

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

И.Ю. Бакеев

ДИНАМИКА МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Методические указания к лабораторной работе по физике для
студентов всех специальностей

Томск
2023

УДК 531.3
ББК 22.3

Рецензент:

Бурдовицин В.А., профессор кафедры физики ТУСУР,
доктор техн. наук

Бакеев, Илья Юрьевич

Б19 Динамика маятника Обербека: методические указания к лабораторной работе по физике для студентов всех специальностей / И.Ю. Бакеев. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 13 с.

Целью данной лабораторной работы является экспериментальное исследование зависимости углового ускорения крестообразного маятника (маятника Обербека) от конструктивных параметров маятника, а именно: от момента инерции привесок. Установление такой связи позволяет косвенно проверить основные законы динамики поступательного и вращательного движений. Представлена краткая теория динамики вращательного движения и описаны экспериментальная установка, методика измерений и обработки результатов.

Методические указания предназначены для использования студентами всех специальностей при подготовке, выполнении и защите лабораторной работы по физике.

Одобрено на заседании каф. физики протокол № 104 от
14.04.2023

УДК 531.3
ББК 22.3

© Бакеев И.Ю., 2023

© Томск. гос. ун-т систем упр. и
радиоэлектроники, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ.....	4
2 ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ	8
3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....	10
4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ НА УСТАНОВКЕ, СОПРЯЖЕННОЙ С КОМПЬЮТЕРОМ	11
5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	13
6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	14

ВВЕДЕНИЕ

В данной лабораторной работе на примере крестообразного маятника (маятника Обербека) изучаются основные закономерности динамики равноускоренного вращательного движения. Рассматриваются законы динамики, которые не только позволяют доказать, что угловое ускорение маятника Обербека не зависит от времени, но и узнать, *какие конструктивные параметры маятника влияют на угловое ускорение ε* . Целью данной лабораторной работы является экспериментальное исследование зависимости углового ускорения от конструктивных параметров маятника, а именно: *от момента инерции I привесок*. Установление такой связи позволяет косвенно проверить **основные законы динамики поступательного и вращательного движений**.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Итак, определим, от чего зависит *угловое ускорение маятника Обербека*, изображенного на рис. 1.1. При решении задачи *можно пренебречь: массой нити 1, массой чашечки 2*, которые вместе значительно меньше массы m груза 3, и *моментом инерции блока 4* который значительно меньше момента инерции. Пренебрежение моментом инерции блока означает, что воздействие блока состоит только в том, что он изгибает нить под углом 90° . При этом силы реакции нити T_1 и T_2 равны по абсолютной величине: $T_1 = T_2 = T$.

С учетом сделанных упрощений маятник можно считать состоящим из двух движущихся частей: из *груза*, совершающего *поступательное* движение, и *маховика*, совершающего *вращательное* движение вокруг неподвижной оси. Поэтому к грузу можно применить второй закон Ньютона (**основной закон динамики поступательного движения**), согласно которому ускорение груза a равно

$$\vec{a} = \frac{\vec{T}_1 + m\vec{g}}{m}, \quad (1.1)$$

а к маховику – **основной закон динамики вращательного движения**, согласно которому угловое ускорение маховика ε равно

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M} + \vec{M}_T}{I_0 + I}, \quad (1.2)$$

где M – момент внешней силы, абсолютная величина которого равна $T \cdot R$ (R – радиус барабана); M_T – момент силы трения в подшипниках барабана; I_0 – момент инерции ненагруженного маятника; I – суммарный момент инерции привесок.

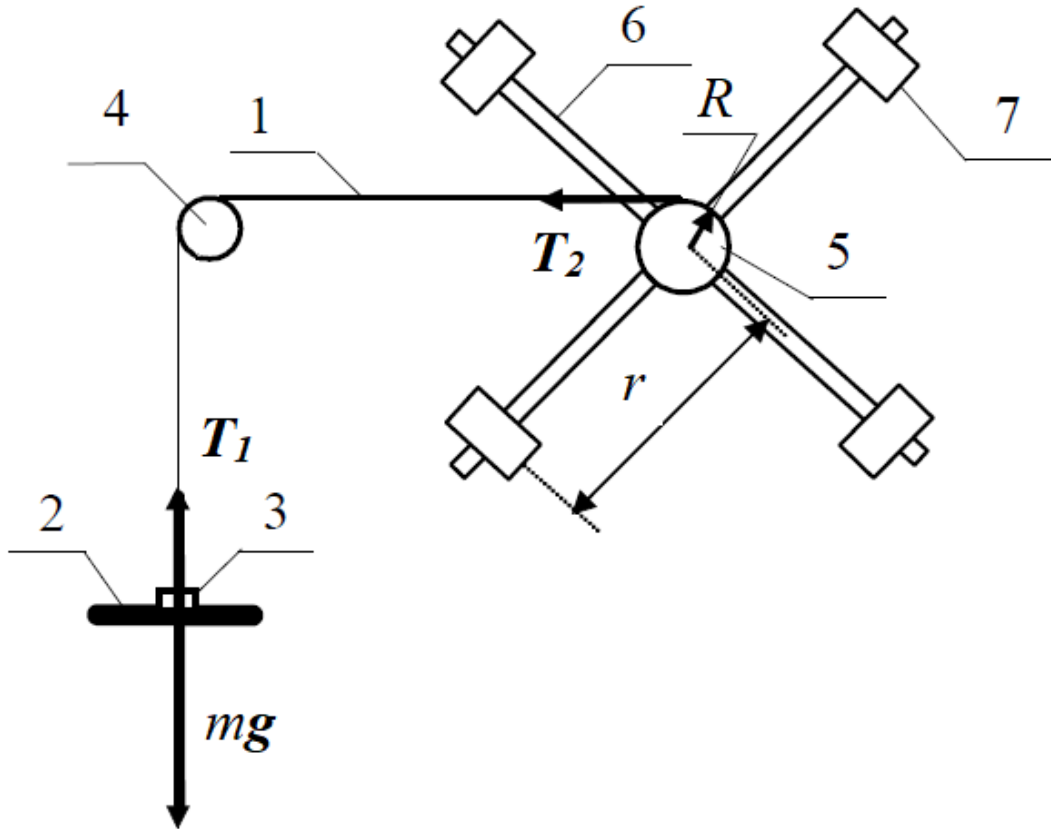


Рисунок 1.1 - Схема маятника Обербека

Записав уравнение (1.1) в проекциях на вертикальную ось, а уравнение (1.2) в проекциях на ось вращения, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} ma = mg - T \\ (I_0 + I)\varepsilon = TR - M_T \end{cases} \quad (1.3)$$

Получим из этой системы выражение для углового ускорения ε . Для этого сначала учтём, что ускорение груза a равно линейному ускорению точек на поверхности барабана и поэтому связано с угловым ускорением ε зависимостью

$$a = \varepsilon R, \quad (1.4)$$

а затем исключим из системы (2.3) силу реакции T . В результате получим:

$$\varepsilon = \frac{\frac{g}{R} \left(1 - \frac{M_T}{mgR} \right)}{1 + \frac{I_0 + I}{mR^2}}. \quad (1.5)$$

Из этого выражения следует, во-первых, что угловое ускорение ε *не зависит от времени* (ни одна из величин, входящих в правую часть, не меняется во время движения маятника). Это доказывает *равноускоренный* характер вращения маятника. Во-вторых, видно, что изменить угловое ускорение можно двумя способами: либо изменяя *массу груза m* , либо изменяя *момент инерции пружин I* .

В том, что вращение – равноускоренное, вы экспериментально убедились в ходе первой лабораторной работы с маятником Обербека [1]. Задачей данной лабораторной работы является **экспериментальная проверка зависимости углового ускорения маховика ε от момента инерции пружин I** . Совпадение экспериментальной зависимости $\varepsilon(I)$ с теоретической (1.5) будет свидетельствовать о справедливости *основных законов динамики поступательного и вращательного движения* (1.1) и (1.2), взятых за основу при выводе выражения (1.5). Вместе с тем, следует отметить, что указанные законы сами по себе в проверке не нуждаются, поскольку их справедливость доказана огромное количество раз всем опытом человечества. Что же следует проверять в эксперименте? Ответ очевиден. Следует проверять соответствие тех предположений, которые были сделаны при записи исходных уравнений, реальным условиям эксперимента. Эта задача не простая и не тривиальная, поскольку расхождение расчетных и экспериментальных зависимостей возможно, как за счет ошибок при постановке и проведении эксперимента, так и на этапе формулировки теоретической модели.

Если построить график экспериментальной зависимости $\varepsilon(I)$, то по виду графика будет трудно доказать, что он соответствует именно проверяемой зависимости (1.5), а не какой-нибудь другой. Единственным (и самым простым) графиком, по виду которого можно *однозначно* судить о характере зависимости, является *прямая линия*. Поэтому для удобства экспериментальной проверки зависимости (1.5) её следует *линеаризовать*, т.е. нужно выявить такие переменные, связь между которыми является *линейной*. Сделаем это

так. В выражении $\varphi(t) = \varepsilon t^2/2$ зафиксируем угол поворота φ . Тогда t – это время движения груза. Это время однозначно связано с ε . Поэтому, подставив выражение (1.5) в $\varphi(t)$, получим следующую зависимость времени движения груза от момента инерции привесок:

$$t^2 = \frac{2\varphi R}{g \left(1 - \frac{M_T}{mgR}\right)} \left(1 + \frac{I_0 + I}{mR^2}\right). \quad (1.6)$$

Видно, что t^2 зависит от I линейно, так что график функции $t^2(I)$, т.е. зависимость t^2 от I , должен представлять собой прямую линию $t^2 = kI + b$. Угловым коэффициентом k этой прямой равен:

$$k = \frac{2\varphi}{mgR \left(1 - \frac{M_T}{mgR}\right)}. \quad (1.7)$$

Движение маятника происходит лишь при условии, что момент силы трения M_T меньше момента силы натяжения TR . Кроме того, ясно, что $T < mg$. Поэтому $M_T < mgR$, и тогда $k > 0$. Таким образом, прямая линия $t^2(I)$ наклонена под острым углом к оси I .

Ввиду наличия в зависимости $t^2(I)$ положительного свободного члена

$$b = \frac{2\varphi R}{g \left(1 - \frac{M_T}{mgR}\right)} \left(1 + \frac{I_0}{mR^2}\right) \quad (1.8)$$

прямая линия не проходит через начало координат, пересекая ось t^2 в точке $t^2 = b$, находящейся выше начала координат.

Все эти три факта, а именно: линейность зависимости $t^2(I)$, острый угол наклона прямой к оси I и пересечение прямой $t^2(I)$ с осью t^2 в точке выше начала координат можно проверить экспериментально. Если эксперимент окажется удачным, то есть подтвердятся все три факта, то тогда можно по графику определить угловым коэффициентом k прямой линии $t^2(I)$, как отношение приращения функции к приращению аргумента –

$$k = \frac{\Delta(t^2)}{\Delta I}, \quad (1.9)$$

где ΔI – произвольный отрезок по оси I (приращение аргумента, см. рис. 1.2), $\Delta(t^2)$ – соответствующее приращение функции.

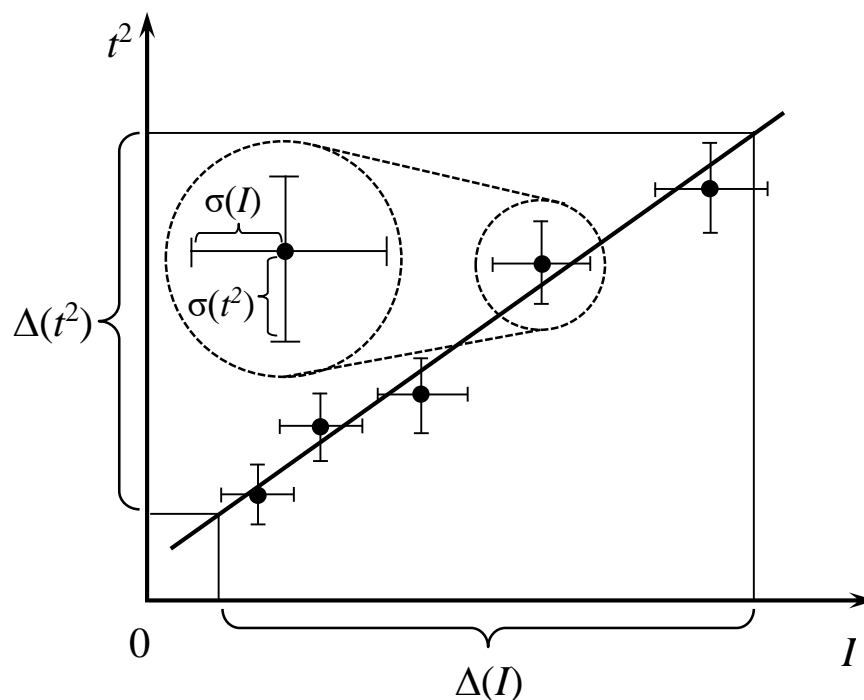


Рисунок 1.2 - Зависимость квадрата времени падения груза от момента инерции привесок

Теперь, зная k , можно воспользоваться выражением (1.7) и определить неизвестную величину момента силы трения в подшипниках барабана M_T . Зная M_T и определив по графику свободный член b , можно с помощью выражения (1.8) найти ещё один неизвестный параметр маятника Обербека – *момент инерции I_0 ненагруженного маятника*.

2 ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Помимо механической части, рассмотренной в разделе 1, установка содержит оптический датчик и электронную схему счета времени заданного числа полных оборотов. Внешний вид установки крестообразного маятника представлен на Рис. 2.1. Органы регистрации и управления вынесены на переднюю панель (Рис. 2.2).



Рисунок 2.1 – Внешний вид установки

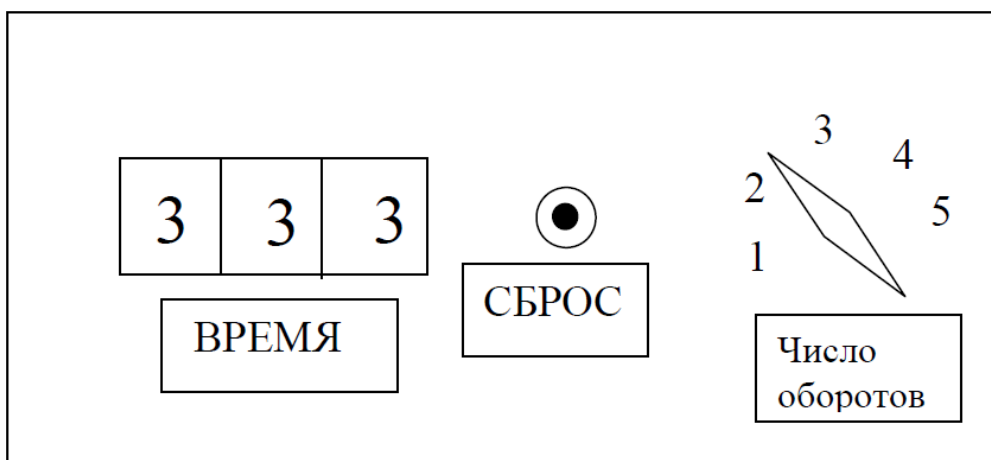


Рисунок 2.2 – Передняя панель установки

3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3.1. Установить все четыре привески на *минимальном* расстоянии от оси барабана, то есть вплотную к барабану, и зафиксировать (*закрепить*) их винтами (см. рис. 1.1). Установить указатель числа оборотов на цифру 5.

3.2. Вращая маховик, поднять груз и удерживать его так, чтобы стержень маятника располагался перед входом в фотодатчик. Удобно при этом пользоваться помеченным стержнем.

3.3. Обнулить показания таймера, нажав кнопку «Сброс», и *отпустить груз*, предоставив ему свободно двигаться и раскручивать маятник. Прочсть результат измерения времени и занести его в таблицу 3.1. Туда же следует записать и *значение расстояния r* от оси вращения маятника до центра привески.

Таблица 3.1 - Экспериментальная зависимость времени падения груза от момента инерции привесок

Номер опыта	Прямые измерения		Косвенные измерения		Примечания
	r	t	t^2	I	
	см	с	с ²	кг·см ²	
1					$\varphi =$ $m_0 = 80 \text{ г},$ $m = 145 \text{ г},$ $\sigma(t) =$ $\sigma(r) =$
2					
3					
4					
5					
6					
7					

В случае выполнения работы на установке, сопряженной с компьютером, следовать инструкциям, приведенным в разделе 4.

3.4. *Переместить привески* вдоль стержней на 1 - 2 сантиметра *дальше* от оси вращения. Все привески при этом должны быть расположены *симметрично*, то есть на одинаковом расстоянии от оси вращения. Снова проделать пункты 3.2 и 3.3. Повторить пункты 3.2 - 3.4 следует 7-10 раз. Последнее положение привесок должно быть *на самом конце стержней*. Обратите внимание на то, что в таблице 3.1 (в колонке “Примечания”) необходимо записать значения *угла поворота φ* маятника, *массы одной привески $m_0 = 80 \text{ г}$* , *массы груза 145 г* и *приборных ошибок прямых измерений $\sigma(t)$ и $\sigma(r)$* .

3.5. *Рассчитать значения t^2* , а также значения *момента инерции*

привесок в каждом из опытов и занести результаты в таблицу 3.1. Если каждую привеску считать материальной точкой, то

$$I = 4m_0r^2. \quad (3.1)$$

Заметим, однако, что выражение (3.1) дает достаточно точное значение для момента инерции привесок *лишь при условии*, что *r* *много больше* размера привески.

3.6. *Нанести экспериментальные точки* на график зависимости t^2 от I .

3.7. *Рассчитать доверительные интервалы* для первой и последней экспериментальных точек *по обеим* координатным осям в соответствии с [1]. Учесть только приборную погрешность. Нанести доверительные интервалы на график (рис. 1.2). Значения доверительных интервалов для промежуточных точек выбрать *приблизённо*, ориентируясь на их значения для *крайних точек*.

3.8. С помощью линейки *провести на графике прямую линию* так, чтобы она пересекла доверительные интервалы *всех экспериментальных точек*.

3.9. *Определить* из графика *угловой коэффициент* k и *свободный член* b линейной зависимости. После этого, используя выражения (1.7) и (1.8), найти M_T и I_0 .

3.10. Тщательно обдумать **выводы**, которые можно сделать, анализируя полученные вами числовые и графические результаты, и *записать* эти выводы в рабочую тетрадь.

3.11. *Оформить отчёт*, руководствуясь требованиям [2].

4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ НА УСТАНОВКЕ, СОПРЯЖЕННОЙ С КОМПЬЮТЕРОМ

4.1 Включить компьютер.

4.2 На рабочем столе открыть папку «Лаборатория». Запустить программу с названием текущей лабораторной работы. Откроется окно рабочей программы (Рис. 4.1).

4.3 Включить питание лабораторной установки выключателем на шнуре питания. При этом на экране загорится лампочка, а надпись «Включите макет» сменится на «Поставьте маятник в исходное положение».

4.4 Установить все четыре привески на спицах маятника на минимальном расстоянии от барабана и закрепить их винтами. Измерить расстояние r от оси вращения до центра масс привесок.

Значение r записать в соответствующее поле программы.

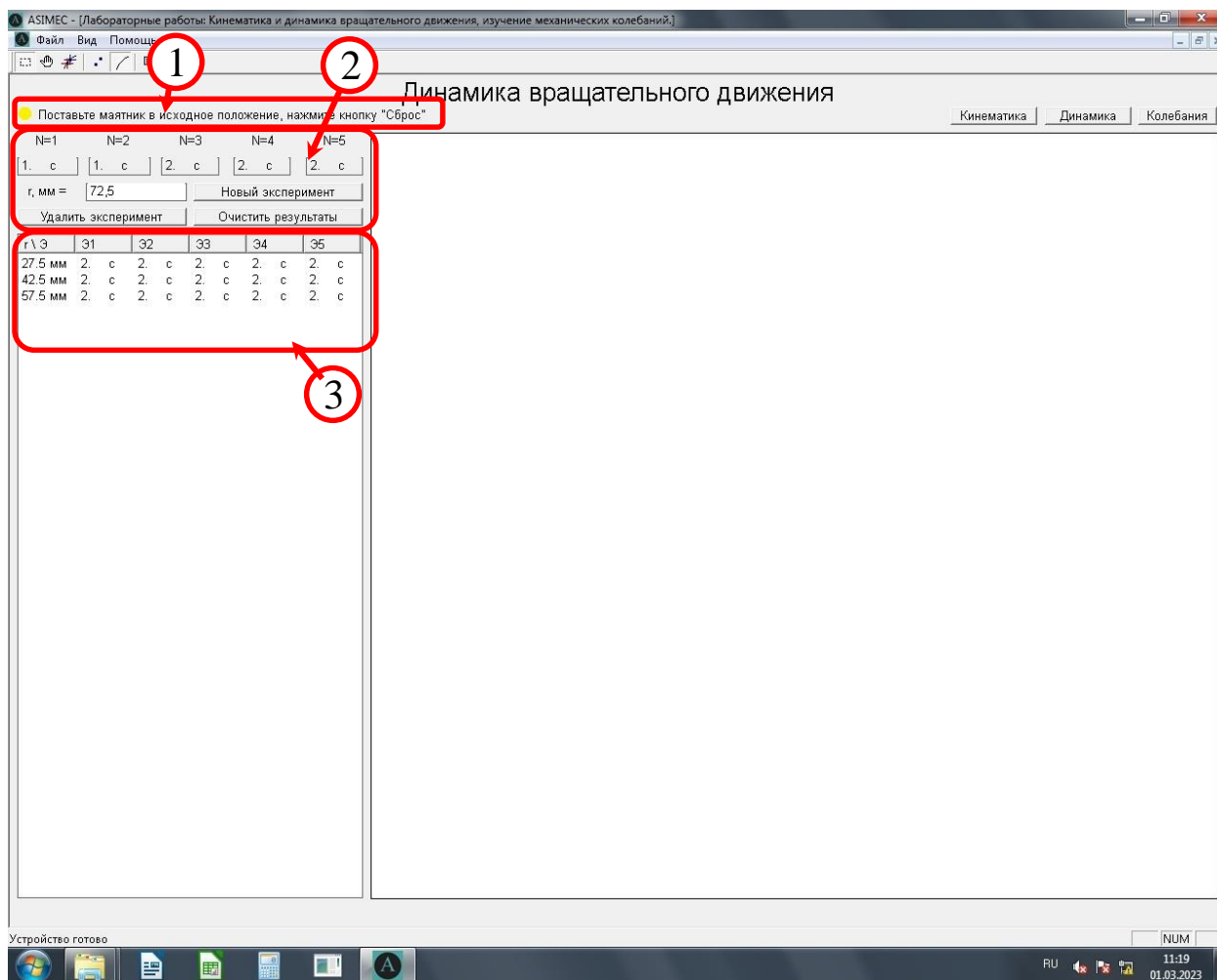


Рисунок 6.1 – Окно программы лабораторной: 1 – сопровождающие указания; 2 – данные текущего опыта и кнопки управления; 3 – сохраненные данные.

4.5 Нажать на кнопку «Новый эксперимент». При этом значение r запишется в таблицу, а кнопка «Новый эксперимент» заменится на «Запомнить результат».

4.6 На передней панели установки установить переключатель «Число оборотов» на цифру 5. Вращением маятника поднять груз в верхнее положение, нить при этом должна быть намотана на барабан. Установить любую спицу маятника непосредственно перед окном фотоприемника и зафиксировать маятник. Обнулить показатель таймера, нажав «Сброс».

4.7 Отпустить маятник, предоставив грузу свободно двигаться вниз, раскручивая маятник. На экране монитора появятся значения времени одного, двух ... пяти оборотов. Нажать кнопку «Запомнить результат». При этом время пяти оборотов запишется во вторую

клетку первой строки таблицы.

4.8 При данном значении r повторить опыт пять раз, фиксируя полученный результат нажатием кнопки «Запомнить результат».

4.9 Изменить расстояние r и повторить действия по пп. 4.5 – 4.8. Провести опыты для еще шести – девяти значений r . Последнее положение привесок должно быть *на самом конце стержней*. (Внимание. Новое расстояние может быть введено после полного заполнения строки). Для удаления строки следует выделить ее и нажать кнопку «Удалить эксперимент». Нажатие кнопки «Очистить результаты» удаляет все данные.

4.10 Результаты измерений переписать в рабочую тетрадь в таблицу 4.1. Обработку результатов производить в соответствии с пунктами 3.5 – 3.11.

4.11 Вычисления и построение графиков можно произвести с помощью программы EXCEL. Для этого следует щелкнуть мышью по кнопке «Буфер обмена», находящейся в верхней части экрана, после чего открыть EXCEL и вставить туда результаты из буфера.

5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

5.1 В чём *сходство и различие* между основными законами динамики *поступательного* и *вращательного* движений?

5.2 *Какие силы* действуют на груз?

5.3 Запишите выражения для основных законов *поступательного движения груза* и *вращательного движения маховика маятника*.

5.4 Чему равен *момент инерции* материальной точки, системы материальных точек, *сплошного* тела?

5.5 Что называется *моментом силы*?

5.6 *Как направлены* векторы *моментов сил*, действующих на *маховик* маятника Обербека?

5.7 Какова *цель* данной лабораторной работы?

5.8 О чём свидетельствует *линейность* зависимости $t^2(I)$?

5.9 Почему с *увеличением расстояния r* *увеличивается время* падения груза?

5.10 *Меняются ли* во время движения маятника *скорость* и *ускорение* груза? *Меняется ли* *угловое ускорение* маятника?

5.11 *Какова природа* сил реакции T_1 и T_2 и на какие тела они действуют?

5.12 Что такое *момент силы трения* в подшипниках барабана?

5.13 *Выведите* зависимость от времени *скорости* и *радиус-вектора* материальной точки, совершающей *равноускоренное поступательное* движение.

5.14 *Почему* маятник Обербека называется именно *маятником*?

6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

6.1 Мухачев, В. А. Оценка погрешностей измерений: Методические указания к лабораторной работе [Электронный ресурс] / В. А. Мухачев. — Томск: ТУСУР, 2012. — 24 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1099> (дата обращения: 10.04.2023).

6.2 Зенин, А. А. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике: Методические указания [Электронный ресурс] / А. А. Зенин. — Томск: ТУСУР, 2019. — 20 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/8957> (дата обращения: 10.04.2023).

6.3 Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 1 : Механика. Молекулярная физика — 2018. — 436 с. [Электронный ресурс]: — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/98245> (дата обращения: 10.04.2023).