

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

И.Ю. Бакеев

КИНЕМАТИКА РАВНОУСКОРЕННОГО ВРАЩЕНИЯ

Методические указания к лабораторной работе по физике для
студентов всех специальностей

Томск
2023

УДК 531.1
ББК 22.3

Рецензент:

Бурдовицин В.А., профессор кафедры физики ТУСУР,
доктор техн. наук

Бакеев, Илья Юрьевич

Б19 Кинематика равноускоренного вращения: методические указания к лабораторной работе по физике для студентов всех специальностей / И.Ю. Бакеев. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 13 с.

В настоящей работе на примере крестообразного маятника (маятника Обербека) изучаются основные кинематические закономерности равноускоренного вращательного движения. Представлена краткая теория кинематики вращательного движения и продемонстрированы кинематические уравнения вращательного равноускоренного вращения. Описаны экспериментальная установка маятника Обербека, методика измерений и обработки результатов.

Методические указания предназначены для использования студентами всех специальностей при подготовке, выполнении и защите лабораторной работы по физике.

Одобрено на заседании каф. физики протокол № 104 от 16.04.2023.

УДК 531.1
ББК 22.3

© Бакеев И.Ю., 2023

© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ.....	4
2 ЦЕЛЬ РАБОТЫ	6
3 ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ	6
4 ЗАДАНИЕ	8
5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.....	8
6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ НА УСТАНОВКЕ, СОПРЯЖЕННОЙ С КОМПЬЮТЕРОМ.....	9
7 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ	11
8 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	13
9 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	13

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе на примере крестообразного маятника (маятника Обербека) изучаются основные кинематические закономерности равноускоренного вращательного движения.

1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Вращение – частный вид движения тел, при котором их отдельные – *осевые* – точки в некоторой системе отсчёта остаются неподвижными, а все остальные движутся по окружностям разных радиусов, поворачиваясь вокруг оси за одинаковое время на один и тот же угол. *Зависимость угла поворота φ неосевых точек, а, значит, всего твёрдого тела от времени t , исчисляемого от начала отсчёта углов,*

$$\varphi = \varphi(t) \quad (1.1)$$

называют *кинематическим уравнением* вращения тела.

Быстрота вращения характеризуется *угловой скоростью*. Функция угловой скорости ω находится из уравнения вращения (1.1) как первая производная по времени:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.2)$$

В общем случае вращения ω – изменяющаяся во времени величина, и если это так, то вращение называют переменным – *ускоренным*. Если же производная (1.2) – постоянное число, то вращение называют *равномерным*. Переменное вращение характеризуют величиной *углового ускорения ε* , которое находят как первую производную от функции угловой скорости (1.2), или как вторую производную от угла поворота (1.1):

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1.3)$$

Физический смысл углового ускорения – быстрота изменения угловой скорости во времени.

Угловое ускорение при сложном характере вращения также является функцией времени, но если ε оказывается постоянным, то вращение называют *равноускоренным* ($\varepsilon > 0$) или *равнозамедленным* ($\varepsilon < 0$).

В данной работе изучается равноускоренное вращение. Представляя (1.3) в виде $d\omega(t) = \varepsilon \cdot dt$ и интегрируя это выражение,

имеем:

$$\int d\omega(t) = \int \varepsilon \cdot dt = \varepsilon t + C_1 .$$

Если в начале отсчёта времени ($t = 0$) тело вращалось с угловой скоростью ω_0 , то $\omega_0 = \varepsilon \cdot t + C_1 = \varepsilon \cdot 0 + C_1$, т.е. $C_1 = \omega_0$, и, значит, уравнение угловой скорости при равнопеременном вращении приобретает вид:

$$\omega(t) = \varepsilon \cdot t + \omega_0 . \quad (1.4)$$

Представим (1.2) в виде: $d\varphi(t) = \omega(t) \cdot dt = (\varepsilon \cdot t + \omega_0) dt$. Интегрируя это выражение, имеем:

$$\varphi(t) = \int \omega(t) \cdot dt = \frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega_0 t + C_2 .$$

Если при $t = 0$ точка тела, названная *меткой*, повернута от начала отсчёта углов на φ_0 , то $C_2 = \varphi_0$, и уравнение равнопеременного вращения имеет вид:

$$\varphi(t) = \varepsilon t^2 / 2 + \omega_0 t + \varphi_0 \quad (1.5)$$

Если в момент $t = 0$ метку совместить с началом отсчёта углов и начать вращение из положения покоя, то (1.4) и (1.5) предстанут в виде:

$$\omega(t) = \varepsilon \cdot t \quad (1.6)$$

и

$$\varphi(t) = \varepsilon t^2 / 2 \quad (1.7)$$

Постоянство углового ускорения ε в работе обеспечивается действием неизменного момента силы натяжения нити, приложенной к барабану крестовины уравновешенного *маятника Обербека* (см. рис. 3.1).

Точки вращающегося тела имеют одинаковые φ , ω и ε , но в зависимости от расстояния r их до оси, движутся с разными тангенциальным a_τ , нормальным a_n , а, значит, и с разным полным a_0 ускорениями:

$$a_\tau = r \cdot \varepsilon , \quad (1.8)$$

$$a_n = \omega^2 r , \quad (1.9)$$

$$a_0 = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} . \quad (1.10)$$

2 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

В работе необходимо подтвердить неизменность углового ускорения вращающегося тела при действии постоянного момента сил и определить кинематические характеристики (угловые и линейные) вращающегося тела в целом и его отдельных частей.

3 ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка (Рис. 3.1 и 3.2) представляет собой крестообразный маятник (маятник Обербека), смонтированный на основании, содержащем электронный счетчик времени (таймер) заданного числа оборотов. Передняя панель установки (Рис. 3.3) содержит рукоятку выбора числа оборотов, кнопку «Сброс» и шкалу таймера.

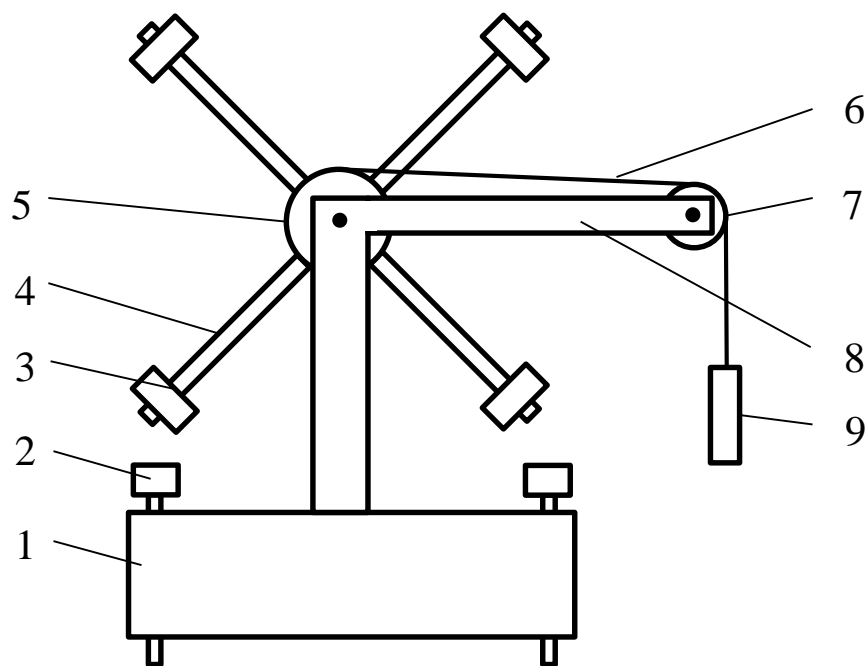


Рисунок 3.1 – Схема экспериментальной установки:
1 – Основание, 2 – Винт регулировки, 3 – Привеска, 4 – Спица,
5 – Барабан, 6 – Нить, 7 – Блок, 8 – Стойка, 9 – Грузик.

Таймер запускается импульсом, формируемым оптическим датчиком в момент прохождения спицы между источником света и фотоприемником. Отсчет времени прекращается, когда маятник сделает заданное число оборотов.



Рисунок 3.2 – Экспериментальная установка «Маятник Обербека»

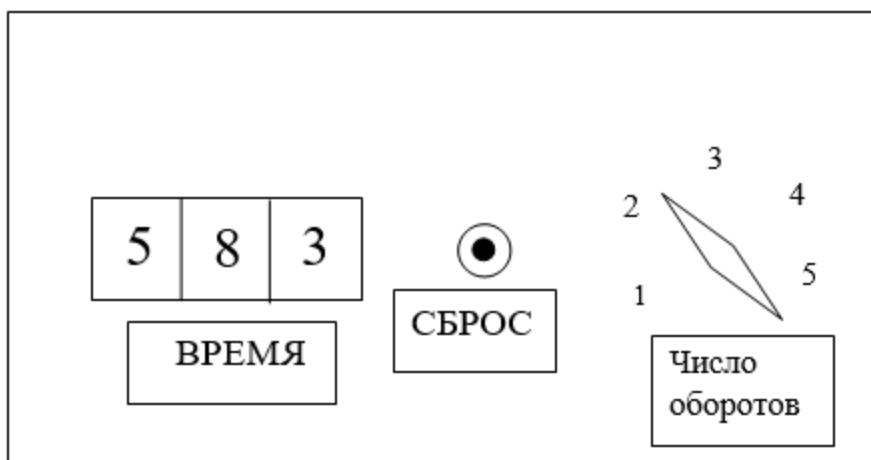


Рисунок 3.3 – Передняя панель установки

4 ЗАДАНИЕ

4.1 Измерить зависимость времени вращения маятника от числа оборотов.

4.2 Освоить методики расчётов погрешностей физического опыта.

4.3 Проверить соответствие опытной зависимости угла поворота от времени уравнению равноускоренного вращения (1.7).

4.4 Определить угловое ускорение крестовины маятника и кинематические характеристики движения привесок по указанию преподавателя.

5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

5.1 Ознакомиться с работой таймера. Учесть, что таймер запускается при первом проходе спицы между источником света и фотоприемником.

5.2 Настроить маятник: регулировочными винтами 2 устранить качание основания 1; обеспечить движение грузика 9 до пола; в отсутствие грузика сбалансировать маятник скользящими привесками 3 так, чтобы он оставался неподвижным в любом положении крестовины.

5.3 Придерживая любую спицу непосредственно перед областью фотоприемника, выставить рукоятку числа оборотов на цифру 1 и нажать кнопку «Сброс», после чего отпустить спицу, предоставив маятнику возможность свободно вращаться. После остановки таймера записать его показания в таблицу 5.1.

5.4 Вернуть маятник в исходное состояние и повторить измерения по пп. 3. Произвести измерения по пп. 3 не менее пяти раз для одного и того же числа оборотов.

5.5 Измерения по пп. 3 и 4 произвести для числа оборотов от двух до пяти.

Примечание. В случае выполнения работы на установке, сопряженной с компьютером, снятие отсчетов времени производить с экрана монитора. Порядок выполнения работы приведен в разделе 6.

Таблица 5.1. Результаты измерений времени

Число оборотов	1	2	3	4	5
Угол, рад.	2π	4π	6π	8π	10π
Номер изм.	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
Среднее время $\langle t \rangle$, с					
$\langle t \rangle^2$					

6 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ НА УСТАНОВКЕ, СОПРЯЖЕННОЙ С КОМПЬЮТЕРОМ

6.1 Включить компьютер.

6.2 На рабочем столе открыть папку «Лаборатория». Запустить программу с названием текущей лабораторной работы. Откроется окно рабочей программы (Рис. 6.1).

6.3 Включить питание лабораторной установки выключателем на шнуре питания. При этом на экране в области 1 (рис. 6.1) загорится лампочка, а надпись «Включите макет» сменится на «Поставьте маятник в исходное положение».

6.4 На передней панели установки установить переключатель «Число оборотов» на цифру 5, обнулить показатель таймера, нажав «Сброс».

6.5 Установить любую спицу маятника непосредственно перед окном фотоприемника и отпустить ее, предоставив маятнику свободно вращаться. На мониторе в клетках $N=1$, $N=2$ и т.д. будут записаны времена, за которые маятник сделал один, два и т.д. оборотов.

6.6 В программе нажать кнопку «Запомнить результат». Результаты измерений переместятся в таблицу, в которой Δ – номер опыта, N – число оборотов. В правой части программы появится график зависимости $N(t)$ для первого опыта.

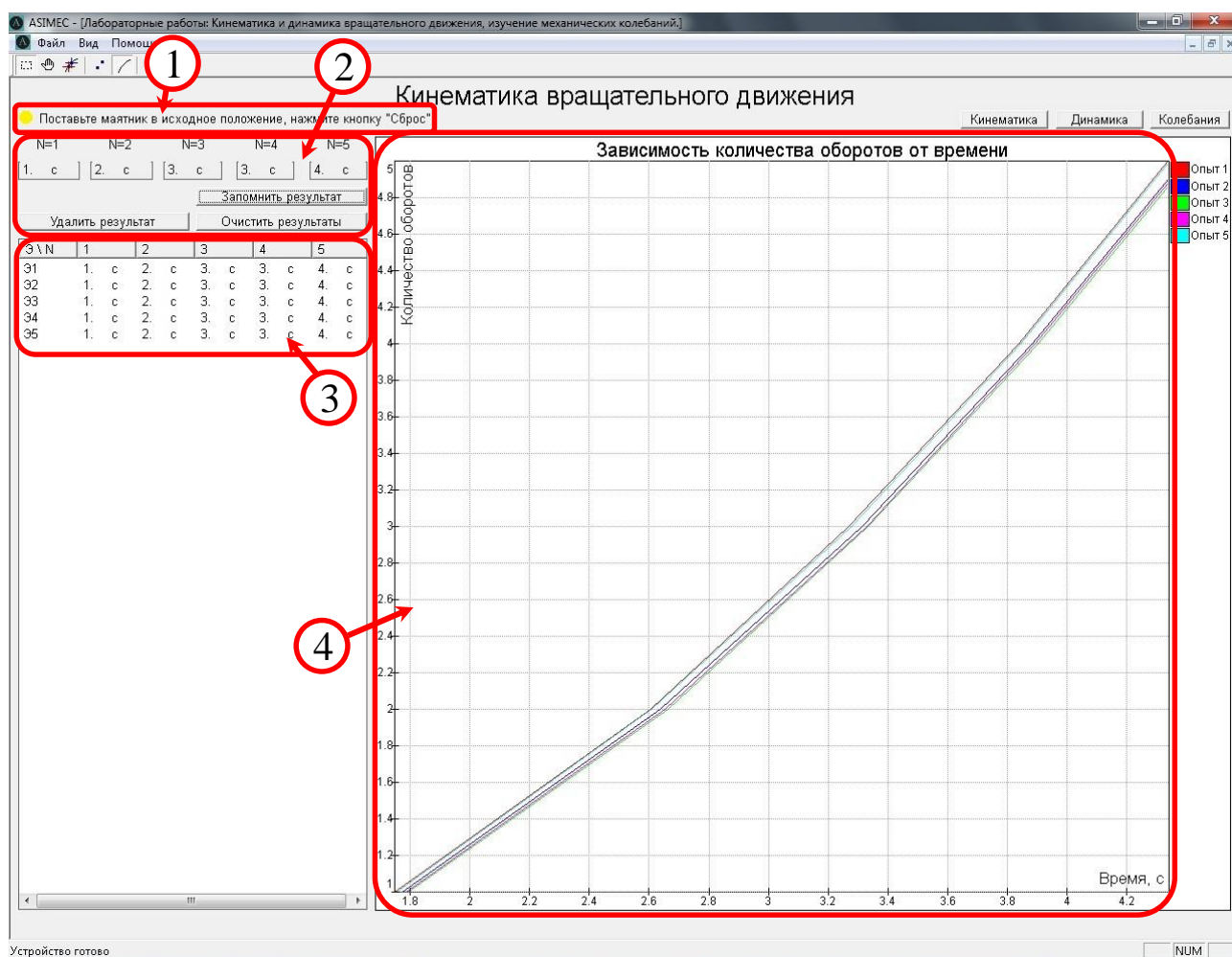


Рисунок 6.1 – Окно программы лабораторной: 1 – сопровождающие указания; 2 – данные текущего опыта и кнопки управления; 3 – сохраненные данные; 4 – область построения графиков

6.7 Вернуть маятник в исходное положение, показания таймера обнулить. Измерения по пунктам 8.7 – 8.8 повторить пять раз. В правой части окна программы появятся пять кривых, расположение которых относительно друг друга свидетельствует о наличии или отсутствии систематических погрешностей. Удалить явно выпадающие кривые, для чего выделить мышью соответствующие строки в таблице и щелкнуть мышью по клавише «Удалить результат». После этого повторить измерения.

6.8 Результаты измерений переписать в таблицу 5.1 в рабочей тетради. Обработку результатов проводить в соответствии с требованиями раздела 7.

6.9 Вычисления и построение графиков можно произвести с помощью программы EXCEL. Для этого следует щелкнуть мышью по кнопке «Буфер обмена», находящейся в верхней части экрана, после

чего открыть EXCEL и вставить туда результаты из буфера.

7 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

7.1 Рассчитать средние значения времени $\langle t \rangle$ совершения N оборотов маятника и вписать их в специальную строку таблицы 5.1.

7.2 Построить график экспериментальной зависимости $\langle t \rangle$ от числа оборотов N . При построении руководствоваться указаниями, изложенными в [1]. Сделать предварительные выводы о соответствии эксперимента и теории.

7.3 С целью точного установления характера зависимости угла поворота φ от t нанести экспериментальные точки на график в координатах t^2 , φ .

7.4 Рассчитать согласно [2] абсолютные погрешности измерения величины t^2 , для чего сначала рассчитать величины $(t_i - \langle t \rangle)$ и $(t_i - \langle t \rangle)^2$, занести их в Таблицу 7.1 и воспользоваться формулой расчета случайной погрешности величины $\langle t \rangle$ при многократных измерениях

$$\sigma(\langle t \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (t_i - \langle t \rangle)^2}{K(K-1)}}, \quad (7.1)$$

где K – число измерений в неизменных условиях.

После этого для расчета погрешности косвенного измерения использовать выражение

$$\sigma(\langle t \rangle^2) = 2\langle t \rangle \sigma(\langle t \rangle). \quad (7.2)$$

Таблица 7.1. К расчёту случайных погрешностей (пример для одного значения N)

i	$N = 1$		
	t_i	$t_i - \langle t \rangle$	$(t_i - \langle t \rangle)^2$
1			
2			
...			
K			
$\langle t \rangle =$	$\sum (t_i - \langle t \rangle)^2 =$		
$\sigma(\langle t_1 \rangle) =$			$\sigma(\langle t_1 \rangle^2) =$

7.5 Нанести на график доверительные интервалы для каждого

значения t^2 , равные $\pm\sigma(\langle t \rangle^2)$ согласно табл. 7.1 и формулам (7.1) и (7.2). Пример графика, содержащего доверительные интервалы, представлен на рис. 7.1. Если удаётся провести прямую через все интервалы, то полагают: *эксперимент соответствует теории в пределах погрешностей*. Если это сделать не удаётся, то необходимо выяснить причину и, по указанию преподавателя, либо устранить ее и повторить измерения, либо ограничиться указанием причин неудачи в выводе по работе.

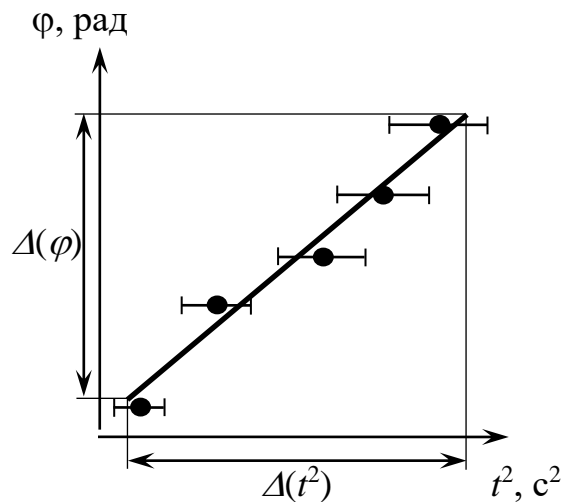


Рисунок 7.1 Зависимость угла поворота от квадрата времени

7.6 Рассчитать угловое ускорение крестовины маятника. Для этого выбрать произвольные (как можно большие) соответствующие друг другу отрезки на осях координат $\Delta(t^2)$ и $\Delta(\varphi)$ и, согласно Рис. 7.1, найти угловое ускорение ε как:

$$\varepsilon = 2a = 2 \cdot \frac{\Delta(\varphi)}{\Delta(t^2)}. \quad (7.3)$$

7.7 В соответствии с [2] рассчитать для углового ускорения абсолютную $\sigma(\varepsilon)$ и относительную $\acute{\varepsilon}(\varepsilon)$ погрешности.

7.8 По указанию преподавателя вычислить иные кинематические характеристики.

7.9 Представить итоги измерений в виде: $\varepsilon = \varepsilon_{\text{рас}} \pm \sigma(\varepsilon)$ (рад/с²), $\acute{\varepsilon}(\varepsilon) = \%$. При $\varphi = \text{рад}$, $\omega = \text{рад/с}$, $a_{\tau} = \text{м/с}^2$, $a_n = \text{м/с}^2$, $a_o = \text{м/с}^2$.

Пример представления итога расчёта углового ускорения: $\varepsilon = (7,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-1} \text{ рад/с}^2$, $\acute{\varepsilon}(\varepsilon) = 3,9 \%$.

8 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

8.1 Какие условия необходимы и достаточны для обеспечения равноускоренного вращения тела?

8.2 Как убедиться в наличии равноускоренного вращения?

8.3 Как отразится на вращении маятника его несбалансированность?

8.4 Какое по характеру движение описывается зависимостью $\varphi = \alpha t^n$, где n больше двух.

8.5 Решением какого дифференциального уравнения является функция

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} ?$$

8.6 Что называется тангенциальным, нормальным и полным ускорением?

8.7 В чем состоит метод линеаризации?

8.8 Что показывает доверительный интервал на графике?

8.9 Как снизить погрешность измерения?

9 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

9.1. Зенин, А. А. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике: Методические указания [Электронный ресурс] / А. А. Зенин. — Томск: ТУСУР, 2019. — 20 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/8957> (дата обращения: 10.04.2023).

9.2. Мухачев, В. А. Оценка погрешностей измерений: Методические указания к лабораторной работе [Электронный ресурс] / В. А. Мухачев. — Томск: ТУСУР, 2012. — 24 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1099> (дата обращения: 10.04.2023).

9.3. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 1 : Механика. Молекулярная физика — 2018. — 436 с. [Электронный ресурс]: — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/98245> (дата обращения: 10.04.2023).