

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники» (ТУСУР)

Кафедра физики

А.В. Тюньков

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЙ НА МАШИНЕ АТВУДА

Методические указания к лабораторной работе по физике для
студентов всех специальностей

Томск
2023

УДК 531.1
ББК 22.3
Т 984

Рецензент:

Зенин А.А., доцент кафедры физики ТУСУР,
канд. техн. наук

Тюньков, Андрей Владимирович

Т 984 Изучение вращательного и поступательного движений на машине Атвуда: Методические указания к лабораторной работе по физике для студентов всех специальностей / А.В. Тюньков. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 13 с.

Представлена краткая теория вращательного движения. Описана экспериментальная установка (машина Атвуда) по изучению вращательного и поступательного движения. Проведен анализ движения грузов и блока машины Атвуда. Представлен порядок выполнения работы, обработки результатов, а также вопросы для самоподготовки и список литературы.

Методические указания предназначены для использования студентами всех специальностей при подготовке, выполнении и защите лабораторной работы по физике.

Одобрено на заседании каф. физики протокол №104 от 16.04.23

УДК 531.1
ББК 22.3

© Тюньков А.В., 2023

© Томск. гос. ун-т систем упр. и
радиоэлектроники, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ	4
2 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ.....	7
3 АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗОВ И БЛОКА В МАШИНЕ АТВУДА	8
4 ЗАДАНИЕ	11
5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ	11
6 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ.....	12
7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	13
8 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	13

ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является изучение основных законов динамики поступательного и вращательного движений твердых тел, экспериментальное определение момента инерции блока и сравнение его с расчетным значением.

1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси описывается уравнением (1.1)

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}, \quad (1.1)$$

где $\vec{\varepsilon} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$ – вторая производная по времени от угла поворота

φ , то есть угловое ускорение;

$\vec{M} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \times \vec{F}_i]$ – суммарный момент сил, приложенный к

телу;

I – момент инерции тела относительно оси вращения.

На рисунке 1.1 представлена схема твердого тела, способного вращаться относительно оси OO' .

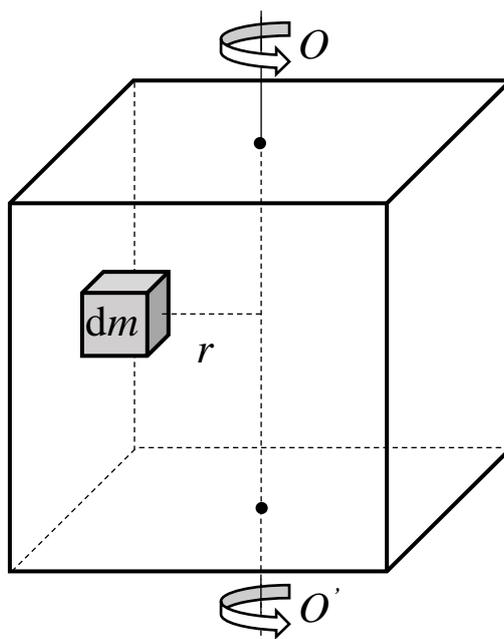


Рисунок 1.1 – Схема, поясняющая понятие момента инерции

Для бесконечно малого элемента тела массой dm момент инерции dI выражается соотношением (1.2)

$$dI = r^2 dm, \quad (1.2)$$

где r – расстояние от элемента массой dm до оси вращения.

Момент инерции всего тела запишется в виде интеграла

$$I = \int r^2 dm, \quad (1.3)$$

где интегрирование осуществляется по всему телу.

Из (1.3) следует аддитивность момента инерции, что позволяет вычислять момент инерции тела как сумму моментов инерции частей тела. Выбор координат для вычисления интеграла (1.3) определяется симметрией задачи. Так для тел, обладающих осевой симметрией, удобнее цилиндрические координаты, а для тел, обладающих плоскостью симметрии – декартовы.

В качестве примера рассмотрим вычисление моментов инерции диска и стержня (рисунок 1.2).

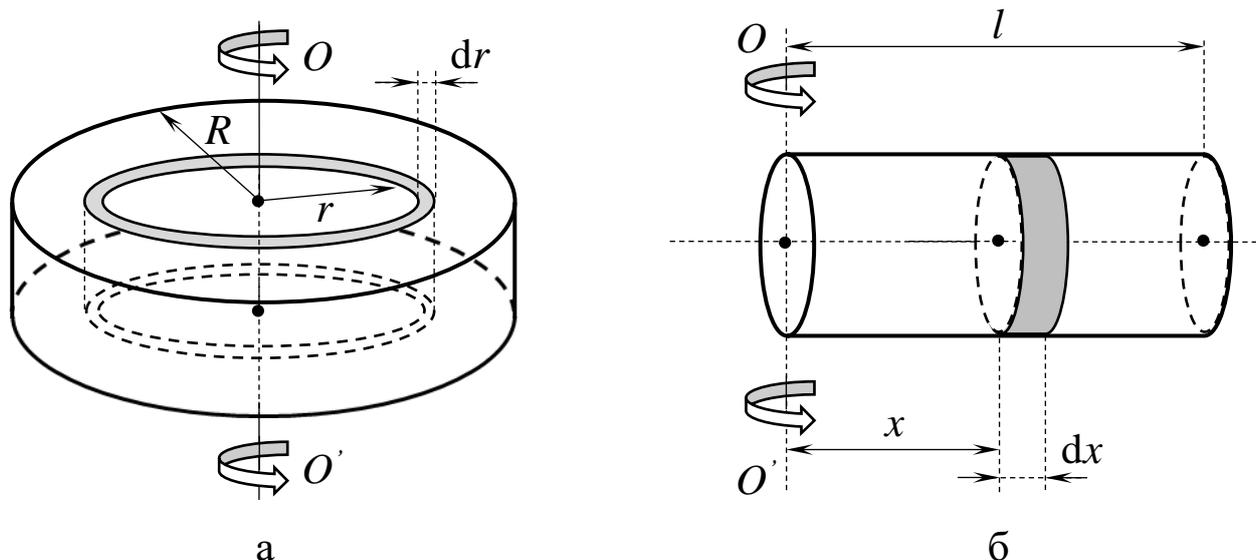


Рисунок 1.2 – Схема вычисления моментов инерции: а – диска, б – стержня

При вычислении момента инерции диска массой m и радиусом R относительно оси OO' , проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр (рисунок 1.2а), диск может быть разбит на кольца радиусом r и шириной dr . Момент инерции такого кольца,

$$dI = 2\pi r \sigma r^2 dr \quad (1.4)$$

где $\sigma = \frac{m}{\pi R^2}$ – поверхностная плотность однородного диска.

Для момента инерции всего диска запишем

$$I = \int_0^R \frac{m}{\pi R^2} 2\pi r^3 dr = \frac{2m}{R^2} \times \frac{R^4}{4} = \frac{mR^2}{2} \quad (1.5)$$

При вычислении момента инерции стержня длиной l и массой m относительно оси OO' , проходящей перпендикулярно стержню через его конец (рисунок 1.2б), разбиваем стержень на элементы длиной dx , отстоящие на x от оси. Тогда момент инерции данного элемента

$$dI = \gamma x^2 dx, \quad (1.6)$$

где $\gamma = \frac{m}{l}$ – линейная плотность.

Для всего стержня

$$I = \int_0^l \gamma x^2 dx = \frac{m}{l} \times \frac{l^3}{3} = \frac{ml^2}{3}. \quad (1.7)$$

Часто при вычислении моментов инерции приходится иметь дело с телами, не обладающими осевой симметрией, однако состоящими из элементов, имеющих такую симметрию. В этих случаях очень полезным оказывается соотношение, известное под названием Теоремы Штейнера. Для формулировки этой теоремы рассмотрим произвольное тело (рисунок 1.3), с которым связаны две оси: одна, проходящая через центр масс C , и другая, параллельная первой и отстоящая от нее на расстояние r .

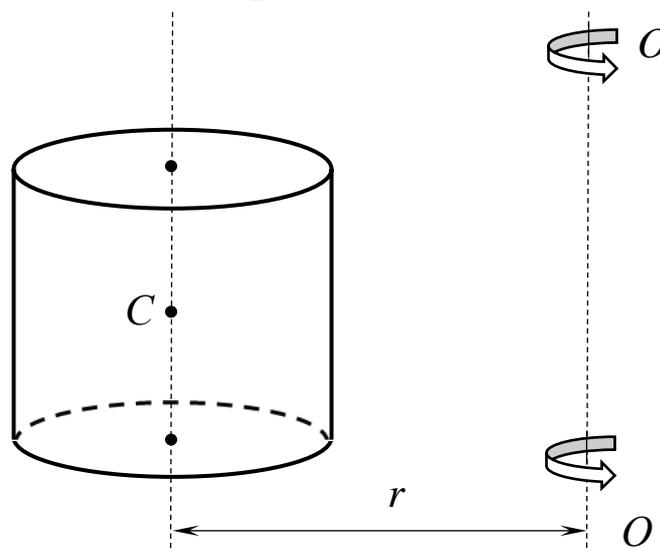


Рисунок 1.3 – Схема, поясняющая теорему Штейнера

Согласно теореме Штейнера, момент инерции относительно оси OO' определяется выражением (1.8).

$$I_0 = I_C + mr^2, \quad (1.8)$$

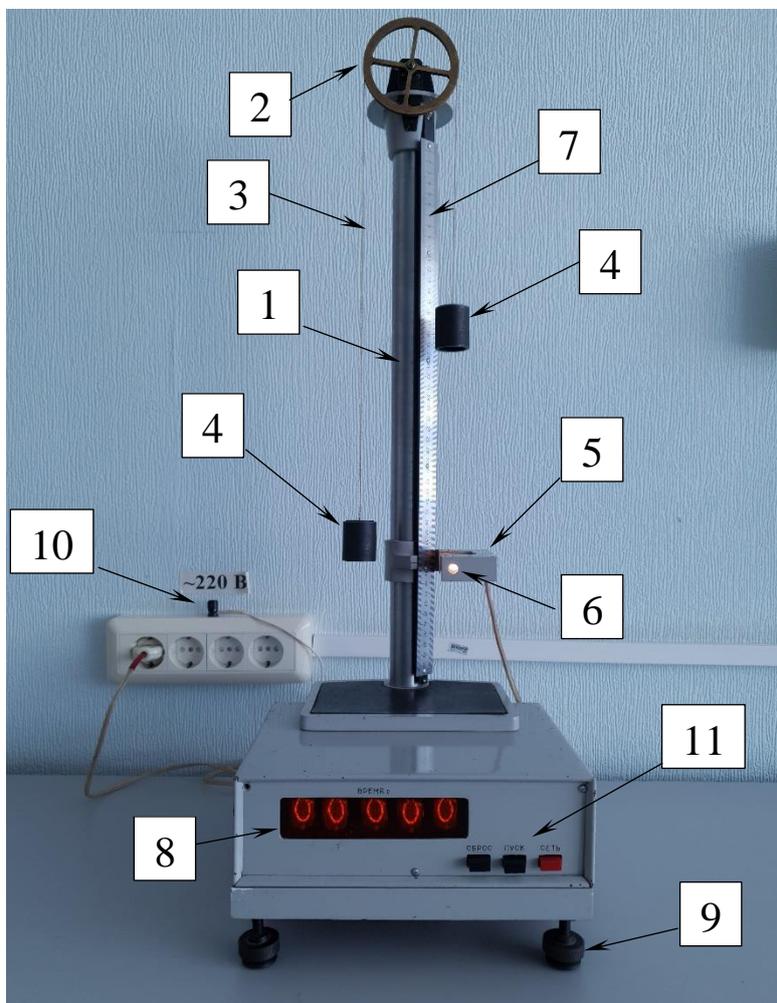
где I_0 – момент инерции тела относительно оси OO' ;

I_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;

m – масса тела.

2 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка на основе машины Атвуда представлена на рисунке 2.1.



1 – стойка; 2 – блок; 3 – нить; 4 – грузы; 5 – средний кронштейн; 6 – фотодатчик; 7 – линейка; 8 – миллисекундометр; 9 – регулировочная опора; 10 – защитное заземление; 11 – кнопки: СЕТЬ, ПУСК, СБРОС.

Рисунок 2.1 – Машина Атвуда

На вертикальной стойке *1* крепится массивный блок *2*, через который перекинута нить *3* с грузами *4* одинаковой массы m_1 , равной 80 г. В верхней части стойки расположен электромагнит, который может удерживать блок, не давая ему вращаться. На среднем кронштейне *5* закреплен фотодатчик *6*. Риска на корпусе среднего кронштейна совпадает с оптической осью фотодатчика. Средний кронштейн имеет возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке. На стойке укреплена миллиметровая линейка *7*, по которой определяют начальное и конечное положение грузов. За начальное принимают положение нижнего среза груза, за конечное - риску на корпусе среднего кронштейна.

Миллисекундомер *8* представляет собой прибор с цифровой индикацией времени. Опоры *9* используют для регулировки положения установки на лабораторном столе. Корпус прибора электрически соединяется к защитному заземлению *10*. Кнопками *11* осуществляется включение прибора, запуск секундомера и его сброс.

Принцип работы машины Атвуда заключается в следующем. Когда на концах нити висят грузы одинаковой массы, система находится в положении безразличного равновесия. Если же на один из грузов (обычно на правый) положить перегрузок, то система выйдет из равновесия, и грузы начнут двигаться с ускорением.

3 АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗОВ И БЛОКА В МАШИНЕ АТВУДА

На рисунке 3.1 приведена схема, поясняющая характер движения грузов, а также величины и точки приложения сил. Рассмотрим движение тел в машине Атвуда, используя основные законы динамики вращательного и поступательного движений.

Пусть основные грузы имеют массу m_1 каждый, а перегруз массой m_2 лежит на правом грузе (рисунок 3.1). Уравнения поступательного движения грузов и вращательного движения блока описывается (3.1).

$$\begin{cases} \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a} \\ \vec{T}_2 + (m_1 + m_2) \vec{g} = (m_1 + m_2) \vec{a} \\ \sum_{i=1}^2 \vec{M}_i = I \vec{\varepsilon} \end{cases} \quad (3.1)$$

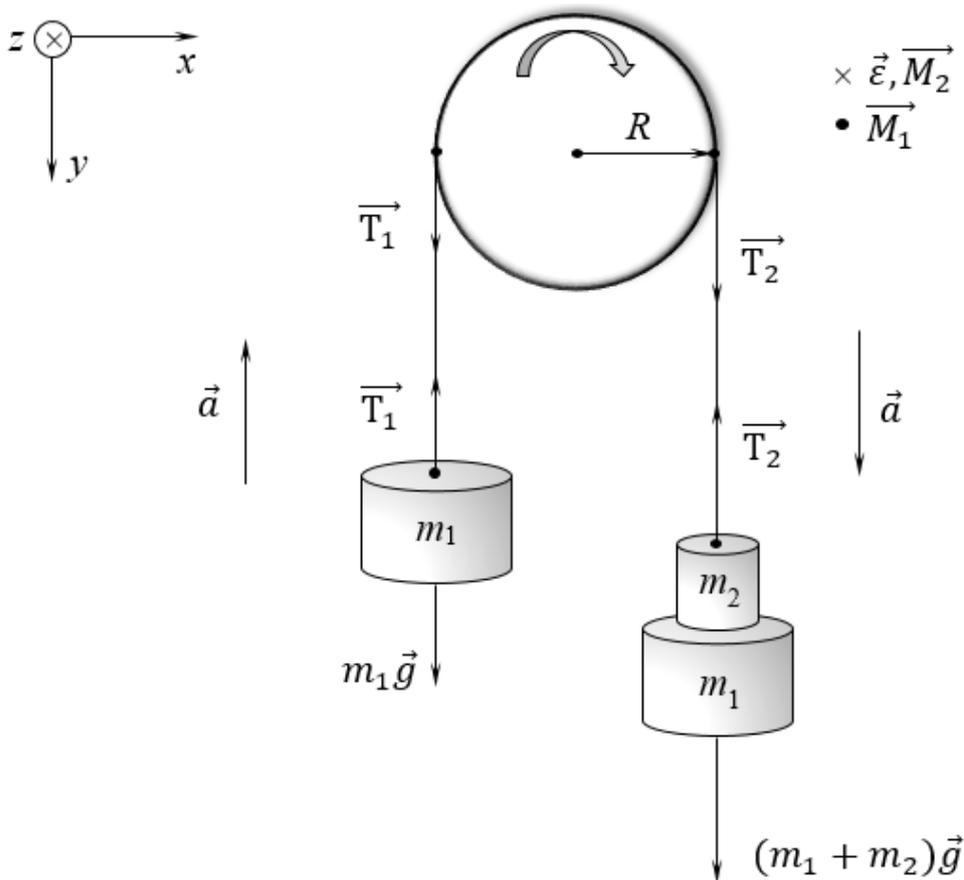


Рисунок 3.1 – Схема приложения сил

Уравнения грузов и блока в проекциях на оси y и z

$$\begin{cases} -T_1 + m_1 g = -m_1 a \\ -T_2 + (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a \\ M_2 - M_1 = I \varepsilon \end{cases} \quad (3.2)$$

Согласно рисунку 3.1 сумма моментов $T_2 R - T_1 R$. При движении нерастяжимой нити без скольжения по блоку имеет место равенство $\varepsilon = \frac{a}{R}$. Здесь a – линейное ускорение точек на поверхности блока, а,

следовательно, самой нити, R – радиус блока. Таким образом, исходная система уравнений выглядит так

$$\begin{cases} -T_1 + m_1 g = -m_1 a \\ -T_2 + (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a \\ R(T_2 - T_1) = \frac{Ia}{R} \end{cases} \quad (3.3)$$

Как следует из системы (3.3), ускорение a есть величина постоянная в условиях постоянства масс и момента инерции, т.е. грузы движутся равноускоренно. Ускорение a может быть определено на основании измерения высоты h , на которую опустится правый груз, и времени его движения t :

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (3.4)$$

Подставим выражение (3.4) в систему (3.3) и решая ее относительно t^2 получаем

$$t^2 = \frac{1}{g} \left[\left(\frac{2I}{R^2} + 4m_1 \right) \frac{1}{m_2} + 2 \right] h. \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) может быть переписано в виде

$$t^2 = kh, \quad (3.6)$$

где k – константа, зависящая от параметров экспериментальной установки.

$$k = \frac{1}{g} \left[\left(\frac{2I}{R^2} + 4m_1 \right) \frac{1}{m_2} + 2 \right] \quad (3.7)$$

Формула (3.6) показывает, что в случае адекватности рассмотренной физической модели условиям опыта экспериментальные точки, нанесенные на график в координатах t^2 , h , должны укладываться на прямую линию. Из наклона этой прямой может быть вычислена константа k , по величине которой, в свою очередь, может быть рассчитан момент инерции I блока, если другие входящие в k величины (R , m_1 , m_2) известны.

4 ЗАДАНИЕ

Измерить зависимость времени t движения груза с перегрузком от расстояния h . Нанести экспериментальные точки на график в координатах t^2 , h . Убедиться в наличии линейной зависимости. Определить коэффициент k и момент инерции блока, исходя из его массы и геометрических параметров.

Сравнить расчетное и экспериментальное значение моментов инерции блока.

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

5.1 Проверить заземление установки.

5.2 Регулируемыми опорами обеспечить вертикальность стойки.

5.3 Включить в сеть шнур питания миллисекундомера. Нажать кнопку «СЕТЬ» на лицевой панели миллисекундомера.

5.4 Положить на правый груз перегрузок. Нажать кнопку на оси электромагнита и убедиться в том, что электромагнит удерживает систему грузов в неподвижном состоянии.

5.5 Нажав и удерживая кнопку «ПУСК», установить груз с перегрузком в крайнем верхнем положении и затем отпустить кнопку. Установить средний кронштейн с фотодатчиком на такой высоте, чтобы путь, проходимый грузом с перегрузком, составлял 7-8 см.

5.6 Нажать кнопку «СБРОС» миллисекундомера. Нажать кнопку ПУСК и удерживать ее до окончания отсчета времени миллисекундомером.

5.7 Отпустить кнопку «ПУСК». Записать показания миллисекундомера в таблицу 5.1.

5.8. Повторить измерения пять раз.

5.9 Измерения зависимости времени движения груза с перегрузком от пути по пп. 5.6 – 5.8 произвести для нескольких (не менее пяти) значений пути, проходимого грузом.

Таблица 5.1 – Результаты измерений времени прохождения груза

Номер измерения	$h_1=$	$h_2=$	$h_3=$	$h_4=$	$h_5=$
1					
2					
3					
4					
5					
$\langle t \rangle, \text{с}$					
$\langle t \rangle^2, \text{с}^2$					

6 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

6.1 Определить средние значения времени $\langle t \rangle$ прохождения грузом пути h .

6.2 Определить случайную, приборную и общую погрешности измерений t и рассчитать погрешности величин t^2 .

6.3 Нанести экспериментальные точки на график в координатах t^2, h . Здесь же указать погрешности в виде доверительных интервалов.

6.4 Провести интерполирующую прямую и вычислить величину k .

6.5. Используя выражение (3.7) для k и учитывая, что $m_1 = 80$ г, вычислить момент инерции I блока.

6.6. С помощью штангенциркуля измерить геометрические параметры блока и с учетом плотности металла, из которого изготовлен блок (латунь, $\rho = 8400$ кг/м³), рассчитать его момент инерции.

6.7. Сравнить расчетное значение с экспериментальным.

6.8. Сделать выводы по работе.

7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

7.1 Что такое момент сил и момент инерции?

7.2 Моменты каких сил действуют на блок?

7.3 Как рассчитать момент инерции блока? Сформулировать теорему Штейнера.

7.4 Укажите возможные причины несовпадения экспериментальных результатов с расчетными.

8 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Савельев. – СПб.: Лань, 2018. – 436 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/98245>. (дата обращения: 10.04.2023).

2. Грибов Ю. А. Механика: учебно-методическое пособие по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе [Электронный ресурс] / Ю. А. Грибов, А. А. Зенин. – 2018. – 64 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7662>. (дата обращения: 10.04.2023).

3. Зенин А.А. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике: Методические указания [Электронный ресурс] / А.А. Зенин. – Томск: ТУСУР, 2019. – 20 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/8957>. (дата обращения: 10.04.2023).

4. Мухачев В. А. Оценка погрешностей измерений [Электронный ресурс] / метод. указания к лабораторной работе / В. А. Мухачев, А. Л. Магазинников. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 24 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1099>. (дата обращения: 10.04.2023).