

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Лобода Ю.О.

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

Методические указания к практическим, лабораторным работам и организации  
самостоятельной работы для студентов технических специальностей

Томск  
2023

**УДК 006.89**

**ББК 78.373.3**

Л 74

**Рецензент:**

**Антипин М.Е.**, доцент кафедры управления инновациями ТУСУР, кан. физ. мат. наук

**Лобода, Юлия Олеговна**

Л 74

Современные проблемы теории управления: методические указания к практическим и лабораторным работам и организации самостоятельной работы / Ю.О.Лобода – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 55 с.

Настоящие методические указания для студентов составлены с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Методические указания содержат рекомендации к проведению практических занятий и самостоятельной работе и предназначены для студентов технических специальностей.

Одобрено на заседании каф. управления инновациями,  
протокол № 6 от 02.02.2023

**УДК 006.89**

**ББК 78.373.3**

© Лобода Ю.О., 2023

© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2023

## **Оглавление**

Введение .....	5
1. Методические указания к проведению практических работ.....	24
2. Методические указания для организации самостоятельной работы .....	52
Список используемой литературы.....	55

## Введение

Методические указания к практическим работам и организации самостоятельной работы посвящены реализации учебно-методической поддержке дисциплин «Современные проблемы теории управления» и «Основы управления техническими системами».

Данное пособие содержит задания для выполнения практических и самостоятельных работ позволяющие сформировать практические и теоретические навыки по построению и работе с системами автоматического управления.

Любой технический процесс характеризуется совокупностью физических величин, называемых координатами, а иногда параметрами процесса. Термин «параметр» в этом смысле не следует применять, так как им обычно обозначают константы в математическом описании отдельных звеньев системы.

Алгоритм функционирования устройства (системы) – это совокупность предписанных действий, приводящих к правильному выполнению технического процесса в этом устройстве.

Совокупность предписаний, определяющих характер воздействий извне на объект управления с целью осуществления его алгоритма функционирования, называют алгоритмом управления. Процесс реализации воздействий, соответствующих алгоритму управления, называют управлением. В большинстве случаев управление не может полностью компенсировать влияние внешних возмущений на систему в каждый момент времени, поэтому алгоритм функционирования управляемой системы выполняется лишь приближенно.

Рассмотрим схему взаимодействия объекта управления (ОУ), управляющего устройства (УУ) и внешней среды (рис. 1). Физическая величина  $x(t)$ , которая характеризует состояние объекта и которую целенаправленно изменяют или поддерживают постоянной в процессе управления, называют управляемой величиной (или управляемой координатой, управляемой переменной).

Управляемой величиной может служить физическая величина, которая либо измеряется на выходе объекта, либо вычисляется косвенно. Управляемыми величинами первого типа могут быть, например, температура, давление, напряжение, скорость и т.д. Примерами величин второго типа служат коэффициент полезного действия энергетической установки, соотношение двух величин.

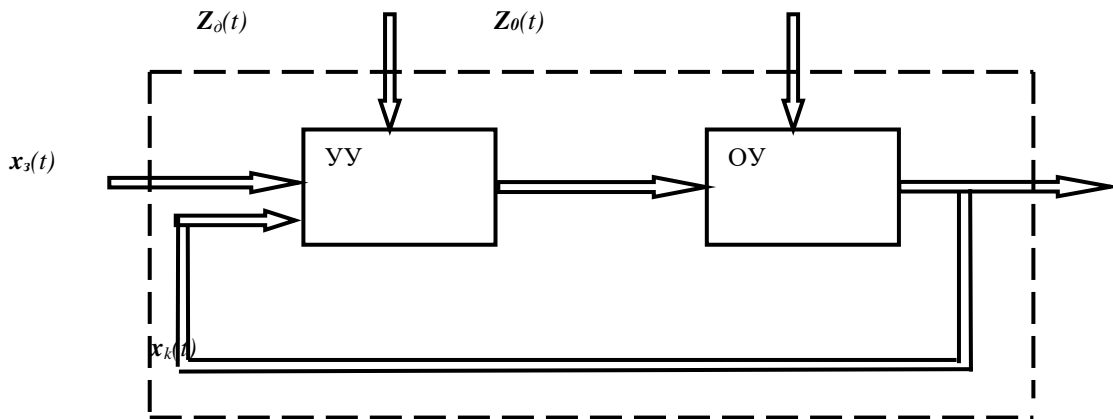


Рис. 1. Обобщенная структура автоматической системы управления

Если состояние управляемого объекта управления определяется несколькими величинами  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ...,  $x_n(t)$ , то принято говорить об  $n$ -мерном векторе состояния объекта  $x(t)$ . Объект в этом случае называют многомерным.

Управляемая величина является выходной величиной объекта и зависит от двух входных воздействий: возмущающего  $Z(t)$  и управляющего  $u(t)$ . В общем случае эти воздействия могут быть также векторными величинами. Под действием возмущающих воздействий на систему управляемая величина отклоняется от заданного значения, и управляющее устройство должно выработать такое управляющее воздействие  $u(t)$ , которое компенсировало бы влияние возмущений.

Кроме основного возмущения  $Z_0(t)$ , действующего на объект, на работу системы может влиять дополнительное возмущение  $Z_d(t)$ , приложенное к управляющему устройству УУ. Обычно такие возмущения возникают от нестабильности напряжения источников питания УУ, а также при изменении температурного режима и т.д.

Как показано на рис. 1, в самом общем случае на вход УУ, помимо задающего воздействия  $x_3(t)$ , поступает также информация о текущем состоянии объекта в виде контрольного воздействия  $x_k(t)$ , а в отдельных случаях – и информация о возмущающих воздействиях. УУ обрабатывает получаемую информацию по определенному заложенному в нем алгоритму. В результате на его выходе формируется управляющее воздействие.

На рис. 2 изображена функциональная схема одномерной системы автоматического управления (САУ), на которой показаны основные составные части управляющего устройства (УУ): чувствительные устройства (ЧУ), вычислительное устройство (ВУ) и исполнительное устройство (ИУ).

Чувствительные устройства (измерительные устройства) служат для измерения переменных  $x(t)$ ,  $x_3(t)$ ,  $Z(t)$ .

Вычислительное устройство реализует алгоритм работы управляющего устройства, соответствующим образом обрабатывая поступающую от чувствительных устройств входную информацию. В простейшем случае оно осуществляет простые математические операции, а в более сложных случаях ВУ может представлять собой управляющую ЭВМ и даже комплекс таких машин.

Исполнительные устройства предназначены для непосредственного управления объектом, т.е. изменения его состояния в соответствии с сигналом, выдаваемым вычислительным устройством.

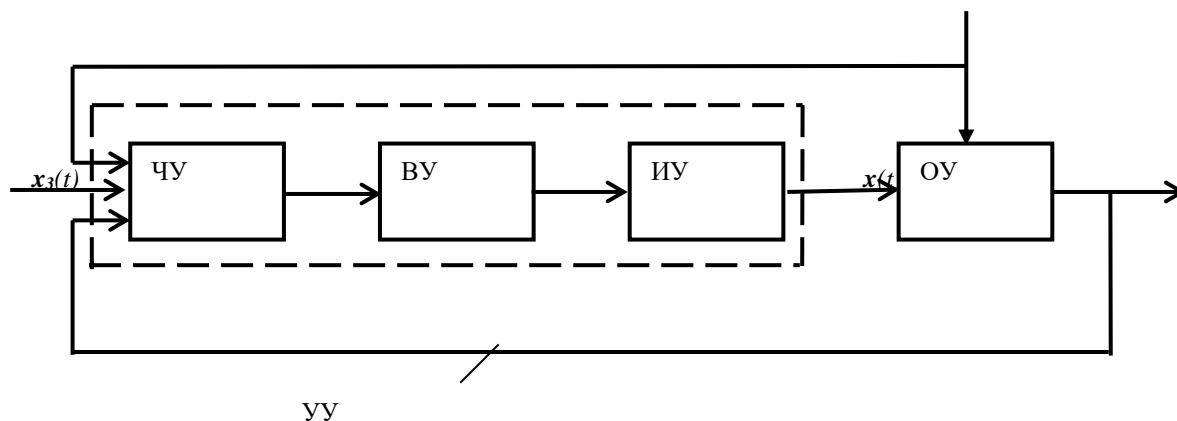


Рис. 2. Функциональная схема системы автоматического управления

Помимо перечисленных выше частей в состав УУ могут входить различные специальные согласующие устройства.

#### Фундаментальные принципы управления

В основе построения САУ лежат общие фундаментальные принципы управления, определяющие, каким образом согласуются алгоритмы функционирования и управления с фактическим функционированием или причинами, вызывающими отклонение функционирования от заданного. В технике известны и применяются три фундаментальных принципа: разомкнутого управления, компенсации и обратной связи.

Принцип разомкнутого управления состоит в том, что алгоритм управления вырабатывается только на основе заданного алгоритма функционирования и не контролируется по другим факторам – возмущениям или выходным координатам процесса (рис. 3, а). Задание  $x_3(t)$  алгоритма функционирования может вырабатываться как специальным техническим устройством – задатчиком программы, так и выполняться заранее при проектировании системы и затем непосредственно использоваться при конструировании УУ. В последнем случае задатчик программы отсутствует. В обоих случаях схема имеет вид разомкнутой цепи, в которой основное воздействие передается от входа к выходу, как показано стрелками. Несмотря на очевидные недостатки (низкая точность управления при изменении возмущающих воздействий и отсутствие контроля выходной координаты) этот принцип используют очень широко.

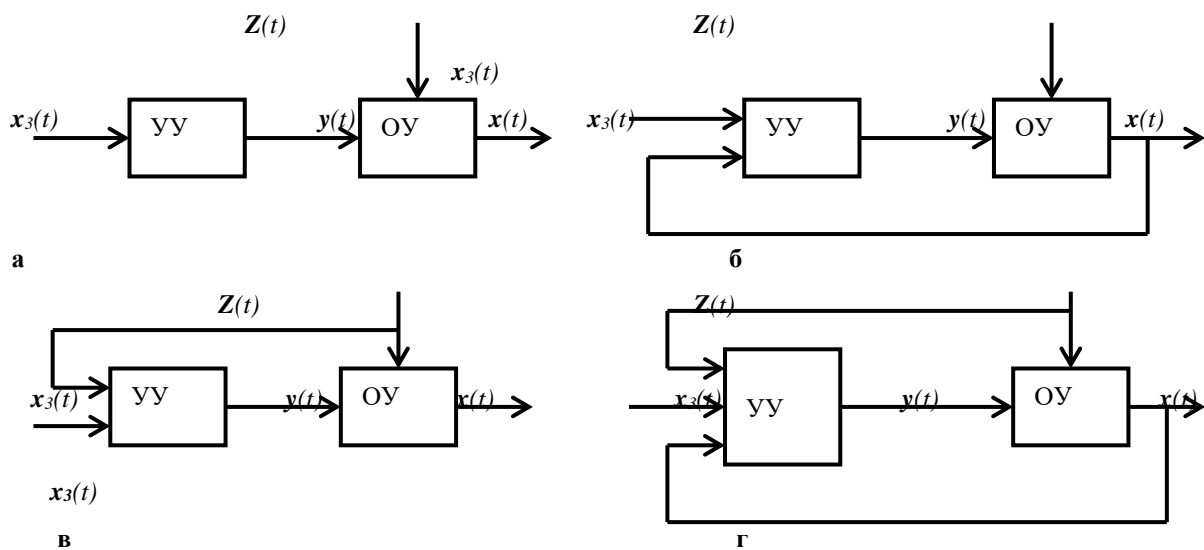


Рис. 3. Функциональные структуры систем управления с цепями воздействий: разомкнутой - а, в, замкнутой - б и комбинированной - г

Принцип компенсации (управление по возмущению). Если возмущающие воздействия настолько велики, что разомкнутая цепь не обеспечивает требуемой точности выполнения алгоритма функционирования, то для повышения точности вводят коррективы в алгоритм управления, которые компенсировали бы влияние измеряемого возмущения (рис. 3, в).

Принципиальная схема системы стабилизации напряжения электромашиного усилителя (ЭМУ) путем компенсации возмущения приведена на рис. 4. Задающее воздействие  $u_w$  подается на задающую обмотку возбуждения ОУ1 и определяет величину выходного напряжения ЭМУ. Возмущающим воздействием является ток нагрузки  $i$  ЭМУ, при увеличении которого (за счет уменьшения сопротивления нагрузки  $R_n$ ) снижается выходное напряжение  $U$  из-за падения напряжения на сопротивлении продольной цепи якоря ЭМУ:  $U = E - iR_{я}$ , где  $R_{я}$  – полное сопротивление цепи якоря,  $E$  – ЭДС ЭМУ. При увеличении тока якоря увеличивается пропорционально ему падение напряжения на дополнительном сопротивлении  $R$ , предназначенном для измерения возмущения. Это напряжение поступает на управляющую обмотку возбуждения ОУ2 и увеличивает поток возбуждения  $\Phi_2$ . Суммарный поток  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$  возрастает, и величина напряжения на выходе ЭМУ восстанавливается.

Если возмущающее воздействие не может быть непосредственно измерено, то его определяют косвенным путем, что приводит к снижению точности управления. Если же возмущающее воздействие измеряемо, то можно добиться его полной компенсации с нулевой ошибкой отклонения выходной координаты в статическом режиме.

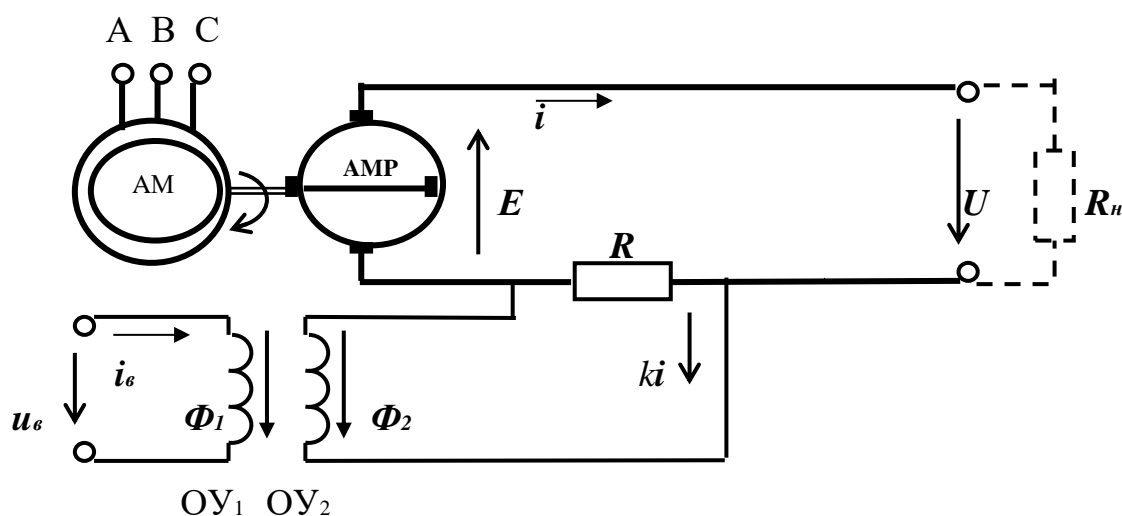


Рис. 4. Система стабилизации напряжения ЭМУ

Принцип обратной связи. Регулирование по отклонению. Систему можно построить и так, чтобы точность выполнения алгоритма обеспечивалась и без измерения возмущения. На рис. 3, в показана структура САУ, в которой коррективы в алгоритм управления вносятся по фактическому значению выходной координаты. На вход управляющего устройства поступают как внешнее (задающее) воздействие, так и внутреннее (контрольное). Внутреннее воздействие образует цепь отрицательной обратной связи по выходной координате и делает систему замкнутой.

Управляющее воздействие  $y(t)$  в замкнутой системе формируется в большинстве случаев в зависимости от величины и знака отклонения истинного значения выходной (управляемой) координаты от ее заданного значения:

$$y(t) = A_y[\varepsilon(t)],$$

где  $\varepsilon(t) = x_3(t) - x(t)$  – сигнал ошибки (называемый также сигналом рассогласования). Замкнутые системы называют часто «САУ по отклонению».

В замкнутой системе контролируется непосредственно выходная координата, и тем самым при формировании управляющих воздействий учитывается действие всех возмущений, влияющих на выходную координату. В этом заключается преимущество замкнутых систем. В то же время сам принцип действия замкнутых систем (принцип управления по отклонению) допускает нежелательные изменения выходной координаты: вначале возмущение должно появиться на выходе, система «почувствует» отклонение и лишь потом выработает управляющее воздействие, направленное на устранение отклонения. Такая инерционность снижает эффективность управления. Несмотря на определенные недостатки этот принцип имеет широкое применение.

На рис. 5 представлена принципиальная схема системы управления частотой вращения электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения М. Управление двигателем осуществляется от электромашинного усилителя АМР, который приводится во вращение асинхронным двигателем (АМ). Частота вращения  $\omega$  приводного двигателя измеряется датчиком скорости ВР. Сигнал, пропорциональный частоте вращения, через усилитель (У) поступает на одну из обмоток управления ОУ2 в качестве сигнала главной отрицательной обратной связи по частоте вращения. Обмотка управления ОУ1 является задающей и определяет заданное значение частоты вращения. Так как обмотки управления включены встречно, то они же выполняют и функцию элемента сравнения. Потенциометр R предназначен для настройки коэффициента передачи цепи обратной связи.



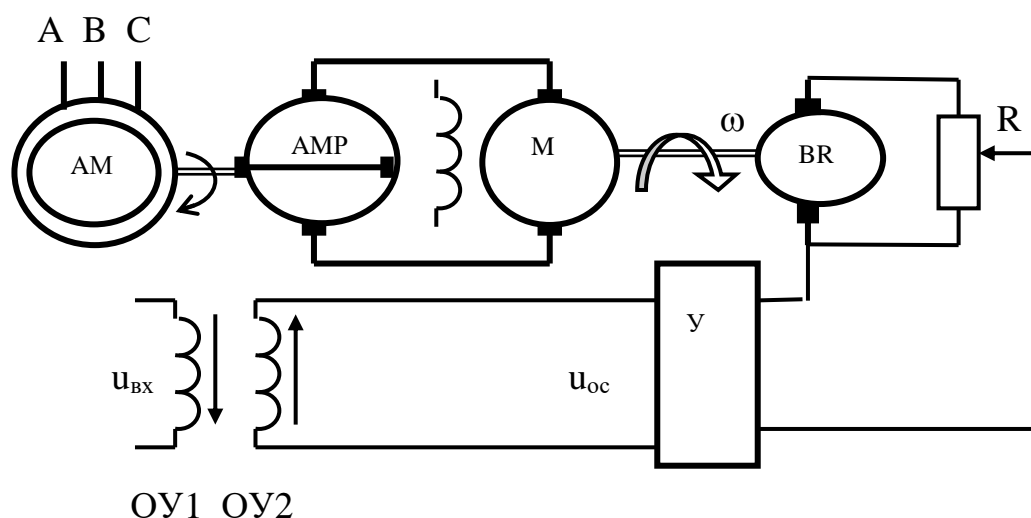


Рис. 5. Принципиальная схема замкнутой САУ частоты вращения

В ряде случаев эффективно применение комбинированного управления по возмущению и отклонению (см. рис. 3,г). Комбинированные регуляторы объединяют достоинства обоих принципов – быстроту реакции на изменение возмущений и точное регулирование независимо от того, какая причина вызвала отклонение.

#### Основные виды автоматического управления

**Стабилизация.** Системы поддержания постоянства управляемой величины называют также системами стабилизации. Желаемый закон в них имеет вид  $x_3(t) = \text{const}$ . Пример системы автоматической стабилизации напряжения генератора приведен на рис. 4.

**Программное управление.** При программном управлении алгоритм функционирования задан и можно применить специальное устройство, вырабатывающее  $x_3(t)$ , датчик программы. Таким образом, все схемы, показанные на рис. 3, в которых задающее воздействие формируется от датчика программы, относятся к классу систем программного управления. Программное управление можно осуществить по любому из фундаментальных принципов или с помощью их комбинации.

**Следящие системы.** В следящих системах алгоритм функционирования заранее неизвестен. Обычно регулируемая координата в таких системах должна воспроизводить изменение некоторого внешнего фактора, следить за ним. Так, антенна радиолокатора должна следить за положением самолета. Следящая система может быть выполнена в соответствии с любым фундаментальным принципом управления и будет отличаться от соответствующей системы программного управления тем, что вместо датчика программы в ней будет иметь место устройство слежения за изменением внешнего фактора.

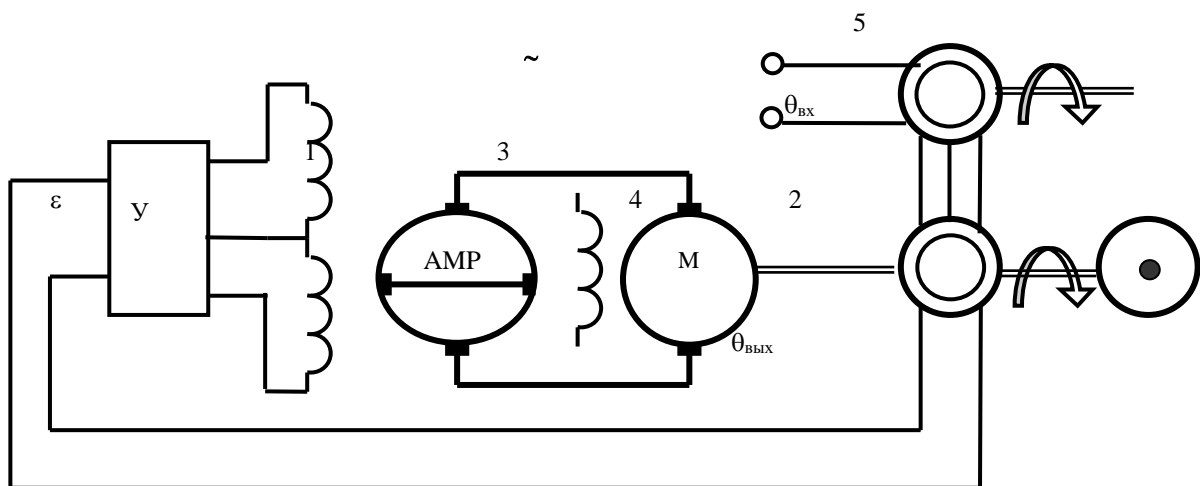


Рис. 6. Следящая система

В качестве примера следящей системы на рис. 6 приведена упрощенная схема отработки угла. Регулируемой величиной является угол поворота  $\theta_{\text{ВЫХ}}$  управляемого объекта 2. Приводной двигатель 3 питается от ЭМУ 1. Входное воздействие подается на сельсин-датчик 5 в виде угла поворота  $\theta_{\text{ВХ}}$  его ротора. Соединенные по трансформаторной схеме сельсин-датчик и сельсин-приемник 4, механически связанный с управляемым объектом, вырабатывают напряжение, пропорциональное рассогласованию  $\varepsilon = \theta_{\text{ВХ}} - \theta_{\text{ВЫХ}}$  между входным и выходным валами следящей системы. Напряжение ошибки усиливается усилителем У и ЭМУ 1 и поступает на якорь исполнительного двигателя 3, вращающего одновременно объект 2 и ротор сельсина-приемника до тех пор, пока рассогласование не станет равным нулю.

Системы с поиском экстремума показателя качества. В ряде процессов показатель качества или эффективности процесса может быть выражен в каждый момент времени функцией текущих координат системы, и управление можно считать оптимальным, если оно обеспечивает поддержание этого показателя в точке максимума, например, настройку энергоустановки на максимальный коэффициент полезного действия. Такое управление обладает одной нежелательной особенностью: когда точка настройки под воздействием различных возмущений окажется смещенной от экстремума, неизвестно, в каком направлении следует воздействовать на регулирующий орган объекта, чтобы вернуть ее к экстремуму. Поэтому экстремальное управление начинают с поиска: сначала выполняют небольшие пробные движения в каком-то выбранном направлении, затем анализируют реакцию системы на эти пробы и после этого по результатам анализа вырабатывают управляющее воздействие в виде импульса, приближающего систему к экстремуму.

Оптимальное управление. Оптимальное управление применяется как в технических системах для повышения эффективности производственных процессов, так и в системах организационного управления.

В управлении динамическими техническими системами оптимизация чаще всего существенна именно для переходных процессов, в которых показатель эффективности зависит не только от текущих значений координат (как в экстремальном управлении), но и от характера изменения в прошлом, настоящем и будущем, и выражается некоторым функционалом от координат, их производных и, может быть, времени.

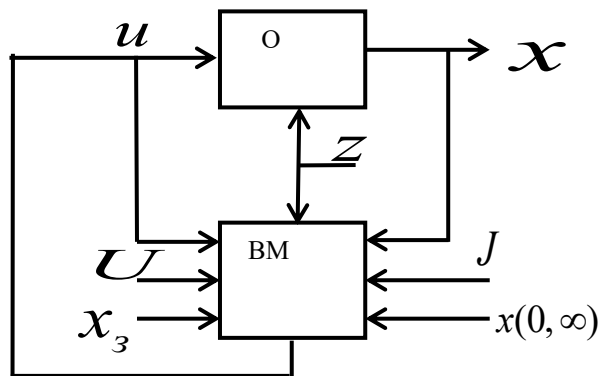


Рис. 7. Оптимальное управление

Нахождение оптимального управления в подобных системах требует решения достаточно сложной математической задачи методами вариационного исчисления или математического программирования. Таким образом, органической составляющей частью системы оптимального управления становится вычислительное устройство. Принцип поясняется на рис. 7.

На вход вычислительного устройства ВМ поступает информация о текущих значениях координат  $x$  с выхода объекта  $O$ , об управлениях  $u$  с его входа, о внешних воздействиях  $z$  на объект, а также задание извне различных условий: значение критерия оптимальности  $J$ , граничных условий  $x(0)$ ,  $x(\infty)$  и т.д. Вычислительное устройство по заложенной в него программе вычисляет оптимальное управление  $u$ . Оптимальные системы могут быть как разомкнутыми, так и замкнутыми.

Адаптивные системы. Системы, автоматически изменяющие значение своих параметров или структуру при непредвиденных изменениях внешних условий на основании анализа состояния или поведения системы так, чтобы сохранялось заданное качество ее работы, называют адаптивными системами. Адаптивные системы с изменением значений параметров иногда называют самонастраивающимися, а системы с изменением структуры – самоорганизующимися.

Обычно адаптивная система содержит в качестве «ядра» схему, реализующую один из фундаментальных принципов управления, а контур адаптации пристраивают к ней как вторичный, осуществляющий коррекцию параметров. Контур адаптации, обычно состоящий из устройства измерения (ИУ), вычисления (ВУ) и управления (УУ), может быть разомкнут (рис. 8), если на его вход подается только входное воздействие, или замкнут (связь показана пунктиром), если он реагирует также и на выходную координату системы. Основной контур составляют объект  $O$  и регулятор  $P$ .

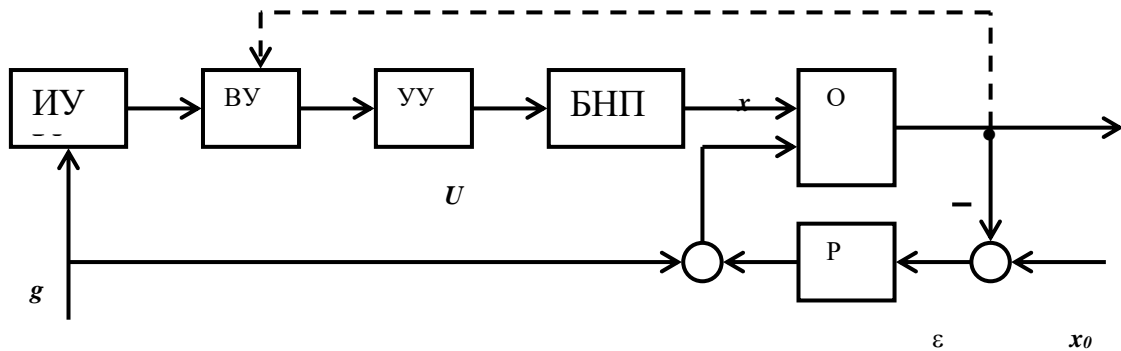


Рис. 8. Адаптивная САУ

Контур самонастройки воздействует на блок настройки параметров БНП, который может быть включен не только последовательно, как показано на рисунке, но и любым другим способом, например, в цепь обратной связи. Вычисление воздействий для коррекции параметров осуществляет ВУ в соответствии с программой.

Классификация САУ по другим признакам имеет более общий характер и слабо связана с фундаментальными принципами управления.

В зависимости от принадлежности источника энергии, при помощи которого создается управляющее воздействие, САУ могут быть прямого и непрямого действия. В системах прямого действия используется энергия управляемого объекта. В системах непрямого действия управляющее воздействие создается за счет энергии дополнительного источника.

По виду сигналов, действующих в системах, последние разделяют на непрерывные и дискретные. Дискретные системы, в свою очередь, разделяются на импульсные, релейные и цифровые.

САУ, у которых управляемая величина в установившемся режиме зависит от величины возмущающего воздействия, называются статическими, а САУ, у которых управляемая величина не зависит от возмущения, называются астатическими.

По виду дифференциальных уравнений, описывающих элементы систем, последние разделяют на линейные и нелинейные. В линейной системе все элементы описываются линейными алгебраическими и дифференциальными уравнениями. Если хотя бы один элемент системы имеет нелинейную зависимость выходной величины от входной, то вся система является нелинейной.

#### Основные законы регулирования

Законом регулирования называют математическую зависимость, в соответствии с которой управляющее воздействие на объект вырабатывалось бы безынерционным управляющим устройством.

Многие из законов регулирования, реализуемых различными регуляторами релейного, импульсного действия, экстремальными и т.п., рассматриваются далее. Здесь ограничимся рассмотрением наиболее распространенных законов, реализуемых регуляторами по отклонению непрерывного действия. В этих простейших законах управляющее воздействие линейно зависит от отклонения, его интеграла и первой производной по времени.

Пропорциональный закон (обозначаемый П):  $y = k_p \varepsilon$ .

Регулятор, осуществляющий этот закон, называют пропорциональным. Постоянную  $k_p$  называют коэффициентом передачи регулятора, обратную величину – статизмом регулятора. С возрастанием статизма регулятора возрастает и статизм регулирования.

Интегральный закон (И):

$$y = \frac{1}{T} \int_0^t \varepsilon dt.$$

Постоянная  $T$  имеет размерность времени и ее называют постоянной времени интегрирования. Интегральный регулятор – астатический и именно с его помощью осуществляется астатическое регулирование.

Пропорционально-интегральный закон (ПИ):

$$y = k_p \left( \varepsilon + \frac{1}{T} \int_0^t \varepsilon dt \right).$$

Иногда его называют пропорциональным законом с интегральной коррекцией. Регулятор ПИ также обеспечивает астатическое регулирование. В этом можно убедиться, представив уравнение в дифференциальной форме как  $dy/dt = k_p(d\varepsilon/dt + \varepsilon/T)$ . В состоянии равновесия при постоянных воздействиях должно быть  $dy/dt = 0$ ;  $d\varepsilon/dt = 0$ ;  $\varepsilon/T = 0$ , откуда равновесие может иметь место лишь при  $\varepsilon = 0$  (при нулевой ошибке регулирования).

Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон (ПИД):

$$y = k_p \left( \varepsilon + \frac{1}{T_u} \int_0^t \varepsilon dt + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right).$$

Постоянные  $T_i$  и  $T_d$ , соответственно, называют постоянными времени интегрирования и дифференцирования. Регулятор ПИД также обеспечивает астатическое регулирование. Производную  $d\varepsilon/dt$  вводят в закон регулирования для повышения качества процесса регулирования.

В заключение дадим общую характеристику процессов, протекающих в системах автоматического управления. Как и в любой динамической системе, процессы в автоматической системе делятся на установившиеся и переходные.

При рассмотрении процессов в САУ важное значение имеют понятия «устойчивость системы», «качество процесса управления» и «точность управления».

Устойчивость – это свойство возвращаться в установившееся состояние после того, как она была выведена из этого состояния каким-либо возмущением. Такую устойчивость называют асимптотической или устойчивостью в точке. Замкнутые САУ весьма склонны к потере устойчивости, что чаще всего проявляется в возникновении расходящихся колебаний. В этом случае система становится неработоспособной.

В нелинейных системах большое значение имеет устойчивость в некоторой области, характеризующаяся возвратом в заданную область при уменьшении внешнего воздействия до нуля.

Качество процесса управления характеризуется тем, насколько процесс управления близок к желаемому.

Перейдём к математическому описанию линейных элементов и систем управления.

Линейные дифференциальные уравнения.

Наиболее общей и наиболее полной формой математического описания автоматических систем и их элементов является дифференциальное уравнение вида

$$a_0 d^n y(t)/dt^n + a_1 d^{n-1} y(t)/dt^{n-1} + \dots + a_n y(t) =$$

$$b_0 d^m x(t)/dt^m + b_1 d^{m-1} x(t)/dt^{m-1} + \dots + b_m x(t), \quad (1)$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  – входная и выходная величины элемента или системы;  $a_i$ ,  $b_i$  – коэффициенты уравнения.

Уравнение (2.1) устанавливает связь между входной и выходной величиной как в переходных, так и в установившихся режимах.

Коэффициенты дифференциального уравнения называются параметрами. Они зависят от различных физических констант, характеризующих скорость протекания процессов в элементах. Такими константами являются, например, массы движущихся частей, индуктивности и емкости электрических цепей, теплоемкости нагреваемых элементов.

Иногда параметры некоторых элементов систем изменяются во времени. Такую систему называют нестационарной или системой с переменными параметрами. Системой с переменными параметрами является, например, автоматическая система управления приводом поворота мощного экскаватора, если в процессе его поворота одновременно происходит выдвижения рукояти с ковшом.

В большинстве практических случаев коэффициенты уравнения существенно не изменяются и системы являются системами с постоянными параметрами. В дальнейшем будут рассматриваться только такие системы.

Для автоматических систем управления, описываемых линейным уравнением, справедлив принцип наложения или суперпозиции, согласно которому изменение выходной величины  $y(t)$ , возникающее при действии на систему нескольких входных сигналов  $x_i(t)$ , равно сумме изменений  $y_i(t)$  величины  $y(t)$ , вызываемых каждым сигналом в отдельности.

Это свойство линейных систем имеет большое практическое значение, так как благодаря ему значительно облегчаются все расчеты.

Рассмотрим типовые формы записи линейного дифференциального уравнения (1), используемые в различных задачах теории автоматического управления.

Все физические переменные, входящие в уравнение, могут быть выражены в относительных единицах. Для этого каждое слагаемое делят на постоянную величину, имеющую размерность той переменной, которая входит в это слагаемое. Постоянные величины называют базовыми. В качестве базовых величин обычно принимают номинальные или установившиеся значения переменных  $y$  и  $x$ .

Удобной формой записи линейных дифференциальных уравнений является символическая или операторная. Переход к операторной форме осуществляют введением сокращенного условного обозначения операции дифференцирования:  $d / dt = p$ . Соответственно,  $k$ -ю производную переменной  $y$  обозначают

$$d^k y(t) / dt^k = p^k y(t), \quad (2)$$

тогда уравнение (2.1) в символической форме будет иметь вид

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x(t). \quad (3)$$

Многочлены от  $p$  степени  $n$  и  $m$ , находящиеся в левой и правой частях уравнения (2.3), называются дифференциальными операторами. Каждый такой оператор устанавливает соответствие между функцией времени и определенной совокупностью производных этой функции. Многочлен

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = D(p) \quad (4)$$

называют собственным оператором, а многочлен

$$b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m = K(p) \quad (5)$$

называют входным оператором или оператором воздействия.

Название «собственный оператор» обусловлено тем, что многочлен  $D(p)$  характеризует собственное (свободное) движение элемента, т.е. движение при отсутствии внешних воздействий. Оператор  $D(p)$  называют также характеристическим.

У всех реальных элементов и систем порядок наивысшей производной во входном операторе не может быть больше порядка наивысшей производной в собственном операторе, т.е. всегда  $m \leq n$ . Если это условие не выполняется, то уравнение соответствует физически нереализуемой системе.

Уравнения элементов невысокого порядка ( $n < 3$ ) в теории автоматического управления принято записывать в так называемой стандартной форме. При стандартной форме записи уравнение преобразовывают таким образом, чтобы коэффициент при выходной величине был равен единице. При этом коэффициент перед входной величиной в правой части уравнения становится равным передаточному коэффициенту, а коэффициенты при производных выходной величины будут иметь размерность времени в степени, равной порядку соответствующей производной. Например, уравнение второго порядка

$$(a_0 p^2 + a_1 p + a_2) y(t) = (b_0 p + b_1) x(t) \quad (6)$$

путем деления всех членов на коэффициент  $a_2$  может быть приведено к стандартной форме

$$(T_2 p^2 + T_1 p + 1) y(t) = k(T p + 1) x(t), \quad (7)$$

где  $k = b_1/a_2$ ;  $T = b_0 / b_1$ ;  $T_1 = a_1/a_2$ ;  $T_2 = a_0 / a_2$ .

Коэффициенты  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  принято называть постоянными времени, характеризующими динамические свойства элемента.

Временные характеристики

Дифференциальное уравнение является самой общей формой описания элемента и не дает наглядного представления о передаточных свойствах элемента. Наглядное представление об этих свойствах дает функция  $y(t)$ , являющаяся решением дифференциального уравнения. Но одно и то же дифференциальное уравнение может иметь множество решений, зависящих от начальных условий и вида внешнего воздействия  $x(t)$ . Поэтому принято динамические свойства элементов и систем характеризовать решением, соответствующим нулевым начальным условиям и одному из типовых воздействий. В качестве типового воздействия принимают единичное ступенчатое, дельта-функцию или гармоническое воздействие. Наиболее наглядное представление о динамических свойствах элемента дает его переходная функция (характеристика). Переходной функцией  $h(t)$  называют изменение выходной величины  $y(t)$  во времени, возникающее после подачи на вход единичного ступенчатого воздействия, при нулевых начальных условиях. Переходная функция может быть задана в виде графика или аналитически.

Переходная функция  $h(t)$ , как и любое решение неоднородного дифференциального уравнения, имеет две составляющие: вынужденную  $h_v(t)$  и свободную  $h_c(t)$ . Вынужденная составляющая переходного процесса представляет собой частное решение исходного уравнения. При ступенчатом воздействии вынужденная составляющая равна установившемуся значению выходной величины, которое для статических элементов может быть определено непосредственно из дифференциального уравнения (при нулевых производных):

$$h_v(t) = y(\infty) = b_m / a_n. \quad (8)$$

Свободная составляющая  $h_c(t)$  может быть найдена как решение однородного дифференциального уравнения (при отсутствии одинаковых корней):

$$h_c(t) = \sum_{k=1} C_k e^{\lambda_k t}, \quad (9)$$

где  $\lambda_k$  – корни характеристического уравнения;  $C_k$  – постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий.

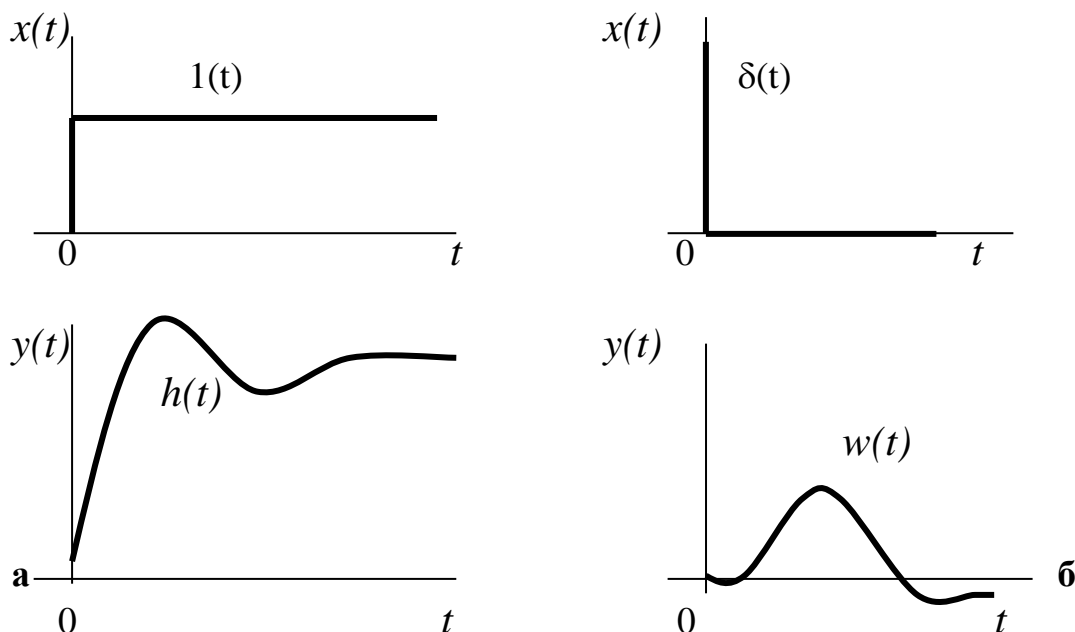


Рис. 9. Переходная (а) и импульсная (б) характеристики

Переходная функция определится как сумма вынужденной и свободной составляющих.

Характеристическое уравнение, соответствующее определенному дифференциальному уравнению, представляет собой алгебраическое уравнение, степень и коэффициенты которого совпадают с порядком и коэффициентами левой части этого уравнения. Для дифференциального уравнения, записанного в форме (6), характеристическое уравнение имеет вид

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (10)$$

Структура характеристического уравнения (10) совпадает со структурой левой части уравнения (3) и со структурой собственного оператора  $D(p)$ . Поэтому при записи характеристического уравнения часто вместо символа  $\lambda$ , обозначающего неизвестную переменную алгебраического уравнения, используют символ  $p$ . Но при этом  $p$  означает уже не операцию дифференцирования, а некоторое комплексное число, которое является решением (корнем) характеристического уравнения.

Для линейных элементов и систем, кроме принципа суперпозиции, справедливо еще одно общее правило: реакция  $y(t)$  на неединичное воздействие  $a_0 1(t)$  равна  $a_0 h(t)$ .

Импульсной переходной функцией  $w(t)$  называют изменение выходной величины  $y(t)$ , возникающее после подачи на вход дельта-функции, при нулевых начальных условиях.

Импульсная переходная функция  $w(t)$  равна производной от переходной функции  $h(t)$ :

$$w(t) = dh(t)/dt, \quad (11)$$

и наоборот, переходная функция равна интегралу от импульсной переходной функции:

$$h(t) = \int w(t) dt, \quad (12)$$

Переходные характеристики называют также временными.

Операционный метод и передаточная функция



Наиболее распространенным методом описания и анализа автоматических систем является операционный метод. В основе метода лежит преобразование Лапласа:

$$X(p) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt, \quad (13)$$

которое устанавливает соответствие между функциями действительной переменной  $t$  и функциями комплексной переменной  $p$ . Функцию времени  $x(t)$ , входящую в интеграл Лапласа, называют оригиналом, а результат интегрирования – функцию  $X(p)$  – изображением функции  $x(t)$  по Лапласу.

Преобразование Лапласа выполним лишь для таких функций времени, которые равны нулю при  $t < 0$ . Это условие обеспечивается обычно умножением функции  $x(t)$  на единичную ступенчатую функцию  $1(t)$ . С математической и физической точек зрения такой искусственный прием вполне корректен, так как функции  $x(t)$  описывают процессы в автоматических системах, начинающиеся с некоторого момента времени, а этот момент времени всегда может быть принят за начало отсчета.

Наиболее важными свойствами преобразования Лапласа являются свойства, формулируемые обычно в виде правил:

при нулевых начальных условиях дифференцированию оригинала  $x(t)$  по переменной  $t$  соответствует умножение изображения  $X(p)$  на комплексную переменную  $p$ , а интегрированию оригинала соответствует деление  $X(p)$  на  $p$ .

Именно на этих двух свойствах основан операционный метод решения дифференциальных уравнений, который заключается в следующем. Исходное дифференциальное (или интегро-дифференциальное) уравнение, записанное относительно искомой выходной функции  $y(t)$ , заменяют на алгебраическое уравнение относительно изображения  $Y(p)$  (это называется алгебраизацией дифференциального уравнения), затем, решая алгебраическое уравнение при заданном  $X(p)$ , находят изображение  $Y(p)$  и, наконец, по изображению  $Y(p)$  определяют функцию  $y(t)$ . Этот обратный переход от изображений к оригиналам в большинстве практических задач может быть осуществлен при помощи таблиц, имеющих в специальных справочниках по операционному исчислению.

Широкое распространение операционного метода в теории автоматического управления обусловлено тем, что с его помощью определяют так называемую передаточную функцию, которая является самой компактной формой описания динамических свойств элементов и систем.

Применим преобразование Лапласа к линейному дифференциальному уравнению (2.1), полагая, что до приложения внешнего воздействия система находилась в покое и все начальные условия равны нулю. Используя свойство линейности и правило дифференцирования, можно получить алгебраическое уравнение в изображениях:

$$D(p)Y(p) = K(p)X(p), \quad (14)$$

где

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n,$$

$$K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m.$$

Сравнивая уравнение (14) с уравнением в символической форме (3), можно заметить полную аналогию их структур. Различие уравнений лишь в значении символа  $p$ : в первом уравнении он обозначает операцию дифференцирования, во втором – комплексную переменную.

Введем понятие передаточной функции. Передаточной функцией  $W(p)$  называют отношение изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}}. \quad (15)$$

Для системы, описываемой уравнением передаточная функция равна отношению входного оператора  $K(p)$  к собственному оператору  $D(p)$ :

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (16)$$

Как следует из (2.15) и (2.16), передаточная функция представляет собой некоторый динамический оператор, характеризующий прохождение сигналов через линейный элемент.

Рассмотрим основные свойства и особенности передаточных функций автоматических систем и их элементов.

Передаточная функция элемента связана с его импульсной переходной функцией преобразованием Лапласа:

$$W(p) = L\{w(t)\} = \int_0^{\infty} w(t) e^{-pt} dt. \quad (17)$$

Для реальных элементов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, передаточная функция представляет собой правильную рациональную дробь, у которой степень многочлена числителя меньше или равна степени многочлена знаменателя, т.е.  $m < n$ . Все коэффициенты передаточной функции – действительные числа, характеризующие параметры элемента.

Передаточная функция является функцией комплексной переменной  $p = \alpha \pm j\beta$ , которая может при некоторых значениях переменной  $p$  обращаться в нуль или бесконечность. Значение переменной  $p$ , при котором функция  $W(p)$  обращается в нуль, называют нулем, а значение, при котором обращается в бесконечность, – полюсом передаточной функции. Очевидно, что нулями передаточной функции являются корни полинома  $K(p)$ , а полюсами – корни полинома  $D(p)$ . Корни полиномов числителя и знаменателя могут быть комплексными, мнимыми и вещественными числами (в том числе и нулевыми). Если эти корни известны, то передаточная функция может быть представлена в следующем виде:

$$W(p) = \frac{b_0(p - \gamma_1)(p - \gamma_2) \dots (p - \gamma_m)}{a_0(p - \lambda_1)(p - \lambda_2) \dots (p - \lambda_n)}, \quad (18)$$

где  $\gamma_i$  – корни многочлена  $K(p)$  (нули  $W(p)$ );  $\lambda_i$  – корни многочлена  $D(p)$  (полюсы  $W(p)$ ).

По распределению нулей и полюсов передаточной функции на комплексной плоскости с координатами  $\alpha$  и  $j\beta$  можно судить о свойствах элемента или системы.

## Частотные характеристики

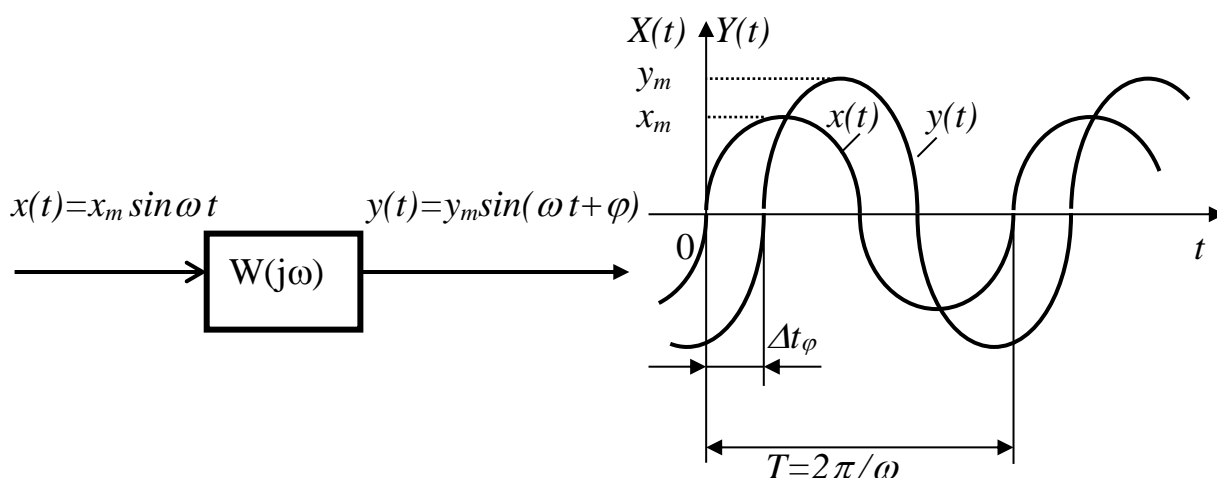


Рис. 10. Сигналы на входе и выходе звена

Частотные характеристики описывают передаточные свойства элементов и систем в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием.

Рассмотрим сущность и разновидности частотных характеристик. Пусть на вход линейного элемента (рис. 10) в момент времени  $t=0$  приложено гармоническое воздействие определенной частоты  $\omega$ :

$$x(t) = x_m \sin \omega t. \quad (19)$$

Через некоторое время, необходимое для протекания переходного процесса, элемент войдет в режим установившихся вынужденных колебаний, а выходная величина  $y(t)$  будет изменяться по гармоническому закону с той же частотой  $\omega$ , но с другой амплитудой  $y_m$  и со сдвигом  $\Delta t_\varphi$ :

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (20)$$

где  $\varphi = (\Delta t_\varphi / T)360$  – фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами в градусах.

Изменяя частоту  $\omega$  (от 0 до  $\infty$ ) при фиксированном  $x_m$ , можно установить, что амплитуда и фазовый сдвиг выходного сигнала конкретного элемента зависят от частоты воздействия. Следовательно, зависимости амплитуды  $y_m$  и сдвига  $\varphi$  от значений частоты  $\omega$  могут служить характеристиками динамических свойств элементов.

Так как амплитуда выходного сигнала зависит еще от амплитуды входного сигнала, то целесообразно при описании свойств элементов рассматривать отношение амплитуд  $y_m/x_m$ .

Зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигнала от частоты называют амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) и обозначают  $A(\omega)$  (рис. 11,а).

Зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами от частоты называют фазовой частотной характеристикой (ФЧХ)  $\varphi(\omega)$  (рис. 11,б). Аналитические выражения  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  называют соответственно амплитудной и фазовой частотными функциями.

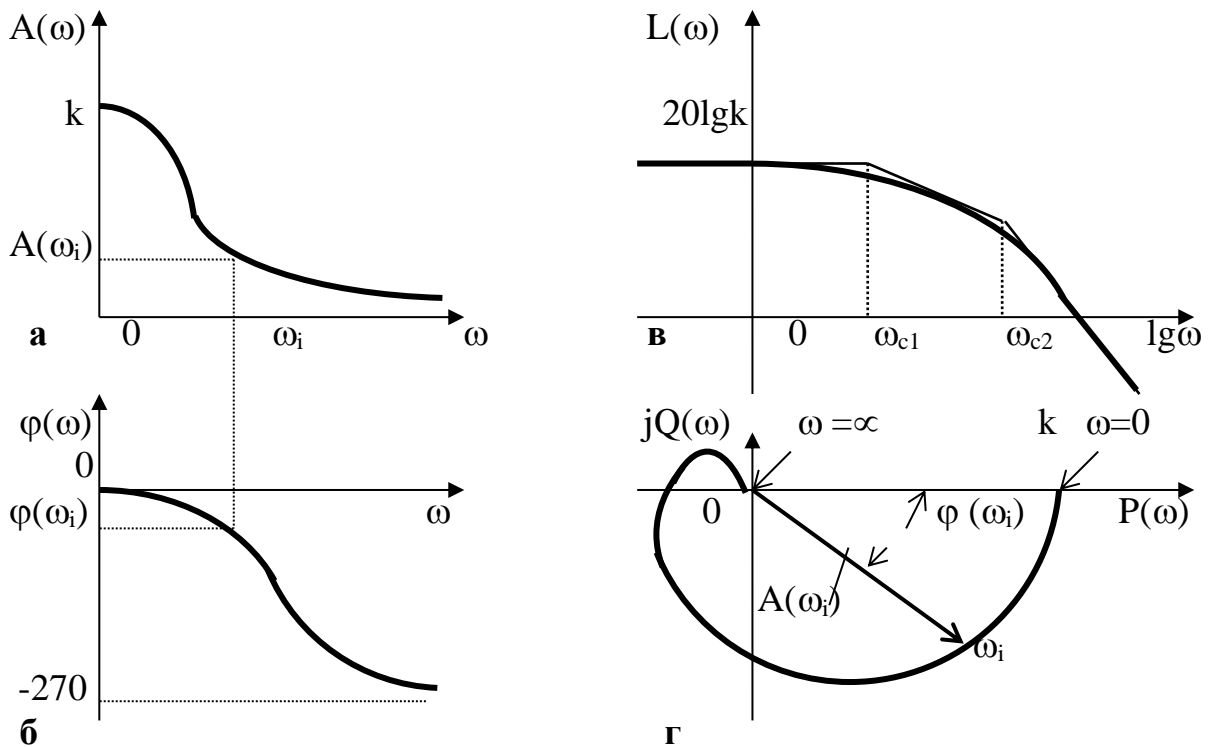


Рис. 11. Частотные характеристики: а – амплитудная; б – фазовая; в – амплитудно-фазовая; г – логарифмическая

АЧХ показывает, как элемент пропускает сигналы различной частоты. Оценка пропускания производится по отношению амплитуд  $u_m / x_m$ . АЧХ имеет размерность, равную отношению размерности выходной величины к размерности входной. ФЧХ показывает, какое отставание или опережение выходного сигнала по фазе создает элемент на различных частотах.

Амплитудную и фазовую частотные характеристики можно объединить в одну общую - амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ или АФХ). Амплитудно-фазовая частотная характеристика  $W(j\omega)$  представляет собой функцию комплексного переменного  $j\omega$ , модуль которой равен  $A(\omega)$ , а аргумент равен  $\varphi(\omega)$ . Каждому фиксированному значению частоты  $\omega_i$  соответствует комплексное число  $W(j\omega_i)$ , которое на комплексной плоскости можно изобразить вектором, имеющим длину  $A(\omega_i)$  и угол  $\varphi(\omega_i)$  (рис. 11,г). Отрицательные значения  $\varphi(\omega)$ , соответствующие отставанию выходного сигнала от входного, принято отсчитывать по часовой стрелке от положительной вещественной оси.

При изменении частоты от нуля до бесконечности вектор  $W(j\omega)$  поворачивается вокруг начала координат, при этом одновременно увеличивается или уменьшается длина вектора. Кривая (годограф), которую опишет конец вектора, и есть АФХ. Каждой точке характеристики соответствует определенное значение частоты.

Проекции вектора  $W(j\omega)$  на действительную и мнимую оси называют соответственно действительной и мнимой частотными характеристиками и обозначают  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$ . Действительная частотная характеристика всегда четная функция частоты, а мнимая характеристика всегда нечетная функция.

Аналитическое выражение для АФХ конкретного элемента можно получить из его передаточной функции путем подстановки  $p=j\omega$ :

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega} \quad (21)$$

А.ф.х.  $W(j\omega)$ , как и любая комплексная величина, может быть представлена в показательной форме:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (22)$$

алгебраической форме:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (23)$$

или тригонометрической форме:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega) + jA(\omega) \sin \varphi(\omega). \quad (24)$$

Связь между различными частотными функциями следующая:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \quad (25)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg}(Q(\omega) / P(\omega)). \quad (26)$$

Поскольку АФХ  $W(j\omega)$ , так же, как и передаточная функция, представляет собой обычно дробь, то ее модуль может быть найден как отношение модуля числителя к модулю знаменателя:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = |K(j\omega)| / |D(j\omega)|, \quad (27)$$

а аргумент функции – как разность аргументов числителя и знаменателя:

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arg K(j\omega) - \arg D(j\omega). \quad (28)$$

При практических расчетах автоматических систем удобно использовать частотные характеристики, построенные в логарифмической системе координат (рис. 11,в). Такие характеристики называют логарифмическими. Они имеют меньшую кривизну и поэтому могут быть приближенно заменены ломаными линиями, составленными из нескольких прямолинейных отрезков. Причем эти отрезки в большинстве случаев удается построить без громоздких вычислений по некоторым простым правилам. Частоты, соответствующие точкам стыковки отрезков, называют сопрягающими и обозначают  $\omega_c$ . Кроме того, в логарифмической системе координат легко находить характеристики различных соединений элементов, так как умножению и делению обычных характеристик соответствует сложение и вычитание ординат логарифмических характеристик.

За единицу длины по оси частот логарифмических характеристик принимают декаду. Декада – интервал частот, заключенный между произвольным значением  $\omega_i$  и его десятикратным значением  $10\omega_i$ . Отрезок логарифмической оси частот, соответствующий одной декаде, равен 1.

В расчетах используют логарифмическую амплитудную частотную характеристику (л.а.ч.х.):

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \quad (29)$$

ординаты которой измеряют в логарифмических единицах – белах (Б) или децибелах (дБ). Например, если имеется число  $N=100$ , в децибелах  $L=20\lg 100=40$  дБ.

При построении фазовой частотной характеристики логарифмический масштаб применяют только для оси абсцисс.

По виду частотных характеристик все элементы и системы делятся на минимально-фазовые и неминимально-фазовые. Минимально-фазовыми являются элементы (системы),

у которых все полюсы и нули передаточной функции  $W(p)$  имеют отрицательные действительные части. Такие элементы дают минимальный фазовый сдвиг  $\varphi(\omega)$  по сравнению с любыми другими элементами.

## 1. Методические указания к проведению практических работ

### 1.1. Общие методические указания к практическому занятию

Практическое занятие – эта форма систематических учебных занятий, с помощью которых студенты изучают тот или иной раздел определенной учебной дисциплины, входящей в состав учебного плана. Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо при подготовке к практическим занятиям использовать материал лекций, который должен закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций и задач. При подготовке к практическим занятиям следует использовать основную литературу из представленного списка, а также руководствоваться данными указаниями и рекомендациями. Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию: - открыть методические указания по практическим работам к данной дисциплине - ознакомиться с целью практического занятия - просмотреть необходимый теоретический материал из методических указаний - просмотреть материал из рекомендуемых источников по данной теме практического занятия - ознакомиться с вариантами заданий для данного практического занятия.

Примерные темы, выносимые на рассмотрение на практических занятиях:

1. Оптимальное линейное управление.
2. Дискретный вариант уравнений Беллмана.
3. Учет ограничений. Условия трансверсальности.
4. Обобщённая задача оптимального управления.
5. Структурная адаптация.

Проектирование систем управления в современных условиях стало очень сложным ввиду стремления управлять в широком диапазоне внешних условий, из-за нелинейных характеристик, свойственных объектам, работающим в таких условиях, а также из-за чрезвычайно высоких требований к качеству таких систем.

Теория оптимизации предлагает специалистам по системам управления способы борьбы с указанными трудностями проектирования современных систем и служит хорошим примером использования понятий линейного векторного пространства. Обоснование выбора того или иного критерия оптимальности связано с конкретными технико-экономическими условиями работы системы автоматического управления (САУ) и в теории оптимального управления не рассматривается. Различия между критериями оптимальности дают основания для классификации оптимальных систем по оптимизируемым показателям качества.

Это системы:

- оптимальные по быстродействию,
- оптимальные по расходу ресурсов,
- оптимальные по производительности,
- с минимальными потерями от управления и т.д.

Следующий вариант классификации оптимальных систем – по характеру процессов, протекающих в системах. С этой точки зрения системы делятся на системы:

- непрерывные,
- дискретно-непрерывные,
- дискретные.

Можно проводить классификацию и по типу дифференциальных уравнений, описывающих систему: линейные, нелинейные, с распределёнными параметрами (уравнения в частных производных) и т.д. Можно классифицировать системы по характеру критерия оптимальности.

В этом случае получаем системы: – равномерно оптимальные (наилучшие в каждом отдельном случае, то есть при каждом проведённом эксперименте), – статистически оптимальные (наилучшие в среднем, то есть при усреднении многих экспериментов), –

минимаксно оптимальные (системы, дающие наилучший результат в наихудших условиях). По сравнению с менее строгими методами проектирования замкнутых САУ особенности теории оптимизации состоят в следующем.

1. Процедура проектирования является более чёткой, так как включает в едином показателе проектирования все существенные аспекты качества.
2. Очевидно, что проектировщик может ожидать получения наилучшего результата только в соответствии с выбранным показателем качества. Поэтому для каждой задачи указывается область ограничений.
3. Часто можно обнаружить несовместимость ряда требований качества.
4. Получающаяся в результате проектирования система управления будет адаптивной, если в процессе работы показатель качества меняется, и попутно снова вычисляются параметры регулятора.
5. Работа с нестационарными оптимальными процессами не вносит каких-либо дополнительных трудностей.
6. Непосредственно рассматриваются и нелинейные объекты управления, правда, при этом возрастает сложность вычислений.

Основные этапы построения оптимальных систем состоят в следующем.

1. Построение математических моделей физических процессов, подлежащих управлению, а также критериев качества.
2. Вычисление оптимальных управляющих воздействий.
3. Синтез регулятора, реализующего оптимальное управление. Теория оптимизации продолжает интенсивно развиваться, пытаясь преодолеть трудности, присущие этой теории. Перечислим их.
  1. Формирование значимого на языке математике критерия качества из различных требований проектирования – непростая задача. Часто на этом пути применяется метод проб и ошибок.
  2. Результирующий критерий качества системы часто является очень чувствительным к различного рода ошибочным предположениям и (или) к изменениям параметров регулируемого процесса.
  3. Существующие в настоящее время алгоритмы управления в случае нелинейных систем требуют сложных программ вычислений и, часто, большого количества машинного времени.
  4. Хорошо работающие методы проектирования регуляторов, разработанные для малых областей фазового пространства (вблизи траекторий, соответствующих номинальным режимам), сразу же оказываются неприемлемыми применительно к большим областям фазового пространства в случае нелинейных систем.

Основные методы, используемые в теории оптимизации, это:

- классическое вариационное исчисление,
- принцип максимума Понтрягина,
- динамическое программирование Беллмана,
- алгоритмы Винера-Колмогорова и Калмана-Бьюси,
- функциональный анализ,
- метрический анализ.



## Пример практикума: 1.1 Инвариантные системы автоматического управления

### Цель практической работы

Изучение принципов построения и свойств инвариантных систем автоматического управления.

### Краткие теоретические сведения

Одной из главных задач синтеза автоматической системы является обеспечение требуемой точности в установившихся и переходных режимах. Точность систем в установившихся режимах можно повысить за счет увеличения порядка астатизма и коэффициента передачи разомкнутого контура. Но этот путь приводит к уменьшению запаса устойчивости, увеличению колебательности и снижению точности системы в переходных режимах. Эффективным способом решения задачи обеспечения точности в установившихся и переходных режимах является компенсация внешних воздействий путем реализации принципа инвариантности.

«Инвариантность» означает независимость одной физической величины от другой. В ТАУ рассматривают независимость в основном двух выходных величин – выходной величины и сигнала ошибки от входных воздействий. В системах стабилизации необходимо добиваться независимости выходной величины от возмущающего воздействия, а в следящих системах – независимости сигнала ошибки от задающего воздействия.

Инвариантность в САУ достигается компенсацией возмущающего воздействия, когда управляющее воздействие формируется в зависимости от изменений возмущающего воздействия. Этот принцип управления применим, если возмущающее воздействие измеряемо. Обычно принцип управления по возмущению применяют в сочетании с принципом управления по отклонению (комбинированная система).

Рассмотрим алгоритмическую структуру комбинированной системы стабилизации с компенсирующей связью по возмущению  $z$  [1.1], представленную на рис. 12. Компенсирующая связь действует на выходную величину со знаком, который всегда противоположен знаку непосредственного влияния возмущения на выход.

Передаточная функция системы по возмущению

$$\Phi_{xz}(s) = X(s)/Z(s) = (W_{0z}(s) - W_k(s) \cdot W_y(s) \cdot W_0(s)) / (1 + W(s) \cdot W(s)) \quad (1.1)$$

где  $W_0(s)$  и  $W_{0Z}(s)$  – передаточные функции объекта по управляющему и возмущающему воздействию соответственно;  $W_y(s)$  передаточная функция управляющего устройства;  $W_K(s)$  – передаточная функция компенсирующего устройства.

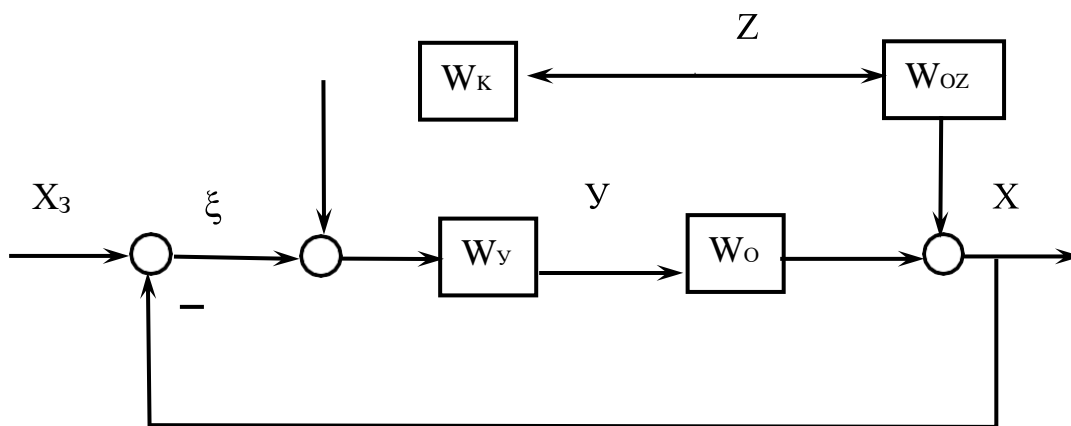


Рис. 12. Структура комбинированной САУ с компенсирующей связью по возмущению

Управляемая величина  $x(t)$  не зависит от возмущения  $z(t)$ , если передаточная функция (1.1) равна нулю:

$$\Phi_{XZ}(s) = 0. \tag{1.2}$$

Это условие выполняется, если равен нулю числитель передаточной функции. Приравняв нулю выражение (1.1), определим условие инвариантности стабилизируемой величины по отношению к возмущению:

$$W_{0Z}(s) - W_K(s) \cdot W_y(s) \cdot W_0(s) = 0. \tag{1.3}$$

Из (3) следует, что для достижения независимости величины  $x(t)$  от возмущения  $z(t)$  необходимо, чтобы динамические свойства двух параллельных каналов, по которым возмущение  $z(t)$  действует на  $x(t)$ , были одинаковыми.

В соответствии с (1.3) передаточная функция компенсирующего устройства

$$W_K(s) = W_{0Z}(s) / W_y(s) \cdot W_0(s). \tag{1.4}$$

Передаточная функция компенсирующего устройства соответствует динамическому звену, свойства которого определяются свойствами каналов возмущения  $W_{0Z}(s)$  и управления  $W_y(s)$ ,  $W_0(s)$ . Если инерционность канала управления больше, чем инерционность канала возмущения, то компенсирующее устройство должно обладать свойствами дифференцирующего звена. Причем чем больше разница

этих инерционностей, тем выше должен быть порядок дифференцирующего звена. Такие звенья технически трудно реализовать. В следящих системах необходима инвариантность сигнала ошибки от задающего воздействия. Для схемы, приведенной на рис. 2, передаточная функция между точкой приложения задающего воздействия  $X_3(t)$  и точкой выхода сигнала ошибки  $\xi(t)$

$$\Phi_{\xi z}(s) = \xi(s) / X_3(s) = (1 - W_K(s) \cdot W_y(s) \cdot W_0(s)) / (1 + W_y(s) \cdot W_0(s)) \quad (1.5)$$

Приравнявая функцию (1.5) к нулю, определим условие инвариантности ошибки слежения по отношению к задающему воздействию:

$$1 - W_K(s) \cdot W_y(s) \cdot W_0(s) = 0 \quad (1.6)$$

отсюда определяется требуемая передаточная функция компенсирующего устройства как

$$W_K(s) = 1 / W_y(s) \cdot W_0(s) \quad (1.7)$$

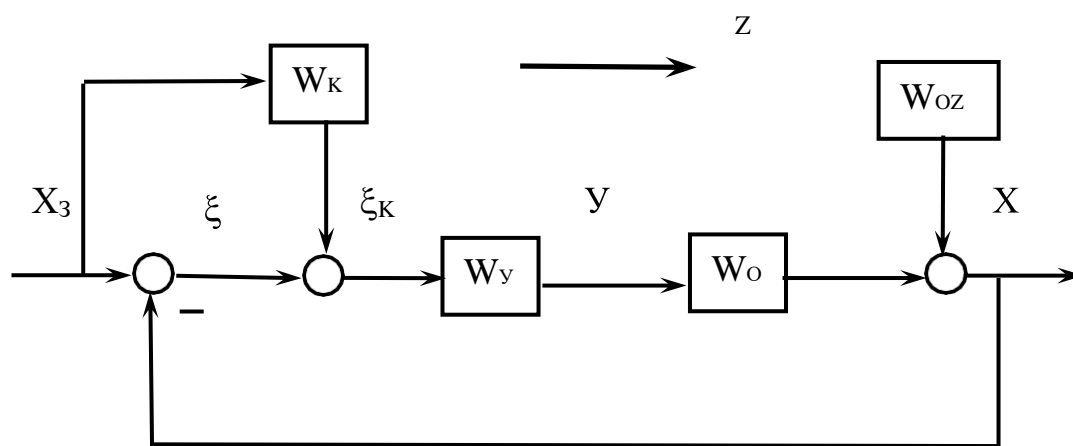


Рис. 13. Структура комбинированной САУ с компенсирующей связью по задающему воздействию

Из передаточных функций (1.1) и (1.5) следует, что компенсирующие связи не изменяют характеристический полином системы, поэтому не влияют на ее устойчивость.

Теоретически в системе можно достичь абсолютной инвариантности. В этом случае передаточная функция замкнутой системы должна быть равна единице. Это означает, что такая система автоматического управления должна иметь полосу пропускания по частоте без амплитудных и фазовых искажений, равную бесконечности. В реальных системах обеспечить бесконечную полосу пропускания невозможно, поэтому реализация полной инвариантности по управляющему воздействию сопряжена с принципиальными трудностями, связанными с реализуемостью передаточной функции корректирующего устройства, уменьшающего ошибку системы.

Если  $W_k(s)$  реализуема приближенно, то в системе осуществима частичная инвариантность. Частичная инвариантность может значительно повысить точностные характеристики замкнутых САУ.

## 1. Пояснения к работе

В качестве объекта исследования рассмотрим следящую систему.

В следящих системах алгоритм функционирования заранее неизвестен. Обычно регулируемая координата в таких системах должна воспроизводить изменение некоторого внешнего фактора, следить за ним. Так, антенна радиолокатора должна следить за положением самолета. Следящая система может быть выполнена в соответствии с любым фундаментальным принципом управления и будет отличаться от соответствующей системы программного управления тем, что вместо датчика программы в ней будет иметь место устройство слежения за изменением внешнего фактора.

На рис. 14 приведена упрощенная схема следящей системы на базе ЭМУ-50А3 и электродвигателя МИ-42. Регулируемой величиной является угол поворота  $\theta_{\text{вых}}$  управляемого объекта 2. Приводной двигатель 3 питается от ЭМУ 1. Входное воздействие подается на сельсин-датчик 5 в виде угла поворота  $\theta_{\text{вх}}$  его ротора. Соединенные по трансформаторной схеме сельсин-датчик и сельсин-приемник 4, механически связанный с управляемым объектом, вырабатывают напряжение, пропорциональное рассогласованию  $\xi = \theta_{\text{вх}} - \theta_{\text{вых}}$ .

Напряжение ошибки усиливается усилителем У и ЭМУ 1 (АМР) и поступает на якорь исполнительного двигателя 3, вращающего одновременно объект 2 и ротор сельсин-приемника до тех пор, пока рассогласование не станет равным нулю.

Структурная схема следящей системы приведена на рис. 15.

Упрощенные передаточные функции звеньев структурной схемы при пренебрежении индуктивностью якорной цепи ЭМУ и двигателя с учетом паспортных данных приведены ниже.

Коэффициент передачи  $K_u$  усилителя У (звено 3) задается преподавателем по табл. 1.1.

$W_{\text{амп}}(s) = K_{\text{эму}} / (T_{\text{эх}}s + 1) = 11 / (1 + 0,5s)$  передаточная функция ЭМУ (звено 4)

$W_o(s) = K_1 / (T_m s + 1) = 1,24 / (1 + 0,4s)$  передаточная функция двигателя по управлению относительно частоты вращения (звено 5)

$W_{\text{ов}} = K_2 / (T_m s + 1) = 0,6 / (1 + 0,4s)$  передаточная функция двигателя по возмущению относительно частоты вращения (звено 8);

$W(s) = 1/s$  – передаточная функция выходного звена (звено 6).

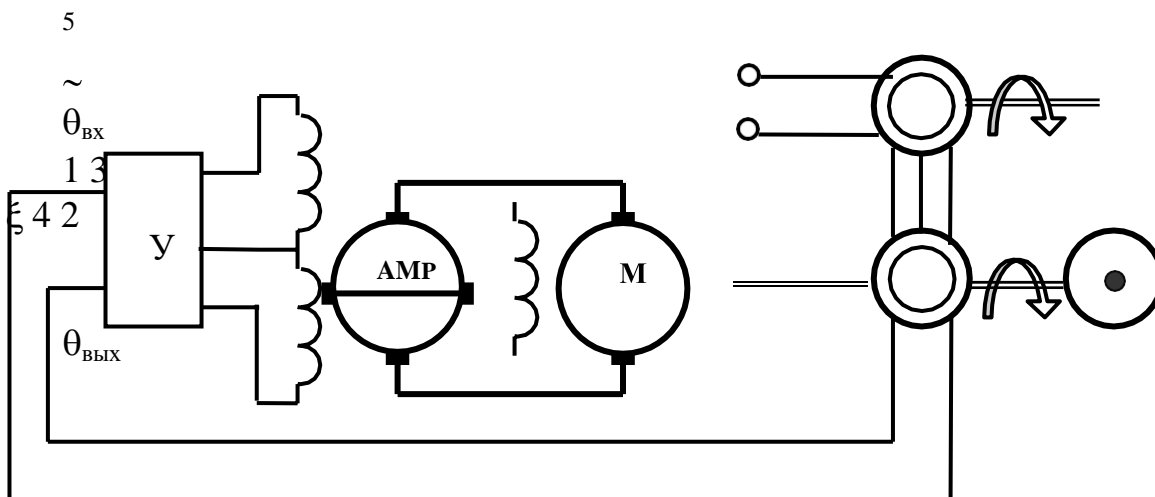


Рис. 14. Следящая система

Звенья 1 и 2 имеют единичные передаточные функции.

Звено 7 служит для задания величины возмущения (момента нагрузки двигателя).

## 2.Программа работы

Работа выполняется в среде моделирующей системы CLASSIC-3. Применительно к структурной схеме САУ (рис. 15), при заданных и неизменных передаточных функциях ЭМУ и двигателя по варианту значения коэффициента передачи  $K_y$  усилителя (вариант задается преподавателем), проделать следующую работу.

1. По исходной структурной схеме следящей системы (рис. 15) снять статическую характеристику  $X_{вых} = F(Z)$  для значений возмущающего воздействия  $Z = 0, 1, 2$ .

2. Определить передаточную функцию корректирующего звена  $W_{корр}$  по формуле (4), обеспечивающего инвариантность управляемой величины  $X_{вых}$  и возмущающего воздействия  $Z$  в статическом режиме работы системы. При определении передаточной функции корректирующего звена руководствоваться структурной схемой, представленной на рис. 16.

3. Снять статическую характеристику  $X_{вых} = F(Z)$  скорректированной системы при изменении возмущающего воздействия  $Z = 0 \div 2$ .

4. Снять статическую зависимость  $\xi = F(X_{зад})$  ошибки управления от задающего воздействия в исходной системе (рис. 15).

5. Определить передаточную функцию корректирующего звена ( $W_{корр}$ ), обеспечивающего инвариантность статической ошибки управления  $\xi$  и задающего воздействия. При определении передаточной функции корректирующего звена руководствоваться структурной схемой системы, представленной на рис. 15.

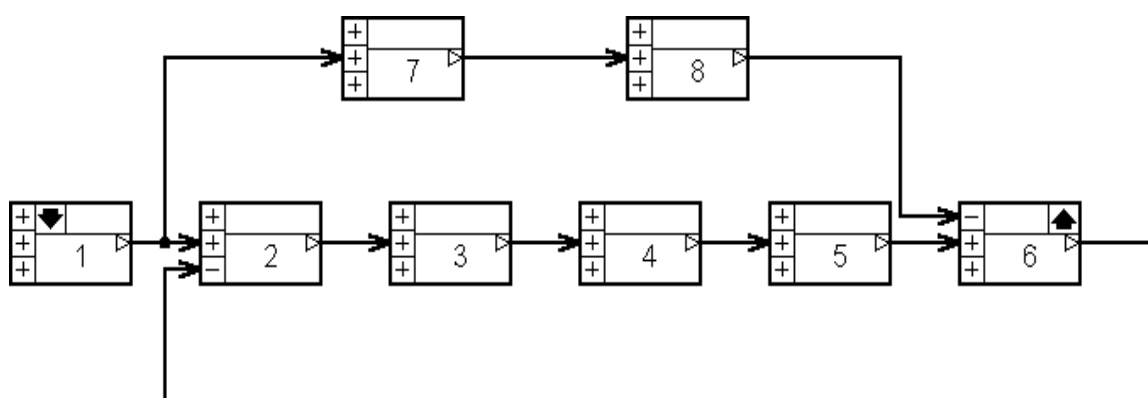


Рис. 15. Исходная структурная схема следящей системы

Таблица 1.1

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_y$	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15

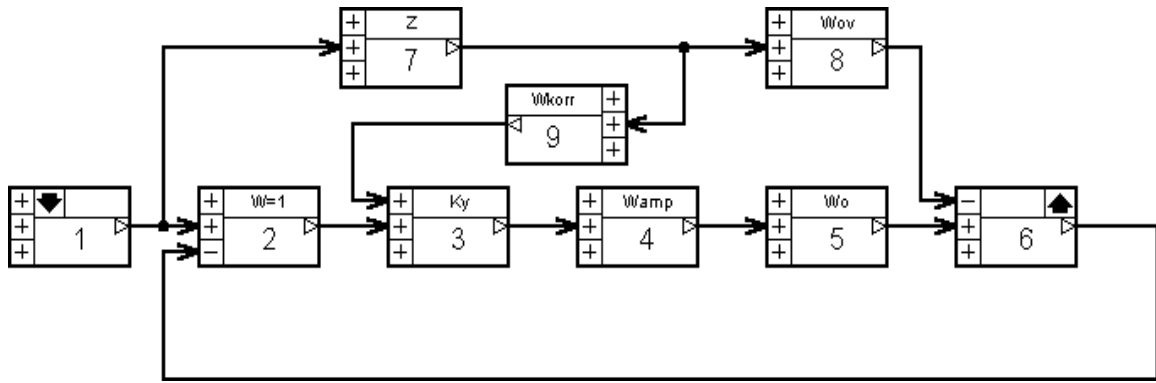


Рис. 16. Структурная схема следящей системы с компенсацией возмущения

6. Снять статическую зависимость ошибки управления от задающего воздействия  $\xi = F(X_{зад})$  в системе с компенсирующей связью по задающему воздействию (рис. 16).

7. Сравнить статические характеристики исходной системы и системы с различными видами коррекции, сделать выводы.



## 5. Порядок выполнения работы

1. Набрать и отредактировать в среде CLASSIC-3 структурную схему исходной следящей системы по рис. 15. Коэффициент  $K_y$  установить согласно заданному варианту.

2. Устанавливая коэффициент передачи варьлируемого звена 7 в режиме редактирования согласно табл. 1.2 и измеряя установившееся значение управляемой величины, заполнить таблицу 1.2.

Таблица 1.2

$Z$	0	0,5	1,0	1,5	2
$X_{вых}$					

3. Построить статическую характеристику  $X_{вых} = F(Z)$ .

4. Сохранить отдельным файлом структурную схему исходной системы, где  $Z \neq 0$ .

5. Набрать структурную схему инвариантной системы по рис. 17, рассчитать передаточную функцию корректирующего звена по формуле (1.4) и отредактировать его.

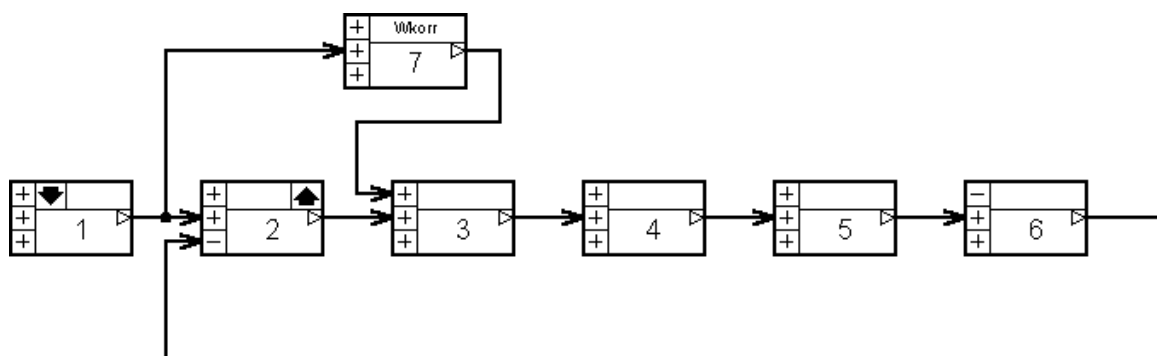


Рис. 17. Структурная схема следящей системы с компенсирующей связью по задающему воздействию

Выполнить п. 2 настоящего раздела для инвариантной системы, заполнить таблицу, аналогичную табл. 1.2, и построить статическую характеристику  $X_{вых} = F(Z)$  в тех же координатных осях.

6. Загрузить файл с исходной структурной схемой п. 4, назначить выходным звеном звено сравнения на входе системы (звено 2).

7. Устанавливая коэффициент передачи входного звена 1 в режиме редактирования согласно табл. 3 и измеряя установившееся значение ошибки управления  $\xi$ , заполнить табл. 1.3.

Таблица 1.3

$X_{зад}$	1	2	5	10	20
$\xi$					

По результатам эксперимента построить статическую зависимость  $\xi = F(X_{зад})$  без корректирующего устройства.

10. Набрать структурную схему инвариантной по задающему воздействию следящей системы согласно рис. 6.

11. Определить передаточную функцию звена коррекции (по формуле (7)) и отредактировать её.

12. Выполнить п. 8 настоящего раздела для инвариантной системы с корректирующим устройством.

13. По результатам эксперимента построить статическую зависимость  $\xi = F(X_{зад})$  с корректирующим устройством.

Содержание отчета практической работы

В отчете привести задание на выполнение работы, структурные схемы исследуемых систем, расчеты передаточных функций корректирующих звеньев, экспериментальные статические характеристики, выводы и ответы на вопросы.

## Вопросы

1. Как следует понимать инвариантность системы?
2. По каким каналам передачи воздействия необходимо добиваться инвариантности в стабилизирующих и следящих системах?
3. Почему необходима реализация принципа двухканальности инвариантных систем?
4. Почему в реальных системах не удается в большинстве случаев обеспечить полную инвариантность?
5. Какими должны быть передаточные свойства естественного и искусственного каналов передачи воздействия от входа к выходу в инвариантных системах?
6. Влияют ли компенсирующие (корректирующие) связи в инвариантных системах на их устойчивость?

## 1.2 Настройка регуляторов типовых одноконтурных систем, коррекция автоматической системы

### 1. Цель работы

Исследование влияния средств коррекции на свойства систем автоматического управления.

### 2. Краткие теоретические сведения

Коррекция систем автоматического управления является важным моментом их проектирования. Стремление обеспечить высокую точность процесса управления приводит к необходимости увеличения коэффициента усиления, что неизбежно приводит к снижению запасов устойчивости и даже к потере системой устойчивости. Кроме того, система может содержать неустойчивые, интегрирующие и консервативные звенья, являющиеся причиной структурной неустойчивости одноконтурных систем.

Обеспечение устойчивой работы систем управления с удовлетворительными показателями качества включением дополнительных специальных устройств называется коррекцией, а сами дополнительные специальные устройства – корректирующими.

Существуют разнообразные способы коррекции систем. Широкое применение получили дополнительные обратные связи, охватывающие одно или несколько звеньев системы. Такие обратные связи называются внутренними и относятся к параллельным корректирующим цепям. Введение внутренних обратных связей превращает одноконтурную систему в многоконтурную.

Не вдаваясь в подробный анализ действия обратных связей, отметим, что для целей коррекции применяются положительные и отрицательные обратные связи. По структуре обратные связи бывают жесткими, действующими как в переходных, так и в установившихся режимах; гибкими, действующими только в переходных режимах; комбинированными.

Корректирующие средства изменяют структурную схему исходной системы, придавая ей желаемые свойства.

Очень эффективным средством коррекции систем является введение в закон управления, кроме основного сигнала производных и (или) интегралов, каких-либо переменных.

Производная в закон управления может быть введена различными способами. Один из способов заключается в том, что дифференцирующее устройство включается по схеме параллельного соединения звеньев между усилительным звеном 2 и исполнительным устройством 4 (рис. 18). В этом случае на входе исполнительного устройства будет действовать суммарный сигнал

$$x = k_p \xi + k_p k \frac{d\xi}{dt}, \quad (2.1)$$

содержащий первую производную от сигнала ошибки  $\xi$ .

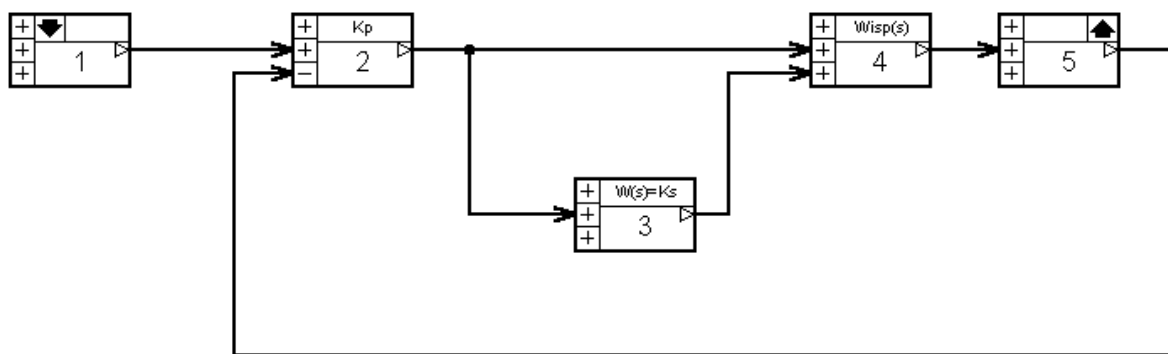


Рис.18. Способ включения дифференцирующего звена

Рассмотренный способ введения в закон управления производной удобен при моделировании процессов в системе. На практике применяют комбинированные корректирующие устройства, реализующие приближенно закон (1). На рис. 19 показана принципиальная схема автоматической системы регулирования частоты вращения электродвигателя, содержащая комбинированное дифференцирующее устройство КУ в качестве средства коррекции.

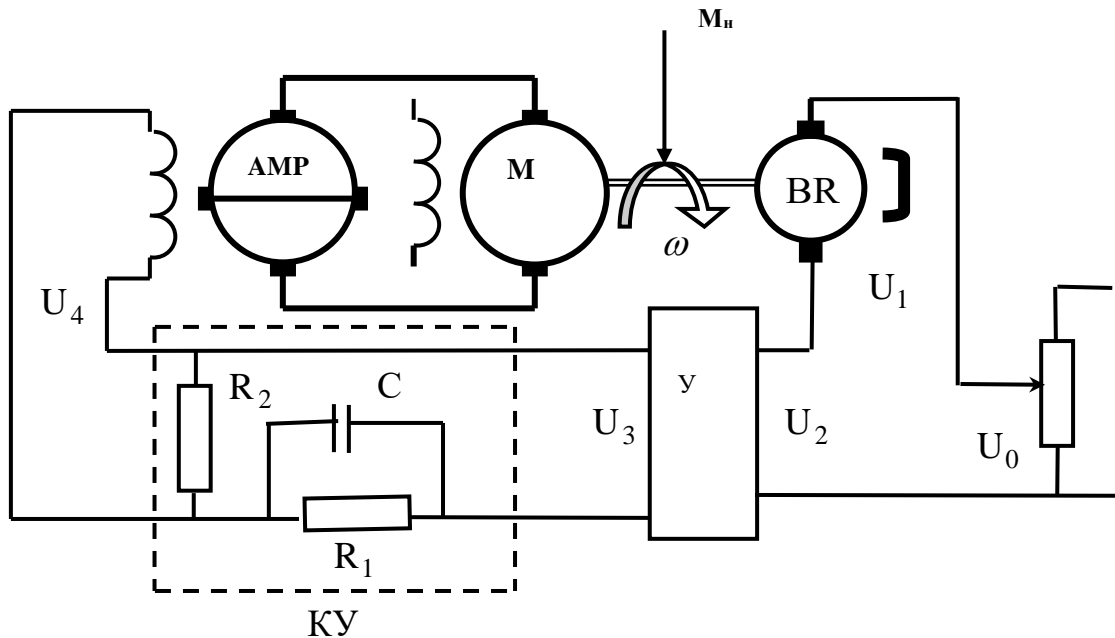


Рис. 19. САУ частоты вращения с комбинированным дифференцирующим устройством

Корректирующее устройство описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{dU_4}{dt} + U_4 = k(U_3 + T \frac{dU_3}{dt}), \quad (2.2)$$

которому соответствует передаточная функция

$$W_k(s) = \frac{k(1 + Ts)}{1 + kTs}, \quad (2.3)$$

где  $T=R_1C$ ,  $k=R_2/(R_1+R_2)$ .

Введение первой производной в закон управления не изменяет величину статической ошибки, так как производная имеет место только в динамических режимах. Однако вследствие демпфирующего действия производной, снижающего колебательность системы, можно увеличить коэффициент передачи регулятора и тем самым снизить статическую ошибку. Если производная вводится в закон управления, то ее надо вводить обязательно вместе с самим отклонением  $\xi$ .

Введение в закон управления интеграла позволяет получить систему управления, не обладающую статической ошибкой. Такая система управления называется астатической.

Ввести интеграл в закон управления можно с помощью интегрирующих устройств, включаемых так, как это было показано для параллельного дифференцирующего звена (рис.20). Иногда интегрирующее звено может быть включено параллельно какому-либо типовому звену.

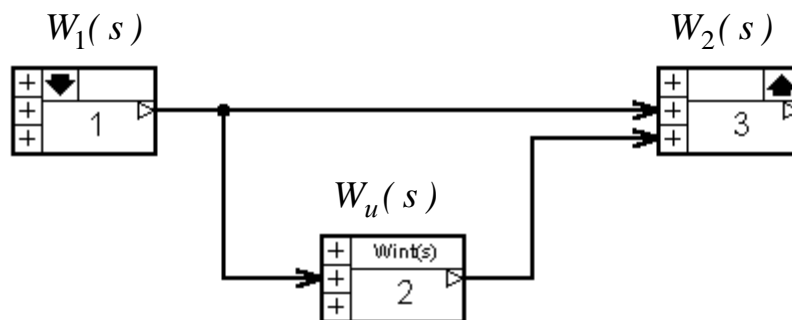


Рис. 20. Разомкнутая САУ с интегрирующим звеном

Для оценки влияния интегрирующего звена на свойства системы рассмотрим разомкнутую САУ, представленную на рис. 3. С учетом передаточной функции интегрирующего звена

$$W_u(s) = \frac{k_u}{T_u s} = \frac{\alpha}{s} \quad (2.4)$$

определим на основе правил преобразования структурных схем передаточную функцию разомкнутой системы как

$$W_3(s) = W(s) \left( 1 + \frac{\alpha}{s} \right), \quad (2.5)$$

где  $W(s) = W_1(s) W_2(s)$  передаточная функция разомкнутой системы без интегрирующего звена.

По передаточной функции (2.5) определим выражение для амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы

$$W_3(j\omega) = W(j\omega) + \left( \frac{-j\alpha}{\omega} \right) W(j\omega). \quad (2.6)$$

Из выражения (2.6) следует, что введение интеграла в закон управления добавляет ко всем векторам АФХ исходной системы  $W(j\omega)$  векторы, повернутые относительно  $W(j\omega)$  в отрицательном направлении (по часовой стрелке) на 90° и измененные в  $\alpha/\omega$  раз (рис. 21). Это означает, что исходная АФХ приближается к критической точке и запасы устойчивости снижаются. Следует ожидать, что динамические свойства простейших астатических систем будут хуже в смысле склонности к колебаниям, чем у статических.

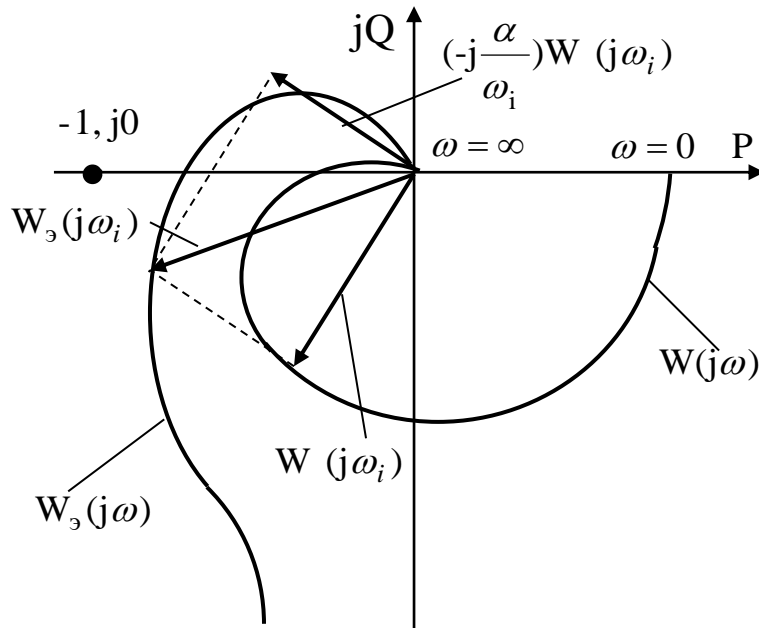


Рис. 21. АФХ разомкнутых систем без коррекции и с коррекцией

Для доказательства нулевой ошибки управления в установившихся режимах в астатической системе выразим передаточную функцию замкнутой системы  $W_3(s)$  по ее передаточной функции для разомкнутого состояния.

Передаточная функция системы для разомкнутого состояния

$$W(s) = \frac{K(s)}{D(s)}. \quad (2.7)$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$W_3(s) = \frac{\frac{K(s)}{D(s)} \left(1 + \frac{\alpha}{s}\right)}{1 + \frac{K(s)}{D(s)} \left(1 + \frac{\alpha}{s}\right)} = \frac{K(s)s + K(s)\alpha}{D(s)s + K(s)s + K(s)\alpha}. \quad (2.8)$$

Полагая в (8)  $s = 0$ , в статическом режиме получим  $W_3(s)=1$ , что свидетельствует об отсутствии статической ошибки.

На рис. 5 представлена принципиальная схема ранее рассмотренной автоматической системы, но вместо дифференцирующего устройства в ней применено интегрирующее корректирующее устройство.

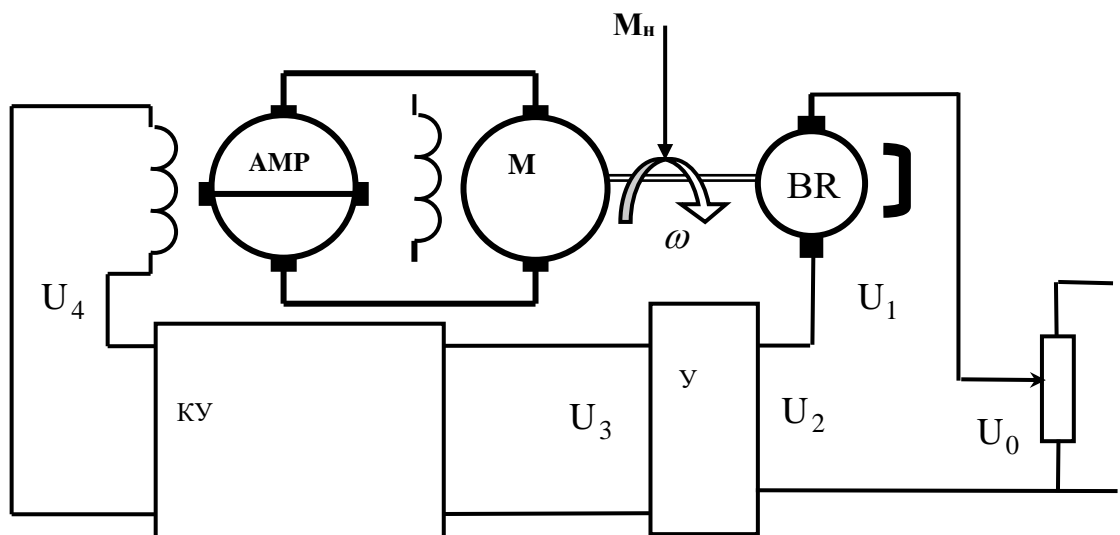


Рис. 5. САУ частоты вращения двигателя с интегрирующим устройством

Передаточная функция корректирующего устройства, согласно структурной схеме, показанной на рис. 3, имеет вид

$$W_k(s) = \frac{U_4(s)}{U_3(s)} = \frac{k + s}{s}, \quad (9)$$

где  $k$  – коэффициент передачи идеального интегрирующего звена.

### 3. Задание на выполнение работы

1. Изучить теоретические вопросы, связанные с коррекцией автоматических систем.
2. Определить прямые оценки качества исходной автоматической системы.
3. Определить в числовой форме передаточные функции корректирующих устройств (дифференцирующего и интегрирующего) согласно заданным значениям сопротивлений, конденсатора и коэффициента  $k$ .
4. Определить прямые оценки качества системы с обоими типами корректирующих устройств.
5. Определить запасы устойчивости для всех рассматриваемых систем.
6. Провести сравнение свойств САУ с различными типами корректирующих устройств со свойствами исходной системы.

### 4. Пояснения к работе

Исследованию подлежит автоматическая система управления частотой вращения двигателя (рис. 2 и рис. 5).

Паспортные данные двигателя:  $P_{ном}=3,2$  кВт;  $U_{ном}=220$  В;  $I_{я ном}=18$  А;  $J_{\partial}=0,065$  кг.м<sup>2</sup>;  $R_{я}=0,376$  Ом;  $L_{я}=0,004$  Гн;  $n_{ном}=2500$  об/мин.

Согласно паспортным данным передаточная функция двигателя в числовом выражении имеет вид:

$$W_{\partial}(s) = \frac{K_{\partial}}{T_{\partial}T_{M}s^2 + T_{M}s + 1} = \frac{1,24}{0,0076s^2 + 0,4s + 1} \approx \frac{1,24}{1 + 0,4s}. \quad (10)$$

Параметры ЭМУ определяются также по паспортным данным, которые имеют следующие значения для ЭМУ-50А3:  $P_{ЭМУ}=4$  кВт;  $U_{ЭМУ}=230$  В;  $I_{вх}=10$  мА;  $r_{вх}=2100$  Ом;  $L_{вх}=100$  Гн;  $r_l=3,35$  Ом;  $L_l=0,6$  Гн.

Передаточную функцию ЭМУ в соответствии с приведенным паспортными данными можно представить как:

$$W_{ЭМУ}(s) = \frac{K_{ЭМУ}}{(T_{вх}s + 1)(T_{ЭМУ}s + 1)} \approx \frac{11}{(1 + 0,5s)(1 + 0,2s)}, \quad (11)$$

где  $K_{ЭМУ}=u_{ЭМУ}/I_{вх}r_{вх} \cong 11$ ;  $T_{ЭМУ}=L_l/r_l = 0,178$  с;  $T_{вх}=L_{вх}/r_{вх}=0,0478$  с.

Коэффициент передачи тахогенератора BR  $k_{OC}=0,1$ .

### 5. Порядок выполнения работы

1. Набрать структурную схему одноконтурной замкнутой САУ, зарезервировав место для корректирующего устройства (рис. 6).
2. Коэффициент усиления  $k_U$  усилителя У установить согласно заданному преподавателем варианту (табл. 1).
3. Отредактировать передаточные функции звеньев. Для исходной системы принять передаточную функцию  $W_k(s)=1$ .
4. Зафиксировать прямые оценки качества и запасы устойчивости для исходной системы.



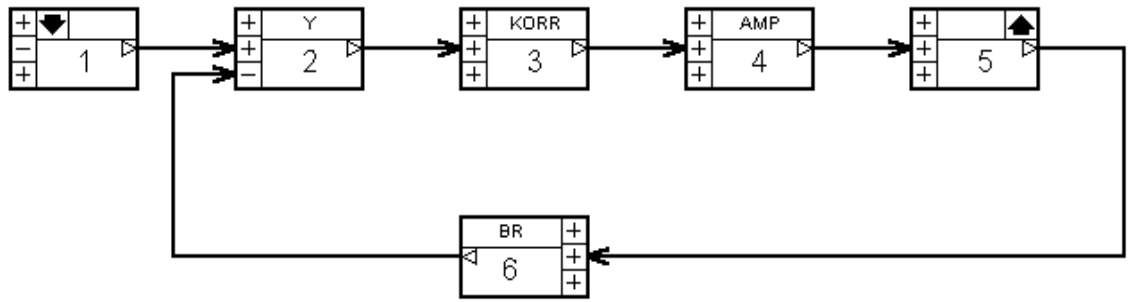


Рис.6

Таблица 1

Вариант	1	2	3	4	5
$k_y$	5	4.5	4	3.5	3

5. Рассчитать коэффициенты передаточной функции дифференцирующего корректирующего устройства по выражению (3) для  $R1 = R2 = 200$  Ом,  $C=10^{-3}$  Ф.
6. Зафиксировать прямые оценки качества и запасы устойчивости для скорректированной системы.
7. Установить коэффициенты передаточной функции интегрирующего устройства согласно выражению (9), приняв  $k=0,1$ .
8. Зафиксировать прямые оценки качества и запасы устойчивости для скорректированной системы.
9. Провести сравнительный анализ оценок качества исходной системы и системы с различного вида коррекциями.

## **6. Содержание отчета**

В отчете привести задание на выполнение практической работы, структурную схему исследуемой системы, экспериментальные графики, данные по результатам экспериментов и результаты обработки данных, сделать необходимые заключения и ответить на поставленные вопросы.

## **7. Вопросы**

1. С какой целью производится коррекция САУ?
2. Перечислите достоинства и недостатки различных способов коррекции.

### 1.3. Настройка регуляторов типовых одноконтурных систем. ПИД регулятор.

Практикум включает выбор регуляторов и изучение влияния настроечных параметров регулятора на динамические свойства САУ и методику настройки САУ на МО и СО.

#### 1. Краткие теоретические сведения

САУ может быть приведена к простейшей одноконтурной алгоритмической схеме (рис. 12).

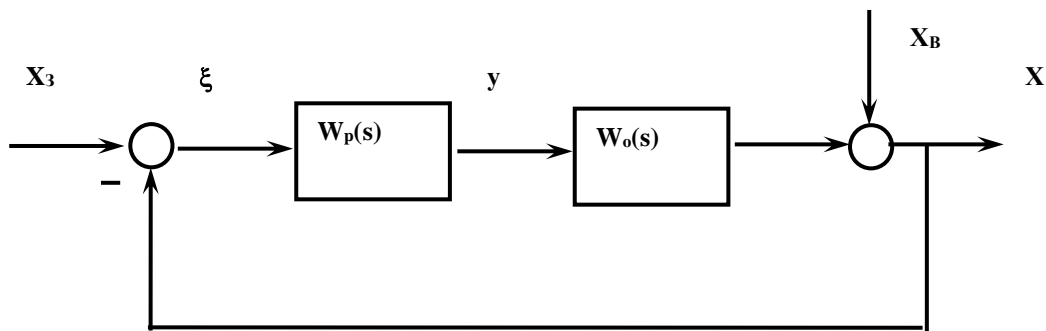


Рис. 1. Алгоритмическая схема типовой одноконтурной системы

На схеме  $W_p(s)$  – передаточная функция регулятора,  $W_o(s)$  – передаточная функция объекта управления.

Простейший типовой алгоритм управления реализуется при помощи безынерционного звена с передаточной функцией

$$W_p(s) = y(s)/\xi(s) = \kappa_n. \quad (1)$$

Этот закон регулирования называется пропорциональным (П).

Преимущество П-регулятора – простота и быстродействие, недостаток – ограниченная точность.

Закон регулирования, которому соответствует передаточная функция регулятора

$$W_p(s) = \kappa_u / s, \quad (2)$$

называется интегральным (И). И-регулятор реагирует на длительные отклонения управляемой величины от заданного значения. Кратковременные отклонения сглаживаются таким регулятором.

Преимущества интегрального закона по сравнению с пропорциональным законом – лучшая точность в установившихся режимах, недостатки – худшие свойства в переходных режимах (меньшее быстродействие и большая колебательность).

Наибольшее распространение получил пропорционально-интегральный (ПИ) закон регулирования

$$W_p(s) = \kappa_n + \kappa_u / s. \quad (3)$$

Наличие интегральной составляющей в ПИ-законе обеспечивает высокую точность в установившихся режимах, а при определенном соотношении коэффициентов  $\kappa_n$  и  $\kappa_u$  обеспечивает хорошие показатели и в переходных режимах.

Наилучшее быстродействие достигается при пропорционально-дифференциальном (ПД) законе регулирования

$$W_p(s) = \kappa_n + \kappa_d s. \quad (4)$$

ПД-регулятор реагирует не только на величину сигнала ошибки, но и на скорость его изменения. Благодаря этому при управлении достигается эффект упреждения. Недостатком пропорционально-дифференциального закона регулирования является ограниченная точность.

Наиболее универсальным является пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон

$$W_p(s) = \kappa_n + \frac{\kappa_u}{s} + \kappa_d s, \quad (5)$$

который сочетает в себе преимущества более простых ранее рассмотренных законов.

В литературе принято ПИД-закон записывать в форме [2]

$$W_p(s) = \kappa_p \frac{T_u + T_d}{T_u} + \frac{\kappa_p}{T_u s} + \kappa_p T_d s, \quad (6)$$

где

$$\kappa_n = \kappa_p \frac{T_u + T_d}{T_u}; \quad \kappa_u = \frac{\kappa_p}{T_u}; \quad \kappa_d = \kappa_p T_d;$$

$\kappa_p$  – передаточный коэффициент регулятора;  $T_u$  – постоянная времени интегрирования;  $T_d$  – постоянная времени дифференцирования.

Связь между коэффициентами уравнений (5) и (6) очевидна из почленного сравнения этих уравнений.

Если допустить, что САУ имеет ПИД-регулятор, то алгоритмическая схема типовой одноконтурной системы представляется в виде, показанном на рис. 2.

В зависимости от типа и порядка объектов, а также соотношений между их постоянными времени настройка контура регулирования осуществляется либо по критерию модульного оптимума (МО), либо по критерию симметричного оптимума (СО) (рис. 3).

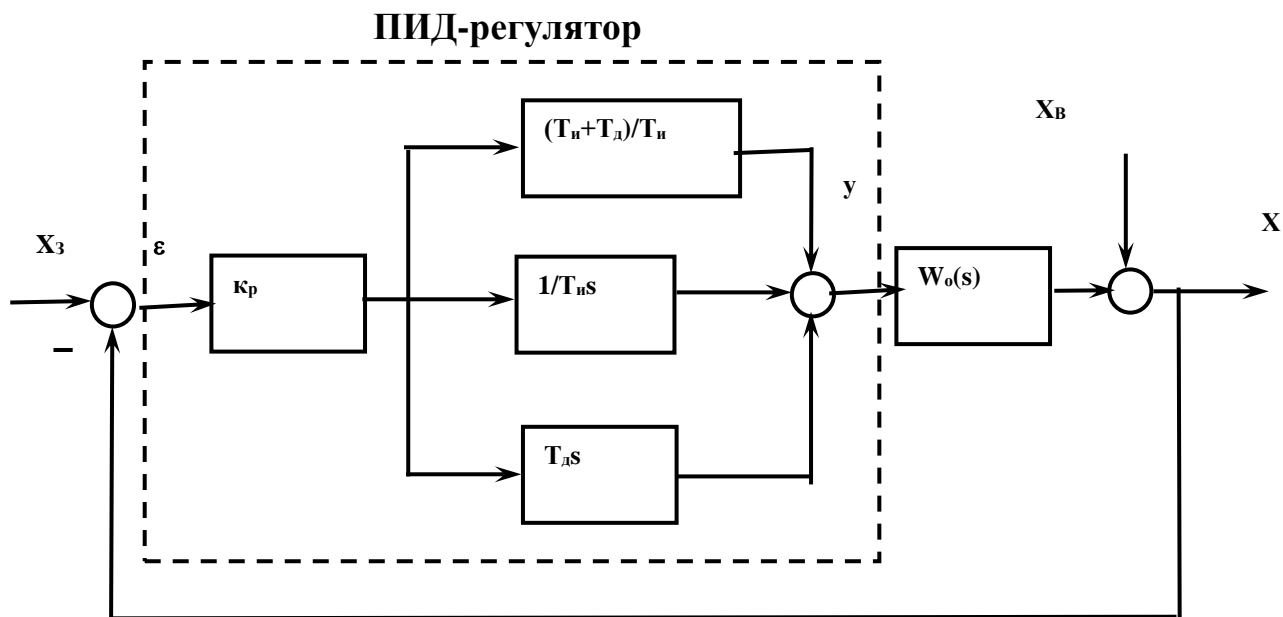


Рис. 2. Одноконтурная САУ с ПИД-регулятором

Изложим сущность метода оптимизации амплитудной характеристики для расчета настроечных параметров типовых регуляторов, используемых для управления следующими объектами без запаздывания:

$$W_0(s) = k_0 / s(T_{01}s + 1), \quad (7)$$

$$W_0(s) = k_0 / (T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1), \quad (8)$$

$$W_0(s) = k_0 / s(T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1), \quad (9)$$

$$W_0(s) = k_0 / (T_{01}s + 1)(T_{02}s + 1)(T_{03}s + 1), \quad (10)$$

где  $T_{01} < T_{02} < T_{03}$ , причем в общем случае множитель с наименьшей постоянной времени  $T_{01}$  приближенно заменяет собой несколько инерционных звеньев с еще более малыми постоянными времени  $T_{0i}$ .

Моделями (7) - (10) обычно пользуются для приближенного описания объектов, входящих в типовые контуры регулирования систем управления электроприводами (контуры регулирования напряжения, тока и частоты вращения).

Таблица 1

Передаточная функция объекта $W_0(p)$	Условия применения	Критерий	Параметры регулятора		
			$\kappa_p$	$T_u$	$T_d$
$\frac{k_0}{(T_{01}p + 1)(T_{02}p + 1)}$	$T_{02} \leq 4T_{01}$	МО	$\frac{T_{02}}{2k_0 T_{01}}$	$T_{02}$	-

$(T_{01} < T_{02})$	$T_{02} \geq 4T_{01}$	СО	$\frac{T_{02}}{2k_0 T_{01}}$	$4T_{01}$	-
$\frac{k_0}{p(T_{01}p+1)(T_{02}p+1)}$	$T_{02} \ll T_{01}$	СО	$\frac{1}{2k_0 T_{01}}$	$4T_{01}$	-
	$T_{01} < T_{02}$	СО	$\frac{1}{2k_0 T_{01}}$	$4T_{01}$	$T_{02}$
$\frac{k_0}{(T_{01}p+1)(T_{02}p+1)(T_{03}p+1)}$ $(T_{01} < T_{02} < T_{03})$	$T_{03} \leq 4T_{01}$	МО	$\frac{T_{03}}{2k_0 T_{01}}$	$T_{03}$	$T_{02}$
	$T_{03} \geq 4T_{01}$	СО	$\frac{T_{03}}{2k_0 T_{01}}$	$4T_{01}$	$T_{02}$
	$T_{02} \geq 4T_{01}$	СО	$\frac{T_{02} T_{03}}{8k_0 T_{01}^2}$	$T_{02}$	$4T_{03}$

В зависимости от типа и порядка (7) - (10), а также соотношений между их постоянными времени, настройка контура регулирования осуществляется либо по критерию МО, либо по критерию СО (табл. 1).

Настроечные параметры регуляторов  $k_p$ ,  $T_i$  и  $T_d$ , обеспечивающие получение определенных показателей качества, будем называть гарантирующими.

Если у объекта второго порядка (8)  $T_{02} \leq 4T_{01}$ , то предпочтителен критерий МО. Для выполнения требований критерия применяют ПИ-регулятор

$$W_p(s) = k_p (T_i s + 1) / T_i s \quad (11)$$

с постоянной времени интегрирования  $T_i$ , равной наибольшей постоянной времени объекта  $T_i = T_{02}$ . Тем самым достигается полная компенсация этой наибольшей постоянной времени.

Передаточная функция разомкнутого контура принимает вид

$$W(s) = W_p(s)W_0(s) = k_p k_0 / [T_i s(T_{01} s + 1)] \quad (12)$$

и совпадает с передаточной функцией разомкнутого контура колебательной модели, для которой критерий МО сводится к условию  $\xi = 0.7$ . Отсюда в соответствии с ранее приведенными формулами для колебательной модели  $kT_{01} = 1/4\xi^2$ ;  $T_{01} = T/2\xi$  находим

$$(13) \quad k = 1/4\xi^2 T_{01} = 1/2T_{01}.$$

Учитывая, что для рассматриваемого контура с ПИ - регулятором

$$k = k_{р0} / T_{и} \text{ и } T_{и} = T_{02}, \quad (14)$$

получим, кроме (13), второе условие настройки на МО

$$k_{р} = T_{02} / 2k_{0}T_{01}. \quad (15)$$

На рис. 14,а показаны логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутого контура и переходная характеристика замкнутой системы с объектом (10) и ПИ-регулятором, настроенным на МО.

На рис. 14,б приведена логарифмическая амплитудно-частотная характеристика и переходная характеристика разомкнутой системы, настроенной на симметричный оптимум. Из рис. 3,б видно, что логарифмическая амплитудно-частотная характеристика имеет симметричную форму, поэтому подход к выбору настроек регулятора получил название симметричного оптимума. Переходный процесс в одноконтурной замкнутой системе при этом характеризуется большим перерегулированием.

Выводы о влиянии критериев настройки и параметров регулятора на показатели переходного процесса:

Увеличение передаточного коэффициента  $k_{р}$  приводит к уменьшению перерегулирования.

Увеличение постоянной интегрирования  $T_{и}$  приводит к увеличению времени переходного процесса и снижению перерегулирования.

Критерий МО предпочтителен при оптимизации систем, обрабатывающих в основном задающее воздействие.

Критерий СО целесообразно применять при настройке стабилизирующих систем, обрабатывающих в основном возмущающее воздействие.

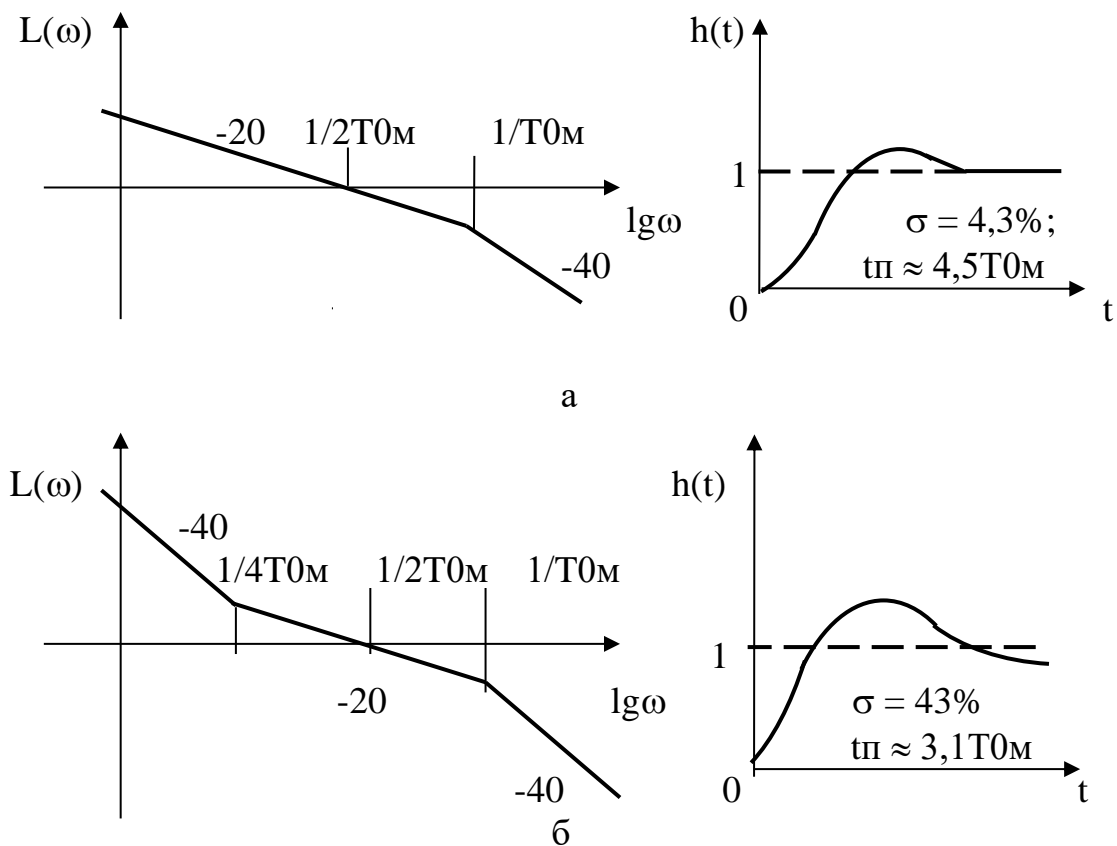


Рис. 3. Частотные и переходные характеристики одноконтурной системы регулирования, настроенной по критериям модульного (а) и симметричного (б) оптимумов

## Задание для выполнения практической работы

Изучить основные законы регулирования.

Изучить структуры регуляторов, соответствующих законам регулирования.

Произвести выбор типа регулятора в зависимости от структуры объекта управления и расчет настроечных параметров регулятора.

Провести расчёт свойств САУ с различными типами регуляторов.

### 4. Порядок выполнения работы

Набрать структурную схему одноконтурной замкнутой САУ с ПИД-регулятором в среде моделирующей программы CLASSIC-3 (рис. 4). Передаточную функцию по возмущающему воздействию установить равной

$$W_B(s) = 0.1 / (s + 2.2s^2 + 1.2s^3).$$

Возмущающее воздействие установить равным нулю, а обратную связь установить единичной.

Отредактировать передаточную функцию объекта управления согласно (8) по заданному варианту табл. 2.

Таблица 2

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$\kappa_0$	10	11	15	14	13	12	10	9
$T_{01}$	0,10	0,12	0,14	0,15	0,11	0,14	0,15	0,12
$T_{02}$	0,30	0,36	0,42	0,45	0,33	0,36	0,40	0,30

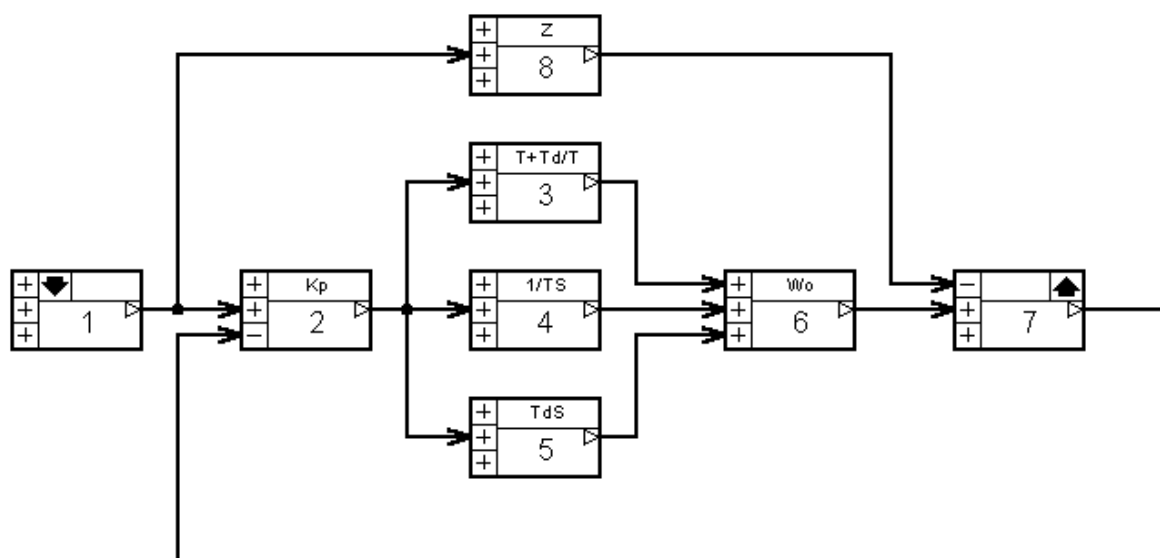


Рис. 4. Структурная схема одноконтурной САУ

1. Определить по табл. 1 тип регулятора, критерий оптимума и рассчитать настроечные параметры регулятора  $\kappa_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ . Если дифференциальная составляющая в регуляторе не должна присутствовать, то ее передаточная функция в структурной схеме приравнивается нулю. Данные занести в табл.3.

2. Снять переходный процесс в системе и определить его длительность и перерегулирование  $\sigma$  при возмущающих воздействиях  $Z=0$  и  $Z=1$ . График переходного процесса зарисовать или скопировать программно-аппаратными средствами компьютера.

3. Разомкнуть систему (рис. 5).



4. Снять логарифмическую амплитудно-частотную характеристику разомкнутой САУ.
5. Определить частоты среза  $\omega_{ср}$  и сопряжения  $\omega_{сопр}$ . Проверить соответствие  $\omega_{ср} = 1/2T_{01}$ ,  $\omega_{сопр} = 1/T_{01}$ .

Таблица 3

Настроечный параметр	Расчетная формула	Расчетное значение	Критерий оптимума
$K_p$			
$T_u$			
$T_\delta$			

Отредактировать передаточную функцию (9) объекта управления согласно заданному в табл. 3 варианту.

Выполнить задания по пунктам 3, 4 и 5.

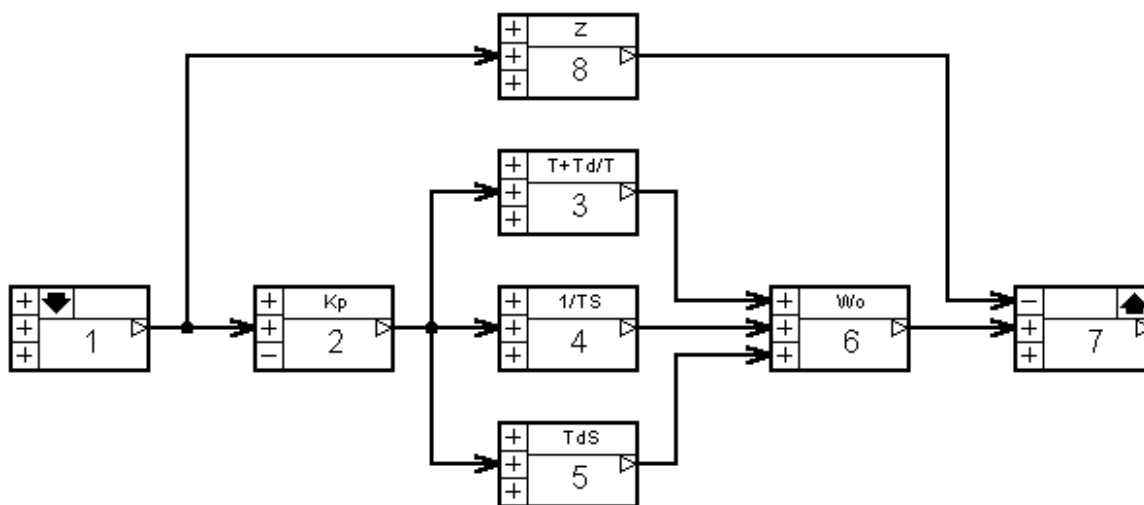


Рис. 5. Структурная схема разомкнутой САУ

## Содержание отчета

В отчете привести по практике привести структурные схемы исследуемых систем, расчеты настроечных параметров регуляторов, переходные характеристики, логарифмические амплитудно-частотные характеристики, ответы на вопросы.

## Вопросы

1. Как называются основные законы регулирования?
2. Какими достоинствами и недостатками характеризуются каждый из законов регулирования?
3. Какой критерий оптимальности добавляется при переходе от П и ПИ регулированию?

## **2. Методические указания для организации самостоятельной работы**

### **3.1 Общие положения**

Целями самостоятельной работы являются систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний.

Самостоятельная работа студента по дисциплине включает следующие виды активности:

1. Изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки.
2. Подготовка к практическим работам.
3. Выполнение индивидуальных заданий.

## 2.2 Изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки

Изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки к разделам:

- 1 Современное состояние теории управления
- 2 Адаптивные системы управления
- 3 Интеллектуальное управление
- 4 Нечеткое управление

Рекомендуемая литература:

1. Современные проблемы теории управления: Учебное пособие / Ю. А. Шурыгин, А. Г. Карпов - 2017. 80 с. . — Текст : электронный //Научно-образовательный портал ТУСУР. — URL: <https://edu.tusur.ru/publications/7487> (дата обращения: 26.07.2023)
2. Озеркин, Д. В. Основы автоматики и системы автоматического управления : учебное пособие / Д. В. Озеркин. — Москва : ТУСУР, 2012. — 179 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/1090610906> (дата обращения: 26.07.2023)
3. Гайдук, А. Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB : учебное пособие / А. Р. Гайдук, В. Е. Беляев, Т. А. Пьявченко. — 5-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/12574110906> (дата обращения: 26.07.2023)

### 2.3 Выполнение индивидуального (творческого) задания (ИЗ)

В рамках выполнения индивидуального (творческого) задания (ИЗ) необходимо подготовить 7 минутный доклад, раскрывающий одну из следующих тем:

Вариант индивидуального задания определяется преподавателем в индивидуальном порядке, основываясь на уровень знаний и студента.

Примеры тем:

1. Автоматическое управление автомобилем.
2. Современные системы автопилотирования.
3. Автоматические системы фотовидеофиксации нарушений ПДД.
4. Проблемы внедрения автоматических систем управления предприятием.
5. Нейронные сети в задачах обработки изображений.
6. Управление манипулятором с гидравлическим приводом.
7. Ошибки искусственного интеллекта.
8. Цифровизация биоданных.
9. Сильный и слабый ИИ. Примеры.
10. Кибернетика и робототехника. Биовдохновлённые роботы.
11. Коллективная робототехника.

## Список используемой литературы

### Основная литература:

1. Современные проблемы теории управления: Учебное пособие / Ю. А. Шурыгин, А. Г. Карпов - 2017. 80 с. . — Текст : электронный // Научно-образовательный портал ТУСУР. — URL: <https://edu.tusur.ru/publications/7487> (дата обращения: 26.07.2023)

### Дополнительная литература:

1. Озеркин, Д. В. Основы автоматики и системы автоматического управления : учебное пособие / Д. В. Озеркин. — Москва : ТУСУР, 2012. — 179 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/10906> (дата обращения: 26.07.2023).
2. Гайдук, А. Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB : учебное пособие / А. Р. Гайдук, В. Е. Беляев, Т. А. Пьявченко. — 5-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/125741> (дата обращения: 26.07.2023).
3. Власов, К.П. Теория автоматического управления. Основные положения. Примеры расчета: Учебное пособие / К.П. Власов. - Харьков: Гуман. Центр, 2013. - 544 с.
4. Власов, К.П. Теория автоматического управления. Основные положения .Программы расчета / К.П. Власов. - М.: Гуманитарный Центр, 2013. - 544 с.
5. Гайдук, А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления(полиномиальный подход) / А.Р. Гайдук. - М.: Физматлит, 2012. - 360 с.
6. Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB. 2-е изд., испр / А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев и др.. - СПб.: Лань, 2011. - 464 с.
7. Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. 3-е изд., стер / А.Р. Гайдук, В.Е. Беляев и др.. - СПб.: Лань, 2016. - 464 с.
8. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов / А.А. Ерофеев. - СПб.: Политехника, 2008. - 302 с.
9. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. учебник и практикум для академического бакалавриата / Д.П. Ким. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 276 с.
10. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. 2-е изд., испр.и доп. / Д.П. Ким. - М.: Физматлит, 2010. - 312 с.
11. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. 2-е изд., испр.и доп. / Д.П. Ким. - М.: Физматлит, 2007. - 440 с.
12. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. Том 1. Линейные системы / Д.П. Ким. - М.: Физматлит, 2007. - 312 с.
13. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. Том 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Д.П. Ким. - М.: Физматлит, 2007. - 440 с.
14. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления: Учебное пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев.. - СПб.: Лань, 2010. - 224 с.
15. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления: учебное пособие. 3-е изд., пер. и доп. / Б.И. Коновалов. - СПб.: Лань, 2010. - 224 с.
16. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления: Учебное пособие. 4-е изд., стер / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. - СПб.: Лань, 2016. - 224 с.
17. Кудинов, Ю.И. Теория автоматического управления (с использованием MATLAB - SIMULINK): Учебное пособие / Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пашенко. - СПб.: Лань, 2016. - 256 с.
18. Ощепков, А.Ю. Системы автоматического управления: теория, применение, моделирование в MATLAB: Учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. / А.Ю. Ощепков. - СПб.: Лань, 2013. - 208 с.
19. Подчукаев, В.А. Теория автоматического управления (аналитические методы) / В.А. Подчукаев. - М.: Физматлит, 2005. - 392 с.
20. Савин, М.М. Теория автоматического управления: Учебное пособие / М.М. Савин, В.С.

Елсуков, О.Н. Пятна; Под ред. В.И. Лачин.. - Рн/Д: Феникс, 2007. - 469 с.  
21. Юревич, Е.И. Теория автоматического управления. 4-е изд., пер. и доп. / Е.И. Юревич. -  
СПб.: ВНУ, 2016. - 560 с.