

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КРУГЛОМ
ВОЛНОВОДЕ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. Каф. ЭП

_____ С.М. Шандаров

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КРУГЛОМ
ВОЛНОВОДЕ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Разработчик:

доцент каф. ЭП

_____ А.И. Башкиров

«__» _____ 2012

Цель работы

1. Изучить свойства круглого волновода, методику расчета параметров, характеризующих режим работы линии передачи.
2. Исследовать конфигурацию электромагнитного поля направляемых волн в круглом волноводе.

Сведения из теории

Теория круглых волноводов микроволнового диапазона рассмотрена в том числе в учебной и методической литературе. В данном пособии использованы материалы, касающиеся круглых волноводов, изложенные в [1 - 3].

Устройства, ограничивающие область, в которой распространяются электромагнитные волны, и направляющие движение электромагнитной энергии в заданном направлении, называются направляющими системами. К их числу относятся всевозможные линии передачи, основными типами которых являются проводные линии, коаксиальные линии, металлические волноводы, полосковые линии.

Классификация направляемых волн проводится по признаку наличия у них продольной составляющей электрического или магнитного поля. Принято называть H – волнами (магнитными) или поперечно-электрическими волнами, обозначаемыми символом TE (Transversion Electric - поперечно-электрические) такие волны, у которых $H_z \neq 0$. Если $E_z \neq 0$, то такие волны называются E – волнами (электрическими) или поперечно-магнитными волнами, обозначаемые символом TM (Transversion Magnetic - поперечно-магнитные). В некоторых линиях передачи, таких как коаксиальная или полосковая, могут быть равны нулю продольные составляющие и электрического, и магнитного поля

одновременно. Такие волны, для которых $H_z = 0$ и $E_z = 0$ называют T -волнами (поперечными) или поперечно-электромагнитными волнами, обозначаемыми символом TEM (Transversion Electro-Magnetic). В направляющих системах могут также существовать смешанные (гибридные) волны, у которых отличны от нуля все компоненты электромагнитного поля.

Круглые волноводы представляют собой металлическую трубу круглого сечения радиусом a (рис. 1), в которых также как в прямоугольных волноводах распространяются E - и H - волны, и не распространяются волны типа T .

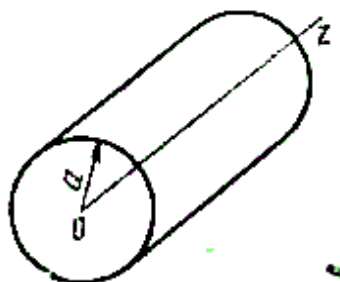


Рис.1

***E* – волны**

При анализе круглого волновода удобно использовать цилиндрическую систему координат r, φ, z , при этом ось z совмещена с осью волновода (рис.1). Уравнение Гельмгольца для продольной компоненты вектора напряженности электрического поля в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0. \quad (1)$$

Для решения (1) применим метод разделения переменных, что приводит к двум независимым дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(\chi_{\perp}^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (3)$$

Решение уравнения (2) имеет вид

$$\Phi(\varphi) = A \sin m\varphi + B \cos m\varphi,$$

где $A_1 = \sqrt{A^2 + B^2}$; $\varphi = \arctg \frac{A}{B}$, m – целое число ($m=0,1,2 \dots$).

Функция Φ должна быть четной относительно угла φ . Поэтому, постоянная $A = 0$ и

$$\Phi(\varphi) = B \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (4)$$

Уравнение (3) является уравнением Бесселя, его решение хорошо известно и может быть представлено в виде

$$R \sim C' J_m(\chi_{\perp} r) + D' N_m(\chi_{\perp} r),$$

где $J_m(\chi_{\perp r})$ и $N_m(\chi_{\perp r})$ - функции Бесселя m -го порядка первого и второго рода, функцию $N_m(\chi_{\perp r})$ называют также функцией Неймана m -го порядка; C' , D' - произвольные постоянные.

Функция Бесселя второго рода при $r \rightarrow 0$ стремится к бесконечности. Так как напряженность поля в любой точке волновода должна быть ограничена, то необходимо наложить условие $D' = 0$. Таким образом, получаем продольную компоненту электрического поля в виде

$$\dot{E}_z = E_{0z} J_m(\chi_{\perp r}) \cos(m\varphi - \varphi_0) e^{-j\gamma z}, \quad (5)$$

где $E_{0z} = A_1 C'$ - амплитуда продольной составляющей электрического поля.

Подставляя выражение для \dot{E}_z из (5) в соотношения, связывающие поперечные и продольные компоненты электромагнитного поля, определяем поперечные составляющие поля.

Составляющие векторов поля волны типа E_{mn} в круглом волноводе имеют вид

$$E_r = -j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}^2} E_0 J_m'(\chi_{\perp r}) \cos(m\varphi) \exp(j\gamma z)$$

$$E_{\varphi} = j \frac{\gamma m}{\chi_{\perp}^2} E_0 J_m(\chi_{\perp r}) \sin(m\varphi) \exp(j\gamma z)$$

$$E_z = E_0 J_m(\chi_{\perp r}) \cos(m\varphi) \exp(j\gamma z)$$

$$H_r = -j \frac{\omega \varepsilon}{\chi_{\perp}^2} m E_0 J_m(\chi_{\perp r}) \sin(m\varphi) \exp(j\gamma z)$$

$$H_{\varphi} = -j \frac{\omega \varepsilon}{\chi_{\perp}^2} E_0 J_m'(\chi_{\perp r}) \cos(m\varphi) \exp(j\gamma z)$$

$$H_z = 0.$$

В уравнениях (6) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функций Бесселя. Чтобы найти χ_{\perp} , надо воспользоваться граничным условием

$$E_{z/r=a} = 0.$$

Подставляя его в (6), получаем

$$J_m'(\chi_{\perp} a) = 0. \quad (7)$$

Значения аргумента, при которых функция Бесселя равна нулю называются корнями функции Бесселя. Обозначая n -й корень функции Бесселя m -го порядка через v_{mn} из последнего уравнения получаем

$$\chi_{\perp} a = v_{mn} \quad (8)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок функции Бесселя,

$n = 1, 2, 3, \dots$ – номер корня в порядке возрастания.

Нумерация E_{mn} – волн, отличающихся друг от друга по структуре поля в плоскости поперечного сечения, волновода, осуществляется в соответствии с порядковым номером корня уравнения (7). Например, корню v_{01} соответствует волна E_{01} , корню v_{13} – волна E_{13} и т.д. Индекс m – соответствует числу стоячих волн поля, укладывающихся по окружности волновода, т.е. число вариаций поля по угловой координате поля φ , а индекс n – число вариаций по радиальной координате r .

Из уравнения (8) определяем χ_{\perp} и находим $\lambda_{кр}$. Для волн типа E_{mn} в круглом волноводе критическая длина волны определяется выражением

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{v_{mn}}, \quad (9)$$

где a — радиус волновода; ν_{mn} — n -й корень уравнения $J_m(x) = 0$.

Выражения, определяющие длину волны в волноводе и фазовую скорость волны, имеют такой же вид, как и в теории прямоугольного волновода

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (10)$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (11)$$

где Λ — длина волны в волноводе,

λ — длина волны в свободном пространстве.

***H* – волны**

Решение уравнения Гельмгольца для продольной компоненты вектора напряженности магнитного поля в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial \varphi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0. \quad (12)$$

Дальнейшее решение аналогично проведенному для электрических волн. В результате получаем следующее выражение для продольной составляющей магнитного поля

$$\dot{H}_z = H_0 J_m(\chi_\perp r) \cos(m\varphi) e^{-j\gamma z}. \quad (13)$$

Подставляя выражение для \dot{H}_z из (13) в соотношения, связывающие поперечные и продольные компоненты электромагнитного поля, определяем поперечные составляющие поля.

Выражения для составляющих векторов поля волн типа H_{mn} в круглом волноводе имеют вид:

$$E_r = j \frac{\omega \mu_a}{\chi_\perp^2 r} m H_0 J_m(\chi_\perp r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z),$$

$$E_\varphi = j \frac{\omega \mu_a}{\chi_\perp} H_0 J'_m(\chi_\perp r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z),$$

$$E_z = 0, \quad (14)$$

$$H_r = -j \frac{\gamma}{\chi_\perp} H_0 J'_m(\chi_\perp r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z),$$

$$H_\varphi = j \frac{\gamma m}{\chi_\perp^2 r} H_0 J_m(\chi_\perp r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z),$$

$$H_z = H_0 J_m(\chi_\perp r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z).$$

В уравнениях (14) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функции Бесселя. Для определения поперечного волнового числа χ_\perp воспользуемся граничным условием $\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0$. Учитывая, что в круглом волноводе дифференцирование по нормали соответствует дифференцированию по радиусу, можно получить трансцендентное уравнение

$$J'_m(\chi_\perp a) = 0. \quad (15)$$

Отметим, что при выполнении равенства (15) согласно (14) касательная к стенкам волновода составляющая \dot{E}_φ электрического поля равна нулю на поверхности стенок волновода. Обозначив корни уравнения (15), число которых бесконечно, через μ_{mn} находим поперечное волновое число волн H_{mn} :

$$\chi_\perp \cdot a = \mu_{mn}.$$

Для волн типа H_{mn} в круглом волноводе критическая длина волны равна

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{\mu_{mn}},$$

где μ_{mn} — n -й корень уравнения $J'_m(x) = 0$.

Выражения, описывающие длину волны в волноводе и фазовую скорость, остаются такими же, как и для электрических волн (10), (11).

Несмотря на конструктивные преимущества, круглые волноводы используют значительно реже, чем прямоугольные. Это обусловлено поляризационной неустойчивостью основной волны типа H_{11} в круглом волноводе. Поляризационная неустойчивость образуется из-за симметрии круглого волновода. Например, если на входе некоторой волноводной системы волна типа H_{11} поляризована вертикально, то под влиянием различных случайных деформаций волноводной линии колебания на линии имеют уже другое направление плоскости поляризации. Так как возбуждающие устройства работают, как правило, лишь с колебаниями вполне определенной поляризации, круглые волноводы с волной H_{11} не используют в качестве линии передачи СВЧ- сигналов. Однако если в круглом волноводе возбудить волны H_{11} ортогональные друг другу и

сдвинутые по фазе на $\pm 90^0$, то суммарное поле будет волной с круговой поляризацией. Такие линии находят применение.

Ценным практическим свойством круглого волновода является возможность распространения в нем симметричных типов колебаний. На основе этих волн работает так называемое вращающееся волноводное сочленение, предназначенное для передачи энергии от передатчика к антенне радиолокационной станции.

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить настоящее методическое руководство.
2. Уточнить у преподавателя геометрические параметры круглого волновода, тип волны для исследования электромагнитного поля.
3. Рассчитать граничные частоты одномодового диапазона для заданного волновода.
4. Для данного типа волны найти критическую длину волны, рассчитать и построить зависимость длины волны в волноводе от частоты возбуждающих колебаний $\lambda_v(f)$.
5. Построить распределение компонент поля заданного типа волны по координатным осям поперечного сечения волновода. Построить силовые линии электрического магнитного полей в заданных преподавателем сечениях волновода.

Контрольные вопросы

6. Какие типы волн существуют в круглых волноводах?
7. Какой физический смысл имеют символы m и n , обозначающих тип волны в круглом волноводе.
8. Дайте определение длины волны в волноводе.

9. Дайте определение критической длины волны в волноводе.
10. Дайте определение фазовой скорости в волноводе.
11. Какая волна в волноводе называется основной? Записать условие одномодового режима в волноводе.
12. Какая волна является основной в круглом волноводе?
13. Записать условие, при котором в круглом волноводе будет распространяться только основная волна.

Литература

1. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989. – 543 с.
2. Боков Л.А. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 1: Электромагнитные поля и волны, Раздел 2. - Томск: ТМЦДО, 2004. - 115 с.
3. Замотринский В.А., Шангина Л.И. Устройства СВЧ и антенны: учебное пособие в 2 частях. Ч. 1 : Устройства СВЧ. – Томск : Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2010. - 201 с.