

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ
ВОЛНОВОДЕ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. Каф. ЭП

_____ С.М. Шандаров

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ
ВОЛНОВОДЕ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100
«Электроника и нанoeлектроника», «Электроника и микroeлектроника» к
лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая
техника»

Разработчик:

доцент каф. ЭП

_____ А.И. Башкиров

«__» _____ 2012

Цель работы

1. Изучить свойства прямоугольного волновода, методику расчета параметров, характеризующих режим работы линии передачи.
2. Исследовать конфигурацию электромагнитного поля направляемых волн в прямоугольном волноводе.

Сведения из теории

Теория прямоугольных волноводов микроволнового диапазона рассмотрена в том числе в учебной и методической литературе. В данном пособии использованы материалы, касающиеся прямоугольных волноводов, изложенные в [1 - 3].

Устройства, ограничивающие область, в которой распространяются электромагнитные волны, и направляющие движение электромагнитной энергии в заданном направлении, называются направляющими системами. К их числу относятся всевозможные линии передачи, основными типами которых являются проводные линии, коаксиальные линии, металлические волноводы, полосковые линии.

Классификация направляемых волн проводится по признаку наличия у них продольной составляющей электрического или магнитного поля. На рис. 1(а) показано распространение между двумя параллельными плоскостями волны горизонтальной поляризации. В этом случае вектор \vec{H} имеет продольную составляющую H_z . На рис. 1(б) показано распространение вертикально поляризованной волны. Здесь отлична от нуля продольная составляющая вектора напряжённости электрического поля E_z .

Принято называть H – волнами (магнитными) или поперечно-электрическими волнами, обозначаемыми символом TE (Transversion Electric - поперечно-электрические) такие волны, у которых $H_z \neq 0$. Если $E_z \neq 0$, то такие волны называются E – волнами (электрическими) или поперечно-магнитными волнами, обозначаемые символом TM (Transversion Magnetic -

поперечно-магнитные). В некоторых линиях передачи таких, как коаксиальная или полосковая, могут быть равны нулю продольные составляющие и электрического, и магнитного поля одновременно. Такие волны, для которых $H_z = 0$ и $E_z = 0$ называют T - волнами (поперечными) или поперечно-электромагнитными волнами, обозначаемыми символом TEM (Transversion Electro-Magnetic). В направляющих системах могут также существовать смешанные (гибридные) волны, у которых отличны от нуля все компоненты электромагнитного поля.

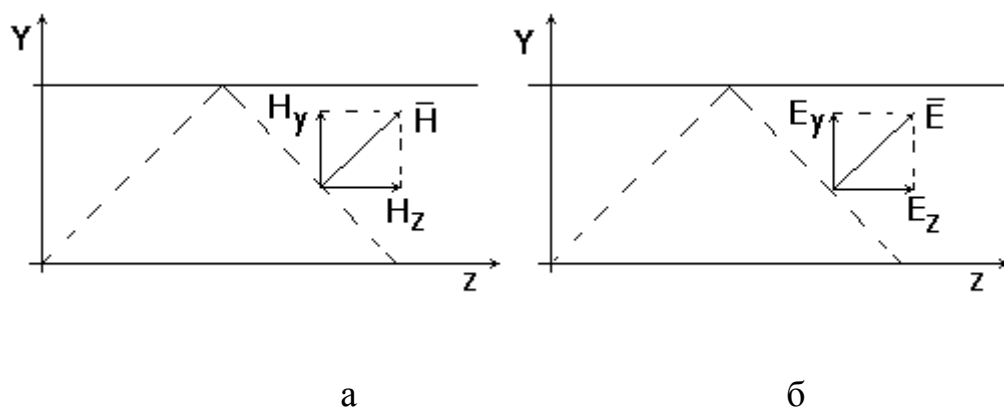


Рис. 1. Конфигурация векторов \vec{H} в магнитной волне (а) и \vec{E} в электрической волне (б)

Различные направляющие системы получили широкое распространение благодаря интенсивному развитию радиоэлектроники сверхвысоких частот. Особое место занимают здесь полые волноводы.

Полый волновод прямоугольного сечения представляет собой основной вид линии передачи в диапазоне сантиметровых волн. Однако, кроме обычных волноводов и коаксиальных линий, в микроволновой технике применяется множество разнообразных систем, преследующих специальные цели.

Прямоугольный волновод

Полый волновод прямоугольного поперечного сечения называется обычно прямоугольным волноводом. Прямоугольный волновод представляет собой полую металлическую трубу прямоугольного сечения, заполненную воздухом или однородным изотропным диэлектриком. Для поперечных размеров прямоугольного волновода приняты следующие обозначения: a - величина широкой стенки; b - величина узкой стенки. На рис. 2 он изображен в наиболее подходящей здесь декартовой системе координат, оси которой x и y параллельны сторонам поперечного контура a и b .

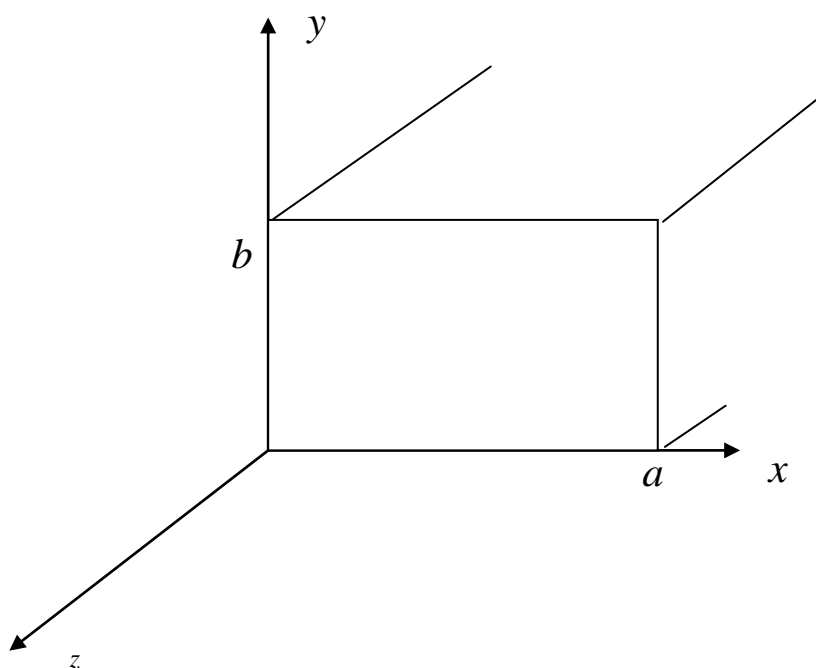


Рис. 2. Прямоугольный волновод и связанная с ним система координат

Для определения электромагнитных полей в прямоугольном волноводе необходимо решить однородные уравнения Гельмгольца относительно комплексных амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей

$$\begin{aligned}\overline{E}_m &= \overline{E}_{m\perp}(x, y) e^{-j\beta z}; \\ \overline{H}_m &= \overline{H}_{m\perp}(x, y) e^{-j\beta z},\end{aligned}\quad (1)$$

где β – продольная постоянная распространения.

***E* - волны**

Для *E* - волн уравнение (1) в декартовых координатах относительно продольной компоненты напряженности электрического поля имеет вид:

$$\frac{\partial^2 E_{mz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{mz}}{\partial y^2} = -\gamma_{\perp}^2 E_{mz}, \quad (2)$$

где γ_{\perp} - поперечная постоянная распространения.

Решение уравнения (2) ищется методом разделения переменных, в результате оно имеет вид:

$$E_{mz} = (A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x)(C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y),$$

где $\gamma_x^2 + \gamma_y^2 = \gamma_{\perp}^2$.

Полученное общее решение, содержащее шесть неизвестных постоянных A, B, C, D, γ_x и γ_y , не дает еще представления об исследуемом поле. Необходимо определить их из граничных условий на стенках волновода. Учитывая, что тангенциальные компоненты электрического поля равны нулю на всех стенках волновода, можно определить неизвестные постоянные:

$$\gamma_x = \frac{m\pi}{a}, \quad \gamma_y = \frac{n\pi}{b},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ и $n = 1, 2, 3, \dots$ – любые целые числа. Значения $m = 0$ и $n = 0$ исключены, потому что они не соответствуют существованию поля ($E_{mz} \neq 0$). С учетом этого результата решение и γ_{\perp}^2 принимают вид:

$$E_{mz} = E_0 \sin \gamma_x x \sin \gamma_y y,$$

$$\gamma_{\perp}^2 = \left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2.$$

Итак, различным решениям E_{mz} соответствуют определенные значения поперечного волнового числа γ_{\perp} . Задав какие либо числа m и n , мы однозначно определяем тип поля волновода. Все компоненты поля данного типа нетрудно найти из выражений, связывающих продольные и поперечные компоненты электромагнитного поля:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{mz} &= E_0 \sin \frac{m \pi}{a} x \sin \frac{n \pi}{b} y, \\ \dot{E}_{mx} &= -j \beta \frac{\gamma_x}{\gamma_{\perp}^2} E_0 \cos \frac{m \pi}{a} x \sin \frac{n \pi}{b} y, \\ \dot{E}_{my} &= -j \beta \frac{\gamma_y}{\gamma_{\perp}^2} E_0 \sin \frac{m \pi}{a} x \cos \frac{n \pi}{b} y, \\ \dot{H}_{mx} &= j \frac{\beta}{W^E} \frac{\gamma_y}{\gamma_{\perp}^2} E_0 \sin \frac{m \pi}{a} x \cos \frac{n \pi}{b} y, \\ \dot{H}_{my} &= -j \frac{\beta}{W^E} \frac{\gamma_x}{\gamma_{\perp}^2} E_0 \cos \frac{m \pi}{a} x \sin \frac{n \pi}{b} y. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Говорят, что формулы (3) выражают поле волны типа E_{mn} прямоугольного волновода. Это поле имеет характер распространяющейся волны при вещественных значениях продольного волнового числа:

$$\beta = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2},$$

где

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{\gamma_{\perp}} = 2 \sqrt{\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2}. \quad (4)$$

В микроволновой технике широко используется понятие критической длины волны $\lambda_{кр}$, связанной с размерами направляющей системы. Необходимо помнить, что сравниваемая с ней величина λ – это длина волны в свободном пространстве с теми же свойствами (параметры ϵ , μ), что и среда, заполняющая волновод.

Выражения, определяющие длину волны в волноводе и фазовую скорость волны, имеют такой вид

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}},$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}},$$

где Λ – длина волны в волноводе,

λ – длина волны в свободном пространстве.

Как видно из (4), с увеличением m и n критическая длина волны $\lambda_{кр}$ уменьшается. Направляемая волна данного типа распространяется до тех пор,

пока $\lambda < \lambda_{кр}$. Волны высших типов существуют, таким образом, при меньших значениях λ , т.е. при более высоких частотах. Для низшей электрической волны E_{11} , согласно (4), критическая длина волны:

$$\lambda_{кр} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (5)$$

Одновременно в волноводе распространяется лишь ограниченное число волн различного типа. Действительно, при любых размерах поперечного сечения можно найти такие числа m и n , что рабочая длина волны окажется ниже критической.

H-волны

Для H - волн уравнение (1) в декартовых координатах относительно продольной компоненты напряженности магнитного поля имеет вид:

$$\frac{\partial^2 H_{mz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{mz}}{\partial y^2} = -\gamma^2 H_{mz},$$

Методом разделения переменных находим общий вид его решения:

$$H_{mz} = (A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x)(C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y).$$

Из граничных условий получаем:

$$H_{mz} = H_0 \cos \gamma_x x \cos \gamma_y y,$$

$$\gamma_x = \frac{m\pi}{a} \quad \text{И} \quad \gamma_y = \frac{n\pi}{b},$$

$$\gamma_{\perp}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

Все компоненты поля типа H_{mn} находим из выражений, связывающих продольные и поперечные компоненты электромагнитного поля:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{mz} &= H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y, \\ \dot{H}_{mx} &= j\beta \frac{\gamma_x}{\gamma_{\perp}^2} H_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y, \\ \dot{H}_{my} &= j\beta \frac{\gamma_y}{\gamma_{\perp}^2} H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y, \\ \dot{E}_{mx} &= j\beta W^H \frac{\gamma_y}{\gamma_{\perp}^2} H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y, \\ \dot{E}_{my} &= -j\Gamma W^H \frac{\gamma_x}{\gamma_{\perp}^2} H_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из выражений (6) следует, что составляющие векторов поля \overline{E} и \overline{H} вдоль стенок волновода a и b меняются по закону синуса или косинуса, причем на широкой стороне a укладывается m полупериодов, на узкой стороне b – n полупериодов. Символы m и n не могут одновременно принимать нулевые значения, так как при этом все составляющие векторов \overline{E} и \overline{H} становятся равными нулю.

Так как общий вид поперечного волнового числа γ_{\perp} для H - волн не отличается от полученного ранее для E - волн, критическая длина волны по-прежнему определяется формулой (5)

$$\lambda_{кр} = 2 / \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}.$$

В этом случае максимальная критическая длина волны соответствует значениям $m=1$, $n=0$. Следовательно, основной волной в прямоугольном волноводе является волна H_{10} . Когда одно из чисел m или n равно нулю, критическая длина волны равна:

$$\lambda_{кр}^{10} = 2a \quad \text{или} \quad \lambda_{кр}^{01} = 2b.$$

Одна из этих величин оказывается наибольшей среди критических длин волн всех возможных E - и H - волн прямоугольного волновода. Так как мы приняли условие $a > b$, то наибольшей будет величина $\lambda_{кр}^{10}$. В волноводе будет распространяться только волна H_{10} , если выполняется условие ее единственности $\lambda_{кр}^{20} < \lambda < \lambda_{кр}^{10}$ или $a < \lambda < 2a$ (при условии $a > 2b$).

Это значит, что при достаточно малых размерах поперечного сечения волновода лишь один тип волны H_{10} будет существовать в виде распространяющейся волны, которая называется основной. На практике применяется именно основная волна, распространяющаяся без волн высших типов.

Выражения, определяющие длину волны в волноводе и фазовую скорость для волн типа H , имеют такой же вид, как и для E - волн.

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить настоящее методическое руководство.
2. Уточнить у преподавателя геометрические параметры прямоугольного волновода, тип волны для исследования электромагнитного поля.
3. Рассчитать граничные частоты одномодового диапазона для заданного волновода.
4. Для данного типа волны найти критическую длину волны, рассчитать и построить зависимость длины волны в волноводе от частоты возбуждающих колебаний $\lambda_v(f)$.
5. Построить распределение компонент поля заданного типа волны вдоль стенок волновода. Построить силовые линии электрического и магнитного полей в заданных преподавателем сечениях волновода.

Контрольные вопросы

1. Какие типы волн существуют в прямоугольных волноводах?
2. Какой физический смысл имеют символы m и n , обозначающих тип волны в прямоугольном волноводе.
3. Дайте определение длины волны в волноводе.
4. Дайте определение критической длины волны в волноводе.
5. Дайте определение фазовой скорости в волноводе.
6. Какая волна в волноводе называется основной? Записать условие одномодового режима в волноводе.
7. Какая волна является основной в прямоугольном волноводе?
8. Записать условие, при котором в прямоугольном волноводе будет распространяться только основная волна.

9. Что называется запердельным волноводом? Структура электромагнитного поля в запердельном волноводе.

Литература

1. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989. – 543 с.
2. Боков Л.А. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 1: Электромагнитные поля и волны, Раздел 2. - Томск: ТМЦДО, 2004. - 115 с.
3. Замотринский В.А., Шангина Л.И. Устройства СВЧ и антенны: учебное пособие в 2 частях. Ч. 1 : Устройства СВЧ. – Томск : Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2010. - 201 с.