

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники» (ТУСУР)

Кафедра физики

А.В. Тюньков

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
КОЛЕБАНИЙ

Методические указания к лабораторной работе по физике для  
студентов всех специальностей

2023

УДК 531.1  
ББК 22.3  
Т 984

**Рецензент:**

**Бакеев И.Ю.**, доцент кафедры физики ТУСУР,  
канд. техн. наук

**Тюньков, Андрей Владимирович**

**Т 984** Изучение затухающих электромагнитных колебаний: Методические указания к лабораторной работе по физике для студентов всех специальностей / А.В. Тюньков. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 18 с.

Представлена краткая теория затухающих электромагнитных колебаний. Показано влияние величины активного сопротивления колебательного контура на характер затухания колебаний. Описана экспериментальная установка определения параметров затухающих колебаний по методу, основанному на исследовании временной зависимости амплитуды напряжения, а также методика проведения измерений и обработки результатов.

Методические указания предназначены для использования студентами всех специальностей при подготовке, выполнении и защите лабораторной работы по физике.

Одобрено на заседании каф. физики протокол №104 от 16.04.23

УДК 531.1  
ББК 22.3

© Тюньков А.В., 2023

© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ .....	4
2 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ.....	11
3 ЗАДАНИЕ .....	12
4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	12
5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	17
6 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	18

## ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является изучение работы колебательного контура, свободных затухающих электромагнитных колебаний и их характеристик.

### 1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используют колебательный контур, представляющий собой замкнутую цепь, которая состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$ , катушки индуктивности  $L$  и омического (активного) сопротивления  $R$  (рисунок 1.1а). Омическое сопротивление является суммой сопротивлений соединительных проводов, провода катушки индуктивности и включенного в контур резистора. Принципиальная схема колебательного контура приведена на рисунке 1.1б.

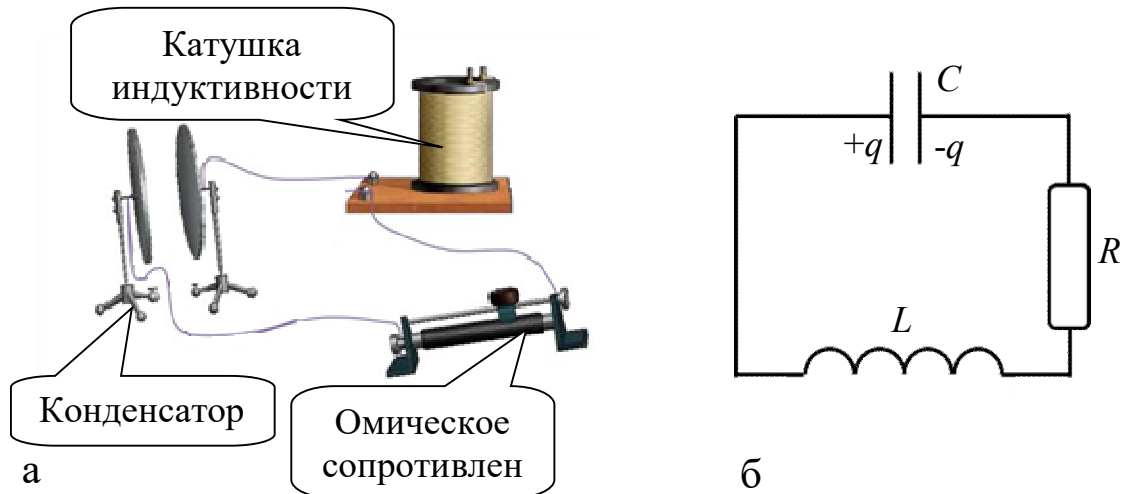


Рисунок 1.1 – Колебательный контур: а – элементы контура, б – принципиальная схема

Рассмотрим, как возникают колебания в контуре. В начальный момент с помощью генератора одиночных импульсов конденсатор заряжается до некоторой разности потенциалов на его обкладках  $U_0$ . При этом обкладкам конденсатора сообщен заряд  $\pm q$ , а энергия

электрического поля конденсатора  $W = \frac{CU_0^2}{2}$ . Если теперь генератор

отключить, а конденсатор замкнуть на катушку с индуктивностью  $L$ , то начнется его разрядка и в катушке возникнет ток. Этот возрастающий от нуля ток приводит к возникновению магнитного поля. Следовательно, энергия электрического поля между обкладками конденсатора постепенно переходит в энергию магнитного поля катушки. В момент полной разрядки конденсатора ток в катушке достигает максимального значения  $I_0$  и энергия

магнитного поля  $W = \frac{LI_0^2}{2}$ . В момент полной разрядки конденсатора

ток в катушке, казалось бы, должен прекратиться. Однако уменьшению тока в катушке препятствует явление самоиндукции, поддерживающее ток в прежнем направлении. Этот убывающий от максимального значения  $I_0$  ток продолжает переносить заряды от одной обкладки конденсатора к другой в том же направлении и перезаряжает конденсатор. Перезарядка заканчивается, когда ток становится равным нулю. В этот момент энергия магнитного поля катушки переходит в энергию электрического поля конденсатора. В следующий момент начинает разряжаться конденсатор, а ток потечет в противоположном направлении. Ток разряда конденсатора возрастает, пока конденсатор не разрядится полностью, а затем убывает, но вследствие явления самоиндукции снова перезаряжается конденсатор, и контур возвращается в исходное состояние. На этом завершается один период колебаний в контуре.

Взаимное превращение энергии электрического и магнитного полей сопровождается потерями (диссипацией) энергии на нагревание проводников. И если энергия не пополняется извне, то колебания в контуре затухают – амплитуда колеблющихся величин (заряд на обкладках конденсатора, напряжение, ток) каждого последующего цикла колебаний меньше предыдущего. Чем больше омическое сопротивление контура, тем быстрее затухают колебания в нем.

Закон затухания колебаний зависит от свойств колебательной системы. Система называется линейной, если характеризующие данную систему в рассматриваемом процессе параметры не изменяются. Линейные системы описываются линейными

дифференциальными уравнениями. Электрический контур можно считать линейной системой, если его сопротивление  $R$ , емкость  $C$  и индуктивность  $L$  не зависят ни от тока в контуре, ни от напряжения.

Найдем дифференциальное уравнение, описывающее свободные затухающие колебания линейной системы – электрического колебательного контура. Для этого воспользуемся законом Ома и вытекающим из него вторым правилом Кирхгофа, которые справедливы для цепей постоянного и квазипостоянного токов. В данном случае в цепи протекает переменный ток, но учитывая, что размеры контура  $l$  не слишком велики (т.е.  $l < c/v$ , где  $c$  – скорость света, с которой распространяются электромагнитные колебания;  $l$  – длина контура;  $v$  – частота колебаний), то можно считать, что мгновенное значение тока будет практически одинаково во всех точках контура. Удовлетворяющие такому условию токи называются квазистационарными. Тогда согласно второму правилу Кирхгофа для  $RLC$  - контура, в котором протекают квазистационарные токи, можно записать

$$U_L + U_R + U_C = 0, \quad (1.1)$$

где  $U_L$  – падение напряжения на индуктивности;

$U_C$  – падение напряжения на емкости;

$U_R$  – падение напряжения на резисторе.

Учитывая, что  $U_L = L \frac{dI}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2}$ ,  $U_R = RI = R \frac{dq}{dt}$ ,  $U_C = \frac{q}{C}$

получим

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (1.2)$$

Разделив (1.2) на  $L$ , получим следующее уравнение

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (1.3)$$

Так как величина заряда на обкладках конденсатора пропорциональна разности потенциалов на них ( $q = CU$ ), то уравнение, описывающее изменение напряжения на конденсаторе, будет аналогично предыдущему уравнению, т.е.

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0. \quad (1.4)$$

Введя обозначения  $\delta = \frac{R}{2L}$ ,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , получим

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\delta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0, \quad (1.5)$$

где  $\delta$  – коэффициент затухания;

$\omega_0$  – частота собственных незатухающих колебаний контура, соответствующих идеальному контуру.

Уравнение (1.5) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами и описывает свободные затухающие колебания.

При условии  $\delta \ll \omega_0$  решение уравнения (1.5) имеет вид

$$U(t) = U_m(t) \cos(\omega t + \varphi) = U_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.6)$$

где  $\varphi$  – начальная фаза;

$\omega$  – частота свободных затухающих колебаний;

$U_m(t)$  – амплитуда затухающих колебаний.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (1.7)$$

$$U_m(t) = U_0 e^{-\delta t}, \quad (1.8)$$

где  $U_0$  – значение напряжения при  $t = 0$ .

Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени тем быстрее, чем больше коэффициент затухания  $\delta$ . Для  $\varphi = 0$  график зависимости (1.6) изображен на рисунке 1.2 сплошной линией, а зависимости (1.8) – пунктирной.

Затухающие колебания не являются периодическими, т.к. максимальное значение колеблющейся величины  $U_1$ , достигаемое в некоторый момент времени  $t_1$ , в последующем при  $t > t_1$  никогда не повторяется.

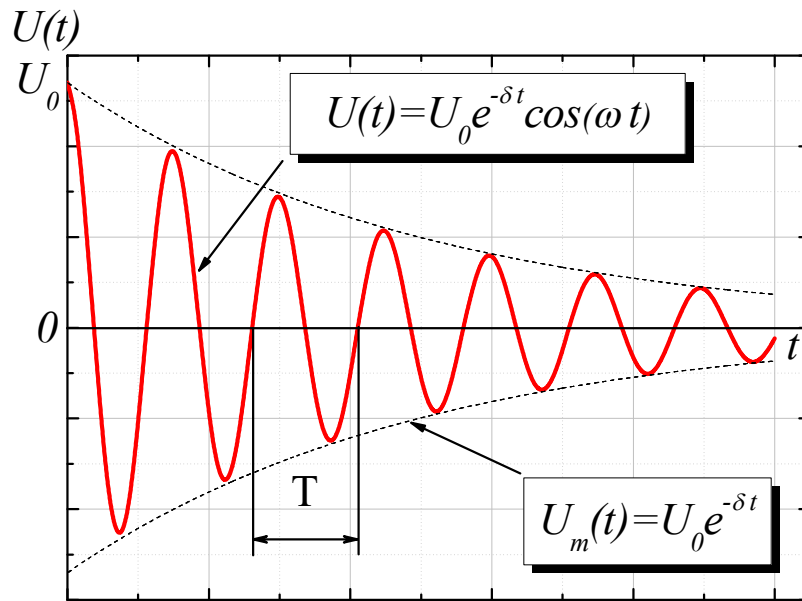


Рисунок 1.2 – Затухающие колебания: зависимость напряжения на емкости ( $U_C$ ) от времени ( $t$ )

Однако при затухающих колебаниях какой-либо величины, она обращается в нуль, достигает максимальных и минимальных значений через равные промежутки времени

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (1.9)$$

Величины  $T$  и  $\omega$  называют условно периодом (условным периодом) и циклической частотой (условной частотой) затухающих колебаний.

Промежуток времени  $\tau$ , в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз ( $e = 2,718$ ), называется временем релаксации. Введение понятия времени релаксации позволяет уточнить физический смысл коэффициента затухания,

$$\frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+\tau)}} = e, \text{ отсюда } e^{\delta\tau} = e^1,$$

$$\delta\tau = 1, \delta = \frac{1}{\tau}. \quad (1.10)$$

Это позволяет определять коэффициент затухания как величину, обратную промежутку времени, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. Для количественной характеристики быстроты убывания амплитуды затухающих колебаний пользуются понятием логарифмического декремента.



Логарифмический декремент затухания показывает в логарифмических единицах, во сколько раз убывает амплитуда колебаний за один период. Это безразмерная величина  $\Theta$ , равная натуральному логарифму отношения значений амплитуд двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период

$$\Theta = \ln \frac{U_m(t)}{U_m(t+T)} = \ln \frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+T)}} = \ln e^{\delta T} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}, \quad (1.11)$$

где  $N$  – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

Следовательно, логарифмический декремент есть величина обратная числу колебаний, за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз. Если в формулу (1.11) подставить значение для  $\delta = R/2L$  и  $T = 2\pi/\omega$ , то

$$\Theta = \delta T = \frac{R\pi}{L\omega}. \quad (1.12)$$

Согласно (1.7), частота определяется параметрами контура ( $RLC$ ), следовательно, можно утверждать, что логарифмический декремент является характеристикой контура, т.к. его величина определяется только параметрами контура. Колебательный контур также характеризуют добротностью, безразмерной величиной  $Q$ , пропорциональной отношению энергии  $W(t)$  колебаний контура в произвольный момент времени  $t$  к убыли этой энергии за интервал времени равный периоду

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (1.13)$$

Т.к. энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды колебаний  $A(t)$ , то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\Theta}}.$$

При слабом затухании ( $\delta \ll \omega_0$ )  $1 - e^{-2\delta T} \approx 2\delta T \approx 2\Theta$ ,

$$Q \approx \pi/\Theta \approx \pi N. \quad (1.14)$$

Из (1.14) можно видеть, что добротность пропорциональна числу колебаний, совершаемых за промежуток времени, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. В случае слабого

затухания  $\delta \ll \omega_0$  и согласно (1.7),  $\omega \approx \omega_0$ . Тогда величина добротности определяется параметрами колебательного согласно (1.12) и (1.14)

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1.15)$$

При увеличении коэффициента затухания условный период  $T$  затухающих колебаний возрастает и обращается в бесконечность при  $\omega_0 = \delta$ , т.к. согласно (1.7)  $\omega = 0$ . При этих условиях свободных колебаний в контуре не происходит, а колеблющаяся величина асимптотически стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$  (рисунок 1.3). Такой процесс называется аperiодическим. Сопротивление контура, при котором наступает аperiодический процесс, называется критическим  $R_{kp}$  и определяется из условия  $\omega_0 = \delta$ ,

$$R_{kp} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1.16)$$

Очевидно, что при всех значениях омического сопротивления контура  $R < R_{kp}$  – процесс колебательный,  $R \geq R_{kp}$  – процесс аperiодический.

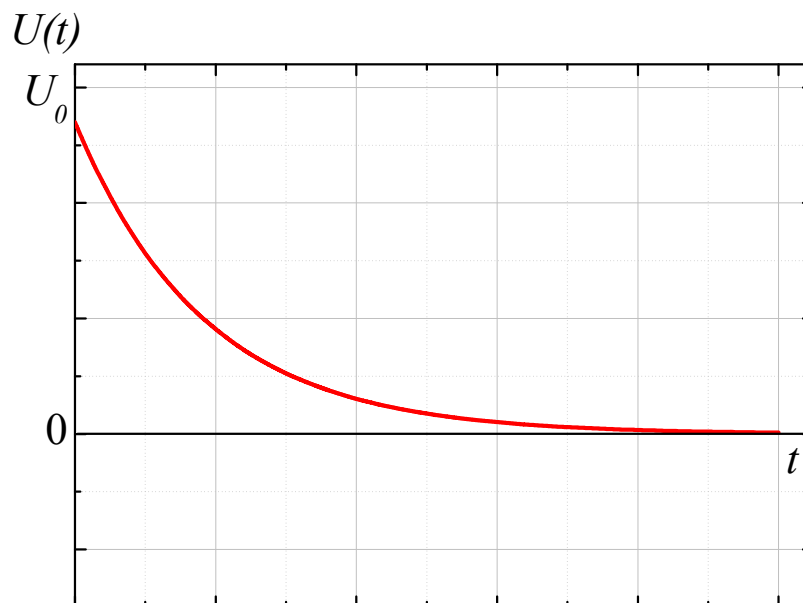


Рисунок 1.3 – Аperiодический процесс: зависимость напряжения на емкости ( $U_C$ ) от времени ( $t$ ) при  $R \geq R_{kp}$

## 2 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки представлена на рисунке 2.1.

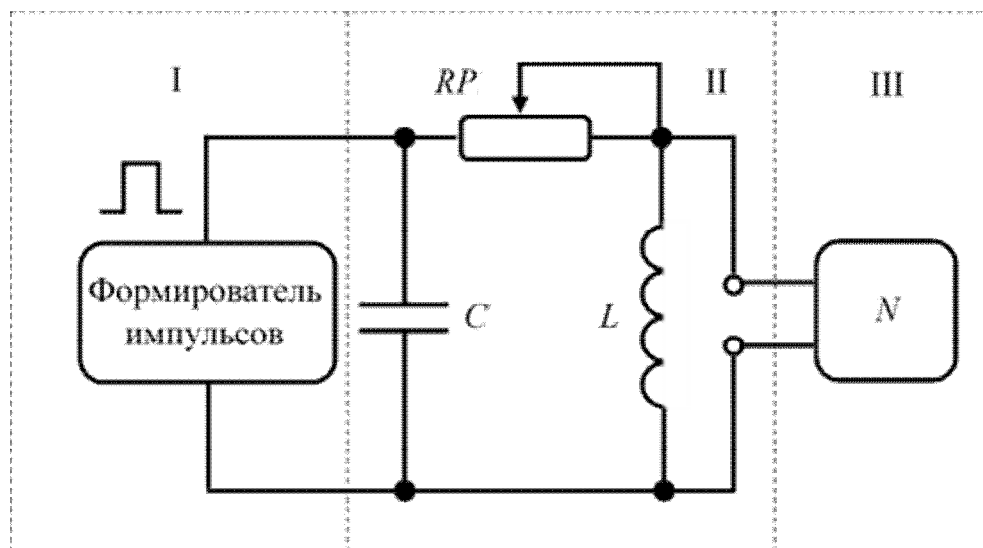


Рисунок 2.1 – Принципиальная электрическая схема установки

Схема смонтирована в настольном макете, расположенном рядом с монитором. В качестве резистора  $RP$  в колебательном контуре II используется переменный резистор, максимальное значение сопротивления которого 400 Ом устанавливается поворотом ручки переключателя по часовой стрелке в крайнее положение. При повороте ручки против часовой стрелки в крайнее положение значение сопротивления  $RP = 0$ . В этом случае активное сопротивление колебательного контура складывается из сопротивления соединительных проводов контура и активного сопротивления катушки индуктивности,  $R = R_x$ . В дальнейшем это сопротивление необходимо рассчитать по результатам измерений. Емкость конденсатора  $C$  указана на лабораторном стенде.

Возбуждение контура производится периодически от импульсов, формируемых компьютером I. Колебания регистрируются осциллографом, представленным на экране монитора. Каждый импульс, подаваемый на колебательный контур, возбуждает один цикл затухающих колебаний.

Измерения амплитуды и периода колебаний осуществляются с помощью осциллографа и маркеров, расположенных в углах экрана и перемещаемых с помощью «мыши».

### 3 ЗАДАНИЕ

3.1 Наблюдать свободные затухающие колебания в контуре.

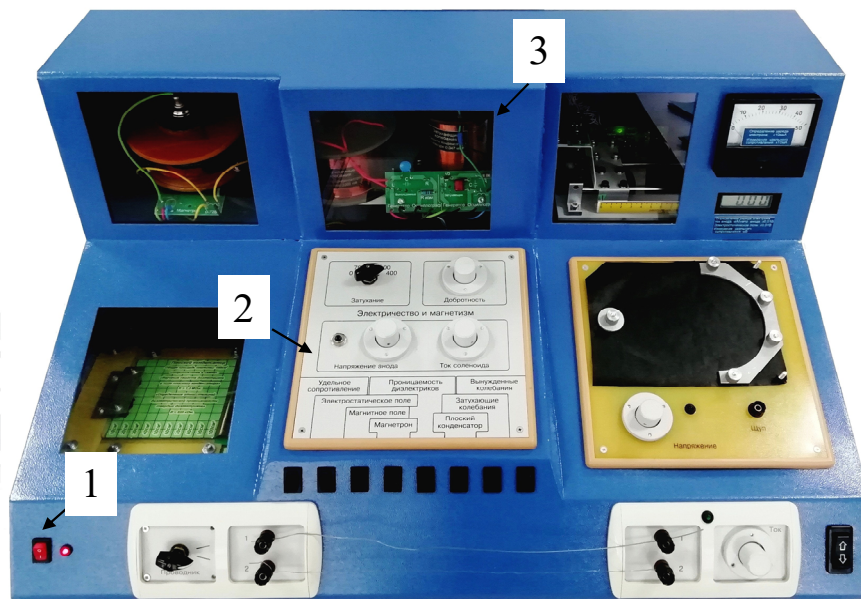
3.2 Исследовать влияние величины активного сопротивления контура на характер затухания колебаний.

3.3 Убедиться в наличии экспоненциального закона убывания амплитуды со временем.

3.4 На основе экспериментальных данных определить параметры затухающих колебаний:  $\delta$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega$ ,  $T$ ,  $R_x$ ,  $R_{кр}$ ,  $\Theta$ ,  $Q$ , где  $R_x$  – сопротивление соединительных проводов и катушки.

### 4 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

4.1 Внешний вид лабораторного макета представлен на рисунке 4.1. Убедиться в том, что все напряжения на лабораторном макете выключены. Включить макет переключателем «СЕТЬ» / расположенной на передней панели в нижнем левом углу макета.



1 – Переключатель «Сеть»; 2 – панель выбора работы; 3 – схема для изучения затухающих колебаний.

Рисунок 4.1 – Внешний вид лабораторного макета

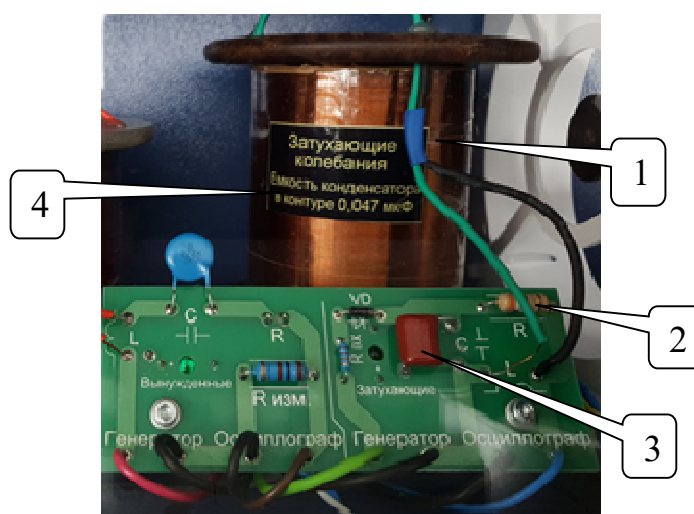
4.2 Схему затухающих колебаний (рисунок 4.2), расположенную в центральной части горизонтальной панели

лабораторного макета, включить переключателем 2, расположенном на панели выбора работы (рисунок 4.3).

4.3 Включить питание компьютера. Дождаться загрузки Windows. На рабочем столе выбрать папку «Лаборатория». При этом открывается меню с перечнем работ.

4.4. Выбрать строку с названием работы. На экране появится график затухающих колебаний и электронная таблица (рисунок 4.4).

4.5 Вращением переключателя 1 (рисунок 4.3) на макете против часовой стрелки, установить нулевое значение сопротивления  $R_I = RP = 0$ .



1 – Катушка индуктивности; 2 – омическое сопротивление; 3 – конденсатор; 4 – таблица со значением величины емкости конденсатора для данного макета.

Рисунок 4.2 – Схема для изучения затухающих колебаний на лабораторном макете (рисунок 4.1)

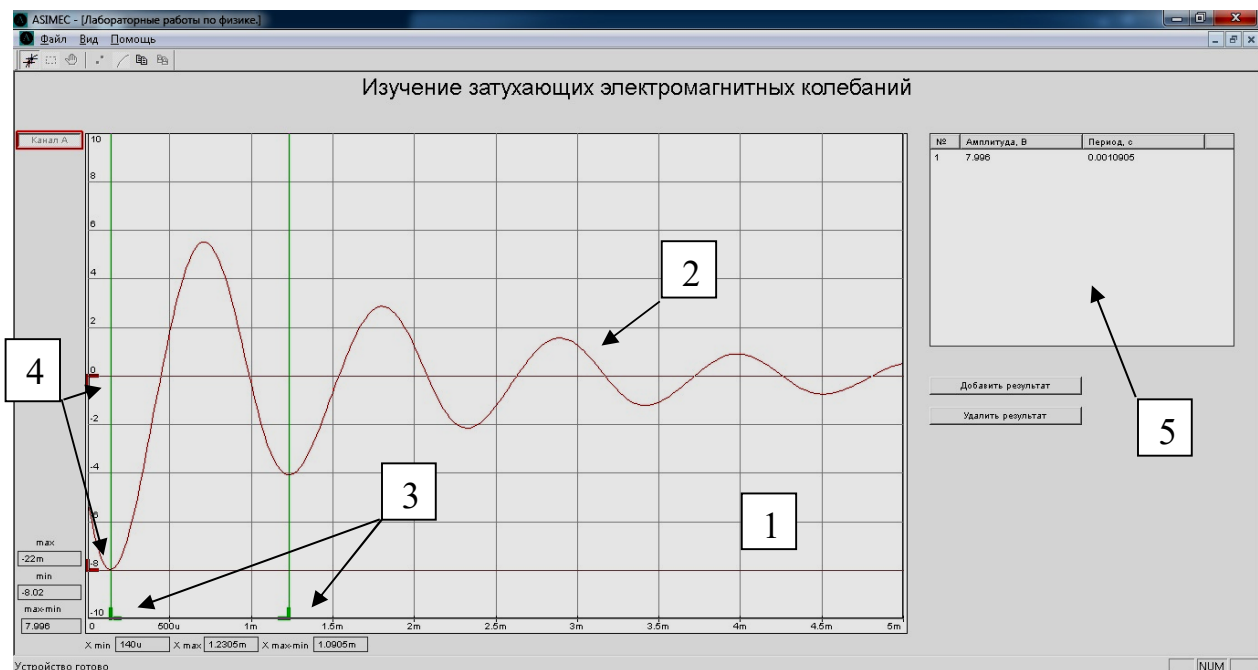
4.6 Измерить амплитуды и периоды пяти первых колебаний. Для этого, взяв мышью вертикальные измерительные маркеры 3 (рисунок 4.4.), находящиеся в углах экрана осциллографа, подвести их к двум соседним минимумам, а горизонтальные маркеры 4 (рисунок 4.4.) подвести соответственно к оси симметрии картины колебаний и к выбранному минимуму. Всякий раз нажимать кнопку «добавить результат». В таблице 5 (рисунок 4.4) появятся значения амплитуды и периода колебаний.

4.7 Если записанный в электронный журнал результат не верен, то его нужно удалить. Для этого выделяют ошибочную запись и нажимают кнопку «Удалить результат».



1 – Переключатель регулировки сопротивления; 2 – переключатель выбора работы.

Рисунок 4.3 – Панель выбора работы



1 – Окно осциллографа; 2 – сигнал; 3 – маркеры измерения периода колебаний, 4 – маркеры измерения амплитуды колебаний; 5 – окно электронной таблицы.

Рисунок 4.4 – Вид экрана монитора

4.8 Результаты измерений внести в таблицу 4.1, предварительно оформив ее в рабочей тетради.

Таблица 4.1 – Результаты измерений

Омическое сопротивление контура $R$	Номер измеряемой амплитуды $n$	Амплитуда $U_n$	Логарифмический декремент $\Theta$	Среднее значение $\langle \Theta \rangle$	$\ln \frac{U_0}{U_n}$	Период колебаний $T$	Среднее значение $\langle T \rangle$
$R=R_x$	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
$R=R_x+RP$	1						
	2						
	3						
	4						
	5						

4.9 На макете, вращая рукоятку переключателя, увеличить сопротивление  $RP$  до максимально возможного, следя за тем, чтобы в картине колебаний оставалось не менее пяти максимумов. Зафиксировать в таблице значение  $R_2=RP$ . Повторить п. 4.6.

4.10 На основании результатов измерений вычислить значения логарифмического декремента затухания для обоих случаев  $\Theta = \ln \frac{U_n}{U_{n+1}}$ , где  $n$  – номер измеряемой амплитуды. За истинное значение логарифмического декремента контура взять значение среднего арифметического для каждого из двух значений  $RP$ .

4.11 Проверить справедливость экспоненциального закона убывания амплитуды со временем  $U = U_0 e^{-\delta t}$ . Для этого привести выражение к виду  $\ln \frac{U_0}{U} = \delta t$ , из которого следует, что в координатах

$\ln \frac{U_0}{U}$  (ось ординат –  $y$ ),  $t$  (ось абсцисс –  $x$ ) экспериментальные точки должны укладываться на прямую, а  $\delta$  – угловой коэффициент этой прямой. В данном случае время удобнее выразить в периодах  $t = nT$ .

Построить графики зависимости  $\ln \frac{U_0}{U}$  от  $nT$  для случаев  $RP=R_1$  и  $RP=R_2$  на одной координатной плоскости.

4.12 Из графиков определить значения коэффициентов затухания  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

4.13 Зная  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , по формуле (1.17) определить индуктивность контура

$$L = \frac{RP}{2(\delta_2 - \delta_1)}. \quad (1.17)$$

4.14 Используя выражение для нахождения коэффициента затухания, рассчитать суммарное активное сопротивление проводников  $R_x$ .

4.15 Учитывая, что в контуре используется конденсатор с емкостью, указанной на лабораторном макете (рисунок 4.2, обозначение 4), рассчитать собственную частоту контура и частоту затухающих колебаний (формула 1.7).

4.16 По формуле (1.9) рассчитать период колебаний для двух значений сопротивлений  $RP = R_1 = 0$  и  $RP = R_2$ . Полученные значения сравнить с измеренными.

4.17 Рассчитать по формуле (1.16) критическое сопротивление  $R_{кр}$ .

4.18 Используя выражение (1.15), оценить добротность контура.



## 5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

5.1 Какова цель работы?

5.2 Какие характеристики колебаний изменяются при увеличении активного сопротивления в контуре?

5.3 Каким должно быть соотношение между элементами контура ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ), чтобы в контуре смогли существовать электромагнитные колебания?

5.4 Каким образом можно подтвердить экспоненциальный характер изменения амплитуды со временем?

5.5 Как экспериментально определяется коэффициент затухания?

5.6 Какими параметрами контура определяется его собственная частота?

5.7 Как соотносятся между собой собственная частота и частота затухающих колебаний?

5.8 Какие физические величины изменяются в контуре по колебательному закону?

5.9 Чем обусловлено затухание колебаний в контуре?

5.10 Какие характеристики колебаний изменятся при изменении индуктивности контура?

5.11 Как должны соотноситься параметры контура, чтобы при однократной зарядке конденсатора его разрядка осуществлялась в апериодическом процессе?

5.12 Как изменится частота затухающих колебаний, если конденсатор заменить на другой меньшей емкости.

5.13 Чему равен логарифмический декремент колебаний, если число колебаний, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз равно 20.

5.14 Колебательная система состоит из конденсатора емкостью  $C$ , катушки индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$ . Изменение какого параметра не влияет на величину коэффициента затухания.

5.15 Запишите выражение, позволяющее определить энергию конденсатора в любой момент времени.

5.16 Запишите выражение, позволяющее определить величину тока в контуре в любой момент времени.

5.17 Что называется амплитудой колебаний. Нарисуйте график зависимости амплитуды напряжения на конденсаторе в изучаемом контуре.

5.18 Запишите второй закон Кирхгофа для изучаемого контура и получите дифференциальное уравнение, описывающее затухающие колебания.

5.19 Как отличаются по фазе колебания заряда на обкладках конденсатора от колебаний тока в контуре.

## 6 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Савельев. – СПб.: Лань, 2018. – 500 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/98246>. (дата обращения: 10.04.2023).

2. Бурачевский Ю. А. Электричество и магнетизм: учебно-методическое пособие по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе [Электронный ресурс] / Ю. А. Бурачевский. – 2018. – 137 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7729>. (дата обращения: 10.04.2023).

3. Зенин А.А. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике: Методические указания [Электронный ресурс] / А.А. Зенин. – Томск: ТУСУР, 2019. – 20 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/8957>. (дата обращения: 10.04.2023).

4. Мухачев В. А. Оценка погрешностей измерений [Электронный ресурс] / метод. указания к лабораторной работе / В. А. Мухачев, А. Л. Магазинников. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 24 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1099>. (дата обращения: 10.04.2023).