Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100 «Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая техника»

2012

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Кафедра электронных приборов (ЭП)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. Каф. ЭП

________ С.М. Шандаров

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Методические указания для студентов направления подготовки 210100 «Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» к лабораторному практикуму по курсу: «Электродинамика и микроволновая техника»

Разработчик:
доцент каф. ЭП
_________ А.И. Башкиров

«___»_________2012

2012

Цель работы

1. Изучить условия существования колебаний в объемных резонаторах, виды потерь и добротность резонаторов, методику расчета параметров, характеризующих их работу.

2. Исследовать конфигурацию электромагнитного поля простейших типов колебаний в прямоугольном резонаторе.

Сведения из теории

Теория объемных резонаторов микроволнового диапазона рассмотрена в том числе в учебной и методической литературе. В данном пособии использованы материалы, касающиеся объемных резонаторов, изложенные в [1 - 2].

В радиотехнике при переходе к волнам дециметрового диапазона наблюдается резкое уменьшение добротности колебательных систем на сосредоточенных элементах. Это объясняется тем, что повышение резонансной частоты требует уменьшения индуктивности и емкости контура, что, в свою очередь, приводит к уменьшению запасенной энергии и, следовательно, к падению добротности. Увеличение активных потерь в контуре объясняется излучением и возрастанием за счет поверхностного эффекта омического сопротивления. В связи с этим в СВЧ-диапазоне в качестве колебательных систем используются замкнутые объемы.

Электромагнитные колебательные системы, представляющие собой замкнутые объемы с проводящими стенками, носят название объемных резонаторов. Один из широко используемых путей создания колебательных систем СВЧ состоит в использовании резонансных свойств отрезков линии передачи с малыми потерями.

Резонатором будет любой отрезок некоторой продольно-однородной направляющей структуры, ограниченный двумя поперечными проводящими плоскостями (рис. 1). Если исходной структурой является прямоугольный (а) или, например, круглый (б) волновод, такой резонатор называют полым. На рис. 1 показаны также другие типы объемных резонаторов, образованные отрезком коаксиальной линии (в), диэлектрического волновода (г), двухпроводной линии (д).

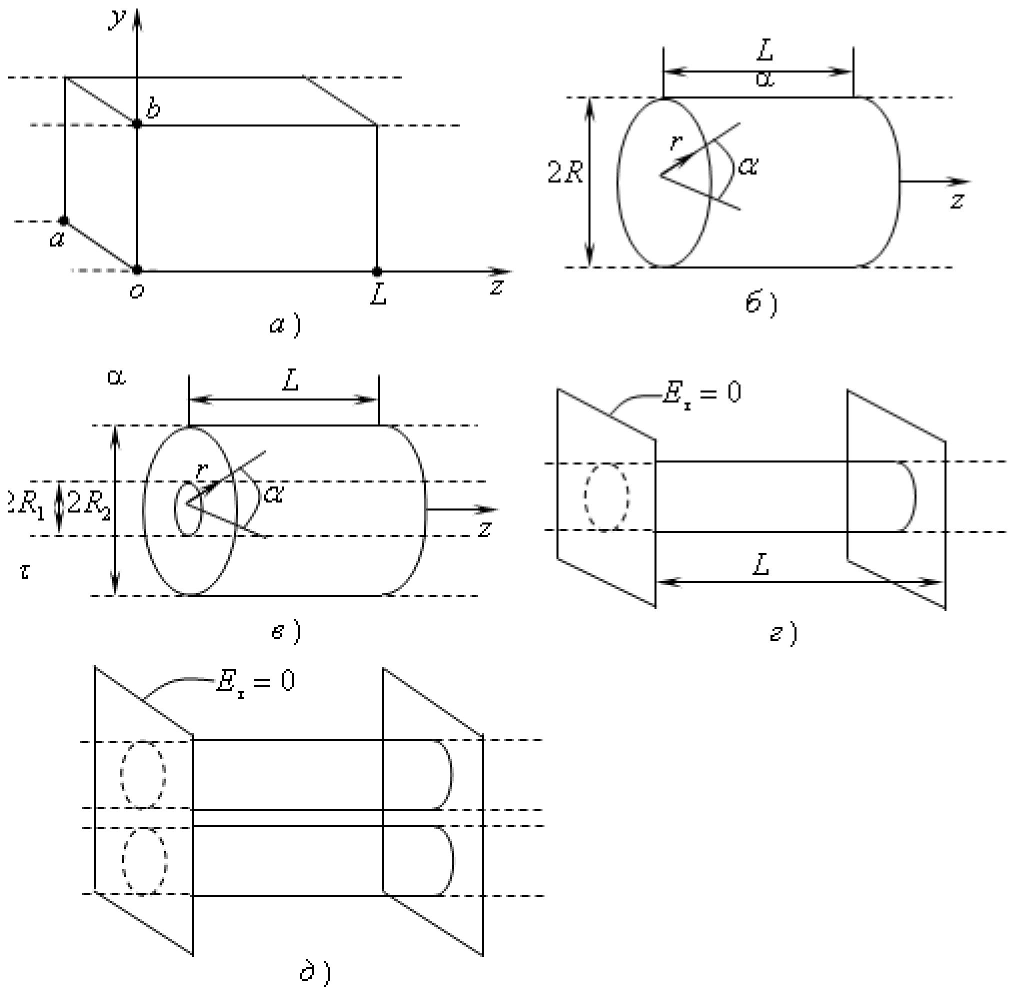

Рис. 1

Рассмотрим отрезок линии передачи, короткозамкнутый на конце, вдоль которой могут распространяться направляемые волны. Как известно, в такой системе установится стоячая волна, причем амплитуда суммарного поля будет определяться суммой полей падающей и отраженной волн. Запишем это условие для поперечной электрической компоненты поля:

$$\dot{E}_{m\perp} = E_{\perp_1} e^{-j\beta z} + E_{\perp_2} e^{j\beta z}, \qquad (1)$$

где $\beta^2 = k^2 - \gamma_\perp^2$, $E_\perp$ – поперечная проекция вектора $\overline{E}$. В закороченной области линии передачи на плоскости $z = 0$ $\dot{E}_{m\perp}$ равна нулю, что имеет место при $E_{\perp 1} = -E_{\perp 2}$, причем выражение (1) принимает вид:

$$\dot{E}_{m\perp} = E_0 \sin \beta z \ , \qquad (2)$$

Такое же условие должно выполняться и на другом конце отрезка линии передачи при $z = L$, тогда из (2) следует

$$\sin \beta L = 0 \ ,$$

или

$$\beta = p\pi / L \ , \qquad p = 0, 1, 2, \dots . \qquad (3)$$

Постоянная распространения β не может быть произвольной величиной, а принимает одно значение из этой последовательности. Поскольку $\beta = 2\pi/\Lambda$, то из (3) следует

$$L = p\Lambda / 2 \ , \qquad p = 0, 1, 2, \dots ,$$

где Λ - длина волны в линии передачи.

Нетрудно видеть, что подобные условия будут выполняться также и во всех точках оси z, удовлетворяющих соотношению

$$z = p\Lambda / 2 \quad .$$

Отсюда следует, что если взять замкнутый с обоих концов отрезок линии длиной $L = p\Lambda / 2$, то получим колебательную систему, причем можно показать, что ее частотная характеристика вблизи резонансной частоты будет в точности соответствовать частотной характеристике обычного, колебательного контура. Также физически это означает, что вдоль линии передачи могут укладываться лишь целое число стоячих полуволн. Такое свойство характерно для любых типов колебательных систем с распределенными параметрами.

Можно получить выражение, определяющее частоты, при которых поле может существовать в замкнутом объеме

$$\omega_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\gamma_\perp^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \,. \tag{4}$$

Они называются собственными частотами. Для каждого типа волны в направляющей структуре, которому соответствует определенное $\gamma_\perp$, существует бесконечное множество собственных частот, получаемых при различных p.

Добротность резонаторов

Добротность — одна из общих характеристик, присущих любым колебательным системам независимо от их физической природы. Ее можно определить как величину, пропорциональную числу свободных колебаний, которые успевает совершить система за время переходного процесса вплоть до момента затухания, определяемого любым известным способом. Конкретно принято определять добротность Q следующим образом:

$$Q = \omega W / P_П \,, \tag{5}$$

где W – запасенная энергия резонатора при собственных колебаниях некоторого типа с частотой ω в некоторый момент времени, $P_П$ – мощность потерь.

Потери энергии в реальных резонаторах обусловлены поглощением в диэлектрических и металлических элементах, а также излучением во внешнее пространство.

Воспользовавшись теоремой Умова - Пойнтинга и выражением (5), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dW}{dt} + \frac{\omega}{Q} = 0 \cdot$$

Решая его методом разделения переменных, получим

$$W(t) = W(0)\exp\left(-\frac{\omega}{Q}t\right),$$

откуда видно, что запас энергии собственных колебаний экспоненциально убывает с течением времени. Поскольку энергия связана с электромагнитным полем, то оно также экспоненциально затухает, причем амплитуды компонент $\overline{E}$ и $\overline{H}$ убывают по закону $\exp\left(-\frac{\omega}{2Q}t\right)$, т.е. поле испытывает затухающие колебания.

Прямоугольный резонатор

Рассмотрим полый резонатор, показанный на рис. 1, а. В приближении идеальной проводимости металлических стенок резонатора собственные частоты определяются по формуле (4), в которую надо подставить выражение поперечных волновых чисел $\gamma_\perp = \gamma_{\perp mn}$. В результате получим:

$$\omega_p = \omega_{mnp} = \frac{c\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}\,, \qquad (6)$$

где отражено, что собственная частота определяется тремя индексами m , n и p. Заметим, что выражение собственных волновых чисел в данном случае имеет вид $\gamma_\perp^2 = k^2 - \beta^2$. Собственные колебания классифицируют, опираясь на представление о E - и H - волнах волновода. Поскольку каждой из собственных волн E_{mn} или H_{mn} соответствует бесконечный ряд собственных колебаний, различающихся числами p , говорят о типах собственных колебаний резонатора E_{mnp} или H_{mnp}. Запишем выражения для соответствующих полей:

а) E - волны

$$\vec{\mathbf{E}}_m^{mnp} = E_0^{mnp} \left[\mathbf{z}_0 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \cos\frac{p\pi z}{L} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\gamma_{\perp mn}^2} \frac{p\pi}{L} \left(\mathbf{x}_0 \frac{m\pi}{a} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} + \mathbf{y}_0 \frac{n\pi}{b} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \right) \sin\frac{p\pi z}{L} \right]. \,,$$

$$\vec{\mathbf{H}}_m^{mnp} = iE_0^{mnp} \frac{\omega_{mnp}\,\varepsilon_0\varepsilon}{\gamma_{\perp mn}^2} \left(\mathbf{x}_0 \frac{n\pi}{b} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} - \mathbf{y}_0 \frac{m\pi}{a} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \right) \cos\frac{p\pi z}{L}\,,$$

где E_0^{mnp} – неопределенные коэффициенты,

индексы m, n, p могут принимать следующие значения: $m, n = 1, 2, \ldots$ и $p = 0, 1, 2, \ldots$.

б) $H-$волны

$$\overline{\mathbf{E}}_m = -iH_0^{mnp}\frac{\omega_{mnp}\mu_0\mu}{\gamma_{\perp mn}^2}\left(-\mathbf{x}_0\frac{n\pi}{b}\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}+\mathbf{y}_0\frac{m\pi}{a}\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\right)\sin\frac{p\pi z}{L},$$

$$\overline{\mathbf{H}}_m = H_0^{mnp}\left[\mathbf{z}_0\cos\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{p\pi z}{L}-\right.$$

$$\left.-i\frac{1}{\gamma_{\perp mn}^2}\frac{p\pi}{L}\left(-\mathbf{x}_0\frac{m\pi}{a}\sin\frac{m\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}+\mathbf{y}_0\frac{n\pi}{b}\cos\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}\right)\cos\frac{p\pi z}{L}\right].$$

В отличие от E - колебаний, в данном случае m, n = (0), 1, 2, … и p = 0, 1, 2, …, нуль в скобках означает, что m и n не могут одновременно равняться нулю.

Однако записанное представление полей не является единственно возможным. Можно тремя различными способами выбирать продольную ось z, т.е. получать резонатор, мысленно перегораживая три ортогонально ориентированных прямоугольных волновода. В этом случае получаем три различных типа собственных колебаний. Разные собственные колебания, имеющие одинаковые собственные частоты, называются вырожденными.

Чтобы найти значение низшей собственной частоты резонатора без потерь при заданных размерах a, b и L, надо минимизировать выражение (6) для ω_{mnp} соответствующим выбором чисел m, n и p. Одно из них, которое соответствует наименьшему размеру, берется равным нулю, а каждое из оставшихся – единице. Соответствующий тип колебаний резонатора называется основным. Возможны три варианта выбора системы координат, одна и та же структура поля получает разные обозначения: E_{110}, H_{101}, H_{011}. Нулевой индекс соответствует той оси, вдоль которой поле однородно.

Таким образом, классификация типов колебаний в прямоугольном объемном резонаторе проводится следующим образом:

1) одна из осей резонатора принимается за ось стоячей волны,

2) определяется, какой волноводный тип колебаний - E_{mn} или H_{mn}, распространяется в прямоугольном волноводе, из которого образован объемный резонатор,

3) определяется величина p - число стоячих полуволн, укладывающихся вдоль оси волновода между торцевыми стенками.

В результате приходим к колебаниям типа E_{mnp} или H_{mnp} . Следует отметить, что данная классификация в значительной, мере условна, поскольку она полностью определяется начальным выбором оси стоячей волны.

Учитывая потери в металлических стенках резонатора, можно рассчитать собственную добротность для основного типа колебаний H_{101} :

$$Q_0 = \frac{1}{2\delta_0} \cdot \frac{в(a^2 + \ell^2)}{\frac{в\ell^2}{a} + \frac{a^2 в}{\ell} + \frac{a^2}{2} + \frac{\ell^2}{2}},$$

где δ_0 - глубина скин-слоя.

Задание и порядок выполнения работы

1. Изучить настоящее методическое руководство.
2. Уточнить у преподавателя геометрические параметры прямоугольного резонатора, тип волны для исследования электромагнитного поля.
3. Для данного типа волны найти собственную частоту колебаний поля.
4. Построить распределение компонент поля заданного типа волны вдоль стенок резонатора. Построить силовые линии электрического и магнитного полей в заданных преподавателем сечениях волновода.

Контрольные вопросы

5. Как образуется поле колебаний в резонаторах, выполненных на базе отрезков волновода?
6. Какой физический смысл имеют индексы в обозначении типов колебаний?
7. Как вычислить резонансную частоту произвольного типа колебаний в прямоугольном резонаторе?
8. Дайте определение собственной и нагруженной добротности объемного резонатора.
9. Какие существуют виды добротности?
10. Какие факторы влияют на величину собственной добротности объемного резонатора?
11. Какие основные типы колебаний наблюдаются в прямоугольном объемном резонаторе.

Литература

1. Баскаков С.И. Основы электродинамики. – М.: Сов. радио, 1973. – 248 с.
2. Боков Л.А. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 1: Электромагнитные поля и волны, Раздел 2. - Томск: ТМЦДО, 2004. - 115 с.