2Ln}$ .

Так, при  $\lambda = 0,9$  мкм,  $n = 3,6$  и  $L = 300$  мкм, интервал между модами составляет  $\Delta\lambda = 0,4$  нм. Обычно ширина спектральной линии много больше интервала между частотами соседних мод резонатора. В этом случае в пределах ширины спектральной линии среды размещается несколько продольных мод. Имеется ряд причин, по которым энергия фотона когерентного излучения полупроводникового лазера отличается от  $\Delta E$ . Более того, энергия непостоянна даже у лазерных диодов, изготовленных из одного материала, и зависит от легирования, способа изготовления и добротности резонатора. Для характеристики спектральных свойств лазера важно выяснить, какая происходит эволюция спектра при увеличении тока накачки. Для того чтобы установить спектральный интервал, можно воспользоваться спектрально-пороговой характеристикой. Такая характеристика представляет собой взаимосвязь между энергией фотона (или длиной волны) и пороговой плотностью тока. Поскольку пороговый ток определяется добротностью резонатора, эта характеристика дает в неявном виде спектральную зависимость максимального усиления.

При превышении порогового значения плотности тока накачки спектр излучения обогащается новыми типами колебаний, причем обычно генерация становится многомодовой, если и не на самом пороге генерации, то при весьма значительном превышении (несколько процентов). Несмотря на использование полосковой геометрии в ЛД, число генерируемых мод достаточно велико. Исключения представляют специальные селективные резонаторы, а также резонаторы очень малых размеров.

### Влияние температуры на изменения частоты излучения.

Оно связано, во-первых, с зависимостью показателя преломления от температуры, что приводит к изменению резонансных мод интерферометра Фабри–Перо. Последнее определяется соотношением

$$\frac{dE_m}{dT} = \left( \frac{n_0 - n}{n_0} \right) \cdot \frac{dE_q}{dT}, \text{ где } E_m - \text{энергия фотонов, соответствующая частоте}$$

$m$ -го типа колебаний;  $n_0$  - показатель преломления при  $T = 0^0 \text{ К}$ ;

$$n = n_0 + v \frac{dn}{dv}; \quad E_q \equiv \Delta E, \text{ где } E_q = E_q(0) + \beta T^2, \text{ а } \beta = -1,21 \cdot 10^{-6} \frac{\text{эВ}}{\text{К}^2};$$

$$\text{с учетом этого } \frac{dE_m}{dT} = -2,42 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{(n_0 - n)T}{n_0} \right] \frac{\text{эВ}}{\text{К}}.$$

Для ОКГ на арсениде галлия изменение частоты имеет вид

$$\frac{dv}{dT} = 595 \left[ \frac{(n_0 - n) \cdot T}{n_0} \right] \frac{\text{мГц}}{\text{К}}. \quad (3.11)$$

Следовательно, для получения стабильной частоты излучения желательно работать при низкой и постоянной температуре.

Во-вторых, при изменении температуры изменяется ширина запрещенной зоны. Область усиления сдвигается по шкале частот, причем этот сдвиг происходит в ту же сторону, но гораздо быстрее, чем сдвиг мод резонатора. Это приводит к скачкообразному изменению мод при импульсном режиме работы. Во время импульса температура полупроводника меняется и изменяется частота излучения. Генерация на данной моде будет происходить до тех пор, пока усиление на данной моде будет превосходить потери. Когда из-за сдвига запрещенной зоны это условие нарушится, медленное изменение частоты должно превратиться в скачкообразное. Излучение будет происходить на другой моде, характеризующейся превышением усиления над потерями при измененной запрещенной зоне. Из условия частотного интервала между модами можно найти

$$\Delta E_m = \frac{hc}{2Ln_0}, \text{ где } L \text{ длина резонатора.} \quad (3.12)$$

Увеличение температуры из всего вышеописанного можно определить как

$$\Delta T = \frac{1,24 \cdot 10^{-4}}{4n_0 \beta TL}, \quad \text{°K} . \quad (3.13)$$

Например, при  $20 \text{ °K}$  и  $L=0,3 \text{ мм}$ ,  $T = 7 \text{ °K}$ . При меньших изменениях температуры скачка мод происходить не будет, но частота выходного сигнала изменяться будет.

**Пороговая плотность тока.** Для возникновения индуцированного излучения необходимо, чтобы потери энергии на поглощение компенсировались усилением. Выполнение этого условия характеризуется минимальным значением плотности тока, необходимого для перевода генератора на полупроводниковом диоде в режиме когерентного излучения. Причем пороговая плотность тока сильно зависит от температуры. Так, например, при изменении температуры от  $4,2$  до  $125 \text{ °K}$  величина плотности энергии возрастает в 25 раз. При высоких температурах изменения плотности порогового тока ( $J_{\text{пор}}$ ) пропорциональны  $T^3$ . При комнатной температуре в гомогенных лазерах пороговый ток достигает плотности  $10^5 \text{ А/см}^2$ . При температуре  $\rightarrow 0 \text{ °K}$ .  $J_{\text{пор}}$  может быть рассчитана по формуле:

$$J_{\text{пор}}(0) = \frac{8\pi 10^{-4} e n^2 E^2 \Delta E \cdot d \cdot \gamma}{\eta_{\text{вн}} \cdot c^2 h^3} \left( \alpha + \frac{20}{L} \lg \frac{1}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \right), \quad (3.14)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $E$  – энергия перехода,  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны,  $h$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света,  $\alpha$  – внутренние потери,  $\eta_{\text{вн}}$  – внутренний квантовый выход излучения,  $\gamma$  – некоторый множитель, зависящий от формы спектра и степени вырождения (т.е., в конечном счете, от формы энергетического спектра и от температуры),  $r_1$  и  $r_2$  – коэффициенты отражения от зеркал,  $n$  – плотность электронов,  $L$  – длина резонатора,  $d$  – толщина перехода.

При увеличении температуры пороговая плотность тока растет, причем эта зависимость не может быть рассчитана

$$J_{\text{пор}}(T) = J_{\text{пор}}(0) \exp\left(\frac{kT}{\epsilon_0}\right), \quad (3.15)$$

где  $\epsilon_0$  – характеристическая константа распределения плотности.

Для комнатной температуры  $\epsilon_0$  выходит за пределы доступного интервала. Если включить в рассмотрение еще один параметр – толщину активного слоя  $d$ , который в гетероструктурах является управляемым, то для комнатной температуры может быть найден другой оптимум слабого легирования, соответствующий малой толщине активного слоя и высокому значению концентрации избыточных носителей тока. Расчеты показали возможность снижения  $J_{\text{пор}}$  при  $300^\circ\text{K}$  до примерно  $500\text{ A}/\text{cm}^2$  при весьма малой толщине активного слоя.

Резюмируя анализ влияния энергетического спектра на пороговый ток лазера, можно сказать, что сильное легирование плотности состояний дает преимущество приборам, работающим при низкой концентрации избыточных носителей тока. Оно не имеет значения в лазерах, работающих при высокой концентрации избыточных носителей тока, таких, как большинство гетеролазеров.

Наиболее пригодно и удобно для описания зависимости  $J_{\text{пор}}$  от  $d$  и  $x$  в  $\text{GaAs} - \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ДГС лазерах воспользоваться формулой

$$J_{\text{пор}} \left( \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \right) = \frac{J_0 \cdot d}{\eta} + \frac{d}{\eta \Gamma \beta} \cdot \left( \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right), \text{ где в области значительного усиления}$$

$$q_{\text{мах}} = \beta (J_{\text{ном}} - J_0), \quad \text{где} \quad J_0 = J_{\text{ном}} \text{ при } \beta = 1 \text{ и } q_{\text{мах}} = 0,$$

где  $\Gamma$  – коэффициент оптического ограничения.

**Расходимость лазерного излучения.** Высокую направленность излучения и возможность фокусировки излучения в пятно чрезвычайно малых размеров обуславливает пространственная когерентность пучка. Направленность излучения характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Чем меньше телесный угол, тем больше направленность излучения. Часто в качестве параметра ОКГ применяется не телесный, а плоский угол расхождения пучка. Теоретически плоский угол расхождения пучка можно определить как угол дифракции на выходном отверстии. Так как размеры резонатора полупроводниковых лазеров малы, то дифракционная расходи-

мость даже идеального лазера будет достаточно большой. Углы дифракционной расходимости в вертикальной  $\theta_v$  и в горизонтальной  $\theta_r$  плоскостях равны

$$\theta_v = \frac{\lambda}{t} \quad \text{и} \quad \theta_r = \frac{\lambda}{d}, \quad (3.16)$$

где  $t$  – ширина активного слоя, а  $d$  – его толщина.

Детальное знание картины угловой расходимости и ширины лазерного излучения весьма важно для правильного применения полупроводниковых ОКГ. Распределение в дальней зоне лазера характеризует распределение поля внутри волновода.

Рассмотрим влияние толщины активного слоя на направленность излучения. Малая толщина диэлектрического волновода, образующегося около активного слоя, позволяет исключить возбуждение поперечных типов колебаний.

При больших  $W$  (приведенная толщина волновода) легко возбуждаются невыгодные для коллимирования поперечные типы колебаний высокого порядка, диаграмма направленности которых имеет много лепестков сравнимой интенсивности. Критическое значение толщины волновода составляет в лазерах на гомопереходах и в ОГС на GaAs около 1,5 мкм. В ДГС оно может быть меньше микрона.

Для одномодового инжекционного лазера хорошим приближением является гауссово распределение в пучке, для которого справедливо выражение

$$\Delta v = 2 \operatorname{arctg} \left[ \left( \frac{2}{kW} \right)^2 + (W/R_x)^2 \right]^{1/2},$$

где  $W$  – ширина излучающего пятна,  $R_x$  – радиус кривизны волнового фронта на зеркале,  $k$  – волновой вектор.

**Вольт-амперная характеристика.** Вольт-амперная характеристика описывает обычный диффузионный ток в гомопереходе. В гетеропереходе диффузионный ток определяется главным образом инжекцией электронов из широкозонной части полупроводника в узкозонную. Этот диффузионный ток, инжектированный в активную область, поддерживает излучательную рекомбинацию, необходимую для вынужденного излучения.

В идеальной модели, описывающей вольт-амперную зависимость, делаются следующие предположения: обедненный слой пространственного заряда имеет резкие границы, так что вне обедненного слоя полупроводник считается нейтральным; концентрации носителей могут быть представлены с помощью экспоненциального приближения функции Ферми–Дирака; концентрации неосновных носителей малы по сравнению с концентрациями основных носителей; в обедненной области нет токов генерации или рекомбинации, так что токи электронов и дырок постоянны в этой области. Уравнение, определяющее величину диффузионного тока, имеет вид.

$$I = I_0 \exp(eV_a / 2kT), \quad (3.17)$$

где  $I_0 = (eD_n n_i / L_n) s$ ,  $\exp(eV_a / 2kT)$  по сравнению с  $\exp(eV_a / kT)$ .

И в этом случае ток меняется с напряжением как для случая слабого возбуждения. В этих формулах:  $V_a$  – напряжение смещения,  $n_i$  – концентрация электронов,  $D_n$  – коэффициент диффузии электронов,  $L_n$  – длина диффузии электронов,  $s$  – площадь поперечного сечения торца полупроводникового элемента.

**Добротность резонатора в полупроводниковом лазере.** Одной из самых основных характеристик резонатора является его добротность. Здесь потери энергии в резонаторе делятся на потери за счет связи с нагрузкой и потери, обусловленные неидеальностью резонатора. Добротность, учитывающая потери на зеркалах и дифракционные потери, определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1 - R + \frac{\lambda L}{D^2})}, \quad (3.18)$$

где  $R$  – коэффициент отражения от зеркал,  $L$  – длина резонатора,  $D$  – размер торца полупроводникового элемента.

Зная добротность резонатора, можно определить ширину резонансной кривой

$$\Delta\nu_p = \nu_0 / Q, \quad (3.19)$$

где  $\nu_0$  – резонансная частота.

Как уже отмечалось, ширина спектральной линии среды больше ширины резонансных линий. При наличии в резонаторе



активной среды происходит компенсация потерь, что эквивалентно увеличению добротности и уменьшению ширины резонансной кривой  $\Delta\nu_p$  до величины  $\delta\nu$ . В случае генерации одной моды с частотой  $\nu_0$  ширина линии лазерного излучения может быть определена по формуле

$$\delta\nu_T = \frac{8\pi h\nu_0}{P} \Delta\nu_p^2, \quad (3.20)$$

где  $P$  – излучаемая мощность.

Теоретическое значение ширины излучения оказывается чрезвычайно малым. Однако в реальных условиях из-за акустических воздействий и колебаний температуры наблюдается нестабильность размеров резонатора, приводящая к нестабильности собственных частот резонатора и, следовательно, частот линий лазерного излучения, содержащего несколько линий излучения. Таким образом, можно ввести параметр монохроматичности ( $M$ ).

$$M = \frac{\delta\nu}{\nu_0} \text{ или } M = \frac{\delta\nu_{oc}}{\nu_0}. \quad (3.21)$$

Важным параметром для многих применений является длина когерентности, определяемая по следующим выражениям

$$L_{\text{ког}} \approx \frac{c}{\Delta\nu} \approx c \cdot \tau, \text{ где } \tau = \frac{1}{2\pi\delta\nu}. \quad (3.22)$$

**Мощность излучения полупроводниковых лазеров.** Неосновные носители тока, инжектированные через р-п-переход, могут рекомбинировать как излучательным, так и безизлучательным способом. Рекомбинационное излучение может взаимодействовать с валентными электронами и поглощаться ими или взаимодействовать с электронами зоны проводимости и вызывать испускание идентичного фотона. Когда концентрация инжектированных носителей становится достаточно высокой, уровень вынужденного излучения может превысить уровень поглощения, в результате чего возникает оптическое усиление. Для возникновения генерации необходима положительная обратная связь. Эта обратная связь создается обычно за счет пары сколотых граней, перпендикулярных оси волновода. Генерация возникает тогда, когда усиление за один проход излучения между такими полученными сколом зеркалами сравнивается с суммой всех потерь на

том же пути. Внутренние потери  $\alpha$  обычно обусловлены поглощением на свободных носителях и рассеянием на оптических неоднородностях. Поскольку полезный выход излучения во внешнюю среду может быть сосредоточен на концах резонатора или распределен по его длине, следует рассматривать разные варианты выполнения резонатора. Если выходной поток направлен вдоль оси резонатора, то в простейшем случае резонатора Фабри–Перо применима функция выхода  $f(\alpha, L) = [1 - 2\alpha L / \ln r_1 r_2]^{-1}$ .

При выводе этой формулы допущено, что коэффициент усиления постоянен по длине резонатора  $L$ . При этом мощность, снимаемая с элемента длины, изменяется вдоль оси резонатора. Видно, что эта функция убывает с ростом произведения  $\alpha L$ , так что при  $L > L_0 = 1/\alpha$  внутренние потери ( $\alpha$ ) существенно ограничивают к.п.д. лазера. Это обстоятельство не позволяет снизить порог генерации за счет увеличения длины резонатора: при  $L > L_0$  порог стремится к постоянному значению, а  $f(\alpha, L)$  монотонно убывает. Физическая причина этого убывания состоит в том, что с ростом  $L$  усиление приближается к уровню внутренних потерь, в то время как доля внешних потерь уменьшается. Рассеяние света на внутренних дефектах полупроводника можно трактовать как некоторое поглощение на некоторой эффективной длине пути  $L$ . Этим потерям соответствует обратная добротность  $\frac{1}{Q_s} = \frac{\lambda}{2\pi L}$ .

Если учитывать дифракционные потери, боковое излучение, непараллельность граней, то полная обратная добротность равна сумме обратных парциальных добротностей

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda(1-R)}{2\pi L} + \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\beta}{2LD}}, \quad (3.23)$$

где  $\beta$  – коэффициент, учитывающий непараллельность зеркал.

При слишком малой добротности велика пороговая накачка и связанные с нею потери. Оптимизация параметров лазера для получения максимальной эффективности преобразования мощности накачки в мощность когерентного излучения соответствует нахождению компромисса между противоречивыми требованиями к величине связи резонатора с внешней средой. Мощность излучения лазера  $P$  можно представить в следующем виде:

$$P = \frac{I - I_0}{e} \cdot h\omega \frac{\frac{1}{L} \ln 1/R}{\frac{1}{L} \ln 1/R + \alpha}, \quad (3.24)$$

где  $\alpha$  – внутренние потери,  $I_0$  – пороговый ток.

**Светоизлучающие диоды.** В светодиодных системах связи наряду с лазерным диодом широко используются светоизлучающие диоды.

Принцип работы светодиода, образование инверсии населенностей полностью схожи с лазерными диодами. Лишь особенности конструкции светодиода, обуславливающие отражение света внутри прибора от металлизированных поверхностей его наружных граней, формирование его активной зоны и т.д., могут обеспечить создание в диоде «окон», через которые будет выходить наружу наибольшая часть генерируемого в приборе излучения.

При проникновении носителей в р-область, процесс рекомбинации происходит по экспоненциальному закону:  $\Delta n = \Delta n_0 \exp(-t / \tau)$ , где  $\tau$  – время жизни неравновесных носителей.

Это время обусловлено двумя процессами: рекомбинацией носителей, сопровождающейся излучением, и рекомбинацией носителей, обусловленных безызлучательными механизмами (рекомбинация на дефектах структуры, неконтролируемых примесях). Следует отметить, что у хороших светодиодов  $1/\tau$  должно быть мало.

В качестве примера, определим частоту, на которой работает светодиод на GaAs. Примем коэффициент диффузии ( $D$ ) равным 80, площадь отражающей поверхности  $S = 5 \cdot 10^3 \text{ см}^2$ , время жизни неосновных носителей  $\tau_{\text{эф}} = 10^{-8} \text{ с}$ . Знание времени жизни позволяет оценить диффузионную длину ( $L_d$ ), так как  $L_d = (D\tau)^{1/2}$ . Диффузионная длина равна 1 мкм,  $\omega\tau_{\text{эф}} = 1$ , тогда  $\Delta\omega \cdot 10^{-8}$ . Отсюда  $f = 15 \text{ МГц}$ . Реально светоизлучающие диоды работают на частотах  $f = 20 - 25 \text{ МГц}$ .

Особенностью работы СИД является использование для генерации спонтанного излучения. Энергия выделяющихся фотонов равна.

$$\Delta E_g = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значение  $h$ ,  $c$ , а также зная, что  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , можно определить  $\Delta E$  в эВ, необходимую для получения излучения  $\lambda$  (в мкм). Для получения видимого излучения  $\lambda = 0,38\text{--}0,78 \text{ мкм}$ , полупроводник должен иметь  $\Delta E > 1,7 \text{ эВ}$ .

Германий и кремний не пригодны для изготовления светодиодов, так как у них ширина запрещённой зоны слишком мала. Светодиоды обычно изготавливаются главным образом из фосфида галлия (GaP) и карбида кремния (SiC), а также некоторых тройных соединений Ga, Al и мышьяка (GaAlAs) или (GaAsP).

С точки зрения применения светодиодов, свойства их характеризуются длиной волны излучения  $\lambda_{\text{max}}$ , полушириной спектра  $\Delta\lambda$ , мощностью излучения  $P_{\text{вых}}$  (при заданном токе накачки  $I_n$ ), предельной частотой и диаграммой направленности.

Выходная мощность светодиода пропорциональна току инжекции ( $I_n = 100\text{--}400 \text{ мА}$ ) и при больших токах испытывает насыщение.

$$P_{\text{вых}} \sim h\nu\eta_{\text{вн}} I_n \cdot (1 / 1 + j\omega\tau_{\text{эф}}).$$

Физически, излучательная способность светодиода характеризуется внутренней эффективностью  $\eta_{\text{вн}}$  (отношение числа рожденных в базе фотонов к числу инжектированных в неё носителей) и внешней  $\eta_{\text{внеш}}$  (отношение числа фотонов, испущенных диодом, к полному количеству носителей заряда, протекающих через него).

Время жизни неосновных носителей ( $\tau_{\text{эф}}$ ) можно определить из соотношения  $1/\tau_{\text{эф}} = 1/\tau_{\text{и}} + 2s/d$ , где  $\tau_{\text{и}}$  – время жизни неосновных носителей за период излучательной и безизлучательной рекомбинации,  $\omega$  – частота изменения тока. Изменение тока падает с ростом частоты. При  $\omega\tau = 1$  излучение  $P \sim$  падает в  $\sqrt{2}$  раза. Обычно для светодиодов определяют  $\omega_{\text{max}} = 1/\tau$  ( $f_{\text{max}} = 1 / 2\pi\tau$ ). Так, для поверхностного типа светодиодов  $f_{\text{max}} = 95 \text{ МГц}$ , для торцевых –  $f_{\text{max}} = 100 \text{ МГц}$ .

Типичная для светодиодов эффективность излучения, характеризующая зависимость отношений мощности на выходе, составляет  $500 \text{ мкВт/мА}$ . Генерируемый светодиодами свет не поляризован; спектр излучения непрерывный; типичное значение

полуширины спектра для светодиода, генерирующего свет с длиной волны 1,3 мкм, почти в два раза больше, чем для светодиода с  $\lambda = 0,85$  мкм.

Срок службы выпускаемых в настоящее время светодиодов от  $10^4$  до  $10^5$  часов. В целом, это является достаточным для их использования при построении передающих оптических модулей.

Исключительно важной особенностью светоизлучающих диодов является присущая им деградация – постоянное уменьшение мощности излучения при длительном пропускании через прибор прямого тока. Обычно с ростом  $I_n$ , увеличивается энергия деградации ( $E_{\text{дег}}$ ). При повышении температуры на 1 градус Цельсия  $P_{\text{изл}}$  светодиодов уменьшается на 2% .

### 3.4 Некоторые расчетные соотношения, используемые в технике ОКГ

**Зависимость мощности (энергии) излучения от параметров ОКГ.** Связь между выходной мощностью (или энергией в импульсе) ОКГ и его конструктивными параметрами получают решением уравнения переноса двух встречных потоков, распространяющихся в активной среде.

С учетом потерь изменение плотности потока  $E$  при его распространении вдоль оси  $z$  можно описать следующим уравнением:

$$dE = (\chi - \delta)Edz, \quad (3.25)$$

где  $\chi$  – показатель усиления;  $\delta$  – показатель распределенных потерь в рассматриваемой среде (рассеяние).

Зная плотность потока  $u$  выходного зеркала и его коэффициент пропускания  $\tau$ , легко найти величину излучаемой мощности:

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)} \left[ \frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}} - 1 \right], \quad (3.26)$$

где  $P$  – выходная мощность генерации;  $\tau$  – коэффициент пропускания выходного зеркала;  $\sigma$  – эффективное сечение среды;  $\eta$  – параметр насыщения;  $\rho$  – коэффициент отражения выходного зеркала;  $\chi_0$  – ненасыщенный показатель усиления среды;  $l$  – эф-

фактивная длина активного элемента;  $\rho_0$  – коэффициент отражения глухого зеркала.

Рассмотрим пороговые условия генерации. Нетрудно видеть, что выражение (3.26) дает положительные значения мощности только при условии

$$[\chi_0 - \delta - \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}] > 0, \quad (3.27)$$

поскольку все параметры, входящие в него, положительны и коэффициенты отражения меньше единицы. Условие (3.27) определяет порог генерации.

**Пространственные характеристики излучения ОКГ.** Характеристики излучения ОКГ в значительной степени определяются резонатором.

В резонаторе, составленном из плоских зеркал ( $L/R \ll 1$ ) с прямоугольной апертурой, нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях для моды  $TEM_{mn}$  определяется выражением:

$$I_{mn}(x, y) = H_m^2\left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega}\right) H_n^2\left(\sqrt{2} \frac{y}{\omega}\right) \exp\left(-2 \frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right), \quad (3.28)$$

где  $x$  и  $y$  – текущие прямоугольные координаты в сечении пучка;  $\omega$  – размер пятна (расстояние от оси пучка до той точки, где интенсивность в сечении основной моды уменьшается в  $e^2$  раз),  $H_m$  и  $H_n$  – полиномы Эрмита, где  $m$  и  $n$  индексы поперечной моды.

Для типов низших порядков полиномы Эрмита таковы:

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \\ H_1(\xi) &= 2\xi, \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 2, \\ H_3(\xi) &= 8\xi^3 - 12\xi. \end{aligned} \quad (3.29)$$

В плоскопараллельном резонаторе с круглым сечением апертуры нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях имеет вид:

$$I_{pl}(r, \varphi) = \left\{ J_p \left[ \frac{v_{p,(l+1)} \cdot r}{a \left( 1 + \frac{\beta}{\sqrt{2\pi N}} \right)} \right] \right\}^2 \cos^2(l, \varphi), \quad (3.30)$$

где  $p$  и  $l$  – радиальный и угловой индексы;  $r$  и  $\varphi$  – текущие полярные координаты в сечении пучка;  $a$  – радиус сечения резонатора;  $N$  – число Френеля;  $J_p$  – функция Бесселя  $p$ -го порядка;  $v_{p(l+1)}$  –  $(l+1)$ -й корень функции Бесселя  $p$ -го порядка.

Конфигурация резонатора и сечение пучка определяют «размер пятна». Пучок имеет сечение с минимальным размером пятна – так называемую «перетяжку». В резонаторе с одинаковыми зеркалами перетяжка совпадает с центральным сечением резонатора. Если зеркала резонатора разной кривизны, то перетяжка не совпадает с центральным сечением резонатора. Если одно зеркало плоское, то перетяжка совпадает с ним. Для выпукло-вогнутой конфигурации зеркал перетяжка находится вне резонатора. В общем случае перетяжка смещена от центрального сечения в сторону зеркала меньшей кривизны. Величину смещения перетяжки можно рассчитать по формуле

$$z_0 = \frac{1}{2} L \left[ \frac{1-v}{(1+v) - 2u\sqrt{v}} \right], \quad (3.31)$$

где  $L$  – расстояние между зеркалами;  $u$  и  $v$  – параметры конфигурации резонатора:

$$u = \sqrt{g_i g_k}, \quad v = \frac{g_k}{g_i}, \quad (3.32)$$

где  $g_i$  и  $g_k$  – обобщенные параметры резонатора, которые связаны с длиной резонатора и радиусами кривизны зеркал следующим образом ( $g_i, g_k = 0,2-0,8$ ):

$$g_i = 1 - L/R_i \quad \text{и} \quad g_k = 1 - L/R_k. \quad (3.33)$$

Минимальный размер пятна  $\omega_0$  определяется параметрами резонатора и длиной волны излучения генерации:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L}{k} \sqrt{\frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+v}{2\sqrt{v}}\right) - u}}}, \quad (3.34)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число, характеризующее излучение.

В практике расчетов принято пользоваться так называемым конфокальным параметром резонатора  $R_3$ :

$$R_3 = L \frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+v}{2\sqrt{v}}\right) - u}. \quad (3.35)$$

Минимальный размер пятна определяется через конфокальный параметр следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_3}{k}}. \quad (3.36)$$

Размер пятна по обе стороны от перетяжки увеличивается по закону

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{R_3}\right)^2}, \quad (3.37)$$

где  $z$  – текущая координата вдоль оси пучка, отсчитываемая от перетяжки.

Как видно из формулы (3.37), зависимость  $(\omega/\omega_0)=f(2z/R_3)$  является универсальной для любого резонатора и может быть использована для определения размера пятна в любом сечении пучка.

### 3.5 Примеры решения типовых задач

**Использование порогового условия для анализа работы ОКГ. Зависимость мощности (энергии) излучения от параметров ОКГ.**

**3.5.1.** Пусть имеется активный кристалл длиной 5 см, на котором было измерено полуторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки. Показатель рассеяния равен  $0,02 \text{ см}^{-1}$ . Можно ли получить генерацию на таком кристалле при использовании зеркал с коэффициентами отражения  $r_1 = 0,8$  и  $r_2 = 0,5$ ?

Сравним усиление с потерями за один проход волны. В результате однократного отражения излучения на зеркалах в резо-



наторе остается относительная величина потока, равная  $r_1 \cdot r_2$ . Поскольку однократному отражению на каждом зеркале соответствуют два прохода, то условие возникновения генерации соответствует неравенству

$$K_0^2(r_1 \cdot r_2) > 1, \quad (3.38)$$

где  $K_0$  – ненасыщенный коэффициент усиления. В нашем случае  $K_0 = 1,5$ ;  $r_1 \cdot r_2 = 0,4$ , поэтому генерация невозможна, ибо потери не компенсируются усилением:

$$1,5^2 \cdot 0,4 = 0,9 < 1.$$

Найдем показатель усиления среды. В линейном режиме работы

$$K_0 = \exp[(\chi_0 - \delta) \cdot l]. \quad (3.39)$$

Отсюда

$$(\chi_0 - \delta) = \frac{1}{l} \ln K_0 = \frac{\ln 1,5}{5} \approx 0,08 \text{ см}^{-1};$$

поскольку  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$ , то  $\chi = 0,10 \text{ см}^{-1}$ .

Используя пороговое условие (3.27)

$$0,08 - \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0,4}} = -0,01 < 0,$$

получим, что генерация в таком кристалле возникнуть не может.

**3.5.2.** Беря те же параметры среды и отражающие покрытия, что и в задаче 3.5.1, можно ли добиться генерации с более длинными кристаллами?

Из (3.27) следует, что минимальная длина среды, при которой возникает генерация, равна

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{\chi_0 - \delta} \ln(r_1 \cdot r_2)^{-1/2}. \quad (3.40)$$

В нашем случае

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{0,8} \cdot 0,457 \approx 5,7 \text{ см.}$$

Следовательно, необходимо выбирать кристаллы длиной более 5,7 см.

**3.5.3.** Предположим, что по конструктивным соображениям длину кристалла увеличивать нежелательно. Можно ли на кристаллах (см. 3.5.1) получить генерацию, уменьшив показатель рассеяния среды?

Из (3.27) следует, что минимальная величина разности равна

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{l} \ln(r_1 \cdot r_2)^{-1/2}. \quad (3.41)$$

В нашем случае

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{5} \cdot 0,457 = 0,091.$$

В первом случае  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$  и  $(\chi_0 - \delta) = 0,08 \text{ см}^{-1}$ . Следовательно, если уменьшить показатель рассеяния до величины, меньшей чем  $0,009 \text{ см}^{-1}$ , можно получить генерацию на кристалле длиной 5 см.

Из (3.26) следует, что мощность генерации возрастает с увеличением ненасыщенного показателя усиления  $\chi_0$  и уменьшается с увеличением параметра насыщения рабочего перехода  $\eta$ . Максимально возможное значение мощности генерации получается, если положить  $l \rightarrow \infty$  в выражении (3.26):

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+r)} \left[ \frac{\chi_0}{\delta} - 1 \right]. \quad (3.42)$$

Если основной характеристикой является КПД прибора, то длина должна быть такой, чтобы обеспечить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла. В этом случае оптимальная длина находится из условия:

$$l_{\text{опт}} = \frac{\ln(r_1 \cdot r_2)^{-1/2}}{\sqrt{\chi_0 \delta - \delta}}. \quad (3.43)$$

Например, для рассмотренного примера 1

$$l_{\text{опт}} = \frac{0,457}{\sqrt{0,1 \cdot 0,02 - 0,02}} = 18,5 \text{ см.}$$

Обратимся к зависимости мощности генерации от параметров выходного зеркала  $r_2$  и  $\tau$ . Из выражения (3.26) видно, что коэффициент отражения выходного зеркала не должен быть меньше некоторого минимального значения:

$$r_{\text{мин}} = \frac{1}{r_1} \exp[-2(\chi_0 - \delta)l]. \quad (3.44)$$

При  $r_2 < r_{\text{мин}}$  генерация не возбуждается. Но при очень плотных зеркалах выход мощности из резонатора очень мал; в предельном случае, когда  $r_2 = 1$  и, следовательно,  $\tau = 0$ , выходная мощность равна нулю.

Мощность генератора значительно падает с ростом потерь на зеркалах резонатора. Обычно интересуются зависимостью мощности излучения от какого-либо одного вида потерь на глухом зеркале. При этом, очевидно, в общей величине потерь будут присутствовать переменная  $\alpha$  и постоянная  $\alpha_0$ . Зависимость мощности излучения от переменной компоненты потерь можно записать так:

$$P_0 = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[ \frac{2\chi_0 l}{(\tau + \alpha_0) + \alpha} - 1 \right], \quad (3.45)$$

где  $\alpha$  – коэффициент анализируемых потерь.

Генерация срывается при значении  $\alpha$ , равном

$$\alpha_{\text{пор}} = 2\chi_0 l - \tau - \alpha_0. \quad (3.46)$$

При очень малых значениях  $\tau$  мощность генерации растет приблизительно пропорционально  $\tau$ :

$$P = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[ \frac{2\chi_0 l}{\alpha} - 1 \right]. \quad (3.47)$$

Затем рост мощности замедляется, функция  $P(\tau)$  имеет максимум при некотором оптимальном значении коэффициента пропускания и, наконец, падает до нуля.

Оптимальное значение легко находится приравниванием нулю производной  $dP/d\tau$ . Таким образом, для случая малых усилений

$$\tau_{\text{опт}} = \sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha. \quad (3.48)$$

Оптимальная величина мощности получается, если подставить значение  $\tau$  в исходное выражение (3.47):

$$P_{\text{макс}} = \frac{\sigma}{2\eta} \left( \sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha \right) \left( \sqrt{\frac{2\chi_0 l}{\alpha}} - 1 \right). \quad (3.49)$$

### Твердотельные квантовые генераторы. Рубиновый лазер.

**3.5.4.** Лазерный резонатор состоит из 2-х зеркал с коэффициентами отражения  $r_2 = 0,5$ ;  $r_1 = 1$ . Длина активной среды рубина  $\ell = 7,5$  см, с диаметром 0,2 см, а сечение перехода  $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-1}$  см<sup>2</sup>. Вычислите порог инверсной населенности и выходную мощность, если ненасыщенный показатель усиления среды  $\chi_0 = 0,1$  см<sup>-1</sup>.

Решение. Порог инверсной населенности определяется по формуле

$$N_{2\text{пор}} = \frac{1}{2} \cdot N = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \ell =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \cdot \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 7,5 = 18,84 \cdot 10^{17}. \quad (3.50)$$

По формуле (3.26) определяем выходную мощность

$$P = \frac{\tau \cdot \sigma}{\eta \cdot (1+r)} \cdot \left[ \frac{\chi_0 \cdot \ell}{\delta \cdot \ell + \ln(r_1 \cdot r_2)^{-\frac{1}{2}}} - 1 \right] = \frac{0,5 \cdot 8,8 \cdot 10^{-1}}{0,5(1+0,5)} \left[ \frac{0,1 \cdot 7,5}{0,02 \cdot 7,5 + 0,346} - 1 \right] = 0,3 \text{ Вт.}$$

Ответ:  $N_{2\text{пор}} = 18,84 \cdot 10^{17}$ ,  $P = 0,3$  Вт.

**3.5.5.** Определить энергию, поглощенную ионами хрома в рубиновом стержне длиной 100 мм ( $100 \cdot 10^{-3}$  м), диаметром 6 мм ( $6 \cdot 10^{-3}$  м). Произвести численную оценку минимальной мощности накачки и выходной мощности излучения. При  $A_{21} = 330$  с<sup>-1</sup>. Принять, что статистические веса верхнего и нижнего уровней соответственно  $q_2=2$ ;  $q_1=4$  (соответствует отношению  $\frac{n_2}{q_2} > \frac{n_1}{q_1}$ ).

Длина волны излучения  $\lambda_{\text{ген}} = 0,69$  мкм, концентрация частиц в рубине  $n_0 = 4 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, избыток частиц на верхнем уровне  $n_2 = 0,8 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, вероятность спонтанных переходов  $A_{21} = 330$  с<sup>-1</sup>. Справочные данные:  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  [Дж·с].

Решение. За основу возьмем формулу, определяющую мощность поглощения ( $P_{\text{погл}}$ ) в 3-уровневой схеме рубинового лазера (см. рис. 3.9, а).

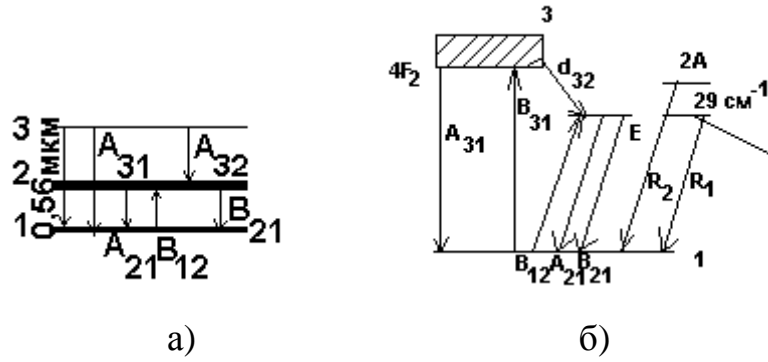


Рис. 3.9

Энергию, поглощенную в стационарном режиме внутри всего объема  $V = \ell \cdot S$  активной среды за 1с во всем спектральном интервале, соответствующем переходу между двумя лазерными уравнениями, называют мощностью поглощения ( $P_{\text{погл}}$ ) или поглощенной энергией

$$P_{\text{погл}} = B_{21} \cdot N_2 \cdot U_v \cdot \ell \cdot S, \quad (3.51)$$

где  $N_1 = n_1$  – количество частиц на 1-ом уровне,  $S$  – площадь поперечного сечения рубина, равная  $S = \pi \cdot d^2 = 3,14 \cdot 0,6^2 = 1,13 \text{ см}^2$ ,  $\ell = 100 \text{ мм} = 10 \text{ см}$ ;  $U_v$  – плотность энергии ( $\text{Дж}/\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Плотность энергии можно определить из формулы

$$U_{v_{21}} = \frac{8 \cdot \pi \cdot h \cdot \nu_{21}^3}{\vartheta_{\text{гр}}^3} \cdot \frac{q_1 (n_2/n_0)}{[q_2 - (q_1 + q_2) \cdot n_2/n_0]} [\text{Дж}/\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}], \quad (3.52)$$

где  $\vartheta_{\text{гр}} = c/n$  – групповая скорость, отношение  $n_2/n_0$  берется в пределах  $n_2/n_0 = 0,1 \div 1$  (возьмем это отношение, равное 0,2).

Подставляя в (3.5.2) численные значения параметров, получаем

$$U_{v_{21}} = \frac{8 \cdot \pi \cdot 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{10}}{0,69 \cdot 10^{-4}}\right)^3}{\left(\frac{3 \cdot 10^{10}}{1,7}\right)^3} \cdot \frac{4 \cdot 0,2}{[2 - (4 + 2) \cdot 0,2]} = 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}/\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}.$$

Из уравнения (1.5), определяющего связь спонтанных и вынужденных переходов, выразим коэффициент Эйнштейна по вынужденным переходам

$$B_{21} = \frac{A_{21} \cdot (\lambda)^3}{8 \cdot \pi \cdot h} = \frac{330 \cdot (0,69 \cdot 10^{-4})^3}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34}} = 0,65 \cdot 10^{22} [\text{м}^3/\text{с}^2 \cdot \text{Дж}].$$

Определим поглощаемую энергию, подставляя числа в (3.51)

$$P_{\text{погл}} = 0,65 \cdot 10^{22} \cdot 2,5 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 1,13 \cdot 0,8 \cdot 10^{19} = 14,65 \cdot 10^{22} \text{ Вт}.$$

Произведем численную оценку минимальной мощности накачки и выходной мощности излучения при  $A_{21} = 330 \text{ с}^{-1}$ .

Минимальная плотность энергии накачки определяется по формуле

$$\rho_{31}^{\text{min}} = \frac{A_{21} + d_{21}}{B_{13}} \cdot \left( 1 + \frac{A_{31} + d_{31}}{A_{32} + d_{32}} \right), \quad (3.53)$$

где  $A_{32} + d_{32} \gg A_{31} + d_{32}$ .

При  $\rho \rightarrow \infty$ , достигается предельная мощность генерации

$$P_{\text{ген}}^{\text{пред}} = \frac{N \cdot h_{21}}{3} \cdot (A_{32} + d_{32}). \quad (3.54)$$

Второй член в круглых скобках мал по сравнению с единицей. Вероятности неоптических переходов  $2 \rightarrow 1$ ,  $3 \rightarrow 1$  равны нулю.

Для определения  $B_{13}$  воспользуемся формулой [Степанов]

$$B_{13} = \frac{c \cdot k \cdot \Delta v_{31}}{h \cdot v_{31} \cdot \left( N_1 - \frac{q_1}{q_3} \cdot N_3 \right) \cdot n} \quad \text{или} \quad B_{13} = \frac{c \cdot \Delta v_{31} \cdot \sigma_{13}}{h \cdot v_{31} \cdot n}, \quad (3.55)$$

где  $k$  – коэффициент поглощения  $k = \frac{P \cdot n}{e \cdot w}$ .

По определению, поперечным сечением поглощения частоты  $\nu_{31}$  является

$$\sigma_{13} = \frac{k}{N_1 - \frac{q_1}{q_3} \cdot N_3}, \quad (3.56)$$

из (3.53), (3.55) получим минимальную плотность энергии накачки

$$w_{31}^{\text{min}} = \frac{A_{21} \cdot h \cdot v_{31} \cdot n}{c \cdot \Delta v_{31} \cdot \sigma_{13}}. \quad (3.57)$$

Рассматривая эту величину как среднее значение плотности энергии при облучении широкой полосой зеленого света и пользуясь  $w = \int_{\Delta\nu} \rho(\nu) d\nu = \rho_{ik} \cdot \Delta\nu$ , получили для плотности энергии облучения:

$$w_{31}^{\min} = \frac{A_{21} \cdot h \cdot \nu_{31} \cdot n}{c \cdot \sigma_{13}}, \quad (3.58)$$

где  $n$  – показатель преломления рубина.

Этой энергии соответствует поток на единицу площади (при равномерном освещении изотропной радиацией)

$$S^{\min} = \frac{w_{31}^{\min} \cdot c}{4 \cdot n} = \frac{A_{21} \cdot h \cdot \nu_{31}}{4 \cdot \sigma_{13}}. \quad (3.59)$$

В формулы (3.57) и (3.58) еще должна быть внесена поправка, учитывающая то, что уровень  ${}^2E$  состоит из двух компонент  ${}^2A$  и  ${}^2E$  (см. рис. 3.9, б). Это увеличивает значение коэффициента  $A_{21}$  на множитель  $1 + \exp\left(\frac{h \cdot \nu_{AE}}{kT}\right) = 1,865$ , где  $\nu_{AE} = 29 \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_{31} = 5,4 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ;  $\sigma_{13} = 10^{-19} \text{ см}^2$ ; поток энергии на единицу площади  $S^{\min} = 550 \text{ Вт/см}^2$ ; т.о., подводимая в единицу времени энергия должна быть порядка килоджоуля.

Подставляя данные, необходимые для расчета по (3.51): число ионов хрома в единице объема рубина  $N = 1,62 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,  $L = 1,9 \text{ см}$ , при  $\lambda_{21} = 6943 \text{ \AA}$  и  $A_{32} \ll d_{32} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-8}} \text{ с}$ , получим следующие значения энергии  $W_{\text{пред}}^{\text{генер}} = 3,1 \cdot 10^8 \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{с}$ .

Если теперь учесть, что сечение имеет характер импульса длительностью порядка 300 мкс, то излучаемая энергия составит около  $100 \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{с}$ . Разумеется, фактическая выходная энергия значительно меньше предельной энергии.

**3.5.6.** Определить КПД и пороговое напряжение рубинового лазера, размеры которого заданы в следующем виде:  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}$ ,  $\omega_{31} = 2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_{21} = 2 \cdot \pi \cdot 4,33 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ;  $\ell = 80 \text{ мм}$ , диаметр кристалла  $6,5 \text{ мм}$ ;  $N_0 = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ;

$\tau = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ;  $n = 1,76$ ;  $\eta = 0,7$ ;  $\Delta\omega_{\text{л}} = 2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ ;  $r_1 \cdot r_2 = 0,9$ ;  
 $G = 0,25$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ;  $\eta_{\text{н}} = 50\%$ ;  $\eta_{\text{л}} = 40\%$ ;  $\eta_0 = 40\%$ ,  
 $c_1 = 300 \text{ мкФ}$ , если при  $U_0 = 1,4 \text{ кВ}$  излучаемая энергия равна  $P_{\text{изл}}$ .

$$S = \pi \cdot R = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (6,5)^2 \cdot 10^{-4}}{4} = 33,16 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2.$$

Решение. Для рубинового лазера порог генерации может быть определен формулой

$$P = \frac{1}{2} \cdot h \cdot \omega_{31} \cdot \ell \cdot S \cdot \left[ \frac{N_0}{\eta \cdot \tau} + \frac{n^2 \cdot \omega_{31}^3 \cdot \Delta\omega_{\text{л}} \cdot \left( \sigma + \ln \frac{1}{r} \right)}{4 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot \ell \cdot \eta} \right], \quad (3.60)$$

где  $N_0$  – общее число активных частиц в единице объема вещества;  $\omega_{31}$  – частота излучения накачки;  $\eta$  – квантовый выход излучения накачки ( $\eta = 0,7$ );  $\ell$  – длина рубинового стержня,  $S$  – площадь поперечного сечения ( $S = \pi \cdot d^2$ );  $\sigma$  – поперечное сечение;  $\tau$  – время жизни метастабильного уровня;

Уравнение (3.60) для рубинового генератора может быть сокращено до первого слагаемого в скобках, т.е. его можно переписать в виде

$$P_{\text{пор}} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot \omega_{31} \cdot \ell \cdot S \cdot \frac{N_0}{\eta \cdot \tau}. \quad (3.61)$$

Подставляя численные данные в (3.61), получим значение  $P_{\text{пор}}$ :

$$P_{\text{пор}} = \frac{1}{2} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6,5 \cdot 10^{14} \cdot 8 \cdot 33,16 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{19}}{0,7 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 3260 \text{ Вт}.$$

Не вся световая энергия накачки концентрируется осветителем в объеме активного элемента, что можно учесть коэффициентом эффективности осветителя (в нашем случае  $\eta_0 = 40\%$ ). Не вся световая энергия, подводимая к лампе накачки, преобразуется в световую, т.е. эффективность лампы  $\eta_{\text{л}} = 40\%$ . Энергия накачки, реально используемая, определяется коэффициентом  $\eta_{\text{н}} = 50\%$ . С учетом этих ограничений формула (3.61) переписывается так



$$P'_{\text{пор.}} = \frac{P_{\text{пор}}}{\eta_{\text{л}} \cdot \eta_0 \cdot \eta_{\text{н}}}. \quad (3.62)$$

Энергия, соответственно, также определится из следующего выражения:

$$W'_{\text{пор.}} = \frac{W_{\text{пор}}}{\eta_{\text{л}} \cdot \eta_0 \cdot \eta_{\text{н}}}. \quad (3.63)$$

Просчитывая по формулам (3.62) и (3.63), получим

$$P'_{\text{пор}} = \frac{32,6}{0,5 \cdot 0,4 \cdot 9,4} = 407625 \text{ Вт} \text{ и } W'_{\text{пор}} = 407625 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 204 \text{ Вт}\cdot\text{с}.$$

Энергия накачки определяется формулой

$$W_{\text{нак}} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_{\text{нак}}^2 \quad \text{откуда} \quad U_{\text{нак}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{нак}}}{C_1}}. \quad (3.64)$$

Следовательно, пороговое напряжение равно

$$U_{\text{нак}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 204}{3 \cdot 10^{-4}}} = 1166 \text{ В}.$$

*Ответ:*  $U_{\text{нак}} = 1,16 \text{ кВ}$ .

**3.5.7.** Определить оптимальную длину активного элемента рубинового лазера, при которой можно получить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла, при следующих значениях параметров:

$$\chi_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}; \quad \delta = 0,02 \text{ см}^{-1}; \quad r_1 = 0,8; \quad r_2 = 0,5.$$

Решение. Оптимальная длина  $\ell_{\text{опт}}$  находится из условия  $\frac{d(P/\ell)}{d\ell} = 0$ , тогда

$$\ell_{\text{опт}} = \frac{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}}\right)}{\sqrt{\chi_0 \cdot \delta} - \delta}. \quad (3.65)$$

Подставляя заданные значения параметров в (3.65), получим

$$l_{\text{опт}} = \frac{\ln\left(\frac{1}{\sqrt{0,5 \cdot 0,8}}\right)}{\sqrt{0,1 \cdot 0,02} - 0,02} = \frac{0,45}{0,024} = 18,75 \text{ см.}$$

Ответ:  $l_{\text{опт}} = 18,75 \text{ см.}$

**3.5.8.** Вычислить оптимальный диаметр активного элемента в случае кристалла со следующими параметрами для рубина:  $\chi_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}$ ,  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$ ,  $r_1 = 0,8$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $l = 20 \text{ см}$ ,  $\chi_{\text{н}} = 1,4 \text{ см}^{-1}$ ,  $\chi_{\text{н}}$  – показатель поглощения излучения накачки,  $\chi_{\text{н}}^0 = w_{\text{н}} \exp(-\chi_{\text{н}} \cdot a)$ ,  $a$  – радиус активного элемента,  $w_{\text{н}}$  – плотность энергии накачки на поверхности.

Решение. Рациональный диаметр активного элемента можно найти из уравнения:

$$2a = \frac{2}{\chi_{\text{н}}} \ln\left(\frac{w_{\text{н}}}{w_{\text{н}}^*}\right), \quad (3.66)$$

где  $w_{\text{н}}^0$  – плотность энергии накачки в центре. Заменяя в (3.66) отношение плотностей энергии накачки приблизительно равным ему отношению показателей усиления, найдем радиус активного элемента из следующего соотношения:

$$2a = \frac{2}{\chi_{\text{н}}} \ln\left(\frac{\chi_0}{\chi_0^*}\right), \quad (3.67)$$

где  $\chi_0^*$  – пороговое значение параметра усиления из (1.35), учитывая, что в качестве коэффициента поглощения  $\alpha$ , необходимо использовать коэффициент распределенных потерь  $\delta$ .

Найдем пороговое значение величины  $\chi_0^*$ :

$$\chi_0^* = \delta + \frac{1}{l} \ln \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} = 0,02 + \frac{0,457}{20} = 0,043, \text{ см}^{-1} \quad \text{и, подставляя}$$

это значение в (3.67), получим значение диаметра активного элемента

$$2a = \frac{2}{\chi_{\text{н}}} \ln\left(\frac{\chi_0}{\chi_0^*}\right) = \frac{1,68}{\chi_{\text{н}}} = \frac{1,68}{1,4} = 1,2, \text{ см.}$$

Таким образом, оптимальный диаметр в данном случае оказывается равным 1,2 см.

*Ответ:*  $2a = 1,2$  см

**3.5.9.** Определить время развития импульса генерации в рубиновом лазере при следующих параметрах:

$$\chi_0 = 0,4 \text{ см}^{-1}, \alpha = 2, l = 10 \text{ см}, n = 1,7.$$

Решение. Рассмотрим технику получения гигантских импульсов.

Для реализации режима модуляции добротности необходимо ввести в резонатор быстродействующий затвор. Интервал времени открытия затвора не должен превышать постоянной времени развития гигантского импульса, отрезок CD (см. рис. 3.10). На рисунке изображена временная зависимость плотности энергии ( $w$ ) в режиме гигантских импульсов.

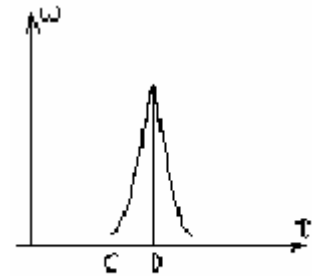


Рис. 3.10

Оценка постоянной времени развития гигантского импульса проводится по следующей формуле

$$\tau = \frac{n \cdot L}{c(\chi_0 l - \alpha)}, \quad (3.67)$$

где  $L$  – длина резонатора ( $L = 1$  м),  $c$  – скорость света в вакууме,  $l$  – длина активного элемента,  $n$  – показатель преломления активного материала,  $\chi_0$  – ненасыщенный показатель усиления,  $\alpha$  – коэффициент потерь за проход.

Подставив заданные значения параметров, получим

$$\tau = \frac{1,7 \cdot 100}{3 \cdot 10^8 (0,410 - 2)} = \frac{1700}{3 \cdot 10^8} = 283 \cdot 10^{-8} = 0,28 \cdot 10^{-5}, \text{ с.}$$

*Ответ:*  $\tau = 0,28 \cdot 10^{-5}$  с.

### Лазер на стекле с неодимом

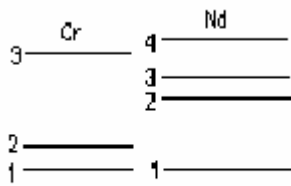
**3.5.10.** Определить энергию, поглощенную ионами неодима, в стержне из стекла с неодимом, который имеет длину 160 мм, диаметр 10 мм, если избыток частиц на верхнем уровне перехода составляет  $0,8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Принять, что статические веса

верхнего и нижнего уровней соответственно  $g=2$ ,  $g=4$ ; длина волны накачки  $\lambda_{\min} = 0,65 \cdot 10^6$  м, концентрация активных частиц в неодимовом стержне  $N_0 = 1,6 \cdot 10^{19}$  см $^{-3}$ ,  $r = 0,5$ . Сравнить с энергией, поглощенной ионами хрома в кристалле таких же размеров. Все необходимые параметры взять из таблицы 3.1.

Решение. Энергетические уровни ионов хрома относятся к трехуровневым системам, в то время как стекло с неодимом является представителем четырехуровневых систем (см. на рис 3.11).

Выходная мощность

$$P = h\omega V w g(\omega) B_{12} (N_1 - N_2), \quad (3.68)$$



где  $(N_2 - N_1)_{\text{пор}} = [hQB_{12}g(\omega)]^{-1}; \quad (3.69)$

трехуровневая система:

$$P_{\min} = h\omega \frac{P}{Q} \frac{N_2}{N_2 - N_1}; \quad (3.70)$$

четырёхуровневая система:

$$P_{\min} = \frac{P}{Q\phi} h\nu, \quad \phi = \frac{F_2}{F_2 + F_{21}}, \quad (3.71)$$

где  $\frac{1}{F_2}$  – скорость перехода со второго уровня на любой, кроме первого;

$$P = \frac{4f^3}{C^3 g(\omega)}, \quad g(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{\tau^2} + (\omega - \omega_{21})^2}, \quad g(\omega) = \frac{1}{2\pi}, \quad \tau_{21}^{\text{пуб}} \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ с},$$

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right), \quad n_j = \frac{g_i}{g_j} n_i.$$

Подставляя данные  $n_j = \frac{4}{2} n_i, \quad \frac{n_j}{n_i} = \frac{4}{2}, \quad \frac{n_i}{0,8 \cdot 10^{19}} = \frac{2}{4},$

$$n_i = 0,8 \cdot 10^{19},$$

$$P_{\text{пор}} = \frac{1}{2} h\nu_{31} I S \left[ \frac{N_0}{\tau \cdot t} \right],$$

где  $\nu_{31}$  – частота накачки, Гц;

$S$  – площадь поперечного сечения,  $\text{м}^2$ ;  
 $l$  – длина активного элемента,  $\text{м}^2$ ;  
 $\tau$  – квантовый выход люминесценции в линии на частоте  $\omega_{21}$ ;  
 $t$  – время жизни на метастабильном уровне.  
 Подставляя числовые значения (3.71), получим значение для  $\varphi$

$$\varphi = \frac{10^{-5}}{10^{-5} + 10^{-3}} \approx 1.$$

Таблица 3.1 – Параметры Cr и Nd

Концентрация активатора (N)	0,03–0,05 %	2–6 %
длина волны ( $\lambda$ ), мкм	0,6943	1,06
Ширина спектральной линии ( $\Delta\nu$ ), $\text{см}^{-1}$	21	44–85
Показатель преломления (n)	1,76	1,55
КПД в режиме свободной генерации, %	1–1,5 %	1,5–2 %
Энергия в моноимпульсном режиме (W), Дж	0,5	5000
Расходимость излучения, $\theta'$	20–40'	10–15'
Частота повторения импульса, Гц	0,03	0,01
Пороговая энергия, w, Дж	400	250
Максимальные размеры	30×25	180×5
Время жизни на метастабильном уровне $\tau$ , мс	5	1
Ширина естественной спектральной линии, $\text{см}^{-1}$	$10^{-8}$	-
Техническая ширина спектральной линии, $\text{см}^{-1}$	$10^{-1}$	-

Просчитаем  $P_{\min}$  для рубина по (3.70):

$$h\omega_{\text{ген}} = h\omega_{21} = 2.866 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}, \quad h\omega_{\text{н}} = h\omega_{31} = 4.3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Мощность, поданная на вход системы, определяется соотношением

$$P = \frac{4C^3}{C^3 \lambda^3 g(\omega)} = \frac{4}{\lambda^3 g(\omega)}. \quad (3.72)$$

Просчитаем параметр  $g(\omega)$

$$g(\omega) = \frac{\frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,14}}{\frac{1}{25 \cdot 10^{-6}} + (\omega - \omega_{21})^2} = \frac{\frac{1}{15,7 \cdot 10^{-3}}}{\frac{1}{25 \cdot 10^{-6}}} = \frac{0,06 \cdot 10^3}{0,04 \cdot 10^6} = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Подставляя все данные в (3.72), получим

$$P = \frac{4}{(0,69 \cdot 10^{-6})^3 g(\omega)} = \frac{4}{0,33 \cdot 10^{-18} \cdot g(\omega)} = \frac{12,12 \cdot 10^{18}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 8,08 \cdot 10^{21}.$$

Подставим данные в формулу, определяющую добротность

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 160 \cdot 10^{-3}}{0,69 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5} = 29,12 \cdot 10^5, \quad \text{количество частиц на}$$

уровнях  $N_1$  и  $N_2$  определим, воспользовавшись формулой (3.69):

$$N_2 = 0,8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3} \quad N_1 = 0,4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

Подготовлены все параметры для расчета  $P_{\min}$ .

$$P_{\min} = \frac{2,8 \cdot 10^{-19} \cdot 8,08 \cdot 10^{21} \cdot 0,8 \cdot 10^{19}}{29,12 \cdot 10^{15} \cdot 0,4 \cdot 10^{19}} = 15,6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-19} \cdot 10^{21} = 6 \cdot 10^{-3}, \text{ Вт.}$$

Для неодима:

Просчитаем параметр  $g(\omega)$

$$g(\omega) = \frac{\frac{1}{10^{-3} \cdot 3,14}}{(3 \cdot 10^{-3})^2}.$$

Считаем  $P_{\min}$  по формуле (3.71)

$$P_{\min} = \frac{8,2 \cdot 10^{21} \cdot 18,7^{-20}}{18,9 \cdot 10^5 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2,83 \cdot 10^4} = 8,1 \cdot 10^{-4}.$$

Ответ:  $P_{\min}(\text{Cr}) = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Вт};$

$P_{\min}(\text{Nd}) = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Вт.}$

**3.4.11.** Сделаем сравнительную оценку выходных параметров 3- и 4-уровневых схем. Если  $P_{\text{вых}}$  для рубина при концентрации ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , при малых объемах рубиновых элементов, используемых в непрерывном ОКГ ( $L = 2 \div 5 \text{ см}$ ,  $d = 2 \div 3 \text{ мм}$ ), получается равным примерно около 10 Вт. Энергия 1 кванта на длине волны рубинового ОКГ ( $\lambda = 0,69 \text{ мкм}$ ),  $h\nu \approx 10^{-19} \text{ Дж}$ ;  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$ ,  $\tau_p/\tau_c = 0,5$ . Достигнутые выходные мощности непрерывных ОКГ на  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Nd}^{3+}$  составляют сотни ватт.

Пороговая накачка для 4-уровневой схемы меньше, чем в 3-уровневых. Но нужно отметить следующие обстоятельства:

Величина  $\tau$  для 3-уровневых генераторов (рубин  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3}$ ) в  $10 \div 30$  раз больше, чем  $\tau$  в 4-уровневых ОКГ (стекло с неодимом  $\tau = 120 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , иттрий-алюминиевые гранаты (АУГ) имеют  $\tau = 200 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ ).

Полосы поглощения в рубине шире полос поглощения  $\text{Nd}^{3+}$  в различных основах, так что эффективность накачки для рубинов является более высокой.

## Полупроводниковые лазеры

**3.5.12.** Лазер на двойной гетероструктуре (ДГС) GaAs/GaAlAs имеет длину резонатора  $L = 300 \text{ мкм}$ , коэффициент потерь  $\alpha_a = 10 \text{ см}^{-1}$  и коэффициент отражения граней 0,33. Рассчитать, насколько снизится пороговый коэффициент усиления в результате увеличения коэффициента отражения на одном торце (решать в см).

Решение. Используя соотношение (1.35), определяющее коэффициент усиления вещества:

$$x_a = \alpha_a + \frac{1}{L} \ln \left( \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \right),$$

где  $r_{2и}$  – коэффициент отражения выходного зеркала примем равным 0,55;

$r_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала равен  $r_1 = r/r_2 = 0,6$ .

Подставляя в него все параметры, получим:

$$x_a = 10 + \frac{1}{3 \cdot 10^{-2}} \ln \left( \frac{1}{\sqrt{0,33}} \right) = 10 + \frac{0,56}{3 \cdot 10^{-2}} = 10 + 18 = 28 \text{ см}^{-1}.$$

Если сделаем  $r_1=1$ , тогда полное значение коэффициента отражения будет равно  $r = 0,55$  и

$$x'_a = 10 + \frac{1}{3 \cdot 10^{-2}} \ln \left( \frac{1}{\sqrt{0,55}} \right) = 10 + \frac{0,3}{3 \cdot 10^{-2}} = 10 + 10 = 20 \text{ см}^{-1}.$$

При увеличении коэффициента отражения отношение коэффициентов усиления равно  $\frac{x_a}{x'_a} = \frac{28}{20} = 1,4$ .

*Ответ:* Коэффициент усиления уменьшился в 1,4 раза.

**3.5.13.** Лазер на ДГС, с длиной резонатора  $L=300\text{мкм}$ , шириной активного слоя  $S=10\text{ мкм}$ , и толщиной  $d=0,4\text{ мкм}$ , имеет квантовую эффективность  $\eta=0,7$ , показатель преломления  $n=4$ , коэффициент потерь  $\alpha_a=10\text{ см}^{-1}$ , коэффициент отражения зеркал  $r=0,33$ . Рассчитать, как изменится плотность порогового тока при увеличении коэффициента отражения глухого зеркала до 100%.

Решение. По формуле, при  $T=0^\circ\text{ К}$ ,

$$j_{\text{пор}} = \frac{8\pi e n^2 v^2 d \Delta v}{\eta c^2} \left[ \frac{1}{L} \ln \frac{1}{\sqrt{r}} + \alpha_a \right], \quad (3.73)$$

где  $e$  – заряд электрона равен  $1,6 \cdot 10^{-19}$

Кл,  $n$  – показатель преломления сре-

ды,  $v$  – резонансная частота,  $d$  – толщина перехода активной области,  $\tau$  – время жизни перехода  $10^{-10}$  с,  $\Delta v$  равна  $1/\tau$ .

Определим резонансную длину волны для резонатора с волной типа  $H_{110}$ , беря размеры соответственно рис. 3.12.

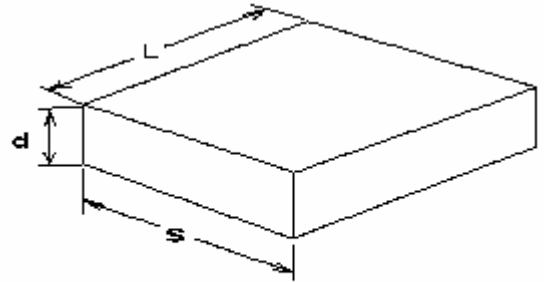


Рис. 3.12



$$\lambda_p = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{S}\right)^2 + \left(\frac{1}{d}\right)^2 + \left(\frac{1}{L}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{0,4}\right)^2 + \left(\frac{1}{300}\right)^2}} \approx 0,84 \text{ мкм} = 0,84 \cdot 10^{-6} \text{ м.} \quad (3.74)$$

Просчитаем  $j_{\text{пор}}$ , подставляя все параметры в (3.73) для разных коэффициентов отражения зеркал:

а) при  $r=0,33$  и  $r_1=0,6$ ,  $r_2=0,55$ ,

б) при  $r=0,55$  и  $r_1=1$ ,  $r_2=0,55$ .

$$j_{\text{пор}} = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 16 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6}}{0,7 \cdot (0,84 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 10^{-10}} \cdot \left[ \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{r}} + 10^3 \right]$$

$$\left[ \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0,33}} + 10^3 \right] = 0,33 \cdot 10^4 \cdot 0,56 + 10^3 = 1,8 \cdot 10^3 + 10^3 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}.$$

В конечном счете, пороговая плотность получается равной

$$j_{\text{пор}} = \frac{771,6 \cdot 10^{-25}}{0,49 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-10}} \cdot 2,8 \cdot 10^3 = 4,4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-25} \cdot 10^{22} = 4,4 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

б) при  $r=0,55$  и  $r_1=1$ ,  $r_2=0,55$

$$\left[ \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0,55}} + 10^3 \right] = 0,33 \cdot 10^4 \cdot 0,33 + 10^3 = 1,99 \cdot 10^3 \approx 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1},$$

пороговая плотность равна

$$j'_{\text{пор}} = \frac{771,6 \cdot 10^{-25}}{0,49 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-10}} \cdot 2 \cdot 10^3 = 3,15 \cdot 10^6 \cdot 10^{-25} \cdot 10^{22} = 3,15 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

*Ответ:*  $j_{\text{пор}} = 4,4 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$ ,  $j'_{\text{пор}} = 3,15 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$ , т.е. порого-

вая плотность тока уменьшится в  $\sim 1,4$  раза.

**3.5.14.** По полученным результатам плотности тока в задачах 3.5.12 и 3.6.13 определить мощность излучения лазера для тех же исходных данных.

Решение: определяем пороговый ток по плотности порогового тока

$$I_0 = j_0 \cdot S_{\text{пер}}, \quad (3.75)$$

где  $S_{\text{пер}}$  – площадь перехода равна (обозначения см. рис. 3.12)

$$S_{\text{пер}} = L \cdot S = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2.$$

Тогда пороговый ток равен

$$I_0 = j_0 \cdot S_{\text{пер}} = 4,4 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-9} = 13,2 \cdot 10^{-6} \text{ А.}$$

Вычислим пороговую мощность излучения (мощность некогерентного излучения) на длине  $\lambda_0 = 0,84 \text{ мкм}$

$$P_{\text{изл}} = \frac{I_0 h\nu_0}{e} \frac{\frac{1}{L} \ln \frac{1}{\sqrt{r}}}{\frac{1}{L} \ln \frac{1}{\sqrt{r}} + 2} \quad (3.76)$$

Подставляя численные значения параметров, получим

$$P_{\text{изл}} = \frac{13,2 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0,84 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\frac{1,87 \cdot 10^3}{0,3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,562}{\frac{1}{0,3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,562 + 10^3} =$$

$$= \frac{262 \cdot 10^{-32} \cdot 0,65}{1,344 \cdot 10^{-25}} = 126 \cdot 10^{-7} = 12,6 \cdot 10^{-6} \text{ Вт.}$$

Ответ:  $P_{\text{изл}} = 12,6 \cdot 10^{-6} \text{ Вт} = 12,6 \text{ мВт.}$

**3.5.15.** Используя условия задачи 3.5.12 и 3.6.13, рассчитать влияние коэффициента отражения граней на время жизни фотона. Взять следующие размеры резонатора: длину резонатора  $L = 300 \text{ мкм} = 300 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $D^2$  – размер площади торца элемента ( $D^2 = S \cdot d$ ), где  $S$  – поперечный размер резонатора ( $10 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ),  $d$  – его высота ( $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ). Подставляя значения  $S$  и  $d$ , получим  $D = S \cdot d = (10 \cdot 0,4) \cdot 10^{-12}$ . Взять два варианта коэффициентов отражения: а)  $r_1 = 0,6$ ,  $r_2 = 0,55$ ,  $r = r_1 \cdot r_2 = 0,33$ ; б)  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 0,55$ ,  $r = r_1 \cdot r_2 = 0,55$  при рабочей длине волны  $\lambda_0 = 0,84 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

Решение. Сделаем анализ времени жизни фотона в резонаторе, используя формулу (1.63а). Добротность  $Q$  определяется по формуле (1.62).

Подсчитаем добротность  $Q$  для  $r = 0,33$ , подставив в (1.62) численные значения параметров,

$$Q_1 = \frac{2\pi L}{\lambda_0(1-r + \frac{\lambda_0 L}{D^2})} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 300 \cdot 10^{-6}}{0,84 \cdot 10^{-6}(1-0,33+4 \cdot 10^{-12})} = \frac{6,28 \cdot 10^{-4} \cdot 3}{10^{-6} \cdot 53,48} = \frac{18,84 \cdot 10^{-4}}{0,5628 \cdot 10^{-6}} = 3364.$$

Добротность Q для  $r=0,55$ , соответственно, будет равна

$$Q_2 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 300 \cdot 10^{-6}}{0,84 \cdot 10^{-6}(1-0,55+4 \cdot 10^{-12})} = \frac{6,28 \cdot 10^{-4}}{0,84 \cdot 10^{-6}(0,45)} = \frac{18,84 \cdot 10^{-4}}{0,378 \cdot 10^{-6}} = 4984.$$

Тогда время жизни фотона в первом случае равно

$$t_{\phi_1} = \frac{Q_1}{\omega_0} = \frac{Q_1 \cdot \lambda_0}{2 \cdot \pi \cdot C} = \frac{3364 \cdot 0,84 \cdot 10^{-6}}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8} = 150 \cdot 10^{-14} = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ с}$$

и во втором

$$t_{\phi_2} = 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ с}.$$

Ответ:  $t_{\phi_1} = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ ,  $t_{\phi_2} = 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ .

**3.5.16.** Используя представленные ниже данные, определить изменения частоты генерации при превышении тока накачки в 2 раза при параметрах лазера, заданных в 3.5.12 и 3.6.13.

Решение. Формулу (3.73), определяющую плотность тока, можно записать так:

$$j = \frac{6,3 \cdot 10^4 \cdot n^2 \cdot d \cdot \varepsilon^2 \Delta E}{\eta} \left( \chi_0 + \frac{\ln \frac{-1}{\sqrt{r}}}{L} \right), \quad (3.77)$$

где  $j$  – пороговая плотность тока в  $\text{А/см}^2$ ;  $\varepsilon$  – энергия излучения в эВ ( $\varepsilon = 1,47$  эВ);  $\Delta E$  – ширина линии спонтанного излучения в эВ ( $\Delta E = 0,023$  эВ);  $d$  – толщина p-n перехода ( $d = 1,1 \cdot 10^{-3}$  см);  $\eta$  – квантовый выход ( $\eta = 0,7$ );  $n$  – показатель преломления ( $n = 4$ );  $\chi_0$  – коэффициент поглощения света ( $\chi_0 = 10 \text{ см}^{-1}$ );  $L$  – расстояние между двумя отражающими покрытиями ( $L = 300$  мкм);  $r$  – коэффициент отражения граней ( $r = 0,33$ ).

Определим общий коэффициент потерь  $\alpha = \alpha_a + \alpha_3$ , полагая, что  $\chi_0 = \alpha_a$ ,

$$\alpha = \left( \chi_0 + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{\sqrt{r}} \right) = 10 + \frac{1}{3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}} \ln \frac{1}{\sqrt{0,33}} = 10 + \frac{0,56}{3 \cdot 10^{-2}} = 10 + 18 = 28 \text{ см}^{-1}.$$

Подставляя числа в (3.77), получим значение плотности тока

$$j = \frac{6,3 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1,47^2 \cdot 0,023 \cdot 28}{0,7} = 2200 \text{ А/см}^2.$$

При  $\Delta E = 0,023$  эВ определим частоту генерации по формуле (1.7)

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0,023 \text{ эВ}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = \frac{0,023 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = \frac{5,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-19}}{10^{-34}} = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ Гц, } \frac{1}{\text{с}}.$$

Длина волны при этом будет равна

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{12}} = 0,545 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Определим из (3.77) величину  $\Delta E$ , увеличив плотность тока в 5 раз ( $j_1 = 2 \cdot 2200 = 4,4 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2$ ).

При этом значении  $j_1$  величина  $\Delta E$  равна

$$\Delta E = \frac{j_1 \cdot \eta}{6,3 \cdot 10^4 \cdot n^2 \cdot d \cdot \varepsilon^2 \cdot c} = \frac{4,4 \cdot 10^3}{6,3 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot (2,16) \cdot 28} = 0,0656 \text{ эВ.}$$

При новой ширине линии спонтанного излучения, частота будет равна

$$\nu_1 = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0,0656 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,58 \cdot 10^{13} \text{ Гц.}$$

А длина волны соответственно

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,58 \cdot 10^{13}} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

*Ответ:* При двукратном превышении тока накачки ширина спектральной линии уменьшилась в  $\frac{0,545 \cdot 10^{-4}}{0,19 \cdot 10^{-4}} = 2,8$  раз.

**3.5.17.** Определить отношение полного числа фотонов  $N_\phi$  к числу  $N_q$  электромагнитных колебаний различной поляризации в пределах спектральной линии излучения в кристалле полупроводника, две противоположные грани которого образуют объемный резонатор, при следующих заданных параметрах лазера:  $\eta = 0,5$ ;  $I = 10^5 \text{ А/см}^2$ ;  $n_0^2 = 11$ ;  $r = 0,35$ ;  $\varepsilon = 1,47$  эВ;  $\Delta E = 0,02$  эВ.

Решение. Упрощенная теория, основанная на предположении однородного распределения фотонов и изотропного распределения их по скоростям, показывает, что это отношение выражается следующей формулой:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{\sqrt{3} \cdot \pi^2 \cdot \eta \cdot h^3 \cdot c^2 \cdot I}{n_0^2 \cdot (1 - \rho) \cdot (1 - \cos \theta) \cdot e \cdot \varepsilon^2 \cdot \Delta E}, \quad (3.78)$$

где  $\eta$  – квантовый выход п/п материала ( $\eta = 0,5$ );  $\varepsilon$  – энергия фотонов спектральной линии излучения;  $\Delta E$  – ширина спектральной линии;  $n_0$  – коэффициент преломления линии;  $I$  – плотность тока возбуждения, проходящего через р-п-переход;  $\rho$  – коэффициент отражения от граней кристалла при нормальном падении луча;  $\theta$  – половина угла, в пределах которого распространяются те фотоны, которые претерпевают многократные отражения: ( $\theta = 180^\circ$ );  $e$  – заряд электрона, скорость света;  $h$  – постоянная Планка.

Подставляя заданные численные параметры в (3.78), получим

$$\begin{aligned} \frac{N}{N_0} &= \frac{\sqrt{3} \cdot (3,14)^2 \cdot 0,5 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10})^3 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 10^5}{11 \cdot (1 - 0,35) \cdot (1 - \cos 180^\circ) \cdot 16 \cdot 10^{-19} \cdot (1,47)^2 \cdot 0,02} = \\ &= \frac{1,73 \cdot 9,85 \cdot 0,5 \cdot 990 \cdot 10^{-102} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 10^5}{11 \cdot 0,65 \cdot (1 - \cos 180^\circ) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,47^2 \cdot 1,6^3 \cdot 10^{-57} \cdot 0,02} = \\ &= \frac{22260 \cdot 10^{-81}}{2,02 \cdot 10^{-76} \cdot (1 - \cos 180^\circ)} = \\ &= \frac{22260 \cdot 10^{-81}}{2,02 \cdot 10^{-76} \cdot (1 - \cos 180^\circ)} = \frac{11019 \cdot 10^{-5}}{1 - \cos 180^\circ} = \frac{0,11}{2} = 0,055. \end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{N}{N_0} = 0,055.$

## Определение добротности в полупроводниковых лазерах

**3.5.18.** Определить нагруженную добротность резонатора полупроводникового лазера тремя вариантами: 1) обусловленную активным поглощением на свободных носителях, 2) определяемую через отражения от торцевых граней кристалла, 3) обусловленную дифракцией.

Численные значения параметров, необходимых при решении следующие:

$\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость ( $\epsilon_0 = 10$ ),  $\sigma$  – проводимость ( $\sigma = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ ),  $\tau$  – время релаксации носителей тока ( $\tau \approx 0,2 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ ), длина волны  $\lambda$  ( $\lambda = 0,84 \text{ мкм}$ ), коэффициент отражения граней  $r$  ( $r=0,3$ ), длина резонатора ( $L = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ ), толщина области локализации поля  $d$  ( $d = 10 \text{ см}$ ).

Решение. Нагруженная добротность для первого варианта может быть определена следующим выражением

$$Q_H = \frac{\epsilon_0 \cdot \omega^2 \cdot \tau^2}{4 \cdot \pi \cdot \sigma}. \quad (3.79)$$

Вычислим угловую частоту, при заданной длине волны

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8}{0,84 \cdot 10^{-6}} = \frac{18,84 \cdot 10^8}{0,84 \cdot 10^{-6}} = 22,43 \cdot 10^{14} \text{ рад.}$$

Подставляя (3.79) заданные числа, получим величину нагруженной добротности

$$Q_H = \frac{10 \cdot (22,43)^2 \cdot 10^{28} \cdot (0,2 \cdot 10^{-12})^2}{4 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 10^3} = \frac{10 \cdot 503 \cdot 10^{28} \cdot (0,2)^2 \cdot 10^{-24}}{6,28 \cdot 10^3} = \frac{160 \cdot 10^4}{6,28 \cdot 10^3} = 320.$$

Для второго варианта нагруженная добротность определяется по формуле (1.62) и равна

$$Q_H = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot L}{\lambda \cdot (1-r)} = \frac{6,28 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{0,84 \cdot 10^{-4} \cdot 0,7} = 5,3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^4 = 5,3 \cdot 10^4.$$

Для третьего варианта нагруженная добротность определяется по формуле

$$Q_H = \frac{4 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \epsilon_0}{\lambda^2}, \quad (3.80)$$

где  $d$  – толщина области локализации поля.

Подставляя в формулу (3.80) численные значения параметров, получим

$$Q_H = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 10}{0,84 \cdot 10^{-4}} = 15,0 \cdot 10^{-1} = 1,5.$$

*Ответ:* Для первого варианта  $Q_H=320$ ,  
для второго варианта –  $Q_H = 5,3 \cdot 10^4$ ,  
для третьего варианта –  $Q_H = 1,5$ .

**3.5.19.** Просчитать плотность энергии собственного поля  $U_\nu$ , на резонансной частоте ( $\lambda=0,84$  мкм), при  $T=300$  К по формуле Планка для равновесного излучения абсолютно черного тела

$$U_\nu = \frac{8 \cdot \pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}, \quad (3.81)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж  $\cdot$  ( $^\circ\text{K}$ ) $^{-1}$ ),  $h$  – постоянная Планка ( $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж  $\cdot$  с), частота при заданной длине  $\nu = 3,6 \cdot 10^{14}$  Гц.

Решение. Подставляя в (3.81) числа, получим

$$U_\nu = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 46,65 \cdot 10^{42} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{3^3 \cdot (10^8)^3 \cdot \exp\left(\frac{6,26 \cdot 10^{-34} \cdot 3,6 \cdot 10^{14}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) - 1} = \frac{287,3 \cdot 10^{-16}}{0,545} = 526 \cdot 10^{-16} \text{ Дж/см}^3 \cdot \text{с}.$$

*Ответ:*  $U_\nu = 526 \cdot 10^{-16}$  Дж/см $^3$ ·с.

**3.5.20.** Оценить мощность порога генерации ( $P_t$ ) в кристалле GaAs при коэффициенте пропорциональности  $\beta^*$ , равному:

$$\beta^* = \frac{1,59 \cdot 10^{-5}}{\bar{n}^2 \cdot E^2 \cdot \Delta E} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{Вт}, \quad (3.82)$$

где  $\Delta E$  – ширина полосы ( $\Delta E = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ), энергия перехода  $E = 1,5$  эВ,  $\bar{n}$  – показатель преломления ( $\bar{n} = 3,6$ ).

Решение. Мощность порога генерации ( $P_t$ ) в GaAs при известном коэффициенте пропорциональности  $\beta^*$  равна:

$$P_t = P_0 + \frac{\alpha}{\beta^*} + \frac{\ln r^{1/2}}{\beta^* \cdot L}, \quad (3.83)$$

где  $r = r_1 \cdot r_2$  – коэффициент отражения зеркал 1 и 2 ( $r = 0,32$ ),  $L$  – расстояние между зеркалами ( $L = 0,05$  см),  $\alpha$  – коэффициент поглощения ( $\alpha = 10$  см<sup>-1</sup>),  $P_0$  – порог мощности инверсии ( $P_0 = 0$ , выполняется при низкой температуре).

Подставляем эти данные в (3.83), получаем

$$P_t = 0 + \frac{10}{2 \cdot 10^{-5}} + \frac{\ln r}{\beta^* \cdot L} = 2 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^3, \text{ если } r_1 = r_2.$$

*Ответ:*  $P_t = 2 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>3</sup>.

**3.5.21.** При мощности порога генерации в кристалле GaAs  $P_t$  ( $P_t = 2 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>3</sup>), оценить верхний предел эффективного размера  $d^*$  р-п-перехода активной области диода, определяемого из формулы

$$d^* = \sqrt{dV/S}, \quad (3.84)$$

где  $d^*$  – линейный размер активной области,  $V$  – объем,  $S$  – площадь.

Решение. При приближенных оценках можно считать

$$d^* = \sqrt{\chi \cdot \Delta T / P_t}, \quad (3.85)$$

где  $\Delta T$  – допустимый перегрев активной области ( $\Delta T = 10$  К),  $P_t = 2 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>3</sup>;

$\chi \approx 10$  (Вт/см) – коэффициент теплопроводности. При этих параметрах  $d^* = 70$  мкм.

*Ответ:*  $d^* = 70$  мкм.

**3.5.22.** Оценить коэффициент связи  $K_{св}$  резонатора с внешней средой через параметры лазера, если  $r = 0,32$ ,  $\alpha = 10$  см<sup>-1</sup>,  $L = 0,05$  см.

Примечание: коэффициент связи определяется по формуле

$$K_{св} = \frac{\ln \cdot \frac{1}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}}}{2 \cdot L} = \sqrt{\frac{(P_p - P_0) \cdot \beta^*}{\alpha}} - 1, \quad (3.86)$$



где  $P_p$  – плотность мощности накачки.

Определить усиление в среде активного вещества  $g(P_p)$ , если

$$g(P_p) = \beta^* \cdot (P_p - P_0). \quad (3.87)$$

Решение. 1. Определяем по (3.86) коэффициент связи

$$K_{\text{св}} = \frac{1,14}{10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = \frac{1,14}{0,5} = 2,3.$$

2. Определяем  $P_p - P_0$  из (3.86) при  $\beta^* = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha = 10^{-1}$ ,

$$(K_{\text{св}} + 1) = \frac{(P_p - P_0) \cdot \beta^*}{\alpha}, \quad P_p - P_0 = \frac{\alpha(K_{\text{св}} + 1)^2}{\beta^*} = \frac{10^{-1} \cdot (3,3)^2}{2 \cdot 10^{-5}},$$

$$g(P_p) = \frac{2 \cdot 10^{-5} (10^{-1} \cdot 10,9)}{2 \cdot 10^{-5}} = 1,09 \text{ (1/см)}.$$

*Ответ:*  $g(P_p) = 1,09 \text{ (1/см)}$ .

**3.5.23.** Используя данные в задачах **3.5.21** и **3.5.22**, определить максимальную мощность излучения ( $P_{\text{max}}$ ), которая может быть получена при заданной мощности ( $P_p - P_0$ ), вернее ( $P_p$ ) накачки. Примечание:  $P_0 \ll \frac{\alpha}{\beta^*}$ ,  $P_p - P_0 = 5,4 \cdot 10^4 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{см}^3} \right)$ .

Решение. Формулу, определяющую максимальную мощность излучения ( $P_{\text{max}}$ ), запишем в виде

$$P_{\text{max}}^{\text{изл}} = \eta_p \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\beta^*} (P_p - P_0)} \right)^2 \cdot (P_p - P_0) \cdot V, \quad (3.88)$$

где  $\eta_p$  – коэффициент эффективности накачки, т.е. доля энергии накачки, превращенная в энергию возбужденных электронов ( $\eta_p = 0,7$ ),  $V$  – объем активного вещества. Он определяется из задач **3.5.21** и **3.5.22**.

$$V = L \cdot d \cdot S = 0,05 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,4 \cdot 10^{-4} = 0,2 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3.$$

Подставляя данные в (3.88), получим

$$P_{\text{max}}^{\text{изл}} = 0,7 \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 10^{-5}} \cdot 5,4 \cdot 10^4} \right)^2 \cdot 5,4 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-8} = 188 \text{ Вт}.$$

*Ответ:*  $P_{\text{max}}^{\text{изл}} = 188 \text{ Вт}$ .

**3.5.24.** Определить коэффициент полезного действия ( $\eta$ ) лазера по соотношению

$$\eta = P^{\text{изл}} / P_p \cdot V, \quad (3.89)$$

где  $P^{\text{изл}}$  – мощность излучения лазера, определяемая следующим выражением

$$P^{\text{изл}} = \eta_p \cdot f(\alpha, L)(P_p - P_t)V = \eta_p \frac{1-r}{\alpha L [1 + (1-r)(e^{\alpha L} - 1)]}.$$

Решение. При оптимальном резонаторе коэффициент полезного действия (КПД) определяется из следующей зависимости:

$$\eta_{\text{max}} = \eta_p \frac{P_p - P_0}{P_p} \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\beta^* (P_p - P_0)}} \right)^2. \quad (3.90)$$

Дальнейшее уточнение наибольшего достигаемого КПД лазера следует проводить с учетом его конкретного устройства. В инжекционных лазерах нужно учитывать потери на джоулево тепло, выделяющееся на последовательном сопротивлении  $R_s$ . КПД можно представить в виде

$$\eta = \frac{\hbar \omega \eta_g (I - I_t)}{e I^2 R_s + IU}, \quad (3.91)$$

где  $I$  – ток накачки,  $I_t$  – пороговый ток,  $\eta_g$  – дифференциальная эффективность лазера (отношение приращения мощности излучения к приращению мощности накачки, подведенной к активной области лазера),  $U$  – внешнее напряжение, приложенное к р-п-переходу.

Оптимальное превышение порога генерации

$$Y_{\text{opt}} \equiv \frac{I_{\text{opt}}}{I_t} = 1 + \sqrt{\xi + 1}, \quad (3.92)$$

где  $\xi = \frac{U}{R_s} I_t \approx \frac{E_g}{\rho_s j_t}$ ,  $\rho_s$  – последовательное сопротивление,

приведенное к единице площади р-п-перехода,  $j_t$  – пороговая плотность тока. При токе  $I_{\text{opt}}$  достигается наибольший КПД лазера, в случае заданных значений  $\eta_g$  и  $\xi$  он равен

$$\eta_{\text{max}} = \eta_d \xi / (1 + \sqrt{\xi + 1})^2. \quad (3.93)$$

Совместное нахождение условий для оптимального резонатора и оптимальной накачки приводит к решению, в котором и параметры резонатора, и уровень накачки определяются внутренними характеристиками активной среды. Если  $\Phi_0 \ll \alpha/\beta^*$ , то решение находится довольно просто и зависит от единой характеристики лазерного материала

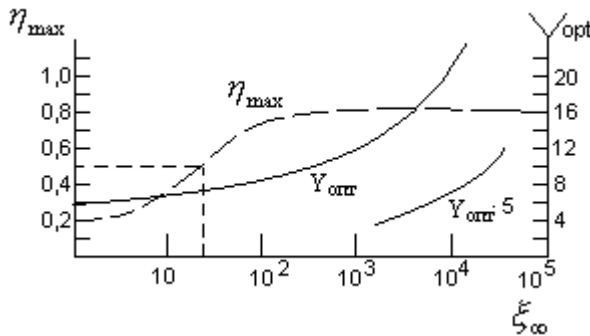
$$\xi_\infty = E_\xi / |p_s j_\infty|, \quad (3.94)$$

где  $j_\infty$  – пороговая плотность тока для ненагруженного резонатора, т.е. резонатора, не имеющего внешних потерь излучения.

При этом

$$\eta_{\max} = \xi_\infty (Y_{\text{опт}} - 1) / Y_{\text{опт}}^4. \quad (3.95)$$

Зависимости  $Y_{\text{опт}}$  и  $\eta_{\max}$  от  $\xi_\infty$  берутся из графиков.



Например: если  $\xi_\infty = 100$ , то из графика получаем  $Y_{\text{опт}} = 10$ , и подставляя в (3.95), получим  $\eta_{\max}$ , равное

$$\eta_{\max} = 105 \cdot 9 / 10^4 = \frac{945}{10^4} = 0,0945.$$

Ответ:  $\eta_{\max} = 0,0945$ .

**3.5.25.** Определить время затухания в резонаторе для продольных мод ( $\tau_p$ ), частоту генерации, скорость вынужденного излучения. Если заданы следующие параметры:  $L=0,05$  см,  $r_1 \cdot r_2 = 0,32$ ;  $\alpha = 10$  см<sup>-1</sup>;  $n=3,6$ ;  $\Delta E = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ;  $E = 1,5$  эВ.

Решение. Время затухания в резонаторе определим по формуле

$$\tau_p = \frac{Q}{\omega} = \frac{\bar{n}}{c} \left( \alpha + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}} \right)^{-1}, \quad (3.96)$$

где  $Q$  – добротность резонатора для соответствующего типа колебаний.

Из этого же выражения определим угловую частоту генерации  $\omega = Q/\tau_p$ .

Скорость вынужденного излучения ( $r_{st}$ ) определим по следующей формуле:

$$r_{st} \rightarrow \frac{P}{\tau_p} = \frac{\bar{n}^2 E^2}{\pi^2 h^3 c^3 \tau_p} = j \eta_i / cd \Delta E \gamma, \quad (3.97)$$

где  $P$  – плотность мод (число фотонов в единичном энергетическом интервале и единице объема);  $j$  – плотность тока накачки;  $\eta_i$  – внутренний квантовый выход излучения;  $d$  – толщина активного слоя;  $\Delta E$  – ширина спектра генерации;  $\gamma$  – некоторый множитель, зависящий от формы спектра и степени вырождения (т.е. от формы энергетического спектра и температур).

Здесь пороговую плотность (3.73) можно выразить следующим образом:

$$j_t = \frac{en^2 d}{\pi^2 c^2 h^3} \cdot \frac{E^2 \Delta E \gamma}{\eta_i} \left( \alpha + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 \cdot r_2} \right), \quad (3.98)$$

Усиление в активной среде равно [Богд]

$$g = \frac{\pi^2 c^2 h^3 \eta_i \cdot j_t}{en^2 d \cdot E^2 \Delta E \cdot \gamma}, \quad (3.99)$$

так как скорость вынужденного излучения ( $r_{st}$ ) равна

$$r_{st} = \frac{c}{n} \cdot P(E) \cdot g, \quad (3.100)$$

где

$$P(E) = \frac{\bar{n}^2 \cdot (h\nu)^2}{\pi^2 h^3 c^3}. \quad (3.101)$$

9) Определить  $P_{\text{вых}}$  инжекционного лазера при увеличении тока накачки на 10 – 50%, если

$$P_{\text{вн}} = \eta_{\text{WA}} (I - I_t),$$

где  $I_t$  – пороговый ток,  $I$  – рабочий ток,  $\eta_{\text{WA}}$  – ватт-амперная дифференциальная эффективность равна

$$\eta_{\text{WA}} = \frac{\hbar \omega}{c} \frac{\ln(1/r)}{\alpha \cdot L + \ln(1/r)} \cdot \eta_p,$$

где  $\eta_p$  – эффективность накачки, т.е. отношение числа электронно-дырочных пар, введенных в активную среду лазера, к числу электронов, пересекших p-n-переход.

При определении тока накачки можно также пользоваться скоростью изменения накачки ( $G$ )

$$G = \eta_p \frac{I}{e} \frac{1}{V},$$

где  $V$  – объем активной области.

**3.5.26.** Электронно-дырочный переход полупроводникового лазерного диода имеет площадь, определяемую размерами  $0,245 \times 0,048 \text{ см}^2$ . Пороговый ток через диод составляет  $1,1 \text{ А}$ . В рабочем режиме, при десятикратном превышении порогового значения по току и напряжению на диоде  $U_d = 1,7 \text{ В}$ , излучаемая мощность составляет  $1,9 \text{ Вт}$ . Определить:

- 1) плотность тока в пороговом и рабочем режимах;
- 2) коэффициент полезного действия полупроводникового ОКГ;
- 3) величину мощности, рассеиваемой в виде тепла, и плотность потока мощности в хладопроводе, если диод зажат между двумя охлаждающими поверхностями.

Решение.

Задано рабочее значение тока и площадь поперечного сечения

$$I_{\text{раб}} = 11 \text{ А}, S = 0,01176 \text{ см}^2 = 1,176 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Определим плотность порогового тока, она же будет и плотностью рабочего тока

$$j_{\text{пор}} = \frac{1,1}{1,176 \cdot 10^{-6}} = 0,94 \cdot 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}, j_{\text{раб}} = \frac{11}{1,176 \cdot 10^{-6}} = 9,4 \cdot 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Перейдем к определению потребляемой мощности

$P_{\text{потр}} = I_{\text{раб}} U_d = 11 \cdot 1,7 = 18,7 \text{ Вт}$ , и если излучаемая мощность равна  $1,9 \text{ Вт}$ , то мощность потерь будет равна  $P_{\text{потерь}} = 18,7 - 1,9 = 16,8 \text{ Вт}$ . Следовательно, КПД легко определится, что видно из следующего выражения:

$$\text{КПД} = \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{потр}}} 100 = 10,15 \%$$

Определим коэффициент потерь

$$k_{\text{потерь}} = \frac{16,8}{18,7} 100 = 89,85 \%$$

Мощность потерь будем считать равной тепловой мощности

$$P_{\text{потерь}} = P_{\text{тепловая}}$$

Тепловая мощность делится на два потока и определится по следующей формуле:

$$P_{\text{тепл}} = \frac{P_{\text{пот}}}{2S} = \frac{16,8}{2 \cdot 1,176 \cdot 10^{-6}} = 7,16 \cdot 10^6, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ:

$$j_{\text{пор}} = 0,94 \cdot 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}; j_{\text{раб}} = 9,4 \cdot 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2};$$

$$\text{КПД} = 10,15 \%; k_{\text{потерь}} = 89,85 \%;$$

$$P_{\text{тепл}} = 16,8 \text{ Вт}; P_{\text{тепл}} = 7,16 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

### Управление пространственными характеристиками лазерного излучения

**3.5.26.** Размер пятна в перетяжке гауссова пучка, излучаемого He-Ne лазером видимого диапазона, равен  $\omega_0 = 5 \text{ мм}$ . Вычислить размер пятна пучка и радиус кривизны поверхности равных фаз на расстоянии 10 м от перетяжки.

Решение. Размер пятна по обе стороны от перетяжки увеличивается по закону, описываемому формулой (3.37). Из формулы (3.37) следует, что зависимость  $(\omega/\omega_0) = f(2z/R_0)$  является универсальной для любого резонатора.

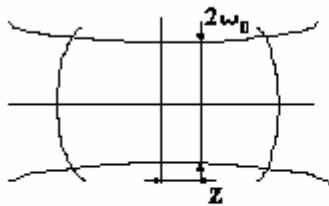


Рис. 3.13

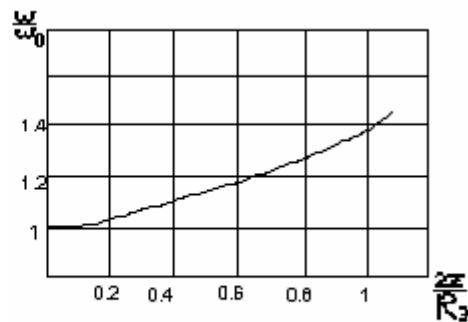


Рис. 3.14

К расчету размеров пятна.

(Здесь  $z$  – текущая координата вдоль оси пучка, отсчитываемая от перетяжки, см. рис. 3.13). Эту зависимость можно изобразить в виде графика, показанного на рис. 3.14.

Для расчета воспользуемся простой зависимостью (3.36). Длина волны излучения He-Ne лазера  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ . Находим из (3.36)  $R_g$ :

$$R_g = \omega_0^2 \cdot k = 25 \cdot 10^{-6} \frac{2\pi}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 249,2 \text{ м.}$$

Подставляя параметры в (3.37), получим

$$\omega(z) = 5 \cdot 10^{-3} \sqrt{1 + \frac{400}{62104}} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,0032 = 5,016 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ответ:  $\omega(z) = 5,016 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

**3.5.27.** Гауссов пучок с  $\omega_0 = 5 \text{ мм}$  нужно сфокусировать таким образом, чтобы перетяжка пучка с размером  $50 \text{ мкм}$  образовалась на расстоянии  $1 \text{ м}$  от перетяжки исходного пучка. Какое фокусное расстояние должна иметь линза, и где она должна быть расположена? Лазер He-Ne.

Решение.

Дано:  $L = 1 \text{ м}$ ;  $2\omega_0 = 10 \text{ мм} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;

$2\omega_0' = 100 \text{ мкм} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

Запишем выражения, определяющие перетяжку пучка внутри резонатора ( $2\omega_0$ ) и перетяжку, образованную линзой ( $2\omega_0'$ ). На рис. 3. 15 показаны размер перетяжки  $2\omega_0$  для свободного ре-

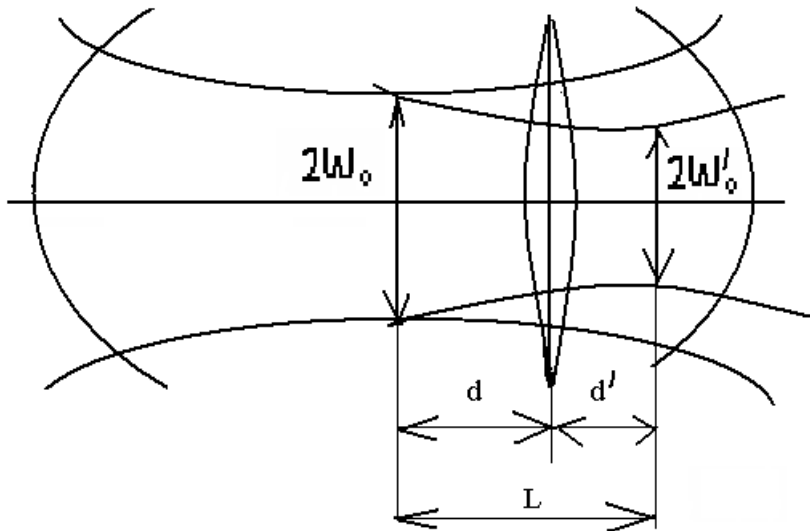


Рис. 3. 15

зонатора и размер перетяжки  $2w_0'$  за линзой, помещенной в резонатор.

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{R_э'}{k}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{R_э}{k}}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (3.102)$$

Определим конфокальный параметр для падающего пучка ( $R_э$ ) по формуле

$$R_э = k(\omega_0)^2 = \frac{2\pi(\omega_0)^2}{\lambda} = \frac{6,28(5 \cdot 10^{-3})^2}{0,63 \cdot 10^{-6}} = \frac{6,28 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 249, \text{ м.}$$

Определим конфокальный параметр сфокусированного линзой пучка ( $R_э'$ ).

$$R_э' = k(\omega_0')^2 = \frac{2\pi(50 \cdot 10^{-6})^2}{0,63 \cdot 10^{-6}} = \frac{6,28 \cdot 2500 \cdot 10^{-12}}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 0,025, \text{ м.}$$

Линза с фокусным расстоянием  $f$  преобразует пучок так, что выполняются соотношения (3.103).

$$\frac{R_э'}{f} = \frac{\frac{R_э}{f}}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2}; \quad \left(1 - \frac{1-d}{f}\right) = \frac{\left(1 - \frac{d}{f}\right)}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2}. \quad (3.103)$$

Находим из первого уравнения системы (3.103) знаменатель правой части:

$$\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2 = \frac{f \cdot R_э}{R_э}; \quad \left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2 = \frac{R_э}{R_э'}. \quad (3.104)$$

Подставляем (3.104) во второе уравнение системы (3.103). После некоторых математических операций выразим фокусное расстояние линзы

$$\left(1 - \frac{1-d}{f}\right) = \frac{1 - \frac{d}{f}}{\frac{R_э}{R_э'}}; \quad \frac{R_э}{R_э'} - \frac{R_э}{R_э'} \left(\frac{1-d}{f}\right) = 1 - \frac{d}{f};$$

$$\left(\frac{R_э}{R_э'} - 1\right) = \frac{R_э}{R_э'} \cdot \frac{1}{f} (1-d) - \frac{d}{f} = \frac{1}{f} \left(\frac{R_э}{R_э'} 1 - \frac{R_э}{R_э'} d - d\right);$$



$$\frac{\left(\frac{R_э}{R_э'} - 1\right)}{\frac{R_э}{R_э'} \left(1 - \frac{R_э}{R_э'} d - d\right)} = \frac{1}{f};$$

$$f = \frac{10^4 \cdot 1 - 10^4 d - d}{10^4 - 1} = \frac{10^4}{10^4} (1 - d). \quad (3.106)$$

Определяем  $d$ ,  $d'$  и  $f$

$$1 - \frac{1-d}{1-d} = \frac{1 - \frac{d}{1-d}}{10^4}; \quad \frac{1-d-1+d}{1-d} = \frac{1-d-d}{(1-d)10^4}; \quad 2d=1; \quad d=1/2;$$

$$f = (1-d) = 1 - 0,5 = 0,5, \text{ м.}$$

*Ответ:*  $d=0,5$  м,  $f=0,5$  м.

**3.5.28.** Задан He-Ne лазер с полуконфокальным резонатором длиной 50 см. Для уменьшения расходимости выходного пучка за сферическим (выходным) зеркалом резонатора помещается линза. Какое фокусное расстояние должна иметь эта линза, чтобы размер пятна в образованной за линзой перетяжке пучка составлял 0,95 размера пятна на сферическом зеркале?

Решение. Поставим линзу сразу за вторым зеркалом, т.е. полагаем, что  $L=d$ .

В резонаторе на плоском зеркале согласно (3.33)

$$R_1 = \infty, \quad g_1 = 1 - \frac{50}{\infty} = 1,$$

$$g_2 = 1 - \frac{50}{50} = 0.$$

Размер сечения пучка для основной моды определяется выражением (3.36). Подставляя в него числовые параметры, получим размер перетяжки на плоском зеркале.

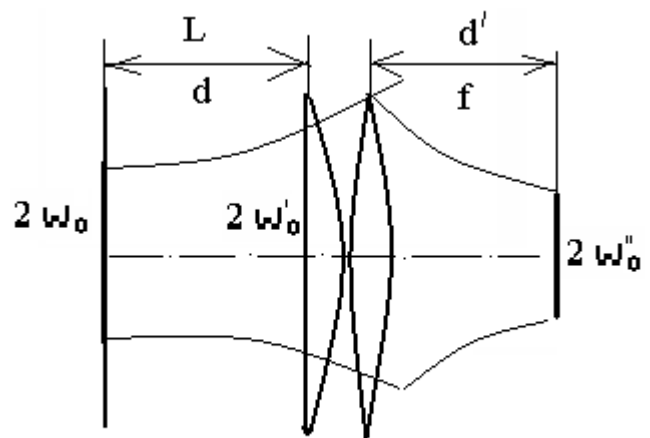


Рис.3.16

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{L\lambda}}{2\pi} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}}{6,28}} = \sqrt{0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}} = 2,23 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 223 \cdot 10^{-6} = 223, \text{ мкм.}$$

Определим размер пятна на расстоянии 50 см от  $\omega_0$  по формуле (3.37):

$$\omega_0'(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{R\vartheta}\right)^2} = 223 \cdot 10^{-6} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{0,5}\right)^2} =$$

$$= 223 \cdot 10^{-6} \cdot 2,23 = 498,6 \cdot 10^{-6}, \text{ м.}$$

Ширина перетяжки, образованной линзой, равна

$$\omega_0'' = 0,95 \cdot 498,6 \cdot 10^{-6}, \text{ м} = 473 \cdot 10^{-6}, \text{ м.}$$

Пучок ОКГ за линзой имеет такие же закономерности изменения сечения и кривизны волнового фронта, как и пучок без линзы, то есть он может характеризоваться своим местоположением перетяжки и конфокальным параметром. Обозначим расстояние перетяжки от линзы и конфокальный параметр для падающего пучка соответственно через  $d$  и  $R\vartheta$ , а те же параметры для прошедшего через линзу пучка через  $d'$  и  $R\vartheta'$ . Тогда линза с фокусом  $f$  преобразует пучок так [Ищенко].

$$\frac{R\vartheta'}{f} = \frac{\frac{R\vartheta}{f}}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R\vartheta}{2f}\right)^2}, \left(1 - \frac{d'}{f}\right) = \frac{\left(1 - \frac{d}{f}\right)}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R\vartheta}{2f}\right)^2}, \quad (3.107)$$

где согласно (3.36)

$$R\vartheta = \omega_0^2 \frac{2\pi}{\lambda} = 0,49 \text{ м}, \quad R\vartheta' = (\omega_0'')^2 \frac{2\pi}{\lambda} = 2,23 \text{ м.}$$

Перейдем к определению фокусного расстояния линзы. Из второго соотношения (3.107) для  $\left(1 - \frac{d'}{f}\right)$  находим

$$\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R\vartheta}{2f}\right)^2 = \frac{R\vartheta}{R\vartheta'} = \frac{0,49}{2,23} = 0,219.$$

Делая простые арифметические вычисления, из (3.107) находим фокусное расстояние линзы

$$\left(1 - \frac{0,5}{f}\right)^2 - \left(\frac{0,25}{f}\right)^2 = 0,219; \quad 1 - \frac{2 \cdot 0,25}{f} + \frac{0,25}{f^2} - \frac{0,0625}{f^2} = 0,219;$$

$$-\frac{1}{f} + \frac{0,188}{f^2} = -0,781; \quad \frac{1}{f} \left(\frac{0,188}{f} - 1\right) = -0,781;$$

$$0,781f^2 - f + 0,188 = 0; \quad f^2 - 1,2 \cdot 10^{-3}f + 0,24 = 0,$$

$$f = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \pm \sqrt{0,36 \cdot 10^{-6} - 0,24}}{1} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \pm 0,6 \cdot 10^{-3}}{1} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Фокусное расстояние линзы получилось равным  $1,2 \cdot 10^{-3}$  м.

Определим расстояние от линзы до перетяжки  $d'$ , используя второе выражение (3.107). Подставляем численные значения в эту формулу и, проделывая некоторые преобразования, получим расстояние  $d'$

$$1 - \frac{d'}{1,2 \cdot 10^{-3}} = \frac{1 - \frac{0,5}{1,2 \cdot 10^{-3}}}{0,219} = \frac{1 - 0,41 \cdot 10^{-3}}{0,219},$$

$$0,219(1 - 0,83 \cdot 10^3 d') = 1 - 0,41 \cdot 10^{-3}; \quad 0,219 - 0,182 \cdot 10^3 d' = 1;$$

$$-0,182 \cdot 10^3 d' = 0,781; \quad d' = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$$\text{Ответ: } f = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м; } d' = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**3.5.28.** Рассчитать местоположение минимального сечения пучка, а также сечение пучка на расстоянии 1 м от перетяжки. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L=0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал:  $R_1=0,84$  м,  $R_2=2,0$  м.

Решение. Находим параметры резонатора: параметры конфигурации зеркал определяются из формул (3.32), (3.33)

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 1 - \frac{0,45}{0,84} = 0,465,$$

$$g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 1 - \frac{0,45}{2} = 1 - 0,225 = 0,775,$$

$$u = u = \sqrt{0,465 \cdot 0,775} = 0,6,$$

$$v = \frac{0,465}{0,775} = 0,6.$$

По формуле (3.31) определяем величину смещения перетяжки  $z_0$

$$z_0 = \frac{1}{2} \cdot 0,45 \left[ \frac{1 - 0,6}{(1 + 0,6) - 2 \cdot 0,6 \sqrt{0,6}} \right] = 0,135 \text{ м.}$$

Воспользовавшись формулой (3.36), найдем конфокальный параметр рассматриваемого примера. В результате расчета получим

$$R_0 = 0,45 \cdot 1,85 = 0,83 \text{ м.}$$

Зная конфокальный параметр, легко определим размер пятна в любом сечении пучка излучения. Определим минимальный размер пятна в перетяжке по формуле (3.34) или с учетом параметра  $R_0$  (3.36)

$$w_0 = \sqrt{\frac{0,83}{6 \cdot 10^6}} = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,37 \text{ мм.}$$

Сечение пучка на расстоянии 1 м от перетяжки определим, воспользовавшись выражением (3.37),

$$w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{2z}{R_0}} = 0,37 \sqrt{1 + \left( \frac{2 \cdot 1}{0,83} \right)^2} = 0,96 \text{ мм.}$$

Следует помнить, что величина  $w(z)$  дает действительный результат пятна (уменьшение интенсивности в  $e^2$  раз) только для основной моды. Моды высших порядков имеют больший радиус пятна, который может быть найден из выражения (3.28) и (3.30).

Например, индексам 1 и 2 при прямоугольной симметрии резонатора соответствует радиус пятна  $1,49w$  и  $1,73w$  соответственно. Каждый размер соответствует данному индексу моды. Если мода имеет два различных индекса, то и размер пятна в обоих измерениях разный. В рассматриваемом примере пятно моды  $TEM_{12}$  на расстоянии 1 м от перетяжки имеет следующие размеры: по оси  $x$   $1,49 \cdot 0,96 = 1,43$  мм; и по оси  $y$   $1,73 \cdot 0,96 = 1,66$  мм.

С увеличением расстояния до перетяжки размер пятна увеличивается. При  $z \gg R_0$ , как видно из формулы (3.49), размер пятна возрастает линейно, что позволяет ввести угол расхождения пучка ОКГ как предел отношения  $w/z$  при координате  $z$ , стремящейся к бесконечности:

$$\theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\omega}{z} = \frac{2}{\sqrt{kR_3}}. \quad (3.108)$$

Величина  $\theta$  определяет угол расхождения пучка основной моды в одну сторону от оси, отмечаемый по уровню уменьшения интенсивности в  $e^2$  раз. Моды высших порядков характеризуются большими углами расхождения. Возрастание угла расхождения с увеличением индекса моды соответствует увеличению размера пятна. Рассмотрим это на примере.

**3.5.29.** Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний конфокального резонатора, если  $\lambda = 1$  мкм, расстояние между зеркалами  $L = R_1 = -R_2 = 2$  м. Апертурный размер зеркал велик, и дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Решение. Угол расхождения пучка основного колебания определяется по формуле:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}, \quad (3.109)$$

где  $w_0$  – минимальный размер луча в резонаторе. Воспользуемся формулой для  $w_0$  (3.36) и при условии  $R_1 = R_2 = L = d$ , тогда:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}},$$

тогда, подставляя в (3.51) заданные параметры, получим

$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 2}} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1,9'.$$

При больших значениях конфокального параметра  $R_3$ , когда резонатор близок к плоскопараллельному, получаем не соответствующие практике, заниженные величины угла расхождения. При больших значениях  $R_3$  необходимо учитывать дифракционное расхождение пучка и пользоваться для оценки угла расхождения соотношением

$$\theta_\mu = \frac{2\mu}{\sqrt{kR_3}} + \frac{3,83}{ak}, \quad (3.110)$$

где  $a$  – радиус апертурной диафрагмы резонатора;  $\mu$  – множитель, учитывающий индекс моды.

Если мода характеризуется двумя разными индексами или апертурная диафрагма не круглая, то пучок ОКГ имеет разное расхождение в различных меридиональных плоскостях.

Обратимся теперь к оценке кривизны волновой поверхности в пучке ОКГ. Общая зависимость радиуса кривизны от координаты  $z$  такова:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{R_{\text{Э}}}{2z} \right)^2 \right]. \quad (3.111)$$

Из анализа (3.111) видно, что с увеличением  $|z|$  кривизна волнового фронта возрастает. Наименьший радиус кривизны соответствует сечению, где располагаются зеркала эквивалентного конфокального резонатора ( $1/3 R_{\text{Э}}$ ). При дальнейшем увеличении абсолютного значения координаты  $|z|$ , кривизна волновой поверхности уменьшается. Следует отметить, что в сечении зеркал резонатора кривизна волновой поверхности равна кривизне отражающих поверхностей.

**3.5.30.** Вычислить критический угол разъюстировки для ОКГ, если заданы следующие параметры установки: длина активного элемента  $l = 0,8$  м (длина газоразрядной кюветы), длина резонатора  $L = 1,00$  м, апертурный размер зеркал –  $2a = 0,8$  см, радиусы кривизны зеркал –  $R_1 = R_2 = 2$  м. Лазер работает на длине волны  $\lambda = 0,63$  мкм.

Решение. Определим по (3.33) параметры резонатора

$$g_1 = g_2 = 1 - \frac{100}{200} = 0,5.$$

Радиус кривизны эквивалентного конфокального резонатора определяется

$$R_{\text{Э}} = L \cdot \sqrt{\frac{1+g}{1-g}}. \quad (3.112)$$

Подставляя в (3.112) вычисленные  $g_1$   $g_2$ , находим

$$R_{\text{Э}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1+0,5}{1-0,5}} = 173 \text{ см}.$$

Размер пятна основной моды в плоскости торца кюветы в соответствии с формулами (3.36) и (3.37). Подставляя (3.36) в (3.37), получим  $w(z) = \sqrt{\frac{R_9}{k}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2z}{R_9}}$ . Размер пятна основной

моды получили равным

$$w = \sqrt{\frac{173 \cdot 0,63 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \cdot \left[1 + \left(\frac{80}{173}\right)^2\right]} = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

Критический угол разъюстировки определяется из соотношения

$$\varphi = \frac{a - w}{\xi \cdot L}, \quad (3.113)$$

где  $\xi$  – положительная безразмерная величина, равная

$$\xi_1 = \frac{g_1 - \frac{L_k}{R_9}}{1 - g_1 \cdot g_2} \text{ и } \xi_2 = \frac{g_2 - \frac{L_i}{R_9}}{1 - g_1 \cdot g_2}. \quad (3.114)$$

Значение функции  $\xi(g, 1, L)$  в этом случае ( $g_1 = g_2 = 0,5$  и  $L_k = L_i = 10$  см) определится как

$$\xi = \frac{1 - (10/173)}{1 - 0,5 \cdot 0,5} = 1,25.$$

Критический угол разъюстировки получили равным

$$\varphi = \frac{0,4 - 0,046}{1,25 \cdot 100} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 9,3'.$$

*Ответ:*  $\varphi = 9,3'$ .

## 4 ОПТИЧЕСКИЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ УСТРОЙСТВА

**Физические основы оптических модуляторов и дефлекторов.** Управление излучением – основная задача, возникающая при освоении диапазона частот электромагнитного спектра. Устройства, управляющие амплитудой, фазой, частотой и поляризацией, называют модуляторами, а устройства, управляющие направлением распространения светового потока, – дефлекторами.

### 4.1 Электрооптические модуляторы

Процесс модуляции оптического излучения есть воздействие сигнала, несущего информацию, на излучение. Многие физические эффекты можно использовать для модуляции: эффект Поккельса, эффект Керра, магнитооптический, пьезоэффекты и другие.

Поскольку объем курса не позволяет подробно рассмотреть все существующие типы модуляторов, остановимся на наиболее применяемых – электрооптическом и акустооптическом.

Некоторые параметры и характеристики модуляторов изложены кратко и будут дополняться при решении конкретных задач.

**Модуляция оптического излучения в линейных электрооптических средах** (квадратичный электрооптический эффект рассматриваться не будет).

Линейным электрооптическим эффектом называется изменение показателя преломления вещества пропорционально электрическому полю. Это явление, называемое эффектом Поккельса, имеет место только в пьезокристаллах. Рассмотрим явление этого эффекта для примера на одноосных кристаллах типа ADP и KDP, у которых из 18 компонент тензора  $[r_{kn}]$  не равны нулю лишь три:  $r_{52}=r_{41}$  и  $r_{63}$  (значения этих параметров приведены в табл. 4.1).



Таблица 4.1 – Электрические коэффициенты некоторых кристаллов

Материал	$r_{ij} \cdot 10^{-14}$ , см / в	Показатель прелом-я	$\lambda$ , мкм	$V_0$ , кВ	$\varepsilon / \varepsilon_0$	$\text{tg } \delta \cdot 10^4$
КДР	$r_{63}=10,6$ ; $r_{41}=8,6$	$n_0=1,51$ $n_H=1,47$	1,34	0,8	$\varepsilon_{\perp z}=44,3$ $\varepsilon_{\parallel z}=20,5$	5
АДР	$r_{63}=25$ ; $r_{41}=62$	$n_0=1,52$ $n_H=1,48$	1,7	10	$\varepsilon_{\perp z}=55,9$ $\varepsilon_{\parallel z}=14,7$	55,9
GaAs	$r_{41}=1,7$	$n_0=3,6$	0,9	11,5	32	-
LiNbO <sub>3</sub>	$r_{33}=30,9$ ; $r_{13}=9,6$ $r_{22}=7$	$n_0=2,28$ $n_H=2,2$	0,546 0,63	9	$\varepsilon_{\perp z}=32$ $\varepsilon_{\parallel z}=28$	-

Фазовая модуляция получается за счет изменения показателя преломления среды. Уравнение монохроматической волны записывается в следующем виде:

$$A(l, t) = A_0 \exp[i\delta \sin(\omega_m t - \psi)], \quad (4.1)$$

где  $A_0$  – амплитуда электрического вектора электромагнитной волны;  $\delta$  – индекс модуляции, который равен

$$\delta = \beta l \frac{\sin \frac{\omega_m}{2c} (n_m - n) l}{\frac{\omega_m}{2c} (n_m - n) l}, \quad \psi = \frac{\omega_m}{2c} (n_m - n) l, \quad (4.2)$$

где  $l$  – длина электрооптической среды,  $\omega_m$  – циклическая частота излучения. Следовательно, изменяя  $n$ , получают фазовую модуляцию. В случае, когда модулирующее поле является быстроменяющейся функцией времени, оптическая фаза не может отслеживать адиабатическое изменение во времени показателя преломления, особенно когда время распространения  $\tau = nl/c$  сравнимо с периодом  $2\pi/\omega_m$  модулирующего поля. Уменьшение глубины модуляции для приведенного модулятора ( $n_m=0$ ) за счет конечного времени распространения равно

$$\delta = \frac{\sin \frac{\omega_m \tau}{2}}{\frac{\omega_m \tau}{2}}, \quad (4.3)$$

где  $\omega_m$  – частота модуляции.

Для  $\delta=1$  (уменьшение глубины модуляции отсутствует) необходимо, чтобы удовлетворялось условие  $\omega_m \tau \ll 1$ , т.е. время распространения должно быть мало по сравнению с самым коротким периодом модуляции. Если мы выберем наивысшую частоту модуляции как частоту, при которой  $\omega_m \tau = \pi$ , и используем соотношение  $\tau = l/c$ , то получаем выражение

$$(f_m)_{\max} = c/2l. \quad (4.4)$$

Если приложенное напряжение синусоидально изменяется во времени по закону  $V = V_m \sin \omega t$ , то фазовая задержка прошедшего через модулятор оптического излучения имеет вид:

$$\varphi = \varphi_0 + \pi \frac{V_m}{V_{\lambda/2}} \sin \omega_m t = \varphi_0 + \varphi_m \sin \omega_m t, \quad (4.5)$$

где  $V_m$  – амплитуда управляющего электрического напряжения;  $V_{\lambda/2}$  – постоянная, зависящая от свойств электрооптического вещества и геометрии модулятора и имеющая смысл напряжения, необходимого для полуволнового смещения,  $\varphi_0$  – независимый от времени фазовый сдвиг. Фазовый сдвиг определяется из следующего выражения

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0^3 r_{63}) V_0, \quad (4.6)$$

где  $n_0^3$  – показатель преломления среды,  $r_{63}$  – электрическая постоянная (электрооптические коэффициенты некоторых линейных сред приведены в табл. 4.1.),  $V_0$  – напряжение смещения равно

$$V_0 = \frac{\lambda}{n_0^3 r_{63}}. \quad (4.7)$$

Этой величиной часто пользуются для характеристики электрооптических свойств кристаллов.

Важным параметром модулятора является полуволновое смещение напряжения. Для кристаллов класса  $D_{2d}$  (ADP, KDP) оно равно

$$V_{\lambda/2} = \frac{h}{l} \cdot \frac{\lambda}{n_{0r63}^3}, \quad (4.8)$$

где  $h$  – размер электрооптической среды, измеряемый вдоль вектора напряженности электрического поля.

Модулятор, в котором при помощи двух прозрачных электродов создается электрическое поле в направлении распространения света, называется продольным. В этом случае  $h=l$ , где  $l$  – протяженность материала в направлении распространения света. Зависимость вносимой разности фаз ( $\Delta\phi$ ) от напряжения модуляции имеет вид

$$\Delta\phi_m = \pi \frac{V_m}{V_\pi}. \quad (4.9)$$

Модулятор, в котором при помощи двух электродов, размещенных на разных сторонах кристалла, на расстоянии  $h$  друг от друга, создается электрическое поле, поперечное относительно направления распространения света, называется поперечным. В этом случае  $h < l$ . Зависимость вносимой разности фаз  $\Delta\phi$  от напряжения модуляции и геометрии модулятора в этом случае имеет вид

$$\Delta\phi_m = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \frac{l}{h}. \quad (4.10)$$

## 4.2 Примеры решения типовых задач

**4.2.1.** Определить фазовую скорость и фазовую задержку на выходе из кристалла KDP, если электрическое поле, приложенное к кристаллу длиной  $l=2 \cdot 10^{-2}$  м, направлено вдоль оси  $oz$  и равно  $E=2 \cdot 10^6$  в/м.

Решение. При отсутствии электрического поля сечение оптической индикатрисы плоскостью  $z=0$  представляло собой окружность. Наложение электрического поля деформирует

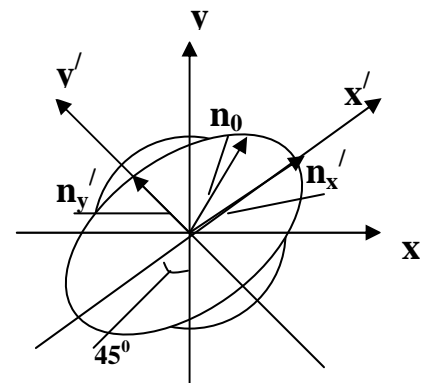


Рис. 4.1

круг в эллипс с главными осями  $OX'$  и  $OY'$ , составляющими  $45^\circ$  с осями  $OX$  и  $OY$  (рис. 4.1). Таким образом, при наложении поля кристаллы становятся двуосными и показатели преломления теперь равны

$$\left. \begin{aligned} n_{x'} &\approx n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E; \\ n_{y'} &\approx n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Если свет распространяется вдоль оси  $OZ$  (продольный электрооптический эффект), то скорости световой волны, поляризованной вдоль  $OX'$  или  $OY'$ , соответственно равны

$$v_{x'} = c/n_{x'}, \quad v_{y'} = c/n_{y'}, \quad (4.12)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

Пользуясь значениями параметров из табл. 4.1, определим скорости  $v_{x'}$  и  $v_{y'}$  для заданного кристалла

$$v_{x'} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51 + \frac{1}{2} 1,51^3 r_{63} E} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51 + \frac{1}{2} 1,51^3 \cdot 10,6 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^6} = 1,986 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

$$v_{y'} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51 - \frac{1}{2} 1,51^3 r_{63} E} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51 - \frac{1}{2} 1,51^3 \cdot 10,6 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^6} = 1,988 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Определим фазовую задержку  $\varphi$ , используя (4.6), светового сигнала, прошедшего через кристалл длиной  $l=2 \cdot 10^{-2}$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0^3 r_{63}) V_0 = \frac{2\pi}{0,63 \cdot 10^{-6}} (1,51^3 \cdot 10,6 \cdot 10^{-12}) \cdot 8 \cdot 10^3 = 0,926 \cdot \pi.$$

**Амплитудная модуляция.** При отсутствии напряжения поляризация света на выходе из кристалла совпадает с исходной. При изменении напряжения на кристалле осуществляется модуляция поляризации света (фазовая модуляция).

Когда падающий на кристалл свет поляризован линейно вдоль направления  $OX$ , можно осуществить модуляцию поляризации света, при этом разность фаз  $\varphi$  равна

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} (n_{x'} - n_{y'}) \cdot l = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot n_0^3 \cdot r_{63} \cdot U,$$

где  $U = E \cdot l$ , при этом коэффициент модуляции будет определяться параметром  $\varphi$ . Пропустив модулированный таким образом свет через анализатор, получим амплитудно-модулированный свет. Интенсивность света на выходе системы равна  $I = I_0 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ , где  $I_0$  – интенсивность падающего света.

$$\text{В этом случае, } \varphi = \varphi_0 + \pi \cdot n_0^3 \cdot r_{41} \frac{1}{h} \cdot U,$$

$$\text{где } \varphi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} (n_1 - n_0) \cdot l.$$

**4.2.2.** Определить интенсивность света, модулированного по амплитуде на выходе из модулятора, если пропустить модулированный свет через анализатор, таким же образом, как и в рассмотренном примере 4.2.1. Кристалл KDP взять с теми же размерами.

Решение. Если плоскости поляризации анализатора и падающего на кристалл света взаимно перпендикулярны, то интенсивность света на выходе из системы равна

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (4.13)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего света.

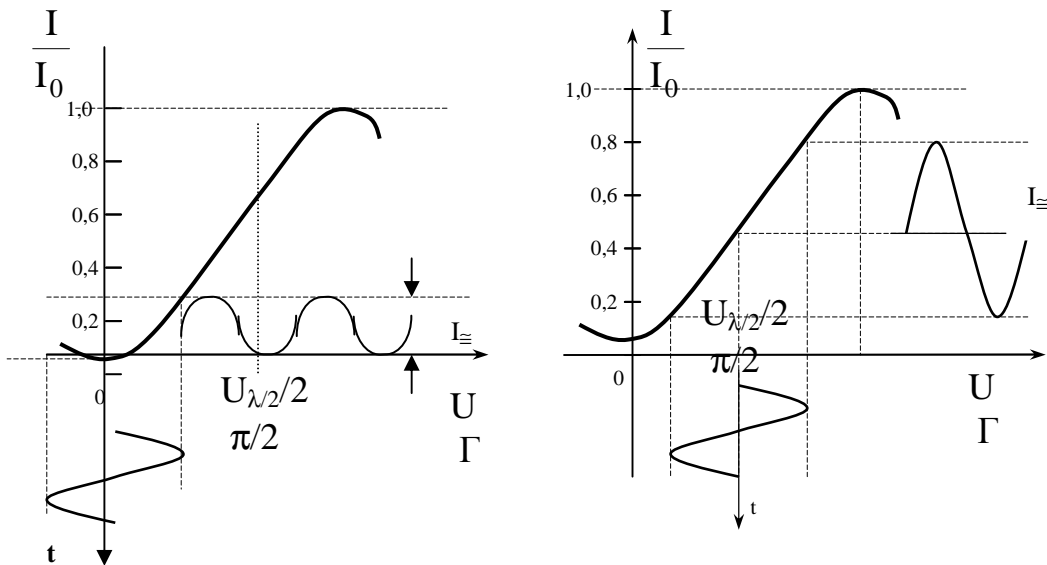


Рис. 4.2

На рис. 4.2 приведена зависимость относительной интенсивности света на выходе анализатора в зависимости от напряжения смещения, приложенного к кристаллу. Напряжение, соответствующее значению фазы  $\Gamma = \pi$ , определяется по (4.7); фазовая задержка  $\varphi$  прошедшего через модулятор оптического излучения определяется по (4.5).

### Линейный электрооптический эффект в кубических кристаллах.

Полуволновое смещение, поданное на модулятор, на кристалле кубического класса ( $\text{CuCl}$ ), определяется следующей формулой

$$V_{\lambda/2} = \frac{h}{l} \cdot \frac{\lambda}{n_0^3 r_{41}}, \quad (4.14)$$

где  $r_{41}$  – электрическая постоянная.

Электрооптические коэффициенты линейных сред приведены в табл. 4.1.

Рассмотрим на следующем примере случай распространения света вдоль одной из наведенных осей, например  $Ox'$ . Направление электрического поля и волнового вектора света в данном случае взаимно перпендикулярны (поперечный электрооптический эффект).

**4.2.3.** Рассчитать геометрические размеры,  $V_\pi$ , фазовый сдвиг и предельную частоту фазового электрооптического модулятора с поперечной геометрией, когда вектор напряженности управляющего поля и излучение взаимно ортогональны. Расчет провести для кристалла  $\text{LiNbO}_3$  в виде прямоугольного стержня (рис. 4.3), входная и выходная грани которого параллельны плос-

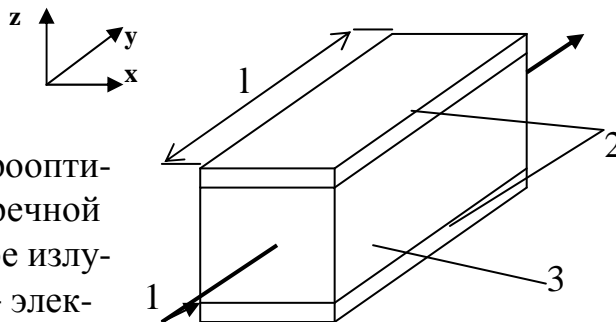


Рис. 4.3 – Фазовый электрооптический модулятор с поперечной геометрией: 1 – оптическое излучение; 2 – электроды; 3 – электрооптический кристалл

кости главных осей  $xz$ . Возбуждение конденсаторное. Длина волны оптического луча  $\lambda=0,63\text{мкм}$ ; частота модулирующего сигнала  $f=2\cdot 10^9$  Гц,  $l=2$  см,  $V_0=2,9\cdot 10^3$  В.

Решение. Проведем решение для кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , все исходные данные взяв из табл. 4.1, подберем высоту модулятора  $h$ , используя (4.7),

$$V_0 = \frac{\lambda}{2n_0^3 r_{41}}.$$

Пусть  $h=4\cdot 10^{-3}$  м, тогда  $V_\pi=V_0\cdot h/l=(2,9\cdot 10^3 \cdot 4\cdot 10^{-3})/2\cdot 10^{-2} = 5,8\cdot 10^2$  В. Такое напряжение вполне приемлемо для модуляторов, значит, оставляем выбранную высоту модулятора.

Определим величину фазовой задержки в зависимости от модулирующего напряжения в кристалле  $\text{LiNbO}_3$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l - \frac{\pi}{\lambda}(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})\frac{l}{h} V. \quad (4.15)$$

Если свет линейно поляризован вдоль оси, то изменение фазы, индуцированное внешним электрическим полем, равно

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{\lambda}(n_e^3 r_{33})\frac{l}{h} V. \quad (4.16)$$

Если приложенное напряжение синусоидально изменяется во времени и  $\varphi_0 = \pi/2$ , то изменение фазы дается выражением

$$\delta = \Delta\varphi_m = \pi \frac{V_m}{V_\pi} \frac{l}{h}. \quad (4.17)$$

Из (4.15) видно, что полуволновое напряжение можно уменьшить, выбирая более длинные кристаллические образцы, что позволяет увеличить область взаимодействия.

Пользуясь формулой (4.4), рассчитаем, что модулятор, при выбранной геометрии, обеспечивает частоту модуляции  $f_{\max} = 3,4$  МГц.

**4.2.4.** На кристалл подан переменный сигнал  $V = V_m \sin \omega t$ . Определить глубину модуляции при продольном эффекте.

Расчет провести для кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , изготовленного в виде прямоугольного стержня (рис. 4.3). Возбуждение конденсаторное. Длина волны оптического луча  $\lambda=0,63$  мкм; частота модулирующего сигнала  $f=2\cdot 10^9$  Гц,  $l=2$  см,  $V_0=2,9\cdot 10^3$  В.

Решение. Глубина модуляции света на выходе модулятора определяется выражением

$$m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (4.18)$$

Интенсивность света на выходе модулятора равна

$$I = I_0 \sin^2\left(\frac{\varphi_0}{2} \sin \omega t\right) = \frac{I_0}{2} \left[ 1 - J_0(\varphi_0) - 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(\varphi_0) \cos 2k\omega t \right], \quad (4.19)$$

где  $J_k(\varphi_0)$  – функция Бесселя  $k$ -го порядка.

При продольном эффекте разность фаз изменяется во времени по закону

$$\varphi = \varphi_0 \sin \omega t,$$

где

$$\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0^3 r_{63}) V_0.$$

Определяем интенсивность в максимуме, полагая  $\sin \omega t = 1$ , тогда

$$I_{\max} = I_0 / 2 \cdot \sin^2 \cdot \left[ \frac{2\pi}{0,63 \cdot 10^{-6}} (2,2^3 30,9 \cdot 10^{-12}) \cdot 2,9 \cdot 10^3 \right] = 0,9 \cdot I_0.$$

Определим интенсивность в минимуме, полагая  $\sin \omega t = 0,003$ . Это соответствует  $10^4$ .

$$I_{\min} = I_0 / 2 \cdot \sin^2 \cdot \left[ \frac{2\pi}{0,63 \cdot 10^{-6}} (2,2^3 30,9 \cdot 10^{-12}) \cdot 2,9 \cdot 10^3 \cdot 0,003 \right] = 0,1 \cdot I_0.$$

При таких значениях интенсивности коэффициент модуляции равен 80%.

Однако при малом модулирующем напряжении интенсивность выходящего света мала. При малых значениях  $\varphi_0$ , модуляция синусоидальна и имеет частоту  $2\omega$ . При больших  $\varphi_0$  в интенсивности света появляются компоненты с частотами  $4\omega$ ,  $6\omega$  и т.д.

Свет на выходе модулятора характеризуется величиной переменной составляющей интенсивности. Поэтому одной из важнейших характеристик модулятора является его эффективность  $\eta$ , определяемая отношением переменной составляющей интенсивности света на выходе  $I_{\text{пер}}$  к интенсивности падающего  $I_0$  света

$$\eta = I_{\text{пер}} / I_0. \quad (4.20)$$



В нашем случае,  $\eta=0,9$ .

Работа на линейном участке меняет и спектральный состав модулированного света:

$$I = I_0 \sin(\varphi_0 \sin \omega t) = \frac{I_0}{2} \left[ 1 + 2I_0 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(\varphi_0) \sin(2k+1) \cdot \omega t \right]. \quad (4.21)$$

Глубина модуляции в данном случае зависит от амплитуды переменного напряжения:

$$m = \sin \varphi_0, \text{ т.е. } m = \eta. \quad (4.22)$$

При поперечном эффекте к  $\varphi = \varphi_0 \sin \omega t$  добавляется постоянное смещение фазы  $\varphi = \varphi_{\text{пост}} + \varphi_0 \sin \omega t$ .

В зависимости от своего назначения применяются как узкополосные резонаторные модуляторы, так и широкополосные типа бегущей волны.

**Модуляторы с сосредоточенными параметрами.** Большинство модуляторов работают по схеме с сосредоточенными параметрами. На частотах ниже 100 – 200 МГц модуляцию света можно осуществлять, используя электрооптические кристаллы, помещенные в зазоре конденсатора, включенного в контур с сосредоточенными элементами.

**4.2.5.** Рассчитать мощность, необходимую для работы модулятора на продольном эффекте. Расчет провести для кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , изготовленного в виде прямоугольного стержня (рис. 4.4). Возбуждение конденсаторное. Длина волны оптического луча  $\lambda=0,63\text{мкм}$ ; частота модулирующего сигнала  $f=2 \cdot 10^9$  Гц,  $l=2$  см,  $h=4$  мм,  $m=80\%$ ,  $V_0=2,9 \cdot 10^3$  В.

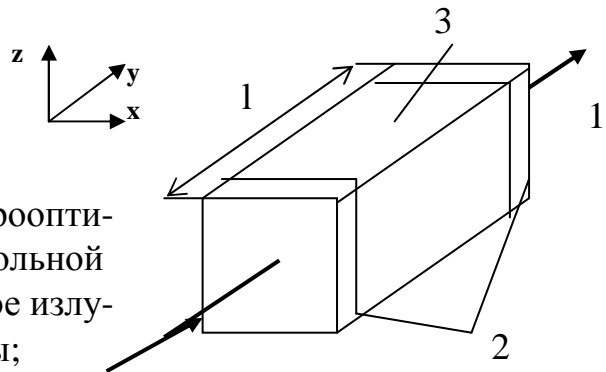


Рис. 4.4 – Фазовый электрооптический модулятор с продольной геометрией: 1 – оптическое излучение; 2 – электроды; 3 – электрооптический кристалл

Решение.

Мощность, необходимая для создания на кристалле напряжения  $V$ , равна

$$P = \frac{V^2}{2} (G + G_p) = \frac{V^2}{4} (C + C_p) \Delta\omega. \quad (4.23)$$

Таким образом, мощность  $P$  пропорциональна полосе модуляции, полной емкости модулирующего контура и квадрату напряжения.

В случае использования продольного электрооптического эффекта модулирующее напряжение, соответствующее заданной глубине модуляции  $m$ , не зависит от размеров кристалла и определяется только длиной волны света, показателем преломления  $n$  и электрооптической константой  $r$ . При этом уменьшение модулирующей мощности может быть достигнуто за счет уменьшения потерь контура и кристалла. Для пропускания сквозь кристалл пучка света, определенного диаметра, необходимо, чтобы поперечные размеры кристалла были больше диаметра пучка. Емкость кристалла длиной  $l$  (вдоль направления света) с квадратным поперечным сечением  $h^2$  равна

$$C = \epsilon h^2 / 4\pi l, \quad (4.24)$$

а утечка

$$G = \epsilon h^2 \omega \operatorname{tg} \delta / 4\pi l. \quad (4.25)$$

Если паразитная утечка контура мала по сравнению с утечкой кристалла  $G$ , то модулирующая мощность пропорциональна величине  $h^2/l$ :

$$P = \frac{\lambda^2 (\arcsin m)^2}{32\pi^3} \frac{\epsilon \operatorname{tg} \delta h^2}{n^6 r^2 l} \omega. \quad (4.26)$$

Для получения мощности подставляем в (4.26) заданные значения и необходимые параметры из табл. 4.1

$$P = \frac{\lambda^2 (\arcsin m)^2}{32\pi^3} \frac{\epsilon \operatorname{tg} \delta h^2}{n^6 r^2 l} \omega = \frac{0,63 \cdot 10^{-6} (\arcsin 0,8)^2}{32 \cdot 3,14^3} \cdot \frac{28 \cdot \operatorname{tg} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2,2^6 \cdot (37 \cdot 10^{-12})^2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{1} \omega = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Вт.}$$

Требуемая управляющая мощность может быть вычислена также из такого выражения

$$P = \frac{\pi}{2} \Delta f \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot U_0^2 \frac{d^2}{l} \left(\frac{\Phi}{\pi}\right)^2, \quad (4.27)$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ ,  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость материала,  $\Delta f$  – ширина полосы пропускания которого удовлетворяет соотношению

$$\Delta f \cdot \pi \cdot R \cdot C = 1. \quad (4.28)$$

Таким образом, мощность пропорциональна ширине полосы пропускания и квадрату глубины модуляции  $\Phi$ . Это справедливо

для всех типов модуляторов, поэтому  $\eta = \frac{P}{\Delta f (\Gamma)^2}$  называют

критерием качества материала.

### 4.3 Акустооптические модуляторы

Модуляция света при акустооптическом взаимодействии находит широкое применение, в том числе в модуляторах света и дефлекторах. При взаимодействии света со звуковыми волнами наиболее интересное явление представляет собой дифракция света на акустических возмущениях среды. При распространении звука в среде возникает соответствующее поле напряжений. Эти напряжения приводят к изменению показателя преломления. Такое явление называется фотоупругим эффектом.

В основе работы акустооптических устройств лежит взаимодействие звуковых и световых волн, в результате которого происходит модуляция или отклонение светового потока.

Изменение показателя преломления вещества возможно не только при воздействии электрических и магнитных полей, но и при механических деформациях упругой среды. Распространяющаяся ультразвуковая волна сопровождается механическими напряжениями среды. Это явление носит название фотоупругости. Вследствие эффекта фотоупругости, который присущ всем твердым и жидким телам, механические напряжения вызывают деформацию молекул среды, что приводит к изменению показателя преломления. Так как скорость распространения упругой деформации значительно меньше скорости света в среде, то создание однородных акустических полей возможно лишь на очень низких

частотах. Поэтому при периодическом изменении упругих деформаций в кристалле акустическое поле обычно является неоднородным по сечению светового пучка. Модулирующее поле периодически не только во времени, но и в пространстве, т.е. модуляция осуществляется акустическими волнами. Если модуляция производится на собственных частотах кристалла (стоячая акустическая волна), то деформации резко увеличиваются, что снижает потребляемую модулятором мощность. Использование в фотоупругих модуляторах стоячей волны, давая значительный выигрыш по модулирующей мощности, резко сужает полосу частот. Поэтому такие модуляторы находят применение в узкополосных системах, например в дальномерах.

Рассмотрим подробнее дифракцию света на ультразвуковых волнах.

Явление дифракции может быть рассмотрено с помощью волнового уравнения для напряженности электрического поля световой волны:

$$\Delta^2 \cdot E - \mu \frac{d^2}{dt^2} (\epsilon E) = 0. \quad (4.29)$$

Уравнения световых волн в этой системе определяют зависимость между амплитудами падающей и дифрагированной волн при их распространении в возмущенной среде.

Качественно явление дифракции света на ультразвуковых волнах можно объяснить следующим образом. Ультразвуковая волна, распространяясь в твердом теле или жидкости, создает локальные сжатия и разрежения среды. Вследствие эффекта фотоупругости, в среде образуются периодические слои с отличающимся показателем преломления. Эти слои движутся со скоростью звука. Период слоистой структуры равен длине ультразвуковой волны. Эта периодическая структура играет роль дифракционной решетки для световой волны. При прохождении света через такую структуру возникает дифракция.

Изменения показателя преломления, вызванные действием электрического поля или механического напряжения, вызываемого действием упругих деформаций, сопровождающих упругую волну, можно выразить следующим образом

$$\Delta n = -n^3 p S^C / 2, \quad (4.30)$$

где  $p$  – упругооптическая постоянная,  $S^C$  – амплитуда деформаций.

Если плотность энергии упругой деформации

$$q = CS^C/2 = \rho_{зв} v_{зв}^2 S^C/2, \quad (4.31)$$

где  $C$  – модуль упругости;  $\rho_{зв}$  – плотность материала звукопровода;  $v$  – скорость звука, то акустическая мощность, излучаемая пьезопреобразователем в звукопровод, будет равна

$$P_{ак} = qv_{зв}Lb = Lbv_{зв}^3\rho_{зв}S^C/2, \quad (4.32)$$

где  $b$ ,  $L$  – ширина и длина звукового столба, излучаемого пьезопреобразователем.

Определяя из (4.32) амплитуду деформаций и подставляя ее значение в (4.30), находим приращение показателя преломления, вызываемое ультразвуковой волной:

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^2 p \sqrt{\frac{2P_{ак}}{Lb\rho_{зв} v_{зв}^3}}, \quad (4.33)$$

Изменение показателя преломления приводит к изменению оптической длины пути в кристалле и, таким образом, к изменению фазы световой волны на величину

$$\Psi = (d\Psi / dl)L = (2\pi / \lambda) \cdot L\Delta n, \quad (4.34)$$

где  $\lambda$  – длина световой волны в звукопроводе ( $\Psi$  – индекс фазовой модуляции).

Подставляя (4.33) в (4.34), получаем

$$\Psi = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{2 \frac{L}{b} \frac{n^6 p^2}{\rho_{зв} v_{зв}^3} P_{ак}}. \quad (4.35)$$

Если длина звуковой волны велика, а направление падающего света параллельно фронтам акустической волны и его путь через звукопровод мал, то падающий свет разделяется на много пучков различного порядка  $m$ . Этот вид дифракции получил название дифракции Рамана–Ната (см рис. 4.5). В случае бегущей волны интенсивность света в 1-м дифракционном порядке  $I = I_0 J_1^2(\Psi)$ , где

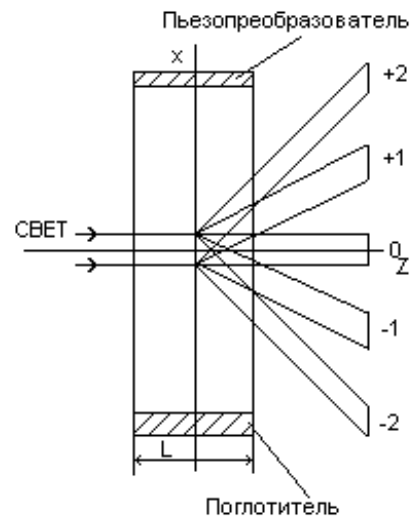


Рис. 4.5 – Дифракция Рамана–Ната

$I_0$  – интенсивность падающего света,  $J_1$  – функция Бесселя 1-го порядка. С учетом (4.35)

$$I_1 = I_0 J_1 \left( \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta n \right). \quad (4.36)$$

При малых индексах фазовой модуляции

$$I_1 = I_0 J_1 \left( \frac{2\pi L}{\lambda} \Delta n \right). \quad (4.37)$$

Используя (4.36), запишем (4.37) в виде

$$I_1 = I_0 \frac{\pi L}{\lambda} \sqrt{2 \frac{1}{b} \frac{n^6 p^2}{\rho_{зв} v_{зв}^3} P_{ак}}$$

или

$$I_1 = I_0 \frac{\pi L}{\lambda} \sqrt{M_2 \frac{1}{b} P_{ак}}. \quad (4.38)$$

Таким образом, интенсивность света в дифракционных максимумах зависит от акустооптического качества  $M_2$ , акустооптической мощности, излучаемой в звукопровод пьезопреобразователем, и геометрических размеров акустического столба в звукопроводе. Акустическая мощность, выражаемая через амплитуду смещения частиц звукопровода в волне  $U_i$ ,

$$P_{ак} = Z_{зв} \Omega^2 U_i^2 b L / 2, \quad (4.39)$$

где  $Z_{зв}$  – акустооптическое сопротивление материала звукопровода;  $\Omega$  – циклическая частота ультразвукового сигнала.

Амплитуда смещения частиц звукопровода без учета потерь в материале, соединяющем пьезопреобразователь со звукопроводом, имеет вид:

$$U_i = (4d_{ij} / \pi^2) U Q_M, \quad (4.40)$$

где  $d_{ij}$  – пьезомодуль материала пьезопреобразователя (справочные данные);  $U$  – управляющее электрическое напряжение;  $Q_M$  – механическая добротность пьезоэлектрического излучателя. Подставляя (4.40) в (4.39), получаем

$$P_{ак} = 6,4 b L Z_{зв} f_{ак}^2 d_{ij}^2 \theta_M^2 U^2, \quad (4.41)$$

где  $f_{ак}$  – резонансная частота пьезопреобразователя.

Таким образом, акустическая мощность, излучаемая пьезопреобразователем в звукопровод, определяется размерами пьезопреобразователя, его пьезоэлектрическими свойствами, механической добротностью и акустическим сопротивлением материала звукопровода.

Для выявления особенностей конструирования и работы акустооптических устройств с требуемыми параметрами следует остановиться более подробно на различных режимах дифракции света на ультразвуке.

**Дифракция Рамана–Ната.** Дифракция Рамана–Ната наблюдается на низких звуковых частотах и при не слишком большой длине взаимодействия (глубине акустического поля), когда диаметр светового пучка  $D_{вх}$  (рис. 4.6) значительно больше длины акустической ( $D_{вх} \gg \Lambda$ ). Угол между направлением распространения света и фронтом акустической волны равен  $90^\circ$ .

Дифракционный спектр Рамана–Ната представляет расположенные симметрично по обе стороны от прошедшего пучка, равноотстоящие друг от друга дифракционные максимумы. Угловое направление дифракционных максимумов (рис. 4.6) определяется относительно нулевого (соответствующего прямо прошедшему свету), определяется формулой

$$\sin(\theta_m) = \frac{m\lambda}{\Lambda} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \pm \dots), \quad (4.42)$$

где  $\theta_m$  – угловое направление на дифракционный максимум  $m$ -го порядка;

$\Lambda$  – длина звуковой волны;

$\lambda$  – длина световой волны в веществе.

Знак «+» (см. рис. 4.6) соответствует максимумам, которые расположены с той стороны, куда отражается свет от фронтов звуковой волны.

Физическая интерпретация дифракции Рамана–Ната состоит в следующем. При неизменной длине волны света на низких звуковых частотах при малой длине взаимодействия направление распространения падающего света остается прямолинейным и оптическая неоднородность среды, связанная с изменением показателя преломления, влияет только на одну фазу света, прошедшего через акустический столб.

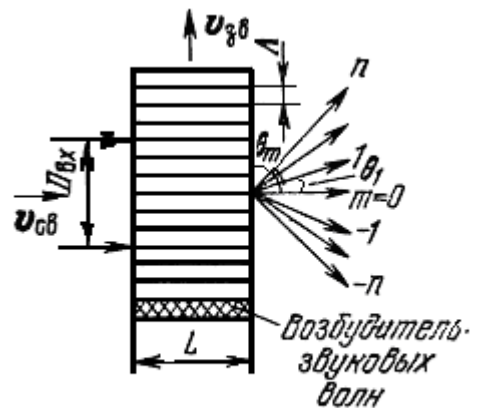


Рис. 4.6

Для света роль акустической волны в этом случае сводится к созданию движущейся со скоростью звука фазовой решетки с периодом, равным периоду звуковой волны. Это соответствует законам дифракции на обычной фазовой решетке и объясняет наличие симметрично расположенных максимумов.

При использовании бегущих акустических волн фазовая решетка в среде движется со скоростью звука. При использовании стоячей звуковой волны период фазовой решетки равен  $\Lambda / 2$ ; с учетом неравенства  $c/v_{зв} \gg 1$ , где  $c$  – скорость света, «фазовую решетку» можно считать практически неподвижной для распространяющейся световой волны.

Поскольку скорость звуковой волны много меньше скорости света в среде, то можно считать, что в каждый момент времени свет будет взаимодействовать с неподвижной средой, у которой коэффициент преломления меняется от точки к точке. Оптические лучи, проходящие через различные участки модулятора, испытывают различные фазовые сдвиги:

$$\psi(x) = \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot n(x) \cdot L. \quad (4.43)$$

Таким образом, световая волна, выходящая из модулятора, представляет собой пространственно-модулированную по фазе волну, отображающую форму входного сигнала.

**Дифракция Брэгга.** Дифракция Брэгга (рис. 4.7) имеет место на высоких частотах при большой длине взаимодействия света с акустической волной, когда пучок света падает на бегущую акустическую волну не нормально к направлению распространения звука, а под небольшим углом  $\varphi$ . При условии  $D_{вх} \gg \Lambda$  наблюдается дифракция с ярко выраженной дискриминацией дифракционных максимумов высшего порядка.

Свет испытывает как фазовые, так и амплитудные возмущения, и происходит постепенный переход от дифракции на фазовой

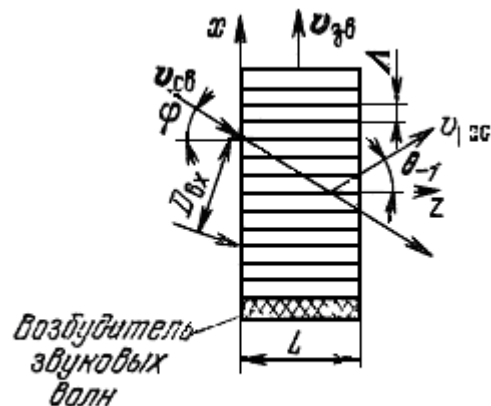


Рис. 4.7



решетке (дифракции Рамана-Ната) к рассеянию на объемной периодической структуре (дифракции Брэгга). Рассмотрим это понятие подробнее. На рис. 4.7 показано взаимодействие световой волны с акустически возмущенной средой при  $D_{\text{вх}} \gg \Lambda$ ,  $\varphi = \arcsin(\lambda / 2\Lambda)$ . На высоких частотах и при значительной глубине акустического поля, акустооптическое взаимодействие целиком приобретает объемный характер, и происходит селективное (выборочное) отражение света под углом Брэгга от движущейся периодической структуры, созданной ультразвуковой волной.

Достоинством дифракции Брэгга является перекачка всей дифрагированной энергии в один дифракционный максимум, что позволяет реализовать устройства с перекрытием по частоте  $F_{\text{max}}/F_{\text{min}} < 2$ .

Еще одна особенность в том, что на расходящихся звуковых пучках дифракция Брэгга будет иметь место в конечной полосе частот.

**Дифракция Брэгга в изотропной среде.** Пусть плоская монохроматическая волна падает на гиперзвуковой пучок, ограниченный по  $Z$  и распространяющийся в направлении  $X$  под небольшим углом  $\theta$  (рис. 4.7). При условии  $D_{\text{вх}} \gg \Lambda$  наблюдается дифракция с ярко выраженной дискриминацией дифракционных максимумов высшего порядка. Если для длины взаимодействия  $L$  и угла  $\theta$  выполняются условия

$$\pi L \lambda / \Lambda^2 \gg 1, \quad (4.44)$$

где  $\lambda$  – длина волны оптического диапазона, то, практически, все падающее излучение дифрагирует в один дифракционный максимум с направлением

$$\theta_{-1} = -\arcsin(\lambda / \Lambda). \quad (4.45)$$

Соотношения (4.44) и (4.45) определяют условия дифракции Брэгга и указывают на возможность управления дифракционными явлениями путем изменения интенсивности звуковой волны и ее длины. Модуляция параметров акустической волны приведет к модуляции параметров фазовой решетки и, следовательно, к изменению параметров дифрагированного оптического излучения, которое обнаруживается при прохождении его через пространственные или поляризационные фильтры. Изменяются не только

амплитудные и фазовые характеристики оптического пучка, направление его распространения, но и поляризационное состояние, так как дифракция в анизотропных средах сопровождается поворотом плоскости поляризации рассеянной (дифрагированной) волны. На рис. 4.8 изображен схематически один из применяемых акустооптических модуляторов.

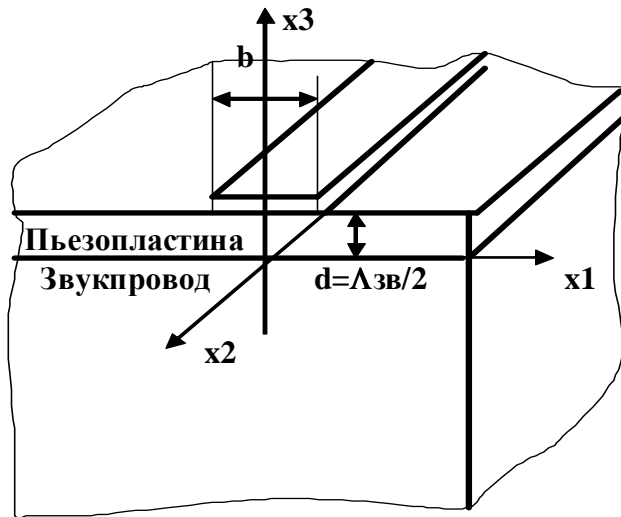


Рис. 4.8

#### 4.4 Примеры решения типовых задач

**4.4.1.** Оцените порядок величины угла  $\theta$ , в случае дифракции света длиной волны  $\lambda=0,5$  мкм на звуковой волне частотой 500МГц, если угловая ширина полосы пропускания определяется выражением

$$\Delta\omega \equiv \frac{2\pi\vartheta}{\Lambda} = \Omega . \quad (4.46)$$

Решение. Выбирая из табл. 4.2 скорость звука, равную  $\vartheta=1,5 \cdot 10^3$  м/с и используя (4.46), определяем ширину оптической частоты  $\Delta\omega$ . Связь между  $\Delta\omega$  и  $\theta$  осуществляется через  $\vartheta_{\parallel}$  – проекцию скорости объекта на направление распространения волн ( $\vartheta_{\parallel}=\vartheta\sin\theta$ )

$$\Delta\omega = 2\omega \frac{\vartheta_{\parallel}}{c/n} . \quad (4.47)$$

Следовательно,

$$\Delta\omega = 2\omega \frac{\vartheta \sin \theta}{c/n}. \quad (4.48)$$

Таблица 4.2 – Свойства некоторых материалов, используемых обычно для получения дифракции света на звуке

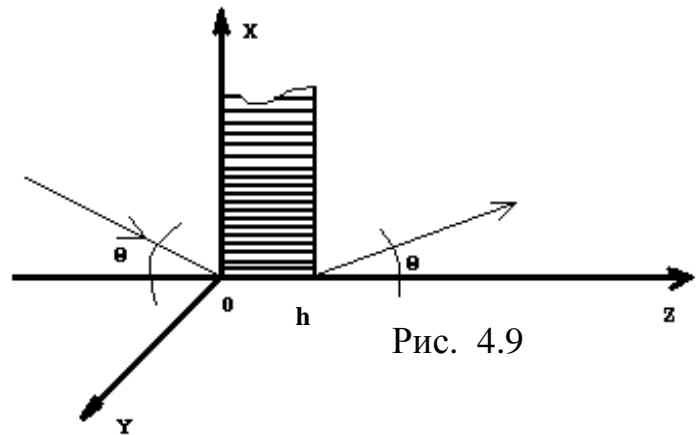
Материал	$\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\vartheta$ , км/с	n	p	M	M <sub>w</sub>
вода	1,0	1,5	1,33	0,31	160	1/0
плавленый кварц (SiO <sub>2</sub> )	6,3	3,1	1,92	0,25	1,51	0,12
ниобат лития (LiNbO <sub>3</sub> )	4,7	7,4	2,25	0,150	6,99	0,012
сапфир (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	4,0	11,00	1,76	0,17	0,34	0,001
PbMoO <sub>4</sub>	6,95	3,75	2,30	0,28	73	0,22

$\rho$  – плотность,  $\vartheta$  – скорость звука, n – показатель преломления, p – эффективный коэффициент фотоугрости, M<sub>w</sub> – относительная эффективность дифракции.

Из условия брэгговской дифракции (рис. 4.9) определяем длину звуковой волны  $\Lambda = 3 \cdot 10^{-6}$  м и, подставляя в (4.48), определяем  $\theta$ .

$$2\Lambda \sin \theta = \frac{\lambda}{n}, \quad (4.49)$$

Ответ:  $\theta = 6 \cdot 10^{-2}$  рад = 3,6°.



Условие брэгговской дифракции (4.49) найдено в предположении, что периодическое возмущение неподвижно относительно светового пучка. Влияние движения можно учесть, если рассмотреть доплеровский сдвиг для оптического пучка, падающего на зеркало, перемещающееся со скоростью  $\vartheta$  под углом, удовлетворяющим условию Брэгга (4.49). Формула для доплеровского сдвига частоты волны, отражающейся от движущегося

объекта, имеет вид (4.47). Легко доказать, что частота отраженной световой волны возрастает на величину  $\Omega$ .

Если направление распространения звуковой волны изменить на обратное тому, которое указано на рис. 4.10, то звук догоняет оптическую волну, так что знак доплеровского сдвига меняется на противоположный и частота дифрагированного на звуке светового пучка становится равной  $\omega - \Omega$ .

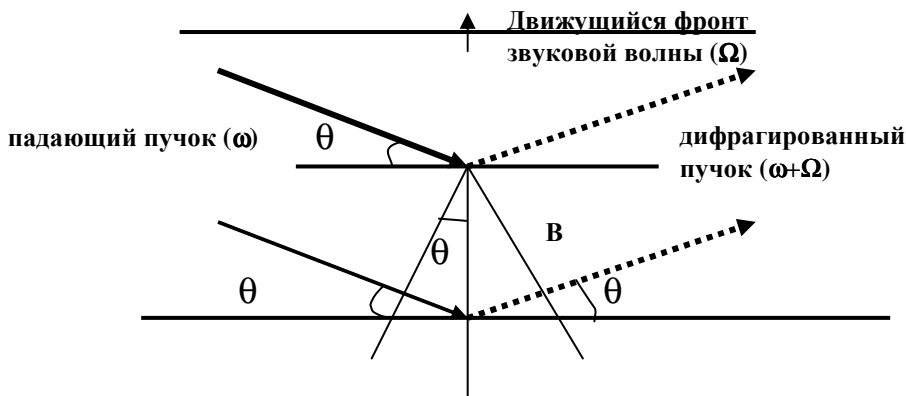


Рис. 4.10

**Брэгговская дифракция на малых углах.** Если угол между направлением распространения светового пучка и волновым фронтом акустической волны мал (рис. 4.11), то длина взаимодействия  $L$  совпадает с шириной акустического пучка.

Если длина взаимодействия  $L$  двух пучков удовлетворяет условию  $kL = \pi/2$ , то вся мощность падающей волны передается дифрагированному пучку. Оценим эффективность такой дифракционной передачи энергии для известных акустических сред и практически достижимых уровней мощности звука

$$I_{\text{диф}} / I_{\text{пад}} = \sin^2 kL, \quad (4.50)$$

где  $k$  – коэффициент связи.

Отношение интенсивности дифрагированного света к интенсивности падающего в невозмущенной среде называется эффективностью дифракции.

В другом виде соотношение (4.50) можно записать так:

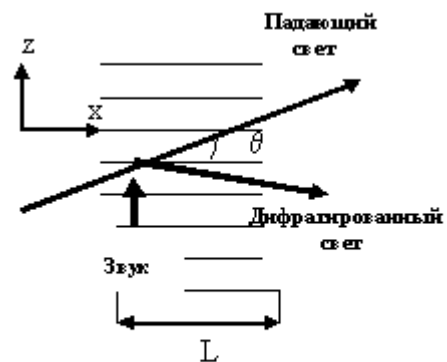


Рис. 4.11

$$I_{\text{диф}} / I_{\text{пад}} = \sin^2 \left( \frac{\pi L}{\sqrt{2\lambda}} \sqrt{M I_{\text{зв}}} \right). \quad (4.51)$$

Величина  $M$  представляет собой эффективность дифракции акустооптического материала при данном уровне акустической мощности и определена выражением

$$M = \frac{n^5 \bar{p}^2}{\rho \vartheta^3}. \quad (4.52)$$

Все параметры формулы (4.52) определяются из табл. 4.2.

**4.4.2.** Определить эффективность дифракции для воды, в предположении, что падающая и дифрагированная световые волны поляризованы параллельно плоскости падения (плоскости  $xz$ ). В этом случае, задаваясь  $L=1\text{мм}$ ,  $\lambda=0,6328\text{ мкм}$  и выбирая из табл. 4.2 все остальные постоянные, а именно  $n=1,33$ ,  $\bar{p}=0,31$ ,  $\vartheta=1,5 \cdot 10^3\text{ м/с}$ ,  $\rho=1000\text{ кг/м}^3$ , из выражения (4.31) для нашего примера получаем

$$I_{\text{диф}} / I_{\text{пад}} = \sin^2 \left( 1,4 L \sqrt{I_{\text{зв}}} \right), \quad (4.53)$$

где  $I_{\text{зв}} = \frac{1}{2} \rho \vartheta^3 \bar{S}^2$  – интенсивность звука.

Из (4.53) следует, что при низкой эффективности дифракции интенсивность дифрагированного света пропорциональна интенсивности звука. Это явление используется в акустических модуляторах оптического излучения. Для модуляции звука используется сигнал, содержащий передаваемую информацию. Модулированный сигнал, в соответствии с (4.53), преобразуется в модуляцию интенсивности оптического пучка.

**4.4.2.** Вычислить долю мощности с длиной волны  $0,633\text{ мкм}$ , которая дифрагирует при выполнении условия Брэгга на звуковой волне в  $\text{PbMoO}_4$  со следующими характеристиками: акустическая мощность  $= 1\text{ Вт}$ , поперечное сечение акустического пучка  $1\text{мм} \times 1\text{мм}$ , оптическая длина пути  $L$  в акустическом пучке равна  $1\text{ мм}$ . Из табл. 4.2 определяем  $M_w$ , равное  $0,22$ .

Подставляя эти значения в формулу (4.53)

$$I_{\text{диф}} / I_{\text{пад}} = \sin^2 \left( 1,4 \frac{0,6328}{\lambda(\text{мкм})} \sqrt{M_w I_{\text{зв}}} \right), \quad (4.54)$$

получаем  $I_{\text{диф}} / I_{\text{пад}} \approx 40\%$ .

**Дифракция Брэгга при больших углах** соответствует акустооптическому взаимодействию, конфигурация которого изображена на рис. 4.12. Анализ распространения волны в этом случае относительно прост, поскольку среда однородна как в  $x$ -, так и в  $y$ -направлении.

**4.4.3.** Рассмотрим случай, когда акустическая сдвиговая волна и падающий световой пучок распространяются параллельно оси  $y$  кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , вдоль которой имеет место акустооптическое взаимодействие. Пусть падающий световой поток представляет собой необыкновенную волну, поляризованную вдоль оси  $z$  (оси  $c$ ) кристалла, а дифрагированный пучок – обыкновенную волну, поляризованную вдоль оси  $x$  кристалла.

Постоянную связи  $k_{12}$  при условиях  $n_1=n_e$ ,  $n_2=n_o$ ,  $\theta_1=\theta_2=\pi/2$ , где  $n_e$ ,  $n_o$  – показатели преломления кристалла, можно записать в виде

$$k_{12} = -\frac{\omega(n_e n_o)^{3/2} p_{41} S_6}{4c}, \quad (4.55)$$

где  $S_6$  – амплитуда напряжений.

Максимальная передача мощности ( $\sin^2 sL$ ) достигается при разности составляющих волновых векторов, равных нулю ( $\Delta\beta=0$ ), или

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e) = \frac{2\pi}{\Lambda}. \quad (4.56)$$

Для 100%-ного преобразования мощности требуется выполнение условия  $|k_{12}|L = \frac{1}{2}\pi$ , где  $L$  – длина взаимодействия.

Для кристалла  $\text{LiNbO}_3$  длиной 10 см на центральной длине волны излучения  $\lambda=0,6328$  мкм, выбирая из табл. 4.2, имеем  $n_e=2,2$ ,  $n_o=2,29$ ,  $p_{41}=-0,151$ ,  $\rho=4640$  кг / м<sup>3</sup>  $\vartheta=4,0 \cdot 10^3$  м/с. Тогда

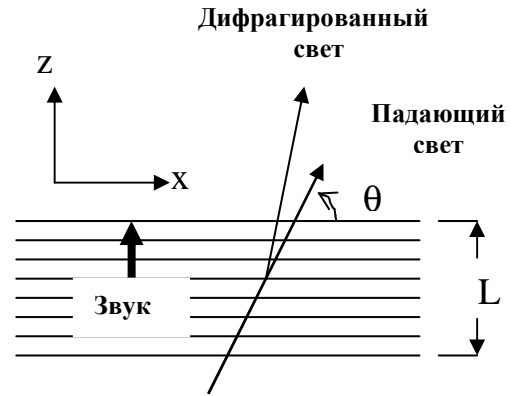


Рис.4.12

из формул (4.55), (4.56), (4.53) следует, что для 100% преобразования плотность акустической мощности должна быть равна 0,2 Вт / см. Частота звука, определенная по формуле (4.36), равна 0,57 ГГц.

Допустимая полоса модулирующих  $\Delta f_{m0}$  частот по уровню 0,5:

$$\Delta f_{m0} = \frac{1}{s} \cdot \sqrt{\frac{\log(2)}{2}} \cdot f_0, \quad (4.57)$$

где  $s$  – коэффициент запаса,  $f_0$  – рабочая частота.

Найдем предельную полосу модулирующих частот при  $a=1$  (отношение дифракционных расходимостей света и звука) с учетом ограничения допустимой полосы:

$$\Delta f_{m1} = \sqrt{\frac{\ln(2)}{2}} \cdot \frac{\vartheta^2}{L \cdot \lambda \cdot f_0}, \quad (4.58)$$

где  $L$  – длина однородного преобразователя.

Максимальная (предельная) полоса модулятора  $\Delta f_{max}$  достигается в точке пересечения кривых  $\Delta f_{max}$  и  $\Delta f_{01}$  (см. рис. 4.13). Область частот, которые нельзя реализовать, заштрихована.

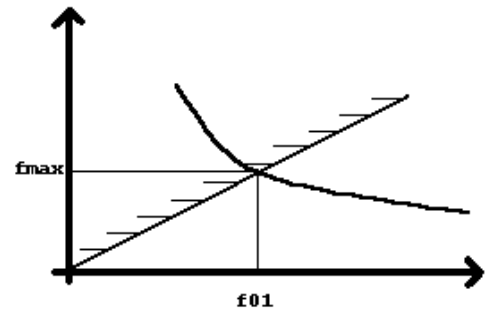


Рис. 4.13

**Дифракция Рамана–Ната.** Для реализации двух режимов дифракции: дифракции Брэгга (рис. 4.14, а) и дифракции Рамана–Ната (рис. 4.14, б), обычно вводится безразмерный параметр  $Q$ :

$$Q = \frac{2\pi\lambda L}{n\Lambda^2}. \quad (4.59)$$

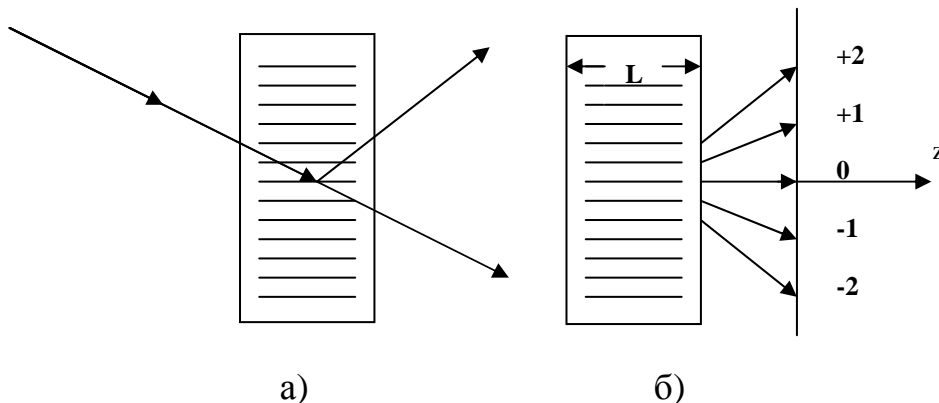


Рис. 4.14

Режим  $Q > 1$  называют брэгговской оптической дифракцией. В этом режиме, как мы наблюдали, многократное рассеяние запрещено и имеет место только один порядок дифракции света. Область же  $Q < 1$  определяют как режим оптической дифракции Рамана–Ната. В этом режиме угловой разброс акустического пучка существенно больше, чем угол Брэгга  $\theta_B$ , и поэтому можно наблюдать много порядков дифракции. Начальный световой пучок с угловой частотой  $\omega$  после взаимодействия с акустической волной расщепляется на несколько пучков, отвечающих различным порядкам дифракции. Эти порядки обозначаются числами  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, m$ , которые соответствуют частотам  $\omega, \omega \pm \Omega, \omega \pm 2\Omega, \dots, \omega \pm m\Omega$  и волновым векторам  $\vec{k}, \vec{k} \pm \vec{K}, \vec{k} \pm 2\vec{K}, \dots, \vec{k} \pm m\vec{K}$ . Пучок  $0$  – это падающий пучок, пучок  $+m$  отвечает поглощению фононов, а пучок  $-m$  – испусканию  $m$  фононов.

**4.4.4.** Рассчитать эффективность дифракции, отвечающей каждому дифракционному порядку в тонком слое среды, в котором акустическая волна создает модуляцию показателя преломления в виде бегущей волны:

$$\Delta n(x, y, z, t) = \begin{cases} \Delta n_0 \sin(\Omega t - \vec{K} \cdot \vec{r}), & 0 < z < L, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4.60)$$

Решение. Для простоты предположим, что среда является изотропной и что  $\Delta n$  – скалярная величина. Запишем падающую оптическую волну в виде

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (4.61)$$

Пусть эта волна при  $z = 0$  падает на тонкий слой среды, в которой распространяется звуковая волна. В режиме дифракции Рамана–Ната – ( $Q < 1$ ) длина взаимодействия  $L$  достаточно мала, так что такой периодически возмущенный слой ( $0 < z < L$ ) действует как фазовая решетка. Иными словами, при прохождении света через возмущенную область ( $0 < z < L$ ) происходит лишь модуляция фазы плоской волны. Таким образом, прошедшую волну можно записать в виде

$$E = E_0 \exp[-i\varphi + (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (4.62)$$



где  $\varphi$  – фазовый сдвиг. Если длина пути в возмущенной области равна

$$L/\cos\theta, \quad (4.63)$$

то фазовый сдвиг будет определяться как

$$\varphi = \frac{\omega}{c} \Delta n_0 \frac{L}{\cos\theta} \sin(\Omega t - \vec{K} \cdot \mathbf{r}). \quad (4.64)$$

С учетом (4.64), прошедшее поле будет выглядеть

$$E_t = E_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \mathbf{r}) - i\delta \sin(\Omega t - \vec{K} \cdot \mathbf{r})], \quad (4.65)$$

где величина  $\delta$  – индекс модуляции и равна

$$\delta = \frac{\omega L \Delta n_0}{c \cdot \cos\theta} = \frac{2\pi L \Delta n_0}{\lambda \cos\theta}. \quad (4.66)$$

Следует отметить, что прошедшее поле оказывается промодулированным по фазе. Используя тождество для функций Бесселя, прошедшее поле можно записать в виде

$$E_t = E_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\delta) \exp[i(\omega - m\Omega)t - i(\mathbf{k} - m\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}]. \quad (4.67)$$

В соответствии с этим выражением прошедшее поле представляет собой линейную суперпозицию плоских волн с частотами  $\omega - m\Omega$  и волновыми векторами  $\mathbf{k} - m\mathbf{K}$ , которые в точности совпадают с рассмотренными выше дифрагированными пучками  $m$ -го порядка. Амплитуда дифрагированного пучка  $m$ -го порядка равна  $J_m(\delta)$ . Таким образом, эффективность дифракции Рамана–Ната  $m$ -го порядка можно записать в виде

$$\eta_m = J_m^2(\delta) = J_m^2\left(\frac{2\pi L \Delta n_0}{\lambda \cos\theta}\right). \quad (4.68)$$

При отсутствии модуляции ( $\Delta n_0 = 0$ ) вся энергия светового потока сосредоточена в порядке  $m = 0$ , т.е.  $\eta_0 = 1$  и  $\eta_m = 0$  для  $m \neq 0$ . Эффективность дифракции для порядков  $m = \pm 1$  максимальна при индексе модуляции  $\delta = 1,85$ . Нулевой порядок полностью гасится при  $\delta = 2,4$ , когда  $J_0(2,4) = 0$ . Используя тождество

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^2(\delta) = J_0^2(0) = 1, \quad (4.69)$$

МЫ ВИДИМ, ЧТО

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m = 1. \quad (4.70)$$

Иными словами, чтобы выполнялся закон сохранения энергии, сумма интенсивностей всех дифракционных порядков должна быть равна интенсивности падающего пучка.

## 4.5 Дефлекторы

### Общие сведения о дефлекторах светового луча.

Устройства, позволяющие управлять направлением распространения оптических лучей, называются дефлекторами (рис. 4.15).

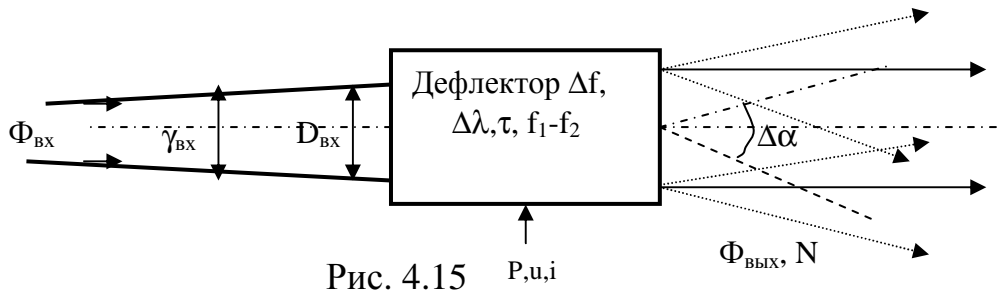


Рис. 4.15

Оптическое излучение – это электромагнитное излучение с частотами от  $3 \cdot 10^{19}$  до  $3 \cdot 10^{10}$  Гц или длинами волн от  $1 \cdot 10^{-11}$  до  $1 \cdot 10^{-2}$  м.

Отклоняющая система может быть механической, электрооптической и акустооптической.

По функциональному назначению дефлекторы делятся на приборы непрерывного и дискретного отклонения луча.

Параметры и характеристики дефлектора.

*Закон сканирования* определяет характер движения луча, который может быть линейным, синусоидальным, пилообразным и т.д.

*Амплитуда угла отклонения*  $\nabla \alpha$  характеризует максимальное угловое перемещение луча. Она выражается в радианах (в системе СИ) или градусах.

*Угловая расходимость* светового пучка для непрерывных дефлекторов:

$$\gamma = \xi \left( \frac{\lambda}{n} D \right), \quad (4.71)$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения;  $D$  – ширина пучка;  $n$  – показатель преломления среды;  $\xi$  – коэффициент, зависящий от формы пучка:  $\xi=1,22$  для пучка круглого сечения с равномерным распределением интенсивности;  $\xi=1,27$  для пучка с гауссовым распределением. Для дискретных дефлекторов:

$$\gamma = 2\xi \left( \frac{\lambda}{n} D \right) \quad (4.72)$$

оценивается числом элементов разрешения  $N$ , определяющим число различных направлений луча, укладываемых в пределах угла отклонения  $\nabla\alpha$ . Для дефлектора, работающего в непрерывном режиме, при одномерном сканировании и отсутствии вносимых дефлектором искажений в апертуру светового пучка  $N$  выражается соотношением

$$N = \frac{\nabla\alpha}{\gamma} = \frac{\Delta\alpha D n}{\xi \lambda}. \quad (4.73)$$

Разрешающая способность ( $N$ ) более важный параметр, чем угол отклонения  $\nabla\alpha$ , т.к.  $\nabla\alpha$  может быть увеличен или уменьшен применением соответствующей оптической системы, а  $N$  – неизменно или уменьшается.

*Искажения фронта световой волны* дефлектором могут быть оценены углом искажения  $\psi$  и коэффициентом линейных искажений  $\beta_{\text{л.и.}}$ . Угол искажений показывает увеличение или уменьшение угловой расходимости пучка после его отклонения дефлектором:

$$\psi = \gamma_{\text{ВЫХ}} - \gamma_{\text{ВХ}}, \quad (4.74)$$

где  $\gamma_{\text{ВЫХ}}$  и  $\gamma_{\text{ВХ}}$  – угловые расходимости пучка при выходе из дефлектора и входе в него.

Коэффициент линейных искажений определяет изменение линейных размеров светового пучка при его отклонении.

$$\beta_{\text{л.и.}} [\%] = \left[ \frac{D''_{\text{ВЫХ}} - D'_{\text{ВЫХ}}}{D'_{\text{ВЫХ}}} \right] 100, \quad (4.75)$$

где  $D''_{\text{ВЫХ}}$  и  $D'_{\text{ВЫХ}}$  – линейные размеры сечения пучка во взаимно перпендикулярных направлениях на выходе дефлектора. Вносимые дефлектором искажения фронта световой волны ухудшают его разрешающую способность.

*Частота сканирования*  $f_c$  [Гц] определяет число периодов колебаний луча при его пространственном перемещении за 1 с. Одни дефлекторы работают на одной частоте, другие в диапазоне частот  $f_{c1} - f_{c2}$ . Диапазон частот сканирования является одним из важнейших параметров устройств сканирования.

*Полоса пропускания  $\Delta f$* . Характеризует качество дефлектора и оценивается произведением частоты сканирования на разрешающую способность:

$$\Delta f = N f_c = \frac{\Delta \alpha f_c D}{\xi \lambda}, \quad (4.76)$$

где  $\xi$  – коэффициент, зависящий от формы пучка,  $\xi=1,22$  для пучка круглого сечения.

*Быстродействие дефлектора  $t_d$*  [с] определяет скорость изменения пространственного положения луча при его переходе с одного элемента разрешения на соседний. Для непрерывных дефлекторов:

$$t_d = \frac{1}{\Delta f} = \frac{1}{N f_c}. \quad (4.77)$$

*Равномерность движения луча* при его сканировании дефлектором оценивается коэффициентом равномерности:

$$k_{\text{равн}} = \frac{v_{\text{min}}}{v_{\text{max}}}, \quad (4.78)$$

где  $v_{\text{min}}, v_{\text{max}}$  – минимальная и максимальная скорости движения луча.

*Допустимая линейная апертура  $D_{\text{вх}}$ , допустимая угловая расходимость  $\gamma_{\text{вх}}$*  светового пучка обозначают предельные значения этих величин, при которых обеспечивается нормальная работа дефлектора. Допустимая линейная апертура определяет максимальные значения разрешающей способности, полосы пропускания и в некоторых случаях быстродействия дефлекторов.

*Спектральный оптический диапазон  $\Delta \lambda$*  характеризует диапазон длин волн оптического излучения.

*Оптические потери* в дефлекторе определяются коэффициентом пропускания  $\tau$  потока излучения:

$$\tau = \frac{\Phi_{\text{ВЫХ}}}{\Phi_{\text{ВХ}}} = \frac{I_{\text{ВЫХ}}}{I_{\text{ВХ}}}, \quad (4.79)$$

где  $\Phi_{\text{ВЫХ}}$  и  $\Phi_{\text{ВХ}}$  – потоки излучения, выходящие из дефлектора и входящие в него;  $I_{\text{ВЫХ}}$  и  $I_{\text{ВХ}}$  – плотности потока излучения на входе и выходе дефлектора.

*Электрическое напряжение*  $u_{\text{max}}$  и ток  $i_{\text{max}}$  определяют электрические параметры дефлектора, при которых достигается максимальный угол отклонения.

*Чувствительность по отклонению*  $\bar{S}$  характеризует величину угла отклонения светового пучка или количество элементов разрешения при управляющем воздействии определенной величины. Если, например, дефлектор управляется изменением электрического напряжения, тогда

$$\begin{aligned} \bar{S}_u &= \frac{\Delta\alpha}{i} \left( \frac{\text{рад}}{\text{В}} \right); \\ \bar{S} &= \frac{N}{i} \left( \frac{\text{эл}}{\text{В}} \right). \end{aligned} \quad (4.80)$$

*Частотная характеристика* выражает зависимость:

$$N=f(f), \Delta\alpha=f(f).$$

На основании этой характеристики может быть выбрана рабочая частота сканирования луча  $f_c$  или же рабочий диапазон частот  $f_{c1} - f_{c2}$ .

*Амплитудная характеристика* дефлектора определяет зависимость амплитуды угла отклонения луча или числа элементов разрешения от потребляемой электрической мощности  $P_{\text{эл}}$ , подводимого электрического напряжения и потребляемого электрического тока  $i$ :

$$\begin{aligned} N=f(P_{\text{эл}}); \Delta\alpha=f(P_{\text{эл}}); N=f(u); \\ \Delta\alpha=f(u); N=f(i); \Delta\alpha=f(i). \end{aligned}$$

*Вольт-амперная характеристика* выражает зависимость величины потребляемого дефлектором тока от прикладываемого электрического напряжения:  $i=f(u)$ . Эта характеристика определяет входное сопротивление дефлектора.

**Дефлекторы с изменяющимся в пространстве и во времени показателем преломления.** Дефлектор в виде треуголь-

ной призмы, изготовленной из материала с изменяющимся показателем преломления, является самым простым преломляющим устройством. Исходя из закона преломления, выражение для одностороннего угла отклонения  $\Delta\alpha'$  рис. 4.16 можно записать в виде

$$\Delta\alpha' = \Delta / (n_2 D_{\text{ВЫХ}}) = (L_a - L_6) \frac{\Delta n}{n_2 D_{\text{ВЫХ}}},$$

$$N = \frac{\Delta\alpha}{\gamma} = (L_a - L_6) \frac{\Delta n'}{\xi\lambda}.$$

Разрешающая способность  $N$  достигает своего максимального значения при полном использовании входной апертуры линзы, т.е. при  $L=L_a$ ,  $L_6=0$ . Дефлекторы, выполненные в виде треугольных призм, отклоняют световые пучки на небольшие углы. Для уменьшения потерь на отражение, треугольную призму можно выполнить в виде прямоугольного треугольника (рис. 4.17).

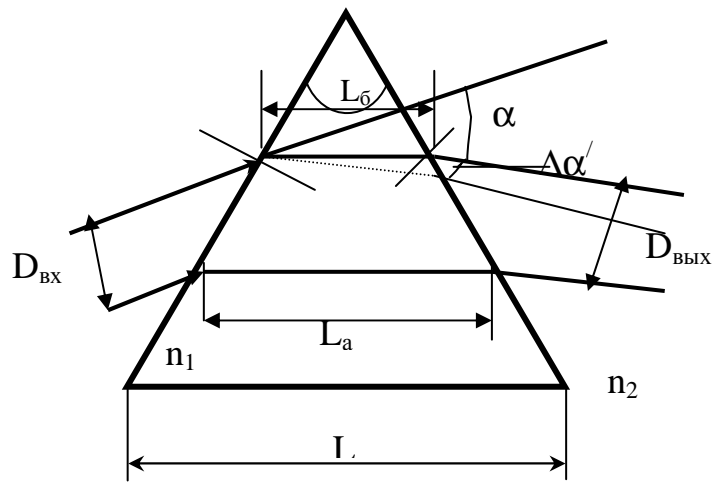


Рис. 4.16

Тогда угол отклонения луча и разрешающая способность определяются соотношениями

$$\Delta\alpha'_{\text{max}} = \frac{L\Delta n'}{n_2 D_{\text{ВЫХ}}}, \quad N_{\text{max}} = \frac{L\Delta n'}{\xi\lambda}.$$

Может быть получено выражение для  $\Delta\alpha$  и  $N$  в функции угла  $\omega$  при вершине призмы и изменении показателя преломления  $\text{tg } \omega = L/D_{\text{ВХ}}$ , тогда

$$\Delta\alpha_{\text{max}} = \frac{\Delta n'}{n_2} \text{tg } \omega, \quad N_{\text{max}} = \frac{\Delta n' D_{\text{ВЫХ}}}{\xi\lambda} \text{tg } \omega. \quad (4.81)$$

Как видно из выражения (4.81), с возрастанием  $\omega$  увеличивается угол отклонения  $\Delta\alpha$ . Угол при вершине призмы выбира-

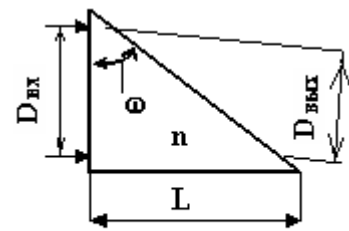


Рис. 4.17

ется таким образом, чтобы не возникало полного внутреннего отражения при выходе луча из дефлектора

$$\omega < \omega_{\max} = \arcsin(1/n).$$

**Дефлекторы с линейно изменяющимся в пространстве показателем преломления.** Если имеется среда с переменным показателем преломления, то при прохождении сквозь неё светового пучка последний отклоняется в сторону увеличения показателя преломления, как показано на рис. 4.18.

Это происходит потому, что крайние лучи пучка проходят среду с разной скоростью, так как показатель преломления характеризует отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде.

Выражение для угла поворота фронта луча в функции пройденного сквозь среду пути может быть представлено в виде

$$\frac{d(\Delta\alpha')}{dz} = \frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dx}. \quad (4.82)$$

При линейном изменении показателя преломления среды на пути прохождения пучка и малых отклонениях его относительно величины  $n$  можно записать

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \cong k_L = \text{const},$$

а с учетом выражения (4.81)

$$\Delta\alpha'(z) = k_L z,$$

где  $k_L$  – коэффициент, характеризующий приращение угла отклонения на единицу длины пути луча в активной среде.

**Одномерное отклонение светового пучка.** При заданном значении отклонения светового пучка на единицу длины оптического луча, характеризуемом коэффициентом  $k_L$ , между размерами дефлектора и параметрами пучка существует некоторое оптимальное соотношение (см. рис. 4.19).

$$k_L = \Delta\alpha' / L.$$

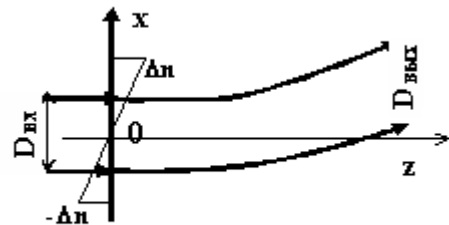


Рис. 4.18

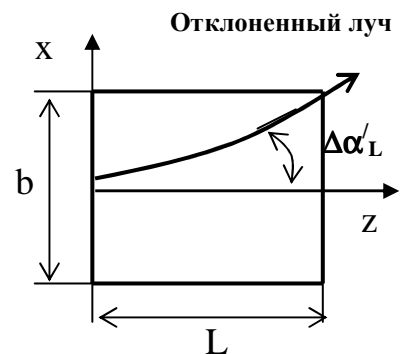


Рис. 4.19

Угол отклонения луча от оси  $z$

$$\Delta\alpha_z = dx/dz,$$

где  $z$  – длина пути луча в активной среде вдоль оси  $z$ . При постоянном отклонении светового пучка на единицу длины оптического пути

$$\Delta\alpha'_L = \alpha_{\text{ВЫХ}} - \alpha_{\text{ВХ}} = k_L L, \quad (4.83)$$

где  $\alpha_{\text{ВЫХ}}$  и  $\alpha_{\text{ВХ}}$  – углы выхода луча из дефлектора и входа в него.

Путь, пройденный лучом по оси  $x$  в одну сторону, составит

$$x = \alpha_{\text{ВХ}} z + k_L z^2 / 2.$$

Рассмотрим случаи одномерного прохождения через дефлектор **коллимированного** пучка света. Коллимированный световой пучок имеет конечную апертуру  $D_{\text{ВЫХ}} \approx D_{\text{ВХ}}$ , ширина дефлектора  $b$ , длина  $L$ , угол входа луча в дефлектор  $\alpha_{\text{ВХ}} = 0$  (рис. 4.20, а).

В предельном случае, при отклонении пучка дефлектором, точка  $a$  пучка займет положение  $a'$ . В этом случае:

$$X = \frac{k_L Z^2}{2} = \frac{(b - D_{\text{ВЫХ}})}{2}.$$

Откуда

$$Z = \left[ \frac{(b - D_{\text{ВЫХ}})}{k_L} \right]^{1/2}. \quad (4.84)$$

Подставляя (4.84) в (4.83), получаем выражение для одно-стороннего отклонения пучка

$$\Delta\alpha'_{\text{max}} = [(b - D_{\text{ВЫХ}})k_L]^{1/2}; \quad (4.85)$$

$$D_{\text{ВЫХ}} \approx D_{\text{ВХ}}.$$

Двусторонний угол отклонения равен

$$\Delta\alpha_{\text{max}} = 2\Delta\alpha'_{\text{max}} = \left[ \frac{(b - D_{\text{ВЫХ}})}{k_L} \right]^{1/2}. \quad (4.86)$$

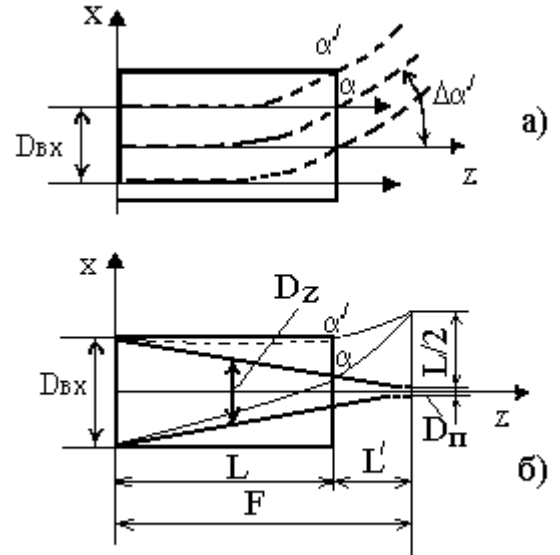


Рис. 4.20



Максимальная длина луча в дефлекторе

$$L_{\max} = [(b - D_{\text{ВЫХ}}) / k_L]^{1/2}.$$

Максимальная разрешающая способность дефлектора

$$N_{\max} = \frac{\Delta\alpha_{\max}}{\gamma} = \frac{2D_{\text{ВЫХ}}}{\zeta\lambda} [(b - D_{\text{ВЫХ}}) k_L]^{1/2}. \quad (4.87)$$

При достаточно больших углах отклонения для увеличения разрешающей способности целесообразно применять фокусирование пучка.

**Однократное прохождение сходящегося пучка.** Апертура пучка при входе в дефлектор  $D_{\text{ВХ}}$ , ширина дефлектора  $b$ , длина активной части дефлектора  $L$ , расстояние от дефлектора до точки фокуса  $L'$ , фокусное расстояние  $F=L+L'$ , угол входа  $\alpha_{\text{ВХ}}=0$ . В этом случае (рис. 4.20, б) световой пучок является сходящимся. Выражение для текущего значения апертуры пучка при  $\alpha_{\text{ВХ}}=0$  и  $D_{\text{ВХ}}=b$  имеет вид

$$D_z = (b/F)(F - z). \quad (4.88)$$

Апертура пучка на выходе дефлектора

$$D_L = (b/F)(F - L). \quad (4.89)$$

При отклонении пучка дефлектором точка  $\alpha$  займет положение  $\alpha'$  (рис. 4.20, б). Тогда

$$x = \alpha \cdot \alpha' = \frac{b - D_L}{2} = \frac{b}{2} - \frac{b}{2F}(F - L) = \frac{bL}{2F}. \quad (4.90)$$

Односторонний и двусторонний углы отклонения пучка равны

$$\Delta\alpha'_{\max} = k_L z = (bk_L L / F)^{1/2}. \quad (4.91)$$

Максимальная длина дефлектора определяется из выражения

$$L_{\max} = (b / k_L F). \quad (4.91)$$

Результирующее разрешение для сходящегося пучка можно представить в виде

$$N_{\max} = \frac{2b}{\zeta\lambda F} \left( 1 - \frac{b}{2k_L F^2} \right). \quad (4.92)$$

Диаметр сфокусированного светового пучка  $D_{\Pi}$  находится по соотношению

$$D_{\Pi} = \lambda \xi (L + L') / D_{\text{вх}}. \quad (4.93)$$

## 4.6 Примеры решения типовых задач

**4.6.1.** Электрооптический дефлектор предназначен для сканирования сходящегося светового пучка со следующими параметрами:  $D_{\text{вх}}=1$  см,  $\lambda=0,63$  см,  $\xi=1,2$ . Ширина дефлектора  $b=1$  см, фокусное расстояние оптической системы  $F=(4/3)L$ . Показатель преломления материала дефлектора  $n=1,5$ , максимальное изменение показателя преломления  $\Delta n = 2 \cdot 10^{-4}$ . Определить максимальную длину пути луча в дефлекторе  $L_{\text{max}}$ , расстояние от дефлектора до точки фокусирования  $L'$ , фокусное расстояние  $F$ , максимальный угол отклонения луча  $\Delta \alpha_{\text{max}}$ , угловую расходимость  $\gamma$ , диаметр сфокусированного пятна, разрешающую способность дефлектора  $N$ , линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости, диаметр пучка на выходе, линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости  $l$ .

Решение. 1. Находим коэффициент, характеризующий приращение угла отклонения на единицу длины пути луча в активной среде:

$$k_L = \frac{4\Delta n}{2nD_{\text{вх}}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 2,67 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$

2. Находим максимальную длину пути луча в дефлекторе:

$$L_{\text{max}} = \left( \frac{3b}{4k_L} \right)^{1/2} = \left( \frac{3 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 2,67 \cdot 10^{-2}} \right)^{1/2} = 0,53 \text{ м}.$$

3. Находим фокусное расстояние:

$$F = \frac{4}{3} L_{\text{max}} = \frac{4}{3} \cdot 0,53 = 0,706 \text{ м}.$$

4. Находим расстояние от дефлектора до точки фокусирования  $L'$ :

$$L' = F - L_{\text{max}} = 0,706 - 0,53 = 0,176 \text{ м}.$$

5. Определяемый максимальный угол отклонения луча:

$$\Delta\alpha_{\max} = 2\left[\frac{bk_L L_{\max}}{F}\right]^{1/2} = 2\left(\frac{1 \cdot 10^{-2} \cdot 2,67 \cdot 10^{-2} \cdot 0,53}{0,706}\right)^{1/2} =$$

$$= 2,82 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 1^{\circ}37'.$$

6. Определяем угловую расходимость  $\gamma$ :

$$\gamma = \xi \left( \frac{\lambda}{nD} \right) = \frac{1,2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-2}} = 0,755 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

7. Находим диаметр сфокусированного пятна:

$$D_n = \gamma F = 0,755 \cdot 10^{-4} \cdot 0,706 = 0,534 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 53,4 \text{ мкм}.$$

8. Определяем разрешающую способность:

$$N = \frac{k_L D_{\text{вх}} L}{\xi \lambda} \left[ 1 - \frac{L}{2F} \right]^{1/2} =$$

$$= \frac{1 \cdot 10^{-2} \cdot 2,67 \cdot 10^{-2} \cdot 0,53}{1,2 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}} * \left( 1 - \frac{0,53}{2 \cdot 0,706} \right) = 117 \text{ эл}.$$

9. Находим линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости  $l$ :

$$l = D_n N = 53,4 \cdot 10^{-6} \cdot 117 = 62,3 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 6,23 \text{ мм}.$$

**4.6.2.** Электрооптический дефлектор предназначен для сканирования коллимированного светового пучка с апертурой  $D_{\text{вх}}=1\text{см}$ . Ширина дефлектора  $v=2\text{см}$ . Длина волны управляемого излучения  $\lambda=0,63\text{мкм}$ . Световой пучок имеет круглое сечение, для которого  $\xi=1,2$ . Показатель преломления материала дефлектора  $n=1,5$ , максимальное изменение показателя преломления  $\Delta n=2 \cdot 10^{-4}$ . Определить максимальную длину пути луча в дефлекторе  $L_{\max}$ , максимальный угол отклонения светового луча  $\Delta L_{\max}$  и разрешающую способность дефлектора  $N$ .

Решение. 1. Находим коэффициент, характеризующий приращение угла отклонения на единицу длины пути луча в активной среде (принимая  $D_{\text{вых}} = D_{\text{вх}}$ ):

$$K_L = \frac{4\Delta n}{2nD_{\text{вых}} D_{\text{вх}}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 2,67 \cdot 10^{-2}, \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$

2. Определяемый максимальный угол отклонения луча:

$$\Delta\alpha_{\max} = 2[K_L(b - D_{\text{ВВЫ}})]^{1/2} = 2 \cdot 2,67 \cdot 10^{-2} (2 \cdot 10^{-2} - 10^{-2})^{1/2} =$$

$$= 3,26 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 1^{\circ}52'.$$

3. Находим максимальную длину пути луча в дефлекторе:

$$L_{\max} = \left( \frac{b - D_{\text{ВВЫ}}}{K_L} \right)^{1/2} = \left( \frac{2 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-2}}{2,67 \cdot 10^{-2}} \right)^{1/2} = 0,61 \text{ м}.$$

4. Определяем разрешающую способность:

$$N = \frac{2D_{\text{ВВЫХ}}}{\xi\lambda} [(b - D_{\text{ВВЫ}})K_L]^{1/2} = \frac{\Delta\alpha_{\max} D_{\text{ВВЫХ}}}{\xi\lambda} =$$

$$= \frac{3,26 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{1,2 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}} = 430 \text{ эл}.$$

**4.6.3.** Рассчитать брэгговский дефлектор, работающий в сканирующем устройстве, в которое входит также источник оптического излучения и формирующая оптика. Исходные параметры для расчета:  $N = 100$  эл.,  $f_c = 1$  кГц,  $D_{\text{П}} = 10$  мкм,  $D_{\text{ОКГ}} = 2$  мм,  $\lambda_{\text{ОКГ}} = 1^{\circ}$ ,  $\lambda = 0,63$  мкм.

Выбрать активную среду дефлектора и оптическую схему сканирующего устройства. Определить геометрические размеры активной среды дефлектора: высоту  $h$ , длину  $L$ , ширину  $b$ , требуемое быстродействие  $t_d$ , среднюю акустическую частоту  $f_{\text{ак0}}$  и диапазон изменения акустической частоты  $\Delta f$ ; углы падения и отражения оптического луча  $\varphi$  и  $\theta_{-1}$ ; требуемую расходимость акустического пучка  $\gamma_{\text{ак}}$ ; максимальный угол сканирования оптического луча  $\Delta\alpha$ ; требуемое увеличение  $\Gamma$  оптической телескопической системы; поток звуковой энергии  $P_{\text{ак тр}}$ , необходимый для отклонения всего падающего потока световой энергии.

Решение. Выбираем оптическую схему сканирующего устройства (рис. 4.21). Из конструктивных соображений задаемся фокусным расстоянием фокусирующей оптики  $= 100$  мм.

Определяем требования к брэгговскому дефлектору. Находим требуемую угловую расходимость светового пучка:

$$\gamma_1 = \frac{D_{\text{П}}}{F'} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-1}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 0,1 \text{ мрад}.$$

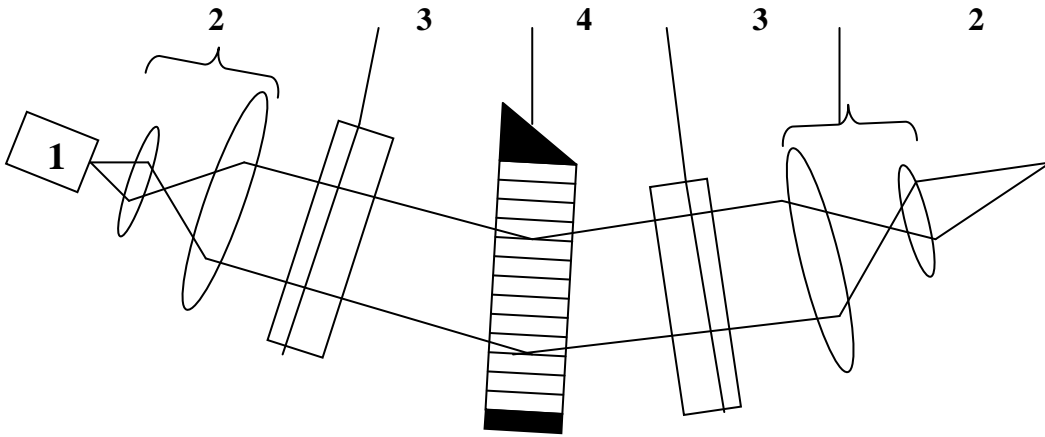


Рис. 4.21 – Сканирующее устройство с брэгговским дефлектором: 1 – ОКГ; 2 – оптическая телескопическая система; 3 – цилиндрические линзы; 4 – брэгговский дефлектор

Вычисляем входную апертуру фокусирующей оптики:

$$D_{\text{вх}} = \frac{\lambda_{\text{ОКГ}}}{\gamma_1} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-4}} = 0,63 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,3 \text{ мм}.$$

Выбираем высоту  $h$  взаимодействия звуковых и световых волн при условии  $b > D_{\text{вх}}$ :  $h = 7 \text{ мм}$ .

Определяем требуемое быстродействие дефлектора:

$$t_{\text{д}} = \frac{1}{f_{\text{с}} N} = \frac{1}{1 \cdot 10^3 \cdot 100} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ с} = 10 \text{ мкс}.$$

Находим требуемую скорость звука активной среды дефлектора:

$$v_{\text{актр}} = \frac{D_{\text{вх}}}{t_{\text{д}}} = \frac{0,63 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-5}} = 630 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Выбираем среду по двум параметрам: наибольшему значению коэффициента акустооптической эффективности  $M_2$  и скорости звука среды  $v_{\text{ак}} > v_{\text{ак треб}}$ . В качестве активной среды выбираем жидкость – иодистый пропил ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{I}$ ), для которой  $v_{\text{ак}} = 927 \text{ м/с}$ ,  $\rho_{\text{ж}} = 1750 \text{ кг/м}^3$ ,  $M_2 = 1240 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3 / \text{кг}$ ,  $\alpha_{\text{ак0}} = 53,5 \cdot 10^{-15} \text{ с}^2 / \text{м}$ ,  $n = 1,51$ .

Для брэгговского дефлектора, в котором используется естественная расходимость акустического пучка, дальнейший расчет производим в следующей последовательности.

Определяем требуемую расходимость акустического пучка:

$$\gamma_{\text{ак}} \frac{N\gamma_1}{2} = \frac{100 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ мрад.}$$

Задаемся средней акустической частотой  $f_{\text{ак}0} = 40$  МГц. Находим длиной волны ультразвука на частоте  $f_{\text{ак}0}$ :

$$\Lambda_0 = \frac{\vartheta_{\text{ак}}}{f_{\text{ак}0}} = \frac{927}{40 \cdot 10^6} = 23,2 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 23,2 \text{ мкм.}$$

Определяем угол падения оптического луча и угол Брэгга:

$$\sin \varphi_{\text{Б}} = \sin \theta_{-1} = \frac{\lambda}{2\Lambda_0} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6}}{23,2 \cdot 10^{-6}} = 0,0136,$$

$$\varphi_{\text{Б}} = \theta_{-1} = 47'.$$

Вычисляем требуемую длину пути оптического луча в ультразвуковом поле:

$$L = \frac{\Lambda_0}{\gamma_{\text{ак}}} = \frac{23,2 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}} = 4,64 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4,64 \text{ мм.}$$

Проверяем соблюдение брэгговского условия  $L \gg \Lambda_0^2 / \lambda$ :

$$\Lambda_0^2 / \lambda = \frac{(23,2 \cdot 10^{-6})^2}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 855 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,855 \text{ мм,}$$

т.е.  $4,64 \text{ мм} \gg 0,855 \text{ мм}$ .

Находим требуемый диапазон изменения акустической частоты:

$$\Delta f_{\text{ак}} = \frac{N}{t_{\text{д}}} = \frac{100}{1 \cdot 10^{-5}} = 1 \cdot 10^7 \text{ Гц} = 10 \text{ МГц.}$$

Определяем максимальный угол сканирования оптического луча:

$$\Delta \alpha = \frac{\lambda}{\vartheta_{\text{ак}}} \Delta f_{\text{ак}} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^7}{927} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 23'.$$

Предъявляем требования к формирующей оптике.

Формирующая оптика состоит из телескопической системы, имеющей такое увеличение  $\Gamma$ , которое позволяет расширить световой пучок, идущий от ОКГ, до размеров апертуры  $D_{\text{вх}}$  брэгговского дефлектора. Находим требуемое увеличение:

$$\Gamma = \frac{D_{\text{вх}}}{D_{\text{окг}}} = \frac{6,3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 3,16.$$

Перед входом в дефлектор и в дефлекторе световому пучку придается форма клина с помощью цилиндрических линз. Это необходимо для уменьшения общего потока звуковой энергии, который пропорционален отношению  $b/L$ . Полагая  $b/L = (1/8) \div (1/10)$ , выбираем ширину акустического пучка  $b$

$$b = \frac{1}{8}L = \frac{1}{8} \cdot 4,64 \cdot 10^{-3} = 0,58 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Параметры  $h$ ,  $L$ ,  $b$  определяют геометрические размеры объема взаимодействия акустических и световых волн дефлектора.

Проводим энергетический расчет требуемого потока звуковой энергии в активной среде.

Определяем требуемый поток звуковой энергии в объеме взаимодействия акустических и световых волн, необходимый для отклонения всего падающего потока световой энергии. Полное отклонение всего потока световой энергии будет при  $\Delta\Phi = \pi$ . Требуемый поток звуковой энергии при этом равен

$$P_{\text{акп}} = \frac{\Delta\Phi^2 \lambda^2}{2\pi^2 M_2} \left( \frac{b}{L} \right) = \frac{3,14^2 (0,63 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 3,14^2 \cdot 1240 \cdot 10^{-15}} \left( \frac{1}{8} \right) = 0,0249 \text{ Вт.}$$

Потери за счет ослабления потока звуковой энергии в йодистом пропилене определяются удельным коэффициентом звукопоглощения  $\alpha_{\text{ак0}}$  и рабочей частотой  $f_{\text{ак0}}$ . Находим коэффициент звукопоглощения йодистого пропилене:

$$\alpha_{\text{ак}} = \alpha_{\text{ак0}} f_{\text{ак0}}^2 = 53,5 \cdot 10^{-15} (40 \cdot 10^6)^2 = 85,5 \text{ м}^{-1}$$

или

$$\alpha_{\text{ак}} \cdot 8,686 = 85,5 \cdot 8,686 = 742 \text{ дБ/м.}$$

Определяем акустические потери в средней точке апертуры светового пучка:

$$\alpha_{\text{ак}} \frac{D_{\text{вх}}}{2} 742 \frac{0,63 \cdot 10^{-2}}{2} = 2,34 \text{ дБ.}$$

Вычисляем требуемый поток звуковой энергии от преобразователя из соотношения:

$$\lg \frac{P_{\text{актр}}}{P_{\text{акл}}} = 0,234 \text{ дБ},$$

откуда

$$P_{\text{актр}} = 1,71P_{\text{акл}} = 1,71 \cdot 0,0249 = 0,0425 \text{ Вт} = 42,5 \text{ мВт}.$$



## 5 ФОТОПРИЕМНИКИ

Принципиальная особенность оптоэлектронных приборов состоит в использовании оптического излучения. Оптическое излучение – это электромагнитные волны с длиной волны от 10 нм до 1 мм<sup>-1</sup>.

Оптическое излучение характеризуется фотометрическими параметрами. Различают фотометрические параметры: энергетические и световые. Энергетические параметры характеризуют излучение безотносительно к его действию на какой-либо приемник излучения и связаны с переносимой излучением энергией.

### 5.1 Параметры и характеристики фотоприемников

Рассмотрим основные параметры и характеристики фотоприемных устройств:

*Чувствительность ФП* – определяется тем, насколько сильно изменяются его характеристики при облучении светом.

а) токовая чувствительность

$$S_i = dI_\Phi / d\Phi, \quad (5.1a)$$

где  $I_\Phi$  – фототок [А],  $\Phi$  – поток излучения, падающий на прибор [Вт · лм].

б) вольтовая чувствительность – это увеличение напряжения на выходе

$$S_v = dU_\Phi / d\Phi. \quad (5.1б)$$

*Квантовый выход внутреннего фотоэффекта.*  $\eta_1$  – определяет, сколько неравновесных носителей (пар) создано каждым поглощенным фотоном.

*Определение G (скорость генерации пар носителей).* Пусть на единичную поверхность приемника по направлению  $x \perp$  этой поверхности, падает поток  $\Phi_1(x)$  (плотность потока излучения). Зная, что  $-d\Phi_1(x) = \alpha\Phi_1(x)dx$ , получим, что поглощаемая энергия в расчете на 1 см<sup>3</sup> составляет:

$$-\frac{d\Phi_1}{dx} = \alpha\Phi_1. \quad (5.2)$$

Число  $Q_1$  фотонов, поглощенных за 1 с в  $1 \text{ см}^3$  на глубине  $x$  таково:  $Q_1 = \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}$ . Число неравновесных носителей, возникающих в 1с в  $1 \text{ см}^3$  (скорость образования носителей):

$$G(x) = \eta_1 Q_1(x) = \eta_1 \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}. \quad (5.3)$$

В области собственного поглощения  $\eta_1 = 1$ , а  $Q_1 \sim \frac{1}{V}$ , поэтому при  $\Phi_1 - \text{const}$  скорость генерации  $G$  уменьшается обратно пропорционально частоте, чем больше  $\nu$ , тем меньше  $G$ .

В лавинных ФД, фоторезисторах, фототранзисторах  $I_\phi = f [G(x) \cdot K_{yc}(E)]$ ,  $K_{yc}(E)$  – коэффициент усиления, зависящий от  $E$ .

ФП инерционны. Инерционность имеет различное происхождение – характеризуется постоянной времени нарастания ( $\tau_2$ ) и постоянной времени спада фототока ( $\tau_1$ ). Фототок изменяется по закону:

$$I_\phi = I_{\max} \exp(-t/\tau_2), \quad (5.4)$$

$$I_\phi = I_{\max} (1 - e^{t/\tau_1}). \quad (5.5)$$

*Пороговая чувствительность.* Принято пороговую чувствительность определять уровнем светового потока  $\Phi_\Pi$ , когда сигнал равен шуму. Уровень светового потока зависит от площади  $S$  приемника и полосы  $\Delta f$

$$\Phi_\Pi^* = \frac{\Phi_\Pi}{\sqrt{S \cdot \Delta f}}. \quad (5.6)$$

$\Phi^*$  – приведенный пороговый ток.

*Спектральная чувствительность* – это величина тока, возникающая под действием единицы светового потока (1лм или Вт) падающего излучения (мкА/лм или мА/Вт). Спектральная чувствительность определяется выражением

$$S = I/P; S/Q = 1/h\nu.$$

**Фотодиодные матрицы.** При разработке видеодатчиков широко используются различные твердотельные преобразователи. Многоэлементные фотоприемники – один из таких преобразователей. Принцип восприятия изображения фотоприемниками сводится к следующему: распределение яркости объекта наблюдения превращается в оптическое изображение и фокусируется на фоточувствительную поверхность. Здесь световая энергия преобразуется в электрическую, отклик каждого элемента пропорционален его освещенности. Яркостная картина преобразуется в электрический рельеф. Схема сканирования производит периодический опрос каждого элемента и считывание содержащейся в нем информации. В конечном счете на выходе устройства мы получаем последовательность видеоимпульсов, в которой закодировано воспринимаемое изображение.

Самым простым из фотоприемников является фотодиодная матрица МФ-14. Она предназначена для преобразования оптических сигналов в электрические и для коммутации электрических сигналов. Фотоматрица представляет собой двухмерную решетку  $\{A_{i,j}\}$  фотоячеек  $A_{i,j}$ , объединенных системой вертикальных и горизонтальных шин, а также общих проводящих шин. Каждая горизонтальная и вертикальная шина имеет вывод. Всего у матрицы 32 вывода горизонтальных шин, 32 вывода вертикальных шин и пять выводов общих шин.

Фотоячейки матрицы представляют собой многофункциональные оптоэлектронные элементы, производящие преобразование оптических сигналов в электрические.

Принцип работы ячейки фотоматрицы заключается в следующем: фотодиод  $D$  и транзистор  $T_0$  образуют базовый многофункциональный элемент – фотодиодную – МДП – транзисторную структуру. Затвор и сток МДП-транзистора  $T_3$  соединены с анодом фотодиода, а сток – с общей шиной  $C_3$ . Стоки МДП-транзисторов  $T_0$  и  $T_2$  соединены с шинами  $C_1$  и  $C_2$ . В зависимости от способа подачи напряжения обратного смещения на фотодиод, режим работы МДП-транзисторов и фотодиода может быть динамическим или статическим.

Обобщенная структурная схема фотоматрицы МФ-14

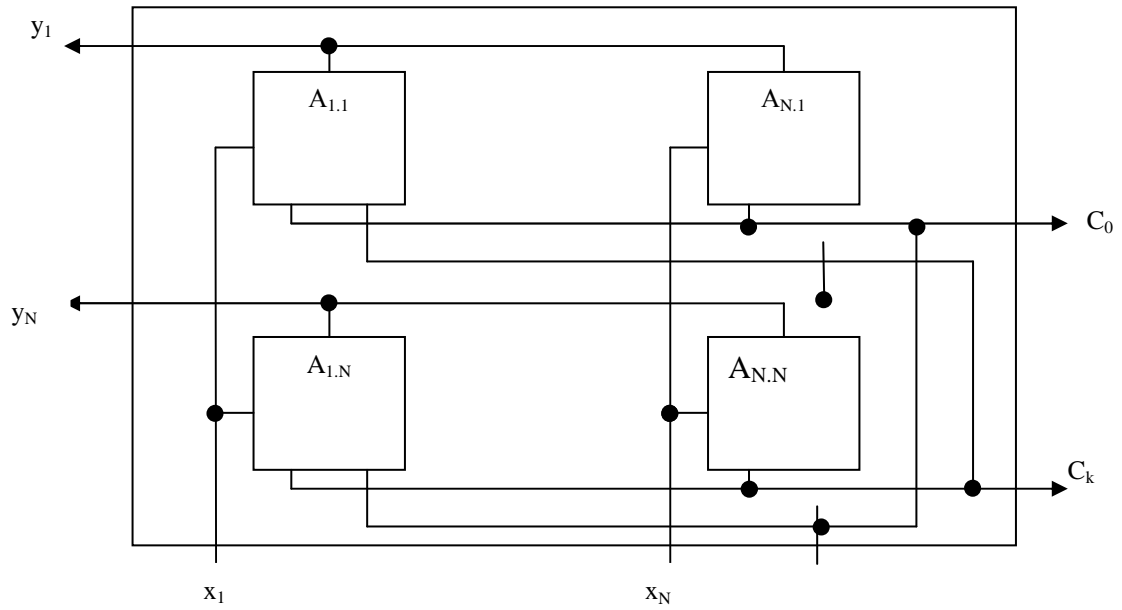


Рис. 5.1 – Принципиальная схема фотоячейки матрицы МФ-14

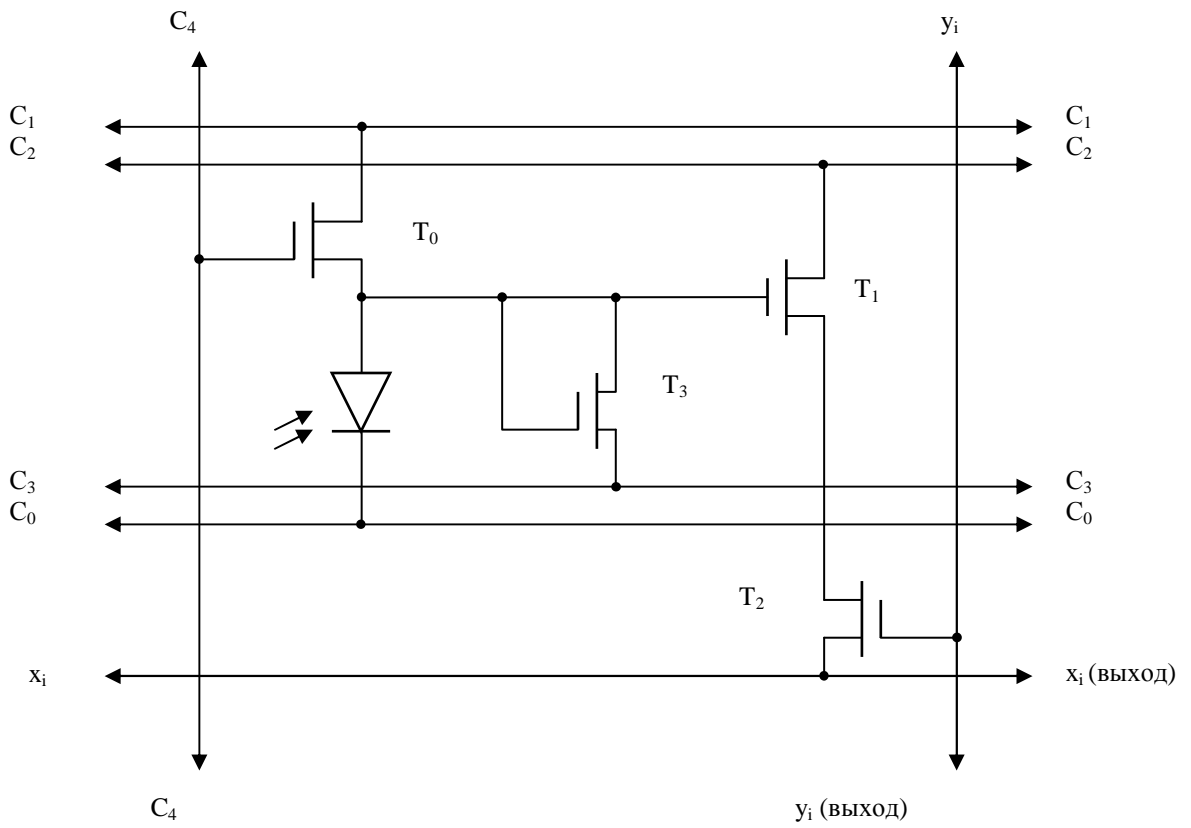


Рис. 5.2

Для работы в статическом режиме (рис. 5.3) на затворы МДП-транзисторов через общую шину  $C_4$  подается постоянное напряжение. МДП-транзистор работает как источник тока  $I_1$ . В зависимости от освещенности меняется сопротивление фотодиода  $D$ , вследствие чего меняется и падение напряжения на диоде. Включение МДП-фотодиода в статическом режиме показано на эквивалентной схеме рис. 5.4.

Схема включения МДП-фотодиода в статическом режиме.

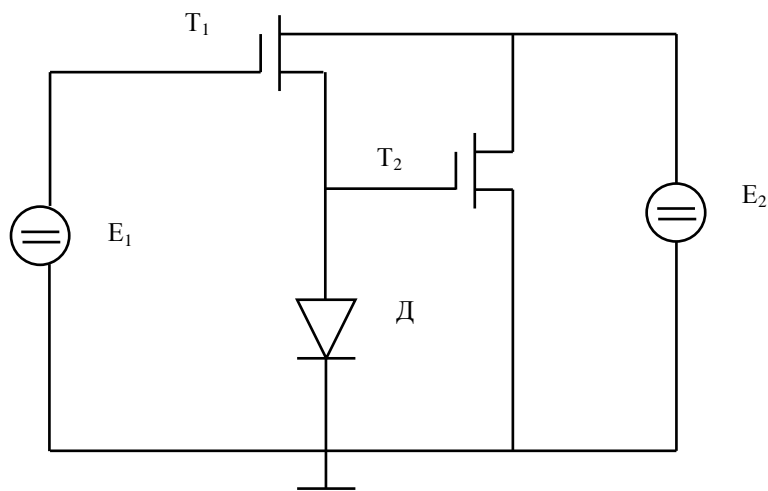


Рис. 5.3

Эквивалентная схема включения МДП-фотодиода в статическом режиме

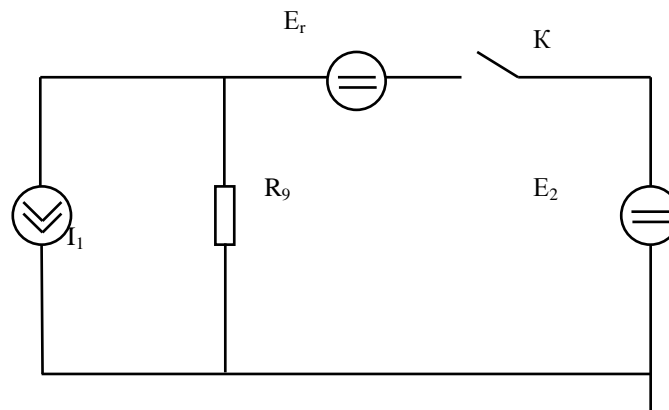


Рис. 5.4

Схема включения МДП-фотодиода в режиме с динамическим смещением

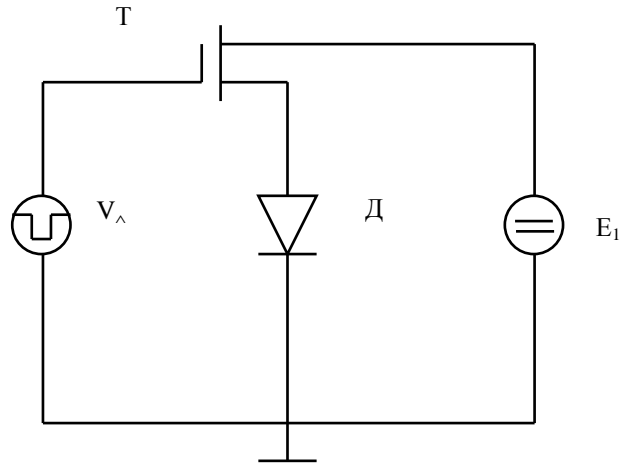


Рис. 5.5

Схема включения МДП-фотодиода  
в режиме с динамическим смещением

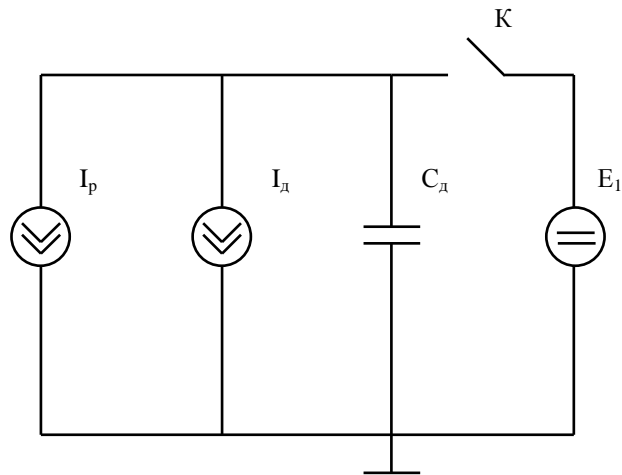


Рис. 5.6

Эквивалентная схема включения МДП-фотодиода  
в режиме с динамическим смещением

Для работы в динамическом режиме на затворы МДП-фотодиодов через общую шину  $C_4$  подается напряжение от генератора импульсов. Это напряжение должно быть больше, чем пороговое напряжение МДП-транзистора  $U_0$ , но меньше, чем максимально допустимое напряжение, ограниченное пробивным напряжением подзатворного диэлектрика  $U_{\max}$ :

$$U_0 < U_{\lambda} < U_{\max}.$$

На рисунке (5.5) приведена схема включения МДП-транзистора и фотодиода в режиме с динамическим смещением (РДС), а на рисунке 5.6 – эквивалентная схема включения МДП-фотодиода в режиме с динамическим смещением.

В РДС МДП-транзистор  $T_0$  функционирует как ключ. При подаче импульса, отрицательного относительно подложки, ключ  $T_0$  отпирается и емкость  $C_d$  фотодиода, который смещается в обратном направлении, заряжается до напряжения питания  $E_1$ , подаваемого на общую шину  $C_1$ . По окончании импульса, если оптическое излучение отсутствует, емкость фотодиода разряжается током  $I_d$   $p^+n$  перехода. Действие потока излучения, падающего на фотодиод, эквивалентно включению дополнительного генератора тока  $I_p$ , увеличивающего скорость разряда емкости фотодиода.

Таким образом, изменение заряда на емкости фотодиода:

$$Q_{рд} = (I_p + I_d) \cdot t_i, \quad (5.7)$$

где  $t_i$  – время воздействия потока излучения, отсчитываемое от момента окончания импульса на затворе транзистора  $T_0$ . Учитывая, что поток:

$$I_p = S_{io} \cdot P, \quad (5.8)$$

где  $S_{io}$  – токовая чувствительность фотодиода, А/Вт,

$P$  – мощность падающего излучения, Вт,

получаем:

$$Q_{рд} = (S_{io} \cdot P + I_d) \cdot t_i. \quad (5.9)$$

**Многоэлементные фотоприемники.** Если надо преобразовать оптическое изображение, имеющее определенное распределение интенсивности света по плоскости, то используют экран, состоящий из множества миниатюрных ФП, которые преобразуют световые потоки в соответствующие электрические сигналы.

Записанная таким образом оптическая информация сохраняется, а затем считывается. Электрические сигналы от различных ячеек экрана могут быть последовательно переданы в другое место и использованы для воссоздания изображения объекта (фото-телеграфия, телевидение).

В ряде систем записи оптических сигналов применяются полупроводниковые устройства, а при считывании информации используют электронный пучок, быстро оббегающий миниатюр-

ные фотодетекторы. Использование электронных пучков плохо согласуется с низковольтными полупроводниковыми схемами. Рассмотрим многоэлементные ФП, у которых запись, хранение и считывание информации осуществляется одними и теми же твердотельными элементами. В качестве такого элемента может быть использована структура металл-диэлектрик-полупроводник (МДП).

Если к структуре прикладывают напряжение  $U$  (– на металле), то часть примесных электронов выводится из полупроводника  $n$ -типа, что приводит к появлению слоя  $+$  объемного заряда толщиной  $d$ . Толщина этого слоя увеличивается с увеличением  $U$ . Возникающие при освещении МДП-структуры электроны отводятся в объем полупроводника, а дырки скапливаются у границы с диэлектриком. Число этих дырок (т.е. общий положительный заряд) зависит от интенсивности света и времени его действия. Накопленный заряд (т.е. информация, заданная светом) может длительное время сохраниться, если тепловая генерация пар незначительна.

На рис. 5.7 изображена цепочка МДП-структуры, являющейся частью многоэлементного фоточувствительного экрана.

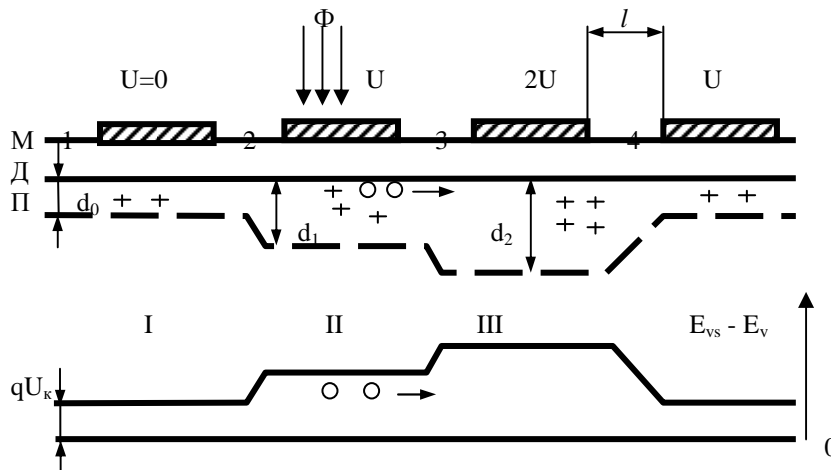


Рис. 5.7 – Серия взаимодействующих элементов электрической схемы МДП- структуры, к которым приложены различные напряжения. Штриховая линия – граница области пространственного заряда.  $E_{vs} - E_v$  – глубины потенциальных



В случае I на структуру не подано внешнее напряжение. Наличие обедненного слоя толщиной  $d_0$  связано с контактной разностью потенциалов  $U_k$ .

Случай II соответствует случаю, когда присутствует внешнее напряжение и структура освещается через полупрозрачный металлический электрод (затвор). Накопленный за время освещения заряд дырок может быть сдвинут вдоль цепочки структур, если на соседний элемент подано более высокое напряжение.

Случай III. В этом случае глубина потенциальной ямы для дырок больше, и они вследствие диффузии перейдут от второго элемента к третьему. В промежутке между затворами 2 и 3 присутствует ускоряющее дырки поле, которое проникает и в область скопления дырок, поэтому переход дырок к электрону 3 может быть быстрым.

Электрический сигнал от элемента 2, пропорциональный интенсивности  $\Phi$  и времени действия света, падавшего на этот элемент, может быть проведен по цепочке элементов и выведен во внешнюю цепь. Аналогичным образом могут быть получены видеосигналы от других элементов строки и элементов других строк. Таким образом, микроскопические ФЭ расположены в строке настолько близко ( $1 \approx 3$  мкм), что они могут взаимодействовать, передавая друг другу заряды. Отсюда – *приборы с зарядовой* (или *объемной*) *связью*. Эта связь между МДП-структурами осуществляется через общую для всех структур толщуполупроводников.

Регистрирующие изображение устройства рассмотренного типа (из МДП-элементов) потребляют малую энергию во время считывания, требуют небольших  $U$  (10 – 20 В) и при числе элементов  $\sim 1 \cdot 10^{-5}$  см<sup>-2</sup> могут иметь хорошую разрешающую способность (140 линий на 1мм).

Высокая чувствительность экрана определяется тем, что он работает в условиях накопления светового действия. Так как в чувствительных элементах используются поверхностные барьеры, то облегчается подбор области спектральной чувствительности прибора, путем выбора материала с  $\Delta E \leq h\nu$ . Кремниевые ПЗС имеют срок службы  $1 \cdot 10^4$  ч и регистрируют изображения телескопов.

## 5.2 Примеры решения типовых задач

**5.2.1.** Дайте описание фотоэффекта и объясните, каким образом с его помощью можно определить работу выхода для некоторой поверхности. Вычислите максимальную скорость электронов, эмитируемых из фотокатода, имеющего работу выхода 1,9 эВ и освещаемого монохроматическим светом с длиной волны  $0,59 \cdot 10^{-6}$  м.

Решение. При падении электромагнитных волн на металлическую поверхность некоторое количество электронов этой поверхности может поглотить энергию падающего излучения и превратить его в кинетическую энергию своего движения. Электрон поглощает энергию излучения квантами, равными  $h\nu$ , где  $\nu$  – частота излучения,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

Электроны могут покинуть поверхность только в том случае, если  $h\nu > \phi$ , где  $\phi$  – работа выхода материала. Работу выхода материала можно определить как минимальную величину энергии, необходимую для получения эмиссии с поверхности материала; эта величина измеряется в электронвольтах. Электронвольт равен энергии, приобретаемой электроном при ускоряющем напряжении 1 В ( $1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж). Для вольфрама

$$\phi = 4,55 \text{ эВ} = 4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}.$$

Каждому материалу соответствует максимальная длина волны, при длинах волн больше которой эмиссия электронов происходить не может; её называют *пороговой длиной волны*.

Пороговую частоту  $\nu_0$  для вольфрама можно найти следующим образом:

$$h\nu_0 = 4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19},$$

$$\nu_0 = \frac{4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Пороговая длина  $\lambda_0$  определяется как

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,1 \cdot 10^{15}} = 272 \text{ нм.}$$

Полученная длина волны соответствует ультрафиолетовой области спектра.

Для цезия  $\phi = 1,75$  эВ, а  $\lambda_0 = 0,707$  мкм, т.е. пороговая длина волны лежит в видимой области спектра (красная область).

Эйнштейн сформулировал основное уравнение фотоэффекта:

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2}mv^2, \quad (5.10)$$

или 
$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = h\nu - h\nu_0. \quad (5.11)$$

Отсюда следует, что фотон с частотой  $\nu$  выше пороговой ( $\nu_0$ ) будет выбивать на поверхности электроны с кинетической энергией, определяемой уравнением (5.11), где  $h\nu_0$  – работа выхода,  $v_{\text{макс}}$  – максимальная скорость эмиттированных электронов,  $\nu$  – частота, а  $h\nu$  – энергия падающего фотона.

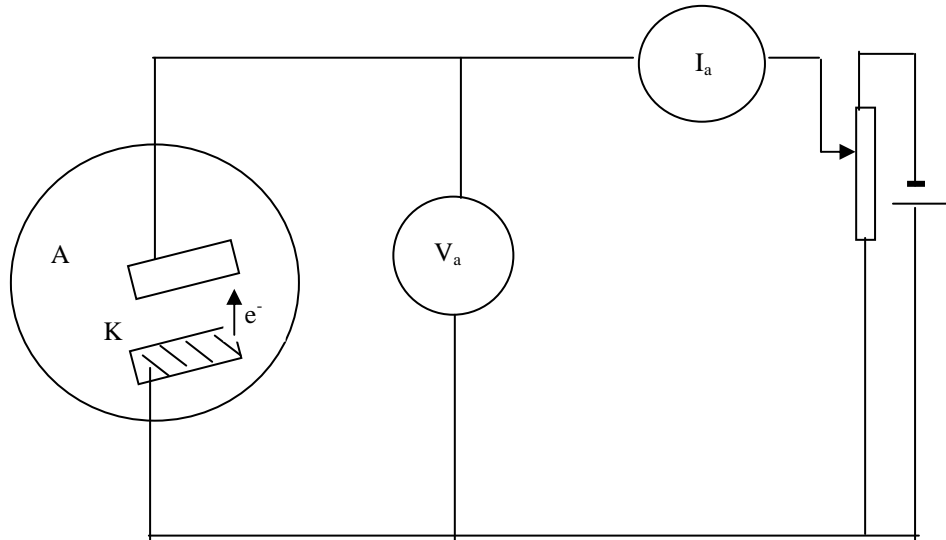


Рис. 5.8

Два основных закона внешнего фотоэффекта гласят, что

1) кинетические энергии отдельных фотоэлектронов не зависят от интенсивности освещения;

2) число фотоэлектронов, испускаемых в 1 с, пропорционально интенсивности освещения. С помощью фотоэффекта можно определять работу выхода для некоторой поверхности методом Милликена. При измерении работы выхода используются две металлические пластины, одна из которых выполняет роль катода, а другая служит анодом, собирающим электроны, испускаемые металлической поверхностью катода (рис. 5.8).

Если анод  $A$  заряжен положительно по отношению к катоду, то он собирает все электроны. При этом анодный ток  $I$  пропорционален количеству фотоэлектронов, эмиттируемых в 1 с.

Если анод заряжен по отношению к катоду отрицательно, то электроны достигают анода благодаря запасу кинетической энергии, с которой они вылетают из катода. При отрицательном потенциале анода  $V$  электрон, пройдя расстояние от катода к аноду, совершит работу  $eV$ . Пусть при некотором отрицательном потенциале анода  $V_a$  ток прекращается. Это условие определяет максимальную кинетическую энергию, которую будут иметь вылетающие из катода электроны:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = eV_s. \quad (5.12)$$

Потенциал  $eV_s$  называют запирающим потенциалом.

Пусть на катод падает свет с длинами волн  $\lambda_1, \lambda_2$  и  $\lambda_3$ , а запирающий потенциал при этом равен  $V_{s1}, V_{s2}$  и  $V_{s3}$ . Запишем уравнение Эйнштейна

$$h\nu = \phi = eV_s \quad (5.13)$$

и преобразуем его к виду

$$V_s = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{\phi}{e}, \quad (5.14)$$

что соответствует уравнению прямой линии.

Если в качестве осей координат выбрать  $V_s$  и  $\nu$ , то наклон прямой даст отношение  $h/e$ , а из него можно определить постоянную Планка. Пересечение этой прямой с осью координат дает величину  $-\phi/e$ , из которой можно определить работу выхода. По условию задачи

$$\phi = 1,9 \text{ эВ}, \quad \lambda = 0,59 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 590 \text{ нм}; \quad (5.15)$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,59 \cdot 10^{-6}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

Подставляя эти числовые результаты в уравнение Эйнштейна

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2}mV_{\text{макс}}^2, \quad \text{имеем}$$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,1 \cdot 10^{14} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,9 + \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot V_{\text{макс}}^2,$$

откуда получаем максимальную скорость фотоэлектронов

$$V_{\text{макс}}^2 = 2,73 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

**5.2.2.** Вычисление энергии фотонов. Работа выхода. Уравнение фотоэффекта Эйнштейна.

а). Вычислить энергию фотонов в ультрафиолетовой (УФ) области спектра ( $\lambda=330$  и  $250$  Нм).

б). Желтого света ( $\lambda=580$  Нм).

в). Красного света ( $\lambda=644$  Нм).

Свет падает на поверхность натрия, работа выхода которого равна  $2,11$  эВ. Найдите максимальные скорости всех фотоэлектронов, если длина волны падающего света принимает указанные выше значения.

Решение.

$$E=h \cdot \nu = hc/\lambda = 1,24/\lambda.$$

а)  $1,24/0,33=3,76$  эВ;

б)  $1,24/0,589=2,11$  эВ;  $1,24/0,25=4,96$  эВ;

в)  $1,24/0,644=1,93$  эВ.

Скорости фотоэлектронов, обладающих наибольшей энергией, определяются из уравнения Эйнштейна.

$$(1/2)m \cdot v_{\max}^2 = h\nu - \phi, \quad (5.16)$$

где  $\phi$  – фотоэлектрическая работа выхода данного материала, а  $h\nu$  – энергия падающего излучения.

а). В УФ электроны эмигрируют с максимальными скоростями.

для  $\lambda=0,33$  мкм

$$v_{\max} = \sqrt{2(h\nu - \phi)m} = \sqrt{2(3,76 - 2,11) \cdot 1,6^{19} / 9,11 \cdot 10^{-31}} = 0,76 \cdot 10^6 \text{ м/с}; \quad (5.17)$$

для  $\lambda=0,25$  мкм  $v_{\max}=1,0 \cdot 10^6$  м/с.

б). На длине  $\lambda$  желтого света энергии равны (хотя электроны имеют достаточную энергию выхода для преодоления потенциального барьера, но они остаются на поверхности).

в). При освещении красным светом электроны испускаться не будут.

**5.2.3.** Уравнение фотоэффекта Эйнштейна. Фотоэлектрическая работа выхода для калия равна  $2,0$  эВ. На поверхность калия падает свет  $\lambda=0,35$  мкм.

Определить:

- а) Запирающий потенциал  $V_s$ .  
 б) Кинетическую энергию  $E_k$  самых быстрых электронов.  
 в) Скорости этих электронов.  
 г) Вычислить, насколько изменится запирающий потенциал, если длина волны уменьшится до 348 Нм.

Решение. Энергия фотона  $E = 1,24/\lambda$  эВ. (5.18)  
 $E = 1,24/0,35 = 3,54$  эВ.

Энергия эмиттирования электрона ( $E_e$ ) представляет собой разность между энергией падающего излучения и работой выхода материала  $\phi$ , т.е.

$$E_e = E_{\text{изл}} - \phi = 3,54 - 2 = 1,54 \text{ эВ.}$$

- а) запирающий потенциал будет  $V_s = 1,54$  эВ;  
 б)  $E_k$  наиболее быстрых электронов также равна 1,54 эВ;  
 в) скорость наиболее быстрых электронов определяется  
 $(1/2)mv^2 = 2,46 \cdot 10^{-19}$  Дж;  
 $v_{\text{макс}} = 0,74 \cdot 10^6$  м/с.

Уравнение Эйнштейна

$$h\nu - \phi \text{ или } e \cdot V_s = (hc/\lambda) - \phi, \quad (5.19)$$

предполагая, что  $\lambda$  мало. Запишем в дифференциальной форме:

$$\delta V_s = hc/l - \delta\lambda/\lambda^2.$$

Поскольку  $\delta\lambda = 348 - 350$  Нм, а  $\lambda = 350$  Нм, получаем, что запирающий потенциал уменьшается на величину  $\delta V_s = 20,4$  мВ.

**5.2.4.** Пусть фотодиод имеет работу выхода 2,08 эВ и спектральная чувствительность 20 мкА/пм при освещении его  $\lambda = 0,546$  мкм. Считая, что световой поток 0,625 мкм на этой  $\lambda$  эквивалентен 1Вт, вычислить:

- а) пороговую частоту,  
 б) запирающий потенциал, при котором фототок равен нулю,  
 в) квантовый выход.

Решение. Работа выхода – это разница между падающей энергией излучения и энергией, характеризующей эмиссионные свойства материала. (Q)

- а) Пороговая частота находится из условия  $\phi = h\nu$ , где  $\nu = \phi/h = 502 \cdot 10^{12}$  Гц, а пороговая длина волны  $\lambda = c/\nu = 5,98$  Нм,  
 $V_s = h\nu - \phi$ ,  $E = 1,24/0,546 = 2,27$  эВ.

б) Запирающий потенциал – это потенциал, при котором фототок уменьшается до нуля. Запирающий потенциал равен  $V_s = h\nu - \phi/l = 2,27 - 2,08 = 0,19$  В.

в) Квантовый выход – это есть отношение числа испускаемых электронов к числу падающих. Квантовый выход определяется соотношением

$$Q = n_e/n_p = (I/l)/(P/h\nu) = I \cdot h\nu / lP,$$

где  $n_e$  – число фотонов, падающих на фотокатод в 1с, а излучение с частотой  $\nu$  несет мощность  $P$ .

Подставляя заданные значения, имеем  $Q = I h\nu / lP = 0,03$ .

**5.2.5.** На сурьмяно-цезиевый фотоэлемент с интегральной чувствительностью  $K = 100$  мкА/лм падает световой поток  $\Phi$ , равный  $0,15$  лм. Последовательно с фотоэлементом включен резистор сопротивлением  $R = 400$  кОм, с которого сигнал снимается на усилитель управляющим реле с током срабатывания  $10$  мА при напряжении  $220$  В. Определить необходимые коэффициенты усиления по мощности и по напряжению, если входной нагрузкой усилителя является сопротивление  $R$  и темновой ток фотоэлемента равен нулю.

Решение. Определяем ток фотоэлемента:

$$I_\Phi = K_\Phi \Phi = 100 \cdot 0,15 = 15 \text{ мкА.} \quad (5.20)$$

Входная мощность усилителя:

$$P_{\text{вх}} = I^2 R = (15 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 10^5 = 225 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ Вт.} \quad (5.21)$$

Мощность срабатывания реле:

$$P_p = 220 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2,2 \text{ Вт.}$$

Коэффициент усиления по мощности:

$$K_p = P_p / P_{\text{вх}} = 2,2 / 9 \cdot 10^{-5} = 2,44 \cdot 10^4. \quad (5.22)$$

Коэффициент усиления по напряжению:

$$K_U = U_p / U_R = U_p / (I_\Phi R) = 220 / (15 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3) = 36,7. \quad (5.23)$$

## 6 ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В процессе изучения дисциплины « Квантовые и оптоэлектронные приборы» каждый студент должен выполнить две контрольных работы: одна тестовая, выполненная в электронном варианте, другая – текстовая, выполненная на бумажном носителе. Номер варианта, выполняемого студентом, формируется по общим правилам.

При выполнении контрольной работы студент проверяет, насколько правильно им понят и освоен материал. Выполнять контрольные работы рекомендуется только после проработки лекционного материала и глубокого анализа предлагаемых задач. Желательно выполнить ход решения рассматриваемых задач самостоятельно. Примеры предлагаемых задач подобраны так, что они освещают практически все темы курса. Рекомендуется разобрать все.

На вопросы заданий должны быть даны исчерпывающие ответы и приведены необходимые для пояснения рисунки, схемы и графические зависимости. Необходимо при этом учесть, что по изложенному в контрольной работе материалу преподаватель оценивает не только готовность студента к экзамену, но и глубину проработки и правильность понимания материала. Преподаватель оценивает также умение излагать материал своими словами и правильно использовать техническую терминологию.

В первую **текстовую** контрольную работу вошли материалы всех тем, изложенных в методическом пособии.

### 6.1 Квантовые переходы. Энергетические уровни. Понятие отрицательной температуры

1. Определить неопределенность энергии  $i$ -того уровня и ширину естественной линии вещества, имеющего время жизни уровня  $7 \cdot 10^{-6}$  с.



2. Как записать соотношение  $\frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12}}$ , если учесть, что  $h\nu \gg kT$ , что обычно справедливо для приборов оптического диапазона.

3. Определить форму спектральной линии, если ширина контура спектральной линии на длине волны излучения в 0,63 мкм равна 150 МГц.

4. Определить коэффициент Эйнштейна по индуцированным переходам. На длине волны  $\lambda = 0,56$  мкм, если время жизни по спонтанным переходам  $\tau = 0,5 \cdot 10^{-7}$  с.

5. Населенность верхнего и нижнего уровней равна соответственно  $1,5 \cdot 10^{10}$  и  $0,5 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Кратность вырождения верхнего уровня 3, нижний уровень не вырожден. Возможно ли в рассматриваемой системе усиление? Поглощение?

6. Атом излучает фотон с длиной волны  $\lambda = 1,06$  мкм. Известно, что время излучения  $\tau \approx 8 \cdot 10^{-13}$  с. Оценить, исходя из соотношений неопределенностей для энергии, неточности в определении указанной длины волны.

7. Пусть отношение населенностей  $N_2/N_1$  двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре  $T=300$  К, равно  $1/\ell$ . Вычислите частоту излучения  $\nu$ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область электромагнитного спектра попадает излучение с такой частотой?

8. Чему равна ширина естественной спектральной линии вещества, если время жизни по спонтанным переходам равно  $5 \cdot 10^{-7}$ .

9. Определить неопределенность энергии  $i$ -того уровня и ширину естественной линии вещества, имеющего время жизни уровня  $5 \cdot 10^{-9}$  с.

**10.** Система энергетических уровней атома образует электронные уровни. Определить рабочий частотный диапазон переходов для электронных уровней.

**11.** Если газ состоит из молекул, то следует рассматривать поступательное движение атомов внутри молекулы. Определить рабочий частотный диапазон переходов для колебательных энергетических уровней. (Справка:  $1\text{эВ} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж}$ ).

**12.** Определить число степеней свободы в молекуле ( $\text{NH}_3$ ) аммиака и углекислого ( $\text{CO}_2$ ) газа.

**13.** Между колебательными уровнями находятся вращательные уровни. Определить рабочий частотный диапазон переходов для вращательных энергетических уровней. (Справка:  $1\text{эВ} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж}$ ).

**14.** Если инверсия населенности в среде равна 2, то чему равна отрицательная температура и отношение населенности верхнего уровня к нижнему:  $\frac{n_n}{n_m} = \exp\left[\frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}\right] = 1 + \frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}$ , при длине волны  $1\text{мкм}$ , излучаемой в среде при рабочей температуре  $4,7^\circ\text{К}$ ?

**15.** Пусть отношение населенностей  $N_2/N_1$  двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре  $T=300\text{ К}$ , равно  $1/e$ . Вычислите частоту излучения  $\nu$ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область электромагнитного спектра попадает излучение с такой частотой, если дано:  $f_0=3 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ ,  $P=1 \text{ Вт}$ ,  $r=0,99$ .

**16.** Сколько мод может существовать в  $1 \text{ см}^3$  кристалле с  $n=1,76$  в пределах ширины линии ( $\Delta\nu=330 \text{ ГГц}$ ) лазерного перехода ( $\lambda=6943\text{А}$ ), если рассматриваются только те моды, для которых вектор  $\mathbf{K}$  направлен вдоль одного направления (например, вдоль оси  $z$ , при  $K_x=K_y=0$ )?

**17.** Имеется резонатор объемом  $V=1 \text{ см}^3$ . Найдите, сколько мод резонатора находится в полосе  $\Delta\lambda=0,01 \text{ мкм}$  с центральной длиной волны  $\lambda=600 \text{ нм}$ .

**18.** Определить коэффициент преобразования энергии накачки трехуровневой квантовой системы, полагая, что длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}}=0,46 \text{ мкм}$ , длина волны излучения  $\lambda_{\text{изл}}=0,7 \text{ мкм}$ .

**19.** Вывести выражение, определяющее разность населенности для состояния термодинамического равновесия в случае сильных полей, если заданы поглощаемая мощность  $P_{\text{погл}}$  и время продольной релаксации  $\tau_1$ .

**20.** Перечислить, при каких условиях вещество способно усиливать электромагнитное излучение.

## 6.2 Оптические резонаторы

**1.** Открытый оптический резонатор образован плоскими зеркалами квадратной формы с размером  $D$  (10 мм). Расстояние между зеркалами  $L$  (1 м), а их непараллельность составляет угол  $\delta$  (1 мин). Резонатор заполнен диэлектриком с показателем преломления  $n$  (2,3), коэффициенты отражения зеркал  $R_1=1$ ,  $R_2=R$  (0,5). Чему равны резонансные частоты продольных типов колебаний (мод) и расстояние между соседними продольными модами.

**2.** Открытый оптический резонатор образован плоскими зеркалами квадратной формы с размером  $D$  (10 мм). Расстояние между зеркалами  $L$  (1 м), а их непараллельность составляет угол  $\beta$  (1 мин). Резонатор заполнен диэлектриком с показателем преломления  $n$  (2,3), коэффициенты отражения зеркал  $R_1=1$ ,  $R_2=R$  (0,5). Определить добротность резонатора с учётом связи с нагрузкой, непараллельности зеркал, дифракционных потерь на длине волны  $\lambda$  (1,06 мкм).

3. Имеется резонатор объемом  $V = 1 \text{ см}^3$ . Найдите, сколько мод резонатора находится в полосе  $\Delta\lambda = 0,01 \text{ мкм}$  с центральной длиной волны  $\lambda_q = 6000 \text{ нм} = 0,6 \text{ мкм}$ , число колебаний в объеме  $V$  в интервале частот.

4. Рассчитать добротность  $Q_p$  и время жизни фотона  $\tau_p$  в резонаторе Фабри – Перо с плоскими зеркалами  $L=0,4 \text{ м}$ . В резонаторе возбуждается один основной тип колебаний  $\text{TEM}_{00q}$ , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ( $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$ ). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощающая (коэффициент поглощения  $\alpha = 0,003 \text{ 1/м}$ ). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеяния в среде, нерезонансного поглощения и т.д. Коэффициент отражения  $r=R_1 \cdot R_2 = 0,87$ . Диаметр зеркал намного больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

5. Определить добротность резонатора, если  $\lambda = 1 \text{ мкм}$ ,  $D = 1 \text{ см}$ ,  $L = 100 \text{ см}$ ,  $r = 0,65$ , а коэффициент Френеля  $0,5 \cdot 10^{-2}$ .

6. Определить время жизни волны в резонаторе ( $\tau$ ), длиной  $L = 1 \text{ м}$ , с коэффициентом отражения зеркал  $r = 0,99$  при освещении его зеленым светом ( $\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм}$ ). Оценить добротность резонатора.

7. Центральная частота излучательного перехода  $\nu_0 = 5,3 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ . Определить, какое число продольных типов колебаний может возбудиться в лазере с длиной резонатора со сферическими зеркалами  $L = 50 \text{ см}$ ? Определить, при какой длине резонатора будет возбуждаться один продольный тип колебаний? (Показатель преломления среды принять равным единице, интервал между частотами соседних мод для резонатора со сферическими зеркалами равен  $\Delta\nu_q = \frac{c}{4 \cdot L}$ ) (6.1).

**8.** Для резонатора с плоскими зеркалами, длиной  $L=1\text{ м}$  на волне  $\lambda = 0,63\text{ мкм}$ , вычислите разность частот между двумя соседними продольными модами.

**9.** Вычислите разность частот между двумя соседними модами  $T_{00q}$  резонатора  $L=1\text{ м}$ , считая, что в  $\text{CO}_2$  лазере ширина линий излучения, определенная по уровню 0,5 от максимального значения, равна 50 МГц. Найдите число мод  $T_{00q}$ , частоты которых находятся в пределах этой линии. Рабочая длина волны  $\lambda_{\text{CO}_2} = 10\text{ мкм}$ .

**10.** Спектральная ширина линии излучения He-Ne лазера составляет 800 МГц. Центральная частота излучательного перехода  $\nu_q = 4,74 \cdot 10^{14}\text{ Гц}$ . Определить, какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере, если длина резонатора  $L=100\text{ см}$ . Оценить, при какой длине резонатора в лазере будет возбуждаться один продольный тип колебаний.

**11.** Сколько мод  $T_{00q}$  может существовать в  $1\text{ см}^3$  кристалла рубина ( $n=1,76$ ) в пределах ширины линии ( $\Delta\nu=330\text{ ГГц}$ ) лазерного перехода ( $\lambda=0,69\text{ мкм}$ ), если рассматриваются только те моды, для которых вектор  $\mathbf{K}$  направлен вдоль оси  $z$ , при  $K_x=K_y=0$ ?

**12.** Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний  $\text{TEM}_{00}$  (основной тип) и  $\text{TEM}_{01}$  для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора  $L = 100\text{ см}$ , длина волны излучения  $\lambda = 0,63\text{ мкм}$ , апертурный размер зеркал  $a = 0,5\text{ см}$ .

**13.** Определить, какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере с длиной резонатора со сферическими зеркалами  $L = 30\text{ см}$ , рабочая частота  $\nu_0 = 2,7 \cdot 10^{14}\text{ Гц}$ . Определить, при какой длине резонатора будет возбуждаться один продольный тип колебаний. Показатель преломления среды принять равным единице, интервал между частотами соседних мод

для резонатора со сферическими зеркалами определить из уравнения (6.1).

**14.** В резонаторе задан коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_a^0$ , коэффициент потерь  $\alpha = \alpha_a + \alpha_z$ , длина резонатора  $L$ ,  $\delta_{12}$  – параметр нелинейности  $\delta_{12}$ . Дифракционными потерями пренебречь. Определить оптимальный коэффициент отражения зеркала  $R_2$  резонатора, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Для численных оценок считать:  $L = 20$  см,  $\chi_a^0 = 0,035$  см<sup>-1</sup>,  $\alpha_a = 0,0087$  см<sup>-1</sup>,  $\delta_{12} \approx 100$ ,  $v_{гр} = 3,37 \cdot 10^6$  м/с,  $R_1$  – глухое зеркало (0,9999),  $R_2$  – выходное зеркало меняется в пределах 0,2 – 0,9. Активная среда заполняет весь резонатор.

**15.** Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_a^0$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha = \alpha_a + \alpha_z$ . Длина резонатора  $L$ . Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок считать:  $L = 10$  см,  $\chi_a^0 = 0,035$  см<sup>-1</sup>,  $\alpha_a = 0,0087$  см<sup>-1</sup>,  $\eta = 0,7$ ,  $\sigma = 10$ ,  $\eta = 0,8$ ,  $R_1 = 0,99999$ ,  $R_2 = 0,2 - 0,9$ . Активная среда заполняет весь резонатор. Оптимальный коэффициент отражения зеркал найти из следующей формулы, позволяющей анализировать выходное излучение от многих параметров:

$$P(R_2) := \left[ \frac{\sigma \cdot (1 - R_2)}{\eta \cdot (1 + R_2)} \right] \cdot \left( \frac{\chi \cdot L}{\alpha_2 \cdot L + \ln \left( \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2}} \right)} \right), \quad (6.2)$$

где  $\sigma$  – эффективное сечение среды,  $\eta$  – параметр насыщения,  $\chi(\chi_a^0)$  – ненасыщенный показатель усиления среды,  $R_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала,  $R_2$  – коэффициент отражения выходного зеркала.

**16.** Оценить, насколько частота типа колебаний  $TEM_{01}$  отличается от частоты основного типа колебаний  $TEM_{00}$  для пусто-

го резонатора. Резонатор образован плоским ( $R_1=\infty$ ) и сферическим (радиус кривизны  $R_2 = 250$  см) зеркалами. Длина резонатора  $L=200$  см.

**17.** Определить величину дифракционных потерь для моды  $TEM_{mn}$ . Длина резонатора  $L = 120$  см, длина волны излучения  $\lambda = 0,63$  мкм, апертурный размер зеркал  $a = 0,34$  см. Справочные данные: в табл. 6.1 приведены значения коэффициентов при  $N^{-3/2}$  в выражении (1.46) для индексов  $m$  и  $n$ .

Таблица 6.1

$\alpha_{nm} = 5,23 \cdot 10^{-2} [\Lambda_{n(m+1)}^2]$					
$m \setminus n$	0	1	2	3	4
0	0,3	0,767	1,38	2,13	3,00
1	1,59	2,57	3,70	4,98	6,40
2	3,92	5,40	7,05	8,86	10,80
3	7,28	9,30	11,40	13,70	16,25
4	11,65	14,20	16,90	19,70	22,60

**18.** Резонатор оптического квантового генератора образован зеркалами с коэффициентами отражения  $R_1=R_2=0,7$ , расположенными на длине  $L$  друг от друга. Активная среда занимает всё пространство между зеркалами.

Как нужно изменить коэффициент квантового усиления активной среды для выполнения условия самовозбуждения генератора, если в резонатор вносится поглотитель, поглощающий 30% падающего на него излучения (не учитывать дифракционные потери на зеркалах и в материале активной среды и зеркал)?

**19.** Рассчитать число типов колебаний для активного вещества, если степень монохроматичности равна  $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 10^{-5}$ . Активное вещество помещено в резонатор длиной  $L = 100$  см, поперечный апертурный размер зеркал равен  $D = 2,5$  см, рабочая

частота  $\nu_0 = 1.6 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если длина резонатора  $L = 250$  см, а монохроматичность  $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 10^{-8}$ .

**20.** Резонатор образован зеркалами с поперечным размером  $D=1,5$  см, коэффициентом отражения  $r=R_1 \cdot R_2=0,88$ . Рассчитать число типов колебаний, возникающих в резонаторе с плоскими зеркалами, для активного твердотельного вещества. Монохроматичность лазера или ширина спектральной линии излучения равна

$$\mu = \frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-3}. \quad (6.3)$$

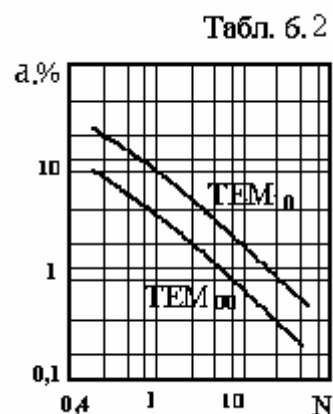
Расстояние между зеркалами равно  $L=8$  см. Лазер работает на частоте  $\nu = 2 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если кристалл заменить газообразным веществом, при  $\mu=10^{-6}$  и длине резонатора со сферическими зеркалами  $L=150$  см.

**21.** Определить добротность резонатора, если  $\lambda=1$  мкм,  $D=1$  см,  $L=100$  см, а коэффициент Френеля  $0,5 \cdot 10^{-2}$ .

Дано:  $\tau=0,65$ ,  $\lambda=1$  мкм,  $D=1$  см,  $L=100$  см,  $N=0,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q - ?$

**22.** Чему равна ширина первого (главного) дифракционного максимума резонатора с плоскими зеркалами диаметром 20 мм, при длине рабочей волны  $\lambda=0,99$  мкм.

**23.** В лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 3,32$  мкм и имеющем усиление  $\chi$  по мощности за проход  $0,07 \text{ м}^{-1}$ , используется симметричный резонатор длиной  $L=0,6$  м, коэффициент отражения обоих зеркал резонатора  $r=0,78$ . Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду  $T_{01}$  и сохранить при этом генерацию на моде  $T_{00}$





(зависимость дифракционных потерь от числа Френеля приведена в таблице 6.2).

**24.** Вычислить размер пятна основной моды в плоскости торца кюветы, если заданы следующие параметры установки: длина активного элемента  $l = 0,5$  м (длина газоразрядной кюветы), длина резонатора  $L = 0,64$  м, апертурный размер зеркал –  $2a = 0,4$  см, радиусы кривизны зеркал –  $R_1 = R_2 = 0,8$  м. Лазер работает на длине волны  $\lambda = 0,63$  мкм.

### 6.3 Мощность. Оптимальные размеры. Условия самовозбуждения

**1.** Если коэффициент усиления в активной среде равен  $3 \cdot 10^{-1} \text{ см}^{-1}$ , то чему равна мощность сигнала в процессе второго прохождения через активное вещество длиной 20 см при мощности на входе в активное вещество  $P(0, \nu_0) = 1$  мВт?

**2.** Вывести зависимость мощности генерации лазера от длины активного элемента, коэффициента пропускания выходного зеркала и потерь  $\alpha$ , при  $\delta = 0$ . Примечание: анализ зависимости мощности генерации от параметров ОКГ упростится, если пренебречь величиной  $\delta$ , элемент  $r$  на  $(1 - \tau)$  и  $r_1(1 - \alpha)$ , а также учесть, что  $\tau \cdot \alpha \ll 1$ , то можно получить выражение (3.26)

$$P = \frac{\tau \cdot \sigma}{2 \cdot \eta} \cdot \left[ \frac{2 \cdot \chi_0 \cdot \ell}{(\tau + \alpha)} - 1 \right],$$

где  $\sigma$  – поперечное эффективное сечение среды;  $\alpha$  – суммарные, бесполезные потери в резонаторе;  $\tau$  – коэффициент пропускания;  $\eta$  – эффективный коэффициент насыщения;  $\chi_0$  – начальный коэффициент усиления. Генерация возможна только в некоторой области изменения коэффициента пропускания  $\tau$ :

$$0 < \tau < (2 \cdot \chi_0 \cdot \ell - \alpha). \quad (6.4)$$

**3.** Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал  $r_{\text{отр}}$  резонатора лазера, позволяющий получить максимальную

выходную мощность. Начальный коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_{\text{АПОР}}^{\circ} = 0,02 \text{ см}^{-1}$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha_{\text{А}} = 0,0067 \text{ см}^{-1}$ , длина резонатора  $L = 200 \text{ мкм}$ . Дифракционными потерями можно пренебречь. Активная среда заполняет весь резонатор. Справка: Зависимость мощности генерации от параметров выходного зеркала  $r_1$  и  $\tau$  определится из выражения:

$$P = \frac{\tau \cdot \delta}{\eta \cdot (1+r)} \cdot \left[ \frac{\chi_{\circ} \cdot L}{\delta \cdot l + \ln(r_1 \cdot r_2)^{-\frac{1}{2}}} - 1 \right], \quad (6.6)$$

где  $P$  – выходная мощность генерации;  $\eta$  – параметр насыщения;  $\tau$  – коэффициент пропускания выходного зеркала;  $r_2$  – коэффициент отражения выходного зеркала;  $\chi_{\text{АПОР}}^{\circ}$  – ненасыщенный показатель усиления среды;  $l$  – эффективная длина активного элемента;  $\delta$  – показатель распределенных потерь в среде (рассеяние);  $r_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала ( $r=r_1 \cdot r_2$ ).

**4.** При каком показателе рассеяния  $\delta$  возможна генерация в кристалле.

Начальный коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_{\text{АПОР}}^{\circ} = 0,02 \text{ см}^{-1}$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha_{\text{А}} = 0,0067 \text{ см}^{-1}$ , длина резонатора  $L = 200 \text{ мкм}$ . Дифракционными потерями можно пренебречь. Активная среда заполняет весь резонатор. Справка: Зависимость мощности генерации от параметров выходного зеркала  $r_2$  и  $\tau$  определится из выражения:

$$P = \frac{\tau \cdot \sigma}{\eta \cdot (1+r)} \cdot \left[ \frac{\chi_0 \cdot \ell}{\delta \cdot \ell + \ln(r_1 \cdot r_2)^{-\frac{1}{2}}} - 1 \right], \quad (6.7)$$

где  $\tau$  – коэффициент пропускания выходного зеркала;  $\sigma$  – эффективное сечение среды;  $\eta$  – параметр насыщения;  $\chi_0$  – ненасыщенный показатель усиления среды;  $r_2$  – коэффициент отражения выходного зеркала ( $r_2 = 0,4$ );  $r_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала ( $r_1=1$ );  $\ell$  – эффективная длина активного

элемента ( $\ell = 5$  см),  $\delta$  – показатель распределения потерь в среде.

**5.** Пользуясь зависимостями (1.68) или (3.26), выведите выражения, определяющие минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, при значениях ниже которого генерация возбуждаться не будет.

**6.** Лазерный резонатор состоит из 2-х зеркал с коэффициентами отражения  $r_2 = 0,5$ ;  $r_1 = 1$ . Длина активной среды рубина  $\ell = 7,5$  см, с диаметром 0,2 см, а сечение перехода  $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-1} \text{ см}^2$ . Вычислите порог инверсной населенности и выходную мощность, если ненасыщенный показатель усиления среды  $\chi_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}$ . Справка: Порог инверсной населенности определяется по формуле

$$N_{2\text{пор}} = \frac{1}{2} \cdot N = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \ell. \quad (6.8)$$

**7.** Пользуясь зависимостями (1.34) или (3.27), выведите выражения, определяющие минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, при значениях ниже которого генерация возбуждаться не будет.

**8.** Пользуясь зависимостями (1.34) или (3.26), выведите выражения, определяющие минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, при значениях ниже которого генерация возбуждаться не будет.

Справка: 2-й вариант формулы (3.26)

$$P = \frac{\tau \cdot \sigma}{\eta \cdot (1+r)} \cdot \left[ \frac{\chi_0 \cdot \ell}{\delta \cdot \ell + \ln(r_1 \cdot r_2)^{-\frac{1}{2}}} - 1 \right], \quad (6.10)$$

где  $\tau$  – коэффициент пропускания выходного зеркала;  $\sigma$  – эффект сечения среды;  $\eta$  – параметр насыщения;  $r_2$  – коэффициент отражения выходного зеркала;  $\chi_0$  – ненасыщенный показатель усиления среды;  $\ell$  – эффективная длина активного элемента;  $\delta$  –

показатель распределения потерь в среде;  $r_1$  – коэффициент отражения глухого зеркала.

9. Определить оптимальную длину активного элемента, при которой можно получить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла, при следующих значениях параметров:  $\chi_0 = 0,3 \text{ см}^{-1}$ ;  $\delta = 0,01 \text{ см}^{-1}$ ;  $r_1 = 0,96$ ;  $r_2 = 0,82$ . Справка: Оптимальная длина  $\ell_{\text{опт}}$  находится из условия

$$\frac{d(P/\ell)}{d\ell} = 0. \quad (6.12)$$

#### 6.4 Квантовые парамагнитные усилители. Молекулярные генераторы

1. В резонатор, настроенный на частоту 23870 МГц, влетает поток возмущенных молекул аммиака. Определить число частиц, необходимых для сообщения резонатору энергии 1 эрг (мощности 1 мВ). Справка: Число молекул  $N$ , влетающих в резонатор в единицу времени или через полное число  $N'$  молекул резонатора, определяется по формуле

$$n_0 = \frac{N'}{V_n} = \frac{N \cdot \tau}{\vartheta_n}. \quad (6.13)$$

2. Чему равна частота накачки в трехуровневой системе КПУ, если длина волны излучения равна 0,56 мкм.

3. Чему равен коэффициент инверсии, если при температуре решетки  $4,3^\circ \text{K}$  спиновая температура парамагнитного иона  $2,3^\circ \text{K}$ ?

4. Чему равен коэффициент инверсии для трехуровневой схемы, если отношение частоты накачки к частоте генерации составляет 0,71?

5. Определить коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ, если полоса пропускания ( $\Delta\nu$ ) усилителя на резонансной длине волны в 21 см составляет 2,85 МГц, а коэффициент усиления вещества  $\chi = \frac{1}{30 \cdot \lambda} \text{ см}^{-1}$ .

6. Определить полосу пропускания (МГц) в однорезонаторном КПУ, если соответственно таблице 6.3 заданы параметры: длина волны, активный материал, коэффициент усиления, рабочая температура.

Таблица 6.3

Длина волны сигнала, см	Активный материал	Коэффициент усиления, дБ	Рабочая температура, °К
21	Рубин 90°	20	4,2
3,2	Рубин 54° 44	21	1,8
1,95	Рубин	26	4,2

7. Чему равна спиновая температура парамагнитного иона, если коэффициент инверсии при рабочей температуре в 2,3° К равен  $I = 2,01$ ?

8. Определить коэффициент усиления двухрезонаторного КПУ. Рабочая длина волны  $\lambda = 21 \text{ см}$ ,  $Q_o = 3000$ ,  $Q_b = 100$ ,  $\Delta\omega = 18 \text{ МГц}$ .

9. Определить коэффициент усиления однорезонаторного КПУ, если полоса пропускания  $\Delta\omega_\lambda$  усилителя на резонаторной частоте составляет 15 МГц. Рабочая длина волны  $\lambda = 21 \text{ см}$ . Собственная добротность резонатора  $Q_o = 3000$ , добротность вещества  $Q_b = 100$ .

10. Определить максимальную мощность излучения молекул в молекулярном генераторе на аммиаке, если заданы следующие параметры:

$$\tau = 10^{-4}; \hbar = 1,05 \cdot 10^{-27}; Q = 10^4; F = 1; V_n = 10 \text{ см}^3;$$

$$N = 10^{13} \text{ мол} / \text{с}, \text{ в системе SGSE } \epsilon_0 = 1.$$

**11.** Определить коэффициент инверсии для 3- и 4-уровневой квантовой системы, полагая, что длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}} = 0,56 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ; а длина волны излучения  $\lambda_{\text{изл}} = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

**12.** Парамагнитный ион имеет следующую систему энергетических уровней, см. рис. 6.1. На переходе 1–3 действует поле накачки большой мощности. Считая вероятности тепловых переходов между уровнями  $\Gamma_{mn}$ , частоту переходов  $f_{mn}$  и температуру  $T$  заданными, определить, между какими уровнями возможно состояние инверсии населенностей. Рассчитать коэффициент инверсии и отрицательную температуру. Исходные данные для восьми вариантов даны в табл. 6.4

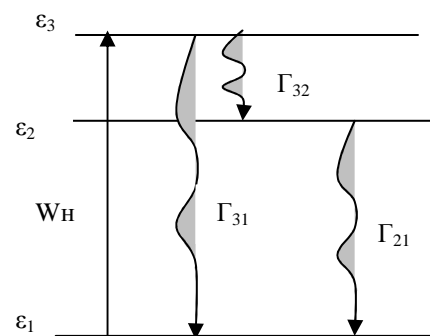


Рис. 6.1

*Примечания:* 1.  $nf/kT = f \text{ ГГц} / 20 \text{ Т}$ ; 2.  $f_{nm} = f_{mn} \exp(hf_{nm}/kT)$  при  $E_n > E_m$ .

Таблица 6.4

Номер варианта	а	б	в	г	д	е	ж	з
$\Gamma_{21}, \text{с}^{-1}$	$0,2 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^3$	$0,2 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	$0,3 \cdot 10^3$
$\Gamma_{31}, \text{с}^{-1}$	$1 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^5$	$10^3$	$10^3$	$10^5$
$\Gamma_{32}, \text{с}^{-1}$	$1 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^3$	$10^5$	$0,5 \cdot 10^3$	$10^3$	$2 \cdot 10^5$
$f_{21}, \text{ ГГц}$	5	10	10	10	10	3	9	10
$f_{32}, \text{ ГГц}$	10	10	5	10	8	9	3	10
$T, \text{ К}$	5	10	5	5	80	15	20	100

**13.** Определить мощность собственных шумов резонаторного КПУ, активным веществом которого является  $N$ -уровневая система, в которой инверсия осуществляется на частоте  $f_c$  (ГГц), частота накачки равна  $f_n$  (ГГц). Вещество находится в

резонаторе при температуре  $T_0$ , собственная добротность которого  $Q_0$ , добротность связи  $Q_{св}$ , полоса частот равна  $\Delta f$ . Исходные данные приведены в табл. 6.5.

Таблица 6.5

№ варианта	а	б	в	г	д
N	3	4	3	4	4
$f_c$ , ГГц	3	4	5	6	7
$f_H$ , ГГц	5	8	10	12	14
$T_0$ , К	5	10	15	20	25
$Q_0 \cdot 10^3$	1	1,5	20	30	25
$\Delta f$ , МГц	30	35	40	45	50

**14.** Чему равна частота накачки в трехуровневой системе КПУ, если длина волны излучения равна 1,06 мкм.

**15.** Чему равен коэффициент инверсии, если при температуре решетки  $2,8^\circ\text{К}$  спиновая температура парамагнитного иона  $1,4^\circ\text{К}$ ?

**16.** Чему равен коэффициент инверсии для трехуровневой схемы, если отношение частоты накачки к частоте генерации составляет 0,71?

**17.** Чему равна спиновая температура парамагнитного иона, если коэффициент инверсии при рабочей температуре в  $2,3^\circ\text{К}$  равен  $I = 2,01$ ?

**18.** Определить коэффициент усиления КПУ. Рабочая длина волны  $\lambda = 21$  см,  $Q_0 = 3000$ ,  $Q_b = 100$ ,  $\Delta\omega = 18$  МГц.

Справка: Коэффициент усиления усилителя определяется по формуле (2.51).

## 6.5 Оптические квантовые генераторы

1. Определить  $N_{2_{\text{пор}}}$  для рубина, если концентрация ионов хрома  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине при 0,05 % весовом его содержании составляет  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,  $l = 5 \text{ см}$ , диаметр активного элемента

$$d = 3 \text{ мм}, h\nu = 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}, \tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}, \frac{r_p}{r_c} = 0,5.$$

2. Лазерный кристалл имеет плоскость активных ионов  $N = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , объем кристалла  $1 \text{ см}^3$ . Определить пороговую мощность накачки, необходимую для достижения инверсии населенностей при заданных типах лазеров, длин оптических резонаторов  $L$  и коэффициентов отражения выходных зеркал  $R$ . Все параметры заданы в табл. 6.6 и табл. 6.7.

*Примечания:* 1. Считать вероятности безызлучательных переходов для ОКГ на рубине (Р) и алюмоиттриевом гранате (Г) много больше вероятностей других переходов.

2. Другими видами потерь в резонаторе ОКГ пренебречь.

3. Справочные данные по кристаллам приведены в табл. 6.6 и табл. 6.7.

Таблица 6.6

Номер вар-та	1	2	3	4	5
L, м	0,1	0,2	0,5	1	0,1
R, %	99	95	90	80	99

Таблица 6.7

Активное вещество	$\lambda_H$ , мкм	$\lambda_{и}$ , мкм	$\tau_1$ , с	$\Delta\omega$ , $\text{см}^{-1}$	$\eta$
Рубин	0,48	0,69	$3,4 \cdot 10^{-3}$	10,0	0,70

*Примечание:*

$\lambda_H$  – длина волны накачки;



$\lambda_{и}$  – длина волны излучения;

$\tau_1$  – время жизни на верхнем уровне рабочего перехода;

$\eta$  – квантовый выход;

$\Delta\omega = 1/\tau_2$  – ширина линии люминесценции рабочего перехода.

4. Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D=1,5$  мм. Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 1,2 м диаметр пятна равен 3 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определяемой теорией дифракции. Длина волны излучения 1)  $\lambda=0,63$  мкм; 2)  $\lambda=1,15$  мкм; 3)  $\lambda=3,36$  мкм.

5. Какой шириной запрещенной зоны должен обладать полупроводник, чтобы излучение лазера наблюдалось на длине волны  $\lambda=0,7$  мкм, лежащей в видимой части оптического диапазона?

6. Электронно-дырочный переход полупроводникового лазера имеет площадь, определяемую размерами  $0,245$  см  $\times$   $0,048$  см. Пороговый ток через диод составляет 1,1 А. В рабочем режиме при десятикратном превышении порогового значения по току и напряжению на диоде  $U_d = 1,7$  В излучаемая мощность составляет 2 Вт. Определить:

1) плотность тока в пороговом и рабочем режимах;

2) коэффициент полезного действия полупроводникового ОКГ;

3) величину мощности, рассеиваемой в виде тепла.

7. Какой шириной запрещенной зоны должен обладать полупроводник, чтобы излучение лазера наблюдалось на длине волны  $\lambda=0,84$  мкм, лежащей в инфракрасной части оптического диапазона.

8. Определить ширину спектральной линии генерации инжекционного полупроводникового лазера, спектральную чистоту,

допустимое отклонение длины резонатора от заданной, если лазер работает на длине волны  $\lambda=0,85$  мкм, длина резонатора  $L=0,5$  мм,  $P_{\text{вых}}=5$  мВт.

**9.** Определить углы дифракционной расходимости в вертикальной  $\theta_v$  и горизонтальной  $\theta_g$  плоскостях полупроводникового лазера. Ширина активного слоя  $t$  равна 20 мкм, толщина  $b$  равна 2 мкм. Рабочая длина волны  $\lambda$  равна 0,85 мкм.

**10.** Лазер на двойной гетероструктуре GaAs/GaAlAs имеет длину резонатора 500 мкм, коэффициент потерь  $\alpha_{\text{рас}}=1\text{мм}^{-1}$  и коэффициент отражения граней 0,33. Рассчитать, насколько снизится пороговый коэффициент усиления в результате увеличения коэффициента отражения на одном торце до 0,5.

**11.** Определить оптимальный коэффициент пропускания зеркал  $T_p$  (зеркала одинаковые) резонатора, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_0 = 0,3 \frac{1}{\text{см}}$ , коэффициент потерь  $\alpha = 0,006 \frac{1}{\text{см}}$ , длина резонатора  $L=10$  см. Активная среда заполняет весь резонатор. Дифракционными потерями пренебречь.

**12.** Определить выходную мощность непрерывного рубинового лазера, если концентрация ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине при 0,05% весовом его содержании составляет  $1,6 \cdot 10^{19} \text{см}^{-3}$ , длина рубина 4см, диаметр  $d=1$ мм, длина волны  $\lambda = 0,69$  мкм,  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{с}$ , – время жизни частиц за счет спонтанного перехода  $\frac{\tau_p}{\tau_c} = 0,5$ . ( $\tau_c$  – время жизни фотона в резонаторе,  $\tau_p = \frac{Q}{\omega}$  – время затухания поля в резонаторе). Справка: Выходную мощность считать по формуле

$$P_{\text{вых}} = \frac{N_{2\text{нор}}}{2} \cdot (\alpha - 1) \cdot \frac{\tau_p}{\tau_c} \cdot \hbar\omega, \quad (6.14)$$

где  $\alpha = \frac{W}{W_{\text{нор}}}$ ,  $W$  – вероятность вынужденного перехода, пропорциональная полю накачки,  $\alpha$  характеризует превышение энергии накачки над пороговой (взять  $\alpha = 1,1$ ).

**13.** Рассчитать добротность  $Q_R$  и время жизни фотона  $t_p$  в резонаторе Фабри–Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами полупроводникового лазера  $L=100\text{мкм}$ . В резонаторе возбуждается основной тип колебаний  $TEM_{00}$ , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ( $\lambda=1,16\text{ мкм}$ ). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения  $\alpha = 0,001\text{ см}^{-1}$ ). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в среде и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал  $r_{\text{отр}}=65\%$ . Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь. Добротность резонатора, определяемая потерями в активном элементе и потерями на зеркалах, записывается как

$$Q_R = \frac{2\pi\nu L}{c[\alpha L + (1 - r_{\text{отр}})]}. \quad (6.15)$$

**14.** Какой шириной запрещенной зоны должен обладать полупроводник, чтобы излучение лазера наблюдалось на длине волны  $\lambda= 0,84\text{ мкм}$ , лежащей в инфракрасной части оптического диапазона, если длина резонатора равна  $500\text{ мкм}$ , показатель преломления  $3,59$ .

**15.** Вычислить межмодовое расстояние для полупроводникового лазера с длиной активного слоя  $500\text{мкм}$  при показателе преломления  $n=3,95$ .

**16.** Полупроводниковый лазер на p-n-переходе имеет площадь, определяемую размерами  $0,3\text{ см} \times 0,05\text{ см}$ . Пороговый ток через диод составляет  $1,1\text{А}$ . При пятикратном превышении порогового значения по напряжению на диоде ( $U_d = 1,8\text{ В}$ ), излучает

мая мощность составляет 9,2 мВт. Дифференциальная эффективность лазера равняется 0,7. Определить коэффициент полезного действия с помощью следующего соотношения:

$$\eta = \frac{I - I_0}{e(I \cdot U)} \cdot h \cdot \omega \cdot \eta_{\text{диф}}. \quad (6.16)$$

**17.** Оцените выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой

$$P_{\text{вых}} = \frac{N_{2\text{пор}}}{t_1} (\beta - 1) \frac{t_p}{t_c} h\nu. \quad (6.17)$$

Если общая концентрация ионов хрома ( $\text{Cr}^{3+}$ ) в рубине  $N = 2,8 \cdot 10^{17} \text{ см}^3$ ,  $t_p / t_c \approx 0,5$ , превышение над порогом  $\beta = 2$ ,  $t_1$  – время жизни ионов хрома на метастабильном уровне.

**18.** Чему равна  $\eta_{\text{кв.эф}}$  в %, если у атома Ne энергия верхнего рабочего уровня составляет 20 эВ, а энергия фотона для  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$  равна 2 эВ? Как определяется ширина неоднородной уширенной линии ( $\Delta w_d$ )?

**19.** Спектральная ширина линии излучения гелий-неонового лазера составляет 800 МГц. Центральная частота излучаемого перехода  $\nu_m = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ . Определите какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере, если длина резонатора  $L = 100 \text{ см}$ . Оценить, при какой длине резонатора в лазере будет возбуждаться один продольный тип колебаний.

**20.** Определить энергию, поглощенную ионами хрома, в рубиновом стержне длиной 80 мм, диаметром 7 мм, если избыток частиц на верхнем уровне перехода составляет  $0,4 \cdot 10^{18} \text{ 1/см}^3$ . Принять, что статические веса верхнего и нижнего уровня соответственно равны  $q_1 = 2$ ,  $q_2 = 1$ ; длина волны накачки  $\lambda = 1,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ , концентрация активных частиц в рубине  $N_0 = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ 1/см}^3$ . Примечание: энергия, поглощенная ионами хрома, в рубиновом стержне определяется из выражения

$$E = \frac{h \cdot c \cdot V}{\lambda} \cdot \frac{N_0 + \frac{q_2}{q_1} \cdot \Delta N}{1 + \frac{q_2}{q_1}}. \quad (6.18)$$

## 6.6 Пространственные характеристики излучения ОКГ

В данном разделе рассматриваются вопросы формирования лазерного пучка в резонаторах и прохождение волны через оптическую систему.

**1.** Найти минимальный размер пятна светового пучка в резонаторе длиной  $L = 100$  см, его положение и размеры пятен на зеркалах, если длина волны излучения  $\lambda (\lambda = 1,06 \text{ мкм})$ . Резонатор состоит из сферических зеркал с радиусами кривизны  $R_1 = 104$  см,  $R_2 = 106$  см.

**2.** Вычислить критический угол разбюстировки для ОКГ, если заданы следующие параметры установки: длина активного элемента  $l = 0,2$  м (длина газоразрядной кюветы), длина резонатора  $L = 0,45$  м, апертурный размер зеркал –  $2a = 0,5$  см, радиусы кривизны зеркал –  $R_1 = R_2 = 2$  м. Лазер работает на длине волны  $\lambda = 1,05 \text{ мкм}$ . Параметры резонатора  $g_1 \cdot g_2 = 0,82$ .

**3.** Вычислить размер пучка и радиус кривизны поверхности равных фаз на расстоянии 3 м от перетяжки. Размер пятна в перетяжке гауссова пучка, излучаемого лазером с длиной волны равной 1 мкм, равен  $w_0 = 0,3$  мм.

**4.** В лазере, работающем на длине волны 1,06 мкм, используется конфокальный резонатор длиной 1,5 м. Вычислить размер пятна в центре резонатора и на зеркалах.

**5.** Вычислить размер пятна на обоих зеркалах полуконфокального резонатора длиной 1,5 м, используемого в лазере, работающем на длине волны 1,06 мкм.

**6.** Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний конфокального резонатора, если  $\lambda = 1$  мкм, расстояние между зеркалами  $L = R_1 = -R_2 = 2$  м. Апертурный размер зеркал велик, и дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

**7.** Имеется резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами, радиусом 4 м и расстоянием между ними 1 м. Вычислите размер пятна моды  $T_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны аргонового лазера  $\lambda = 0,514$  мкм.

**8.** Имеется резонатор, у которого одно зеркало сферическое радиусом 4 м, другое – плоское. Расстояние между ними 1 м. Вычислите размер пятна моды  $T_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах. Рабочая длина волны  $\lambda = 0,514$  мкм (излучение  $Ar^+$  лазера).

**9.** Два сферических зеркала с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$  расположены на расстоянии  $d$  одно от другого. Найти минимальный размер пятна светового пучка в резонаторе, его положение и размеры пятен на зеркалах, если длина волны излучения  $\lambda$ . Размер зеркал достаточно велик, так что дифракционными потерями можно пренебречь.  $R_1 = 106$  см,  $R_2 = -109$  см,  $d = 99$  см,  $\lambda = 3,39$  мкм.

**10.** Имеется резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами, радиусами кривизны  $R_1 = 1,5$  и  $R_2 = 4$  м и расстоянием между ними 1 м. Вычислите: а) положение перетяжки пучка; б) размер пятна в перетяжке пучка и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны  $\lambda = 0,514$  мкм (излучение  $Ar^+$  лазера).

**11.** Какое фокусное расстояние должна иметь линза и где она должна быть расположена, чтобы Гауссов пучок с  $w_0 = 0,5$  мм сфокусировать таким образом, чтобы перетяжка пучка с раз-

мером  $w_{02}=50$  мкм образовалась на расстоянии  $l=1$  м от перетяжки исходного пучка. Рабочая длина волны  $\lambda=1$  мкм.

**12.** Для уменьшения расходимости выходного пучка за сферическим, полуконфокальным (выходным) зеркалом резонатора длиной 50 см, помещается линза. Какое фокусное расстояние должна иметь линза, чтобы размер пятна в образованной за линзой перетяжке пучка составил 0,95 размера пятна на сферическом зеркале. Рабочая длина волны лазера 0,633 мкм).

**13.** Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L=0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал  $R_1=0,84$  м,  $R_2=2,0$  м. Оценим, как изменится угол расхождения пучка ОКГ, если учесть рассеивающее действие подложки зеркала с показателем преломления  $n=1,5$ .

**14.** Резонатор образован зеркалами с поперечным размером  $D=1,5$  см, коэффициентом отражения  $r=r_1 \cdot r_2=0,88$ . Рассчитать число типов колебаний, возникающих в резонаторе с плоскими зеркалами, для активного твердотельного вещества. Монохроматичность лазера или ширина спектральной линии излучения равна  $\mu = \frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-3}$ . Расстояние между зеркалами равно  $L=8$  см. Лазер работает на частоте  $\nu = 2 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если кристалл заменить газообразным веществом, при  $\mu=10^{-6}$  и длине резонатора со сферическими зеркалами  $L=150$  см.

**15.** В He-Ne лазере, с рабочей длиной волны  $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-6}$  м используется конфокальный резонатор длиной  $L=1$  м. Вычислить размер пятна в центре резонатора и на зеркалах.

**16.** Вычислите размер пятна на обоих зеркалах полуконфокального резонатора длиной 2 м, используемого в  $\text{CO}_2$  лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6$  мкм.

**17.** Имеется резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами, радиусом 4 м и расстоянием между ними 1 м. Вычислите размер пятна моды  $T_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах ( $\lambda^{Ar} = 0,514 \cdot 10^{-6}$  м).

**18.** Оценить, как изменится угол расхождения пучка ОКГ со следующими параметрами:  $L = 0,45$  м,  $R_1 = 0,84$  м,  $R_2 = 2$  м, если учесть рассеивающее действие подложки зеркала  $R_1$ ,  $n=1,5$ . (Справочные данные: если одна из граней стеклянной подложки – вогнутая сфера с радиусом  $R$ , а другая – плоскость, то такая подложка эквивалентна рассеивающей линзе с отрицательным фокусным расстоянием  $f=-R/(n-1)$ ).

$$q_1 = 0,465, \quad q_2 = 0,775; \quad q_1 \cdot q_2 = 0,356.$$

**19.** Оценим фокусирующее действие линзы ( $f = 0,5$  м), установленной на расстоянии 1 м от перетяжки, на пучок ОКГ со следующими параметрами:  $L=0,45$  м,  $R_1=0,84$  м,  $R_2= 2$  м.

**20.** Найдем угол расхождения пучка основной моды для ОКГ со следующими параметрами. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L = 0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал  $R_1= 0,84$  м,  $R_2 = 2,0$  м.

**21.** Рассчитать местоположение минимального сечения пучка, сечение пучка на расстоянии 1 м от перетяжки. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L=0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал  $R_1=0,84$  м,  $R_2=2,0$  м.

Справочные данные: параметры конфигурации резонатора  $g_1 \cdot g_2$  определяются из формул  $g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}$ ,  $g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$ ,

$$u = \sqrt{g_1 g_2}, \quad v = \frac{g_1}{g_2}.$$



## 6.7 Характеристики лазерного излучения (когерентность, монохроматичность, направленность, частота)

1. Провести сравнительную оценку длины когерентности для некоторых наиболее применяемых источников света: 1) для белого света  $\tau \leq 10^{-4}$  с; 2) для зеленой линии ртутной лампы ( $\lambda_0 = 0,546$  мкм) со спектральной шириной  $\Delta\lambda = 100\text{Å}$ ;  $\tau = 10^{-13}$  с; 3) для He-Ne лазера  $\lambda_0 = 0,63$  мкм;  $\Delta f = 1,5$  ГГц;  $\tau = 2 \cdot 10^{10}$  с – для многомодового режима; 4) для He-Ne лазера  $\lambda = 0,63$  мкм;  $\Delta f = 1,5$  ГГц;  $\tau = 2 \cdot 10^{10}$  с – для одномодового режима.

2. Определить ширину спектральной линии для He-Ne лазера ( $\lambda = 0,63$  мкм), если длина когерентности в одном случае (а) равна  $L_1 = 20$  см, а другом (б)  $L_2 = 2 \cdot 10^4$  м при длине резонатора  $L = 0,5$  м.

3. Определить степень монохроматичности, время жизни фотона в резонаторе и  $\eta_\phi$  инжекционного полупроводникового лазера, если лазер работает на длине волны  $\lambda = 1,06$  мкм, длине резонатора  $L = 1,3$  мм,  $P_{\text{вых}} = 6,5$  мВт,  $Q = 10^7$ .

4. Рассчитать число типов колебаний для активного вещества, если степень монохроматичности равна  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-3}$ . Активное вещество помещено в резонатор длиной  $L = 1$  см, поперечный апертурный размер зеркал равен  $D = 1$  см, рабочая частота  $\nu = 3 \cdot 10^{14}$  Гц. Как изменится число типов колебаний, если длина резонатора  $L = 100$  см, а монохроматичность  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-6}$ .

5. Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D = 1,5$  мм. Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 1,2 м диаметр пятна равен 3 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определяемой теорией

дифракции. Длина волны излучения 1)  $\lambda = 0,63$  мкм; 2)  $\lambda = 1,15$  мкм; 3)  $\lambda = 3,36$  мкм. Зеркало круглое, плоское.

6. Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D = 3$  мм. Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 2 м диаметр пятна равен 5,4 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определенной теорией дифракции. Длина волны излучения  $\lambda = 0,63$  мкм. Зеркало круглое.

7. Определить в вертикальной и горизонтальной плоскости расходимость дифракционно-ограниченного пучка инжекционного полупроводникового лазера, если лазер работает на длине волны  $\lambda = 0,85$  мкм и ширина резонатора  $t = 10$  мкм,  $d = 0,5$  мкм, и сравнить с расходимостью рубинового лазера  $d = 6,5$  мм.

8. а) Сколько мод может существовать в  $1 \text{ см}^3$  кристалла рубина (с показателем преломления  $n=1,56$ ) в пределах ширины линии ( $\Delta\nu=150$  ГГц) лазерного перехода ( $\lambda=1,06$  мкм) при длине резонатора 130 см?

б) Сколько мод  $T_{\text{ооq}}$  существует в пределах ширины линии лазерного перехода, если рассматриваются только те моды, для которых вектор  $K$  направлен вдоль одного направления кристалла (например, вдоль оси  $z$ )? Эти моды могут быть возбуждены, если имеются только две отражающие поверхности и уровень накачки кристалла превышает порог генерации лазера.

в) Какова разность частот этих мод?

9. Определить конфигурационный сдвиг между соседними поперечными модами ОКГ со следующими параметрами:  $\lambda=1$  мкм,  $a=8$  мм,  $R_1=0,84$  м и  $R_2=2$  м,  $L=0,45$  м, используя выражение

$$\Delta\nu' = \frac{\nu_0}{180^\circ} \arccos \sqrt{q_i q_K} \quad \text{для } g > 0.$$

10. Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников излучения:

а) Ne – Ne лазер  $\lambda=0,63$  мкм, б) лазеры на неодиме ( $\text{Nd}^{3+}$ ) при  $\lambda=1,06$  мкм, в) лазеры на  $\text{CO}_2$  при  $\lambda=10,6$  мкм.

**11.** Определить ширину спектральной линии генерации инжекционного полупроводникового лазера, спектральную частоту, допустимое отклонение длины резонатора от заданной, если лазер работает на длине волны  $\lambda=0,63$  мкм, длина резонатора  $L=0,3$  мм;  $P_{\text{вых}}=45$  мВт – мощность излучения, отражения зеркал  $r=0,33$ .

**12.** Для резонатора, длиной 1 м, на длине волны 0,63 мкм, вычислить разность частот между двумя соседними продольными модами.

**13.** Вычислить разность частот между двумя соседними продольными модами  $T_{00q}$  резонатора, длиной 2м, если ширина линии излучения, определенная по уровню 0,5 от максимального значения, равна 50 МГц, найти число мод, частоты которых укладываются в пределы этой линии, рабочая длина волны 10,6 мкм.

**14.** Определить коэффициент преобразования энергии 3-уровневой квантовой системы, полагая, что длина излучения  $\lambda_H = 0,56 \cdot 10^{-6}$  м.

**15.** Определить неопределенность энергии  $i$ -того уровня и ширину естественной линии вещества, имеющего время жизни уровня  $7 \cdot 10^{-6}$  с.

**16.** Определить форму спектральной линии (форму контура спектральной линии), если ширина контура спектральной линии на длине волны излучения в 0,63 мкм равна 150 МГц.

**17.** Если инверсия населенности в среде равна 2, то чему равна отрицательная температура и отношение населенности верхнего уровня к нижнему:  $\frac{n_n}{n_m} = \exp\left[\frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}\right] = 1 + \frac{\hbar\omega_{mn}}{k|T_S|}$ , при

длине волны 1 мкм, излучаемой в среде при рабочей температуре 4,7° К ?

## 6.8 Модуляторы и дефлекторы

1. Луч белого света падает под углом  $\alpha=30^\circ$  на призму, преломляющий угол которой равен  $\theta=45^\circ$ . Определить угол между крайними лучами спектра на выходе из призмы, если показатели преломления стекла и призмы для крайних лучей видимого спектра равны  $n_k = 1,62$  и  $n_\phi = 1,67$ .

2. Главное сечение призмы – равносторонний треугольник. Луч падает на призму перпендикулярно к одной из её граней. Каков будет ход луча при различных значениях показателя преломления материала призмы?

3. У прямоугольной равнобедренной призмы посеребрены грани – катеты. Доказать, что лучи, падающие под произвольным углом на грань – гипотенузу, будут выходить из призмы параллельно первоначальному направлению.

4. У призмы с преломляющим углом  $30^\circ$  одна грань посеребрена. Луч, падающий на другую грань под углом  $45^\circ$ , после преломления и после отражения от посеребренной грани вернулся назад по прежнему направлению. Чему равен показатель преломления материала призмы?

5. Сконструировать электрооптический дефлектор на основе кристалла ВаTiO<sub>3</sub>.

6. Сконструировать дефлектор на основе кристалла KTN. Выбирая разумные размеры и постоянное смещение, вычислить напряжение, необходимое для получения отклонения на 100 «размеров пятна».

7. Рассчитать ультразвуковой брэгговский дефлектор с преобразователем в виде фазированной решетки, обеспечивающий

повышенную разрешающую способность. Исходные параметры для расчета:  $N = 200$  эл.,  $f_c = 400$  Гц,  $\lambda = 0,63$  мкм,  $D_{\Pi} = 10$  мкм,  $D_{\text{окг}} = 2$  мм,  $\gamma = 1'$ . Выбрать рабочую среду дефлектора и оптическую схему сканирующего устройства. Определить геометрические размеры дефлектора  $b$ ,  $L$ ,  $h$ ; требуемое быстродействие  $t_d$ ; среднюю акустическую частоту  $f_{\text{ак0}}$ ; рабочий диапазон акустических частот  $\Delta f_{\text{ак}}$ ; углы падения и отражения оптического луча  $\varphi$  и  $\theta_{-1}$ , геометрические размеры элементарных преобразователей  $L_{\text{эл}}$ ,  $b_{\text{ступ}}$ ; максимальный угол сканирования оптического луча; требуемое увеличение  $\Gamma$  оптической системы; требуемый поток  $R_{\text{акл}}$  звуковой энергии и мощность  $P_{\text{эл треб}}$  электрического сигнала, подводимого к преобразователю.

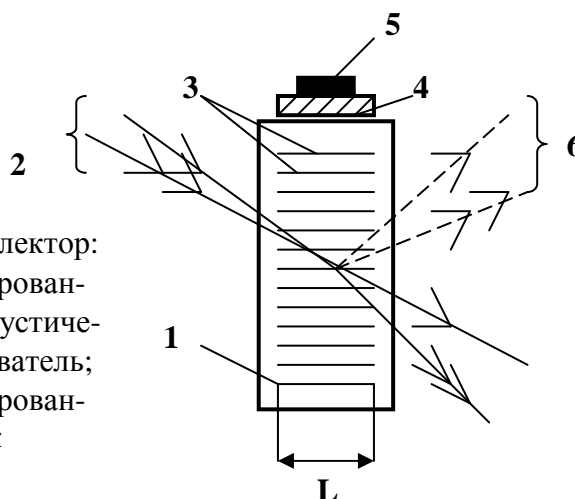


Рис. 6.2 – Брэгговский дефлектор:  
 1 – кристалл; 2 – сфокусированный световой пучок; 3 – акустические волны; 4 – преобразователь;  
 5 – электрод; 6 – дифрагированный световой пучок

**8.** Электрооптический дефлектор предназначен для сканирования сходящегося светового пучка со следующими параметрами:  $D_{\text{вх}} = 1,5$  см,  $\lambda = 0,85$  мкм,  $\xi = 1,4$ . Ширина дефлектора  $b = 1,5$  см, фокусное расстояние оптической системы  $F = (5/4)L$ . Показатель преломления материала дефлектора  $n = 1,35$ , максимальное изменение показателя преломления  $\Delta n = 2,9 \cdot 10^{-4}$ . Определить максимальную длину пути луча в дефлекторе  $L_{\text{max}}$ , расстояние от дефлектора до точки фокусирования  $L'$ , фокусное расстояние  $F$ , максимальный угол отклонения луча  $\Delta \alpha_{\text{max}}$ , угловую расходимость  $\gamma$ , диаметр сфокусированного пятна, разрешающую способность дефлектора  $N$ , линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости, диаметр пучка на выходе

де, линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости  $l$ .

**9.** Найти параметры отклонения светового пучка и оптимальные размеры электрооптического deflectора кристалла для получения максимальной разрешающей способности  $N_{\max}$  при сканировании сходящегося светового пучка круглого сечения с длиной волны  $\lambda=1,16$  мкм. Ширина кристалла  $b=D_{\text{вх}}=1,5$  см.

Максимальное изменение показателя преломления кристалла  $\Delta n = 0,81 \cdot 10^{-4}$ , показатель преломления  $n=1,35$ .

Определению подлежат: фокусное расстояние  $F$ , оптимальная длина пути светового луча в кристалле  $L_{\text{опт}}$ , расстояние от deflectора до точки фокусирования  $L'$ , максимальный угол отклонения  $\Delta\alpha_{\max}$ , максимальная разрешающая способность  $N_{\max}$ , диаметр сфокусированного пятна  $D_{\text{п}}$ , линейный диапазон перемещения пятна в фокальной плоскости  $l$ .

**10.** Электрооптический deflectор предназначен для сканирования коллимированного светового пучка с апертурой  $D_{\text{вх}}=1$  см. Ширина deflectора  $b=2$  см. Длина волны управляемого излучения  $\lambda=0,63$  мкм. Световой пучок имеет круглое сечение, для которого  $\xi=1,2$ . Показатель преломления материала deflectора  $n=1,5$ , максимальное изменение показателя преломления  $\Delta n=2 \cdot 10^{-4}$ . Определить максимальную длину пути луча в deflectоре  $L_{\max}$ , максимальный угол отклонения светового луча  $\Delta L_{\max}$  и разрешающую способность deflectора  $N$ .

## 6.9 Фотоприемные устройства оптического излучения

**1.** Нарисуйте и объясните вольт-амперные и световые характеристики фотодиода в фотодиодном режиме. Приведите схему включения фотодиода, работающего в этом режиме.

**2.** Фотоэлемент СЦВ-3, включенный в схему на рис. 6.4, имеет характеристики, изображенные на рис. 6.3. Параллельно с резистором нагрузки включается электронный ключ, обладаю-

щий бесконечно большим входным сопротивлением. Напряжение источника  $E_a=200\text{В}$ . Определить: а) световой поток  $\Phi$ , при котором откроется ключ, если порог срабатывания ключа равен  $50\text{ В}$  при сопротивлении нагрузки  $R_n=5\text{МОм}$ ; б) максимально возможное значение сопротивления нагрузки  $R_n$ , если порог срабатывания равен  $100\text{ В}$  и максимальное значение светового потока  $\Phi=0,15\text{ лм}$ .

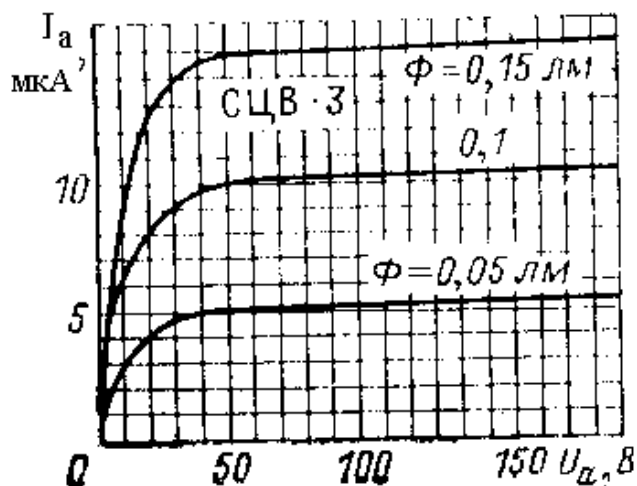


Рис. 6.3

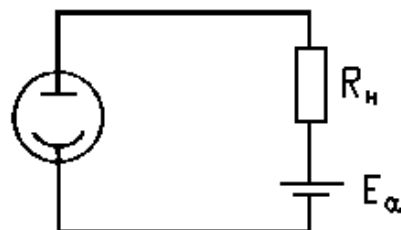


Рис. 6.4

3. Определить число каскадов фотоэлектронного умножителя для получения выходного тока  $2\text{ мА}$ , если ток эмиссии фотокатода  $0,01\text{ мкА}$ , а коэффициент вторичной эмиссии  $\sigma=6$ .

4. В девятикаскадном фотоэлектронном умножителе ток эмиссии фотокатода равен  $10^{-8}\text{ А}$ , а выходной ток составляет  $100\text{ мА}$ . Найти коэффициент вторичной эмиссии материала электродов.

5. Определить коэффициент усиления фототока в фотоэлектронном умножителе, если известно, что число эмиттеров в приборе равно  $6$ , коэффициент вторичной эмиссии материала эмиттера  $\sigma = 4$ .

6. Определить коэффициент вторичной эмиссии одного эмиттера фотоумножителя ФЭУ-19, состоящего из 13 каскадов, если известно, что общий коэффициент усиления составляет  $10^6$ .

7. Чувствительность фотоэлемента при рабочем анодном напряжении равна  $14 \text{ мкА/лм}$ , площадь окна фотоэлемента  $\Pi = 10 \text{ см}^2$ . Горизонтально направленная сила света лампы накаливания равна  $100 \text{ кд}$ . Определить: а) фототок, если фотоэлемент расположить на расстоянии  $l = 50 \text{ см}$  от лампы; б) значение анодного тока, если в приборе, помимо указанного фотокатода, будет помещено еще девять эмиттеров, обладающих каждый коэффициентом вторичной эмиссии  $\sigma = 5$ . Принять, что коэффициент сбора электронов  $\alpha = 0,6$ .

8. Пользуясь люкс-амперной характеристикой фоторезистора ФСК-1, изображенной на рис. 6.5, определить его удельную чувствительность, если темновой ток  $I_T = 15 \text{ мкА}$ , освещенность  $E = 800 \text{ лк}$ , напряжение на фоторезисторе  $U = 25 \text{ В}$ , площадь светочувствительной поверхности  $\Pi = 0,3 \text{ см}^2$ .

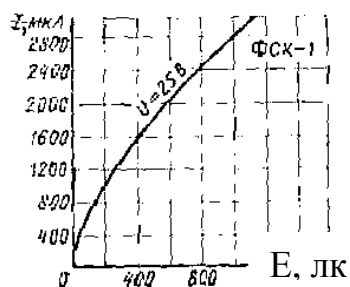


Рис.6.5

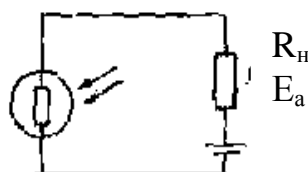


Рис. 6.6

9. Фоторезистор ФСК-1, люкс-амперная характеристика которого изображена на рис. 6.5, используется в схеме на рис. 6.6. Напряжение источника питания  $E = 50 \text{ В}$ , сопротивление резистора нагрузки  $R_n = 10 \text{ кОм}$ , максимально допустимая мощность, рассеиваемая фоторезистором,  $P_{\text{max}} = 125 \text{ мВт}$ . Площадь светочувствительной поверхности  $\Pi = 0,3 \text{ см}^2$ . Определить: а) световой поток  $\Phi$ , при котором падение напряжения на нагрузке  $U_R = 25 \text{ В}$ ; б) мощность  $P$ , рассеиваемую фоторезистором в этом случае; в)



минимальное значение сопротивления резистора нагрузки  $R_{н\ min}$ , при котором мощность, рассеиваемая фоторезистором, не превышает максимально допустимую, если значение светового потока  $\Phi=0,03$  лм.

**10.** Какими параметрами определяется изменение заряда на емкости фотодиода?

**11.** Нарисуйте и объясните характеристики фотодиода в вентильном режиме для нескольких световых потоков. Укажите на характеристиках режимы холостого хода и короткого замыкания. Приведите схему включения фотодиода, работающего в этом режиме.

**12.** Каков принцип восприятия изображения матричными фотоприемниками, что такое электрический рельеф?

**13.** Фотодиод ФД-1, вольт-амперные характеристики которого изображены на рис. 6.7, используется в схеме на рис. 6.8. Напряжение источника равно 100 В. Построить графики зависимости фототока от светового потока при сопротивлениях резисторов нагрузки  $R_{н}$ , равных 2 МОм, 100 кОм и 0. Площадь светочувствительной поверхности  $S=5$  мм<sup>2</sup>.

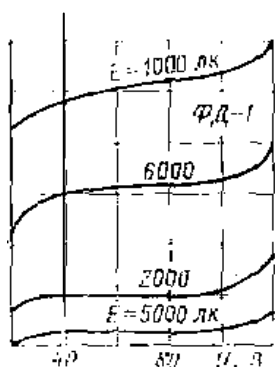


Рис. 6.7

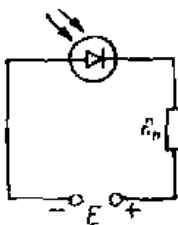


Рис. 6.8

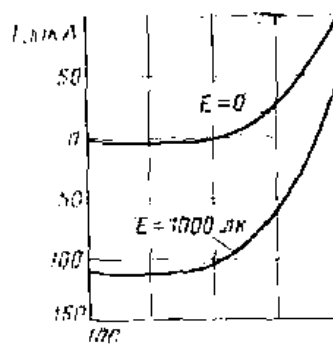


Рис. 6.9

**14.** По вольт-амперным характеристикам фотодиода ФД-1, изображенным на рис. 6.8, определить предельное значение со-

противления нагрузки, при котором сохраняется еще фотодиодный режим, если напряжение источника питания  $E=60$  В.

**15.** Пользуясь характеристиками фотодиода, работающего в вентильном (фотогальваническом) режиме (рис. 4.8), построить график зависимости выходной мощности от значения сопротивления нагрузки. Найти: а) оптимальное сопротивление нагрузки  $R_{н.опт}$ ; б) напряжение холостого хода  $U_0$ .

**16.** Чем ограничена максимальная фото-ЭДС фотодиода, работающего в вентильном режиме?

**17.** Электронно-дырочный переход площадью  $10^2$  см<sup>2</sup> германиевого фотодиода освещается источником света, который вызывает генерацию носителей заряда со скоростью  $4,6 \cdot 10^{18}$  1/(см<sup>3</sup>·с). Определить фототок короткого замыкания фотодиода при обратном напряжении, если концентрация примесей в областях р-п-перехода  $N_a=N_d=10^{15}$  см<sup>-3</sup>, время жизни носителей  $\tau=10$  мкс. Сравните ток короткого замыкания с темповым фототоком при обратном напряжении. Вычислите напряжение холостого хода фотодиода при  $T=300$  К.

**18.** Какова связь между интегральными чувствительностями фототранзистора при включении его в схему с общей базой и с общим эмиттером?

Таблица 6.8 – Типичные значения коэффициента усиления и времени быстрого действия

№ вар	Тип фотоприемника	$K_{yc}$	t,с
1	Фоторезистор	$1 - 10^5$	$10^{-2} - 10^{-7}$
2	ФД с р-п переходом	1	$10^{-6} - 10^{-8}$
3	Д с р-і-п переходом	1	$10^{-8} - 10^{-10}$
4	Д с поверхн. барьером	1	$10^{-10}$
5	ЛФД	$10^2 - 10^4$	$10^{-9}$
6	Фототранзистор	$10^2$	$10^{-6}$

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### а) основная литература:

1. Г.Л. Киселев. Квантовая и оптическая электроника.-СПб. Лань, 2011.- 320с.
2. В.А. Малышев. Основы квантовой электроники и лазерной техники. - М.: Высшая школа, 2005. - 542 с.
3. В.М. Шандаров. Основы физической и квантовой оптики. – Томск: Томск. гос. Ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – 258 с.
4. Куц Г.Г., Соколова Ж.М., Шангина Л.И.. Приборы и устройства оптического и СВЧ-диапазонов. - Томск: Издательство научно-технической литературы, 2003. - 556 с.
5. Н.И. Калитеевский. Волновая оптика. - СПб.: Лань, 2006. - 465 с.
6. Ушаков В.Н. и др. Оптические устройства в радиотехнике: Учеб. пособие для вузов.- М.: Радиотехника, 2005. -240 с.

### б) дополнительная литература:

- 1д. Пихтин А.Н. Оптическая и квантовая электроника. – М: Высшая школа. 2001, - 572с.
- 2д. Фриман Р. Волоконно-оптические системы связи: Пер. с англ. - М.: Техносфера, 2006. – 447 с.
- 3д. Байбородин Ю.В. Основы лазерной техники.- К.: Высшая школа;1988.- 383 с.
- 4д. Акаев А., Майоров А. Оптические методы обработки информации. -М.: Высшая школа,1988. -157 с.
- 5д. Бусурин В.И., Носов Ю.Р.. Волоконно - оптические датчики: физические основы, вопросы расчета и применения. - М.: Энергоатомиздат, 1990.- 240с.
- 6д. Гитин Л.Н., Кочановский В.Я. Волоконно-оптические системы передачи: Учеб. пособие/ - М.: Радио и связь, 2003. - 128 с.
- 7д. А.Ярив, П.Юх. Оптические волны в кристаллах.- М.:Мир,1987. - 616 с.
- 8д. М.П.Петров, С.И.Степанов, А.В.Хоменко. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. М.: Наука, 1992.
- 9д. В.М. Шандаров. Волоконно-оптические устройства технологического назначения. – Томск: Томск. гос. Ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 192 с.