

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»
Кафедра радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга
(РЭТЭМ)

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Практические работы

2022

УДК 681.51.012(075.8)
ББК 32.817я73

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Практические работы

Составитель А.А. Мицель

Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – 2022. – 80 с.

В пособии приводится описание пяти практических работ по посвященных принятию решений в условиях неопределенности и недостатка информации; экспертным оценкам, использованию метода анализа иерархий и нечеткой свёрткой показателей. Работы выполняются с помощью пакет: Microsoft Office, МАТНСАD, Excel. Пособие может быть использовано студентами любых специальностей и форм обучения. Представляет интерес для инженеров, аспирантов, преподавателей, ученых, занимающихся вопросами обработки данных в условиях недостатка информации.

© Мицель А. А.
© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. Принятие решений в условиях недостатка информации	4
1.1. Простая задача принятия решений в условиях недостатка информации	4
1.1.1 Краткие теоретические сведения	4
1.1.2 Пример выполнения задания	5
1.1.3 Варианты индивидуальных заданий	7
1.2. Усложнённая задача принятия решений в условиях недостатка информации	11
1.2.1 Пример выполнения задания	11
1.2.2 Варианты индивидуальных заданий	13
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2. Принятие решений в условиях неопределенности. Игры с природой	21
2.1. Краткие теоретические сведения	21
2.2. Пример выполнения задания	24
2.3. Варианты индивидуальных заданий	27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3. Метод анализа иерархий	32
3.1. Краткие теоретические сведения	32
3.2. Пример выполнения задания	33
3.3. Варианты индивидуальных заданий	37
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4. Выбор формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды - издержки»	38
4.1. Постановка задачи	38
4.2. Практическое задание	47
4.3. Варианты матриц парных сравнений	49
4.3.1 Стратегия «Выгоды от долгового обязательства»	49
4.3.2 Стратегия «Издержки от долгового обязательства»	59
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5. «Многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей»	69

5.1. Постановка задачи	69
5.2. Практическое задание	72
5.3. Методические указания	73
5.4. Этапы выполнения работы	76
5.5. Пример использования метода интегральной оценки на примере стратегии развития города Юрги	77
ЛИТЕРАТУРА	80

ВВЕДЕНИЕ

Целью практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Системный анализ и моделирование» является закрепление и расширение теоретических основ системного подхода, а также приобретение практических умений и навыков в моделировании, анализе, проектировании и совершенствовании сложных систем.

Методические указания включают пять практических работ, посвященные принятию решений в условиях неопределенности и недостатка информации; экспертным оценкам, использованию метода анализа иерархий и нечеткой свёрткой показателей.

При выполнении лабораторных работ предполагается практическая реализация задач на ЭВМ с применением инструментальных средств. В качестве инструментария могут использоваться современные прикладные пакеты и программы: Microsoft Office, MATHCAD, Excel.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕДОСТАТКА ИНФОРМАЦИИ

1.1. Простая задача принятия решений в условиях недостатка информации

Цель: познакомиться с задачами принятия решений в условиях недостатка информации и неопределенности.

1.1.1 Краткие теоретические сведения

В зависимости от отношения к риску решение задачи может выполняться с позиций «объективистов» и «субъективистов». Пусть предлагается лотерея: за 30 рублей (стоимость лотерейного билета) игрок с равной вероятностью $p = 0,5$ может ничего не выиграть или выиграть 100 руб. Один индивид пожалеет 30 рублей за право участия в такой лотерее, т.е. просто не купит лотерейный билет, другой готов заплатить за лотерейный билет 50 рублей, а третий заплатит даже 60 рублей за возможность получить 100 руб. (например, когда ситуация складывается так, что, только имея 100 рублей, игрок может достичь своей цели, поэтому возможная потеря последних денежных средств, а у него их ровно 60 рублей, не меняет для него ситуации).

Безусловным денежным эквивалентом (БДЭ) игры называется максимальная сумма денег, которую игрок готов заплатить за участие в игре (лотерее), или та максимальная сумма денег, за которую он готов отказаться от игры. Каждый индивид имеет свой БДЭ.

Ожидаемая денежная оценка (ОДО), т.е. средний выигрыш в игре, рассчитывается как сумма произведений размеров выигрышей на вероятности этих выигрышей. Например, для нашей лотереи $ОДО = 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 100 = 50$ рублей.

Игрока, для которого БДЭ совпадает с ОДО игры, условно называют *объективистом*. Игрока, для которого $БДЭ \neq ОДО$, – *субъективистом*. Если субъективист склонен к риску, то его $БДЭ >$

ОДО. Если не склонен, то БДЭ < ОДО.

Процесс принятия решений с помощью дерева решений в общем случае предполагает выполнение следующих пяти этапов.

Этап 1. *Формулирование задачи.* Прежде всего, необходимо отбросить не относящиеся к проблеме факторы, а среди множества оставшихся выделить существенные и несущественные. Это позволит привести описание задачи принятия решения к поддающейся анализу форме. Должны быть выполнены следующие основные процедуры: определение возможностей сбора информации для экспериментирования и реальных действий; составление перечня событий, которые с определенной вероятностью могут произойти; установление временного порядка расположения событий, в исходах которых содержится полезная и доступная информация, и тех последовательных действий, которые можно предпринять.

Этап 2. *Построение дерева решений.*

Этап 3. *Оценка вероятностей состояний среды,* т.е. сопоставление шансов возникновения каждого конкретного события. Следует отметить, что указанные вероятности определяются либо на основании имеющейся статистики, либо экспертным путем.

Этап 4. *Установление выигрышей* (или *проигрышей* как выигрышей со знаком минус) для каждой возможной комбинации альтернатив (действий) и состояний среды.

Этап 5. *Решение задачи.*

1.1.2 Пример выполнения задания.

Предположим, что решения принимаются с позиции объективиста. Руководство некоторой компании решает, какую новую продукцию им производить: декоративную косметику, лечебную косметику, бытовую химию. Размер выигрыша, который компания может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния рынка (таблица 2.1):

Таблица 2.1

Исходные данные

Номер стратегии	Действия компании	Выигрыш, при состоянии экономической среды, руб.	
		Благоприятном	Неблагоприятном
1	Декоративная	300 000	-150 000

	косметика (a ₁)		
2	Лечебная косметика (a ₂)	250 000	-70 000
3	Бытовая химия (a ₃)	100 000	-10 000
Вероятность благоприятного и неблагоприятного состояний экономической среды равна 0,5.			

На основе табл. 2.1 выигрышей (потерь) можно построить дерево решений (рис. 2.1, 2.2). Обозначения – □ решение (решение принимает игрок); – * случай (решение «принимает» случай); // – отвергнутое решение.

Процедура принятия решения заключается в вычислении для каждой вершины дерева (при движении справа налево) ожидаемых денежных оценок, в отбрасывании неперспективных ветвей и выборе ветвей, которым соответствует максимальное значение ОДО.



Рис. 1.1. Дерево решений без дополнительного обследования конъюнктуры рынка

Определим средний ожидаемый выигрыш:

- для вершины 1 $ОДО_1 = 0,5 \cdot 300\,000 + 0,5 \cdot (-150\,000) = 75\,000$ руб.;
- для вершины 2 $ОДО_2 = 0,5 \cdot 250\,000 + 0,5 \cdot (-70\,000) = 90\,000$ руб.;
- для вершины 3 $ОДО_3 = 0,5 \cdot 100\,000 + 0,5 \cdot (-10\,000) = 45\,000$ руб.

Вывод. Наиболее целесообразно выбрать стратегию a₂, т.е. выпускать лечебную косметику, а ветви (стратегии) a₁ и a₃ дерева решений можно отбросить. ОДО наилучшего решения равна 90 000 руб.

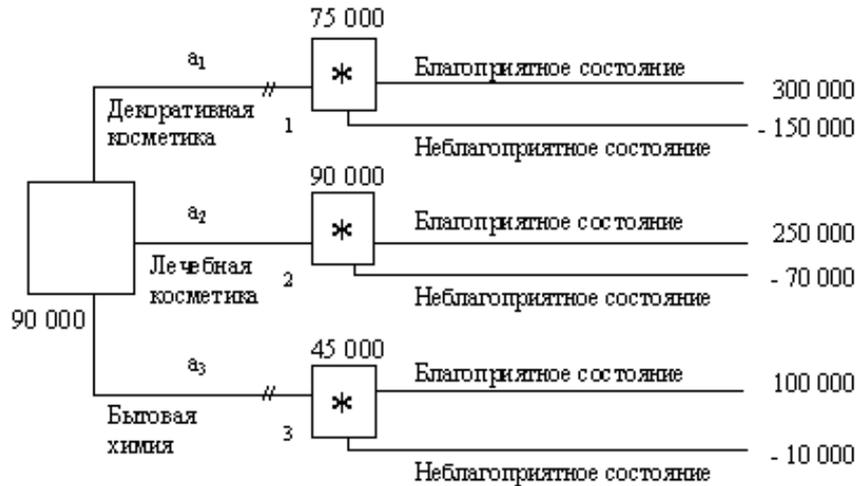


Рис. 1.2. Итоговое дерево решений

1.1.3 Варианты индивидуальных заданий

Решите задачу согласно вашему варианту, используя метод дерева решений.

Вариант 1

Директор лицея, обучение в котором осуществляется на платной основе, решает, следует ли расширять здание лицея на 250 мест, на 50 мест или не проводить строительных работ вообще. Если население небольшого города, в котором организован платный лицей, будет расти, то большая реконструкция могла бы принести прибыль 250 тыс. рублей в год, незначительное расширение учебных помещений могло бы приносить 90 тыс. рублей прибыли. Если население города увеличиваться не будет, то крупное расширение обойдется лицеем в 120 тыс. рублей убытка, а малое – 45 тыс. рублей. Однако информация о том, как будет изменяться население города, отсутствует. Постройте дерево решений и определите лучшую альтернативу.

Вариант 2

При крупном автомобильном магазине планируется открыть мастерскую по предпродажному обслуживанию и гарантийному

ремонт автомобилей. Если рынок будет благоприятным, то большая мастерская принесет прибыль в 60 тыс. рублей, а маленькая – 30 тыс. рублей. При неблагоприятном рынке магазин потеряет 65 тыс. рублей, если будет открыта большая мастерская, и 30 тыс. рублей – если откроется маленькая. Не имея дополнительной информации, директор оценивает вероятность благоприятного рынка 0,6. Постройте дерево решений и определите, какую мастерскую следует открыть при магазине: большую или маленькую? Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 3

Фирма, производящая вычислительную технику, провела анализ рынка нового высокопроизводительного персонального компьютера. Если будет выпущена крупная партия компьютеров, то при благоприятном рынке прибыль составит 250 тыс. рублей, а при неблагоприятных условиях фирма понесет убытки в 185 тыс. рублей. Небольшая партия техники в случае ее успешной реализации принесет фирме 50 тыс. рублей прибыли и 10 тыс. рублей убытков – при неблагоприятных условиях. Возможность благоприятного и неблагоприятного исходов фирма оценивает одинаково. Используйте дерево решений, для того чтобы помочь фирме выбрать правильную технико-экономическую стратегию. Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 4

В консалтинговую фирму «ВИЕРИ» обратился клиент с просьбой рассмотреть варианты инвестирования. В результате маркетингового исследования в табл. 3.2 были предложены 3 варианта (А, В, С).

Размер выигрыша, который инвестор может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния рынка (таблица 2.2):

Таблица 1.2

Исходные данные

Номер варианта	Проект	Выигрыш, при состоянии экономической среды, руб.	
		благоприятном	неблагоприятном
1	А	200 000	100 000
2	В	300 000	100 000
3	С	270 000	80 000

Вероятность благоприятного исхода проекта А=0,6; проекта В=0,4;

проекта $C=0,5$.

Используйте дерево решений, для того чтобы помочь инвестору выбрать правильный проект. Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 5

Компания «Буренка» изучает возможность производства и сбыта навесов для хранения кормов. Этот проект может основываться на большой или малой производственной базе. Рынок для реализации продукта (навесов) может быть благоприятным или неблагоприятным. Василий Бычков – менеджер компании, естественно, учитывает возможность вообще не производить эти навесы. При благоприятной рыночной ситуации большое производство позволило бы Бычкову получить чистую прибыль 200 млн рублей. Если рынок окажется неблагоприятным, то при большом производстве он понесет убытки в размере 180 млн рублей. Малое производство дает 100 млн рублей прибыли при благоприятной рыночной ситуации и 20 млн рублей убытков при неблагоприятной. Возможность благоприятного и неблагоприятного исходов оценивается одинаково.

Используйте дерево решений, для того чтобы помочь Бычкову выбрать правильный проект. Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 6

Тамара Пончик предполагает построить ресторан недалеко от университетского общежития. Один из возможных вариантов – предусмотреть в нем пивной бар. Другой вариант не связан с продажей пива. В обоих случаях Тамара оценивает свои шансы на успех как 0,6 и на неудачу как 0,4. Предварительные обсуждения показывают, что план, связанный с продажей пива, может принести 325 тыс. рублей. Без продажи пива можно заработать 250 тыс. рублей. Потери в случае открытия ресторана с баром составят 70 тыс. рублей, в случае ресторана без бара 20 тыс. рублей. Выберите альтернативу для Тамары Пончик. Следует ли реализовать план, предусматривающий продажу пива?

Вариант 7

«Фото КОЛОР» – небольшой производитель химических реактивов

и оборудования, которые используются некоторыми фотостудиями при изготовлении 35-мм фильмов. Один из продуктов, который предлагает «Фото КОЛОР» – фиксаж ВС-6. Адам Полутонов, президент «Фото КОЛОР», продает в течение недели 11, 12 или 13 ящиков ВС-6. От продажи каждого ящика фирма получает 35 тыс. рублей прибыли. ВС-6, как и многие фотографические реактивы, имеет очень малый срок годности. Поэтому, если ящик не продан к концу недели, Адам должен его уничтожить. Так как каждый ящик обходится фирме в 56 тыс. рублей, он теряет эту сумму в случае, если ящик не продан к концу недели. Вероятности продать 11, 12 или 13 ящиков в течение недели равны соответственно 0,45; 0,35 и 0,2.

Сколько ящиков закупать фирме для продажи еженедельно?

Вариант 8

Дмитрий Мухин не знает, что ему предпринять. Он может открыть в своем магазине большую секцию проката видеокассет или маленькую секцию. Он не может получить дополнительную информацию о том, будет рынок видеопроката благоприятным или нет.

Если рынок будет благоприятным, то большая секция проката принесет прибыль 15 млн рублей, а маленькая – 5 млн рублей. В случае неблагоприятного рынка Мухин потеряет 20 млн рублей, если он откроет большую секцию, и 10 млн рублей – если маленькую. Не имея дополнительной информации, Дмитрий оценивает вероятность благоприятного рынка как 0,7.

Следует ли открыть большую секцию?

Какова ожидаемая стоимостная ценность наилучшего решения?

Вариант 9

Павел Спицын провел анализ, связанный с открытием магазина велосипедов. Если он откроет большой магазин, то при благоприятном рынке получит 60 млн рублей, при неблагоприятном же рынке понесет убытки 40 млн рублей. Маленький магазин принесет ему 30 млн рублей прибыли при благоприятном рынке и 10 млн рублей убытков при неблагоприятном. Возможность благоприятного и неблагоприятного рынков он оценивает одинаково. Используйте дерево решений для того, чтобы помочь Павлу принять решение.

Следует ли открыть большой магазин? Какова ожидаемая стоимостная ценность наилучшего решения?

Вариант 10

Молодой российский бизнесмен предполагает построить ночную дискотеку неподалеку от университета. По одному из допустимых проектов предприниматель может в дневное время открыть в здании дискотеки столовую для студентов. Другой вариант не связан с дневным обслуживанием клиентов. Представленные бизнес-планы показывают, что план, связанный со столовой, может принести доход в 250 тыс. рублей. Без открытия столовой бизнесмен может заработать 175 тыс. рублей. Потери в случае открытия дискотеки со столовой составят 55 тыс. рублей, а без столовой – 20 тыс. рублей. Определите наиболее эффективную альтернативу на основе средней стоимостной ценности в качестве критерия. Вероятность наступления благоприятного состояния равна 0,5; неблагоприятного – 0,5.

1.2. Усложненная задача принятия решений в условиях неопределенности

1.2.1 Пример выполнения задания.

Усложним рассмотренную выше задачу.

Пусть перед тем, как принимать решение о виде продукции, руководство компании должно определить, заказывать ли дополнительное исследование состояния рынка или нет, причем предоставляемая услуга обойдется компании в 15 000 рублей. Руководство понимает, что дополнительное исследование по-прежнему не способно дать точной информации, но оно поможет уточнить ожидаемые оценки конъюнктуры рынка, изменив тем самым значения вероятностей.

Относительно фирмы, которой можно заказать прогноз, известно, что она способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в табл. 2.3.

Таблица 1.3

Исходные данные

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,78	0,22
Неблагоприятный	0,27	0,73

Например, когда фирма утверждает, что рынок благоприятный, то с вероятностью 0,78 этот прогноз оправдывается (с вероятностью 0,22 могут возникнуть неблагоприятные условия), прогноз о неблагоприятности рынка оправдывается с вероятностью 0,73.

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,4;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,6.

На основании дополнительных сведений можно построить новое дерево решений (рис. 2.3), где развитие событий происходит от корня дерева к исходам, а расчет прибыли выполняется от конечных состояний к начальным.

Определим средний ожидаемый выигрыш:

- для вершины 4 $ОД_4 = 0,78 \cdot 300\,000 + 0,22 \cdot (-150\,000) = 201\,000$ руб.;
- для вершины 5 $ОД_5 = 0,78 \cdot 250\,000 + 0,22 \cdot (-70\,000) = 179\,600$ руб.;
- для вершины 6 $ОД_6 = 0,78 \cdot 100\,000 + 0,22 \cdot (-10\,000) = 75\,800$ руб.;
- для вершины 7 $ОД_7 = 0,27 \cdot 300\,000 + 0,73 \cdot (-150\,000) = -28\,500$ руб.;
- для вершины 8 $ОД_8 = 0,27 \cdot 250\,000 + 0,73 \cdot (-70\,000) = 16\,400$ руб.;
- для вершины 9 $ОД_9 = 0,27 \cdot 100\,000 + 0,73 \cdot (-10\,000) = 19\,700$ руб.;
- для вершины 10 $ОД_{10} = 0,4 \cdot 201\,000 + 0,6 \cdot 19\,700 = 92\,220$ руб.

Ответ корня: $92\,220 - 150\,000 = 77\,220$ руб.

Выводы:

- Необходимо проводить дополнительно исследование конъюнктуры рынка, поскольку это позволяет существенно уточнить принимаемое решение;

- если фирма прогнозирует благоприятную ситуацию на рынке, то целесообразно производить декоративную косметику (ожидаемая максимальная прибыль 201 000 рублей), если прогноз неблагоприятный – бытовую химию (ожидаемая максимальная прибыль 19 700 рублей).

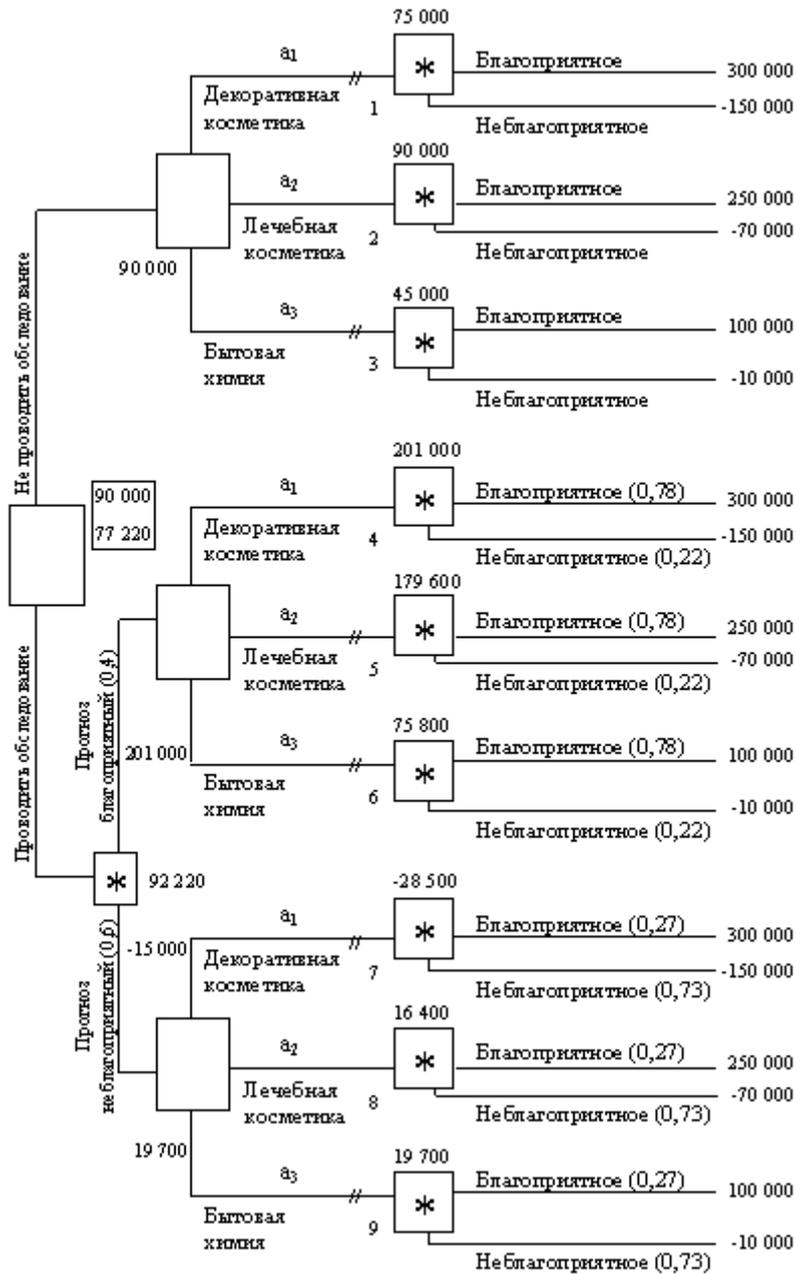


Рис. 1.3. Дерево решений при дополнительном обследовании рынка

1.2.2 Варианты индивидуальных заданий

Решить задачу согласно вашему варианту, используя метод дерева решений.

Вариант 1

Директор лицея, обучение в котором осуществляется на платной основе, решает, следует ли расширять здание лицея на 250 мест, на 50 мест или не проводить строительных работ вообще. Если население небольшого города, в котором организован платный лицей, будет расти, то большая реконструкция могла бы принести прибыль 250 тыс. руб. в год, незначительное расширение учебных помещений могло бы приносить 90 тыс. руб. прибыли. Если население города увеличиваться не будет, то крупное расширение обойдется лицеем в 120 тыс. руб. убытка, а малое – 45 тыс. руб.

Государственная статистическая служба предоставила информацию об изменении численности населения: вероятность роста численности населения составляет 0,7; вероятность того, что численность населения останется неизменной или будет уменьшаться, равна 0,3. Определите наилучшее решение. Чему равно значение ОДО для наилучшей альтернативы?

Вариант 2

При крупном автомобильном магазине планируется открыть мастерскую по предпродажному обслуживанию и гарантийному ремонту автомобилей. Консультационная фирма готова предоставить дополнительную информацию о том, будет ли рынок благоприятным или нет. Эти сведения обойдутся магазину в 13 000 рублей. Администрация магазина считает, что эта информация гарантирует благоприятный рынок с вероятностью 0,5. Если рынок будет благоприятным, то большая мастерская принесет прибыль в 60 тыс. руб., а маленькая – 30 тыс. руб. При неблагоприятном рынке магазин потеряет 65 тыс. руб., если будет открыта большая мастерская, и 30 тыс. руб. – если откроется маленькая. Не имея дополнительной информации, директор оценивает вероятность благоприятного рынка 0,6. Положительный результат обследования гарантирует благоприятный рынок с вероятностью 0,8. При отрицательном результате рынок может оказаться благоприятным с вероятностью 0,3. Постройте дерево решений и определите:

Следует ли заказать консультационной фирме дополнительную информацию, уточняющую конъюнктуру рынка?

Какую мастерскую следует открыть при магазине: большую или маленькую?

Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 3

Фирма, производящая вычислительную технику, провела анализ рынка нового высокопроизводительного персонального компьютера. Если будет выпущена крупная партия компьютеров, то при благоприятном рынке прибыль составит 250 тыс. руб., а при неблагоприятных условиях фирма понесет убытки в 185 тыс. руб. Небольшая партия техники в случае ее успешной реализации принесет фирме 50 тыс. руб. прибыли и 10 тыс. руб. убытков – при неблагоприятных условиях. Возможность благоприятного и неблагоприятного исходов фирма оценивает одинаково. Исследование рынка, которое провел эксперт, обошлось фирме в 15 тыс. руб. Эксперт считает, что с вероятностью 0,6 рынок окажется благоприятным. В то же время при положительном заключении благоприятные условия ожидаются лишь с вероятностью 0,8. При отрицательном заключении с вероятностью 0,15 рынок также может оказаться благоприятным. Используйте дерево решений, для того чтобы помочь фирме выбрать правильную технико-экономическую стратегию. Ответьте на следующие вопросы:

Следует ли заказывать эксперту дополнительное обследование рынка?
Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 4

В консалтинговую фирму «ВИЕРИ» обратился клиент с просьбой рассмотреть варианты инвестирования. В результате маркетингового исследования в табл. 1.4 были предложены 3 варианта (А, В, С).

Размер выигрыша, который инвестор может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния рынка:

Таблица 1.4

Исходные данные

Номер варианта	Проект	Выигрыш, при состоянии экономической среды, руб.	
		благоприятном	неблагоприятном
1	А	200 000	100 000
2	В	300 000	100 000
3	С	270 000	80 000

Вероятность благоприятного исхода экономической среды – 0,6; неблагоприятного – 0,4.

Пусть перед тем, как принимать решение, инвестор может заказать дополнительное исследование состояния рынка, причем предоставляемая услуга обойдется в 5000 рублей. Относительно фирмы, которой можно заказать прогноз, известно, что она способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Исходные данные

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,65	0,35
Неблагоприятный	0,25	0,75

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,55;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,45.

Вариант 5

Компания «Буренка» изучает возможность производства и сбыта навесов для хранения кормов. Этот проект может основываться на большой или малой производственной базе. Рынок для реализации продукта – навесов – может быть благоприятным или неблагоприятным. Василий Бычков – менеджер компании, естественно, учитывает возможность вообще не производить эти навесы. При благоприятной рыночной ситуации большое производство позволило бы Бычкову получить чистую прибыль 200 млн рублей.

Если рынок окажется неблагоприятным, то при большом производстве он понесет убытки в размере 180 млн рублей. Малое производство дает 100 млн рублей прибыли при благоприятной рыночной ситуации и 20 млн рублей убытков при неблагоприятной.

Прежде чем создать новое производство Бычков намеревается заказать исследование рынка и заплатить за него 10 млн рублей. Результаты этого исследования могли бы помочь решить вопрос о том, следует ли создавать большое производство, малое производство или не делать ничего. Бычков понимает, что такое обследование рынка не может дать достоверную информацию, но может тем не менее оказаться полезным. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в

табл. 1.6.

Таблица 1.6

Исходные данные

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,78	0,22
Неблагоприятный	0,27	0,73

Фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,45;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,55.

Используйте дерево решений, для того чтобы помочь Бычкову выбрать правильный проект. Какова ожидаемая денежная оценка наилучшего решения?

Вариант 6

Тамара Пончик предполагает построить ресторан недалеко от университетского общежития. Один из возможных вариантов – предусмотреть в нем пивной бар. Другой вариант не связан с продажей пива. В обоих случаях Тамара оценивает свои шансы на успех как 0,6 и на неудачу как 0,4. Предварительные обсуждения показывают, что план, связанный с продажей пива, может принести 325 тыс. рублей. Без продажи пива можно заработать 250 тыс. рублей. Потери в случае открытия ресторана с баром составят 70 тыс. рублей, в случае ресторана без бара 20 тыс. рублей.

Перед тем как принимать решение Тамара должна определить, заказывать ли дополнительное исследование состояния рынка или нет, причем предоставляемая услуга обойдется в 2 тыс. рублей. Относительно фирмы, которой можно заказать прогноз, известно, что она способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в табл. 1.7.

Таблица 1.7

Исходные данные

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,65	0,35
Неблагоприятный	0,40	0,60

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,62;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,38.

Выберите альтернативу для Тамары Пончик на основе средней стоимостной ценности в качестве критерия. Чему равно значение ОДО для наилучшей альтернативы?

Вариант 7

«Фото КОЛОР» – небольшой производитель химических реактивов и оборудования, которые используются некоторыми фотостудиями при изготовлении 35-мм фильмов. Один из продуктов, который предлагает «Фото КОЛОР», – фиксаж ВС-6. Адам Полутонов, президент «Фото КОЛОР», продает в течение недели 11, 12 или 13 ящиков ВС-6. От продажи каждого ящика фирма получает 35 тыс. рублей прибыли. ВС-6, как и многие фотографические реактивы, имеет очень малый срок годности. Поэтому, если ящик не продан к концу недели, Адам должен его уничтожить. Так как каждый ящик обходится фирме в 56 тыс. рублей, он теряет эту сумму в случае, если ящик не продан к концу недели. Вероятности продать 11, 12 или 13 ящиков в течение недели равны соответственно 0,45; 0,35 и 0,2.

Проведение дополнительных исследований обойдется фирме в 15 тыс. рублей. Дополнительные исследования показывают, что вероятности продать 11, 12 или 13 ящиков в течение недели равны соответственно 0,40; 0,35 и 0,25.

Необходимо ли проводить дополнительное исследование? Сколько ящиков должна закупать фирма для продажи еженедельно?

Вариант 8

Дмитрий Мухин не знает, что ему предпринять. Он может открыть в своем магазине большую секцию проката видеокассет или маленькую секцию. Он может получить дополнительную информацию о том, будет рынок видеопроката благоприятным или нет.

Эта информация обойдется ему в 3 млн рублей. Дмитрий считает, что эта информация окажется благоприятной с вероятностью 0,5. Если рынок будет благоприятным, то большая секция проката принесет прибыль 15 млн рублей, а маленькая – 5 млн рублей. В случае неблагоприятного рынка Мухин потеряет 20 млн рублей, если он откроет большую секцию, и 10 млн рублей – если маленькую. Не имея

дополнительной информации, Дмитрий оценивает вероятность благоприятного рынка как 0,7. Положительный результат обследования гарантирует благоприятный рынок с вероятностью 0,9. При отрицательном результате рынок может оказаться благоприятным с вероятностью 0,4.

Следует ли получить дополнительную информацию? Следует ли открыть большую секцию?

Вариант 9

Павел Спицын провел анализ, связанный с открытием магазина велосипедов. Если он откроет большой магазин, то при благоприятном рынке получит 60 млн рублей, при неблагоприятном же рынке понесет убытки 40 млн рублей. Маленький магазин принесет ему 30 млн рублей прибыли при благоприятном рынке и 10 млн рублей убытков при неблагоприятном. Возможность благоприятного и неблагоприятного рынков он оценивает одинаково. Исследование рынка, которое может провести профессор, обойдется Спицыну в 5 млн рублей. Профессор считает, что с вероятностью 0,6 рынок окажется благоприятным. В то же время при положительном заключении рынок окажется благоприятным лишь с вероятностью 0,9. При отрицательном заключении с вероятностью 0,12 рынок может оказаться благоприятным. Используйте дерево решений для того, чтобы помочь Павлу принять решение.

Следует ли заказать проведение обследования рынка? Следует ли открыть большой магазин? Какова ожидаемая стоимостная ценность наилучшего решения?

Вариант 10

Молодой российский бизнесмен предполагает построить ночную дискотеку неподалеку от университета. По одному из допустимых проектов предприниматель может в дневное время открыть в здании дискотеки столовую для студентов. Другой вариант не связан с дневным обслуживанием клиентов. Представленные бизнес-планы показывают, что план, связанный со столовой, может принести доход в 250 тыс. руб. Без открытия столовой бизнесмен может заработать 175 тыс. руб. Потери в случае открытия дискотеки со столовой составят 55 тыс. руб., а без столовой – 20 тыс. руб. Определите наиболее эффективную альтернативу на основе средней стоимостной ценности в качестве критерия.

Пусть перед принятием решения бизнесмен должен определить,

заказывать ли дополнительное исследование состояния рынка или нет, причем предоставляемая услуга обойдется в 2000 рублей. Относительно фирмы, которой можно заказать прогноз, известно, что она способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в табл. 1.8.

Таблица 1.8

Исходные данные

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,80	0,20
Неблагоприятный	0,30	0,70

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,48;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,52.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. ИГРЫ С ПРИРОДОЙ

Цель: познакомиться с особенностями задач игры с природой.

2.1 Краткие теоретические сведения

Отличительная особенность игры с природой состоит в том, что в ней сознательно действует только один из участников, в большинстве случаев называемый игрок 1. Игрок 2 (природа) сознательно против игрока 1 не действует, а выступает как не имеющий конкретной цели, так и случайным образом выбирающий очередные «ходы» по игре. Поэтому термин «природа» характеризует некую объективную действительность, которую не следует понимать буквально.

Матрица игры с природой $A = \|a_{ij}\|$, где a_{ij} – выигрыш (потеря) игрока 1 при реализации его чистой стратегии i и чистой стратегии j игрока 2 ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$).

Мажорирование стратегий в игре с природой имеет определенную специфику: исключать из рассмотрения можно лишь доминируемые стратегии игрока 1: если для всех $j=1, \dots, n$ $a_{kj} \leq a_{lj}$, $k, l=1, \dots, m$, то k -ю стратегию принимающего решения игрока 1 можно не рассматривать и вычеркнуть из матрицы игры. Столбцы, отвечающие стратегиям природы, вычеркивать из матрицы игры (исключать из рассмотрения) недопустимо, поскольку природа не стремится к выигрышу в игре с человеком, для нее нет целенаправленно выигрышных или проигрышных стратегий, она действует неосознанно.

Рассмотрим организацию и аналитическое представление игры с природой. Пусть игрок 1 имеет m возможных стратегий: A_1, A_2, \dots, A_m , а у природы имеется n возможных состояний (стратегий): $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$, тогда условия игры с природой задаются матрицей (рис. 2.1).

A выигрышей (потерь) игрока 1:

$$A = \begin{pmatrix} & \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_n \\ A_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ A_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_m & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Рис. 2.1. Задание матрицы

Возможен и другой способ задания матрицы игры с природой: не в виде матрицы выигрышей (потерь), а в виде так называемой матрицы рисков $R = \|r_{ij}\|_{m,n}$. Величина риска – это размер платы за отсутствие информации о состоянии среды. Матрица R может быть построена непосредственно из условий задачи или на основе матрицы выигрышей (потерь) A .

Риск – это разность между результатом, который игрок мог бы получить, если бы он знал действительное состоянием среды, и результатом, который игрок получит при j -й стратегии.

Зная состояние природы (стратегию) P_j , игрок выбирает ту стратегию, при которой его выигрыш максимальный или потеря минимальна, т.е.

$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$, где $\beta_j = \max_i(a_{ij})$, при заданном j ; $1 \leq i \leq m$, если a_{ij} – выигрыш.

$r_{ij} = a_{ij} - \beta_j$, где $\beta_j = \min_i(a_{ij})$, при заданном j ; $1 \leq i \leq m$, если a_{ij} – потери (затраты).

Неопределенность, связанную с полным отсутствием информации о вероятностях состояний среды (природы), называют «безнадежной».

В таких случаях для определения наилучших решений используются следующие критерии: Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Критерий Вальда. С позиций данного критерия природа рассматривается как агрессивно настроенный и сознательно действующий противник.

Если в исходной матрице по условию задачи результат a_{ij} представляет выигрыш лица, принимающего решение, то выбирается решение, для которого достигается значение $W = \max_i \left(\min_j (a_{ij}) \right)$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ – *максиминный критерий*.

Если в исходной матрице по условию задачи результат a_{ij} представляет потери лица, принимающего решение, то выбирается решение, для которого достигается значение $W = \min_i \left(\max_j (a_{ij}) \right)$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ – *минимаксный критерий*.

В соответствии с критерием Вальда из всех самых неудачных результатов выбирается лучший. Это перестраховочная позиция крайнего пессимизма, рассчитанная на худший случай.

Критерий минимаксного риска Сэвиджа. Выбор стратегии

аналогичен выбору стратегии по принципу Вальда с тем отличием, что игрок руководствуется не матрицей выигрышей A , а матрицей рисков R :

$$S = \min_i \left(\max_j (r_{ij}) \right), \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n.$$

Применение критерия Сэвиджа позволяет любыми путями избежать большого риска при выборе стратегии, а значит избежать большого проигрыша (потерь).

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица. Этот критерий при выборе решения рекомендует руководствоваться некоторым средним результатом, характеризующим состояние между крайним пессимизмом и безудержным оптимизмом.

Критерий основан на следующих двух предположениях: «природа» может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью $(1-p)$ и в самом выгодном состоянии с вероятностью p , где p – коэффициент пессимизма.

Согласно этому критерию стратегия в матрице A выбирается в соответствии со значением:

$$H_A = \max_i \left[p \cdot \max_j (a_{ij}) + (1-p) \cdot \min_j (a_{ij}) \right], \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n, \quad \text{если } a_{ij} -$$

выигрыш.

$$H_A = \min_i \left[p \cdot \min_j (a_{ij}) + (1-p) \cdot \max_j (a_{ij}) \right], \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n, \quad \text{если } a_{ij} -$$

потери (затраты).

При $p=0$ критерий Гурвица совпадает с критерием Вальда. При $p=1$ приходим к решающему правилу вида $\max \max a_{ij}$, к так называемой стратегии «здорового оптимизма», *критерий максима*.

Применительно к матрице рисков R критерий пессимизма-оптимизма Гурвица имеет вид

$$H_R = \min_i \left[p \cdot \max_j (r_{ij}) + (1-p) \cdot \min_j (r_{ij}) \right], \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n.$$

При $p=0$ выбор стратегии игрока 1 осуществляется по условию наименьшего из всех возможных рисков $\min_j (r_{ij})$; при $p=1$ – по критерию минимаксного риска Сэвиджа.

Значение p от 0 до 1 может определяться в зависимости от склонности лица, принимающего решение, к пессимизму или оптимизму. При отсутствии ярко выраженной склонности $p=0,5$ представляет наиболее разумный вариант.

В случае, когда по принятому критерию рекомендуются к

использованию несколько стратегий, выбор между ними может делаться по дополнительному критерию. Здесь нет стандартного подхода. Выбор может зависеть от склонности к риску игрока 1.

2.2 Пример выполнения задания

Транспортное предприятие должно определить уровень своих производственных возможностей так, чтобы удовлетворить спрос клиентов на транспортные услуги на планируемый период. Спрос на транспортные услуги неизвестен, но прогнозируется, что он может принять одно из четырех значений: 10, 15, 20 или 25 тыс. т. Для каждого уровня спроса существует наилучший уровень провозных возможностей транспортного предприятия. Отклонения от этих уровней приводят к дополнительным затратам либо из-за превышения провозных возможностей над спросом (из-за простоя подвижного состава), либо из-за неполного удовлетворения спроса на транспортные услуги. Возможные прогнозируемые затраты на развитие провозных возможностей представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Исходные данные

Варианты провозных возможностей транспортного предприятия	Варианты спроса на транспортные услуги			
	1	2	3	4
1	6	12	20	24
2	9	7	9	28
3	23	18	15	19
4	27	24	21	15

Необходимо выбрать оптимальную стратегию, используя критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Решение

Имеются четыре варианта спроса на транспортные услуги, что равнозначно наличию четырех состояний «природы»: П1, П2, П3, П4. Известны также четыре стратегии развития провозных возможностей транспортного предприятия: А1, А2, А3, А4. Затраты на развитие провозных возможностей при каждой паре Π_i и A_i заданы следующей матрицей (рис.2.2):

$$A = \begin{pmatrix} & \Pi 1 & \Pi 2 & \Pi 3 & \Pi 4 \\ A1 & 6 & 12 & 20 & 24 \\ A2 & 9 & 7 & 9 & 28 \\ A3 & 23 & 18 & 15 & 19 \\ A4 & 27 & 24 & 21 & 15 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.2. Матрица затрат

Построим матрицу рисков. В данном примере a_{ij} представляет затраты, т.е. потери, значит для построения матрицы рисков используется принцип $r_{ij} = a_{ij} - \beta_j$, где $\beta_j = \min_i(a_{ij})$

$$\text{Для } \Pi 1: \beta_1 = \min_i(a_{i1}) = 6$$

$$\text{Для } \Pi 2: \beta_2 = \min_i(a_{i2}) = 7$$

$$\text{Для } \Pi 3: \beta_3 = \min_i(a_{i3}) = 9$$

$$\text{Для } \Pi 4: \beta_4 = \min_i(a_{i4}) = 15$$

Матрица рисков имеет следующий вид (рис. 2.3):

$$R = \begin{pmatrix} & \Pi 1 & \Pi 2 & \Pi 3 & \Pi 4 \\ A1 & 0 & 5 & 11 & 9 \\ A2 & 3 & 0 & 0 & 13 \\ A3 & 17 & 11 & 6 & 4 \\ A4 & 21 & 17 & 12 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.3. Матрица рисков

Критерий Вальда

Так как в данном примере a_{ij} представляет затраты, т.е. потери, то применяется минимаксный критерий.

$$\text{Для } A1: \max_j(a_{1j}) = 24$$

$$\text{Для } A2: \max_j(a_{2j}) = 28$$

$$\text{Для } A3: \max_j(a_{3j}) = 23$$

$$\text{Для } A4: \max_j(a_{4j}) = 27$$

$$W = \min_i \left(\max_j(a_{ij}) \right) = 23, \text{ следовательно, наилучшей стратегией}$$

развития провозных возможностей в соответствии с минимаксным критерием Вальда будет третья стратегия (A3).

Для A1: $\max_j(r_{1j})=11$

Для A2: $\max_j(r_{2j})=13$

Для A3: $\max_j(r_{3j})=17$

Для A4: $\max_j(r_{4j})=21$

$S = \min_i \left(\max_j(r_{ij}) \right) = 11$, следовательно, наилучшей стратегией

развития провозных возможностей в соответствии с критерием Сэвиджа будет первая стратегия (A1).

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица

Положим значение коэффициента пессимизма $p=0,5$.

Так как в данном примере a_{ij} представляет затраты (потери), то применяются критерий (таблица 2.2):

$$H_A = \min_i \left[p \cdot \min_j(a_{ij}) + (1-p) \cdot \max_j(a_{ij}) \right]$$

Таблица 2.2

Нахождение критерия

	$\min_j(a_{ij})$	$\max_j(a_{ij})$	$p \cdot \min_j(a_{ij}) + (1-p) \cdot \max_j(a_{ij})$
Для A1	6	24	15
Для A2	7	28	17,5
Для A3	15	23	19
Для A4	15	27	21

Оптимальное решение заключается в выборе стратегии A1.

Рассчитаем оптимальную стратегию применительно к матрице рисков (таблица 2.3):

$$H_R = \min_i \left[p \cdot \max_j(r_{ij}) + (1-p) \cdot \min_j(r_{ij}) \right]$$

Таблица 2.3

Нахождение критерия применительно к матрице рисков

	$\min_j(r_{ij})$	$\max_j(r_{ij})$	$p \cdot \max_j(r_{ij}) + (1-p) \cdot \min_j(r_{ij})$
Для A1	0	11	5,5
Для A2	0	13	6,5
Для A3	4	17	10,5
Для A4	0	21	10,5

Оптимальное решение заключается в выборе стратегии А1.

Вывод: в примере предстоит сделать выбор, какое из возможных решений предпочтительнее:

- по критерию Вальда – выбор стратегии А3;
- по критерию Сэвиджа – выбор стратегии А1;
- по критерию Гурвица – выбор стратегии А1.

2.3 Варианты индивидуальных заданий

Решите задачу согласно вашему индивидуальному варианту.

Вариант 1

Дана матрица игры с природой (рис. 2.4) в условиях полной неопределенности (элементы матрицы – выигрыши):

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & -1 & 3 & 8 \\ 10 & 6 & 0 & -4 \\ 12 & 6 & -1 & 5 \\ 6 & 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.4. Исходные данные

Требуется проанализировать оптимальные стратегии игрока, используя критерии пессимизма-оптимизма Гурвица применительно к платежной матрице А и матрице рисков R при коэффициенте пессимизма $p=0; 0,5; 1$. При этом выделить критерии максимакса Вальда и Сэвиджа.

Вариант 2

Дана следующая матрица выигрышей (рис. 3.5):

$$A = \begin{pmatrix} & \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & \Pi_4 & \Pi_5 & \Pi_6 \\ A_1 & 15 & 12 & 1 & -3 & 18 & 20 \\ A_2 & 2 & 15 & 9 & 7 & 1 & 3 \\ A_3 & 0 & 6 & 15 & 21 & -2 & 5 \\ A_4 & 8 & 20 & 12 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.5. Исходные данные

Определите оптимальную стратегию, используя критерии Вальда, Сэвиджа и Гурвица (коэффициент пессимизма равен 0,4).

Вариант 3

Один из пяти станков должен быть выбран для изготовления партии изделий, размер которой Q может принимать три значения: 150, 200, 350. Производственные затраты C_i для i станка задаются следующей формулой:

$$C_i = P_i + c_i \cdot Q.$$

Данные P_i и c_i приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Исходные данные

Показатели	Модель станка				
	1	2	3	4	5
P_i	30	80	50	160	100
c_i	14	6	10	5	4

Решите задачу для каждого из следующих критериев Вальда, Сэвиджа, Гурвица (критерий пессимизма равен 0,6). Полученные решения сравните.

Вариант 4

При выборе стратегии A_j по каждому возможному состоянию природы S_i соответствует один результат V_{ij} . Элементы V_{ij} , являющиеся мерой потерь при принятии решения, приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Исходные данные

Стратегии	Состояние природы			
	S1	S2	S3	S4
A1	2	6	5	8
A2	3	9	1	4
A3	5	1	6	2

Выберите оптимальное решение в соответствии с критериями Вальда, Сэвиджа, Гурвица (при коэффициенте пессимизма, равном 0,5).

Вариант 5

Намечается крупномасштабное производство легковых автомобилей. Имеются четыре варианта проекта автомобиля R_j . Определена экономическая эффективность V_{ji} каждого проекта в зависимости от рентабельности производства. По истечении трех сроков S_i рассматриваются как некоторые состояния среды (природы).

Значения экономической эффективности для различных проектов и состояний природы приведены в следующей табл. 2.6.

Таблица 2.6

Исходные данные

Проекты	Состояние природы		
	S1	S2	S3
R1	20	25	15
R2	25	24	10
R3	15	28	12
R4	9	30	20

Требуется выбрать лучший проект легкового автомобиля для производства, используя критерий Вальда, Сэвиджа, Гурвица при коэффициенте пессимизма 0,1. Сравнить решения и сделать выводы.

Вариант 6

Определите тип электростанции, которую необходимо построить для удовлетворения энергетических потребностей комплекса крупных промышленных предприятий. Множество возможных стратегий в задаче включает следующие параметры:

- R1 – сооружается гидростанция;
- R2 – сооружается теплостанция;
- R3 – сооружается атомная станция.

Экономическая эффективность сооружения электростанции зависит от влияния случайных факторов, образующих множество состояний природы S_i .

Результаты расчета экономической эффективности приведены в следующей табл. 2.7.

Таблица 2.7

Исходные данные

Тип станции	Состояние природы				
	S1	S2	S3	S4	S5
R1	40	70	30	25	45
R2	60	50	45	20	30
R3	50	30	40	35	60

Вариант 7

Фирма рассматривает вопрос о строительстве станции технического обслуживания (СТО) автомобилей. Составлена смета

расходов на строительство станции с различным количеством обслуживаемых автомобилей, а также рассчитан ожидаемый доход в зависимости от удовлетворения прогнозируемого спроса на предлагаемые услуги СТО (прогнозируемое количество обслуженных автомобилей в действительности). В зависимости от принятого решения – проектного количества обслуживаемых автомобилей в сутки (проект СТО) R_j и величины прогнозируемого спроса на услуги СТО – построена табл. 2.8 ежегодных финансовых результатов (доход д.е.):

Таблица 2.8

Исходные данные

Проекты СТО	Прогнозируемая величина удовлетворяемости спроса					
	0	10	20	30	40	50
20	-120	60	240	250	250	250
30	-160	15	190	380	390	390
40	-210	-30	150	330	500	500
50	-270	-80	100	280	470	680

Определите наилучший проект СТО с использованием критериев Вальда, Сэвиджа, Гурвица при коэффициенте пессимизма 0,5.

Вариант 8

Магазин может завести один из трех типов товара A_i ; их реализация и прибыль магазина зависят от типа товара и состояния спроса. Предполагается, что спрос может иметь три состояния B_i (табл. 2.9). Гарантированная прибыль представлена в матрице прибыли.

Таблица 2.9

Исходные данные

Тип товара	Спрос		
	B1	B2	B3
A1	20	15	10
A2	16	12	14
A3	13	18	15

Определить, какой товар закупать магазину.

Вариант 9

Дана следующая матрица выигрышей (рис. 3.6):

$$A = \begin{array}{c|cccc} & \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & \Pi_4 \\ \hline A_1 & 20 & 30 & 15 & 15 \\ A_2 & 75 & 20 & 35 & 20 \\ A_3 & 25 & 80 & 25 & 25 \\ A_4 & 85 & 5 & 45 & 5 \end{array}$$

Рис. 3.6. Исходные данные

Определите оптимальную стратегию, используя критерии Вальда, Сэвиджа и Гурвица (коэффициент пессимизма равен 0,6).

Вариант 10

Найти наилучшие стратегии по критериям Вальда, Сэвиджа (коэффициент пессимизма равен 0,2), Гурвица применительно к матрице рисков (коэффициент пессимизма равен 0,4) для следующей платежной матрицы (рис. 3.7) игры с природой (элементы матрицы – выигрыши):

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 & -8 & 7 & 4 \\ 7 & 5 & 5 & -4 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 10 & 0 & 2 \\ 9 & -9 & 7 & 1 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.7. Исходные данные

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3. МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Цель: освоить метод анализа иерархий.

3.1 Краткие теоретические сведения

Иерархия возникает тогда, когда системы, функционирующие на одном уровне, функционируют как части системы более высокого уровня, становясь подсистемами этой системы. МАИ является процедурой для иерархического представления элементов, определяющих суть проблемы. Метод состоит в декомпозиции проблемы на более простые составляющие части дальнейшей обработки последовательности суждений лица, принимающего решение по парным сравнениям. Однако МАИ включает процесс синтеза многих суждений, получения приоритетности критериев и нахождения альтернативных решений.

Этапы МАИ

1. Очертить проблему и определить общую цель.
2. Построить иерархию, начиная с вершины: цель, критерии, перечень альтернатив.
3. Построить множество матриц парных сравнений для каждого из нижних уровней по принципу: одна матрица для каждого элемента примыкающего сверху уровня. Этот элемент называется управляемым по отношению к элементу, находящемуся на нижнем уровне. Элементы любого уровня сравниваются друг с другом относительно их воздействия на управляемые элементы.
4. На этапе 3 потребуется $(n(n-1))/2$ суждений с учетом свойства обратной симметрии.
5. После проведения всех парных сравнений определяются λ_{max} , IC, CI, RC и т.д.
6. Этапы 3, 4, 5 провести для всех уровней и групп иерархии.
7. Использовать иерархический синтез для взвешивания собственных весов. Вычислить сумму по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов уровня иерархии, лежащего ниже.
8. Определить согласованность всей иерархии, перемножив каждый индекс согласованности на приоритет соответствующего критерия;

полученные числа просуммировать. Результат делится на выражение такого же типа, но со случайным индексом согласованности. Приемлемое отношение согласованности принимают до 10%. Это и есть основной инструмент сложной аналогичной системы.

3.2 Пример выполнения задания

Нужно произвести выбор секретаря из девушек, подавших резюме. Отбор девушек происходит по семи критериям:

1. Знание делопроизводства.
2. Внешний вид.
3. Знание английского языка.
4. Знание компьютера.
5. Умение разговаривать по телефону.

Собеседование прошли пять девушек:

1. Ольга
2. Елена
3. Светлана
4. Галина
5. Жанна

После собеседования получились следующие описания девушек:

1. Ольга

Приятная внешность. Отличное знание английского языка. Хорошее поведение. Нет навыков работы на компьютере, посредственное общение по телефону.

2. Елена

Красивая, приятная внешность, хорошее умение общаться по телефону. Незнание английского языка, нет навыков работы на компьютере, делопроизводство знает весьма плохо.

3. Светлана

Очень хорошее знание делопроизводства, хорошие навыки работы на компьютере, достаточно хорошо общается по телефону, очень исполнительная. Не очень приятная внешность, посредственное знание английского языка.

4. Галина

Достаточно хорошо знает делопроизводство, неплохие навыки работы на компьютере, по телефону общается на высоком уровне, достаточно хорошее поведение. Плохое знание английского языка, неприятная внешность.

5. Жанна

Приятная внешность, очень хорошее поведение, неплохие навыки работы на компьютере, достаточно хорошее знание английского языка. По телефону общается плохо, не знает делопроизводство.

Решение

Рассмотрим поэтапную реализацию МАИ средствами пакета MATHCAD 2002.

1. Результаты собеседования заносим в матрицы попарных сравнений.

Матрицы попарных сравнений по каждому из критериев представлены на рис. 3.1.

Матрицы:

1. Знание делопроизводства

$$d1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 7 & 9 \\ \frac{1}{5} & 5 & \frac{1}{7} & 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Внешний вид

$$d2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 6 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 7 & 7 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{3} & 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Знание языка

$$d3 = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{9}{7} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 7 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Знание компьютера

$$d4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ 8 & 7 & \frac{1}{3} & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разговоры по телефону

$$d5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & 5 & \frac{1}{3} & 6 \\ 2 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{4} & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.1. Матрицы попарных сравнений

2. На основе матриц попарных сравнений получаем векторы локальных приоритетов по каждому рассматриваемому критерию оценки. Для этого необходимо произвести свертку каждой матрицы попарных сравнений в вектор, затем любым из известных способов нормировать полученные векторы и перемножить матрицы попарных сравнений на соответствующие им нормированные векторы. Ход описанного решения представлен на рис. 3.2–3.5.

3. Составляем сводную матрицу локальных приоритетов путем последовательной записи векторов – столбцов локальных приоритетов. Сводная матрица локальных приоритетов представлена на рис. 3.6.

4. Производим свертку матрицы локальных приоритетов. Свертка

матрицы локальных приоритетов контрольного примера представлена на рис. 3.7, 3.8.

5. Вектор глобальных приоритетов находим путем перемножения вектора приоритетов на сводную матрицу локальных приоритетов (рис. 3.9). Рассчитанный для контрольного примера вектор глобальных приоритетов представлен на рис. 3.10. Максимальное значение данного вектора является оптимальным решением.

6. Производим расчет отношения согласованности на каждом этапе сравнения (для матриц попарных сравнений, матрицы локальных приоритетов, векторы глобальных приоритетов). Производим анализ точности результатов, полученных с помощью МАИ.

$$\begin{aligned}
 a1 &= \begin{bmatrix} \sqrt[3]{\frac{1 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 3 \cdot 3}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 3}} \\ \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 1}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 1}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1}{5 \cdot 7}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 7}} \end{bmatrix} & a2 &= \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1 \cdot 5 \cdot 6}{5 \cdot 4}} \\ \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3}{5 \cdot 7 \cdot 5}} \\ \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 5}} \\ \sqrt{\frac{1}{6 \cdot 7 \cdot 5}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 3}} \end{bmatrix} & a3 &= \begin{bmatrix} \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3}{9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3}} \\ \sqrt{\frac{1}{9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 5 \cdot 3}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 3}} \\ \sqrt[3]{5 \cdot 5} \end{bmatrix} & a4 &= \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 8}} \\ \sqrt{\frac{1}{7 \cdot 7}} \\ \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3}{9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{5 \cdot 2}} \\ \sqrt{\frac{1 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{3}} \end{bmatrix} & a5 &= \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{6}} \\ \sqrt[3]{30} \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[3]{3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7} \\ \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис.3.2. Символьное представление свертки матриц попарных сравнений

$$\begin{aligned}
 a1 &= \begin{bmatrix} 2.036 \\ 0.582 \\ 3.936 \\ 1 \\ 0.214 \end{bmatrix} & a2 &= \begin{bmatrix} 1.084 \\ 3.743 \\ 0.356 \\ 0.343 \\ 2.016 \end{bmatrix} & a3 &= \begin{bmatrix} 3.936 \\ 0.254 \\ 0.491 \\ 1 \\ 2.036 \end{bmatrix} & a4 &= \begin{bmatrix} 0.231 \\ 0.459 \\ 3.936 \\ 1.16 \\ 2.063 \end{bmatrix} & a5 &= \begin{bmatrix} 0.699 \\ 1.974 \\ 0.871 \\ 3.347 \\ 0.249 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 3.3. Числовое представление результатов свертки матриц попарных сравнений в векторы

$$b1 := d1 \cdot a1 \quad b2 := d2 \cdot a2 \quad b3 := d3 \cdot a3 \quad b4 := d4 \cdot a4 \quad b5 := d5 \cdot a5$$

Рис. 3.4. Символьное представление формул получения векторов локальных приоритетов

$$b1 = \begin{bmatrix} 11.595 \\ 3.32 \\ 21.884 \\ 6.38 \\ 1.202 \end{bmatrix} \quad b2 = \begin{bmatrix} 6.176 \\ 20.109 \\ 1.854 \\ 1.818 \\ 11.098 \end{bmatrix} \quad b3 = \begin{bmatrix} 20.769 \\ 1.346 \\ 2.556 \\ 5.21 \\ 10.582 \end{bmatrix} \quad b4 = \begin{bmatrix} 1.245 \\ 2.397 \\ 21.219 \\ 5.975 \\ 10.759 \end{bmatrix} \quad b5 = \begin{bmatrix} 3.705 \\ 11.032 \\ 4.744 \\ 17.988 \\ 1.37 \end{bmatrix}$$

Рис. 3.5. Векторы локальных приоритетов по каждому из рассмотренных критериев

$$r := \begin{pmatrix} 11.595 & 6.176 & 20.796 & 1.245 & 3.705 \\ 3.32 & 20.109 & 1.346 & 2.397 & 11.032 \\ 21.884 & 1.854 & 2.556 & 21.219 & 4.744 \\ 6.38 & 1.818 & 5.21 & 5.975 & 17.988 \\ 1.202 & 11.098 & 10.582 & 10.795 & 1.37 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.6. Сводная матрица локальных приоритетов

$$\begin{pmatrix} \sqrt[5]{11.595 \cdot 6.176 \cdot 20.796 \cdot 1.245 \cdot 3.705} \\ \sqrt[5]{3.32 \cdot 20.109 \cdot 1.346 \cdot 2.397 \cdot 11.032} \\ \sqrt[5]{21.884 \cdot 1.854 \cdot 2.556 \cdot 21.219 \cdot 4.744} \\ \sqrt[5]{6.38 \cdot 1.818 \cdot 5.21 \cdot 5.975 \cdot 17.988} \\ \sqrt[5]{1.202 \cdot 11.098 \cdot 10.582 \cdot 10.795 \cdot 1.37} \end{pmatrix}$$

Рис. 3.7. Символьное представление свертки сводной матрицы локальных приоритетов

$$n := \begin{pmatrix} 5.853 \\ 4.733 \\ 6.364 \\ 5.788 \\ 4.612 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.8. Численное представление свертки сводной матрицы локальных приоритетов – вектор приоритетов

$$u := r \cdot n$$

Рис. 3.9. Символьное представление формулы получения вектора глобальных приоритетов

$$u = \begin{pmatrix} 253.736 \\ 187.927 \\ 297.823 \\ 194.332 \\ 195.706 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.10. Вектор глобальных приоритетов

Результаты вычислений показали, что нужно выбрать Светлану (строка № 3).

3.3 Варианты индивидуальных заданий

Выберите тему исследования по своему индивидуальному варианту.

Соберите описательный материал по данной теме и приведите словесное описание исследуемых вариантов вашего объекта исследования.

Произведите описание, оценку и выбор наилучшего объекта (услуги) из шести вариантов по шести критериям согласно вашему варианту, используя метод анализа иерархий (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Варианты заданий

Вариант	Тема исследования
1	Выбор бытовой техники. Стиральная машина
2	Выбор средств оргтехники. Копировальный аппарат
3	Выбор косметических средств
4	Выбор мебели
5	Выбор бытовой техники. Видеокамера
6	Выбор парфюмерии
7	Выбор бытовой техники. Цифровой фотоаппарат
8	Выбор ювелирного изделия
9	Выбор средств оргтехники. Телефон
10	Выбор домашнего животного

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4. ВЫБОР ФОРМЫ ДОЛГОВОГО ОБЯЗАТЕЛЬСТВА НА ОСНОВЕ ПОДХОДА «ВЫГОДЫ - ИЗДЕРЖКИ»

Цель работы: Получить навыки оценки альтернатив многоуровневым методом анализа иерархий

4.1 Постановка задачи

Долговые обязательства муниципального образования могут существовать в форме:

- кредитных соглашений и договоров;
- займов, осуществляемых путем выпуска муниципальных ценных бумаг;
- договоров и соглашений о получении муниципальным образованием бюджетных кредитов от бюджетов других уровней бюджетной системы Российской Федерации;
- договоров о предоставлении муниципальных гарантий.

Долговые обязательства муниципального образования не могут существовать в иных формах. Обозначим их соответственно А1, А2, А3, А4

Для выбора наиболее рациональной альтернативы используем подход «выгоды – издержки». В соответствии с этим подходом необходимо построить две иерархии, упорядочивающие критерии качества и определяющие общие выгоды и издержки для рассматриваемых альтернатив. Наилучшей является альтернатива с наибольшим отношением количественно определенных выгод к издержкам.

Общая цель задачи называется фокусом иерархии и расположена во главе иерархии (выгоды от долгового обязательства, издержки от долгового обязательства). Результирующий вектор приоритетов альтернатив (вектор фокуса иерархии) есть решение задачи для каждой иерархии. В предложенной модели иерархий на втором уровне расположены основные факторы, определяющие выгоды и издержки (экономические, политические, социальные), на третьем – критерии качества, характеризующие собственно выгоды и издержки (их количество может варьироваться и определяться экспертом), на

четвёртом – альтернативы (формы долгового обязательства), из которых предстоит сделать выбор. Рассчитываются обобщенные оценки среди j – ых альтернатив, полученных i -м экспертом

$$a_{ij} = \frac{v_{ij}}{z_{ij}}, \quad (4.1)$$

где v_{ij} – оценка j -ой альтернативы i -ым экспертом по принципу «Выгоды»; z_{ij} – оценка j -ой альтернативы i -ым экспертом по принципу «Издержки». Находится максимальное значение среди оценок a_{ij} , полученных каждым экспертом

$$a_{\max}^i = \max_j(a_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.2)$$

Расчет агрегированной оценки в случае привлечения n экспертов, имеющих различную значимость, осуществляется по формуле среднегеометрического

$$a_j^A = \prod_{i=1}^n a_{ij}^{p_i}, \quad (4.3)$$

где $a_{ij}^{p_i}$ – оценка j -ой альтернативы, проведенная i -ым экспертом с весом коэффициентом p_i , при этом $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Затем вычисляется максимальное значение

$$a_{\max}^A = \max_j(a_j^A). \quad (4.4)$$

Схемы выбора рациональной альтернативы на основе подхода «выгоды–издержки» представлены на рисунках 4.1 и 4.2.

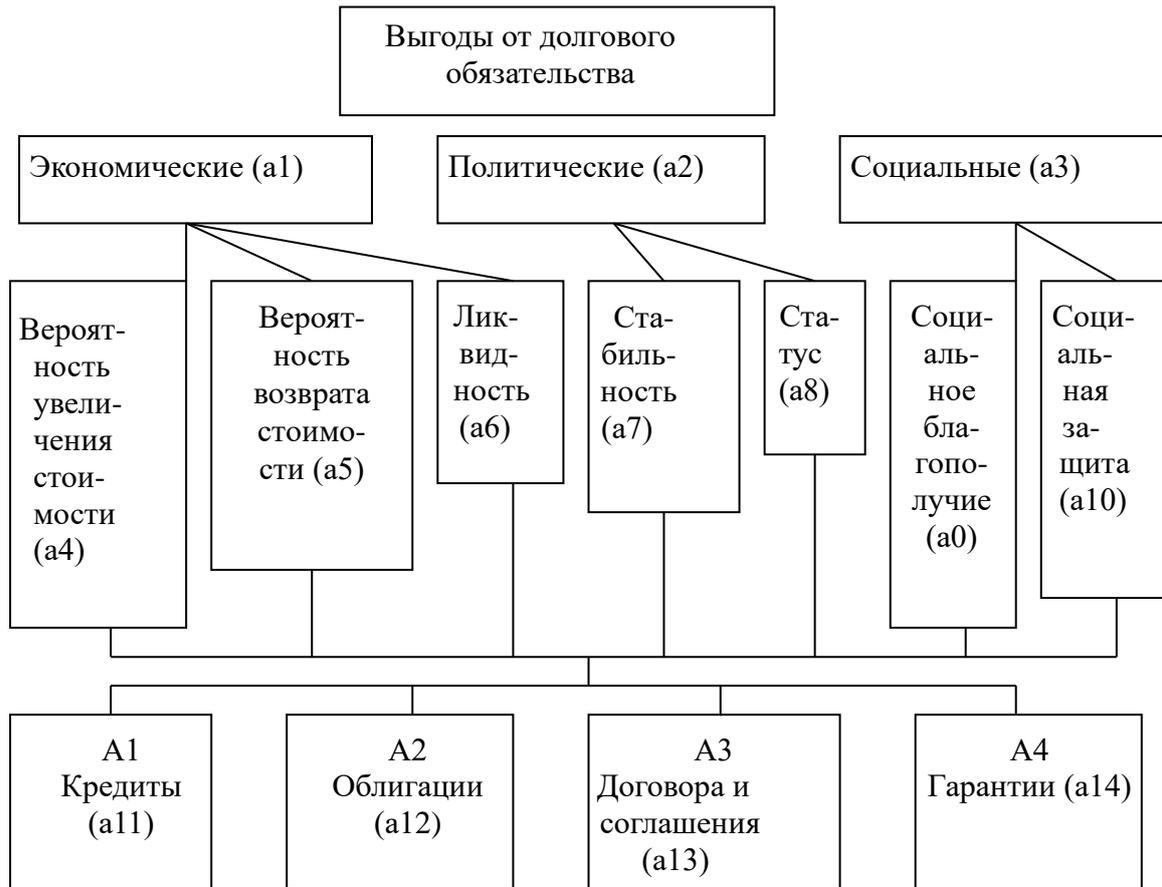


Рис. 4.1. Иерархия выбора альтернативы на основе подхода «выгоды»

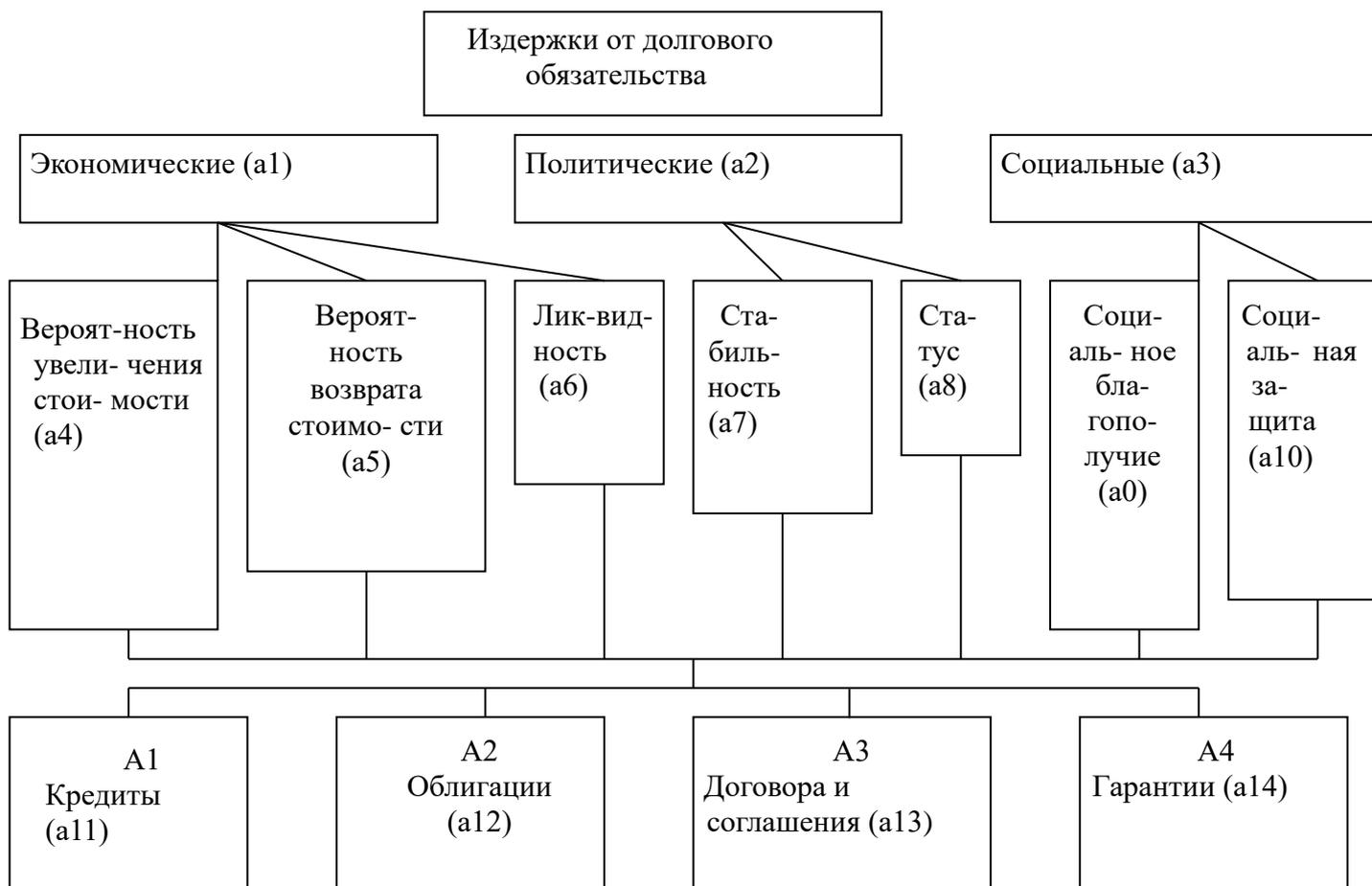


Рис. 4.2. Иерархия выбора на основе подхода «издержки»

Матрица парных сравнений A и расчет весов факторов, определяющих выгоды (второй уровень), представлен ниже на рис. 4.3 и в таблице 4.1.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad i := 1..3$$

$$b_i := \left(\prod_{j=1}^3 A_{i,j} \right)^{\frac{1}{3}} \quad b = \begin{pmatrix} 2.759 \\ 0.362 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a := \frac{(A \cdot b)}{\sum_{i=1}^3 (A \cdot b)_i} \quad a = \begin{pmatrix} 0.669 \\ 0.088 \\ 0.243 \end{pmatrix}$$

Рис. 4.3 Веса факторов, определяющих выгоды от заимствований (второй уровень на рис. 4.1)

Таблица 4.1. Веса факторов, определяющих выгоды от заимствований (второй уровень на рис. 4.1)

Выгоды	Экономические (a1)	Политические (a2)	Социальные (a3)	Веса (локальные приоритеты первого уровня) а
Экономические (a1)	1	7	3	0,669
Политические (a2)	1/7	1	1/3	0,088
Социальные (a3)	1/3	3	1	0,243

$$\lambda_{\max} = 3,007; \text{ ИС} = (\lambda_{\max} - 3)/2 = 0,0035; \text{ ОС} = \text{ИС}/0,58 = 0,006$$

Матрица парных сравнений A1 и расчет критериев экономического фактора (второй уровень на рис.1), представлен ниже на рис. 4 и в таблице 2.

$$A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b1_i := \left(\prod_{j=1}^3 A1_{i,j} \right)^{\frac{1}{3}} \quad b1 = \begin{pmatrix} 0.405 \\ 1 \\ 2.466 \end{pmatrix}$$

$$a1 := \frac{(A1 \cdot b1)}{\sum_{i=1}^3 (A1 \cdot b1)_i}$$

$$a1 = \begin{pmatrix} 0.105 \\ 0.258 \\ 0.637 \end{pmatrix}$$

Рис. 4.4. Веса критериев экономического фактора (второй уровень на рис. 4.1)

Таблица 4.2. Веса критериев экономического фактора

Экономический	Возврат стоимости и (a4)	Вероятность увеличения стоимости (a5)	Ликвидность (a6)	Веса a1
Возврат стоимости (a4)	1	1/3	1/5	0,105
Вероятность увеличения стоимости (a5)	3	1	1/3	0,258
Ликвидность (a6)	5	3	1	0,637

$$\lambda_{\max} = 3,039; \text{ИС} = (\lambda_{\max} - 3)/2 = 0,02; \text{ОС} = \text{ИС}/0,58 = 0,034$$

Таблица 4.3. Веса критериев политического фактора

Политический	Стабильность (a7)	Статус (a8)	Веса a2
Стабильность (a7)	1	1/5	0,167
Статус (a8)	5	1	0,833

$$\lambda_{\max} = 2; \text{ИС} = (\lambda_{\max} - 2)/1 = 0,00; \text{ОС} = 0.$$

Таблица 4.4. Веса критериев социального фактора

Социальный	Социальная защита (a9)	Социальное благополучие (a10)	Веса a3
Социальная защита (a9)	1	5	0,833
Социальное благополучие (a10)	1/5	1	0,167

$$\lambda_{\max} = 2; \text{ИС} = (\lambda_{\max} - 2)/1 = 0,00; \text{ОС} = 0.$$

На последнем этапе метода, построив матрицы парных сравнений альтернатив (форм заимствований) относительно критериев качества, получают значения вектора приоритета.

Таблица 4.5. Веса критерия «Вероятность увеличения стоимости» относительно форм заимствования» (a4)

Вероятность увеличения стоимости (a4)	Кредиты (a10)	Облигации (a11)	Договора и соглашения (a12)	Гарантии (a13)	Веса a4
Кредиты (a10)	1	2	5	3	0,474
Облигации (a11)	1/2	1	3	3	0,299
Договора и соглашения (a12)	1/5	1/3	1	1/2	0,086
Гарантии (a13)	1/3	1/3	2	1	0,141

$$\lambda_{\max} = 4,065; \text{ИС} = (\lambda_{\max} - 2)/1 = 0,022; \text{ОС} = 0,024.$$

На рис. 4.5 приведены матрицы парных сравнений 4-го уровня для целей $a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$.

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	2	5	3
a_{11}	1/2	1	3	3
a_{12}	1/5	1/3	1	1/2
a_{13}	1/3	1/3	2	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	1/3	1/5	1/9
a_{11}	3	1	1/5	1/5
a_{12}	5	5	1	1/3
a_{13}	9	5	3	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	1/5	1	3
a_{11}	5	1	7	9
a_{12}	1	1/7	1	3
a_{13}	1/3	1/9	1/3	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	1/3	3	7
a_{11}	3	1	5	5
a_{12}	1/3	1/5	1	3
a_{13}	1/7	1/5	1/3	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	3	1/7	1/7
a_{11}	1/3	1	1/9	1/5
a_{12}	7	9	1	1
a_{13}	7	5	1	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	1/3	1	1/5
a_{11}	3	1	9	1/3
a_{12}	1	1/9	1	1/7
a_{13}	5	3	7	1

	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{10}	1	1/9	3	1
a_{11}	9	1	7	5
a_{12}	1/3	1/7	1	1/5
a_{13}	1	1/5	5	1

На рисунке 4.6 приведены приоритеты матриц попарных сравнений 4-го уровня

$$\begin{aligned}
 a_4 &= \begin{pmatrix} 0.474 \\ 0.299 \\ 0.086 \\ 0.141 \end{pmatrix} &
 a_5 &= \begin{pmatrix} 0.048 \\ 0.099 \\ 0.289 \\ 0.563 \end{pmatrix} &
 a_6 &= \begin{pmatrix} 0.139 \\ 0.678 \\ 0.129 \\ 0.054 \end{pmatrix} &
 a_7 &= \begin{pmatrix} 0.288 \\ 0.539 \\ 0.116 \\ 0.057 \end{pmatrix} \\
 a_8 &= \begin{pmatrix} 0.085 \\ 0.05 \\ 0.456 \\ 0.409 \end{pmatrix} &
 a_9 &= \begin{pmatrix} 0.085 \\ 0.306 \\ 0.062 \\ 0.547 \end{pmatrix} &
 a_{10} &= \begin{pmatrix} 0.118 \\ 0.677 \\ 0.051 \\ 0.155 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 4.6. Локальные приоритеты матриц попарных сравнений 4-го уровня для целей $a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$

Осуществим иерархический синтез в целях определения вектора приоритета альтернатив относительно факторов и фокуса иерархии.

Вектор приоритетов альтернатив относительно экономического фактора (W_e) определяется путем перемножения матрицы, сформированной из значений векторов приоритетов a_4, a_5, a_6 на вектор a_1 , определяющий значимость критериев качества, расположенных под экономическим фактором согласно формуле

$$W_e = \begin{pmatrix} 0,474 & 0,048 & 0,139 \\ 0,299 & 0,099 & 0,678 \\ 0,086 & 0,289 & 0,129 \\ 0,141 & 0,563 & 0,054 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,105 \\ 0,258 \\ 0,637 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,150 \\ 0,489 \\ 0,166 \\ 0,194 \end{pmatrix}.$$

Из этого следует, что экономически более целесообразна альтернатива А2 – облигации (цель a_{12}).

Аналогично определяются векторы приоритетов альтернатив относительно политического фактора (W_p)

$$W_p = \begin{pmatrix} 0,288 & 0,085 \\ 0,539 & 0,050 \\ 0,116 & 0,456 \\ 0,057 & 0,409 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,167 \\ 0,833 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,119 \\ 0,132 \\ 0,399 \\ 0,350 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, это можно интерпретировать следующим образом: из политических соображений наиболее выгодна форма долгового обязательства в виде договоров (альтернатива А3, цель a_{13}).

С точки зрения социальной политики имеем

$$W_s = \begin{pmatrix} 0,085 & 0,118 \\ 0,306 & 0,677 \\ 0,062 & 0,051 \\ 0,547 & 0,155 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,833 \\ 0,167 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,090 \\ 0,368 \\ 0,060 \\ 0,482 \end{pmatrix},$$

следовательно, наиболее выгодна форма долгового обязательства в виде гарантии (альтернатива А4, цель a_{14})

Резльтирующий вектор приоритетов альтернатив (фокус иерархий) рассчитывается соответственно:

$$Wf = \begin{pmatrix} 0,150 & 0,119 & 0,090 \\ 0,489 & 0,132 & 0,368 \\ 0,166 & 0,399 & 0,060 \\ 0,194 & 0,350 & 0,482 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,669 \\ 0,088 \\ 0,243 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,133 \\ 0,428 \\ 0,161 \\ 0,278 \end{pmatrix}$$

Анализ значений полученного вектора как обобщенной оценки показывает, что в соответствии с мнением данного эксперта наиболее выгодным является форма долгового обязательства в виде облигаций (альтернатива А2, цель а12).

Аналогично рассчитывается вектор приоритетов альтернатив для второй иерархии (издержки). С точки зрения этого эксперта самой невыгодной (затратной) формой долгового обязательства являются договора, наименее затратной – облигации.

Окончательные результаты всех расчетов представлены в табл. 4.6.

Таблица 4.6 Расчет весов и приоритетов альтернатив – форм долгового обязательства

Альтернатива	Выгоды, v_j	Издержки, z_j	Отношение вы- год к издерж- кам	Приоритет
А1– кредиты	0,133	0,173	0,769	3
А2– облигации	0,428	0,107	4	1
А3– договора	0,161	0,587	0,274	4
А4– гарантии	0,278	0,132	2,106	2

Итак, согласно принципу «выгоды–издержки», по мнению одного эксперта, приоритет отдан форме долгового обязательства в виде облигаций о получении муниципальным образованием бюджетных кредитов от бюджетов других уровней бюджетной системы Российской Федерации.

4.2 Практическое задание

- 1) На основе матриц парных сравнений, составленных экспертом, рассчитать локальные приоритеты форм заимствования долговых обязательств муниципального образования (кредиты, облигации, договора, гарантии) относительно экономических, поли-

- тических и социальных факторов и глобальные приоритеты в стратегии «выгоды от долгового обязательства».
- 2) Рассчитать согласованность экспертных оценок матриц парных сравнений по формулам:
 - а) индекс согласованности $ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$, где λ_{\max} – максимальное собственное число матрицы парных сравнений; n – порядок матрицы парных сравнений;
 - б) отношение согласованности $ОС = ИС/ИС^*$, где $ИС^*$ – среднее значение согласованности случайных матриц парного сравнения. $ИС^* = 0,58$ для $n = 3$; $ИС^* = 0,9$ для $n = 4$. Величина $ОС$ не должна быть больше величины $0,1$ ($ОС \leq 0,1$).
 - 3) На основе матриц парных сравнений, составленных экспертом, рассчитать локальные приоритеты форм заимствования долговых обязательств муниципального образования (кредиты, облигации, договора, гарантии) относительно экономических, политических и социальных факторов и глобальные приоритеты в стратегии «издержки от долгового обязательства». Эксперт при составлении матриц парных сравнений придерживался принципа, чем больше будет затрачено средств, тем качественнее можно реализовать проекты.
 - 4) Рассчитать величину $a_{\max} = \max_j(a_j)$, где $a_j = v_j / z_j$. Здесь v_j – оценка j -ой альтернативы по принципу «Выгоды»; z_j – оценка j -ой альтернативы по принципу «Издержки».

4.3 Варианты матриц парных сравнений

4.3.1 Стратегия «Выгоды от долгового обязательства»

Вариант 1

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} \\ 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & 1 & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 9 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 9 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{9} & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 5 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 7 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 3 & 1 \\ 9 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 9 & 5 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad +$$

Вариант 2

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} \\ 5 & 5 & 1 & \frac{1}{2} \\ 9 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 9 & 4 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & 1 \\ 6 & 1 & 5 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ \frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 7 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 6 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 9 & 6 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & 7 \\ 9 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} \\ 2 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 5

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 3 & \frac{1}{7} \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 5 & 5 & 1 & 9 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 7 & 9 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 9 & 5 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 6

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 3 \\ 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 & 3 \\ 9 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ 3 & 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 9 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 5 & 7 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 3 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 2 & 1 & 5 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 8

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 9

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.2 \\ 1 & 1 & 0.143 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0.125 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 5 \\ 0.333 & 0.2 & 1 & 3 \\ 0.143 & 0.2 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.2 & 0.111 \\ 3 & 1 & 1 & 0.2 \\ 5 & 1 & 1 & 0.333 \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0.2 \\ 0.333 & 1 & 0.2 & 0.111 \\ 1 & 5 & 1 & 0.111 \\ 5 & 9 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 0.111 & 3 & 1 \\ 9 & 1 & 7 & 5 \\ 0.333 & 0.143 & 1 & 0.2 \\ 1 & 0.2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0.333 & 0.2 \\ 0.2 & 1 & 0.333 & 0.111 \\ 3 & 3 & 1 & 0.333 \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.111 & 0.333 \\ 1 & 1 & 0.2 & 1 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & 0.111 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.2 & 0.111 \\ 3 & 1 & 0.333 & 0.111 \\ 5 & 3 & 1 & 0.333 \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 0.111 \\ 7 & 1 & 0.333 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 7 \\ 0.2 & 0.143 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0.111 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 0.111 & 1 \\ 7 & 1 & 0.2 & 7 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & 0.143 & 0.111 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 0.2 & 0.143 \\ 7 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 0.333 & 1 & 1 \\ 7 & 0.333 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0.111 & 1 & 0.2 \\ 9 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 0.2 & 1 & 0.333 \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 1 & 0.143 \\ 3 & 1 & 3 & 0.143 \\ 1 & 0.333 & 1 & 0.111 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.2 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 & 0.2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 & 0.111 \\ 7 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & 0.143 & 1 & 0.333 \\ 9 & 0.333 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0.143 & 0.2 \\ 0.2 & 1 & 0.111 & 0.111 \\ 7 & 9 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4.3.2 Стратегия «Издержки от долгового обязательства»

Вариант 1

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix}$$

$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 2

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 3 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 2 & 1 & 5 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 3

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 3 \\ 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 & 3 \\ 9 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ 3 & 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 9 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 5 & 7 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 3 & \frac{1}{7} \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 5 & 5 & 1 & 9 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 7 & 9 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 9 & 5 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad +$$

Вариант 5

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 7 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 6 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 9 & 6 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & 7 \\ 9 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} \\ 2 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 6

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & 1 \\ 6 & 1 & 5 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ \frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 3 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 2 & 1 & 5 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 8

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix}$$
$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

+

Вариант 9

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 0.333 \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.111 \\ 3 & 1 & 0.143 \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.25 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 5 & 1 & 1 & 0.333 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.2 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 & 0.333 \\ 5 & 5 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & 0.143 & 1 & 3 \\ 0.333 & 0.111 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7 & 5 \\ 0.111 & 1 & 0.333 & 0.111 \\ 0.143 & 3 & 1 & 0.333 \\ 0.2 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.111 & 0.111 \\ 5 & 1 & 0.333 & 0.111 \\ 9 & 3 & 1 & 0.333 \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 & 7 \\ 0.333 & 1 & 1 & 3 \\ 0.111 & 1 & 1 & 1 \\ 0.143 & 0.333 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 0.2 \\ 0.2 & 1 & 1 & 0.111 \\ 0.333 & 1 & 1 & 0.2 \\ 5 & 9 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0.333 \\ 0.2 & 1 & 0.111 \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0.2 & 1 & 0.143 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.125 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 0.167 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$A4_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 & 0.333 \\ 3 & 1 & 0.333 & 1 \\ 7 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 0.111 & 0.111 \\ 7 & 1 & 0.333 & 0.333 \\ 9 & 3 & 1 & 0.333 \\ 9 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.333 & 0.2 \\ 1 & 1 & 1 & 0.2 \\ 3 & 1 & 1 & 0.2 \\ 5 & 5 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_4 := \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.111 & 0.333 \\ 5 & 1 & 0.333 & 1 \\ 9 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A4_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.2 & 5 \\ 1 & 1 & 0.2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 & 7 \\ 0.2 & 0.333 & 0.143 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_6 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 1 & 0.111 \\ 3 & 1 & 7 & 1 \\ 1 & 0.143 & 1 & 0.111 \\ 9 & 1 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A4_7 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0.2 & 1 \\ 0.2 & 1 & 0.111 & 0.111 \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 9 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5. «МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР МЕТОДОМ РАНЖИРОВАНИЯ И МЕТОДОМ НЕЧЕТКОЙ СВЕРТКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ»

Цель работы: получить навык многокритериальной оценки альтернатив в условиях индивидуального выбора

Задачи:

1. Получить навык применения метода ранжирования для сравнения многокритериальных альтернатив
2. Получить выделения множества Парето (эффективных альтернатив)
3. Получить навык применения нечеткой свертки оценок альтернатив

5.1 Постановка задачи

Вагоностроительный завод в 60-е годы разработал и освоил выпуск 8-осных думпкаров для горнорудной промышленности. Думпкар имеет грузоподъемность 130-170 т, емкость кузова 53 м³ и предназначен для перевозки и механизированной погрузки - разгрузки скальных пород объемной массой 2,5-3,2 т/м³. Погрузка в думпкар производится экскаваторами с емкостью ковша 4-6 м³.

Опыт эксплуатации этого думпкара на горнодобывающих предприятиях показал его недостаточную эффективность. Предприятия оснащены экскаваторами с емкостью ковша 12,5 м³ и ожидается поступление экскаваторов с емкостью ковша 16 м³. Объемная масса перевозимых грузов не превышает 1,5 т/м³. Поэтому грузоподъемность думпкара и производительность экскаватора используются не полностью. Пневматическая система разгрузки думпкара в условиях низких температур работает ненадежно.

В целях повышения эффективности думпкаров вагоностроительный завод получил заказ на разработку и поставку новых 8-осных думпкаров с электрогидравлической системой разгрузки для оснащения крупных существующих и перспективных угольных разрезов. В результате предпроектных исследований были предложены восемь типов думпкаров с электрогидравлической системой разгрузки. Учитывая сжатые сроки разработки, ограниченные возможности эксперименталь-

ной и конструкторских служб завода, для проектирования и постройки опытного образца необходимо было выбрать один тип думпкара.

Таким образом, проблемная ситуация заключалась в анализе и выборе одного из восьми типов думпкарров для дальнейшего проектирования и производства.

Для принятия решения было созвано научно-техническое совещание с участием всех заинтересованных организаций. Мнения участников совещания разделились. Окончательное решение оставалось за председателем совещания. Решение должно быть принято в конце совещания.

Информация для принятия решения имелась в предпроектных исследованиях научно-исследовательских институтов и конструкторских служб завода, в высказываниях участников совещания.

Для принятия решения были сформулированы *цели*, которые представляют собой технико-экономические показатели думпкара:

A_1 - максимальная грузоподъемность;

A_2 - максимальная емкость кузова;

A_3 - минимальная металлоемкость тары;

A_4 - максимальная экономическая эффективность думпкара;

A_5 - минимальная цена думпкара;

A_6 - минимальная длина думпкара по осям автосцепки.

Множество *ограничений* в данной задаче представляют собой допустимые значения основных технико-экономических показателей думпкара:

B_1 - грузоподъемность не менее 180 т;

B_2 - емкость кузова не менее 120 м³ ;

B_3 - металлоемкость тары не более 60 т;

B_4 - экономическая эффективность не менее 240 тысяч руб.;

B_5 - цена думпкара не более 400 тысяч руб.;

B_6 - длина по осям автосцепки не более 22 м.

Множество вариантов решения составляют восемь типов думпкаров:

Y_1 - думпкара односекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_2 - думпкара односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_3 - думпкара двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y₄ - думпкары двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y₅ - думпкары односекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y₆ - думпкары односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y₇ - думпкары двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y₈ - думпкары двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом.

Показатели достижения целей и их значения для каждого думпкара приведены в таблице 5.1. В соответствии с этими данными в табл. 5.2 представлен пример ранжирования решений по первому показателю.

Таблица 5.1

Показатели достижения целей и их значения для думпкаров

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
	Грузоподъемность, т.	Емкость кузова, м ³	Тара (Металлоемкость), т.	Эффективность в производстве и эксплуатации, тыс. руб.	Цена, тыс. руб.	Длина по осям автосцепки, м.
Y ₁	182	118	58	250	370	20
Y ₂	180	116	60	240	390	20
Y ₃	178	120	62	220	400	22
Y ₄	176	120	64	210	410	22
Y ₅	180	118	60	240	400	21
Y ₆	178	116	62	220	410	21
Y ₇	176	120	64	210	430	23
Y ₈	174	120	66	200	440	23

Таблица 5.2

Пример ранжирования решений по первому показателю

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
Y ₁	1					
Y ₂	2					
Y ₃	3					
Y ₄	4					
Y ₅	2					
Y ₆	3					
Y ₇	4					
Y ₈	5					

Задачей является выбор оптимального решения. Для этого, используя таблицу ранжировок решений, сначала необходимо определить эффективные решения. Эффективным является решение, все показатели которого не хуже одноименных показателей других решений и хотя бы один показатель является лучшим, чем у других решений. Если у двух сравниваемых решений одни показатели лучше у первого решения, а другие - у второго, то решения являются несравнимыми. Выявление множества эффективных решений осуществляется путем последовательного попарного сравнения решений по всем показателям и исключения из дальнейшего рассмотрения неэффективных, т. е. худших решений. Оптимальное решение выбирается из множества несравнимых эффективных решений с учетом индивидуальных предпочтений ЛПР.

5.2 Практическое задание

1. По данным табл. 5.1 выполнить ранжирование решений по показателям A₂-A₆, результаты ранжирования занести в табл. 5.2. Ранжирование осуществляется порядковыми номерами, при этом наилучшему решению присваивается ранг 1. Решениям с одинаковыми значениями показателя присваивается одинаковый ранг.

2. На основании таблицы ранжирования определить множество эффективных решений. Для облегчения этой задачи рекомендуется осуществлять попарное сравнение внутри следующих подмножеств решений: Y₁, Y₂, Y₅, Y₆ и Y₃, Y₄, Y₇, Y₈.

3. Сравнить между собой полученные эффективные решения и выбрать из них более предпочтительное (оптимальное). Обосновать сделанный выбор.

4. Построить функции принадлежности для каждого критерия прямым методом

5. Рассчитать интегральные показатели оценки альтернатив на основе нечеткой свертки

а) при равной значимости критериев;

б) при одинаковой значимости критериев.

5.3 Методические указания

Метод расчета интегрального показателя выполнения стратегии предприятия.

Одним из этапов стратегического управления предприятием является мониторинг состояния эффективности реализации стратегического плана. Естественно использовать для контроля выполнения стратегии целевые показатели развития предприятия, которые показывают степень продвижения по выбранным стратегическим направлениям к главной цели стратегического развития.

Набор показателей, служащих ориентирами стратегического развития, индивидуален для каждого конкретного предприятия. По каждому показателю должны быть определены желательные их изменения по годам развития предприятия.

Целевые показатели развития носят многоплановый характер, имеют различные единицы измерения, направление и интенсивность изменения. Установление однозначной математической зависимости между ними проблематично и требует проведения дополнительных исследований.

Также нельзя забывать о том, что процесс разработки стратегии развития, целевые ориентиры стратегии, оценки социально-экономического положения города основываются на информации, получаемой от человека (эксперта), что обуславливает наличие качественных описаний. Таким образом, сформулируем основные требования к модели интегральной оценки выполнения стратегии предприятия:

1. Агрегирование многих критериев, имеющих различную размерность и направленность изменений.

2. Универсальная форма агрегации критериев, т.е. должна быть возможность использования модели интегральной оценки для разных муниципальных образований.

3. Учет весов критериев, т.е. их важности в интегральной оценке.

4. Формализация нечетких понятий для обеспечения эффективной обработки качественной информации наравне с четкими количественными данными.

5. Привязка интегрального показателя к целевым ориентирам стратегического развития города.

Использование аппарата теории нечетких множеств в модели интегральной оценки позволяет учесть все эти требования.

Каждый целевой показатель стратегического развития (критерий интегральной оценки) можно рассматривать как нечеткую переменную $(\alpha_i, X, C(\alpha_i))$, где α_i – наименование нечеткой переменной, $X = \{x\}$ – область ее определения (базовое множество), $C(\alpha_i) = \{\mu_{C\alpha_i}(x) / x\}, (x \in X)$ – нечеткое подмножество множества X , описывающее ограничения на возможные значения переменной α_i .

Экспертным путем строятся функции принадлежности критериев. По сути, функции принадлежности критериев будут отражать степень соответствия фактического значения критерия запланированному.

Оценка критерия на определенный момент времени задается как степень принадлежности $\mu_{C\alpha_i}(x)$ фактического значения критерия нечеткому множеству $C(\alpha_i)$.

Свертка критериев осуществляется на основе операции пересечения нечетких множеств.

Если имеется n критериев $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, то интегральная оценка IS определяется по формуле :

$$IS = C(\alpha_1) \cap C(\alpha_2) \cap \dots \cap C(\alpha_n).$$

Операция пересечения нечетких множеств соответствует операция \min , выполняемая над их функциями принадлежности:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1, n} \mu_{C\alpha_i}(x). \quad (5.1)$$

Чем больше значение функции принадлежности μ_{IS} , тем выше значение интегрального показателя, тем ближе развитие предприятия к состоянию, определенному целевыми ориентирами развития.

В случае если критерии имеют различную важность, каждому из них приписывается число $w_i \geq 0$ (чем важнее критерий, тем больше w_i).

Тогда интегральная оценка определяется по формуле:

$$IS = C^{w_1}(\alpha_1) \cap C^{w_2}(\alpha_2) \cap \dots \cap C^{w_n}(\alpha_n);$$

$$w_i \geq 0, i = \overline{1, n}; \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1, n} w_i = 1.$$

Функция принадлежности μ_{IS} определяется по формуле:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1,n} \mu^{w_i} \tilde{N}_{\alpha_i}(x) \quad (5.2)$$

При определении области определения нечетких переменных α_i , описывающих целевые ориентиры реализации стратегии, используются следующие правила:

1. В области определения выделить интервал запланированных значений показателя. При этом в качестве «нижней» контрольной точки x_1 можно, например, использовать значение показателя развития за год, предшествующий началу реализации стратегии, или пороговое значение показателя развития.

2. В качестве «верхней» контрольной точки x_2 использовать значение, которое можно достигнуть при выполнении запланированных изменений показателя (целевого ориентира).

3. Область определения не должна ограничиваться нижней и верхней контрольными точками, так как реальное значение показателя может оказаться как выше, так и ниже базового и планового значений. Предлагается область определения задавать следующим интервалом:

$$X \in [x_1 \mp \frac{|x_2 - x_1|}{2}; x_2 \pm \frac{|x_2 - x_1|}{2}]. \quad (5.3)$$

Выбор знака «+» или «-» зависит от желательного направления изменения показателя. Например, для показателя «Убытки» x_1 будет находиться правее x_2 , следовательно, в формуле нужно использовать нижний знак.

Таким образом, область определения нечеткой переменной, описывающей целевой ориентир стратегического развития предприятия, условно можно разделить на три области (см. табл.3.3). Соответственно функцию принадлежности $\mu_{C\alpha_i}(x) \in [0;1]$ также условно нужно разбить на три интервала, значения функции принадлежности представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3

Область определения нечеткой переменной

Область X	Характеристика	$\mu_{C\alpha_i}(x)$
$X_{пл}$	Область планового изменения критерия	[0,25; 0,75]
$X_{отр}$	Область ухудшения нижнего значения критерия	[0; 0,25]

$X_{пол}$	Область превышения верхнего значения критерия	[0,75; 1]
-----------	---	-----------

Так как $\mu_{C\alpha_i}(x) \in [0;1]$, то и значение интегрального показателя стратегического развития города находится в интервале $[0;1]$, интерпретация значений представлена в таблице 3.4.

Значения μ_{IS} , представленные в таблице 3.4, отражают случай равенства весов критериев. При различных весах значения границ интервалов μ_{IS} в таблице 3.3 нужно возвести в степень $w_{\max} = \max_{i=1,n} w_i$.

Предлагаемая модель интегральной оценки стратегического развития предприятия позволяет отслеживать изменение ситуации, проводить сравнение интегральных оценок по годам развития, а также осуществлять мониторинг эффективности реализации стратегии развития предприятия.

Таблица 5.4

Интерпретация значений интегрального показателя

μ_{IS}	Характеристика
[0,25; 0,75]	Все целевые ориентиры не ниже нижних контрольных значений, причем, чем ближе к 0,75, тем ближе текущее состояние социально-экономического развития предприятия к комплексному целевому стратегическому ориентиру реализации стратегии.
[0; 0,25]	Значения одного или нескольких критериев ухудшились по сравнению с контрольными значениями
[0,75; 1]	Значения всех критериев достигли или превысили запланированные значения

5.4. Этапы выполнения работы

Этап 1. Постановка задачи.

Выбрать целевые ориентиры стратегического развития предприятия (техничко-экономические показатели думпкара из таблицы 5.1).

Этап 2. Построение функций принадлежности нечетких множеств, описывающих критерии.

При построении функции принадлежности нечетких переменных критериев интегральной оценки использовать прямой метод, задавать функцию принадлежности простым перечислением. При определении области определения нечетких переменных α_i , описывающих критерии,

использовать правила, приведенные выше.

Этап 3. Определение конкретных значений степеней принадлежности для каждого критерия по предлагаемым альтернативам (вариантам думпкара).

Для каждого фактического значения критерия по вариантам думпкара определить степени принадлежности этого значения нечеткому множеству. Если конкретное значение отсутствует в перечислении нечеткого множества, то необходимо применить линейную аппроксимацию.

Этап 4. Назначение весов критериев.

Назначить веса важности для каждого критерия. Должно соблюдаться следующее условие нормировки: сумма весов, деленная на количество критериев, равна единице.

Этап 5. Расчет интегральных оценок.

Рассчитать интегральные оценки для думпкара при равной важности критериев (по формуле 5.1) и разной важности (по формуле 5.2).

5.5 Пример использования метода интегральной оценки на примере стратегии развития города Юрги.

1. Разработка стратегии социально-экономического развития города Юрги была впервые осуществлена в 2004 году. Целевые ориентиры стратегического развития установлены на период 2004–2013 гг. Это не позволяет рассчитать интегральный показатель стратегического развития города по полному перечню целевых ориентиров.

В связи с этим, для апробации предложенной модели, были рассчитаны интегральные показатели по ограниченному перечню целевых ориентиров за период 2000–2003 гг. Выбранные целевые показатели социально-экономического развития в динамике представлены в таблице 5.5.

Таблица 5.5

Целевые показатели социально-экономического развития города в динамике

Целевые показатели социально-экономического развития города	Годы			
	2000	2001	2002	2003
1. Постоянное население (на начало года), тыс. чел.	86,1	85,2	84,5	83,8

2. Общая смертность, человек на 1000 населения	15,2	15,9	15,5	14,7
3. Младенческая смертность, человек на 1000 родившихся	7	7	9,1	8,9
4. Рождаемость, человек на 1000 населения	8,9	9,4	10,1	9,9
5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	1,47	1,6	1,7	1,7

2. В качестве экспертов, перед которыми ставилась задача построения функций принадлежности целевых показателей, выступили специалисты отдела по социально-экономическому планированию, прогнозированию и труду Администрации города Юрги. В результате были построены функции принадлежности нечетких множеств для пяти нечетких переменных:

$$C(\alpha_1) = \{0/82,65; 0,25/83,8; 0,75/86,1; 1/87,25\};$$

$$C(\alpha_2) = \{0/17,5; 0,25/16,1; 0,75/14,7; 1/13,3\};$$

$$C(\alpha_3) = \{0/10,75; 0,25/9,5; 0,75/7,0; 1/5,75\};$$

$$C(\alpha_4) = \{0/8,3; 0,25/8,9; 0,75/10,1; 1/10,7\};$$

$$C(\alpha_5) = \{0/1,355; 0,25/1,47; 0,75/1,7; 1/1,815\}.$$

3. Далее были определены конкретные значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития (представлены в таблице 3.6).

4. Веса критериев были определены экспертами: $w_1 = 0,75$; $w_2 = 1,25$; $w_3 = 0,75$; $w_4 = 1,25$; $w_5 = 1,0$.

Таблица 5.6

Значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития

Целевой показатель	Значения $\mu_{C_{\alpha_i}}$ по годам развития			
	2000	2001	2002	2003
1. Постоянное население (на начало года)	0,75	0,55	0,42	0,25
2. Общая смертность	0,57	0,32	0,46	0,75
3. Младенческая смертность	0,75	0,75	0,33	0,3
4. Рождаемость	0,25	0,46	0,75	0,67

5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	0,25	0,7	0,75	0,75
--	------	-----	------	------

5. Расчет интегрального показателя осуществлялся в двух вариантах.

А) По формуле (5.1) определили значения интегральных показателей по годам при равенстве важности критериев:

$$\mu_{IS}(2000) = 0,25 ; \mu_{IS}(2001) = 0,32 ; \mu_{IS}(2002) = 0,33 ; \mu_{IS}(2003) = 0,25 .$$

В 2002 году наблюдается наибольшее значение интегрального показателя. Таким образом, при равной важности целевых показателей, именно в 2002 году комплексное социально-экономическое положение города было наиболее близко к желаемому (планируемому).

Б) По формуле (5.2) определили значения интегрального показателя при разной важности критериев. Значения интегральных показателей составили:

$$\mu_{IS}(2000) = 0,18 ; \mu_{IS}(2001) = 0,24 ; \mu_{IS}(2002) = 0,38 ; \mu_{IS}(2003) = 0,35 .$$

Как и в первом случае, наилучшее значение интегрального показателя в 2002 году.

Литература

1. Силич В.А., Силич М.П. Теория систем и системный анализ: учебное пособие / В.А. Силич, М.П. Силич; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 276 с.
2. Захарова А.А., Чернышева Т.Ю., Мицель А.А. Математическое и программное обеспечение стратегических решений в муниципальном управлении / А.А. Захарова, Т.Ю. Чернышева, А.А. Мицель; Юргинский технологический институт – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 212 с.
3. Разумников С.И. Теория систем и системный анализ. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория систем и системный анализ».— Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиала) Томского политехнического университета, 2013. – 60 с.