

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Н. А. Панченко

**СЛОЖЕНИЕ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ
КОЛЕБАНИЙ ФИГУРЫ ЛИССАЖУ**

Методические указания по выполнению лабораторных работ по
физике для студентов всех специальностей

Томск
2023

УДК 534.522.5

ББК 22.336

Рецензент

Бакеев И.Ю., доцент, канд. тех. наук

Одобрено на заседании каф. физики протокол №104 от 16.04.23

Панченко Николай Алексеевич

П168 Сложение взаимно перпендикулярных колебаний фигуры Лиссажу / Н. А. Панченко. – Томск: Томский гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 13 с.

Представлена краткая теория сложения взаимно перпендикулярных колебаний. Дано описание графического построения фигур Лиссажу и сложения колебаний с помощью виртуального макета. Приведена методика обработки результатов измерений.

Для студентов ТУСУРа, обучающихся по всем специальностям.

УДК
531.522.5
ББК 22.336

© Панченко Н. А., 2023
© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 4 |
| 1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ | 4 |
| 2 ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД СЛОЖЕНИЯ | 7 |
| ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ | 7 |
| 3 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ | 8 |
| 4 ЗАДАНИЕ | 8 |
| РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА | 11 |

ВВЕДЕНИЕ

Целью данной работы является изучение процесса сложения взаимно перпендикулярных колебаний и построение фигур Лиссажу.

1 КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Пусть имеется два взаимно перпендикулярных гармонических колебаний материальной точки одной и той же частоты ω , совершающиеся вдоль координатных осей X и Y . Если выбрать начало отсчёта времени так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю, то уравнения колебаний можно записать как

$$x = A \sin \omega t, \quad (1.1)$$

$$y = B \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.2)$$

где φ – разность фаз колебаний.

Уравнения (1.1) и (1.2) представляют собой заданное в параметрической форме уравнение траектории, по которой движется материальная точка, участвующая одновременно в обоих колебаниях. Чтобы получить уравнение траектории в обычном виде, необходимо исключить из данных уравнений параметр t – время.

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (1.3)$$

Уравнение (1.3) есть уравнение эллипса, ориентация осей которого относительно координатных осей X и Y зависит от амплитуд A и B и разности фаз φ . Анализ формы траектории в некоторых частных случаях показывает, что:

1) если разность фаз φ равна нулю, то в этом случае уравнение (1.3) принимает вид:

$$\frac{x}{A} - \frac{y}{B} = 0 \quad \text{или} \quad y = \frac{B}{A} x \quad (1.4)$$

то есть эллипс вырождается в прямую линию. При разности фаз $\varphi = \pm\pi$ эллипс также вырождается в прямую линию.

2) если разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, то уравнение (1.3) переходит в уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, то есть:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1 \quad (1.5)$$

Если амплитуды колебаний одинаковы, то эллипс превращается в окружность.

В том случае, когда частоты взаимно перпендикулярных колебаний отличаются на очень малую величину $\Delta\omega$, то их можно рассматривать как колебания одинаковой частоты, но с медленно изменяющейся разностью фаз. В самом деле, уравнения колебаний можно представить следующим образом:

$$x = A \sin \omega t \quad y = B \sin[\omega t + (\Delta\omega t + \varphi)] \quad (1.6)$$

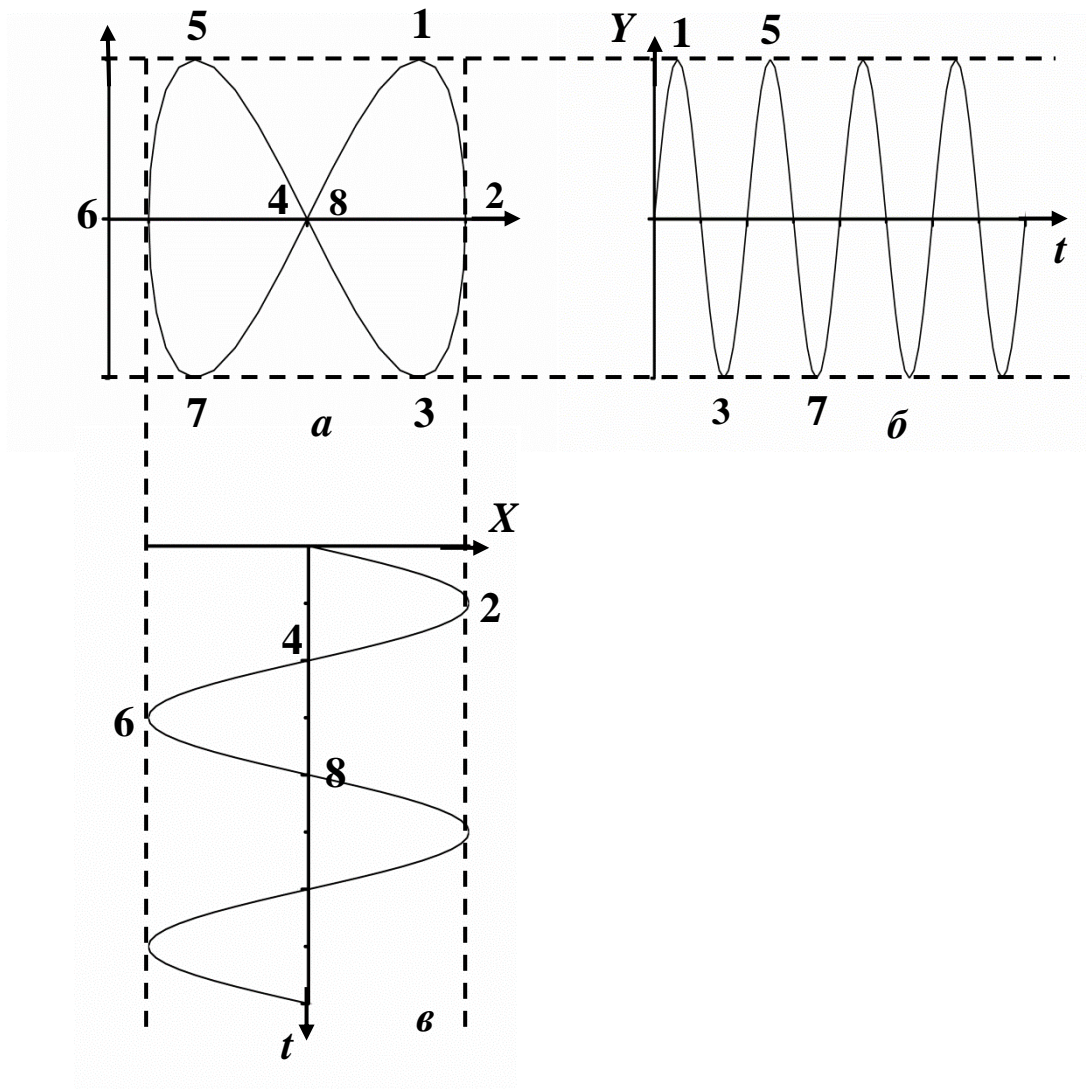
и выражение $\Delta\omega \cdot t + \varphi$ можно рассматривать как разность фаз, медленно изменяющуюся со временем по линейному закону. Результирующее движение в этом случае происходит по медленно изменяющейся (по виду) кривой, которая будет последовательно принимать форму, отвечающую всем значениям разности фаз φ от $+\pi$ до $-\pi$.

Если частоты взаимно перпендикулярных колебаний не одинаковы, то траектории результирующего движения имеют вид довольно сложных кривых, называемых фигурами Лиссажу. На рисунке 1.1а показана одна из простейших траекторий, получающаяся при отношении частот $\nu_x : \nu_y = 1:2$ и разности фаз, равной нулю. Уравнение колебаний в этом случае имеют вид:

$$x = A \sin \omega t \quad (1.7)$$

$$y = B \sin 2\omega t \quad (1.8)$$

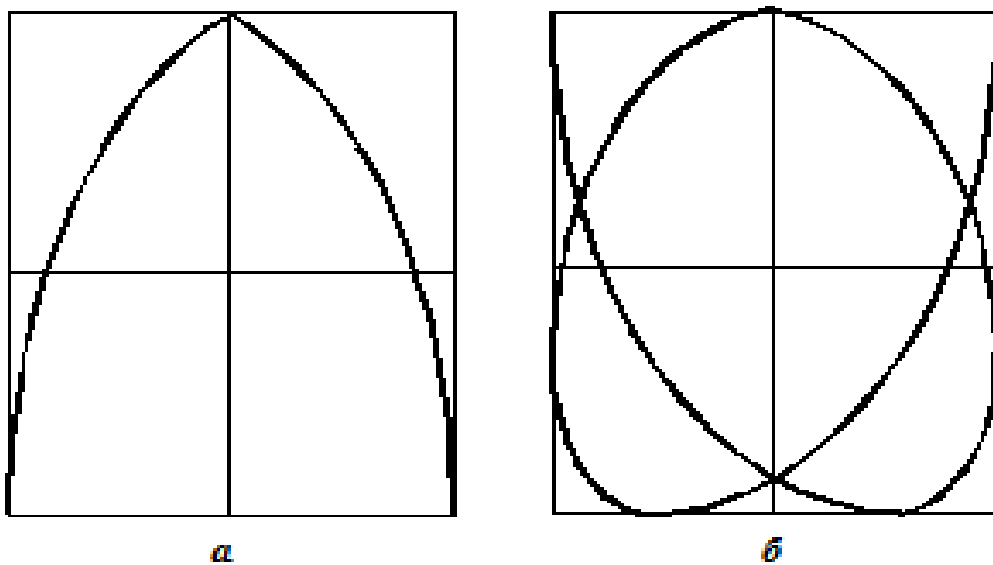
За то время, пока вдоль оси X точка успевает совершить одно полное колебание, вдоль оси Y точка совершает два полных колебания. Траекторию, показанную на рисунке 1.1а, можно построить графическим путём. Для этого нужно, исходя из уравнений колебаний (1.7) и (1.8), построить графики $x(t)$ (рис. 1.1в) и $y(t)$ (рис. 1.1б). Графики нужно разместить так, чтобы они и построенная траектория не накладывались друг на друга (см. рис. 1.1). Графики зависимостей $x(t)$ и $y(t)$ являются синусоидами, причём, период колебаний вдоль оси X в два раза больше периода колебаний вдоль оси Y .



- а** – фигура Лиссажу;
- б** – колебания вдоль оси Y ;
- в** – колебания вдоль оси X ;

Рисунок 1.1 – Графическое построение фигур Лиссажу

Фигуры Лиссажу можно получить и при сложении взаимно перпендикулярных колебаний электрического напряжения. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний напряжения можно осуществить с помощью осциллографа. Если частота колебаний одного напряжения известна, то по виду фигур Лиссажу можно определить частоту напряжения другого неизвестного колебания.



а – для отношения частот $1 : 2$ и разности фаз $\pi/2$;
б – для отношения частот $3 : 4$ и разности фаз $\pi/2$.

Рисунок 1.2 – Фигуры Лиссажу

2 ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД СЛОЖЕНИЯ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Осциллографический метод позволяет быстро произвести сложение колебаний. При осциллографическом методе синусоидальное напряжение известной частоты подаётся на одну пару отклоняющих пластин осциллографа, например, на его X – пластины. На вторую пару отклоняющих пластин (Y – пластины) подаётся исследуемое напряжение, например, от генератора, частоту которого можно изменять. При этих условиях электронный луч, проходя между пластинами, перемещается одновременно и в горизонтальном, и в вертикальном направлениях и описывает на экране осциллографа фигуру Лиссажу, соответствующую заданному соотношению частот колебаний и заданной разности фаз. Частоту колебаний исследуемого напряжения ν_y можно определить, пользуясь правилом: отношение числа точек пересечения фигуры Лиссажу с осью Y (m) к числу точек пересечения с осью X (n) равно обратному отношению частот складываемых колебаний:

$$\frac{m}{n} = \frac{V_x}{V_y} \quad (2.1)$$

3 ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Данная лабораторная работа является виртуальной. Экспериментальная установка состоит из двух генераторов и осциллографа. Генераторы построены на основе микропроцессоров, которые выдают на экран осциллографа результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний. Виртуальный стенд (рис 3.1) состоит из рукоятки **1**, регулирующей частоту колебаний по оси X , рукоятки **2**, регулирующей частоту колебаний по оси Y , рукоятки **3**, регулирующей разность фаз между взаимно перпендикулярными колебаниями и экрана виртуально осциллографа **4**.

Изменение частот и разности фаз колебаний осуществляются с помощью вращения указателем мыши соответствующей рукоятки.

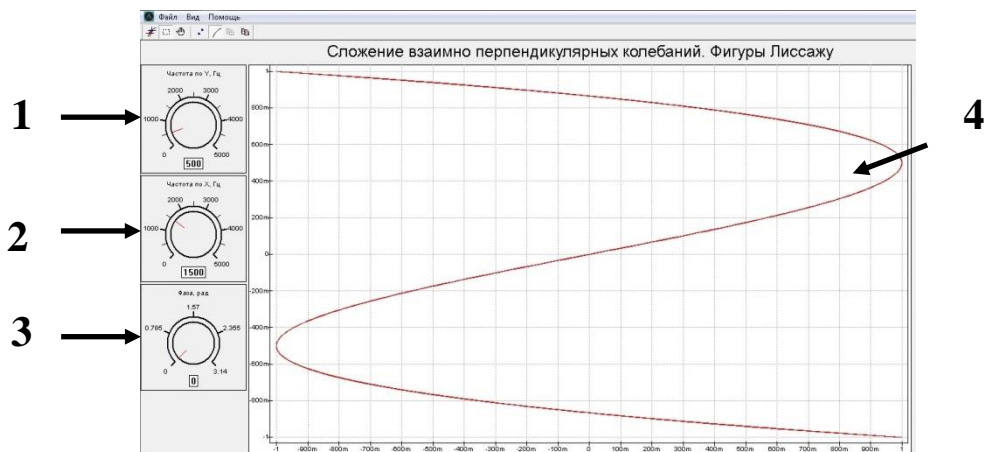


Рисунок 3.1 – Виртуальный стенд

4 ЗАДАНИЕ

4.1 Получить на экране осциллографа **5** различных устойчивых фигур Лиссажу при разности фаз колебаний $\varphi = 0$, зарисовать их, записать в таблицу 5.1 значения деления шкалы генератора X и генератора Y , соответствующее каждой фигуре, записать количество пересечений с осью X и осью Y .

4.1.1 Сделать вывод о справедливости соотношения 2.1.

4.2 По указанию преподавателя установить значение разности

фаз колебаний φ и повторить измерения для частот из пункта 4.1. Зарисовать полученные фигуры Лиссажу и занести в таблицу 5.1 значения частот и пересечений с осями координат.

4.3 Сделать выводы о влиянии разности фаз на внешний вид фигур Лиссажу и на соотношение 2.1.

5 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

5.1 Включить компьютер.

5.1.1 Запустить лабораторную работу «Сложение взаимно перпендикулярных колебаний»

5.1.2 Во вновь открывшемся окне появится виртуальный стенд (рис 3.1) данной работы, на котором расположены экран осциллографа, ручки потенциометров: «Частота по X, кГц», «Частота по Y, кГц» и «Фаза, рад».

5.2 Проведение измерений.

5.2.1 При разности фаз колебаний $\varphi = 0$ установить рукоятками 1 и 2 значение частоты по X и по Y соответствующие одному из соотношений частот $\frac{\nu_x}{\nu_y}$ $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{2}{3}; \frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{2}{1}; \frac{3}{1}; \frac{4}{1}; \frac{5}{1}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}$.

Или взять соотношение указанное преподавателем.

5.2.2 Занести в таблицу 5.1 значение частот ν_x, ν_y и количество пересечений с осью X и осью Y.

5.2.3 Нарисовать полученную фигуру Лиссажу.

5.2.4 Повторить пункты 5.2.1-5.2.3 ещё 4 раза.

5.2.5 Для одного из соотношения частот из пунктов 5.2.1 и 5.2.4 повторить измерения для разности фаз колебаний $\varphi = \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi$.

Или выбрать разность фаз колебаний φ по указанию преподавателя.

5.2.6 Занести в таблицу 5.1 значение частот ν_x, ν_y и количество пересечений с осью X и осью Y.

5.2.7 Нарисовать полученную фигуру Лиссажу.

5.3 Проанализировать полученные результаты и сделать выводы о справедливости выражения 2.1.

Таблица 5.1 – результат прямых и косвенных измерений

| Но ме р оп ыт а | Разность фаз колебан ий φ | Частота по X кГц | Число перес ечени й с осью X <i>n</i> | Число перес ечени й с осью Y <i>m</i> | Ча сто та по X кГ ц | Отно шени е часто т ν_x/ν_y | Отноше ние числа пересече ний с осями <i>m/n</i> | Вид Фигуры Лиссажу |
|--------------------------------|---|------------------------|---|---|---|--|--|--------------------------|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| ... | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |

5.4 Закрывать виртуальный стенд и выключить компьютер.

6 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

6.1 Что называется фигурой Лиссажу?

6.2 В чём состоит принцип получения фигур Лиссажу с помощью электронного осциллографа?

6.3 Что будет наблюдаться на экране осциллографа при медленном изменении частоты сигнала по X, при неизменной частоте сигнала по Y?

6.4 Что будет наблюдаться на экране осциллографа при медленном изменении частоты сигнала по Y, при неизменной частоте сигнала по X?

6.5 Можно ли использовать фигуры Лиссажу для определения частоты напряжений?

6.6 Как узнать по фигуре Лиссажу кратность отношения частот складываемых колебаний?

6.7 Какими параметрами складываемых колебаний определяется вид фигуры Лиссажу?

6.8 В каком случае фигура Лиссажу вырождается в прямую?

6.9 Как изменяется число пересечений осей X и Y фигурой Лиссажу, при неизменных частотах генераторов по X и по Y, при увеличении разности фаз?

6.10 Как будут выглядеть фигуры Лиссажу, если амплитуда одного из сигналов будет больше другого?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3-х тт. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И. В. Савельев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 500 с. — ISBN 978-5-507-47163-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/333998> (дата обращения: 10.04.2023)

2. Бондарев, Б. В. Курс общей физики в 3 кн. Книга 2: электромагнетизм, оптика, квантовая физика : учебник для вузов / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 441 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-1754-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/532032> (дата обращения: 10.04.2023).

3. Мухачев, В. А. Оценка погрешностей измерений: Методические указания к лабораторной работе [Электронный ресурс] / В. А. Мухачев. — Томск: ТУСУР, 2012. — 24 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1099>. (дата обращения: 10.04.2023)

4. Зенин А. А. Общие требования и правила оформления отчета о лабораторной работе по физике: Методические указания [Электронный ресурс] / А. А. Зенин. — Томск: ТУСУР, 2019. — 20 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/8957> (дата обращения: 10.04.2023)