

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет систем  
управления и радиоэлектроники

А.М. Голиков

## **ЭФФЕКТИВНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ**

Учебно-методическое пособие для практических и семинарских занятий по курсу «Системотехника. Проектирование радиотехнических систем» для студентов радиотехнических специальностей



Томск  
2023

УДК 621.37  
ББК 32.884.1  
Г 604

### Рецензент

**Красненко Н.П.** профессор кафедры радиотехнических систем ТУСУР, доктор физ-мат наук

**Голиков А.М.**

Г606 Эффективное обнаружение и оптимальное оценивание координат радиолокационных целей: учебно-методическое пособие для практических и семинарских занятий по курсу «Системотехника. Проектирование радиотехнических систем» для студентов радиотехнических специальностей/ А.М. Голиков -Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. - 77 с.

Учебно-методическое пособие (УМП) для выполнения практических и семинарских занятий по курсу «Системотехника. Проектирование радиотехнических систем» для студентов радиотехнических специальностей - включает вопросы эффективного обнаружения и оптимальное оценивание координат радиолокационных целей: основные сведения из теории сложных радиолокационных сигналов, рассматривает корреляционные функции сигналов, работу корреляционного приемника, согласованного фильтра. В УМП представлен основной инструмент радиолокации для оценки разрешающей способности радиолокатора - функция неопределённости и рассмотрены ее основные свойства, показана возможность определения предельных характеристик радиолокатора - эффективного обнаружения и оптимального оценивания координат радиолокационных целей. В УМП показано графическое представление функции неопределённости и связь функции неопределенности с точностью оценки параметров сигналов, характеристиками обнаружения и разрешения, проведена оценка потенциальной разрешающей способности, рассмотрены сложные сигнал с линейной частотной модуляцией и фазоманипулированные сигналы, коды Баркера и М-последовательности. Представлено научное исследования автора по оптимальному пеленгованию на трассах распространения СВЧ-радиоволн. В приложениях УМП приведены расчетные задания для оценки оптимальной точности амплитудного и фазового пеленгаторов, а также контрольные вопросы и вопросы для фондов оценочных средств.

УМП может быть использовано студентами старших курсов и аспирантами по направлению «Радиотехника», а также инженерными и научными работниками при проектировании высокоточных радиотехнических систем.

Одобрено на заседании каф. РТС протокол № 9 от 20.04.2023 г.

УДК 621.37  
ББК 32.884.1

© А.М. Голиков, 2023  
© Томск. гос. ун-т систем упр.и радиоэлектроники, 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение .....	4
2. Основные сведения из теории сложных радиолокационных сигналов .....	5
2.1. Простые и сложные сигналы. Виды сложных сигналов.....	5
2.2. Недостатки простых сигналов .....	7
2.3. Сложные сигналы как средство преодоления противоречий простых сигналов.....	14
2.4. Корреляционная функция сигнала. Коррелятор .....	17
2.5. Согласованный фильтр.....	20
2.6. Коэффициент сжатия сложных сигналов .....	25
2.7. Функция неопределённости и её основные свойства.....	26
3. Эффективное обнаружение и оптимальное оценивание координат радиолокационных целей .....	28
3.1. Понятие функции неопределённости.....	28
3.2. Связь функция неопределенности с выходным эффектом приёмника .....	30
3.3. Графическое представление функции неопределённости.....	32
3.4. Связь функции неопределенности с точностью оценки параметров сигналов, характеристиками обнаружения и разрешения .....	33
3.5. Функция неопределённости простого сигнала с гауссовой огибающей....	36
3.6. Оценка потенциальной разрешающей способности .....	38
3.7. Сложный сигнал с линейной частотной модуляцией .....	40
3.8. Фазоманипулированные сигналы.....	46
4. Оптимальное пеленгование на трассах распространения СВЧ-радиоволн ....	60
Литература .....	69
Приложение 1. Контрольные вопросы и вопросы для фондов оценочных средств.....	70
Приложение 2. Расчетные задания для оценки оптимальной точности амплитудного и фазового пеленгаторов .....	73

## 1. Введение

Учебно-методическое пособие (УМП) предназначено для выполнения практических и семинарских занятий по курсу «Системотехника. Проектирование радиотехнических систем» для студентов радиотехнических специальностей. УМП включает вопросы эффективного обнаружения и оптимального оценивания координат радиолокационных целей: основные сведения из теории сложных радиолокационных сигналов, рассматриваются корреляционные функции сигналов, работа корреляционного приемника, согласованного фильтра. В УМП представлен основной инструмент радиолокации для оценки разрешающей способности радиолокатора - функция неопределённости и рассмотрены ее основные свойства, показана возможность определения предельных характеристик радиолокатора - эффективного обнаружения и оптимального оценивания координат радиолокационных целей. В УМП дано графическое представление функции неопределённости и связь функции неопределённости с точностью оценки параметров сигналов, характеристиками обнаружения и разрешения, проведена оценка потенциальной разрешающей способности, рассмотрены сложные сигнал с линейной частотной модуляцией и фазоманипулированные сигналы, коды Баркера и M-последовательности [1].

В УМП представлено научное исследования автора по оптимальному пеленгованию на трассах распространения СВЧ-радиоволн. Исследования проводились на маневренных трассах в различных районах океана и морей где наиболее вероятным является прием сигналов сканирующих по азимуту остронаправленных источников излучения (судовых или береговых обзорных радиолокаторов). Задачей систем пеленгования является определение угловых координат таких радиолокаторов. В работе [2] проведен анализ статистической модели поля сканирующего по углу загоризонтного СВЧ источника, учитывающий свойства функции пространственной когерентности (ФПК) поля остронаправленного источника на загоризонтных морских трассах. В данной работе на основе такой модели проведен анализ эффективности пеленгования источников излучения с остронаправленной антенной, сканирующей по азимуту.

В Приложениях УМП приведены расчетные задания для оценки оптимальной точности амплитудного и фазового пеленгаторов, а также контрольные вопросы и вопросы для фондов оценочных средств.

## 2. Основные сведения из теории сложных радиолокационных сигналов

В этом разделе даются основные сведения из теории сигналов, такие как деление сигналов на простые и сложные, разрешающая способность сигналов по дальности и скорости и их зависимость от вида сигнала, корреляционная функция сигнала, функция и тело неопределенности сигнала.

### 2.1. Простые и сложные сигналы. Виды сложных сигналов

Модель применяемого в радиолокации радиосигнала  $U(t)$  записывается

$$U(t) = A(t) \cdot \cos [2\pi f_0 t + \Psi(t) + \varphi_0], \\ 0 \leq t \leq \tau_u$$

где  $A(t)$  и  $\Psi(t)$  – функции амплитудной и фазовой модуляции,  $\varphi_0$  – начальная фаза,  $\tau_u$  – длительность сигнала,  $f_0$  – частота заполнения – несущая частота,  $2\pi f_0 = \omega$  – круговая частота.

Сигналы принято разделять на простые и сложные.

Простым сигналом называется сигнал, у которого отсутствует внутриимпульсная модуляция  $\Psi(t) = 0$ . Для простых сигналов произведение эффективной длительности  $\tau_s$  на эффективную ширину спектра  $\Delta f_s$ , называемое базой сигнала, равно единице

$$d = \tau_s \cdot \Delta f_s = 1. \quad (1)$$

Простой сигнал  $U(t)$  с прямоугольной огибающей  $A(t)$  приведён на рис.1, а.

Сложным называется сигнал, у которого имеется внутриимпульсная модуляция –  $\Psi(t) \neq 0$ . База сложных сигналов больше единицы (обычно много больше единицы)

$$d = \tau_s \cdot \Delta f_s \gg 1. \quad (2)$$

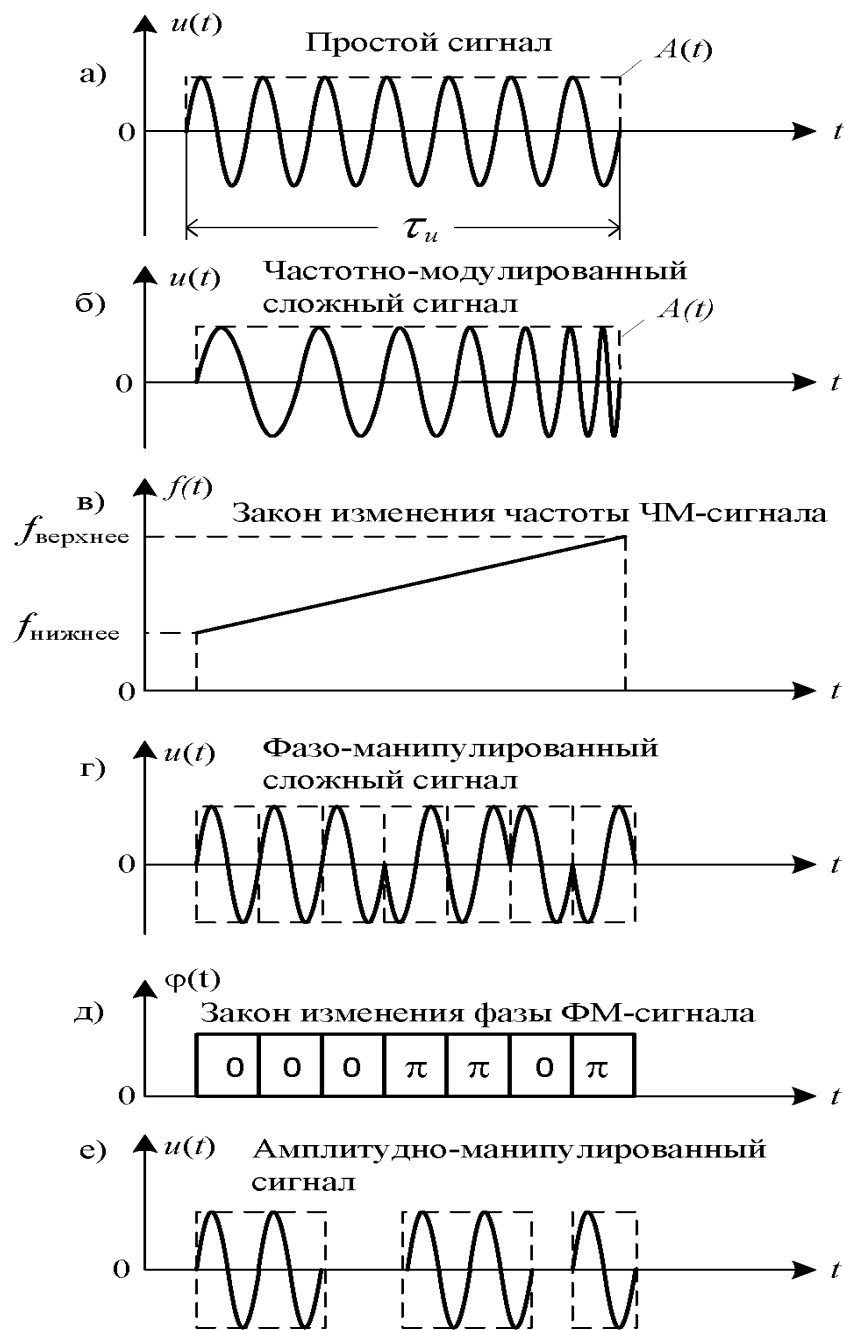


Рис. 1 – Простые и сложные радиолокационные сигналы

Значения  $\tau_s$  и  $\Delta f_s$  обычно незначительно отличаются от длительности сигнала  $\tau_u$  и ширины его спектра  $\Delta f$ . Поэтому значение

$$d = \tau_s \cdot \Delta f_s \approx \tau_u \cdot \Delta f.$$

Увеличение базы у сложных сигналов по сравнению с простыми достигается введением внутриимпульсной модуляции. В зависимости от вида внутриимпульсной модуляции различают следующие виды сложных сигналов:

а) при частотной модуляции – частотно-модулированные (ЧМ) (рис.1, б). На рис. 1, в показан один из возможных законов изменения частоты ЧМ сигнала;

б) при дискретной фазовой модуляции – фазоманипулированные (ФМ) (рис. 1, з). На рис. 1, д показан закон фазовой манипуляции ФМ сигнала;

в) при амплитудной модуляции – амплитудно-манипулированные (импульсно-кодовая модуляция) (рис. 1, е).

Законы изменения частоты частотно-модулированных сигналов, количество и чередование дискрет фазы у фазоманипулированных сигналов могут быть различными. Наиболее часто используемыми на практике сложными сигналами являются сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ сигналы) и бинарные, использующие две градации фазы, фазоманипулированные сигналы.

Кроме перечисленных сложных сигналов возможны и сигналы с комбинациями различных видов модуляции: частотно-фазовой, амплитудно-частотной и амплитудно-фазовой.

## **2.2. Недостатки простых сигналов**

Наличие у сложных сигналов внутриимпульсной модуляции приводит к тому, что их генерация и обработка при приёме сложнее, чем для простых сигналов. Почему же в радиолокации и связи нельзя обойтись только простыми сигналами, для чего появились сложные сигналы? Применение сложных сигналов позволяет разрешить два противоречия, неразрешимых для простых сигналов.

Основным противоречием, возникающим в радиолокации, является то, что при применении простых сигналов невозможно одновременно получить высокую разрешающую способность по дальности и скорости. Этот недостаток в рамках простых сигналов преодолеть нельзя.

Другим недостатком простых сигналов при одноканальном передающем тракте является то, что при их использовании нельзя получить одновременно высокую разрешающую способность по дальности и большую дальность действия РЛС при ограничении пиковой мощности излучения передатчика.

Суть первого противоречия для простых сигналов состоит в том, что увеличение разрешающей способности по дальности (скорости) неизбежно приводит к ухудшению разрешающей способности по скорости (дальности).

Суть второго противоречия состоит в том, что при наличии одного передающего тракта для простых сигналов невозможно увеличивать дальность действия РЛС

без ухудшения её разрешающей способности по дальности. Для пояснения этих недостатков рассмотрим зависимость разрешающей способности по дальности и скорости от длительности простого импульса с прямоугольной огибающей.

В качестве критерия разрешения воспользуемся критерием Релея. Согласно этому критерию будем считать, что две цели, находящиеся на одном угловом направлении и имеющие одинаковые скорости, разрешаются по дальности, если между двумя принятыми импульсами имеется провал.

На рис. 2, а изображены сигналы на выходе амплитудного детектора приёмника с согласованным фильтром (СФ) при простых входных сигналах с

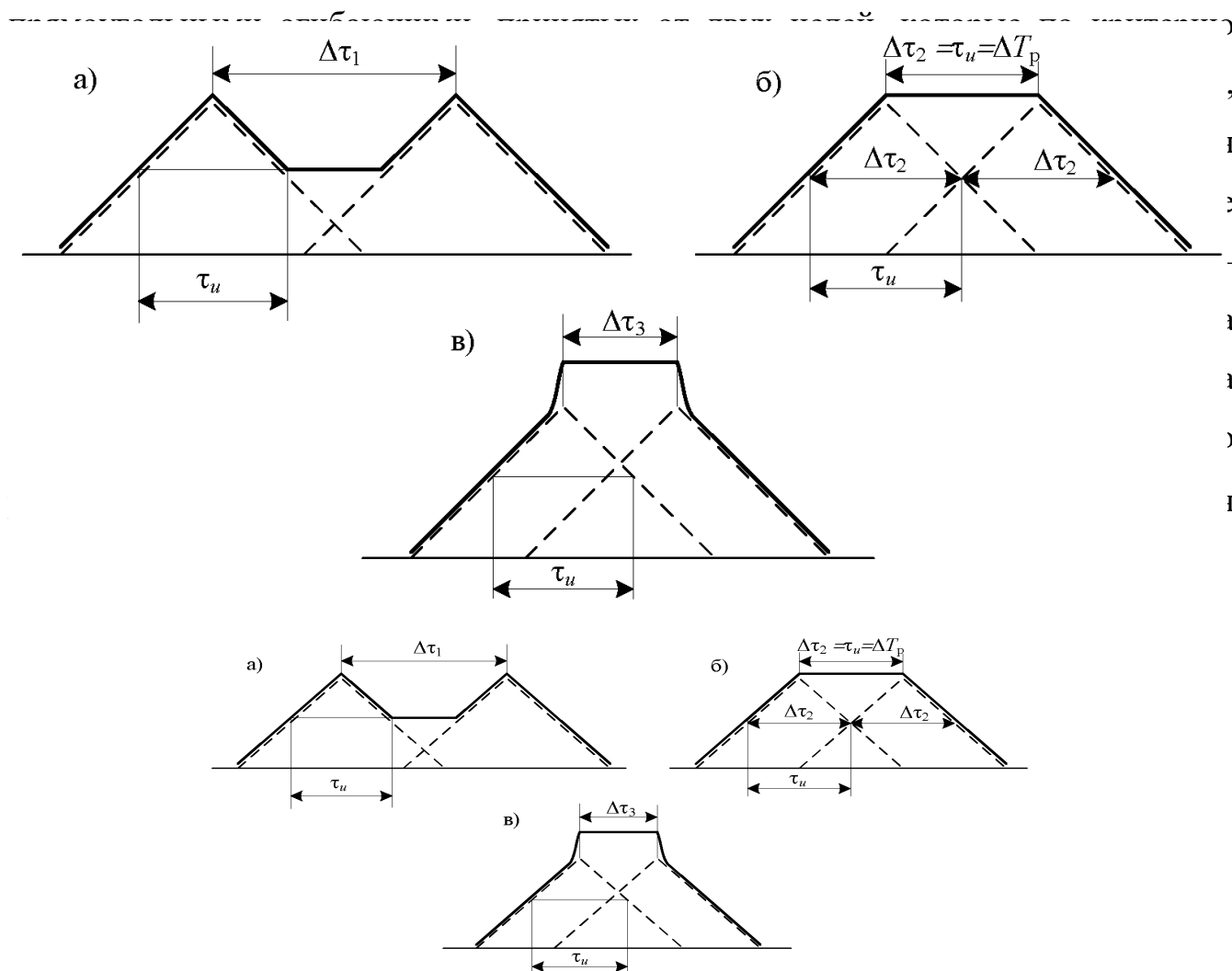


Рис. 2 - Сигналы на выходе амплитудного детектора приёмника с согласованным фильтром (СФ)

При разрешении по скорости будем предполагать, что две цели, находящиеся на одном угловом направлении и имеющие одинаковые дальности, разрешаются по скорости, если между главными лепестками спектров отражённых сигналов



имеется провал.

На рис. 3, а показаны спектры сигналов, отражённых от двух целей, находящихся на одной дальности, разрешаемых по скорости, а на рис. 3, б, в – спектры сигналов, неразрешаемых по скорости. Пунктиром даны спектры сигналов от первой и второй целей отдельно, а сплошной линией – суммарный эффект, как он виден на экране анализатора спектров, подключенного к выходу УПЧ приемника.

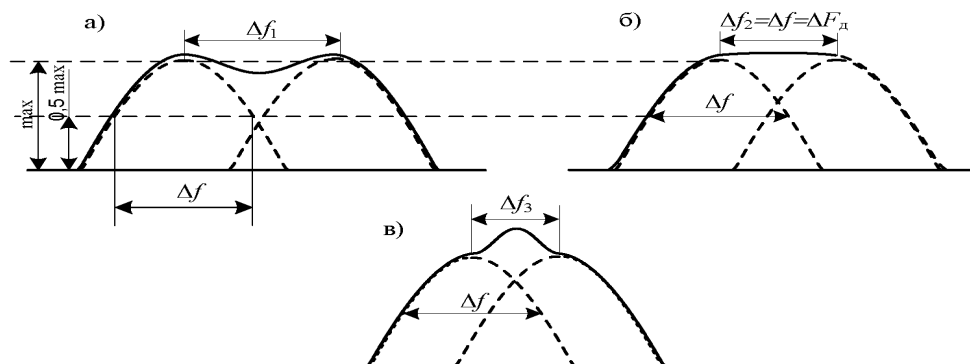


Рис. 3 - Спектры сигналов, отражённых от двух целей, находящихся на одной дальности, разрешаемых по скорости (а), (б, в) – спектры сигналов, неразрешаемых по скорости

Перейдём к пояснению первого противоречия простых сигналов. На рис. 4, а, б, в, г, е приведены диаграммы, поясняющие зависимость разрешающей способности по дальности от длительности зондирующего сигнала. На рис. 4, а приведены РЛС и две цели Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub>, имеющие одинаковые скорости  $V$  и угловое положение и отличающиеся по дальности на  $\Delta R = R_2 - R_1$ . На рис. 4, б приведены огибающие двух зондирующих сигналов – простых радиоимпульсов с прямоугольной огибающей –  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  одинаковой энергии  $E$  с длительностями  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и мощностями  $P_1$  и  $P_2$  соответственно ( $\tau_2 = 3\tau_1$ ,  $P_1 = 3P_2$ ). На рис. 4, в показаны огибающие отражённых от целей Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> сигналов на входе приёмника с СФ:  $S_1(t - t_1)$ ,  $S_1(t - t_2)$  – при первом зондирующем сигнале  $S_1(t)$  и  $S_2(t - t_1)$ ,  $S_2(t - t_2)$  – при втором зондирующем сигнале  $S_2(t)$ . Огибающие сигналов, снимаемые с выхода СФ, являются огибающими разверток во времени автокорреляционных функций его входных сигналов отдельно для каждой цели и представлены на рис. 4, г.

Огибающая суммы сигналов, получаемых на выходе СФ, как она видна на

экране осциллографа для входных сигналов  $S_1(t - t_1)$  и  $S_1(t - t_2)$ , представлена сплошной линией на рис. 4, д, пунктирной линией – огибающая суммы выходных сигналов на выходе амплитудного детектора, включенного за СФ, для входных сигналов  $S_2(t - t_1)$  и  $S_2(t - t_2)$ .

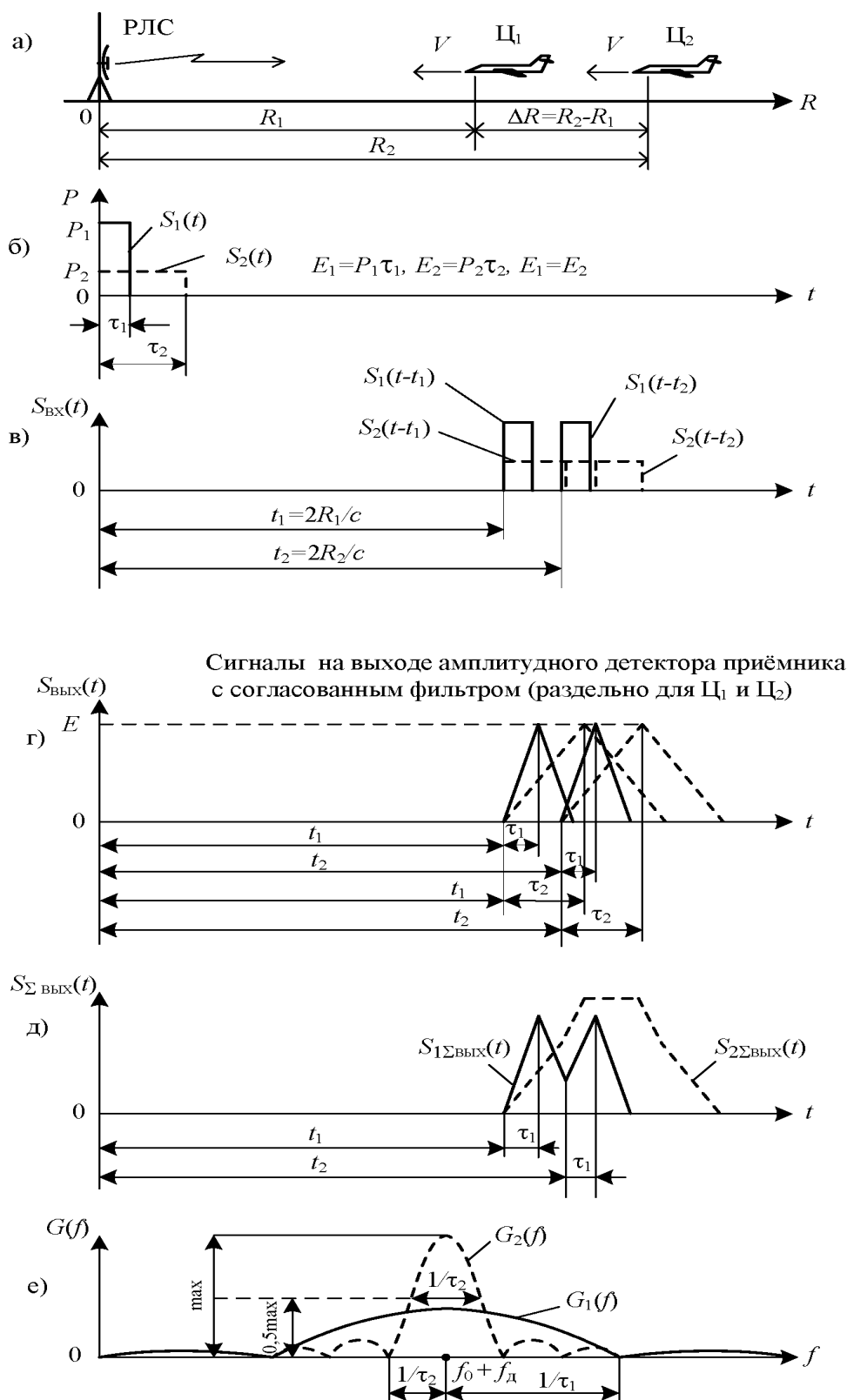


Рис. 4 - Зависимость разрешающей способности по дальности от длительности зондирующего сигнала

Амплитудно-частотные спектры принимаемых сигналов от целей Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> даны на рис. 4, е. Так как цели Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> имеют одинаковые скорости, центральные частоты спектров отражённых сигналов совпадают.

Как видно из рис. 4, д, сигнал  $S_1(t)$  обеспечивает разрешение целей Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> по дальности (в суммарном выходном сигнале  $S_{1\Sigma \text{ вых}}(t)$  имеется провал), а сигнал  $S_2(t)$  – не обеспечивает (в суммарном выходном сигнале  $S_{2\Sigma \text{ вых}}(t)$  провал отсутствует). Из рис.4, з и рис. 2, б видно, что разрешающая способность по времени  $\Delta T_P$ , удовлетворяющая критерию Релея для простого радиоимпульса с прямоугольной огибающей, равна примерно длительности импульса

$$\Delta T_P \approx \tau_u. \quad (3)$$

Разрешающая способность по дальности, исходя из (3), будет

$$\Delta R = \frac{c \cdot \Delta T_P}{2} \approx \frac{c \cdot \tau_u}{2} = \frac{c}{2\Delta f}. \quad (4)$$

Итак, при простом сигнале величина  $\Delta R$  определяется длительностью импульса или, что то же самое, шириной его спектра  $\Delta f$ . Из рис. 4, в, з, д и выражения (4) следует, что для увеличения разрешающей способности по дальности при простом сигнале (уменьшения  $\Delta R$ ) надо уменьшать длительность зондирующего сигнала  $\tau$ , что эквивалентно расширению его спектра  $\Delta f$ , так как для простого сигнала  $\Delta f \cdot \tau_u = 1$ .

На рис. 5, а, б, в, г приведены диаграммы, иллюстрирующие зависимость разрешающей способности по скорости (частоте) от длительности зондирующих импульсов с прямоугольной огибающей. Цели Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> находятся на одной дальности и угловом положении, но имеют разные скорости  $V_1$  и  $V_2$  (рис. 5, а). Излучаемые сигналы  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  одинаковой энергии  $E$ , длительности  $\tau_1$  и  $\tau_2$  ( $\tau_2 = 3\tau_1$ ) и мощности  $P_1$  и  $P_2$  ( $P_1 = 3P_2$ ). Огибающие отражённых от целей Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> сигналов на входе приёмника представлены на рис. 5, б. Амплитудно-частотные спектры импульсов, принятых от Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub>, приведены на рис.5, в отдельно при отражении от каждой из целей. На рис. 5, г показаны огибающие суммы спектров для сигнала  $S_1(t)$ , принятого от Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> – сплошной линией, и сигнала  $S_2(t)$  – пунктирной линией. Из рис.5, г видно, что спектры сигнала  $S_2(t)$ , отражённого от целей Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub>, имеют между главными лепестками ярко выраженный провал и могут быть восприняты (например, полосовыми фильтрами или наблюдателем на экране анали-

затора спектра) отдельно. Для излучаемого сигнала  $S_1(t)$ , имеющего меньшую длительность и, следовательно, более широкий спектр, отдельное наблюдение  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  невозможно, так как главные лепестки спектров отражённых сигналов перекрываются так, что огибающая их суммы не имеет провала.

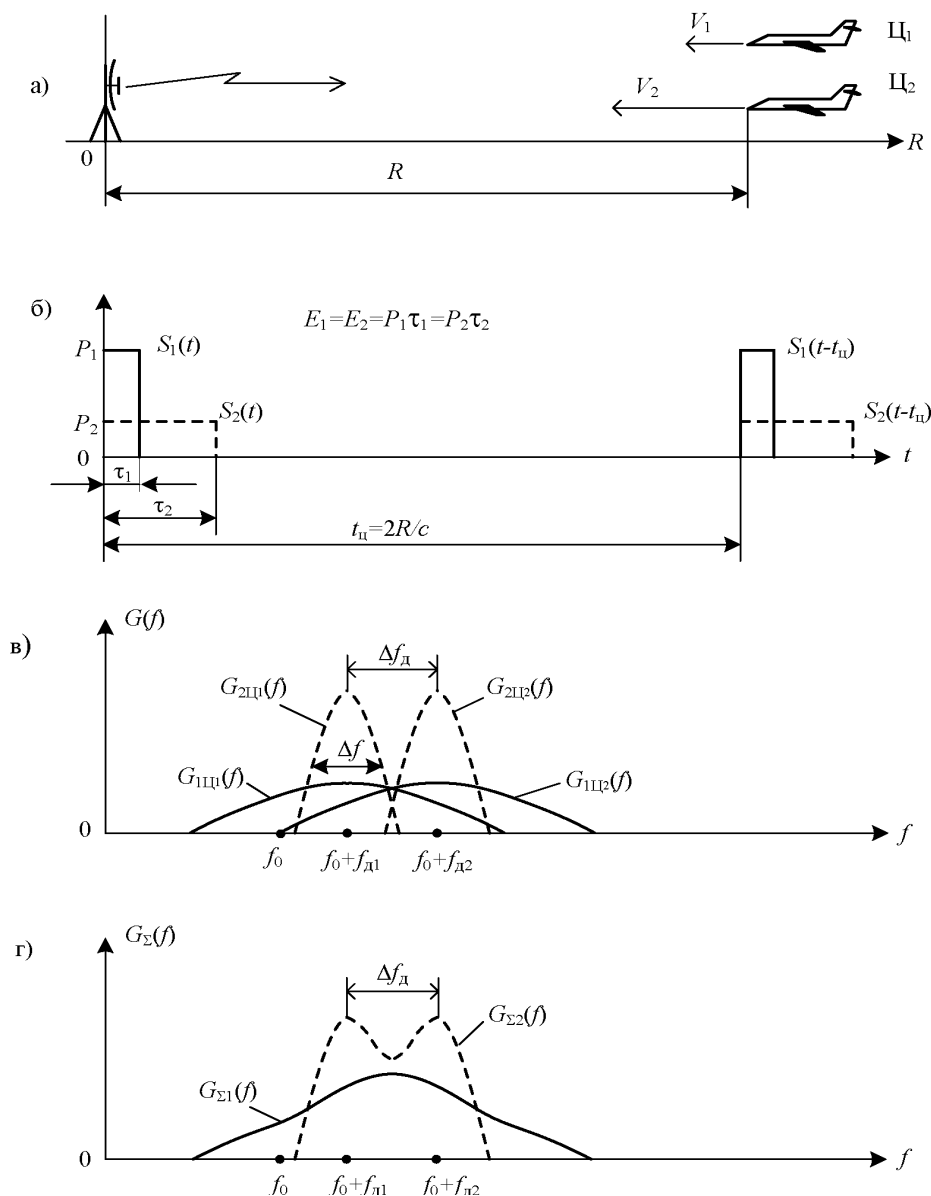


Рис. 5 - Зависимость разрешающей способности по скорости (частоте) от длительности зондирующих импульсов с прямоугольной огибающей

Из рис.5, в, г и рис.3, б следует, что разрешающая способность  $\Delta f_d$  по частоте

$$\Delta f_d = \frac{1}{\tau_u} = \Delta f. \quad (5)$$

Используя  $\Delta f_d = \frac{2 \cdot \Delta V_r}{\lambda}$  ( $\Delta V_r = V_2 - V_1$  – разность радиальных скоростей це-

лей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ ,  $\lambda$  – длина волны), можно перевести  $\Delta f_d = \Delta f$  – разрешающую способность по частоте в разрешающую способность по скорости –  $\Delta V_r$ ,

$$\Delta V_r = \frac{\Delta f \cdot \lambda}{2} = \frac{\lambda}{2\tau_u}. \quad (6)$$

Итак, разрешающая способность по скорости  $\Delta V_r$  при простом сигнале определяется шириной спектра сигнала  $\Delta f$ . Для увеличения разрешающей способности по скорости (уменьшение  $\Delta V_r$ ) необходимо уменьшать ширину спектра сигнала  $\Delta f$ , т.е. увеличивать длительность зондирующего сигнала  $\tau_u$ .

Сравнение формул (4) и (6) показывает, что требования со стороны  $\Delta R$  и  $\Delta V_r$  к сигналу диаметрально противоположны: чтобы улучшить (уменьшить)  $\Delta R$ , надо уменьшать  $\tau_u$  (увеличивать  $\Delta f$ ); чтобы улучшить  $\Delta V_r$  (уменьшить  $\Delta V_r$ ), надо увеличивать  $\tau_u$  (и уменьшать  $\Delta f$ ). Таким образом, используя простые сигналы, нельзя одновременно повышать разрешающую способность по дальности и скорости.

Перемножение выражений (4) и (6) даёт

$$\Delta R \cdot \Delta V_r = \frac{c \cdot \tau_u}{2} \cdot \frac{\lambda}{2\tau_u} = \frac{c \cdot \lambda}{4} = \text{const (при } \lambda = \text{const}), \quad (7)$$

т.е., совместная разрешающая способность по дальности и скорости при простом сигнале от его длительности  $\tau_u$  и его ширины спектра  $\Delta f$  не зависит. Улучшение  $\Delta R$  возможно только за счёт ухудшения  $\Delta V_r$  и наоборот.

Поясним второй недостаток простых сигналов – противоречие между повышением дальности действия РЛС и разрешающей способностью по дальности.

Известно, что максимальная дальность действия РЛС –  $R_{\max}$  при заданной чувствительности приёмника, эффективных площадях цели, передающей и приёмной антенн пропорциональна

$$R_{\max} \sim \sqrt[4]{(P_{\text{прд}} \tau_u)} = \sqrt[4]{E}, \quad (8)$$

где  $P_{\text{прд}}$  – мощность передатчика в импульсе,  $\tau_u$  – длительность импульса,  $E = P_{\text{прд}} \cdot \tau_u$  – энергия излучаемого импульса.

Как следует из (8), для увеличения  $R_{\max}$  надо увеличивать энергию импульса, что может быть выполнено либо повышением мощности излучаемого импульса,

са  $P_{\text{прд}}$  при сохранении его длительности  $\tau_u$ , либо увеличением длительности импульса  $\tau_u$  при сохранении его мощности  $P_{\text{прд}}$ .

Резервы повышения мощности  $P_{\text{прд}}$  у РЛС с одноканальным передающим трактом уже исчерпаны, так как при больших мощностях наступает пробой волноводов, а сам передатчик становится источником рентгеновского излучения. Поэтому для повышения дальности действия РЛС –  $R_{\text{max}}$  приходится увеличивать энергию импульса  $E$  за счёт увеличения его длительности  $\tau_u$ . Увеличение же  $\tau_u$ , как следует из формулы (4) и рис. 4, в, г, д, приводит к снижению разрешающей способности по дальности – увеличивается  $\Delta R = \frac{c\tau_u}{2}$ .

Это противоречие может быть преодолено для простых сигналов при использовании в качестве передающей антенны фазированной антенной решётки, у которой каждый элемент (или группы элементов) имеют собственный когерентный передатчик, излучающий сравнительно маломощные короткие сигналы. Суммируясь в пространстве, эти сигналы создают короткий импульс большой мощности  $P_{\text{прд}}$ , который даёт хорошую разрешающую способность по дальности и ввиду большой энергии обеспечивает увеличение дальности действия РЛС –  $R_{\text{max}}$ . Однако такой метод многоканального излучения простых сигналов не может решить основного противоречия между разрешающей способностью по дальности и скорости.

### **2.3. Сложные сигналы как средство преодоления противоречий простых сигналов.**

Из предыдущего раздела мы увидели, что для увеличения дальности действия РЛС при одноканальном передающем тракте есть только один путь – увеличение длительности зондирующих сигналов  $\tau_u$ . Для простых сигналов это вызывает сужение спектра излучаемого сигнала ( $\Delta f$  – уменьшается), а, следовательно, и ухудшение разрешающей способности по дальности – увеличивается

$$\Delta R = \frac{c}{2 \cdot \Delta f} .$$

Сложные сигналы имеют обычно достаточно большую длительность (от десятков до сотен мкс), и в то же время спектр во много раз шире, чем спектр

простого сигнала такой же длительности. Несоответствие ширины спектра сложных сигналов их длительности достигается введением внутриимпульсной модуляции – частотной, фазовой или комбинированной. Причина расширения спектра сложного сигнала состоит в том, что функция, модулирующая сигнал, является не прямоугольной, как у простого сигнала (рис. 6, а, б), а более изрезанной, как, например, у ФМ сигнала с дискретной бинарной модуляцией фазы  $0, \pi$  (рис. 7, а, б). Напомним, что ширина спектра радиосигнала определяется только видом его комплексной огибающей (скоростью изменения ее во времени) и не зависит от значения несущей частоты. Чем более изрезана комплексная огибающая сигнала при одной и той же его длительности, тем шире спектр сигнала.



Рис. 6 – Простой сигнал

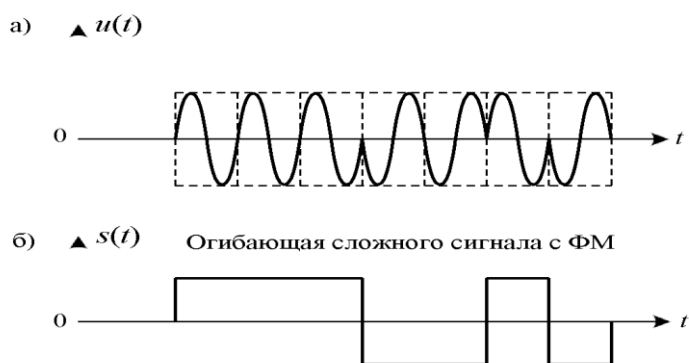


Рис. 7 – Сложный сигнал

Сравнивая эти огибающие рис. 6, б и 7, б, можно сказать, что ширина спектра ФМ сигнала рис.7, а больше, чем у простого сигнала рис.6, а. Таким образом, разрешающая способность по дальности у сложного сигнала больше, чем у простого сигнала той же длительности. В то же время, демодулируя сложный сигнал, т.е. устраняя внутриимпульсную модуляцию при приёме, можно получить из сложного сигнала простой, равный сложному сигналу по длительности. Этот простой сигнал, полученный из сложного, на выходе демодулятора будет иметь большую длительность, а значит узкий спектр и,

следовательно, большую разрешающую способность по скорости.

Таким образом, с одной стороны, сложный сигнал за счёт внутриимпульсной модуляции при большой длительности имеет широкий спектр и обеспечивает высокую разрешающую способность по дальности, а с другой стороны из него с помощью демодуляции можно сделать простой сигнал той же длительности, который обеспечивает высокую разрешающую способность по скорости.

Более кратко указанное положение можно сформулировать так: из сложного сигнала большой длительности можно сформировать простой сигнал малой длительности и простой сигнал большой длительности, такой же, как и длительность принятого сложного сигнала.

Операция получения из сложного сигнала простого сигнала малой длительности называется сжатием по времени и выполняется СФ, а операция получения простого сигнала большой длительности называется сжатием по спектру и выполняется демодулятором. В связи с этим в РЛС должны существовать два канала разрешения – один по дальности (он начинается с СФ), и второй – для разрешения по скорости (начинается с демодулятора). На рис. 8 представлена упрощённая функциональная схема РЛС, использующая возможности сложных сигналов обеспечить

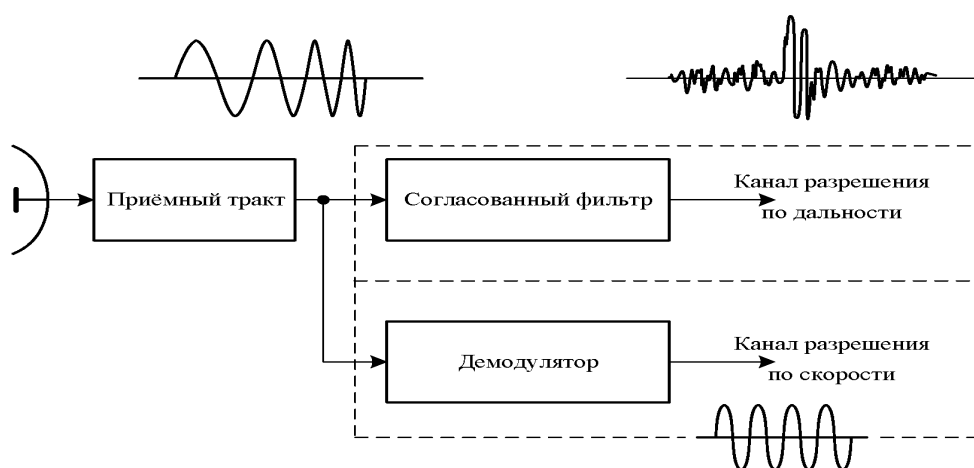


Рис. 8 – Функциональная схема РЛС

Заметим, что выходной сигнал СФ имеет такой же широкий спектр, как и его входной сигнал, поэтому он не может быть использован для разрешения по скорости.



Сложные сигналы при приёме на фоне белых шумов обрабатывают с помощью одного из двух устройств – коррелятора или СФ. Если параметры принимаемого сигнала – время задержки и частота – известны, то эти два устройства дают одинаковые результаты в смысле вероятности правильного обнаружения сигнала на фоне белого шума. Коррелятор или СФ являются неотъемлемой частью любой РЛС, поэтому рассмотрим их назначение и принцип их действия.

## 2.4. Корреляционная функция сигнала. Коррелятор

Устройство обнаружения сигнала с полностью известными параметрами на фоне белого шума оптимально в том случае, если оно вычисляет корреляционный интеграл

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} u_{c+ш}(t) \cdot u_{co}(t) dt, \quad (9)$$

который является мерой взаимной корреляции напряжения сигнала с шумом  $u_{c+ш}(t)$ , поступающих на вход приёмника и напряжения ожидаемого (опорного) сигнала  $u_{co}(t)$ , формируемого в приёмнике

$$u_{c+ш}(t) = u_c(t) + u_{ш}(t), \quad (10)$$

где  $u_c(t)$  – принятый полезный сигнал,  $u_{ш}(t)$  – напряжение внешних и внутриприёмных шумов. Обычно  $u_{co}(t)$  отличается от  $u_c(t)$  при отражении зондирующего сигнала от точечной цели только временем запаздывания  $\tau$ . Так как величина задержки  $t_R$  либо не известна, либо известна неточно, то

$$u_{co}(t) = u_c(t - \tau),$$

и значение корреляционного интеграла будет функцией временного рассогласования  $\tau$  входного колебания  $u_{c+ш}(t)$  и опорного  $u_c(t - \tau)$ , где  $u_c(t)$  – принятый полезный сигнал,  $u_{ш}(t)$  – напряжение внешних и внутриприёмных шумов. Обычно  $u_{co}(t)$  отличается от  $u_c(t)$  при отражении зондирующего сигнала от точечной цели только временем запаздывания  $\tau$ . Так как величина задержки  $t_R$  либо не известна, либо известна неточно, тогда

$$u_{co}(t) = u_c(t - \tau),$$

и значение корреляционного интеграла будет функцией временного рассогласования  $\tau$  входного колебания  $u_{c+ш}(t)$  и опорного  $u_c(t - \tau)$

$$u_{co}(t) = u_c(t - \tau),$$

и значение корреляционного интеграла будет функцией временного рассогласования  $\tau$  входного колебания  $u_{c+ш}(t)$  и опорного  $u_c(t - \tau)$

$$\begin{aligned} Z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [u_c(t) + u_{ш}(t)] \cdot u_c(t - \tau) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} u_c(t) \cdot u_c(t - \tau) dt + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} u_{ш}(t) \cdot u_c(t - \tau) dt = Z_c(\tau) + Z_{ш}(\tau). \end{aligned} \quad (11)$$

Первый интеграл  $Z_c(\tau) = B(\tau)$  является отсчетом в момент времени  $\tau$  развертки автокорреляционной функции сигнала  $u_c(t)$  по параметру  $\tau$ , а второй интеграл  $Z_{ш}(\tau)$  – отсчетом взаимно-корреляционной функции сигнала и шума по параметру  $\tau$ , определяющий погрешности при обнаружении и разрешении целей.

Обычно разрешение целей и измерение их координат осуществляется на этапе, когда отношение «сигнал/шум» достаточно велико, и сигналы уверенно обнаруживаются. При таких условиях можно пренебречь шумовой составляющей  $Z_{ш}(\tau)$  и считать  $Z(\tau) = B(\tau)$ .

Поэтому в оптимальных устройствах приходится разрешать друг от друга не входные импульсы, не их спектры, а выходные сигналы согласованного фильтра (СФ), имеющие вид автокорреляционных функций (АКФ) от входных сигналов

$$B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot u(t - \tau) dt, \quad (12)$$

где  $u(t)$  – сигнал как функция времени,  $\tau$  – временной сдвиг.

На рис. 9 приведены эпюры, поясняющие получение АКФ сигнала для наиболее простого случая, когда  $u(t)$  – видеоимпульс прямоугольной формы.

На рис. 9, а показан коррелятор, как один канал аналогового устройства, предназначенного для вычисления частного значения  $B(\tau)$  для частного значения  $\tau$  временного сдвига. Совокупность таких каналов для различных значений  $\tau_i$  ( $t - \tau_u \leq \tau_i \leq t + \tau_u$ ) позволяет получить все значения  $B(\tau_i)$  выходного сигнала (многоканального) коррелятора в пределах временного перекрытия сигналов  $u(t)$  и  $u(t - \tau)$  в формуле (12).

Пусть на вход одного канала коррелятора поступает анализируемый сигнал  $u(t)$  – первый сомножитель подынтегрального выражения (12). Второй

сомножитель  $u(t-\tau)$  отличается от первого только запаздыванием  $\tau$ . Следовательно, его можно получить, многократно пропуская  $u(t)$  через линию задержки, в которой он задерживается на меняющееся каждый раз значение  $\tau$ . После этого  $u(t)$  и  $u(t-\tau)$  поступают на перемножитель, где образуется произведение  $u(t) \cdot u(t-\tau)$ , т.е. подынтегральное выражение.

На рис.9, б показан сигнал  $u(t)$  – импульс с амплитудой  $A$  и длительностью  $\tau_u$ ; на рис. 9, в – он же после задержки на  $\tau = \tau_1$ ; на рис. 9, г результат их перемножения (отличен от нуля только там, где оба сомножителя отличны от нуля). Интегралом импульса (рис. 9, г), полученного в результате перемножения  $u(t)$ , (рис.9, б) и  $u(t-\tau)$  (рис. 9, в) является его площадь (заштриховано). На рис. 9, д эта площадь  $B(\tau_1)$  изображается ординатой  $B(\tau_1)$ . Чтобы получить другие ординаты  $B(\tau)$ , нужно изменить аргумент  $\tau$  или воспользоваться другим корреляционным каналом с измененным значением  $\tau$ . Надо отчётливо представлять себе, что аргументом АКФ является не текущее время  $t$  (как у сигнала  $u(t)$ ), а временной сдвиг  $\tau$  между  $u(t)$  и  $u(t-\tau)$ . Тогда легко увидеть, что при  $\tau = 0$ ,  $B(\tau) = B(0) = \max$ , а с увеличением  $\tau$   $B(\tau)$  линейно убывает (высота заштрихованного импульса остаётся неизменной, а основание укорачивается), обращаясь в нуль при  $\tau = \tau_u$ .

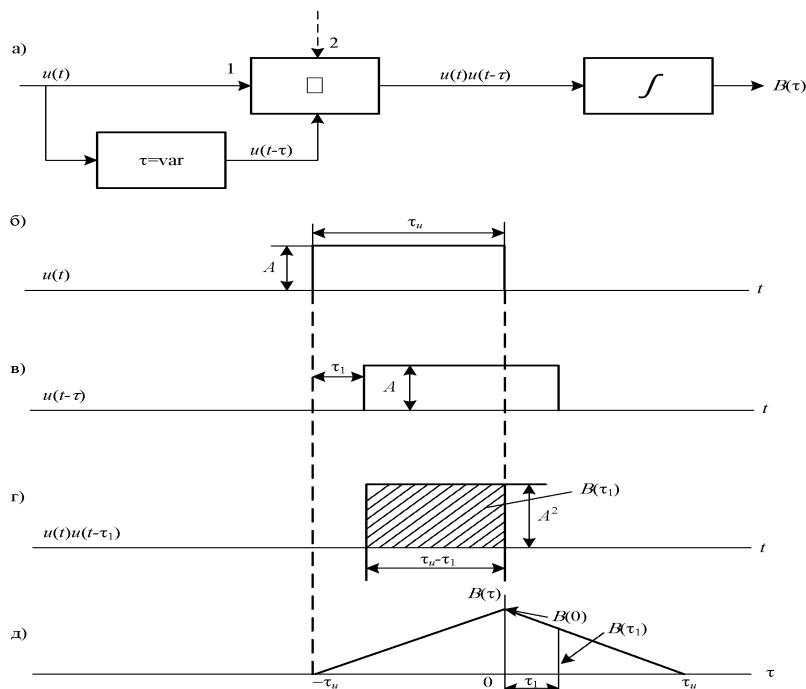


Рис. 9 - Автокорреляционная функция

Значения выходного сигнала  $B(\tau)$ , где  $\tau: t - \tau_u \leq \tau \leq t + \tau_u$  с возрастающими значениями  $\tau$  могут быть развернуты по времени так, как это представлено на рис.9 ,д при замене аргумента  $\tau$  на  $t$ . При этом максимальное значение  $B(\tau) = B(0)$  достигается по окончании входного импульса (рис. 9, б). В силу симметрии то же самое происходит и при изменении  $\tau$  в отрицательной области, поэтому длина основания треугольника АКФ равна

$$T = 2\tau_u. \quad (13)$$

Высота треугольника  $B(\tau = 0)$  есть энергия сигнала на нагрузке в 1ом. В самом деле, при  $\tau = 0$

$$B(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot u(t-0) dt = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = E, \quad (14)$$

так как  $u^2(t)/r$  – это мощность сигнала на сопротивлении  $r$ , а  $u^2(t)$  – на сопротивлении 1ом, интеграл от мощности по времени – это энергия.

Таким образом, коррелятор на своём выходе дает отсчёт АКФ входного сигнала в точке  $\tau$ . При  $\tau = 0$  выходное напряжение коррелятора равно энергии принимаемого полезного сигнала.

## 2.5. Согласованный фильтр

Согласованный фильтр (СФ) предназначен для максимизации отношения сигнал/шум на своём выходе при приеме сигнала на фоне белого шума со спектральной плотностью мощности  $N(f) = N_0$ . Напряжение на выходе СФ, в отличие от коррелятора, не зависит от временной задержки сигнала  $\tau$ , и на выходе СФ даёт сигнал, который является разверткой во времени АКФ входного сигнала.

Импульсная характеристика СФ представляет собой зеркальное отображение сигнала  $S(t)$  с запаздыванием  $T$ , равным длительности сигнала  $\tau_u$

$$h(t) = k \cdot u(T - t), \quad (15)$$

где  $k$  – амплитудный множитель (коэффициент усиления СФ).

Частотная характеристика СФ  $\dot{Y}(j\omega)$  с точностью до произвольного вещественного множителя  $k$  и множителя запаздывания  $\exp[-j\omega T]$  представляет собой функцию, комплексно сопряжённую со спектром входного сигнала  $G(j\omega)$

$$\dot{Y}(j\omega) = k \cdot \exp[-j\omega T] \cdot G^*(j\omega). \quad (16)$$

Знак \* означает комплексное сопряжение;  $T$  – длительность сигнала, равная  $\tau_u$ .

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) согласованного фильтра повторяет амплитудно-частотный спектр принимаемого сигнала с точностью до множителя  $k$

$$|Y(j\omega)| = k \cdot |G^*(j\omega)|, \quad (17)$$

а фазо-частотная характеристика (ФЧХ)  $\varphi(j\omega)$  состоит из двух слагаемых: первое имеет знак, обратный знаку фазо-частотного спектра принимаемого сигнала  $\Psi(j\omega)$ , а второе представляет собой линейную функцию  $-\omega T$

$$\varphi(j\omega) = -\Psi(j\omega) - \omega T. \quad (18)$$

В результате такого выбора АЧХ частотные составляющие спектра сигнала (сплошная линия на рис.10, а) усиливаются пропорционально отношению сигнал/шум. Там, где спектральные составляющие полезного сигнала равны нулю (точки 1, 2, 3, 4, 5, 6), АЧХ (пунктирная линия) равна нулю и максимальна там, где максимально отношение сигнал/шум (на частоте  $f_0$ ).

В результате выполнения условия (18) у сигнала, снимаемого с выхода СФ в момент времени  $T$  (т.е. когда весь сигнал "вошел" в СФ), все частотные составляющие спектра сигнала будут синфазны. Разности фаз между частотными составляющими спектра сигнала, определяемые фазочастотным спектром  $\Psi(j\omega)$ , будут скомпенсированы в этот момент ФЧХ согласованного фильтра (рис. 10, б).

На рис.10, в, г, д показаны три составляющие спектра сигнала на частотах  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ , синфазные в момент времени  $T$  полного вхождения сигнала в СФ, а на рис.10, е – их сумма. Такое синфазное суммирование различных частотных составляющих спектра сигнала в момент времени  $T$  вызывает появление на выходе СФ максимального значения сигнала, величина которого равна энергии входного сигнала  $E$ . Для всех других моментов времени ( $t \in 0 \div 2T$ ,  $t \neq T$ ) значение выходного сигнала меньше, чем в момент времени  $T$ , так как фазочастотный спектр сигнала не компенсируется ФЧХ фильтра, и частотные составляющие спектра сигнала суммируются несинфазно.

Сигнал на выходе СФ является разверткой во времени АКФ входного сигнала и имеет спектр

$$G_{\text{вых}}(j\omega) = Y(j\omega) \cdot G(j\omega) = k \cdot \exp[-j\omega T] \cdot |G(j\omega)|^2. \quad (19)$$

При записи выражения (19) учтено выражение (16).

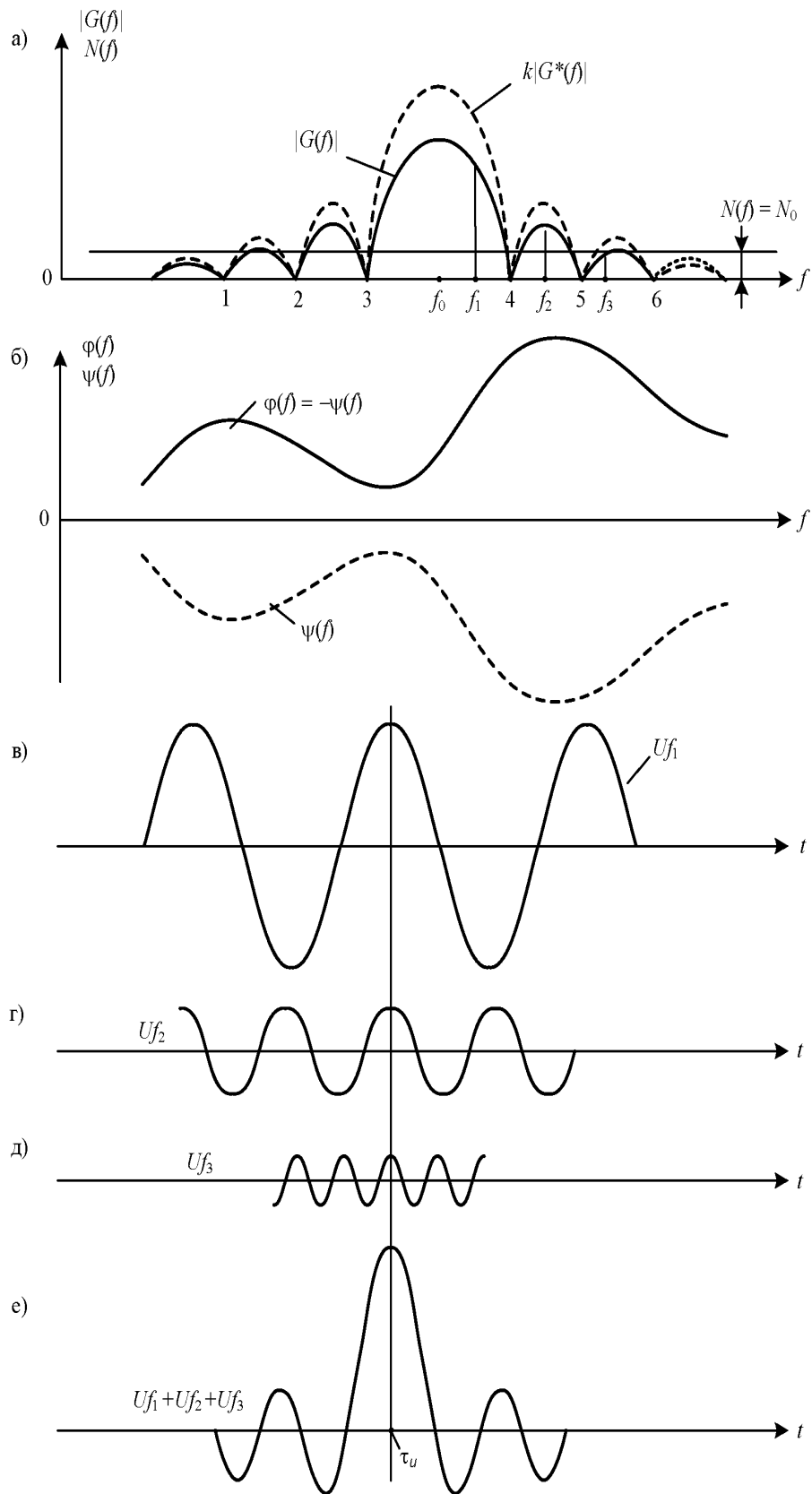


Рис. 10 – Составляющие спектра сигнала

Отличие выходного сигнала СФ от выходного сигнала коррелятора состоит в том, что выходной сигнал СФ представляет собой развертку во времени АКФ входного сигнала, а выходной сигнал коррелятора – одно числовое значение этой АКФ в точке с координатой (12).

Принцип действия СФ для сложного сигнала с ЧМ и простого радиоимпульса такой же длительности  $\tau_u$  поясняется на рис.11 и рис.12 соответственно. Фильтруемые импульсы показаны на рис.11, *а* и рис.12, *а*.

Для фильтрации радиоимпульса с ЛЧМ используется фильтр в виде линии задержки с неравномерно расположенными однополярными съёмами (рис.11, *б*). Максимальное время задержки равно длительности входного сигнала  $\tau_u = T$ .

На рис.11, *в*, *г*, *д*, *е* приведены сигналы, снимаемые с каждого из отводов: сигнал  $u_1(t)$  (рис.11, *в*) снимается с первого отвода, сигнал  $u_2(t)$  (рис.11, *г*) снимается со второго отвода и т.д. Расположение отводов подобрано так, что в момент окончания импульса на входе линии задержки (весь входной ЧМ сигнал "вошёл" в линию задержки), происходит оптимальное (синфазное) суммирование всех положительных полупериодов сигнала, снимаемых с разных отводов.

В результате синфазного суммирования в выходном сигнале СФ появляется ярко выраженный узкий пик (рис.11, *к*) в момент времени  $\tau_u$ . Вследствие модуляции в другие моменты времени амплитуда результирующего выходного колебания СФ равна нулю (рис.11, *к*). Амплитуда максимального пика выходного сигнала в пять раз превышает амплитуду входного сигнала рис.11, *а*. Если бы отводов и периодов в сигнале было больше, то главный пик сильнее выделялся бы на фоне боковых лепестков. Из рис.11, *к* можно заметить, что чем больше изменение частоты заполнения сложного ЧМ сигнала, тем уже центральный пик выходного сигнала СФ.

Для фильтрации простого сигнала используется также линия задержки, но однополярные съёмы расположены равномерно (рис.12, *б*). Принцип действия фильтра такой же, как и для сигнала с ЧМ. Выходные сигналы съёмов представлены на рис.12, *в*, *г*, *д*, *е*, *и*, а выходной сигнал СФ – на рис.12, *к*. Как видно из рис.12, *к*, этот сигнал является разверткой во времени АКФ входного

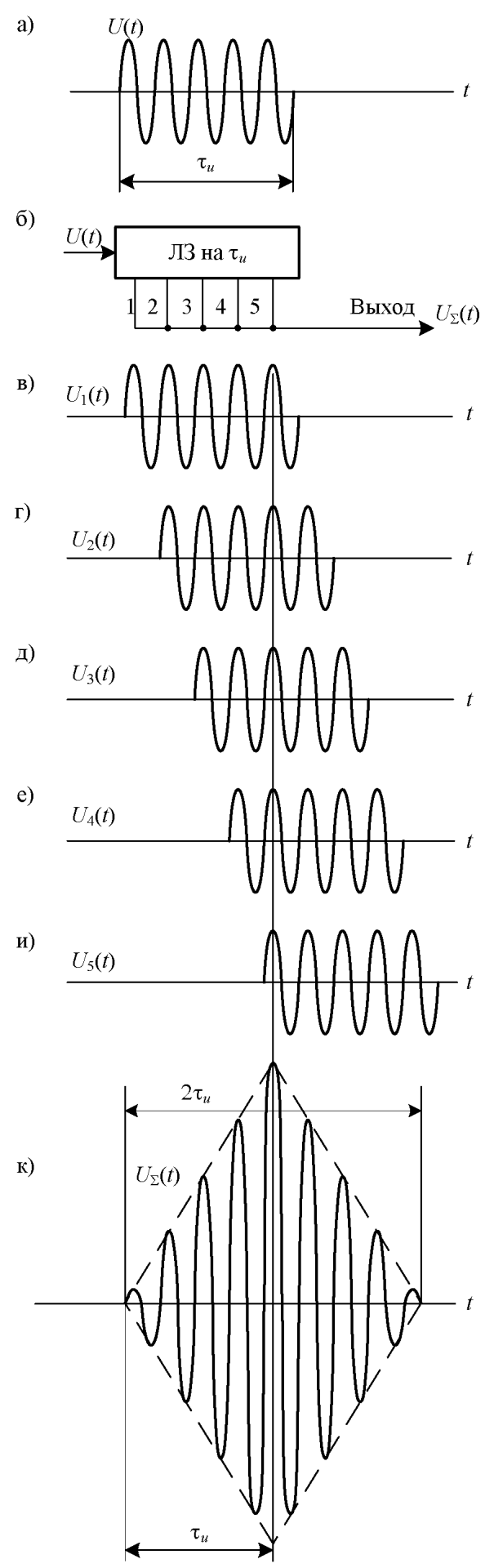
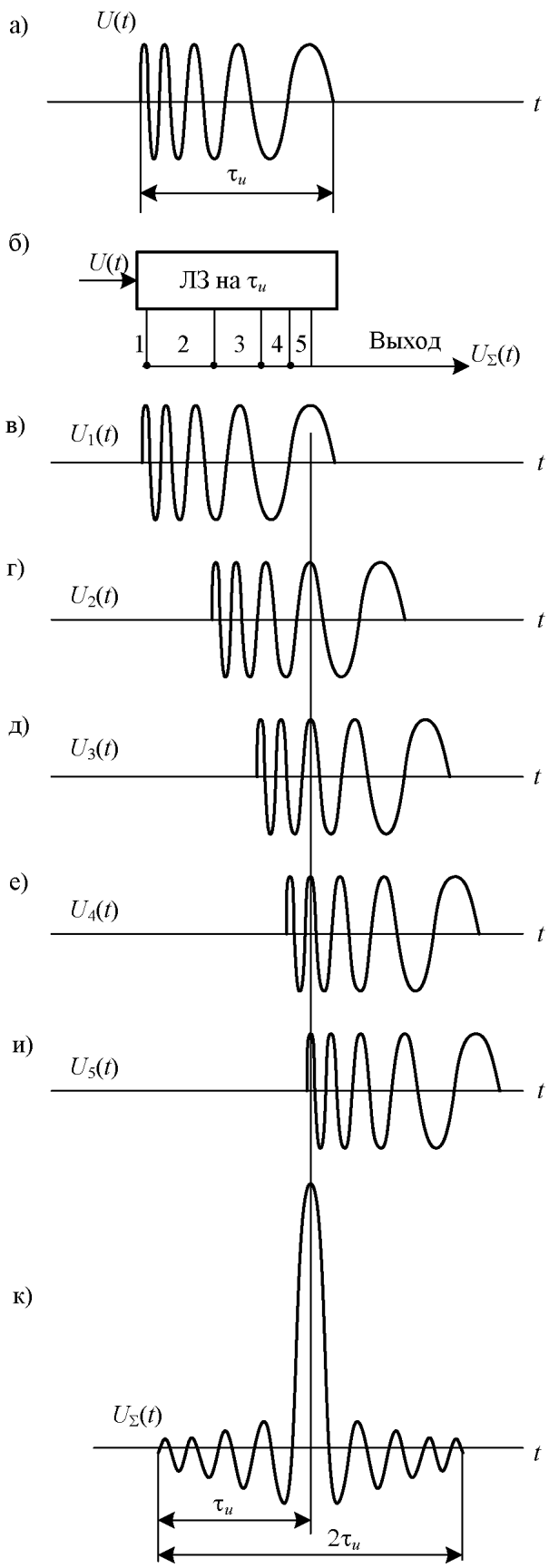


Рис. 11 - Сложные и простые сигналы



## 2.6. Коэффициент сжатия сложных сигналов

Как было отмечено в п. 2.3, при обработке сложных сигналов для получения одновременно высокой разрешающей способности по дальности и скорости, необходимо осуществлять сжатие сигнала по времени и спектру.

Важнейшим параметром сложных сигналов является коэффициент сжатия по времени и спектру. Коэффициент сжатия по времени показывает улучшение разрешающей способности по дальности у сложного сигнала по сравнению с простым сигналом той же длительности. Коэффициент сжатия по спектру показывает улучшение разрешающей способности сложного сигнала по скорости и по сравнению с простым сигналом с такой же шириной спектра, как и у сложного сигнала.

Рассмотрим последовательно сжатие сложного сигнала по времени и спектру и оценим предельное значение коэффициентов сжатия по этим параметрам. Сжатие по времени производится согласованным фильтром СФ, вычисляющим АКФ входного сигнала. Выразим энергии сигнала на входе и выходе

$$E_{\text{вх}} = P_{\text{вх}} \cdot T; \quad E_{\text{вых}} = P_{\text{вых}} \cdot \tau_u,$$

где  $T$  и  $\tau_u$  – длительности сигналов на входе и выходе СФ.

Из закона сохранения энергии  $E_{\text{вых}} = E_{\text{вх}}$  находим

$$\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{T}{\tau_u}. \quad \frac{P}{P} \quad (20)$$

Предположим, что сжатие сигнала происходит без изменения полосы сигнала  $\Delta f$ , и сжатый импульс имеет минимально возможную базу  $\Delta f \cdot \tau_u = 1$ . Тогда выражение (20) можно записать в виде

$$\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{T}{\tau_u} = \Delta f \cdot T = d. \quad (21)$$

Из (21) следует, что при сжатии сигнала по времени выигрыш в пиковой мощности сжатого импульса пропорционален базе сигнала.

Если длительность сжатого импульса  $\tau_u$  такова, что обеспечивает необходимое разрешение по дальности, то применение этого метода позволяет использовать сложный излучаемый радиолокационный импульс большой длительности  $T > \tau_u$ . В результате использования излучаемого сложного сигнала

большой длительности  $T$  можно обеспечить его большую энергию  $E = P_{\text{прд}} \cdot T$  при малой (допустимой) мощности излучения  $P_{\text{прд}}$ , меньшей той, при которой происходит пробой в волноводе передающего тракта. Таким способом преодолевается противоречие между дальностью действия РЛС и разрешающей способностью по дальности  $\Delta R$ , характерное для простых сигналов.

Сжатие по спектру осуществляется превращением сложного сигнала в простой сигнал той же длительности  $T$ , что и исходный сложный сигнал. Это является демодуляцией сложного сигнала и производится в демодуляторе.

Из равенства энергий сигналов на входе и выходе демодулятора следует, что  $P_{\text{вх}} \cdot T = P_{\text{вых}} \cdot T$ , или

$$G_{S_{\text{вх}}}^2 \cdot \Delta f_{\text{вх}} \cdot T = G_{S_{\text{вых}}}^2 \cdot \Delta f_{\text{вых}} \cdot T, \quad (22)$$

где  $G_{S_{\text{вых}}}$  и  $G_{S_{\text{вх}}}^2$  – спектральные плотности мощности сигнала соответственно на выходе и входе,  $\Delta f_{\text{вх}} T = d \gg 1$  – база принятого сложного сигнала.

Предположим, что на выходе демодулятора получен простой сигнал с базой  $d_{\text{вых}} = \Delta f_{\text{вых}} \cdot T = 1$ . Тогда из выражения (22) получаем

$$\frac{\Delta f_{\text{вх}}}{\Delta f_{\text{вых}}} = \frac{G_{S_{\text{вых}}}^2}{G_{S_{\text{вх}}}^2} = \Delta f_{\text{вх}} \cdot T = d. \quad (23)$$

Таким образом, предельный коэффициент сжатия и по дальности, и по спектру равен базе сигнала  $d$ .

## 2.7. Функция неопределённости и её основные свойства.

### Тело неопределённости

Разрешающая способность по дальности и скорости простых и сложных сигналов определяется видом так называемой функции неопределённости (ФН), которая записывается

$$\chi(\tau, F) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t + \tau) \cdot \exp \{ -j2\pi Ft \} dt, \quad (24)$$

где  $E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt$  – энергия сигнала,  $F$  – рассогласование перемножаемых сигналов по частоте.

Но чаще под ФН понимается и исследуется модуль  $\chi(\tau, F)$

$$|\chi(\tau, F)| = \frac{1}{2E} \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t + \tau) \cdot \exp\{-j2\pi Ft\} dt \right|. \quad (25)$$

Запись ФН в виде (25) удобна при задании сигнала во временной области.

Для анализа на частотной оси более удобна запись ФН в форме

$$|\chi(\tau, F)| = \frac{1}{2E} \left| \int_{-\infty}^{\infty} G(2\pi f) \cdot G^*(2\pi(f - F)) \cdot \exp\{j2\pi f\tau\} df \right|, \quad (26)$$

где  $G(2\pi f)$  – преобразование Фурье от  $S(t)$ .

ФН связана с выходным эффектом корреляционного приёмника: каждое значение функции  $|\chi(\tau, F)|$  можно рассматривать как выходной эффект корреляционной обработки, когда на входы коррелятора поступают сигнал без помехи и опорный сигнал, параметры которого (время запаздывания и частота) в общем случае отличаются от ожидаемых параметров сигнала на  $\tau$  и  $F$ .

ФН также связана с выходным сигналом СФ. Огибающая выходного сигнала СФ представляет собой сечение ФН  $|\chi(\tau, F)|^2$  по оси  $F$  ( $F$  – расстройка частоты принимаемого сигнала и частоты настройки фильтра).

Для характеристики остроты пиков ФН удобна функция  $|\chi(\tau, F)|^2$ . Поверхность, образованная  $|\chi(\tau, F)|^2$  называется поверхностью неопределённости, так как её форма определяет область временных  $\tau$  и частотных  $F$  расстроек, в пределах которой сигналы неразличимы. Тело, заключённое между этой поверхностью и координатной плоскостью  $\tau, F$ , называется телом неопределённости (ТН).

### Свойства функции неопределённости

Перечислим основные свойства ФН.

$$1). |\chi(\tau, F)| \leq |\chi(0, 0)| = 1; \quad (27)$$

$$2). |\chi(\tau, F)| = |\chi(-\tau, -F)|; \quad (28)$$

$$3). V_{\text{ФН}} = \iint_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, F)|^2 d\tau dF = |\chi(0, 0)|^2 = 1. \quad (29)$$

Первое свойство свидетельствует о том, что наибольшее значение, равное единице, ФН принимает в начале координат при  $\tau = 0$  и  $F = 0$ . Второе свойство

показывает симметрию ФН относительно начала координат. И, наконец, третье свойство говорит о том, что объём ФН, ограниченный функцией  $|\chi(\tau, F)|^2$ , есть инвариант (постоянная величина), который не зависит от формы сигнала. Таким образом, при всех изменениях сигнала можно менять только форму ФН, но не её объём  $V_{\text{ФН}}$ . Высота главного пика ФН так же, как и его объём  $V_{\text{ФН}}$ , всегда равна единице.

### 3. Функция неопределенности

#### 3.1. Понятие функции неопределённости

Многие задачи, решаемые при передаче информации, обнаружении и измерении параметров движения объектов, связываются с проблемой различения сигналов, поступающих на вход приёмника. Для оценки степени различения сигналов (для нас – это сигналы, отражённые от двух целей, разнесённых по времени прихода на временной интервал  $\tau$  и по частоте на  $F$ ) используется мера среднеквадратического отклонения между сигналами различной формы, задаваемая соотношением

$$\int_{-\infty}^{\infty} (u(t, f_0) - u(t + \tau, f_0 + F))^2 dt, \quad (30)$$

где  $u(t, f_0)$  – входной сигнал с частотой заполнения  $f_0$ , его комплексная форма:

$$u(t, f_0) = u(t) \cdot A_c(t) \cdot \exp\{j[2\pi f_0 t + \theta(t)]\} = S(t) \cdot \exp\{j2\pi f_0 t\}. \quad (31)$$

Комплексная огибающая сигнала  $u(t, f_0)$ :

$$S(t) = A_c(t) \cdot \exp\{j\theta(t)\}, \quad (32)$$

где  $A_c(t)$  – закон амплитудной модуляции сигнала;  $\theta(t)$  – закон фазовой модуляции сигнала;  $\tau$  и  $F$  – временной (дальность) и частотный (скорость) сдвиги, на которые сигнал  $u(t + \tau, f_0 + F)$  отличается от сигнала  $u(t, f_0)$ .

Мера различия сигналов из выражения (30) имеет вид

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} (u(t, f_0) - u(t + \tau, f_0 + F))^2 dt = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} (u(t, f_0)^2 dt + \int_{-\infty}^{\infty} (u(t + \tau, f_0 + F))^2 dt - \\ & - 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} u(t, f_0) \cdot u^*(t + \tau, f_0 + F) dt \right\}, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $u^*(t)$  – сигнал, комплексно сопряжённый с  $u(t)$ .

Первые два слагаемых в формуле (33) определяются только энергией сигнала, третье же слагаемое зависит от  $\tau$ ,  $F$  и формы сигнала  $u(t)$  и представляет собой корреляционную функцию при одновременном сдвиге по времени  $\tau$  и частоте  $F$ .

С учётом выражений (31) и (32)

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t, f_0) \cdot u^*(t + \tau, f_0 + F) dt = \exp[-j2\pi(f_0 + F)\tau] \times \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t + \tau) \cdot \exp[-j2\pi Ft] dt. \quad (34)$$

Отбросив несущественный множитель  $\exp[-j2\pi(f_0 + F)\tau]$ , характеризующий высокочастотное заполнение, и осуществив нормировку интеграла (разделив его на значение интеграла, соответствующее  $\tau = F = 0$ ), получим нормированную двумерную корреляционную функцию сигнала, часто называемую ФН.

$$\chi(\tau, F) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t + \tau) \cdot \exp\{-j2\pi Ft\} dt, \quad (35)$$

где  $E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt$  – энергия сигнала.

Однако наиболее часто под ФН понимается и исследуется модуль от корреляционной функции

$$|\chi(\tau, F)| = \frac{1}{2E} \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t + \tau) \cdot \exp\{-j2\pi Ft\} dt \right|. \quad (36)$$

Для характеристики остроты пиков корреляционной функции удобна функция  $|\chi(\tau, F)|^2$ . Поверхность, образованная  $|\chi(\tau, F)|^2$ , называется поверхностью неопределённости, так как её форма определяет область  $\tau$ ,  $F$ , в пределах которой сигналы различимы. Тело, заключённое между этой поверхностью и координатной плоскостью  $\tau$ ,  $F$ , называется телом неопределённости.

Воспользовавшись теоремой Парсеваля [1], можно получить вместо выражения (36) запись ФН в другой часто встречающейся форме, симметричной с (36), но более удобной для анализа на частотной оси.

$$|\chi(\tau, F)| = \frac{1}{2E} \left| \int_{-\infty}^{\infty} G(2\pi f) \cdot G^*(2\pi(f - F)) \cdot \exp\{j2\pi f \tau\} df \right|, \quad (37)$$

где  $G(2\pi f)$  – преобразование Фурье от  $S(t)$ .

Итак, на частотно-временной плоскости  $\tau, F$  мера среднеквадратического отклонения между сигналами однозначно определяется ФН зондирующего сигнала.

### 3.2. Связь функция неопределённости с выходным эффектом приёмника

Покажем, что функции  $\chi(\tau, F)$  и  $|\chi(\tau, F)|$  могут быть интерпретированы, как частотно-временной отклик оптимального приёмника для обнаружения сигнала, который, как известно, должен вычислять отношение правдоподобия

$$\Lambda = \{P(y/S_1) / P(y/S_0)\} \geq \lambda$$

и сравнивать его с порогом  $\lambda$ .  $P(y/S_1)$  и  $P(y/S_0)$  – апостериорные плотности вероятности принятой входной реализации  $y(t)$  (напряжение на выходе УПЧ приемника) при условии наличия полезного сигнала и его отсутствия соответственно. При приёме сигнала на фоне белого шума из отношения правдоподобия следует, что оптимальный приёмник должен вычислять корреляционный интеграл (9).

Рассмотрим сигнальную составляющую корреляционного интеграла при наличии временного  $\tau$  и частотного  $F$  рассогласования принимаемого сигнала  $S(t)$  относительно опорного

$$Z(\tau, F) = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}[S(t) \cdot \exp(j2\pi ft)] \cdot \operatorname{Re}[S(t - \tau) \cdot \exp\{j2\pi(f - F)(t - \tau)\}] dt. \quad (38)$$

Применим к (38) известное соотношение

$$\operatorname{Re}[A] \cdot \operatorname{Re}[B] = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[AB + AB^*],$$

где  $A$  и  $B$  – комплексные числа,  $B^*$  – число, комплексно сопряженное  $B$ .

Действительная часть интеграла равна интегралу от действительных частей подынтегральной функции, поэтому

$$Z(\tau, F) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \exp[-j2\pi(2f - F)\tau] \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t - \tau) \cdot \exp[j2\pi(2f - F)t] dt \right\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \exp[j2\pi(f - F)\tau] \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t - \tau) \cdot \exp[j2\pi Ft] dt \right\}.$$

Обычно  $f$  много больше ширины спектра сигнала, поэтому всю подынтегральную функцию в первом слагаемом можно считать сильно осциллирующей величиной, отчего значение интеграла близко к нулю, и им можно пренебречь. В результате

$$Z(\tau, F) \cong \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \exp[j2\pi(f - F)\tau] \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t - \tau) \cdot \exp[j2\pi Ft] dt \right\} \quad (39)$$

Быстрые изменения функции  $Z(\tau, F)$ , обусловленные экспоненциальным множителем  $\exp[j2\pi(f - F)\tau]$ , в зависимости от  $\tau$  не играют роли в радиолокации, поскольку они соответствуют изменениям дальности, значительно меньшим, чем размер цели. Кроме того, на выходе детектора огибающей эти изменения не наблюдаются. Поэтому, отбрасывая высокочастотное заполнение  $\exp[j2\pi(f - F)\tau]$  и принимая в качестве двумерной корреляционной функции её огибающую, получаем

$$|Z(\tau, F)| = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot S^*(t - \tau) \cdot \exp[j2\pi Ft] dt \right|, \quad (40)$$

при этом

$$|Z(\tau, F)| = |\chi(-\tau, F)|. \quad (41)$$

Таким образом, выходной эффект корреляционного приёмника есть обращённая во времени функция неопределённости. Поэтому каждое значение функции  $|\chi(\tau, F)|$  можно рассматривать как выходной эффект корреляционной системы оптимальной обработки, когда на её входы поступают сигнал без помехи и опорный сигнал, параметры которого (время запаздывания и частота) в общем случае отличаются от ожидаемых на  $\tau$  и  $F$ . Функция  $\chi(\tau, F)$  характеризует выходной эффект не только коррелятора, но и СФ.

Если сигнал, подаваемый на вход СФ, имеет рассогласование по частоте  $F$  с настройкой фильтра, то нормированный выходной сигнал определяется

$$Z(\tau, F) = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} G^*(2\pi f) \cdot G(2\pi(f + F)) \exp\{j2\pi F\tau\} df, \quad (42)$$

где  $G(2\pi f)$  – частотная характеристика СФ,  $G(2\pi(f + F))$  – спектр входного сигнала,  $\tau$  – временная переменная.

Сравнивая (42) с (37), получим, что выходной сигнал СФ представляет со-

бой обращённое во времени сечение функции неопределённости по частотной оси с координатой  $F$ .

Таким образом, и выходной сигнал СФ можно рассматривать как сечение функции неопределённости  $\chi(\tau, F)$  плоскостью, параллельной оси  $\tau$ .

Отличие выходного сигнала коррелятора от выходного сигнала СФ состоит в том, что выходной сигнал коррелятора при фиксированных  $\tau$  и  $F$  представляет собой число – значение функции  $|\chi(\tau, F)|$  в точке  $\tau, F$ , а выходной сигнал СФ является функцией времени и представляет собой сечение  $|\chi(\tau, F)|$  по оси  $F$ , параллельное оси  $\tau$  ( $F$  – расстройка частоты принимаемого сигнала и частоты настройки-ки фильтра). Указанные отличия в выходных сигналах коррелятора и СФ обусловлены тем, что коррелятор – устройство, чувствительное к временному сдвигу  $\tau$  между опорным и принимаемым сигналом, а СФ инвариантен к задержке принимаемого сигнала.

В соответствии с этим в оптимальных устройствах приходится различать друг от друга не входные сигналы, не их спектры, а выходные сигналы СФ, имеющие вид автокорреляционных функций от входных сигналов.

### 3.3. Графическое представление функции неопределённости

ФН графически могут быть представлены в трёхмерной декартовой системе координат с координатными осями  $\tau, F, \chi(\tau, F)$  (рис.12, а) или сечениями плоскостей, параллельными плоскости  $\tau\theta F$  в двумерной декартовой системе координат с осями  $\tau, F$  (рис. 12, б).

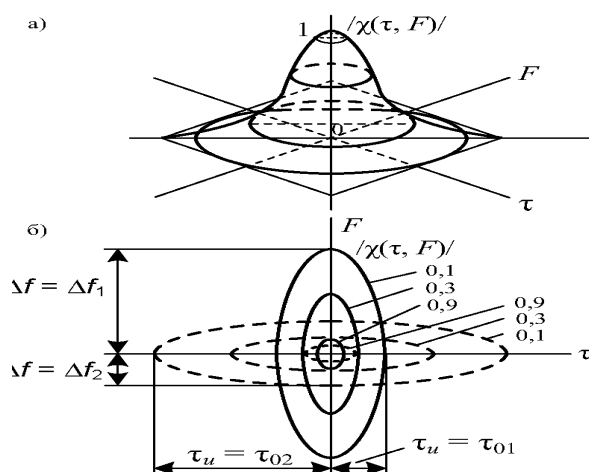


Рис. 12 - Графическое представление функции неопределённости



При представлении ФН сечениями около каждого сечения должно быть поставлено значение  $\chi(\tau, F)$ , соответствующее пересечению оси  $\chi(\tau, F)$  плоскостью сечения.

### 3.4. Связь функции неопределенности с точностью оценки параметров сигналов, характеристиками обнаружения и разрешения

Потенциальные возможности совместного измерения запаздывания и доплеровской частоты  $F$  могут быть охарактеризованы совместной апостериорной плотностью вероятности  $P[\tau, F / y(t)]$ , полученной в результате приёма реализации  $y(t)$ .

Если на вход приёмника поступает аддитивная смесь сигнала со случайной фазой и белого гауссова шума, тогда

$$P[\tau, F / y(t)] = k_1 \cdot I_0 [2Z(\tau, F) / N_0], \quad (43)$$

где  $k_1$  – постоянная величина;  $I_0 [\cdot]$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка;  $Z(\tau, F)$  – огибающая напряжения на выходе СФ, состоящая из сигнальной и помеховой компонент, снимается на выходе амплитудного детектора, включенного на выходе СФ.

Выразим апостериорную плотность вероятности (43), получаемую на выходе амплитудного детектора, включенного на выходе СФ и настроенного на  $\tau = F = 0$ , через параметры функции неопределённости  $|\chi(\tau, F)|$ . Для этого предположим, что отношение сигнал/шум велико настолько, что ошибки оценки  $\tau$  и  $F$  всегда меньше размеров основания их главного (центрального) пика ФН. Поэтому, рассматривая только область сильной корреляции (окрестность максимума  $|\chi(\tau, F)|$ ), непрерывную ФН переменных  $\tau, F$  в окрестности точки максимума приближенно можно представить параболоидом

$$\chi(\tau, F) = 1 + \frac{\tau^2}{2} \ddot{\chi}_{\tau\tau}(0,0) + \frac{F^2}{2} \ddot{\chi}_{FF}(0,0) + \tau F \ddot{\chi}_{\tau F}(0,0),$$

$$\ddot{\chi}_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 |\chi(\tau, F)|}{\partial \tau^2} / \tau = 0, F = 0; \quad \ddot{\chi}_{FF} = \frac{\partial^2 |\chi(\tau, F)|}{\partial F^2} / \tau = 0, F = 0;$$

$$\ddot{\chi}_{\tau F} = \frac{\partial^2 |\chi(\tau, F)|}{\partial \tau \partial F} / \tau = 0, F = 0 \quad (44)$$

– обозначения частных производных при её разложении в ряд Тейлора, в котором отброшены слагаемые третьего и более высокого порядка малости.

Апостериорная плотность вероятности (43) с учётом (44) и при условии большого отношения сигнал/шум приобретает вид

$$P[\tau, F / y(t)] = k_2 \exp \left[ \frac{2E}{N_0} \ddot{\chi}_{\tau\tau}(0,0) \cdot \frac{\tau^2}{2} + \ddot{\chi}_{FF}(0,0) \cdot \frac{F^2}{2} + \ddot{\chi}_{\tau F}(0,0) \cdot \tau F \right], \quad (45)$$

где  $k_2 = k_1 \cdot \exp(2E/N_0)$ .

Если сравнить (45) с двумерным нормальным законом распределения

$$W(x_1, x_2) = C \exp \left[ -\frac{x_1^2}{2(1-\rho^2) \cdot \sigma_1^2} + \frac{\rho \cdot x_1 \cdot x_2}{(1-\rho^2) \sigma_1 \cdot \sigma_2} + \frac{x_2^2}{2(1-\rho^2) \cdot \sigma_2^2} \right], \quad (46)$$

где  $\rho = \sigma_{12}^2 / \sigma_1 \sigma_2$  – коэффициент корреляции величин  $x_1$  и  $x_2$ , то видно, что апостериорная плотность вероятности (46) является двумерным, нормальным законом распределения случайных величин  $\tau$  и  $F$ . Из (45) и (46) получаем дисперсии оши-бок измерения  $\tau$  и  $F$

$$\sigma_\tau^2 = \frac{1}{q \cdot F_\tau^2 \cdot (1-\rho^2)}, \quad (47)$$

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{q \cdot T_F^2 \cdot (1-\rho^2)}, \quad (48)$$

$$\sigma_{\tau F} = \frac{1}{q \cdot \ddot{\chi}_{\tau F} \cdot (1-\rho^2)}, \quad (49)$$

где  $q = \frac{2E}{N_0}$  – отношение сигнал/шум;

$$F_\tau^2 = \ddot{\chi}_{\tau\tau}(0,0), \quad T_F^2 = -\ddot{\chi}_{FF}(0,0), \quad \rho = \ddot{\chi}_{\tau F} / F_\tau T_F. \quad (50)$$

Как видно из (47) и (48), дисперсия ошибок оценок  $\tau$  и  $F$  –  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_F^2$  тем меньше, чем больше отношение сигнал/шум и больше значения вторых производных от ФН  $F_\tau$  и  $T_F$  в точке  $\tau = F = 0$ .

Значения вторых производных  $F_\tau^2$  и  $T_F^2$  больше для тех сигналов, у которых уже пик ФН по осям  $\tau$  и  $F$  соответственно. Таким образом, для повышения точности измерения  $\tau$  и  $F$  надо выбирать сигналы, имеющие узкий пик ФН по этим координатам. Кроме того, при любом сигнале для увеличения точности

измерения  $\tau$  и  $F$  (дальности и скорости цели) надо увеличивать отношение сигнал/шум  $q$ .

Увеличение  $F_3$  и  $T_3$  приводит, согласно (50), к уменьшению  $\rho$ , что, как следует из (47), (48), также уменьшает дисперсию оценки  $\tau$  и  $F$ .

Важнейшие параметры сигнала  $F_3$ ,  $T_3$  и  $\rho$  определяются видом ФН  $\chi(\tau, F)$  и связаны друг с другом. Нижняя граница произведения эффективной полосы  $F_3$  на эффективную длительность  $T_3$

$$F_3 \cdot T_3 \geq \pi \quad (51)$$

характеризует принцип неопределённости для сигналов.

В общем виде запись принципа неопределённости даётся неравенством вида

$$F_3^2 \cdot T_3^2 (1 - \rho^2) \geq \pi^2. \quad (52)$$

При  $\rho = 0$  из выражения (52) получаем (51). Если перемножить правые и левые части равенства (47) и (48) и извлечь корень, то для  $\rho = 0$  получим

$$\sigma_\tau \cdot \sigma_f = N_0 / F_3 \cdot T_3 \cdot 2E. \quad (53)$$

Из (53) следует, что чем больше произведение  $F_3 \cdot T_3$ , тем больше точность одновременного измерения частоты  $F$  и задержки  $\tau$ . Наихудшая точность одновременного измерения этих параметров будет при  $F_3 \cdot T_3 = \pi$  и соответствует сигналу с гауссовой огибающей.

Вид ФН определяет также и разрешающую способность радиолокационного сигнала.

Можно показать, что меры разрешения сигналов по времени  $\Delta T_p(0)$  и по частоте  $\Delta F_p(0)$  определяются

$$\Delta T_p(0) = k_1 / F_3, \quad \Delta F_p(0) = k_2 / T_3, \quad (54)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты пропорциональности, близкие к единице ( $k_1 = k_2 = \pi$  для прямоугольного импульса длительности  $\tau$ ). Так же, как и точность одновременного измерения  $\tau$  и  $F$ , одновременное разрешение по скорости (частота  $F$ ) и дальности (запаздывание  $\tau$ ) будет тем лучше, чем больше произведение  $F_3 \cdot T_3$ .

Форма ФН  $|\chi(\tau, F)|$  – её однопиковость и многопиковость, величина боковых лепестков оказывает существенное влияние на потенциальные возможности обнаружителя. В частности, если боковые лепестки ФН будут достаточно велики,

то в частотно-временной плоскости оказывается затруднительным обнаружить слабые сигналы при одновременном поступлении на вход приёмника нескольких сигналов разной интенсивности. Может оказаться, что даже при выполнении условий разрешения (54) боковой лепесток одного сигнала соизмерим с основным пиком ФН другого сигнала. Поэтому наилучшими следует считать сигналы, имеющие не только центральный пик ФН минимальной ширины, но и минимально возможные её боковые пики. В связи с тем, что из-за третьего свойства (29) получить ФН с нулевыми боковыми пиками невозможно, необходимо искать такие сигналы, ФН которых имеют узкий центральный пик и боковые пики одинаковой малой величины, равномерно распределённые над плоскостью  $\tau, F$ . Желательный вид ФН является «кнопкообразным» и представлен на рис.13. Можно показать, что боковые пики ФН тем меньше, чем больше величина  $F_{\text{э}} \cdot T_{\text{э}}$ .

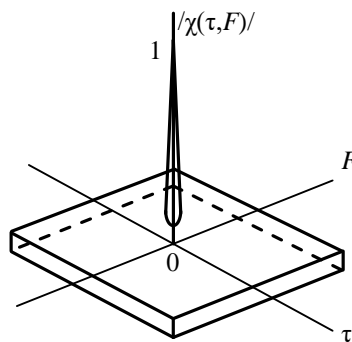


Рис. 13 – Функция неопределенности «Кнопкообразной формы»

Таким образом, увеличение  $F_{\text{э}} \cdot T_{\text{э}}$  приводит к увеличению потенциальной точности совместных оценок  $\tau$  и  $F$ , увеличению разрешающей способности и к уменьшению боковых пиков ФН.

### 3.5. Функция неопределённости простого сигнала с гауссовой огибающей

Этот сигнал реально воспроизвести нельзя, так как он существует на промежутке времени от  $-\infty$  до  $\infty$ . Однако он является полезной аналитической идеализацией ввиду простоты и наглядности получаемых результатов и часто используется при рассмотрении некоторых вопросов теории сигналов и их обработки.

Огибающая этого сигнала имеет вид гауссовой кривой

$$A(t) = A_0 \cdot \exp \left\{ -t^2 / \tau_0^2 \right\} \quad -\infty < t < \infty, \quad (55)$$

а сам радиоимпульс записывается

$$u(t) = A(t) \cdot \exp \{ j2\pi f_0 t \}, \quad (56)$$

где  $\tau_0$  – величина, пропорциональная эффективной длительности.

Огибающие для гауссовых импульсов двух эффективных длительностей  $\tau_{01}$  и  $\tau_{02}$  ( $\tau_{02} > \tau_{01}$ ) представлены на рис. 14, а – сплошной линией и пунктирной. На рис. 15, б показаны спектры этих импульсов, которые имеют также гауссовы огибающие. ФН гауссова импульса имеет вид двумерного гауссова колокола и показана на рис. 14, а.

Характерной особенностью этого колокола является то, что у него любое вертикальное сечение гауссово не только  $|\chi(\tau, 0)|$  и  $|\chi(0, F)|$ , но и любое другое, параллельное оси  $F$  или  $\tau$ .

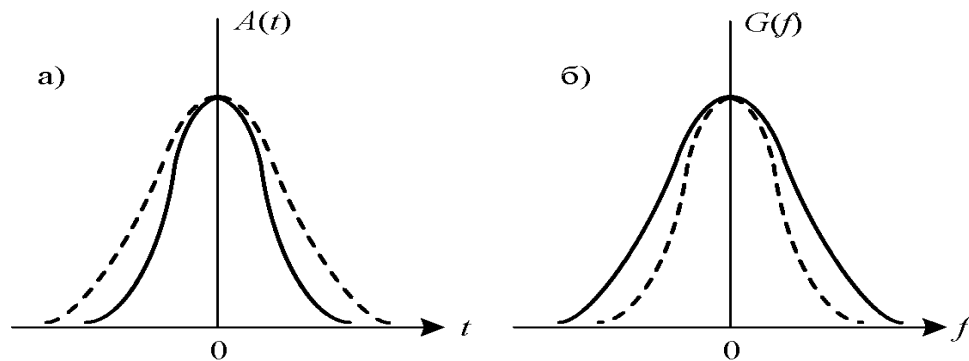


Рис. 14 - ФН гауссова импульса имеет вид двумерного гауссова колокола

На рис.14, б представлены сечения ФН плоскостями, параллельными плоскости  $\tau_0 F$ . Сплошной линией проведены сечения для сигнала с длительностью  $\tau_{01}$ , а пунктирной линией – сечения для сигнала с длительностью  $\tau_{02}$  ( $\tau_{02} > \tau_{01}$ ). Справа от каждого сечения показано значение  $|\chi(\tau, F)|$ , на уровне которого взято это сечение, слева даны значения  $|\chi(\tau, F)|^2$ . Сечения ФН простого сигнала с гауссовой огибающей представляют собой эллипсы.

Из рис.14, б следует, что изменение длительности сигнала (сравните сплошные кривые и пунктирные) приводит только к изменению соотношения между полуосями эллипсов. При уменьшении  $\tau_0$  ФН сжимается по оси  $\tau$  (увели-

чивается  $F_{\text{э}}$ ), но во столько же раз расширяется по оси  $F$  (уменьшается  $T_{\text{э}}$ ), т.е. увеличение разрешающей способности по дальности приводит к эквивалентному ухудшению разрешения по скорости. Это вызвано тем, что для простых сигналов  $T_{\text{э}}$  и  $F_{\text{э}}$  жёстко связаны друг с другом  $d = T_{\text{э}} \cdot F_{\text{э}} = 1$ , и увеличение  $T_{\text{э}}$  или  $F_{\text{э}}$  неминуемо приводит к уменьшению  $\Delta f$  и  $\tau_u$ .

Если рассмотреть ФН простого радиоимпульса с прямоугольной огибающей, то можно придти к такому же выводу: сжатие ФН по координате  $\tau$  вызывает её эквивалентное растяжение по координате  $F$  и наоборот.

### 3.6. Оценка потенциальной разрешающей способности

Задача разрешения нескольких целей обычно решается после задачи обнаружения (иногда вместе с ней). В этом случае интересующие нас  $\Delta\tau$  и  $\Delta f_d$  выражают соответственно временной и частотный сдвиги между принятыми сигналами, то есть

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = t_{R1} - t_{R2},$$

$$\Delta f_d = \Delta F_d = (f_0 \pm F_{d1}) - (f_0 \pm F_{d2}) = F_{d1} \pm F_{d2},$$

где  $t_{R1}$  и  $t_{R2}$  – время запаздывания сигналов, отражённых от 1-й и 2-й целей соответственно;  $F_{d1}$  и  $F_{d2}$  – частотный сдвиг несущих колебаний сигналов за счёт эффекта Доплера у 1-й и 2-й целей соответственно. Чтобы оценить потенциальную разрешающую способность по параметру разрешения  $\Delta\alpha$  ( $\Delta\alpha = \Delta\tau$  или  $\Delta\alpha = \Delta f_d$ , – рис. 2 и рис. 3), нужно, прежде всего, установить, какие сигналы считаются разрешимыми, а какие – неразрешимыми. Для этого рассмотрим зависимость формы выходного сигнала амплитудного детектора оптимального приёмника с СФ, являющегося суммой двух перекрывающихся входных сигналов с прямоугольными огибающими. Мы рассмотрим только простейший случай сигнала на выходе амплитудного детектора оптимального приёмника с СФ, являющегося суммой двух одинаковых входных сигналов (рис.2). Из сопоставления рис. 2 а, б, в видно, что при сдвигах  $\Delta\alpha_1 > \Delta\alpha_2$  суммарный сигнал будет иметь двугорбый вид, а при сдвигах  $\Delta\alpha_3 \leq \Delta\alpha_2$  имеет место одногорбая кривая. Двугорбая кривая по критерию Релея всегда допускает уверенное разрешение, а одногорбая не позволяет разрешить эти сигналы. Поэтому

наименьший допустимый сдвиг сигналов по разрешаемому параметру должен быть равен ширине выходного сигнала поэтому параметру, то есть АКФ входного сигнала, отсчитанной на уровне  $0,5 / \chi(0, 0)$ . Эта ширина и будет оценкой потенциальной разрешающей способности при приёме двух одинаковых сигналов.

На рис. 15, а показаны сечения ФН трёх отражённых сигналов (на уровне  $0,25 / \chi(0, 0)^2$  или  $0,5 / \chi(0, 0)$  сечения приблизительно соответствуют прямоугольным импульсам). Цель 1 неподвижна ( $F_{д1} = 0$ ) и находится на некоторой дальности  $R = ct_{R1} / 2$ . Цель 2 – на той же дальности, но движется (приближается,  $\Delta F_{д} > 0$ ). Цель 3 – неподвижная, на большей дальности. Видно, что поскольку сечения ФН касаются, то цели разрешаются: 1 и 3 – по дальности, 1 и 2 – по скорости, 2 и 3 – по обоим параметрам. Разрешающая способность по дальности ( $\Delta R$ ) пропорциональна  $\Delta \tau$ , по скорости ( $\Delta V_r$ ) пропорциональна  $\Delta F_{д}$ . В дальнейшем, опуская коэффициент пропорциональности, мы величину  $\Delta \tau$  будем часто обозначать как  $\Delta R$ , а  $\Delta F_{д}$  – как  $\Delta V_r$  (рис.16). Поскольку мы приняли уровень сечения  $0,25 / \chi(0, 0)^2$  (или  $0,5 / \chi(0,0)$ ), то  $\Delta \tau = \tau_u$ . Аналогично  $\Delta F_{д} = \Delta f$ . Возьмём теперь более короткий импульс (с более широким спектром). На рис. 16, б показаны сечения ФН для этого случая (цели 1, 4, 5). Теперь  $\Delta R$ , пропорциональное  $\Delta \tau$ , уменьшилось, а  $\Delta V_r$ , пропорциональное  $\Delta F_{д}$ , во столько же раз выросло.

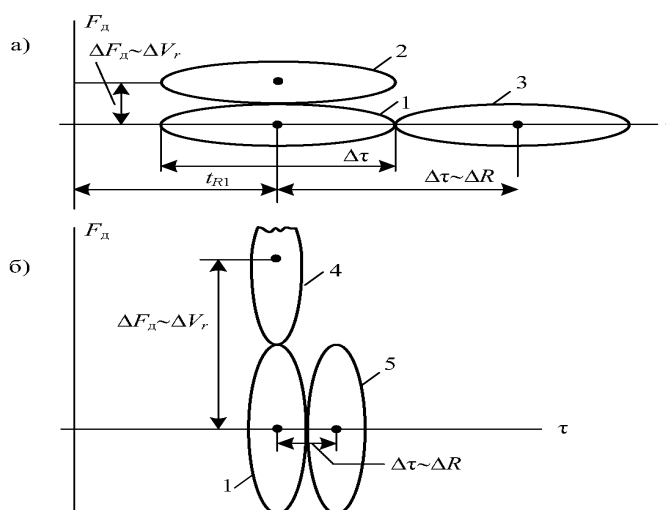


Рис. 15 - ФН трёх отражённых сигналов

### 3.7. Сложный сигнал с линейной частотной модуляцией

Условия (27) и (28) накладывают требования только на высоту главного пика ( $|\chi(0, 0)| = 1$ ), и объём ФН ( $V_{\text{ФН}} = 1$ ). На форму ФН никаких требований не накладывается, её мы можем менять по своему усмотрению (а после этого подбирать сигнал под выбранную форму ФН). Например, мы можем переносить ФН относительно осей координат. При этом, как видно из рис. 16, сечение ФН оказывается малым в направлениях, как оси  $\tau$  (см.  $\Delta\tau$ ), так и  $F_d$  (см.  $\Delta F_d$ ). Это даёт возможность получить одновременно хорошую разрешающую способность как по дальности ( $\Delta R \sim \Delta\tau$  между целями 1 и 3), так и по скорости ( $\Delta V_r \sim \Delta F_d$  между целями 1 и 2). В то же время длительность сигнала  $\tau_u$ , если судить о проекции ФН на ось  $\tau$ , оказывается большой. Велика и ширина спектра  $\delta f$ , определяемая проекцией ФН на ось частоты  $f$ . Для простого сигнала (рис. 16) база сигнала определялась произведением осей эллипса. Здесь же база сигнала  $d_1 = \tau_u \cdot \delta f \gg 1 = \tau_u \cdot \Delta f = d$ , и  $d_1$  больше  $d$  во столько раз, во сколько площадь прямоугольника со сторонами

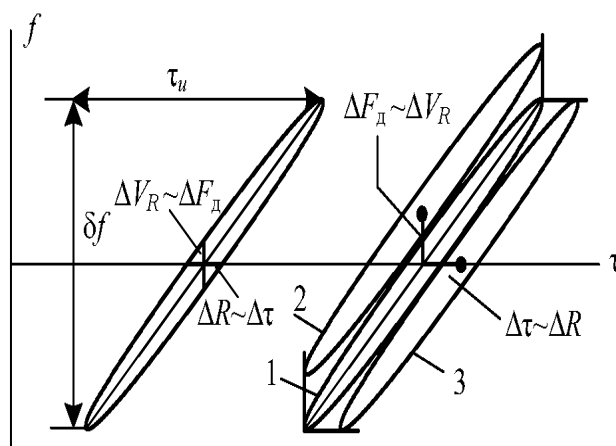


Рис. 16 – ФН сигнала с линейной частотной модуляцией

ФН, показанной на рис. 16, соответствует входной сигнал в виде длинного импульса с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) внутри импульса в случае, когда частота внутри импульса растёт от начала к концу. Это следует из того, что мгновенная частота спектра  $f$ , соответствующая большой оси эллипса, растёт с увеличением временного сдвига  $\tau$ .



Сложный ЛЧМ сигнал записывается

$$u(t) = \begin{cases} A(t) \cdot e^{j[\omega_0 t + b t^2]} & \text{äëÿ } |t| \leq \tau_u / 2, \\ 0 & \text{äëÿ } |t| > \tau_u / 2, \end{cases}$$

где  $b = \frac{\pi \delta f}{\tau_u}$ ;  $\delta f$  – девиация частоты. Если девиация частоты  $\delta f \gg \frac{1}{\tau_u} = \Delta f$ , то ши-

рина спектра уже определяется не  $\Delta f$ , то есть не длительностью импульса  $\tau_u$ , а девиацией  $\delta f$ , которая может быть очень большой. Рис.17 указывает только на возможность получения от ЛЧМ сигнала хорошей разрешающей способности по дальности и скорости, но ничего не говорит о том, как эту возможность превратить в действительность. Для этого необходимо осуществить сжатие ЛЧМ сигнала по времени и по спектру.

Сжатие по времени – получение из длинного сложного сигнала короткого простого – осуществляется СФ, на выходе которого получается развертка во времени АКФ входного сигнала.

Один из возможных вариантов построения СФ для ЛЧМ сигнала на линии задержки с неравномерно расположенными отводами показан на рис. 11. Там же описана его работа.

Второй способ сжатия ЛЧМ импульса реализуется с помощью дисперсионной линии задержки, т.е. такой, в которой скорость распространения колебаний различных частот оказывается различной (например, низкие частоты задерживаются больше высоких – зеркально по отношению к сигналу). Во входном ЛЧМ импульсе ни в один из моментов спектральные составляющие не совпадают по фазе (хотя и связаны определённым законом по фазе), поэтому и их сумма нигде не оказывается большой. Однако за счёт дисперсии все спектральные составляющие задерживаются по-разному, причём так, что на входе дисперсионной линии задержки в некоторый момент оказываются синфазными, образуя короткий сжатый импульс большой амплитуды.

Повышение разрешающей способности по дальности по сравнению с простым сигналом той же длительности показано на рис. 17.

На рис. 17, а приведены два перекрывающихся по времени импульса А и Б. Если эти сигналы простые, то на выходе СФ они дают отклики (рис.17, б), и цели не разрешаются. Если А и Б – сложные ЛЧМ сигналы, то на выходе СФ два

сигнала будут наблюдаться раздельно, следовательно, цели, от которых они отражены, разрешаются (рис.17, в). При сжатии ширина спектра не меняется, так как все спектральные составляющие проходят на выход на равных правах. Длительность же выходного сигнала СФ, измеряемая по длительности его центрального пика, уменьшается до  $\tau_2$ .  $d = \tau_2 \cdot \Delta f = 1$ .

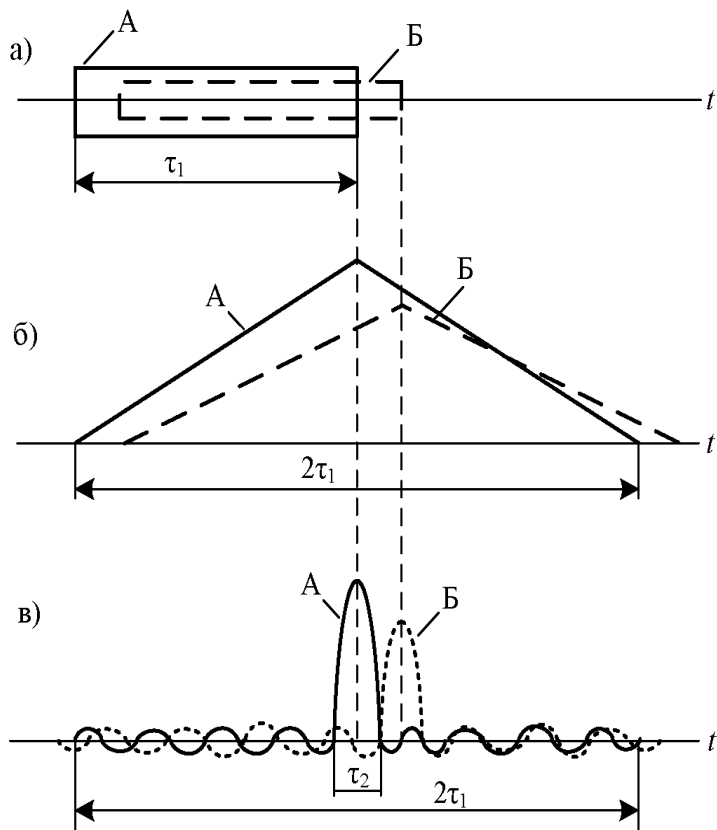


Рис. 17 - Повышение разрешающей способности по дальности по сравнению с простым сигналом той же длительности

До сжатия база сигнала

$$d_1 = \tau_1 \cdot \delta f \gg 1.$$

Коэффициент сжатия

$$\mu = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{d_1}{d} = d_1 = \tau_1 \cdot \delta f.$$

В силу закона сохранения энергии импульсов на входе  $E_1$  и выходе  $E_2$  согласованного фильтра

$$P_2 \cdot \tau_2 = P_1 \cdot \tau_1,$$

откуда

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{\tau_1}{\tau_2} = P_1 \cdot \mu,$$

т.е. мощность сжатого импульса в  $\mu$  раз превосходит мощность несжатого, а напряжение – в  $\mu$  раз. Шумы, проходящие через линию задержки, не сжимаются, так как случайные фазовые соотношения в спектре шумов не перестают быть случайными из-за того, что линия внесёт в них те изменения, которые она вносит в сигнал. Поэтому отношение сигнал/шум (по мощности) возрастает в  $\mu$  раз, отчего дальность действия возрастает.

Итак, в канале дальности длинный сложный сигнал превращается в короткий простой, что с помощью ФН поясняется на рис. 18. ФН сложного сигнала "1" "проектируется" на ось  $F$ , отчего ширина ФН вдоль оси  $\tau$  оказывается малой.

Для разрешения противоречия между  $\Delta R$  и  $\Delta V_r$  эту же ФН необходимо "спроектировать" на ось  $\tau$ . Эта операция называется сжатием по спектру (получение из длинного сложного сигнала простого сигнала такой же длительности) и осуществляется демодулятором. Получить из длинного ЛЧМ сигнала длинный простой можно путём устранения ЧМ модуляции, т.е. демодуляцией, которая поясняется с помощью рис. 19. Здесь на плоскости время-частота пунктирным эллипсом 0 показано сечение центрального пика ФН зондирующего ЛЧМ сигнала с длительностью  $\tau_1$  и девиацией  $\delta f$  плоскостью, параллельной плоскости  $\tau, F, 0$ .

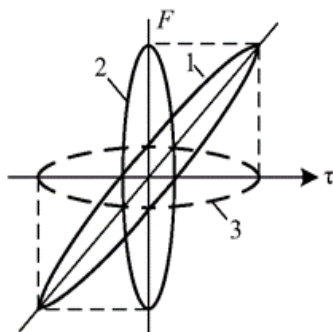


Рис. 19 - Сжатие по спектру ФН

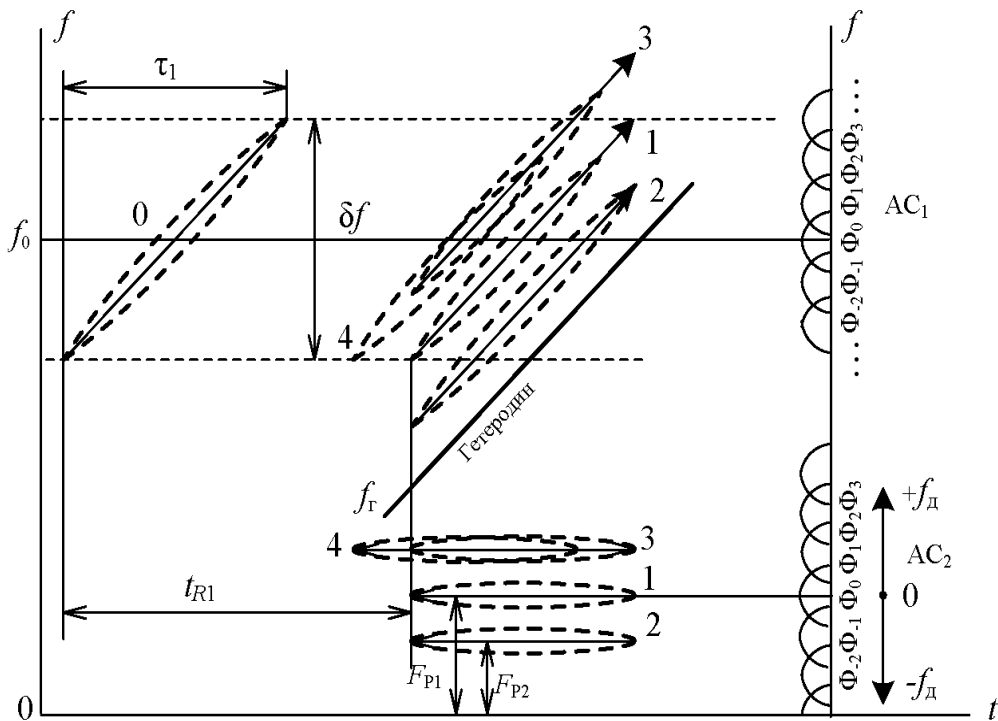


Рис. 20 - Законы изменения частоты отражённых ЛЧМ сигналов

Наклонные прямые 1, 2, 3, 4 – законы изменения частоты отражённых ЛЧМ сигналов (рис. 20). Цель 1 – неподвижная на дальности  $t_{R1}$ , цели 2 и 3 – на той же дальности, но 2 – удаляется, а 3 – приближается, поэтому законы изменения частоты этих сигналов сдвинуты относительно сигнала от цели 1 эффектом Доплера вниз и вверх соответственно. Если бы мы попытались принятые сигналы, отраженные от целей 1, 2, 3, подать непосредственно на анализатор спектра  $AC_1$ , состоящий из набора фильтров  $\dots, \Phi_{-2}, \Phi_{-1}, \Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots$ , то разрешения по скорости не получилось бы: все сигналы 1, 2, 3 приходили бы в каждый из фильтров, так как все сигналы перекрываются друг с другом по спектру. Задача демодуляции состоит в том, чтобы сузить спектры 1, 2, 3 так, чтобы они не перекрывались.

Для демодуляции используется гетеродин с программированной перестройкой, частота  $f_{\Gamma}$  которого меняется со скоростью, такой же, что и частота внутри ЛЧМ импульса (прямые  $f_{\Gamma}$  и 1, 2, 3 параллельны). В силу параллельности прямых разностные частоты  $F_{P1}, F_{P2}, \dots$  между сигналами гетеродина и отражёнными сигналами оказываются постоянными во времени (ФН проектируется на ось  $t$ ), т.е. сигналы становятся простыми и узкополосными, и теперь каждый из них целиком находится в полосе пропускания одного какого-либо фильтра из группы фильтров

АС<sub>2</sub>. Номер фильтра, на выходе которого появляется сигнал, является мерой доплеровской частоты и скорости. Фильтр, через который проходит сигнал неподвижной цели, имеет нулевой номер ( $\Phi_0$ ), фильтры с положительными номерами соответствуют приближающимся целям, с отрицательными – удаляющимся.

Отметим один недостаток ЛЧМ сигнала: возможность преобразования дальномерной информации в скоростимерную и наоборот. На рис. 20 пунктиром показано сечение центрального пика ФН сигнала, отраженного от цели 4, которая, как и цель 1, неподвижна (не сдвинута ни вверх, ни вниз по оси  $f$ ), но находится на дальности меньшей, чем цель 1. После демодуляции сигнал, отраженный от цели 4, попадает в тот же фильтр, что и сигнал, отраженный от цели 3, которая движется (приближается). Так различие между 1 и 4 по дальности преобразовалось в различие между ними по скорости. Не вдаваясь в подробности, можно сказать, что это – следствие того, что мы два неизвестных  $R$  и  $\Delta V_r$  пытаемся найти из одного уравнения (уравнения прямой ЛЧМ). Для отыскания двух неизвестных нужна система из двух уравнений (причём, независимых). Рис. 21 иллюстрирует эту идею.

Создаются два сигнала, ФН которых (1 и 2) перекошены в разные стороны. Положением цели на плоскости ( $\tau, F$ ) является область пересечения двух ФН (графическое решение системы двух уравнений путём отыскания точки пересечения прямых, изображающих каждое из уравнений). Сигналы 1 и 2 отличаются направлением ЛЧМ: в первом от начала импульса к концу частота растёт, во втором – падает. Такие сигналы можно создавать либо одновременно двумя передатчиками, либо поочередно одним.

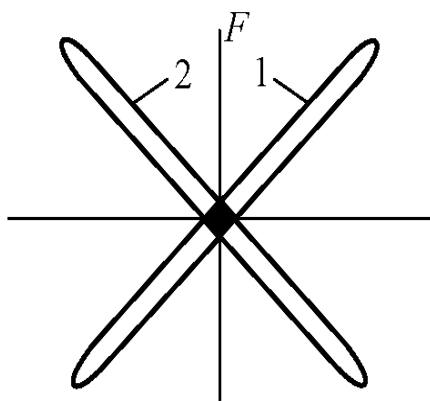


Рис. 21 – ФН сигнала с ЛЧМ

### 3.8. Фазоманипулированные сигналы

Сложный сигнал можно строить не только методом частотной манипуляции, но и методом фазовой манипуляции (ФМ). При этом в качестве строительного элемента (символа) берется короткий прямоугольный радиоимпульс (простой сигнал), а результирующий ФМ сигнал оказывается набором простых сигналов, фаза которых от символа к символу меняется скачком. В общем случае величина скачка фазы может быть произвольной. В данной работе изучаются ФМ сигналы, фаза символов которых принимает лишь два дискретных значения:  $0^\circ$  и  $180^\circ$  (0 и  $\pi$ ). На рис. 22, *а* показан простой сигнал с длительностью  $\tau_1$  и шириной спектра  $\Delta f_1 = 1/\tau_1$ . На рис. 22, *б* пять простых сигналов составляют сложный. Первый символ сложного сигнала по фазе совпадает с начальной фазой первого простого импульса. Обозначим его фазу как 0. Второй символ стоит вплотную к первому и перевернут по фазе ( $\pi$ ), третий и четвертый имеют ту же фазу, что и первый, и т.д. В результате создается кодовое слово из 5-ти символов со следующим кодом: 0 $\pi$ 00 $\pi$ . В дальнейшем при зарисовке ФМ сигналов мы будем пользоваться изображением на рис. 22, *в*, более удобным, чем подлинный (рис. 22, *б*).

Если бы все  $N$  символов имели одинаковую с первым символом фазу, то суммарный сигнал был бы по-прежнему простым, только более длинным. Спектр

его сузился бы в  $N$  раз, так как  $\tau_2 = N\tau_1$  и  $\Delta f_2 = \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{N\tau_1}$ .

Если фазы символов чередовать периодически, то мы получили бы периодическую последовательность импульсов, спектр которой тоже был бы периодическим, не сплошным. Можно, однако, так подобрать последовательность символов, что спектр останется широким ( $\Delta f_2 = \Delta f_1$ ) и сплошным. Длительность же  $\tau_2$  возрастает в  $N$  раз.

Таким образом, база результирующего сигнала

$$d_2 = \tau_2 \cdot \Delta f_2 = N\tau_1 \cdot \Delta f_1 = N \gg 1,$$

т.е. сигнал действительно отвечает определению сложного сигнала.

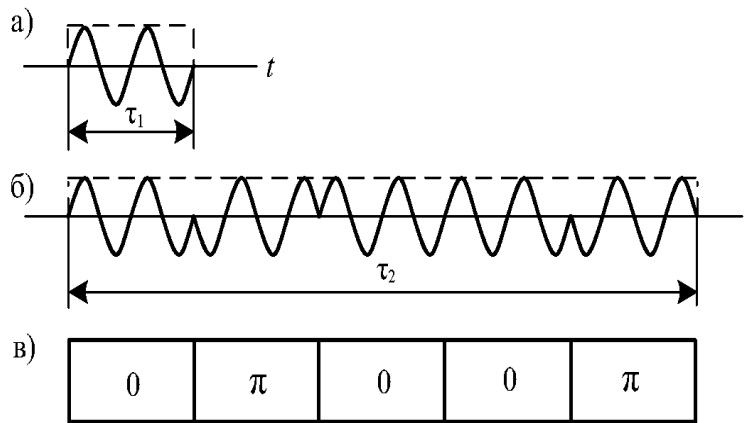


Рис. 22 – Простой сигнал фазовой манипуляции (ФМ)

В данной работе изучаются ФМ сигналы, использующие коды Баркера и М-последовательности.

### Код Баркера

Кодом Баркера называют такой ФМ код из  $N$  символов, у которого главный максимум АКФ имеет высоту  $N$ , а высота боковых лепестков не превышает единицы.

Обозначим амплитуду сигнала до обработки через  $u_0$ . Тогда после обработки

$$u_{\text{главн.}} = N u_0,$$

$$u_{\text{бок}} \leq u_0, \quad \frac{u_{\text{главн.}}}{u_{\text{бок}}} \geq N.$$

Последовательность  $0\pi 00 \pi\pi$  является кодом Баркера из 7 символов. На рис. 23 показан способ её формирования.

Генератор простого сигнала (ГПС) (символа 0) формирует прямоугольный радиоимпульс 1 длительностью  $\tau_1$ . Этот импульс поступает на вход линии задержки ЛЗ, имеющей 7 равномерно расположенных отводов через интервал  $\tau_1$  (вся задержка в линии –  $6\tau_1$ ).

Сигнал, идущий по линии, через каждый отвод подается на сумматор  $\Sigma$ , поэтому на его выходе 8 мы имеет 7 символов, расположенных вплотную друг к другу. С отвода 1 на сумматор  $\Sigma$  подаётся незадержанный и неинвертированный по фазе первый символ 0. С отвода 2 подается задержанный на  $\tau_1$  (точка а) и перевернутый на  $180^\circ$  (в фазоинверторе  $\pi$ ) второй символ. С отвода 3

поступает задержанный на  $2\tau_1$  и неинвертированный по фазе (фазоинвертора в отводе нет) третий символ и т.д. Результирующая последовательность 8 подаётся на передатчик.

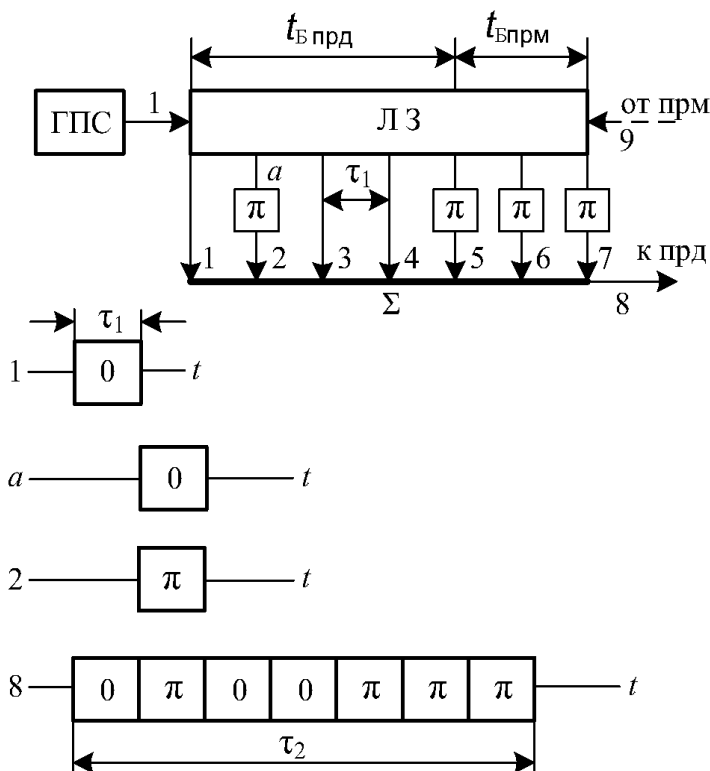


Рис. 23 – Формирователь кода Баркера

Все достоинства этой последовательности выявляются после приёма отражённого сигнала и его оптимальной обработки. На рис. 24 показана эта обработка. Отраженный сигнал 9 по форме повторяет зондирующий сигнал 8 и отличается только запаздыванием по времени, пропорциональным дальности цели (это запаздывание на рис. 24 не показано). С приёмника он поступает на схему обработки – СФ, представляющий собой линию задержки с 7-ю отводами, в которых фазоинверторы размещены зеркально по отношению к их расположению на передающей стороне: там –  $0\pi 00 \pi\pi\pi$ , здесь  $\pi\pi\pi 00 \pi 0$ . В результате в точке 10 появляется незадержанная (инвертированная) последовательность 9, в точке 11 – задержанная на  $\tau$  и инвертированная, в 12 – на  $2\tau$  и инвертированная, в 13 – на  $3\tau$  и инвертированная и так далее.

На выходе сумматора  $\Sigma$  появляется сумма семи последовательностей 10–16 по 7 символов (итого 49 символов). Легко видеть, что результат суммирования в одном из столбцов дает 7 нулей (семь синфазных между собой символов дадут



главный пик сигнала 7-ми кратной амплитуды –«7») в то время как в остальных столбцах сумма либо равна нулю (суммируются одинаковые количества синфазных и противофазных символов), либо единице –«1» (число символов  $\pi$  на единицу превосходит число нулей).

Поэтому после амплитудного детектора Д видеоимпульсы боковых лепестков будут иметь значения нулей и единиц (сигнал 17 на рис. 24).

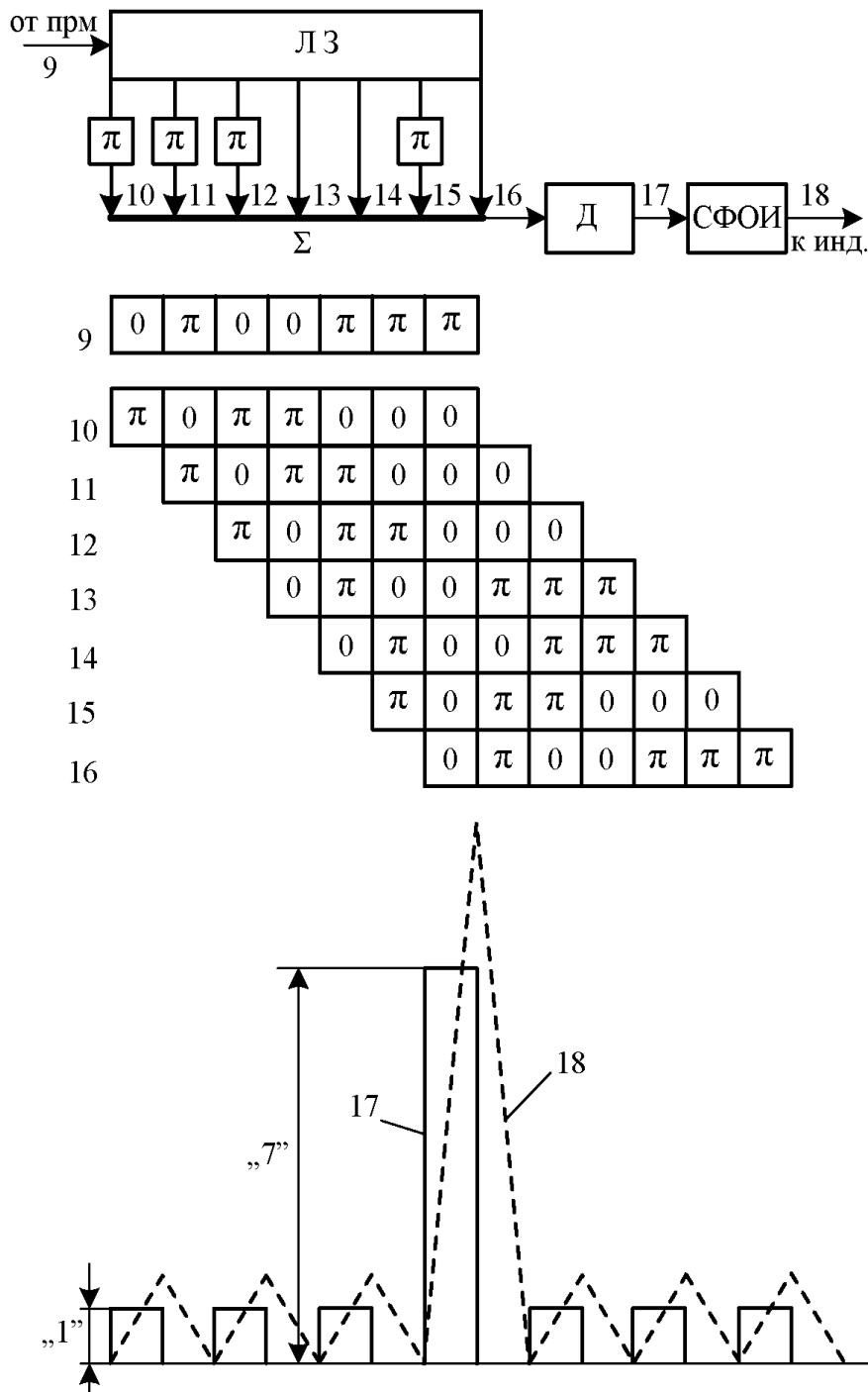


Рис. 24 – Автокорреляционная функция (АКФ) кода Баркера

Если сигнал 17 подать на фильтр, согласованный с одиночным импульсом (СФОИ), т.е. такой, который на входной прямоугольный видеоимпульс дает вы-

ходной отклик в виде треугольного импульса (АКФ), то результирующий сигнал 18 будет представлять собой огибающую АКФ всего ФМ сигнала. Максимум сигнала 18 будет определяться энергией принимаемого сложного сигнала. Узость его главного пика обеспечивает хорошую разрешающую способность по дальности

$$\Delta R = \frac{c \cdot \tau_1}{2},$$

а малая высота его боковых лепестков позволяет видеть на их фоне сравнительно слабые цели. Вообще говоря, идеалом было бы полное отсутствие боковых лепестков, но это недостижимо: объём ФН остаётся постоянным, поэтому сужение главного лепестка должно сопровождаться появлением боковых.

Рассмотренный способ получения ФМ сигнала на передающей стороне с помощью формирующей линии задержки и обработки его на приёмной стороне – сжимающей линией – технически труден: малейшие неидентичности двух линий (в частности, в расположении отводов на них) приводят к отступлениям от той идеальной работы, которая описана выше. Намного технологичнее так называемая схема "ключ-замок". Здесь одна и та же линия используется для формирования сигнала в передатчике и для его дешифровки – сжатия – в приёмнике. Поясним идею схемы "ключ-замок" с помощью рис. 23. Схема работает на передачу так, как описано выше. Затем отражённый импульс проходит через приёмник и поступает на вход 9 по пунктиру "от приемника". Рассмотрев прохождение сигнала по всем отводам, фазоинверторам и задержкам к индикатору (пунктирная стрелка), можно убедиться, что сложение всех символов произойдёт в точности так же, как на рис. 24. При этом, во-первых, мы обходимся одной линией задержки; но главное – расстояние между отводами и суммарная задержка при передаче и приёме всех символов, образующих главный пик, оказываются одними и теми же и не зависят от погрешности установки отводов на линии задержки.

Противоречие  $R_{\max} \rightarrow \Delta R$  с помощью ФМ сигналов преодолевается тем, что при излучении  $N$  символов энергия  $E$  сигнала возрастает в  $N$  раз (а с ней растёт и  $R_{\max}$ ), а при приёме сигнал укорачивается в  $N$  раз, соответственно возрастая по амплитуде в  $N$  раз, что улучшает  $\Delta R$ .

Для получения хорошего разрешения по скорости  $\Delta V_R$  нужно демодулировать ФМ сигнал – превратить его в длинный простой (и, следовательно, узкополосный), т.е. осуществить сжатие по спектру.

Демодуляция осуществляется коррелятором (рис. 9 и рис. 25). Не будем пока обращать внимание на смеситель СМ и фильтр Ф. Если зондирующий ФМ сигнал  $u(t)$  задержать на  $\tau = t_R$ , то в перемножителе он совпадёт по времени с отражённым сигналом. Роль перемножителя может выполнить фазовый детектор ФД (рис. 25). Как известно, выходное напряжение фазового детектора есть произведение двух входных напряжений и косинуса разности фаз между ними

$$u_{\text{ВЫХ}} = u_1 \cdot u_1 \cdot \cos(\varphi).$$

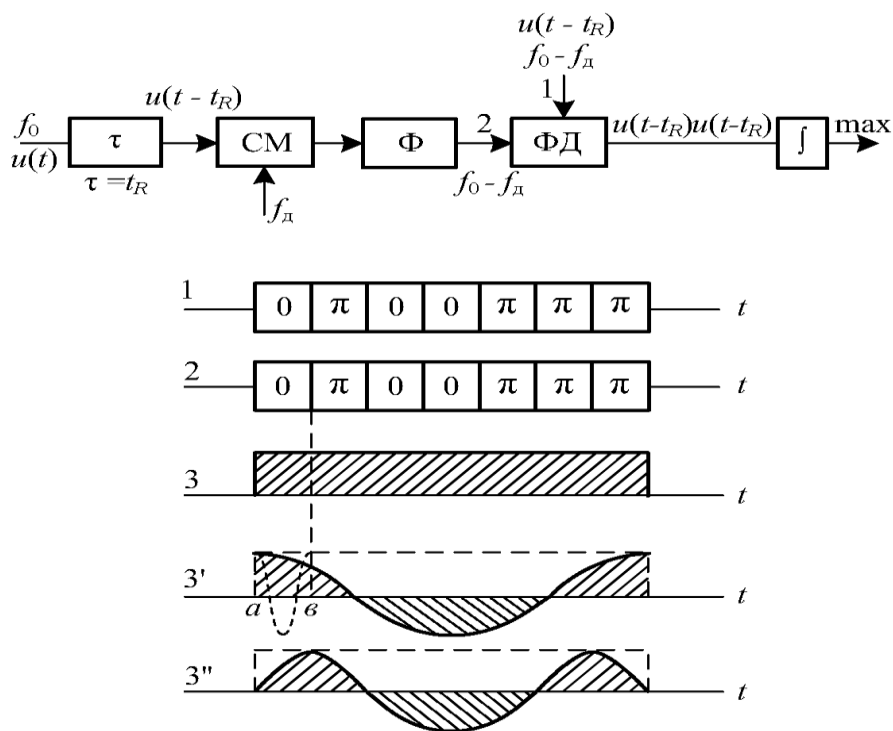


Рис. 25 – Демодуляция кода Баркера

Пусть 1 – отражённый сигнал (от неподвижной цели), 2 – опорный. Начнём с первого символа. В обоих напряжениях – сомножителях фаза одна и та же. Следовательно,  $\varphi = 0$ ,  $\cos(\varphi) = 1$ ,  $u_{\text{ВЫХ}} = \text{max}$ . С переходом ко второму символу во входном напряжении фаза меняется на  $180^\circ$ . Но одновременно она меняется на  $180^\circ$  и в опорном. Разность фаз между ними по-прежнему равна нулю. Поэтому не меняется и выходное напряжение  $u_{\text{ВЫХ}} = \text{max}$ . В результате выходное напряжение 3 будет прямоугольным длинным импульсом (без фазовой манипуляции!).

Интеграл его (площадь) максимален, что и означает максимум корреляции с неподвижной целью. В качестве интегратора может быть использован узкополосный фильтр, который и будет выделять данный сигнал.

Если цель движется, то частота отражённого сигнала отличается от частоты опорного на  $f_d$ . Поэтому, если в начале импульса отражённый и опорный сигналы были в фазе, то с течением времени фазовые соотношения между ними будут меняться с доплеровской частотой  $f_d$  ( $\varphi(t)=2\pi f_d \cdot t$ ), поэтому и  $u_{\text{вых}}$  будет меняться (рис. 25.3'). Теперь интеграл оказывается не максимальным: к положительным площадям прибавляются отрицательные. В частности, кривая 3' даёт  $\int = 0$ , т.е. при таком значении главный пик ФН по оси  $F$  уже кончился. Заметим, что если бы символов в сигнале было не 7, а один, то мы имели бы отрезок  $ab$ , в 7 раз более короткий, и импульс на отрезке был бы почти максимальным, а интеграл смог превратиться в нуль лишь при семикратном значении  $f_d$  (пунктир на 3'), т.е. вдоль оси ширина пика ФН была бы в 7 раз больше. Итак, главный пик ФН по оси  $\tau$  сужается в 7 раз за счёт сжатия, а по оси  $F$  – за счёт демодуляции. Правда, как показывает 3'', с увеличением  $f_d$  интеграл вновь будет отличаться от нуля (по оси  $f_d$  тоже появляются боковые лепестки). На рис.26 показано приближённо, без детальной структуры, функция неопределенности ФМ сигнала. Такая ФН называется ФН "типа кнопки". И хотя объём ее по-прежнему равен единице, пик получается весьма тонким (что и обеспечивает хорошие  $\Delta R$  и  $\Delta V_R$ ), основная же часть тела уходит на построение "шляпки".

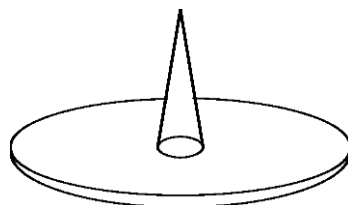


Рис. 26 – «Кнопочная» ФН

Вернемся к схеме рис. 25. Если цель движется, то для восстановления высокого и острого пика нужно добиться максимума интеграла. Для этого сдвигают опорный сигнал не только по времени на  $\tau$ , но ещё и по частоте на  $F = f_{di}$  (с помощью специального смесителя  $S_m$ ; фильтр  $\Phi$  служит для устранения

побочных комбинационных частот, возникающих при смешении). Такая схема оптимальна для  $i$ -й цели, имеющей  $t_{Ri}$  и  $f_{di}$ . Для других комбинаций  $t_{Ri}$  и  $f_{di}$  нужны свои корреляторы, со своими сдвигами по времени и частоте. Таким образом, совместное использование схем сжатия по времени и спектру позволяет обеспечить высокую разрешающую способность по  $\Delta R$  и  $\Delta V_R$ .

К сожалению, коды Баркера существуют только для 2, 3, 4, 5, 7, 11 и 13 символов. Поэтому максимальное отношение высоты "острия" кнопки к толщине ее "шляпки" равно всего лишь 13-ти. Если требуется сжатие большее, чем 13, то приходится применять менее совершенные коды, так называемые бинарные кодирующие последовательности максимального периода (ПМП или М-последовательности) [1].

Генерирование псевдослучайных двоичных М-последовательностей осуществляется схемой С-разрядного регистра сдвига (РС) с комбинационной логической схемой (КС) в цепи обратной связи (рис. 27). Структура КС выбирается в соответствии с рекуррентным соотношением

$$d_c X^c \oplus d_{c-1} X^{c-1} \oplus \dots \oplus d_1 X^1 \oplus d_0 X^0 = 0. \quad (57)$$

В уравнении (57)  $X^i$  представляют собой выходные сигналы  $i$ -х каскадов (триггерных элементов  $T_i$ ) регистра сдвига ( $X^0$  – входной сигнал первого каскада регистра сдвига), которые принимают в фиксированные моменты времени значения 0 или 1. Коэффициенты  $d_i$  также равны 0 или 1, причем всегда  $d_0 = 1$ , так как сигнал с выхода комбинационной схемы обязательно должен подаваться на вход регистра сдвига,  $\oplus$  – операция сложения по модулю два.

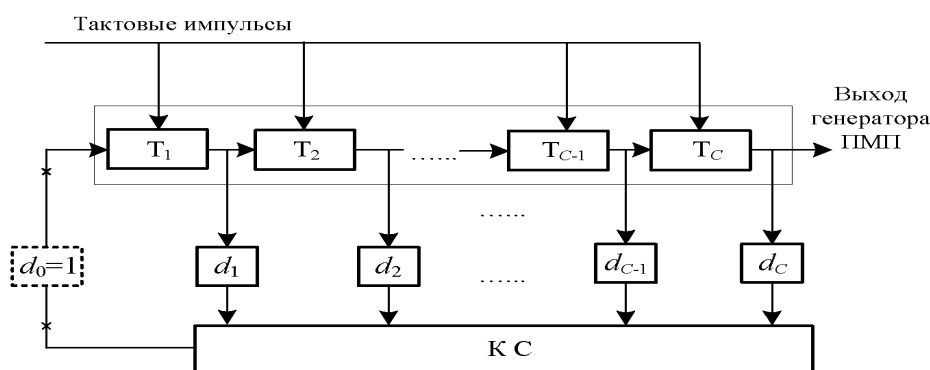


Рис. 27 – Формирователь М-последовательности

Учитывая свойства операции сложения по модулю два, уравнение (57) можно

преобразовать в следующее соотношение:

$$X^0 = d_C X^C \oplus d_{C-1} X^{C-1} \oplus \dots \oplus d_1 X^1, \quad (58)$$

определяющее сумму, которая в каждом такте работы записывается из КС в первый элемент регистра сдвига (РС). Выходные сигналы  $X^1, X^2, \dots, X^C$  триггерных элементов  $T_1, T_2, \dots, T_C$  регистра сдвига представляют собой периодические двоичные последовательности символов  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_N$ , сдвинутых относительно друг друга на один элемент ( $a_i$  принадлежит алфавиту  $(0,1)$ ).

Выходной сигнал  $i$ -го триггерного элемента  $X^i$  можно выразить через последовательность на выходе  $(i - k)$ -го разряда при помощи оператора задержки следующим образом:

$$X^i = X^{i-k} D^k, \quad (59)$$

где  $D$  – оператор задержки на один такт.

Используя (59), преобразуем рекуррентное соотношение (57) к виду:

$$\begin{aligned} & d_C X^0 D^C \oplus d_{C-1} X^0 D^{C-1} \oplus \dots \oplus d_1 X^0 D \oplus X^0 \\ & = X^0 (d_C D^C \oplus d_{C-1} D^{C-1} \oplus \dots \oplus d_1 D \oplus 1) = 0. \end{aligned}$$

Выражение, стоящее в скобках, представляет собой многочлен степени  $C$  относительно  $D$  (многочлен задержки). Как показывает анализ [1], работа формирователя двоичных последовательностей определяется характеристическим многочленом некоторой переменной  $x$ , сопряженным с многочленом задержки:

$$f(x) = x^C \oplus d_1 x^{C-1} \oplus \dots \oplus d_{C-1} x \oplus d_C.$$

Для того чтобы выходная последовательность имела максимально возможный период  $N = 2^C - 1$ , характеристический многочлен должен быть неприводимым и примитивным. Значения коэффициентов характеристических многочленов ПМП до  $C=7$  включительно даны в табл. 1 (где  $d_0 = d_C = 1$ ). Заметим, что любому набору коэффициентов  $d_i$  характеристического многочлена соответствует набор с инверсным расположением коэффициентов  $d^{ин}$ , причем

$$d_0 = d_C^{ин}, d_1 = d_{C-1}^{ин}, \dots, d_i = d_{C-i}^{ин}.$$

В качестве примера определим структуру формирователя ПМП, соответствующую многочлену, коэффициенты которого приведены в строке б

табл.1. Для этого случая  $C = 5$ ,  $d_0 = d_1 = d_2 = d_3 = d_5 = 1$ ,  $d_4 = 0$ .

Многочлен задержки имеет вид  $D^5 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus D \oplus 1$ , а входной сигнал первого регистра сдвига определяется уравнением

$$X^0 = X^5 \oplus X^3 \oplus X^2 \oplus X^1.$$

Значения коэффициентов неприводимых примитивных многочленов для  $C > 7$  можно найти в работе [1].

Таблица 1. Коэффициенты неприводимых примитивных многочленов

№	$C$	$d_0$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$
1	4	1	0	0	1	1			
2		1	1	0	0	1			
3	5	1	0	0	1	0	1		
4		1	0	1	0	0	1		
5		1	0	1	1	1	1		
6		1	1	1	1	0	1		
7		1	1	0	1	1	1		
8		1	1	1	0	1	1		
9	6	1	0	0	0	0	1	1	
10		1	1	0	0	0	0	1	
11		1	1	0	0	1	1	1	
12		1	1	1	0	0	1	1	
13		1	1	0	1	1	0	1	
14		1	0	1	1	0	1	1	
15	7	1	0	0	0	1	0	0	1
16		1	0	0	1	0	0	0	1
17		1	1	1	1	0	0	0	1
18		1	0	0	1	1	1	0	1
19		1	0	0	0	1	1	1	1
20		1	0	1	1	1	0	0	1
21		1	1	1	1	0	1	1	1
22		1	1	1	0	1	1	1	1
23		1	1	1	1	1	1	1	1
24		1	1	1	1	1	1	0	1
25		1	1	1	1	0	1	0	1
26		1	0	0	0	1	0	1	1
27		1	0	0	0	0	0	1	1
28		1	1	0	0	0	0	0	1
29		1	1	0	0	1	0	1	1
30		1	1	0	1	0	0	1	1
31		1	1	1	0	0	1	0	1
32		1	0	1	0	0	1	1	1

Схема генератора ПМП приведена на рис.28.

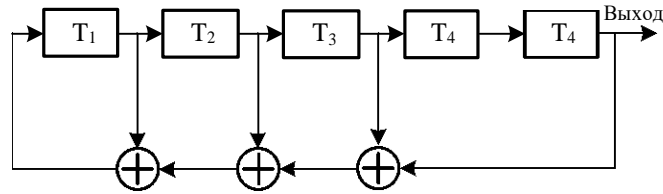


Рис. 28 – Формирователь М-последовательности

Для получения М-последовательности в регистр сдвига необходимо записать начальный блок из  $C$  двоичных элементов  $(a_1, a_2, \dots, a_c)$ , который не может состоять из одних нулей (в противном случае все элементы генерирующей поверхности будут равны нулю). После подачи тактовых импульсов на выходе формирователя образуется двоичная последовательность, первые  $C$  элементов которой являются элементами начального блока. Элементы  $a_{c-1}, \dots, a_n$  получаются в результате выполнения операции суммирования  $C$  предыдущих элементов последовательности в соответствии с рекуррентным соотношением (58) на каждом последующем такте работы РС. Поэтому для элемента  $a_i$  можно записать

$$a_i = d_1 a_{i-1} \oplus d_2 a_{i-2} \oplus \dots \oplus d_c a_{i-c}$$

или в более компактной форме

$$a_i = \sum_{\oplus, j=1}^c d_j a_{i-j}, i > C, \quad (60)$$

где символ  $\sum_{\oplus}$  означает суммирование по модулю два.

При расчете корреляционных функций сигналов и ПМП удобно перейти от двоичного алфавита  $\{0,1\}$  к алфавиту  $\{+1,-1\}$ . Тогда операция сложения по модулю два в алфавите  $\{0,1\}$ :

$$\begin{cases} 0 + 0 \dots \dots \dots 0 + 1 \\ 1 + 0 \dots \dots \dots 1 + 1 \end{cases} = \begin{cases} 0 \dots \dots 1 \\ 1 \dots \dots 0 \end{cases}$$

заменяется операцией умножения в алфавите  $\{+1,-1\}$

$$\begin{cases} +1 \times +1 \dots \dots \dots +1 \times -1 \\ -1 \times +1 \dots \dots \dots -1 \times -1 \end{cases} = \begin{cases} +1 \dots \dots -1 \\ -1 \dots \dots +1 \end{cases},$$

а рекуррентное правило (60) получения элементов ПМП преобразуется к виду:

$$a_i = \prod a_{i-j}^{d_j}, i > C. \quad (61)$$



M-последовательности обладают рядом свойств, которые и определяют их хорошие корреляционные свойства. Приведем некоторые из них:

- число единиц в M-последовательности на единицу больше числа нулей;
- в M-последовательности содержатся все C-значные комбинации двоичных символов, кроме нулевой;
- сумма по модулю 2 элементов периода повторения M-последовательности с этой же последовательностью, но сдвинутой на любое число элементов, кроме числа, равного периоду, является M-последовательностью того же вида, но имеющей другой сдвиг;
- последовательность, полученная в результате суммирования M-последовательностей различных периодов, также периодична, причем ее период равен наименьшему кратному периодов суммируемых последовательностей;
- при заданном C число различных M-последовательностей Q, т.е. различных правил кодообразования, определяется выражением:

$$Q = \frac{1}{C} \varphi(2^C - 1),$$

где  $\varphi(x)$  – функция Эйлера, которая определяет количество чисел, включая единицу, меньших  $x$  и взаимно простых с  $x$ .

Соотношение для вычисления корреляционной функции (КФ) комплексной огибающей радиосигнала, манипулированного по фазе на два уровня (0,  $\pi$ ) в соответствии с ПМП, можно получить из общего выражения для функции неопределенности (35), положив  $f = 0$ . Если элементарные сигналы, соответствующие одному символу ПМП, имеют прямоугольную огибающую, то нормированная КФ видеосигнала, манипулированного ПМП, определится следующим выражением:

$$r_U(\tau) = r(k) + \frac{\tau'}{t_u} [r(k+1) - r(k)], \quad \tau = kt_u + \tau', \quad |\tau'| \leq t_u,$$

где  $r(k)$  – нормированная дискретная КФ M-последовательности,

$k$  – дискретный временной сдвиг, равный целому числу элементов, на которое сдвинуты кодирующие M-последовательности,  $k = 0, 1, 2, \dots$

$t_u$  – длительность элементарного сигнала.

Рассмотрим КФ кодирующих ПМП, используемые на практике:

а) Корреляционная функция непрерывной периодической последовательности вычисляется по формуле:

$$r(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i a_{i+k} = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots, \\ -\frac{1}{N}, & k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1). \end{cases}$$

Как видно, нормированная КФ имеет основной выброс, равный 1, и боковые выбросы, относительный уровень которых равен  $1/N$  (рис.29). С ростом  $N$  КФ таких сигналов приближается к идеальной, когда боковые выбросы по сравнению с основными становятся пренебрежительно малыми.

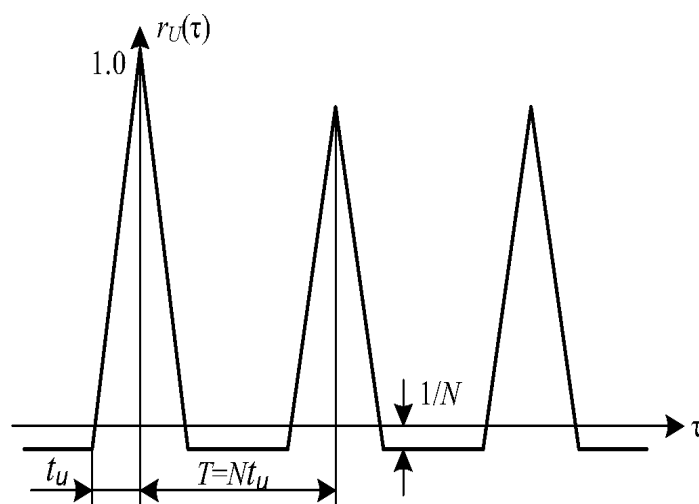


Рис. 29 - Корреляционная функция непрерывной периодической последовательности

б) Корреляционная функция единичной сигнальной посылки, кодированной периодом ПМП из  $N$  элементов:

$$r(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} a_i a_{i+k}, \quad k \in [-N, N].$$

В этом случае КФ будет иметь наибольшие боковые выбросы, равные примерно  $1/\sqrt{N}$ , что вытекает из псевдослучайного характера последовательности, в которой содержится приблизительно одинаковое число элементов  $+1$  и  $-1$  (рис.30).

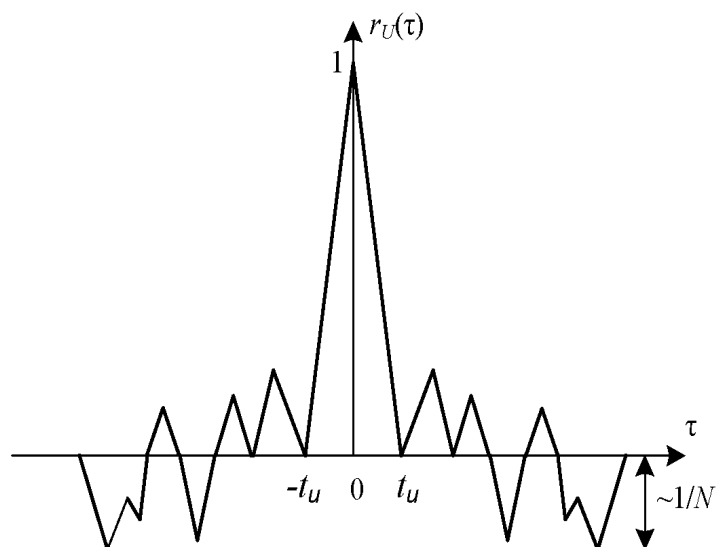


Рис. 30 - Корреляционная функция единичной сигнальной посылки, кодированной периодом ПМП из  $N$  элементов

Однако можно найти такие  $M$ -последовательности, у которых будет более удачное сочетание разнополярных символов, в результате чего уровень наибольших боковых выбросов может быть меньше  $1/N$ .

в) Корреляционная функция пачки сигнальных посылок, кодированных периодом ПМП из  $N$  элементов или усеченным периодом из  $P$  элементов ( $1 \leq P \leq N$ ). Число сигнальных посылок  $T = 2P$  элементов. Структура такого сигнала показана на рис.31

$$r(k) = \frac{1}{NP} \sum_{i=b_1}^{b_2} \sum_{j=b_3}^{b_4} a([j+iq] \bmod N) \times \\ \times a([j+m+N]+[(i+n)q] \bmod N), \quad (62)$$

где индексы элементов в скобках  $a(i) = a_i$ ,  $n$  – дискретный сдвиг последовательностей, равный целому числу периодов повторения  $T$  сигнальных посылок ( $0 \leq n \leq N-1$ ),  $m$  – дискретный сдвиг последовательностей, равный числу элементов, на которое сдвинуты сигналы внутри периода,  $-(P-1) \leq m \leq (P-1)$ , значок  $\bmod N$  – суммирование по модулю  $N$ ,  $q$  – циклический сдвиг (сдвиг на  $q$  элементов вправо или влево) кодирующей последовательности в каждой последующей сигнальной посылке пачки  $0 \leq q \leq N-1$ . Пределы суммирования определяются следующими соотношениями:  $b_1 = 0$ ,  $b_2 = N-1-n$ ,  $b_3 = \max(0, -m)$ ,  $b_4 = \min(P-1, P-1-m)$ .

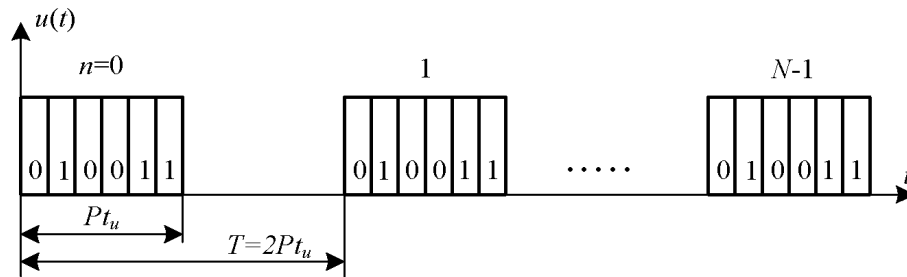


Рис. 31 – Пачка посылок M-последовательности

Заметим, что при  $q = 0$  все сигнальные посылки пачки кодируются одним и тем же периодом ПМП. Уровень боковых выбросов при этом соответствует КФ (п. б). Для  $q = 1$  все сигнальные посылки пачки кодируются ПМП, сдвинутыми относительно друг друга на один элемент. Как показывают расчеты, уровень боковых выбросов КФ на интервале задержек  $-N \leq k \leq N$  не превышает значения  $1/N$ , которое характерно для боковых выбросов КФ непрерывной ПМП.

#### 4. Оптимальное пеленгование на трассах распространения СВЧ-радиоволн

На маневренных трассах в различных районах океана и морей наиболее вероятным является прием сигналов сканирующих по азимуту остронаправленных источников излучения (судовых или береговых обзорных радиолокаторов). Задачей систем пеленгования является определение угловых координат таких радиолокаторов. В работе [2] проведен анализ статистической модели поля сканирующего по углу загоризонтного СВЧ источника, учитывающей свойства функции пространственной когерентности (ФПК) поля остронаправленного источника на загоризонтных морских трассах. В данной работе на основе такой модели проведен анализ эффективности пеленгования источников излучения с остронаправленной антенной, сканирующей по азимуту. Оценена величина дополнительной погрешности пеленгования, обусловленная сканированием источника.

Считая диаграмму направленности антенны источника гауссовой, распределение поля в раскрыве передающей антенны, соответствующее ее обратному преобразованию Фурье, можно записать в виде

$$I_T(\rho_0, \alpha) = \exp\left[-\rho_0^2/a_T^2 + i k \alpha \rho_0\right], \quad (1)$$

где  $a_T^2 = 4 \ln 2 / k^2 \Theta_{II}^2 = 2,77 / k^2 \Theta_{II}^2$  - квадрат половины эффективной ширины раскрыва передающей антенны,  $\Theta_{II}$  - ширина диаграммы направленности источника излучения на уровне - 3 дБ (в радианах).

Нормированную функцию когерентности рассеянной составляющей поля сканирующего по углу источника в плоскости приемных апертур пеленгатора можно представить в виде [2]

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\phi}(\rho_1, \rho_2, \alpha_1, \alpha_2) = & \frac{1}{\Pi_T} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\alpha k a_T}{\Pi_T} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta \alpha k a_T}{2} \right)^2 - \left( \frac{\Delta \rho}{l_{\rho} \Pi_T} \right)^2 \right. \\
 & \left. \left[ 1 + (\Pi_T^2 - 1) \left( 1 - \left( \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right)^2 \right) \right] - i \alpha \left( \frac{2 \Delta \rho k a_T^2}{l_{\rho}^2 \Pi_T^2} \right) \left( \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right) + i k \frac{\rho \Delta \rho}{2D} \right\}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где  $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$ ,  $\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ ,  $\Pi_T^2 = 1 + a_T^2 / l_{\rho}^2$ ,  $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ ,  $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$ ,  $D$ - длина трассы  $l_{\rho}$  и  $\gamma$  являются параметрами ФПК и соответствуют интервалу пространственной корреляции поля и коэффициенту эллиптичности ФПК.

Для оценки угловых координат используются два основных типа пеленгаторов с амплитудным и фазовым антенными датчиками. Амплитудный антенный датчик состоит из двух направленных антенн со смещенными фазовыми центрами и диаграммами направленности, одинаковыми по форме, но разнесенными на угол  $\Delta \Theta$ . Фазовый антенный датчик состоит из двух слабонаправленных антенн, разнесенных на расстояние  $L$  поперек трассы. Для фазового датчика апертурные функции слабонаправленных ( $a_R \ll l_{\rho}$ ) приемных антенн можно записать как

$$I_{1,2}(\rho, \Theta) = \delta(\rho \pm L/2) \exp(ik \Theta \rho), \quad (3)$$

где  $L$  - база (расстояние между антеннами), полагая  $L^2 \ll D$  (длина трассы);  $\Theta$  - пеленг, то есть угол между нормалью к базе и направлением на источник.

Используя (2), (3) и нормированную функцию когерентности суммарного поля, равную взвешенной сумме (2) и  $\Gamma_0 - (\Gamma_\phi(...))$  при  $l_\rho \rightarrow \infty$ )

$$\Gamma_\Sigma = (\Gamma_\phi + g^2 \Gamma_0) / (1 + g^2), \quad (4)$$

где  $g^2$  - параметр когерентности, равный отношению средней интенсивности регулярной и случайной составляющих при использовании ненаправленной передающей антенны, можно получить выражение для элементов корреляционной матрицы сигналов на выходе фазового датчика [2]

$$\begin{aligned} R_{jm}(\alpha_1, \alpha_2) = \overline{U_j(\alpha_1)U_m^*(\alpha_2)} = \frac{1}{1+g^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\alpha k a_T}{2}\right)^2 + ik\Theta\alpha\right] \times \\ \left\{ \frac{1}{\Pi_T} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha k a_T}{\Pi_T}\right)^2 - \left(\frac{L}{l_\rho \Pi_T}\right)^2 \left(1 + (\Pi_T^2 - 1) \left(1 - \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)^2\right)\right)\right] - \right. \\ \left. - i\alpha \frac{2Lk a_T^2}{l_\rho^2 \Pi_T^2} \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)\right] + g^2 \exp\left[-\frac{1}{2}(\alpha k a_T^2)^2\right] \}, j, m = 1; 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Для амплитудного датчика апертурные функции антенн могут быть записаны как

$$I_{1,2}(\rho, \Theta_{1,2}) = \exp\{-(\rho^2/a_R^2) + ik\Theta_{1,2}\rho\}, \quad (6)$$

при этом  $\Theta = (\Theta_1 + \Theta_2)/2$  - угол между направлением на источник и равносигнальным направлением приемных антенн (пеленг);  $\Delta\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$  - угловое разнесение двух приемных антенн. Матрица корреляционных функций сигналов для амплитудного датчика имеет вид [2]

$$\begin{aligned} R_{jm}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{1+g^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\alpha k a_T}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\Theta k a_R}{2}\right)^2\right] \times \\ \left\{ \frac{1}{\Pi_T} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{k a_T \Pi_R}{\Pi_{TR}} \left(\alpha - \Theta \frac{2a_R^2(1-\gamma^2)}{\Pi_R^2 l_\rho^2 (1+\gamma^2)}\right)\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta k a_R}{\Pi_R}\right)^2 - ik\Delta\Theta \frac{k^2 a_R^2 \Pi_T^2}{8D \Pi_{TR}^2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \left(\Theta - \alpha \frac{2a_T^2}{l_\rho^2 \Pi_T^2} \left(\frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)\right)\right] + g^2 \exp\left[-\frac{1}{2}(\alpha k a_T)^2 - \frac{1}{2}(\Theta k a_R)^2 - ik\Delta\Theta \Theta \frac{k^2 a_R^4}{8D}\right]\right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Pi_R^2 = 1 + 2a_R^2/l_\rho^2$  - потери усиления приемной антенны,

$$P_{TR}^2 = P_T^2 P_R^2 - \frac{4a_T^2 a_R^2}{l_p^4} \left( \frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2} \right)^2 \quad (8)$$

- совместные потери усиления передающей и приемной антенн при наличии только рассеянной составляющей поля.

Для анализа работы измерительных систем большое значение имеет оценка их потенциальных возможностей. Потенциальная точность оценки измеряемого параметра определяется минимальной величиной дисперсии и дает нижнюю границу чувствительности и достижимой точности измерения.

Потенциальная точность измерения (пеленгования) независимо от способа получения оценки может быть определена с помощью неравенства Крамера-Рао. Неравенство Крамера-Рао является одним из немногих строгих, сравнительно простых и наглядных средств сравнения систем оценки параметров и исследования их потенциальных возможностей. Оценка, для которой неравенство преобразуется в равенство, является наиболее эффективной. Для несмещенной оценки или оценки с постоянным смещением из неравенства Крамера-Рао следует, что дисперсия оценки не может быть меньше величины, обратной информации Фишера.

Таким образом, информация Фишера является количественной мерой предельной точности оценки. Информация Фишера может быть определена как величина, пропорциональная отношению сигнал-шум по мощности и кривизне нормированной корреляционной функции полезного сигнала по оцениваемому параметру в ее максимуме [2]

$$J = -2q \left[ \frac{\partial^2 R(\Theta)}{\partial \Theta^2} \right] \bigg|_{\Theta=0}, \quad (9)$$

где  $q$  - параметр обнаружения (энергетическое отношение сигнал-шум на выходе системы пространственно-временной обработки сигналов на фоне пространственно-временного белого шума).

Сигналы загоризонтного источника при прохождении через случайно-неоднородную среду подвергаются пространственно-временным искажениям. Задачи построения теории оценок параметров сигналов, прошедших через

статистически неоднородную среду, и оценки предельных возможностей систем с учетом условий распространения еще требуют своего решения. В равной мере эти задачи нерешены для распространения пространственных сигналов (полей).

В настоящее время имеется несколько диссертационных работ, посвященных исследованию точности пеленгования в условиях пространственно-временных и частотных искажений сигналов. Полученные результаты обобщены в работе [2]. В большинстве этих работ рассматриваются сигналы, представляющие собой аддитивную смесь регулярного сигнала и стационарного нормального узкополосного случайного процесса с нулевым средним и заданной пространственной корреляционной функцией. В свою очередь случайная составляющая смеси рассматривается как суперпозиция двух независимых флуктуационных процессов: внутренних шумов приемных каналов и случайной составляющей сигнала, обусловленной неоднородностью среды, в которой происходит распространение волн. В этом случае возможен анализ точности пеленгования лишь при наличии регулярного сигнала. В некоторой степени такой подход оправдан, если угловой энергетический спектр случайного (рассеянного) сигнала широк по сравнению с требуемой точностью пеленгования, что позволяет приравнивать его к шумовой составляющей.

В работе [2] рассмотрен более общий случай, учитывающий возможность пеленгования и по чисто рассеянному сигналу. Здесь отношение суммарной мощности сигнала к мощности шума в приемном канале представлено в виде  $q = (1 + g^2) q_{\phi}$ , где  $q_{\phi}$  - отношение сигнал-шум для рассеянного сигнала.

Почти все работы посвящены анализу точности пеленгования, в случае, когда максимум диаграммы направленности источника ориентирован строго на пеленгатор и источник не сканирует. Наиболее полное исследование точности пеленгования загоризонтного источника по его боковому излучению при отвернутой ДН источника проведено в работе [2]. Здесь показано, что наибольшая точность пеленгования может быть достигнута, когда максимум источника строго направлен на пеленгатор ( $\alpha = 0$ ). При сканировании источника из-за искажений сигнала момент времени, когда ДН источника направлена на пеленгатор, известен с некоторой погрешностью. В работе [2] под ним понимают момент времени,



когда амплитуда принимаемого сигнала максимальна. Экспериментальные исследования, проведенные в ТУСУР на трассах [3] Охотского радиофизического полигона со специально организованной передачей на приемный пункт сигнала «метки», соответствующего максимуму ДН источника, показали, что эти моменты отличаются. По предварительным оценкам величина отклонения «метки» от момента максимума амплитуды достигает половины ширины мгновенной диаграммы.

Для определения дисперсии эффективной оценки пеленга в условиях неопределенности положения максимума диаграммы сканирующего источника  $\alpha$  необходимо использование информационной матрицы Фишера  $(2 \times 2)$ . Тогда информация Фишера относительно пеленга  $\Theta$  (при неизвестном  $\alpha$ ) может быть получена как

$$J = J_{\Theta\Theta} - J_{\Theta\alpha}^2 / J_{\alpha\alpha}, \quad (10)$$

где  $J_{ij}$  — элементы информационной матрицы Фишера.

Для простоты полагаем  $g = 0$ , то есть рассматриваем случай пеленгования по чисто рассеянному сигналу. Это оправдано, так как при загоризонтном распространении отклонения углов прихода для флуктуационной компоненты значительно больше, чем для когерентной и основными источниками ошибок являются быстрые флуктуации. Также считаем, что точность пеленгования при приеме одной реализации мгновенной диаграммы определяется лишь пространственными искажениями сигналов. Так как речь идет о потенциальной точности, полагаем, что неоднозначность пеленгования, свойственная фазовым пеленгаторам, каким-либо образом устранена.

Значения  $J_{ij}$  в выражении (10) определяем по формуле (9), используя соответствующие частные производные величин (5) и (7) по переменным  $\Theta$  и  $\alpha$ . Величины информации Фишера относительно пеленга  $\Theta$ , когда  $\alpha$  известно, получим в виде

$$J_{\Theta\Theta}^{\Phi} = 2q_{\Phi} k^2 L^2 \exp\left\{-\left(\frac{L}{l_{\rho} \Pi_T}\right)^2 \left(1 + (\Pi_T^2 - 1) \left(1 - \left(\frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}\right)^2\right)\right)\right\}, \quad (11)$$

$$J_{\Theta\Theta}^A = 2q_\Phi \frac{k^2 a_T^2}{\Pi_R^2} \left[ 1 + \frac{4a_T^2 a_R^2 (1-\gamma^2)}{\Pi_{TR}^2 l_\rho^4 (1+\gamma^2)} \right] \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\Theta k a_R}{2} \right)^2 \right\}, \quad (12)$$

для фазового и амплитудного пеленгаторов соответственно. Обратные информации Фишера (11) и (12) величины определяют дисперсии эффективных оценок пеленга загоризонтного источника с использованием фазового  $\sigma_{opt\Phi}^2$  и амплитудного  $\sigma_{optA}^2$  пеленгаторов. Видно, что величины  $\sigma_{opt}^2$  для фазового и амплитудного пеленгаторов зависят от параметров самого пеленгатора ( $q_\Phi, L, a_R, \Delta\Theta$ ), параметров источника ( $k, a_T$ ) и характеристик канала распространения ( $l_\rho, \gamma$ ). Так, например, дисперсия эффективной оценки пеленга для амплитудного и фазового пеленгаторов с увеличением  $\gamma$  возрастает, кроме того, при амплитудном пеленговании такая зависимость от  $\gamma$  проявляется сильнее.

Величины  $\sigma_\Phi^2$  и  $\sigma_A^2$ , учитывающие дополнительную погрешность оценки пеленга за счет неопределенности  $\alpha$  при сканировании источника, определяем как обратные величинам  $J_\Phi$  и  $J_A$ , вычисленным с использованием формулы (10). Затем для фазового и амплитудного пеленгаторов оцениваем величины относительной эффективности оценки пеленга как

$$\sigma_{opt\Phi}^2 / \sigma_\Phi^2 = 1 / (1 + P_\Phi), \quad \sigma_{optA}^2 / \sigma_A^2 = 1 - P_A, \quad (13)$$

где

$$P_\Phi = \frac{4h^2 d_\Phi^2 \left( \frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2} \right)^2}{1 + 2h^2}, \quad (14)$$

$$P_A = \frac{4h^2 d_A^2}{(1 + 2h^2)(1 + 2d_A^2)} \left( \frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2} \right), \quad (15)$$

$$h = a_T / l_\rho, \quad d_\Phi = L / l_\rho, \quad d = a_R / l_\rho.$$

Относительная эффективность оценки пеленга характеризует величину превышения дополнительной погрешности пеленгования по сравнению с  $\sigma_{opt}^2$ .

На рис. П.1 – П.10 представлены результаты расчета величины относительной эффективности оценки пеленга для различных величин  $\gamma$  для случая слабонаправленной ( $h = 0,1-1$ ) и сильнонаправленной антенны источника ( $h = 1-10$ ) для малых ( $d_\Phi, d_A = 0,1-1$ ) и больших искажений сигналов ( $d_\Phi, d_A = 1-10$ ). Результаты расчета эффективности фазового пеленгования даны на рис. П.7 – П.10, а амплитудного - на рис. П.1 – П.7. Полученные зависимости необходимы для проектирования систем определения угловых координат. Они позволяют оценить ожидаемую погрешность пеленгования по априорным сведениям о пространственных характеристиках загоризонтных каналов ( $l_\rho$  и  $\gamma$ ) и выбрать соответствующие параметры пеленгаторов.

Из результатов расчета следует, что как при амплитудном, так и при фазовом пеленговании сканирующего источника значительное влияние на погрешность пеленгования оказывает дополнительная неопределенность  $\alpha$ . Величина превышения этой составляющей погрешности над флуктуационной сильно зависит от параметров  $h, d$  и  $\gamma$ . С увеличением параметров  $d$  или  $h$  величина дополнительной погрешности пеленгования увеличивается.

При фазовом пеленговании характер зависимости  $\sigma_{opt}^2 / \sigma_\Phi^2$  от  $h$  и  $d$  различен, а при амплитудном одинаков и совпадает с зависимостью от  $h$  при фазовом пеленговании. Это, очевидно, объясняется теоремой взаимности, так как передающая и приемные антенны при амплитудном пеленговании находятся в одинаковых условиях. Кроме того, при тех же параметрах эффективность пеленгования для амплитудного пеленгатора примерно в два раза выше, чем для фазового.

Интересна зависимость эффективности пеленгования от величины  $\gamma$ . Как при амплитудном, так и при фазовом пеленговании с увеличением  $\gamma$  эффективность пеленгования улучшается, то есть влияние дополнительной погрешности за счет неопределенности  $\alpha$  на дисперсию оценки пеленга уменьшается. При малых искажениях

сигналов ( $d < 0,5$ ) или слабонаправленных источниках ( $h < 0,5$ ) дополнительной погрешностью пеленгования можно пренебречь при  $\gamma > 0,5$ . Но

для больших  $h$  или  $d$  дополнительная погрешность значительно ухудшает эффективность пеленгования даже при  $\gamma > 0,8$ . Для амплитудного пеленгатора (см. рис.8) ухудшение эффективности пеленгования не так велико.

Случай  $\gamma = 0$  соответствует представлению модели канала распространения в виде хаотического экрана, подобно [2], и также может быть проанализирован с помощью графиков рис. П.1. – П.10. Но, к сожалению, сравнить эти результаты с выводами [2] не представляется возможным, так как там не рассматривалась величина дисперсии эффективной оценки пеленга.

Экспериментальные оценки величин относительной эффективности фазового пеленгования загоризонтного сканирующего источника были получены по результатам обработки 40 сеансов измерений. По эмпирическим оценкам зависимостей  $\sigma_{opt}^2/\sigma^2$  от  $\gamma$  и  $l_p$ . Установлено, что в 50% случаев величина дополнительной погрешности пеленгования в два раза превышала флуктуационную составляющую погрешности. Характер экспериментальных зависимостей от  $\gamma$  и  $l_p$  соответствует расчетным. При увеличении  $\gamma$  экспериментальные оценки величин  $\sigma_{opt}^2/\sigma^2$  увеличиваются. В случае, когда интервал корреляции превышал базу фазового пеленгатора  $l_p > 5,2$  м, величина дополнительной погрешности пеленгования, обусловленная неопределенностью  $\alpha$ , была наименьшей, но превышала флуктуационную составляющую погрешности пеленгования на 25%.

Погрешность пеленгования может быть уменьшена, если принять меры к уменьшению дополнительной составляющей погрешности. Для этого при проектировании пеленгаторов необходимо принять меры по оценке положения максимума диаграммы излучения источника. Например, при фазовом пеленговании кроме оценки разности фаз сигналов с двух разнесенных антенн необходимо проводить оценку центра тяжести МД по огибающей пачки сигналов. Можно использовать и другие методы для более точной оценки  $\hat{\alpha}$ .

## Литература

1. Чапурский В.В. Избранные задачи теории сверхширокополосных радиолокационных систем / В.В. Чапурский. – 3-е изд., испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 279 с.
2. Голиков А.М. Оптимальное пеленгование на трассах распространения СВЧ-радиоволн // Электронные средства и системы управления: материалы докладов XVII Международной научно-практической конференции (17–19 ноября 2021 г.): в 2 ч. – Ч. 2. – Томск: В-Спектр, 2021. С. 259-261
3. Голиков А.М., Крутиков М.В., Мещеряков А.А., Лебедев В.Ю., Шарыгин Г.С. Охотский радиофизический полигон ТУСУР и исследования по комплексной программе распространение радиоволн // Шарыгинские чтения. Первая международная научная конференция ведущих научных школ в области радиолокации, радионавигации и радиоэлектронных систем передачи информации. Сборник докладов. –Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2019. С.16-26.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Контрольные вопросы и оценочные средства

1. Что понимают под помехозащищенностью и помехоустойчивостью систем измерения параметров движения летательных аппаратов? С каким из этих понятий связано использование псевдослучайных (ПС) сигналов?
2. Какие параметры измерительной системы могут быть улучшены при использовании ПС сигналов?
3. Как сказывается измерение частотно-временной базы (база – произведение эффективной длительности сигнала на эффективную ширину его спектра) сложных сигналов на параметрах ФН и КФ? Каковы пути увеличения базы непрерывных и дискретных сигналов?
4. Как связаны технические показатели качества системы измерения параметров движения летательных аппаратов с параметрами ФН и КФ?
5. Каковы преимущества дискретных ПС сигналов перед непрерывными сложными сигналами?
6. Как связаны КФ реального радиосигнала, видеосигнала и соответствующей им кодирующей последовательности?
7. Нарисовать функциональную схему генератора ПМП для заданного преподавателем из таблицы 1 варианта характеристического многочлена.
8. Записать элементы кодирующей последовательности пачки сигнальных посылок с циклическим сдвигом  $q=1$  для ПМП, определяемой характеристическим многочленом  $1011$ ,  $C=3$ .
9. Дать определение нормированной КФ сигнальной посылки и ее кодирующей последовательности.
10. Нарисовать функциональную схему корреляционного устройства обработки ПС сигналов.

### Оценочные средства

- 1) Какими показателями характеризуются системы измерения параметров движения.
  - а) надежностью обнаружения и точностью измерения параметров сигнала

от наблюдаемого объекта;

б) неоднозначностью оценки параметров сигналов и разрешающей способностью сигналов по измеряемым параметрам;

в) оба варианта верны;

г) другой (Ваш ответ).

2) От чего зависит точность совместного измерения дальности и скорости?

а) от произведения эффективной длительности сигнала на эффективную ширину его спектра;

б) от амплитуды сигнала;

в) от эффективной длительности сигнала;

г) от эффективной ширины спектра сигнала;

д) другой (Ваш ответ).

3) Как можно улучшить основные показатели систем измерения параметров движения:

а) уменьшить длительность импульса зондирующего сигнала;

б) использовать сложные зондирующие сигналы;

в) другой (Ваш ответ).

4) На что влияет скорость спадания главного лепестка функции неопределенности?

а) разрешающую способность по этим координатам и точность измерения рассогласований принимаемого сигнала по частоте и задержке;

б) комплексную огибающую сигнала;

в) несущую частоту;

г) другой (Ваш ответ).

5) Как происходит генерирование ПМП?

а) с помощью схемы  $C$ -разрядного регистра;

б) с помощью комбинационной логической схемы;

в) с помощью схемы  $C$ -разрядного регистра и комбинационной логической схемы в цепи обратной связи.

б) Максимально возможный период выходной  $M$ -последовательности:

а)  $N = 2^C - 1$ ;

б)  $N = 2^C + 1$

в)  $N = 2^C$ ;

г)  $C$ .

7) Боковые выбросы для нормированной КФ непрерывной периодической последовательности будут составлять:

а)  $1/N$ ;

б)  $N$ ;

в)  $1/\sqrt{N}$ ;

г)  $1/2N$ .

8) Боковые выбросы для КФ единичной посылки, кодированной  $N$  элементами ПМП, будут составлять:

а)  $1/N$ ;

б)  $N$ ;

в)  $1/\sqrt{N}$ ;

г)  $1/2N$ .

д) другой (Ваш ответ).

9) Точность измерения несущей частоты повышается с учетом:

а) радиальной составляющей скорости «сближения» источника и приемника сигналов;

б) увеличения длительности сигнала.

в) верны оба ответа.

10) В типовой ситуации обработки сигналов на фоне гауссовской помехи с равномерной спектральной плотностью надежность обнаружения:

а) не зависит от формы сигнала;

б) определяется только отношением общей энергии к спектральной плотности мощности шума;

в) верны оба варианта;

г) другой (Ваш ответ).



## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Оптимальное пеленгование источников СВЧ излучения

#### Расчетное задание

1. Запишите выражение для корреляционной матрицы сигналов на выходе фазового датчика.
2. Запишите выражение для корреляционной матрицы сигналов на выходе амплитудного датчика.
3. Запишите выражение для совместных потерь усиления передающей и приемной антенн при наличии только рассеянной составляющей поля
4. Информация Фишера является количественной мерой предельной точности оценки. Запишите выражение для Информация Фишера.
5. Запишите выражение информации Фишера относительно пеленга  $\Theta$ , для фазового и амплитудного пеленгаторов
6. Запишите выражение для относительной эффективности оценки пеленга для фазового и амплитудного пеленгаторов
7. Проведите расчет и анализ зависимостей эффективности оценки пеленга для фазового (рис. П7 – П.10) и амплитудного пеленгаторов (рис. П.1 – П.6) от параметров трассы распространения и параметров пеленгаторов:

#### Амплитудный пеленгатор

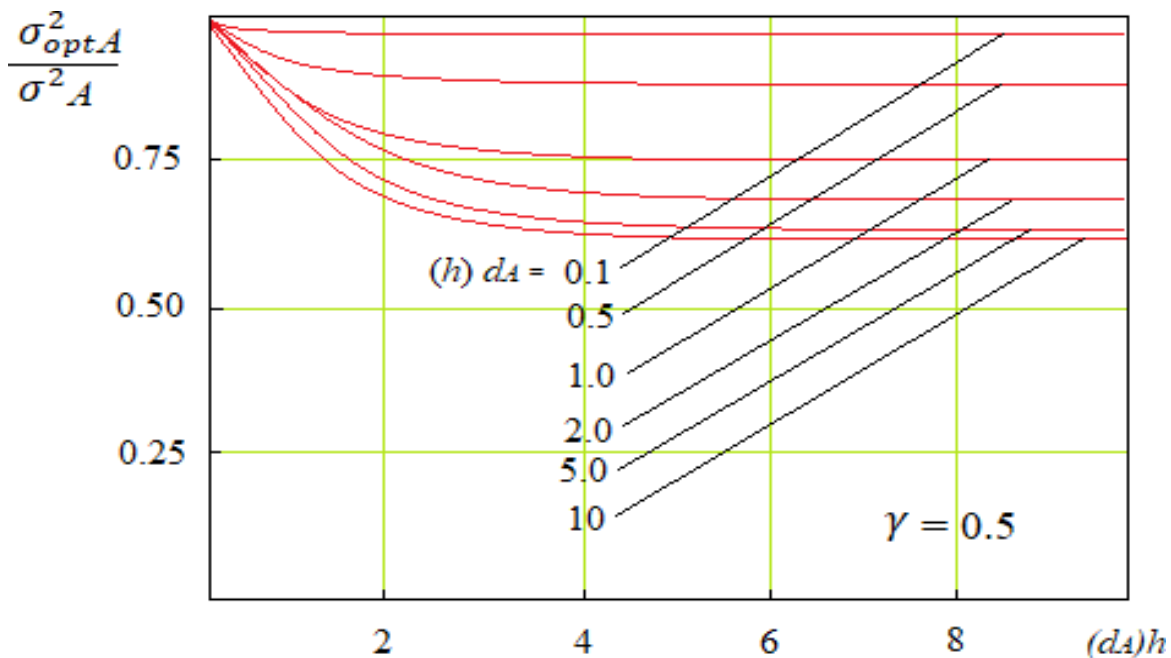


Рис. П.1 – Зависимости при больших коэффициентах эллиптичности сечений ФПК

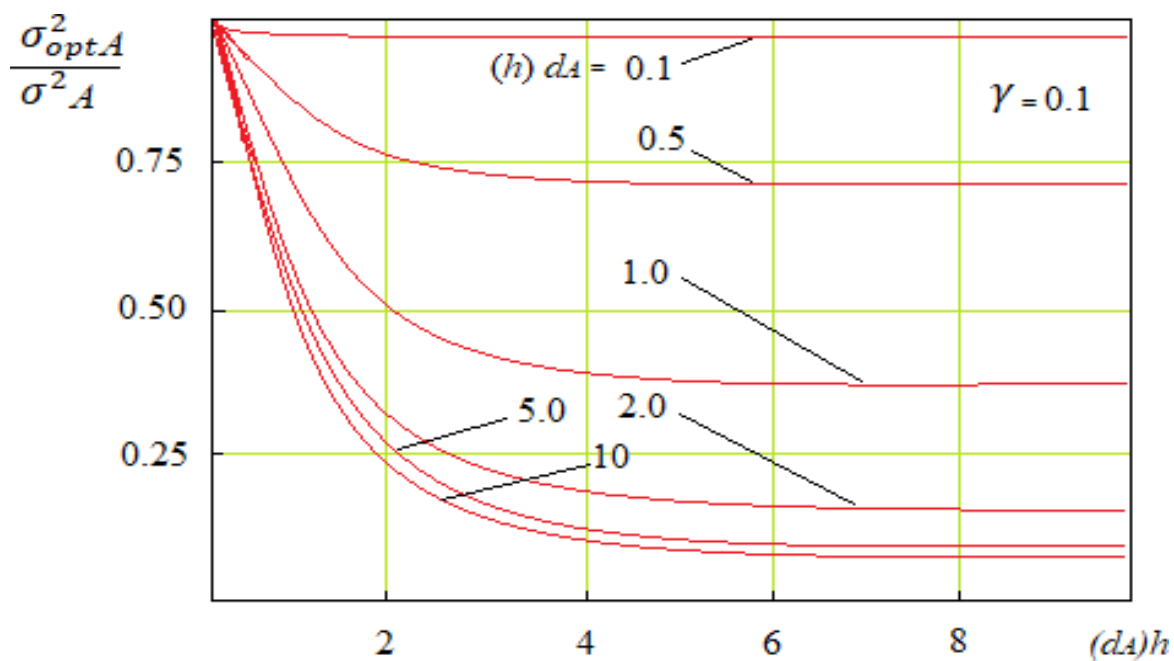


Рис. П.2 – Зависимости при малых коэффициентах эллиптичности сечений ФПК

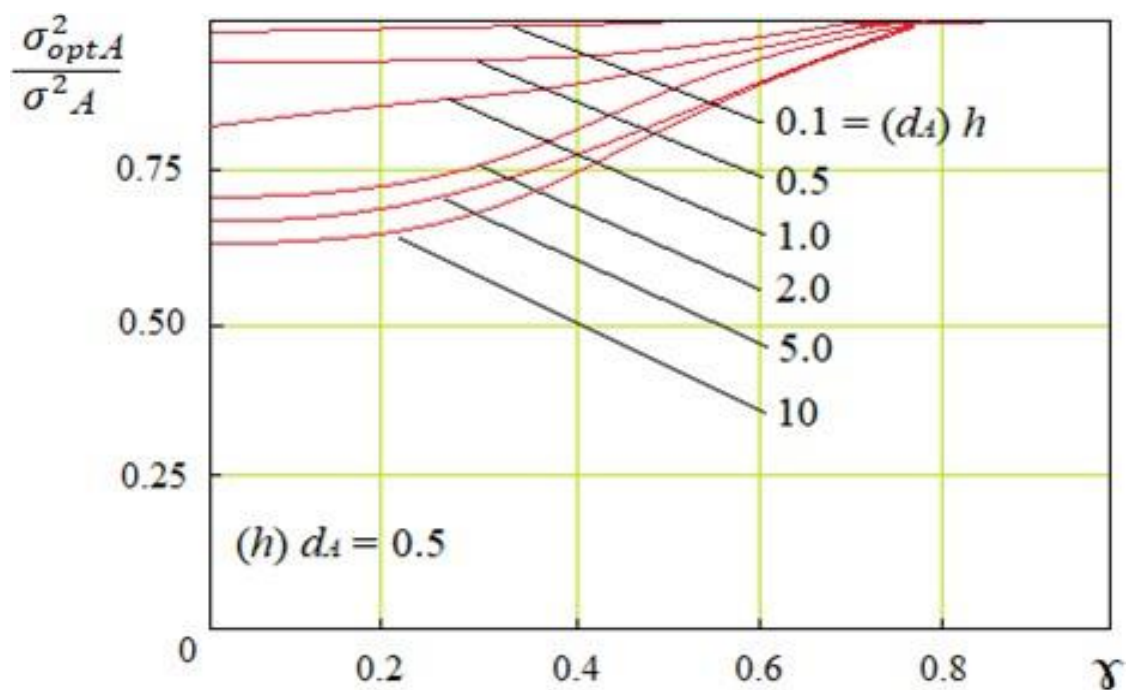


Рис. П.5 – Зависимости при слабонаправленной антенне источника либо приемника

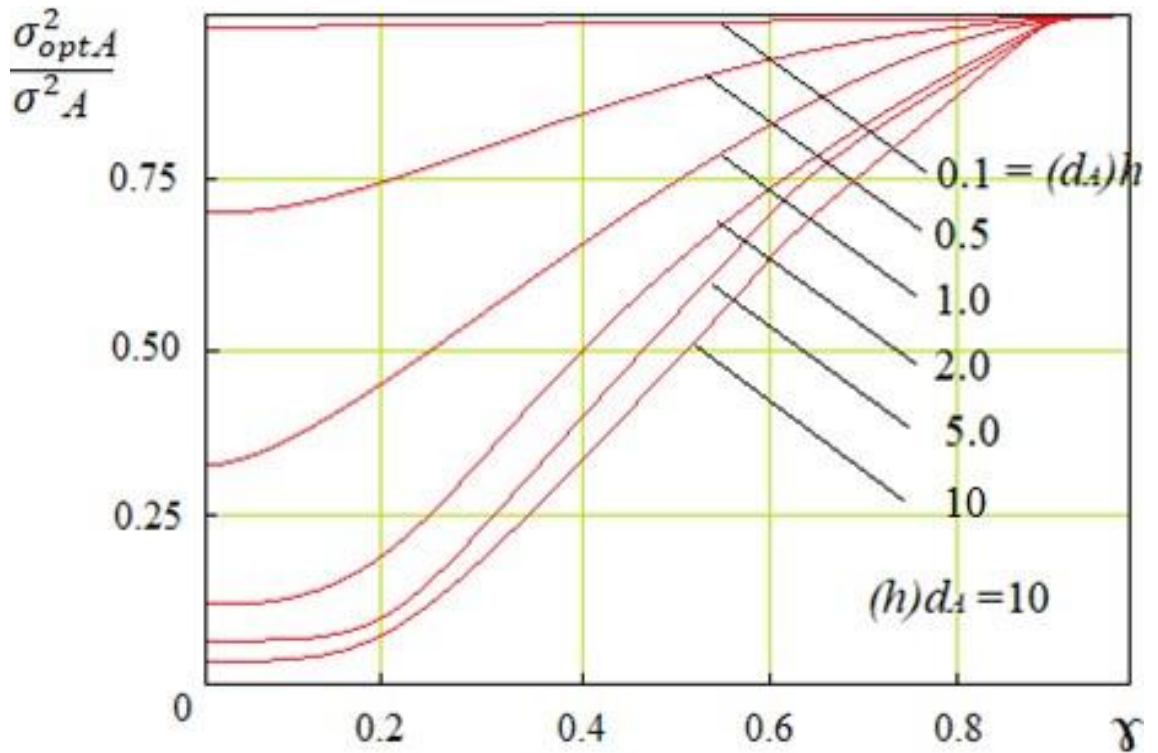


Рис. П.6 – Зависимости  $g$  при сильнонаправленной антенне источника либо приемника

### Фазовый пеленгатор

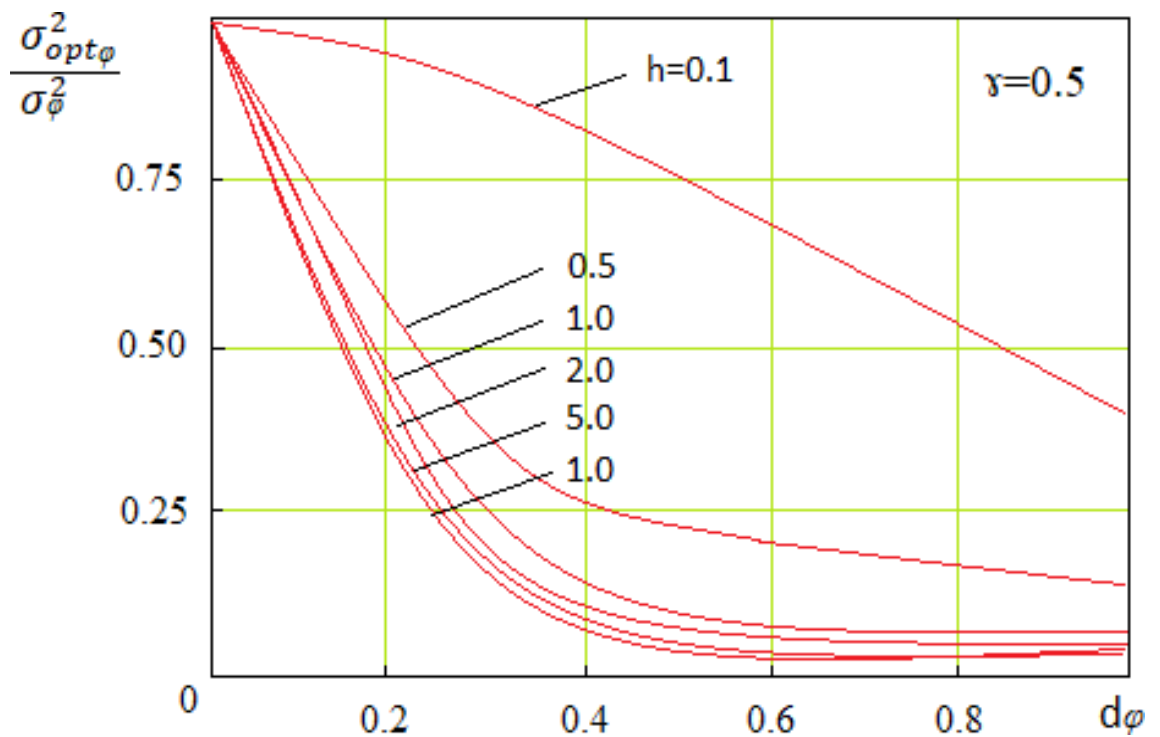


Рис. П.7 – Зависимости от пространственных искажений сигналов

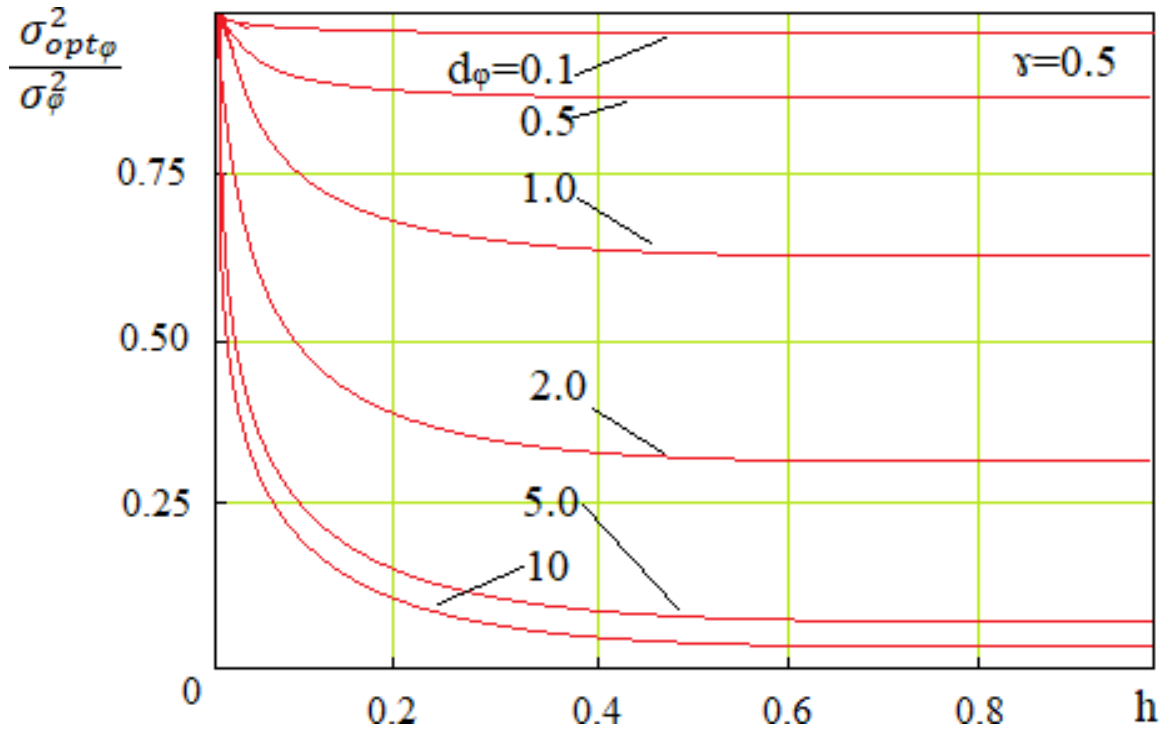


Рис. П.8 – Зависимости от направленности пеленгуемого источника

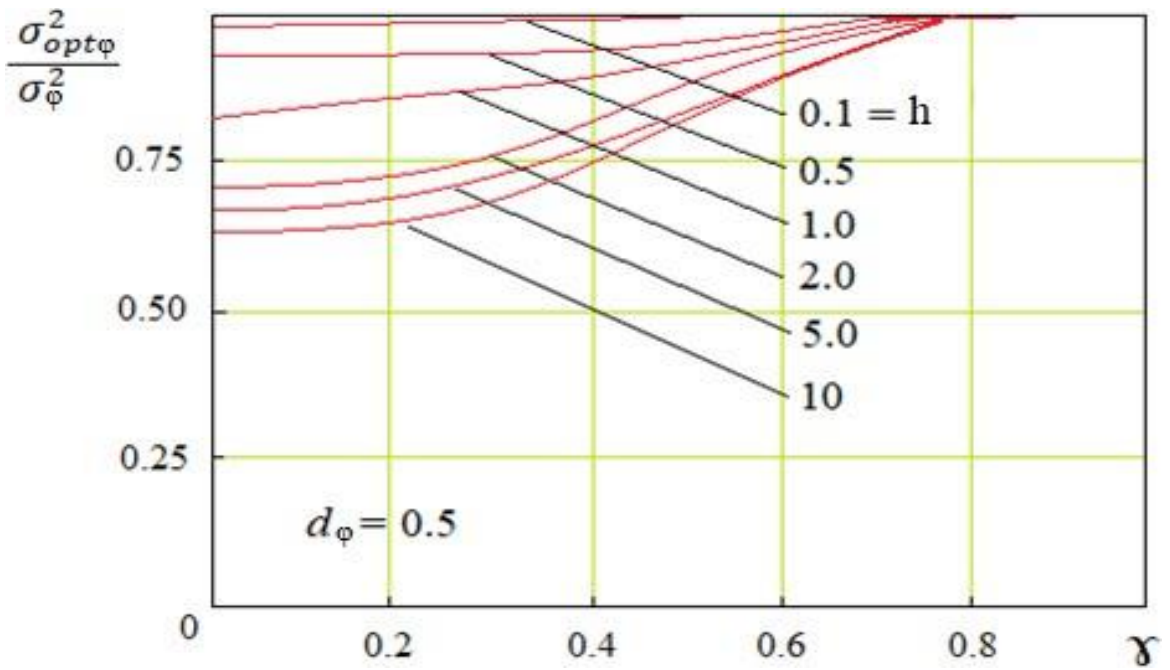


Рис. П.9 – Зависимости при малых пространственных искажениях сигналов

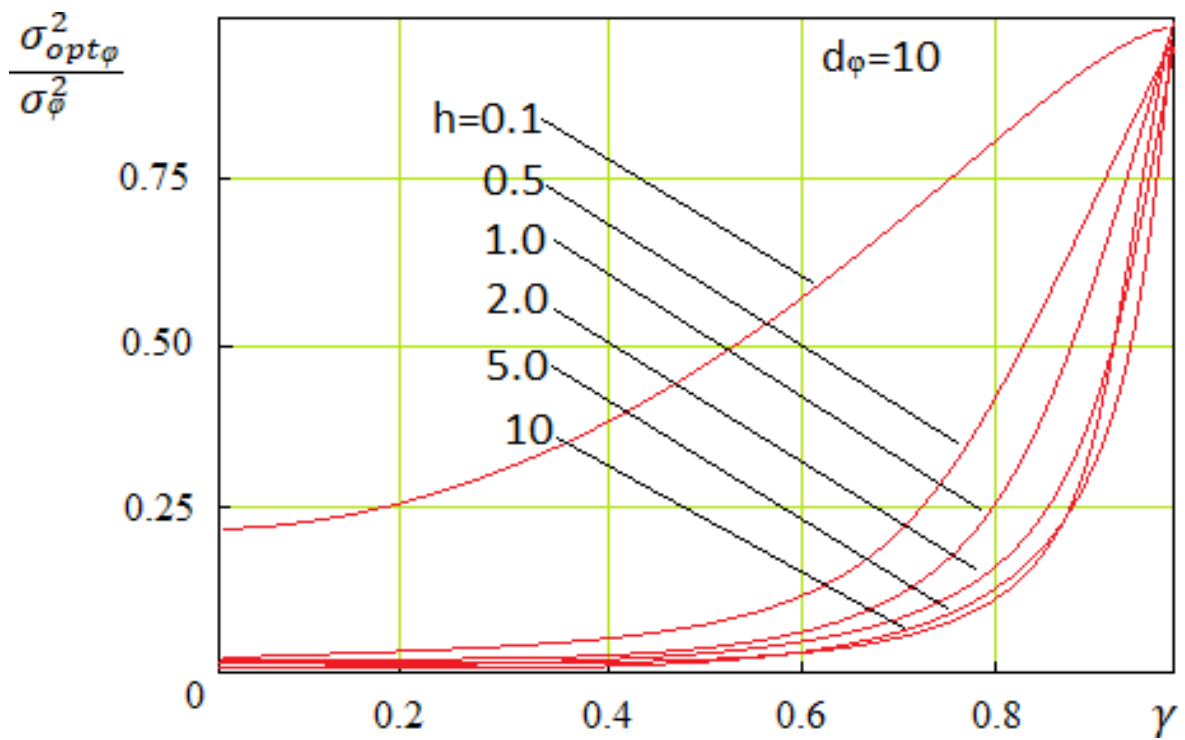


Рис. П.10 – Зависимости при больших пространственных искажениях  
сигналов