Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники
(ТУСУР)

Кафедра физики

А.В. Лячин

ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей

2023

УДК 531.1
ББК 22.3

Рецензент:

Ремпе Н.Г., профессор кафедры физики ТУСУР, д.т.н.

Лячин, Александр Владимирович

Физика. Учебно-методическое пособие для студентов ТУСУР всех направлений подготовки / Под редакцией А.В. Лячина. Томск, ТУСУР, 2023, 148 с.

Учебно-методическое пособие представляет собой краткое изложение курса физики, изучаемого школьниками 10 и 11 класса. Даны основные определения физических величин, формулировки законов и расчётные формулы.

Весь материал пособия разбит на 4 раздела от «Механики» до «Колебаний и волн». Каждый из 4 разделов сопровождается краткой теорией по рассматриваемой теме. Также приводится подробный разбор решений нескольких задач и тестовых заданий каждой темы.

Пособие предназначено для проведения выравнивающих курсов по физике для студентов ТУСУР всех направлений подготовки.

Одобрено на заседании каф. физики протокол № 106 от 28.08.2023

УДК 531.1
ББК 22.3

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие предназначено для проведения выравнивающих курсов по физике со студентами-первокурсниками ТУСУР, и для преподавателей, осуществляющих их подготовку. Первостепенное значение имеет умение студента анализировать физические явления и процессы, происходящие в различных системах, адекватно понимать условия задач по физике, уверенно решать задачи и грамотно оформлять их решение. Поэтому основная цель данного пособия – способствовать приобретению этих навыков. Пособие призвано помочь лучше усвоить курс при самостоятельной работе или при обучении на выравнивающих курсах.

Весь материал пособия разбит на 4 раздела по тематическому принципу. Каждый из 4 разделов предваряется кратким обзором теоретических положений по рассматриваемой теме. Следует иметь в виду, что этот обзор преследует, в основном, справочные цели и не может заменить углубленное, систематическое изучение материала физики по учебникам и учебно-методическим пособиям для студентов. Применение изложенных сведений демонстрируется на примерах решения нескольких характерных задач и тестовых заданий, охватывающих содержание рассматриваемой темы.

В приложении 1 приведены константы, которые могут пригодиться при решении задач.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Подробное физически верное решение, приводящее к правильному ответу должно содержать следующие обязательные элементы:

Анализ. Суть его в том, что студент должен описать основные процессы и явления, о которых идёт речь в задаче.

Пример: в задаче надо найти время полёта камня, брошенного вертикально вверх. Студент должен написать, что: 1) движение камня в поле тяжести Земли является равноускоренным; 2) ускорение равно g=9,8 м/с^2 и направлено оно вертикально вниз; 3) камень движется по прямолинейной траектории, поэтому для описания его движения достаточно одной оси координат.

Рисунок. Рисунок, иллюстрирующий условие задачи и ход рассуждений по ее решению, обязателен во всех задачах:

а) кинематики, динамики, где используются векторные величины (при этом необходимо указать направления всех векторных величин в выбранной системе отсчета);

б) молекулярной физики и термодинамики (графики процессов);

в) на расчет электрических и магнитных полей и движение тел в этих полях (направление силовых характеристик полей, направление движения, направление силы);

г) на явление электромагнитной индукции и поток вектора магнитной индукции (направление вектора магнитной индукции, положение контура, направление нормали к поверхности ограниченной контуром, направление тока в контуре, в том числе индукционного);

д) на электрические цепи (электрическая схема, колебательный контур, соединения конденсаторов и сопротивлений).

Название физических законов и формул. Примеры: «по определению», «закон Джоуля-Ленца», «уравнение кинематики равноускоренного движения», «из геометрии».

Условия применимости формул. Примеры: 1. «Будем решать задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Эту систему можно приближённо считать инерциальной. Тогда справедлив второй закон Ньютона». 2. «При протекании тока в проводниках справедлив закон Ома».

Пояснения к математическим выкладкам. Этот элемент может отсутствовать, если задача решается с помощью одной формулы.

Пояснения к вводимым обозначениям, если они не являются общепринятыми и не трактуются однозначно. Примеры: 1. «Пусть t_1 –

время полёта первого тела, а t_2 – время полёта второго тела». 2. «Пусть L – длина поезда, S – путь пройденный поездом, x – расстояние между поездами». 3. «Пусть v – скорость лодки относительно берега, u – скорость течения реки, v' – скорость лодки относительно реки».

Проверка размерности.

Правильный числовой ответ.

Указание единиц измерения искомой величины (искомых величин, если задача решена по действиям).

В конце решения задачи необходимо **записать ответ** в виде:

$\boxed{\textit{Ответ: } A\text{=23,5 } \textit{кДж}}$

Ответ должен включать численное значение результата в виде десятичной дроби и единицы измерения. ***Необходимо давать ответ в тех единицах измерения, которые указаны в условии задачи.***

При записи ответа, необходимо руководствоваться следующим правилом: если числовой ответ содержит более четырёх значащих цифр, то его нужно записать, в виде десятичной дроби – одна цифра до запятой, две цифры после запятой и затем умножить на 10 в необходимой степени. Либо, если используются приставки единиц измерения «кило», «мега», «милли», «микро» и т.д., то 2-3 цифры до запятой, и 1-2 цифры после запятой.

Например, допускается запись 1234 Н или $1{,}23\cdot10^3$ Н (1,23 кН); а число 12345 Н уже следует записать как $1{,}23\cdot10^4$ Н, либо 12,34 кН).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

1. Материальная точка движется с постоянным ускорением 2 м/с^2. Найти путь, пройденный точкой за 3 секунды после начала движения. Ответ дать в СИ.

1. <u>Дано:</u>
$a = 2$ м/с^2
$t = 3$ с
<u>Найти:</u>
$S = ?$

<u>Решение:</u>

Из уравнения кинематики для равноускоренного прямолинейного движения из состояния покоя:

$$S = \frac{at^2}{2} = \frac{2 \cdot 3^2}{2} = 9 \text{ м}$$

Ответ: $S = 9$ м

---

2. Потенциальная энергия груза на высоте 5 м равна 980 Дж. Какова масса этого груза? Ответ дать в СИ.

2. <u>Дано:</u>
$E_{\text{п}} = 980$ Дж
$h = 5$ м
<u>Найти:</u>
$m = ?$

<u>Решение:</u>

Из формулы для потенциальной энергии тела в поле силы тяжести: $E_{\text{п}} = mgh$ выразим массу

$$m = \frac{E_{\text{п}}}{gh} = \frac{980}{9{,}8 \cdot 5} = 20 \text{ кг}$$

Ответ: $m = 20$ кг

---

3. Найти число молей в 280 г азота. Молярная масса азота равна 28 кг/кмоль.

3. <u>Дано:</u>
$m = 280$ г $= 0{,}28$ кг
$\mu = 28$ кг/кмоль $=$
$= 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
<u>Найти:</u>
$\nu = ?$

<u>Решение:</u> Количество вещества можно рассчитать по формуле:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{0{,}28}{28 \cdot 10^{-3}} = 10 \text{ моль}.$$

Ответ: $\nu = 10$ моль

4. Два килограмма растительного масла нагрели от 20 °С до 120 °С. Определить, какое количество теплоты потребовалось для этого, если удельная теплоёмкость масла равна 2 кДж/кг·К. Ответ дать в кДж.

4. <u>Дано:</u>
$m = 2$ кг
$T_1 = 20^{o}$ С = 293 К
$T_2 = 120^{o}$ С = 393 К
$c = 2$ кДж/кг·К =
= $2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К
<u>Найти:</u>
$Q = ?$ (кДж)

<u>Решение:</u> Количество теплоты, необходимое для нагревания тела, можно рассчитать по формуле:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot (T_2 - T_1) =$$

$$= 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot (393 - 293) = 4 \cdot 10^5 \quad \text{Дж}$$

Т.к. ответ нужно дать в кДж, то $Q = 400$ кДж.

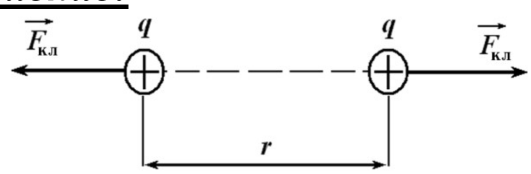
Ответ: $Q = 400$ кДж

---

5. С какой силой взаимодействуют два одноименных точечных заряда одинаковой величины по 0,001 Кл каждый, находящиеся в вакууме на расстоянии 3 м друг от друга? Ответ дать в СИ.

5. <u>Дано:</u>
$q_1 = q_2 = q = 0{,}001$ Кл
$r = 3$ м
<u>Найти:</u>
$F = ?$

<u>Решение:</u>



Между точечными электрическими зарядами действует сила Кулона:

$$F_{кл} = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} = k\frac{q^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}001^2}{3^2} = 10^3 \ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{кл} = 10^3$ Н

---

6. Два конденсатора, электроемкость каждого из которых равна 2 мкФ, соединены последовательно. Чему равна электроемкость соединения? Ответ дать в мкФ.

6. <u>Дано:</u>
$C_1 = C_2 = 2$ мкФ $= 2\cdot10^{-6}$ Ф
<u>Найти:</u>
$C_{общ} = ?$ (мкФ)

<u>Решение:</u> При последовательном соединении конденсаторов общую электроёмкость можно найти по формуле:

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2}{C_1}.$$

Отсюда: $C_{общ} = \frac{C_1}{2} = \frac{2\cdot10^{-6}}{2} = 1\cdot10^{-6}$ Ф.

Т.к. ответ нужно дать в мкФ, то $C_{общ} = 1$ мкФ.

Ответ: $C_{общ} = 1$ мкФ

---

7. Через поперечное сечение проводника переносится заряд 0,36 Кл за время 3 мин. Определить силу тока. Ответ дать в мА.

7. <u>Дано:</u>
$\Delta q = 0{,}36$ Кл
$\Delta t = 3$ мин $= 180$ с
<u>Найти:</u>
$I = ?$ (мА)

<u>Решение:</u> По определению силы постоянного тока: $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0{,}36}{180} = 2\cdot10^{-3}$ А.

Т.к. ответ нужно дать в мА, то $I = 2$ мА.

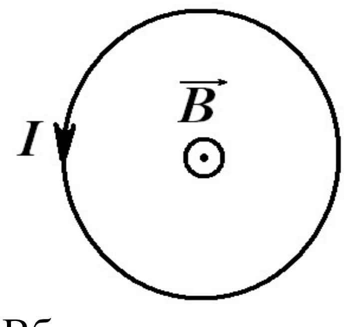
Ответ: $I = 2$ мА

---

8. В проводящем контуре с индуктивностью 20 Гн протекает ток 3 А, создавая внутри контура магнитное поле. Определить величину магнитного потока, пронизывающего контур. Ответ дать в СИ.

8. <u>Дано:</u>
$L = 20$ Гн
$I = 3$ А
<u>Найти:</u>
$\Phi_B = ?$

<u>Решение:</u>
Направление вектора индукции магнитного поля, создаваемого током, протекающим по контуру, связано с направлением тока по правилу правого винта (см. рисунок).



Магнитный поток, пронизывающий рамку с током определяется по формуле: $\Phi_B = L\cdot I = 20\cdot3 = 60$ Вб.

Ответ: $\Phi_B = 60$ Вб

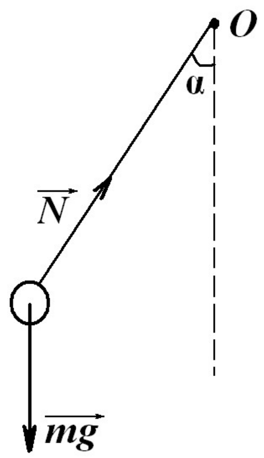
9. Чему равен период колебаний математического маятника длиной 0,4 м? Ускорение силы тяжести принять равным 10 м/с^2. Ответ дать в СИ.

9. <u>Дано:</u>
$l = 0{,}4$ м
$g = 10$ м/с
<u>Найти:</u>
$T = ?$

<u>Решение:</u>

Период колебаний математического маятника находится по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4}{10}} = 1{,}256 \text{ с}.$$



Ответ: $T = 1{,}256$ с

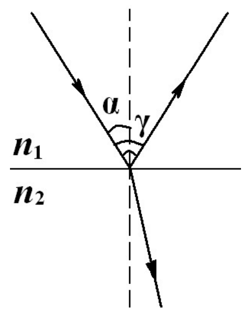
---

10. Угол между солнечным лучом, падающим на поверхность спокойного океана, и лучом, отражённым от этой поверхности, составляет 64°. Определить угол падения солнечного луча. Ответ дать в градусах.

10. <u>Дано:</u>
$\gamma = 64^\circ$
<u>Найти:</u>
$\alpha = ?$

<u>Решение:</u>

По закону отражения: угол падения равен углу отражения. Тогда из рисунка видно, что $\alpha = \gamma / 2 = 32^\circ$.



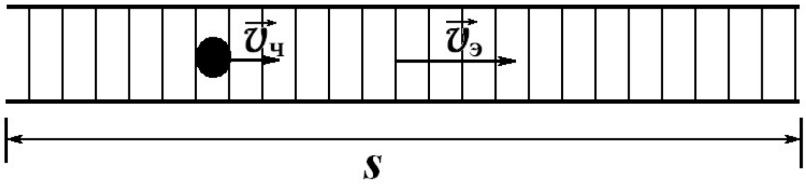
Ответ: $\alpha = 32^\circ$

---

11. Эскалатор движется горизонтально со скоростью 0,8 м/с. Найти в СИ расстояние, на которое переместится пассажир за 40 с относительно Земли, если он сам идёт в направлении движения эскалатора со скоростью 0,2 м/с относительно него.

11. Дано:
$\upsilon_э = 0{,}8$ м/с
$\upsilon_ч = 0{,}2$ м/с
$\Delta t = 40$ с
Найти:
$s = ?$

Решение:



Движение человека равномерное со скоростью относительно Земли: $\upsilon = \upsilon_ч + \upsilon_э$. Тогда, расстояние, на которое переместится пассажир:

$$s = \upsilon \cdot \Delta t = (\upsilon_ч + \upsilon_э) \cdot \Delta t = (0{,}2 + 0{,}8) \cdot 40 = 40 \text{ м}$$

Ответ: $s = 40$ м

---

12. Один моль идеального газа находится в сосуде объёмом 0,4 м^3 при температуре 400 К. Найти в СИ давление, оказываемое этим газом на стенки сосуда.

12. Дано:
$V = 0{,}4$ м^3
$T = 400$ К
$\nu = 1$ моль
Найти:
$p = ?$

Решение: Запишем уравнение состояния идеального газа (Менделеева–Клапейрона): $pV = \nu RT$. Выразим из него давление газа:

$$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 400}{0{,}4} = 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ Па} = 8310 \text{ Па}.$$

Ответ: $p = 8310$ Па

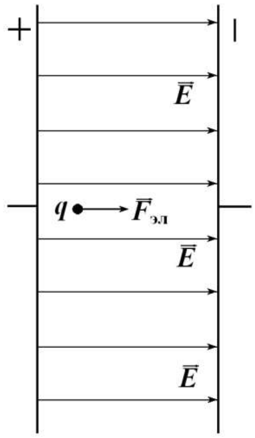
---

13. Заряженная частица находится в однородном электрическом поле воздушного конденсатора. Определить в мкН силу, действующую на частицу. Заряд частицы 2 нКл, расстояние между пластинами 5 см, разность потенциалов между ними 100 В.

13. Дано:
$q = 2$ нКл $= 2\cdot10^{-9}$ Кл
$d = 5$ см $= 0{,}05$ м
$U = 100$ В
Найти:
$F_{эл} = ?$ (мкН)

Решение:

Со стороны электрического поля между обкладками конденсатора на заряд действует сила: $F_{эл} = qE$. Где напряженность электрического поля определяется через



разность потенциалов между обкладками конденсатора по формуле: $E = \dfrac{U}{d}$. В итоге

$$F_{эл} = q \cdot \frac{U}{d} = 2 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{100}{0{,}05} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Т.к. ответ нужно дать в мкН, то $F_{эл}$ = 4 мкН.

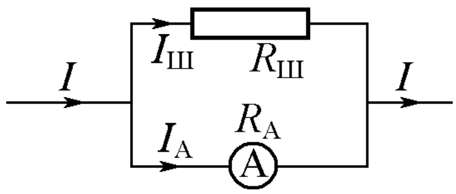
Ответ: $F_{эл}$ = 4 мкН

---

14. Амперметр с внутренним сопротивлением 0,9 Ом рассчитан на ток до 1 А. Определите в СИ максимальный ток, который можно измерить этим амперметром, если параллельно ему включить шунт сопротивлением 0,1 Ом.

14. <u>Дано:</u>
$R_А$ = 0,9 Ом
$I_А$ = 1 А
$R_Ш$ = 0,1 Ом
<u>Найти:</u>
I = ?

<u>Решение:</u> Схема подключения амперметра с шунтом изображена на рисунке.



Предполагается, что через неразветвлённый участок цепи течёт максимальный ток I, а через амперметр максимально допустимый ток $I_А$.

Запишем закон Ома для двух параллельных участков цепи $I_Ш = U_Ш/R_Ш$ – для шунта и $I_А = U_А/R_А$ – для амперметра. Для параллельных участков падения напряжения равны $U_Ш = U_А$, следовательно $I_Ш \cdot R_Ш = I_А \cdot R_А$, и $I_Ш = I_А \cdot R_А/R_Ш$. Максимальный ток I можно найти из условия $I = I_А + I_Ш$. В результате подстановки получим окончательное выражение для I:

$$I = I_А + I_А \cdot R_А/R_Ш = I_А \cdot (R_Ш + R_А)/R_Ш = 1 \cdot (0{,}1+0{,}9)/0{,}1 = 10 \text{ А}.$$

Ответ: I = 10 А

РАЗДЕЛ 1. МЕХАНИКА
ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА
1.1.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Система отсчета – это тело, с которым жестко связаны система координат и регистратор времени (часы).

Материальная точка – тело, размеры и форма которого несущественны в рассматриваемом движении.

Механическое движение – это перемещение материальной точки в пространстве относительно некоторой системы координат.

Траектория – это линия, описываемая движущейся материальной точкой в пространстве. Если траектория – прямая линия, то движение называется ***прямолинейным***. В противном случае – ***криволинейным***.

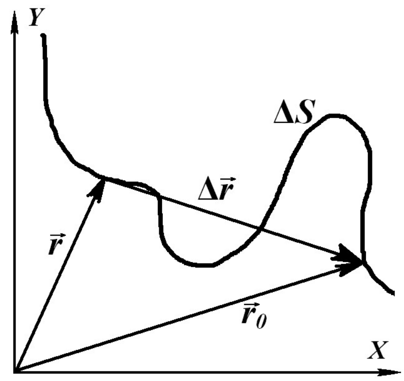


Рисунок 1.1.1 – Двумерное движение. Путь. Перемещение

Пространственное положение материальной точки в выбранной системе отсчета определяется её ***радиусом-вектором*** $\vec{r}$, проведенным из начала системы координат. В случае двумерного движения, изображенного на рисунке 1.1.1, задание радиуса-вектора эквивалентно указанию двух его проекций r_x и r_y на оси выбранной системы X и Y, называемых координатами материальной точки. Часто для проекций r_x и r_y используются обозначения x и y.

При движении точки ее радиус-вектор изменяется с течением времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$. ***Законом движения*** материальной точки называется зависимость координат этой точки от времени: $r_x = r_x(t)$ и $r_y = r_y(t)$.

Перемещение материальной точки за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$ – это вектор $\Delta\vec{r}$, соединяющий положения точки в моменты времени t_0 и t. Из рисунка видна связь между вектором $\vec{r} = \vec{r}(t)$ и вектором $\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0)$:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r} \text{ или } \Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 \tag{1.1.1}$$

Путь ΔS, пройденный материальной точкой за интервал времени Δt, – это расстояние между начальным и конечным положениями точки, отсчитанное вдоль траектории движения. В случае прямолинейного движения в одном направлении $\Delta S = |\Delta\vec{r}|$, при криволинейном движении $\Delta S > |\Delta\vec{r}|$.

Средняя скорость материальной точки $\vec{V}_{\text{ср}}$ – это векторная величина, равная отношению перемещения точки $\Delta\vec{r}$ за промежуток времени Δt к величине этого промежутка:

$$\vec{V}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{1.1.2}$$

Средняя путевая скорость материальной точки $\upsilon_{\text{ср}}$ (скорость прохождения пути) – это скалярная величина, равная отношению пути ΔS, пройденного за промежуток времени Δt, к величине этого промежутка:

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \tag{1.1.3}$$

При прямолинейном движении в одном направлении $|\vec{V}_{\text{ср}}| = \upsilon_{\text{ср}}$, при криволинейном – $|\vec{V}_{\text{ср}}| < \upsilon_{\text{ср}}$.

Скорость материальной точки $\vec{\upsilon}(t)$ в момент времени t (мгновенная скорость) – это предел, к которому стремится средняя скорость $\vec{V}_{\text{ср}}$ при $\Delta t \to 0$, т.е.

$$\vec{\upsilon}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{1.1.4}$$

Вектор скорости $\vec{\upsilon}$ в каждой точке направлен по касательной к траектории. В случае двумерного движения задание вектора скорости $\vec{\upsilon}$ эквивалентно указанию двух его проекций υ_x и υ_y на оси X и Y выбранной системы координат. Единица измерения скорости $[\upsilon]$ = 1 м/с.

Среднее ускорение материальной точки $\vec{a}_{\text{ср}}$ – это векторная величина, равная отношению приращения скорости $\Delta\upsilon$ материальной точки за промежуток времени Δt, к величине этого промежутка:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}. \tag{1.1.5}$$

Ускорение материальной точки $\vec{a}(t)$ в момент времени t (мгновенное ускорение) – это предел, к которому стремится среднее ускорение $\vec{a}_{\text{ср}}$ при $\Delta t \to 0$, т.е.

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (1.1.6)$$

В случае двумерного движения задание вектора ускорения $\vec{a}$ эквивалентно указанию двух его проекций a_x и a_y на оси X и Y выбранной системы координат. Единица измерения ускорения $[a] = 1$ м/с^2.

1.1.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Движение материальной точки с постоянным ускорением ($\vec{a} = const$), называется ***равнопеременным движением***, которое описывается двумя векторными кинематическими уравнениями – законом изменения приращения:

$$\Delta\vec{r}(t) = \vec{v}_0 \Delta t + \frac{\vec{a}(\Delta t)^2}{2}. \qquad (1.1.7)$$

и законом изменения скорости:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t. \qquad (1.1.8)$$

где $\vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$ – начальная скорость. Если, в соответствии с (1.1.1), вместо приращения ввести начальный и конечный радиус-векторы материальной точки, то (1.1.7) перепишется в виде:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \Delta t + \frac{\vec{a}(\Delta t)^2}{2} \qquad (1.1.9)$$

Если отсчет времени начинается с нуля ($t_0 = 0$), а начало системы координат совпадает с начальным положением точки ($\vec{r}_0 = 0$), то уравнения движения (1.1.8) и (1.1.9) приобретают следующую форму:

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \qquad (1.1.10)$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \qquad (1.1.11)$$

Векторным уравнениям движения (1.1.10) и (1.1.11) соответствуют системы скалярных уравнений для проекций на координатные оси:

$$r_x(t) = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \qquad r_y(t) = v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \qquad (1.1.12)$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t, \qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t. \qquad (1.1.13)$$

При определении проекций следует придерживаться следующего правила: если направление проекции на некоторую ось совпадает с выбранным положительным направлением этой оси, то проекция считается положительной. В противоположном случае – отрицательной.

Если вектор ускорения $\vec{a}$ параллелен вектору начальной скорости $\vec{v}_0$, то движение является ***равноускоренным*** (и прямолинейным); при этом скорость материальной точки возрастает: $v > v_0$. Если вектор ускорения $\vec{a}$ антипараллелен вектору начальной скорости $\vec{v}_0$, то движение является ***равнозамедленным*** (и прямолинейным); при этом скорость материальной точки убывает: $v < v_0$.

Если при движении материальной точки ее ускорение равно нулю, то такое ***движение*** называется ***равномерным***. Из выражений (1.1.10) и (1.1.11), как частный случай, следуют уравнения равномерного движения:

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t, \tag{1.1.14}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0. \tag{1.1.15}$$

Отсюда видно, что равномерное движение происходит без изменения скорости (v = const).

1.1.3. ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

Движение одной и той же точки M можно рассматривать в различных системах отсчета. Пусть система K является неподвижной системой отсчета, а система K' движется относительно системы K со скоростью u. Обозначим через v скорость точки M в неподвижной системе отсчета K, а через v' – скорость этой же точки в подвижной системе K'. Связь между векторами скоростей точки M в указанных системах отсчета дается классическим законом сложения скоростей (законом Галилея):

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \tag{1.1.16}$$

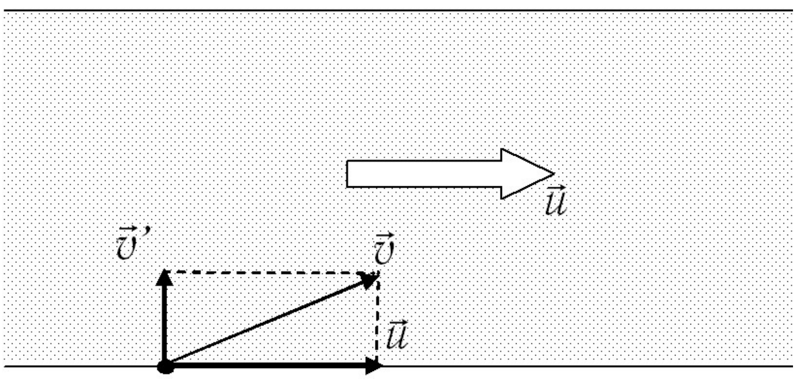


Рисунок 1.1.2 – Сложение скоростей

1.1.4. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

При равномерном движений материальной точки по окружности абсолютное значение её скорости постоянно во времени ($\upsilon = \text{const}$). Однако вектор скорости $\vec{\upsilon}$ изменяет при этом своё направление, т.е. приращение вектора скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ зависит от времени. Это означает, что материальная точка движется с ускорением.

Центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$ материальной точки характеризует быстроту изменения ее скорости по направлению и направлено по радиусу к оси вращения. Абсолютное значение центростремительного ускорения точки, движущейся со скоростью υ по окружности радиуса R, определяется выражением:

$$a_{\text{цс}} = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1.1.17)$$

Период обращения T – это время, затрачиваемое материальной точкой на один полный оборот.

Частота вращения ν – это число оборотов, которое делает точка в единицу времени. Если за время t она совершает N оборотов, то для периода и частоты вращения справедливы следующие соотношения:

$$T = \frac{t}{N}; \quad \nu = \frac{N}{t}; \quad T = \frac{1}{\nu}. \qquad (1.1.18)$$

Единица измерения частоты – обратная секунда или герц: $[\nu] = 1\ \text{с}^{-1} = 1$ Гц.

Линейная скорость υ материальной точки при её равномерном движении по окружности может быть найдена как отношение длины этой окружности к периоду обращения:

$$\upsilon = 2\pi R/T = 2\pi R\nu. \qquad (1.1.19)$$

Угловая скорость ω материальной точки при её равномерном движении по окружности – это отношение угла поворота $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ радиуса-вектора точки, проведенного из центра окружности, за промежуток времени Δt к величине этого промежутка:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (1.1.20)$$

Другими словами, угловая скорость есть скорость изменения угла поворота материальной точки во времени. Угол поворота, обычно измеряется в радианах. Единица измерения угловой частоты $[\omega] = 1$ рад/с.

Если угол поворота отсчитывается от нуля ($\varphi_0 = 0$) и отсчет времени начинается в момент $t_0 = 0$, то угол поворота φ точки к моменту времени t определяется выражением:

$$\varphi = \omega t. \qquad (1.1.21)$$

Так как за один период ($t = T$) материальная точка совершает полный оборот ($\varphi = 2\pi$), то легко прийти к следующим важным соотношениям:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu; \quad \upsilon = \omega R; \quad a_{\text{цс}} = \omega^2 R. \qquad (1.1.22)$$

1.1.5. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

1. Движение тела, брошенного с поверхности Земли вертикально вверх с начальной скоростью υ_0

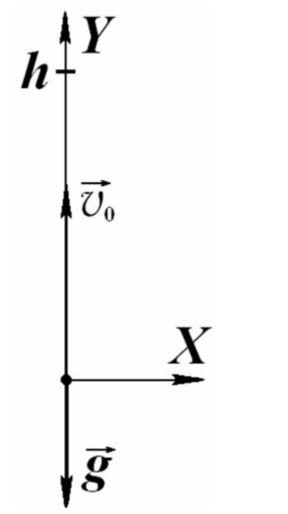


Рисунок 1.1.3

Пусть начало отсчета времени совпадает с моментом броска. Начало системы координат совместим с начальным положением материальной точки, представляющей тело (рисунок 1.1.3). Поскольку движение тела происходит под действием лишь одной силы – силы тяжести, его ускорение равно ускорению свободного падения g. Таким образом, мы имеем дело с равнопеременным движением: равнозамедленным – при подъеме тела и равноускоренным – при его падении. Для данного случая уравнения движения в проекции на ось Y принимают следующий вид (проекции на ось X равны нулю):

$$r_y(t) = \upsilon_{0y} t - \frac{g t^2}{2}, \qquad (1.1.23)$$

$$\upsilon_y(t) = \upsilon_{0y} - g t, \text{ где } \upsilon_{0y} = \upsilon_0. \qquad (1.1.24)$$

В верхней точке подъема на высоте $h = r_y(t_h)$ в момент времени t_h, тело останавливается: $\upsilon_y(t_h) = 0$. Из уравнения (1.1.24) получаем время подъема тела:

$$t_h = \upsilon_0/g. \qquad (1.1.25)$$

Высоту подъема тела h определяем из уравнения (1.1.23):

$$h = \upsilon_0 t_h - \frac{g t_h^2}{2} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}. \qquad (1.1.26)$$

В точке падения тела O в момент времени $t_п$ координата $r_y(t_п) = 0$. Из уравнения (1.23) находим момент падения тела на поверхность Земли:

$$t_п = \frac{2v_0}{g} = 2t_h. \qquad (1.1.27)$$

Скорость падения тела $v_п = v_y(t_п)$ следует из уравнения (1.1.24):

$$v_п = -v_0$$

Знак минус здесь означает, что направление вектора скорости тела в момент падения противоположно положительному направлению оси Y.

2. Движение тела, брошенного под углом α горизонту с начальной скоростью v_0

В этой ситуации мы сталкиваемся со случаем криволинейного двумерного движения, которое совершается телом с ускорением свободного падения g (рисунок 1.1.4).

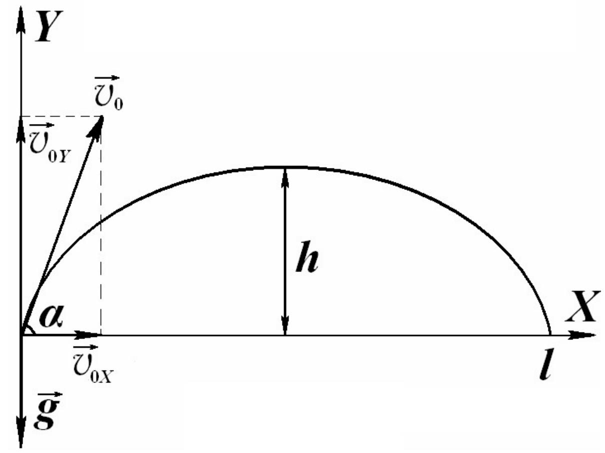


Рисунок 1.1.4 – Траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту

Уравнения движения тела в проекциях на координатные оси X и Y для данного случая записываются в следующем виде:

$$r_x(t) = v_{0x}t, \qquad v_x(t) = v_{0x}, \qquad (1.1.28)$$

$$r_y(t) = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \qquad v_y(t) = v_{0y} - gt. \qquad (1.1.29)$$

Возможность рассматривать уравнения движения отдельно для каждой из проекций означает, что криволинейное движение тела распалось на два независимых прямолинейных движения, которые совершаются телом одновременно в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Из уравнений (1.1.28) видно, что движение вдоль оси X

является равномерным с начальной скоростью $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$. Из уравнений (1.29) следует, что движение вдоль оси Y есть равнопеременное движение с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$, направленной вертикально вверх. Этот тип движения уже рассмотрен нами ранее. Применяя полученные там результаты, сразу можем записать окончательные выражения для высоты подъема тела:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \tag{1.1.30}$$

для времени полета тела:

$$t_п = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \tag{1.1.31}$$

Обратившись к уравнениям движения для проекций на ОX (1.1.28), нетрудно найти дальность броска:

$$l = r_x(t_п) = v_{0x} t_п = v_0 \cos\alpha \cdot 2v_0 \sin\alpha / g = v_0^2 \sin 2\alpha / g \tag{1.1.32}$$

3. Движение тела, брошенного горизонтально с высоты *h* с начальной скоростью v_0

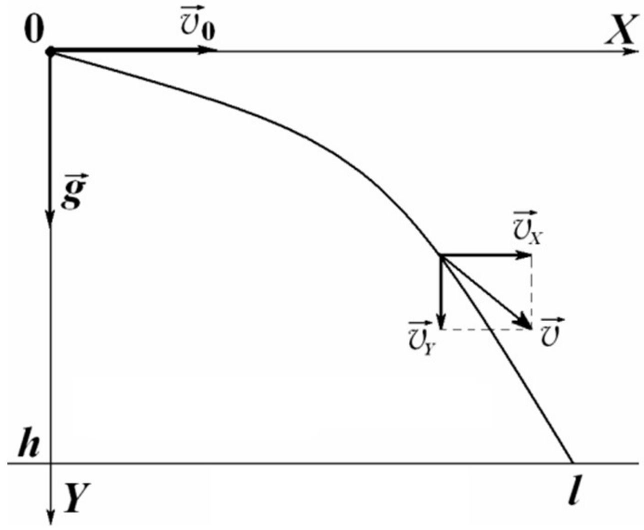


Рисунок 1.1.5 – Траектория движения тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты

Если выбрать систему координат так, как показано на рисунке 1.1.5, то уравнения движения тела для проекций на координатные оси X и Y в данном случае принимают вид:

$$r_x(t) = v_0 t, \qquad v_x(t) = v_0, \tag{1.1.33}$$

$$r_y(t) = \frac{gt^2}{2}, \qquad v_y(t) = gt. \tag{1.1.34}$$

Тем самым, криволинейное движение тела мы раскладываем на два более простых прямолинейных движения вдоль осей OX и OY. Из уравнений (1.1.34) видно, что движение вдоль оси Y – это равноускоренное движение вниз с нулевой начальной скоростью и ускорением g. В точке падения в момент времени $t_п$ координата тела $r_y(t_п) = h$. Из этого условия находим время падения:

$$t_п = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (1.1.35)$$

Движение вдоль оси X представляет собой равномерное движение со скоростью υ_0. Из (1.1.33) определяем дальность броска:

$$l = r_x(t_п) = \upsilon_0 t_п = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (1.1.36)$$

Скорость тела $\upsilon(t)$ в любой момент времени легко найти из векторного треугольника скоростей, изображенного на рисунке 1.5:

$$\upsilon(t) = \sqrt{\upsilon_x^2(t) + \upsilon_y^2(t)} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2}. \qquad (1.1.37)$$

В частности, в точке падения ($t = t_п$) скорость тела определяется выражением:

$$\upsilon_п = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}. \qquad (1.1.38)$$

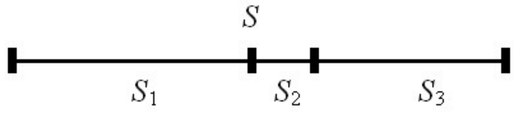
1.1.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Автомобиль проехал половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 60$ км/ч. Половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью $\upsilon_2 = 15$ км/ч, а последний участок пути – со скоростью $\upsilon_3 = 45$ км/ч. Чему равна средняя скорость автомобиля на всем пути? Ответ дать в км/ч.

Дано:
$\upsilon_1 = 60$ км/ч
$\upsilon_2 = 15$ км/ч
$\upsilon_3 = 45$ км/ч
$S_1 = S/2$
$t_2 = t_3$
Найти:
$\upsilon_{ср} = ?$

Решение:

Т.к. ответ в задаче требуется дать в км/ч, то перевод единиц измерения в СИ делать не будем.



Представим себе весь путь S в виде отрезка прямой (см. рисунок). Весь путь можно разбить на три отрезка: $S = S_1 + S_2 + S_3$.

По определению средней скорости:

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3},$$

где t_1, t_2, t_3 – соответственно время, за которое были пройдены участки пути S_1, S_2, S_3:

$$S_1 = \upsilon_1 \cdot t_1, \qquad S_2 = \upsilon_2 \cdot t_2, \qquad S_3 = \upsilon_3 \cdot t_3.$$

Из условия известно, что $S_1 = S_2 + S_3 = S/2$, а $t_2 = t_3$. Отсюда получаем:

$$\upsilon_1 \cdot t_1 = \upsilon_2 \cdot t_2 + \upsilon_3 \cdot t_2 = (\upsilon_2 + \upsilon_3) \cdot t_2, \qquad t_2 = \frac{\upsilon_1}{(\upsilon_2 + \upsilon_3)} \cdot t_1.$$

$$S = 2S_1 = 2\upsilon_1 \cdot t_1,$$

$$t = t_1 + 2t_2 = t_1 + 2\frac{\upsilon_1}{(\upsilon_2 + \upsilon_3)} \cdot t_1 = \frac{2\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3}{\upsilon_2 + \upsilon_3} \cdot t_1.$$

В итоге, подставляя получившиеся выражения для S и t в формулу средней скорости, получим:

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{2\upsilon_1 \cdot t_1}{\dfrac{2\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3}{\upsilon_2 + \upsilon_3} \cdot t_1} = \frac{2\upsilon_1(\upsilon_2 + \upsilon_3)}{2\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3} = 40 \text{ км/ч}.$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \upsilon_{\text{ñð}} = 40 \text{ км/ч}}$$

2. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами А и В по течению реки за время $t_1 = 3$ ч, а плот – за время $t = 12$ ч. Сколько времени t_2 затратит моторная лодка на обратный путь? Ответ дать в часах.

<u>Дано:</u> $t_1 = 3$ ч $t = 12$ ч <u>Найти:</u> $t_2 = ?$

Решение:

Обозначим расстояние между пунктами A и B через s, скорость моторной лодки относительно воды υ, скорость течения реки (т.е. скорость плота) u. Тогда

$$t = \frac{s}{u}, \qquad t_1 = \frac{s}{\upsilon + u}.$$

Отсюда $\qquad s = ut, \qquad \upsilon = u\left(\frac{t}{t_1} - 1\right).$

Обратный путь у лодки займет время:

$$t_2 = \frac{s}{\upsilon - u} = \frac{u \cdot t \cdot t_1}{u(t - t_1) - ut_1} = \frac{t \cdot t_1}{t - 2t_1} = 6 \text{ ч}.$$

Полученное решение имеет смысл лишь при $t > 2t_1$ (т.е. при $v > u$).

Ответ: $t_2 = 6$ ч

3. Крейсер движется по прямому курсу в неподвижной воде с постоянной скоростью 54 км/ч. Катер, имеющий скорость 72 км/ч, проходит расстояние от кормы крейсера до его носа и обратно за 40 с. Найти длину крейсера в единицах СИ.

Дано:
$v_1 = 54$ км/ч $= 15$ м/с
$v_2 = 72$ км/ч $= 20$ м/с
$t = 40$ с
Найти:
$L = ?$

Решение:

Для упрощения решения задачи выберем систему отсчёта, связанную с крейсером. Тогда движение катера по ходу крейсера (от кормы до носа) будет происходить со скоростью $u' = v_2 - v_1$ за время $t_1 = L/u'$, а в обратную сторону со скоростью $u'' = v_2 + v_1$ за время $t_2 = L/u''$.

Тогда весь путь туда и обратно будет проделан за время:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{(v_2 - v_1)} + \frac{L}{(v_2 + v_1)} = \frac{2Lv_2}{(v_2^2 - v_1^2)}.$$

Откуда, выражая L, получаем: $L = \dfrac{(v_2^2 - v_1^2)}{2v_2} t = 175$ м.

Ответ: $L = 175$ м

4. За 2 с прямолинейного равноускоренного движения тело прошло 20 м, увеличив свою скорость в 3 раза. Определите в СИ конечную скорость тела.

Дано:
$l = 20$ м
$v = 3v_0$
$t = 2$ с
Найти:
$v = ?$

Решение:

Запишем основное уравнение кинематики поступательного движения:

$$S(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (1) \qquad\qquad v(t) = v_0 + at. \quad (2)$$

Учтём, что $v = 3v_0$, $S = 20$ м, $t = 2$ с. Выразим из (2) ускорение, подставим в (1) и найдём v_0:

$$at = v(t) - v_0,\ a = \frac{3v_0 - v_0}{t} = 2\frac{v_0}{t} \to (1)$$

$$S(t) = v_0 t + \frac{2v_0 \cdot t^2}{t \cdot 2} = v_0 t + v_0 t = 2v_0 t, \qquad v_0 = \frac{S(t)}{2t}.$$

Тогда конечная скорость: $v(t) = 3v_0 = \frac{3S(t)}{2t} = \frac{3 \cdot 20}{2 \cdot 2} = 15$ м/с.

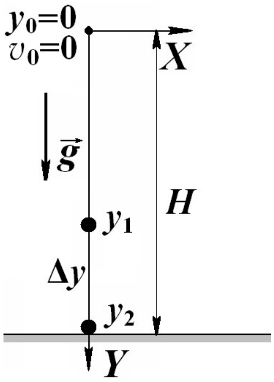
$\boxed{\text{Ответ: } v = 15 \text{ м/с}}$

5. Свободно падающее тело с начальной скоростью, равной нулю, за последнюю секунду своего движения переместилось по вертикали на 45 м. Сколько времени и с какой высоты падало тело? Ответ дать в СИ.

Дано:
$\Delta y = 45$ м
$\Delta t = 1$ с
Найти:
$t = ?$
$H = ?$

Решение:

Направим ось OY вертикально вниз, начало координат расположим на высоте H от поверхности Земли (рисунок). Заметим, что высота, отсчитываемая от поверхности Земли, – величина всегда положительная. В нашем случае высота, с которой падает тело, равна значению координаты тела, находящегося, на поверхности Земли в выбранной системе отсчета.



Уравнение зависимости координаты тела от времени имеет вид:

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

Т. к. $\Delta y = y_2 - y_1$, то

$$\Delta y = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t - \Delta t)^2}{2} = \frac{2gt\Delta t - g\Delta t^2}{2} = \frac{g\Delta t(2t - \Delta t)}{2}.$$

Выразив полное время падения, получим:

$$t = \frac{2\Delta y}{2g\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} = \frac{2\Delta y + g\Delta t^2}{2g\Delta t} = 5 \text{ с}.$$

Высоту, с которой упало тело, можно найти по формуле:

$$H = y = \frac{gt^2}{2} = 122{,}5 \text{ м}$$

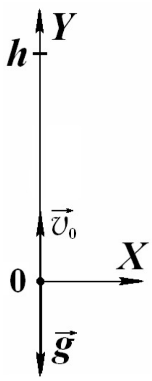
$\boxed{\text{Ответ: } t = 5 \text{ с}, H = 122{,}5 \text{ м.}}$

6. Из ружья произведен выстрел вертикально вверх. Начальная скорость пули $\upsilon_0 = 49$ м/с. Какова максимальная высота полета пули и время ее движения до этой высоты? Найти путь и скорость пули через 10 с после выстрела. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дать в СИ.

Дано:
$\upsilon_0 = 49$ м/с
$t = 10$ с
Найти:
$t_{max} = ?$
$h = ?$
$S = ?$
$\upsilon = ?$

Решение:

Начало координат выберем в точке, совпадающей с положением пули в момент вылета из ствола ружья, ось OY укажем в направлении ее движения (рисунок). Движение пули происходит с ускорением 9,8 м/с^2, направленным вертикально вниз. Тогда координата пули и проекция ее скорости на ось OY в произвольный момент времени t соответственно равны:



$$y(t) = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}, \qquad \upsilon(t) = \upsilon_0 - gt. \qquad (1)$$

Время полета пули до верхней точки траектории определим из условия, что скорость в ней равна нулю: $0 = \upsilon_0 - gt_{max}$. Отсюда $t_{max} = \upsilon_0 / g = 49/9{,}8 = 5$ с.

Такое же время пуля падала вниз, т.е. за 10 с своего движения пуля вернется в исходную точку. В этом легко убедиться, если в первом уравнении системы (1) положить координату $y = 0$ и найти соответствующие моменты времени:

$$0 = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad 0 = t\left(\upsilon_0 - \frac{gt}{2}\right), \quad t_1 = 0, \quad t_2 = \frac{2\upsilon_0}{g} = 10\,\text{с}.$$

Таким образом, пуля пребывает в этой точке дважды: первый раз в момент выстрела, двигаясь вверх, и второй раз – в момент падения на Землю. Скорость пули υ момент времени t определим, подставив значение t во второе уравнение системы (1):

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 - gt = 49 - 9{,}8 \cdot 10 = -49 \text{ м/с}.$$

Знак «минус» свидетельствует о том, что направление вектора скорости противоположно направлению оси OY. Заметим, что модуль скорости пули в момент падения равен модулю начальной скорости пули при выстреле.

Максимальную высоту подъема пули найдем, подставив значение t_{max}, в первое уравнение системы (1):

$$h = y(t) = v_0 t_{max} - \frac{g t_{max}^2}{2} = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{g v_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{49^2}{2 \cdot 9{,}8} = 122{,}5 \text{ м.}$$

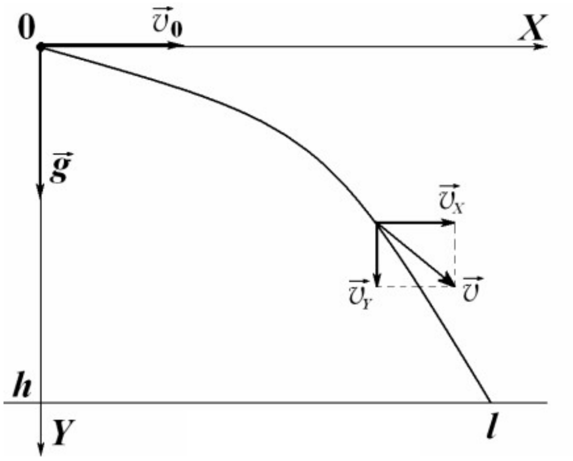
Путь, пройденный пулей за время t, равен удвоенной высоте подъёма h, т.е. $S = 2h = 2 \cdot 122{,}5 = 245$ м.

Ответ: $t_{max} = 5$ с, $h = 122{,}5$ м, $S = 245$ м, $v = –49$ м/с.

7. С вышки в горизонтальном направлении бросили камень, который через 2 секунды приземлился со скоростью 25 м/с. На каком расстоянии от основания вышки упал камень? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$t = 2$ с
$v = 25$ м/с
$g = 10$ м/с^2
Найти:
$l = ?$

Решение:



Движение тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты, было рассмотрено ранее.

1) Горизонтальное перемещение происходит с постоянной скоростью $v_x = v_0$. За время падения камень проходит горизонтальный путь $l = v_x \cdot t$.

2) По вертикали движение камня равноускоренное с ускорением g, с нулевой начальной скоростью $v_{0y} = 0$. За время падения камень набирает вертикальную скорость: $v_y = v_{0y} + gt = gt$.

3) Т.к. нам известна полная скорость $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, то мы можем найти v_x:

$$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{v^2 - (gt)^2}. \text{ В итоге, } l = t\sqrt{v^2 - (gt)^2} = 30 \text{ м.}$$

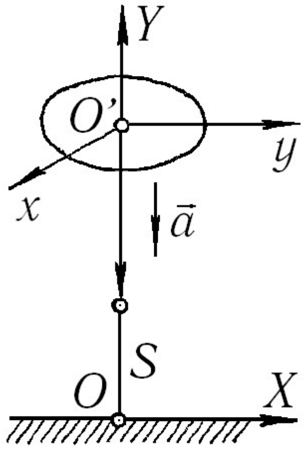
Ответ: $l = 30$ м.

8. Вертолет начал снижаться вертикально с ускорением 0,2 м/с^2. Лопасть винта вертолета имеет длину 5 м и совершает вращение вокруг оси с частотой 300 с$^{-1}$. Определить число оборотов лопасти за время снижении вертолета на 40 м.

<u>Дано:</u> $a = 0{,}2$ м/с^2 $n = 300$ с$^{-1}$ $l = 5$ м $S = 40$ м <u>Найти:</u> $N = ?$

Решение:

Неподвижную систему отсчёта свяжем с Землёй, а ось OY направим вертикально вверх вдоль траектории вертолета. Подвижную систему отсчета свяжем с осью винта вертолета так, чтобы вращение лопасти происходило в плоскости $xO'y$. В подвижной системе отсчета траекторией конца лопасти вертолета является окружность, что дает основание применять уравнение движения точки по окружности, т.е. $\varphi = \omega t = 2\pi nt$, где φ – угол поворота лопасти за время t, n — частота вращения.



Число оборотов N лопасти винта вертолета можно найти по формуле $N = \varphi/2\pi$ или

$$N = nt. \tag{1}$$

Относительно неподвижной системы отсчета траектория конца лопасти – винтовая линия, однако движение самого вертолета прямолинейное равноускоренное. Уравнение зависимости перемещения от времени для этого движения имеет вид (в скалярной форме):

$$-S = -\frac{at^2}{2}, \qquad S = \frac{at^2}{2}.$$

Откуда время снижения вертолета $t = \sqrt{\dfrac{2S}{a}}$. Подставив значение t в формулу (1), получим

$$N = n\sqrt{\frac{2S}{a}} = 300\sqrt{\frac{2 \cdot 40}{0{,}2}} = 6000 \text{ оборотов.}$$

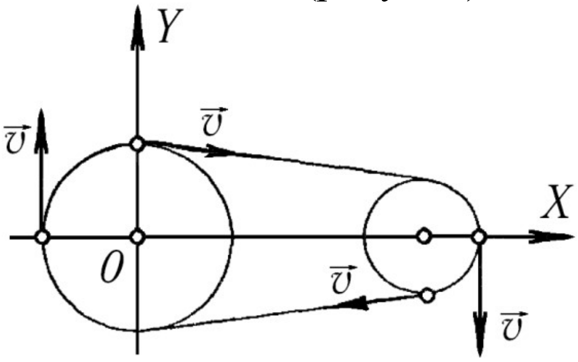
$\boxed{\text{Ответ: } N = 6000 \text{ оборотов.}}$

9. Вал двигателя автомобиля вращается с угловой скоростью 180 рад/с. Определить в СИ линейную скорость ремня и угловую скорость шкива вентилятора автомобиля, если диаметр на валу двигателя 9 см, а вентилятора – 6 см. Сравнить периоды обращения и центростремительные ускорения периферийных точек каждого шкива.

Дано:
$\omega_д = 180$ рад/с
$d_д = 9$ см $= 9\cdot10^{-2}$ м
$d_в = 6$ см $= 6\cdot10^{-2}$ м
Найти:
$\upsilon_в = ?$
$\omega_в = ?$
$T_д/T_в = ?$
$a_д/a_в = ?$

Решение:

Систему отсчета *OXY* свяжем с валом двигателя так, чтобы вращение шкивов происходило в плоскости *OXY* (рисунок).



Если проскальзывание ремня по поверхности шкива отсутствует, то все точки ремня и периферийные точки обоих шкивов обладают одинаковыми по модулю скоростями υ. Используя эту особенность, а также связь линейной скорости с угловой скоростью, получаем:

$$\upsilon_в = \upsilon = \omega_д\cdot R_д = \omega_д\cdot d_д/2 = 180\cdot4{,}5\cdot10^{-2} = 8{,}1 \text{ м/с};$$

$$\omega_в = \upsilon_в/R_в = 2\upsilon_в/d_в = 2\cdot8{,}1/6\cdot10^{-2} = 270 \text{ рад/с}.$$

Так как, $\omega_д = 2\pi/T_д$, $\omega_в = 2\pi/T_в$, то разделив второе равенство на первое, получим: $T_д/T_в = \omega_в/\omega_д = 1{,}5$.

Центростремительное ускорение определяется по формуле $a_n = \upsilon^2/R$. Тогда $a_д/a_в = d_в/d_д = 1/1{,}5 = 0{,}67$.

Ответ: $\upsilon_в = 8{,}1$ м/с, $\omega_в = 270$ рад/с, $T_д/T_в = 1{,}5$, $a_д/a_в = 0{,}67$.

10. Спутник Земли движется по круговой орбите на высоте $h = 630$ км над поверхностью и облетает Землю за время $T = 97$ мин. Найти скорость υ спутника и ускорение свободного падения g_h, на этой высоте. Радиус Земли принять равным 70 км. Ответ дать в СИ.

Дано:
h = 630 км = $6{,}3\cdot10^5$ м
$R_з$ = 70 км = $7\cdot10^4$ м
T = 97 мин = $5{,}82\cdot10^3$ с
Найти:
v = ?
g_h = ?

Решение:

Зная период вращения T спутника, находим его угловую скорость: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. Радиус орбиты: $R = R_з + h$. Отсюда находим скорость:

$$v = \omega R = 2\pi(R_з + h)/T = 7560 \text{ м/с},$$

и нормальное ускорение:

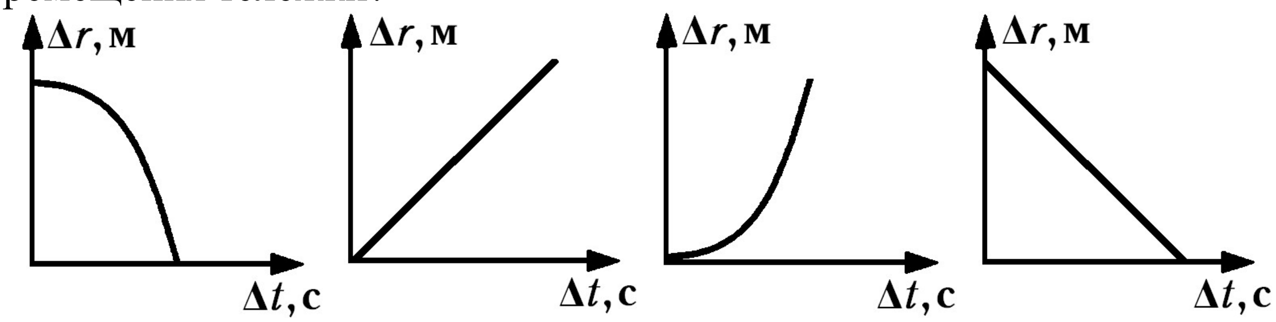
$$a_n = \omega^2 R = 4\pi^2(R_з + h)/T^2 = 8{,}16 \text{ м/с}^2.$$

Поскольку спутник вращается равномерно, нормальное ускорение совпадает с полным, которое и есть ускорение свободного падения g_h, на этой высоте.

Ответ: v = 7560 м/с, $g_h = a_n$ = 8,16 м/с^2.

1.1.7. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Тележка съезжает по наклонной плоскости, расположенной под углом 20° к горизонту, без начальной скорости. Какой из графиков, приведённых ниже, правильно описывает зависимость от времени перемещения тележки?



1) 2) 3) 4)

Решение: Движение тележки с наклонной плоскости является равноускоренным с нулевой начальной скоростью. Поэтому закон изменения перемещения со временем имеет вид:

$$\Delta r = \frac{at^2}{2}.$$

Видно, что перемещение зависит от времени по квадратичному закону. Следовательно, правильный график это парабола, ветви которой направлены вверх, т.е. **рисунок под номером 3**.

2. Автомобиль сначала проехал по прямой из пункта A в пункт B, а затем в пункт C (см. рисунок) и остановился. Определите, чему равны путь S и перемещение Δr автомобиля за всё время движения.

1) $S = AC$, $\Delta r = AB + BC$; 2) $S = AC$, $\Delta r = AC$;
3) $S = AB + BC$, $\Delta r = AC$; 4) $S = AB$, $\Delta r = AC$.

Решение: По определению путь S – длина траектории, по которой двигалось тело; модуль перемещения Δr – длина отрезка соединяющего начальное и конечное положения тела. Тогда, путь это сумма отрезков AB и BC, а перемещение это длина отрезка AC. Правильный ответ: **3) $\boldsymbol{S = AB + BC}$, $\boldsymbol{\Delta r = AC}$**.

3. Тело бросают горизонтально с одинаковой скоростью v_0, сначала с высоты h, а затем с высоты $2h$. Как изменится скорость тела в момент падения?

1) увеличится в 2 раза;

2) увеличится в 1,41 раза;

3) увеличится больше чем в 1,41 раза;

4) увеличится меньше чем в 1,41 раза.

Решение: Скорость тела в момент падения будет определяться выражением (1.1.38):

$$v_n = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Видно, что при увеличении высоты в 2 раза, скорость при падении увеличится меньше чем в $2^{0,5} = 1{,}41$ раза. Правильный вариант ответа: **4) увеличится меньше чем в 1,41 раза**.

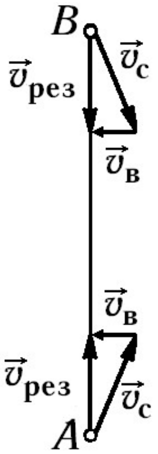
4. Самолёт летит из пункта A в пункт B, который располагается строго на север, а затем возвращается обратно. Скорость самолёта относительно воздуха v_c во время полёта постоянна. На всём протяжении маршрута туда и обратно дует восточный ветер с постоянной скоростью $v_в = v_c/5$. Какой путь, из пункта A в пункт B, или из пункта B в пункт A, самолёт пролетел за меньшее время?

1) время полёта в обе стороны одинаково;

2) из пункта B в пункт A;

3) из пункта A в пункт B;

4) при таком соотношении скоростей, самолёт не сможет долететь до пункта А и обратно.



Решение: Результирующий вектор скорости $\vec{v}_{\text{рез}}$ должен быть направлен строго на север (на пути *AB*), и строго на юг (на пути *BA*). По закону векторного сложения скоростей (1.1.16):

$$\vec{v}_{\text{рез}} = \vec{v}_{\text{с}} + \vec{v}_{\text{в}}.$$

Изобразим рисунок.

Из рисунка видно, что модуль скорости самолёта относительно земли будет одинаковым на пути *AB* и *BA*, и будет определяться по теореме Пифагора: $v_{\text{рез}} = \sqrt{v_{\text{с}}^2 - v_{\text{в}}^2}$. Это означает, что время, затраченное на путь *AB* равно времени, затраченному на путь *BA*. Правильный вариант ответа: **1) время полёта в обе стороны одинаково**.

5. Два одинаковых колеса вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2. Как соотносятся угловые скорости ω_2/ω_1 вращения колёс, если центростремительные ускорения точек на ободе первого колеса в 4 раза больше, чем у второго.

1) $\omega_2/\omega_1 = 4$; 2) $\omega_2/\omega_1 = 0,5$;
3) $\omega_2/\omega_1 = 2$; 4) $\omega_2/\omega_1 = 0,25$.

Решение: Согласно формуле (1.1.22):

$$a_{\text{цс}} = \omega^2 R.$$

Т.к. колёса одинаковые ($R_1 = R_2$), то отношение центростремительных ускорений будет равно отношению квадратов угловых скоростей: $\dfrac{a_{\text{цс}1}}{a_{\text{цс}2}} = \dfrac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = 4$. Тогда, $\dfrac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = 0,25$, $\dfrac{\omega_2}{\omega_1} = 0,5$. Правильный вариант ответа: **2) $\omega_2/\omega_1 = 0,5$**.

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА

1.2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Динамика – раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел.

Взаимодействие тел – воздействие тел друг на друга, являющееся причиной изменения их состояния (например, состояния движения – скорости).

Инерционность (инертность) – свойство тел сопротивляться изменению состояния своего движения.

Масса тела – физическая величина, характеризующая его инерционные свойства.

Инерциальная система отсчёта – система, относительно которой тело при отсутствии внешних воздействий движется прямолинейно и равномерно.

Инерция – свойство тел сохранять неизменным состояние своего движения по отношению к инерциальной системе отсчёта, когда внешние воздействия на тела отсутствуют или взаимно компенсируются.

Сила $\vec{F}$ – физическая векторная величина, являющаяся мерой взаимодействия тел. Сила характеризуется направлением в пространстве, величиной и точкой приложения. Единица измерения силы – ньютон: $[F] = 1$ Н.

Линия действия силы – это прямая, вдоль которой направлен вектор силы.

Принцип суперпозиции сил. Равнодействующая сил: Если на тело действует одновременно несколько сил $\vec{F}_i$, то их совокупное действие на тело эквивалентно действию одной силы $\vec{F}_R$, равной векторной (геометрической) сумме всех действующих на тело сил (см. рис. 1.2.1):

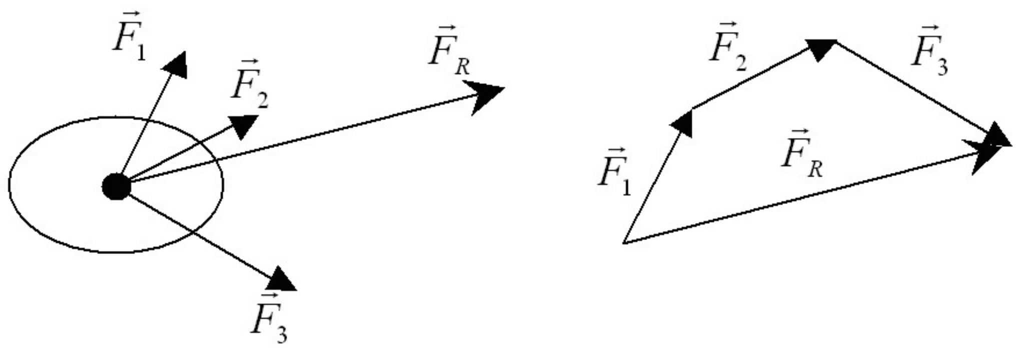


Рисунок 1.2.1 – Суперпозиция сил

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i. \qquad (1.2.1)$$

Равнодействующая сила $\vec{F}_R$ – это сила, которая производит на тело такое же действие, какое производит на него совокупность сил.

1.2.2. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Первый закон Ньютона (закон инерции)*:* существуют такие системы отсчёта (называемые *инерциальными*), относительно которых тела находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, если на них не действуют другие тела.

Второй закон Ньютона*:* в инерциальной системе отсчёта ускорение тела $\vec{a}$ пропорционально векторной сумме (равнодействующей) всех сил, приложенных к телу, обратно пропорционально его массе и направлено в сторону равнодействующей силы:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}. \qquad (1.2.2)$$

Из выражения (1.2.2) становится понятным и смысл массы, как меры инертности тела. Чем больше масса, тем труднее (нужна большая сила) изменить состояние движения тела.

Третий закон Ньютона (закон взаимодействия)*:* силы, с которыми тела действуют друг на друга, направлены вдоль прямой, соединяющей центры масс тел, равны по модулю и противоположны по направлению (см. рис. 1.2.2):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \qquad (1.2.3)$$

где $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на первое тело со стороны второго, а $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на второе тело со стороны первого.

Следует отметить, что равные по модулю и противоположные по направлению *силы действия и противодействия* приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга.

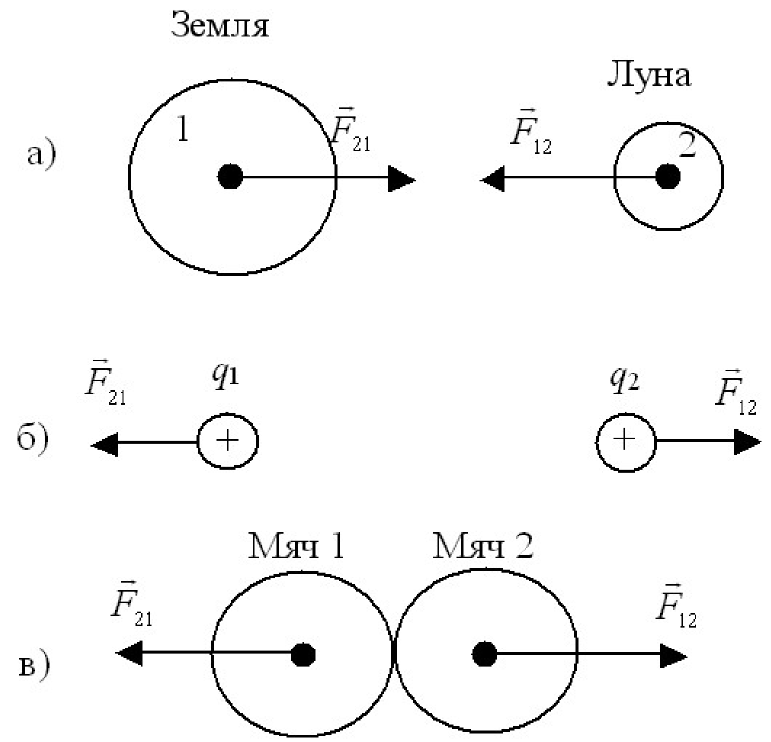


Рисунок 1.2.2 – Третий закон Ньютона

а) силы взаимного притяжения Земли и Луны: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (бесконтактное взаимодействие посредством гравитационного поля); б) силы кулоновского взаимодействия двух одноименных электрических зарядов: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (бесконтактное взаимодействие посредством электрического поля); в) силы упругости: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (контактное взаимодействие посредством силы упругости).

1.2.3. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

Рассмотрим основные силы, которыми оперирует динамика.

1. Силы упругости

Силы упругости – силы, возникающие при деформации тела и направленные в сторону, противоположную смещению частиц при деформации.

При малых по сравнению с размерами тел деформациях сжатия или растяжения ($|\Delta l| << l$) модуль силы упругости прямо пропорционален модулю вектора перемещения свободного конца стержня (пружины). Направление вектора силы упругости противоположно направлению вектора перемещения при деформации (см. рис. 1.2.3).

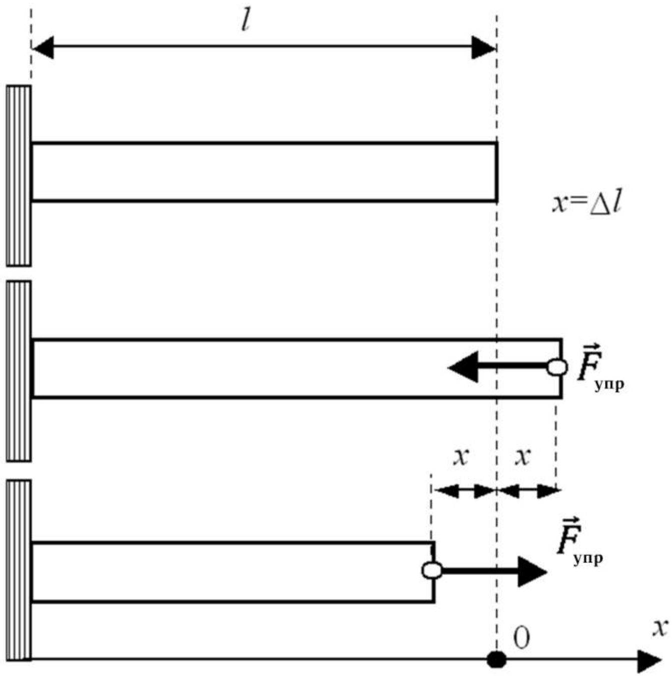


Рисунок 1.2.3 – Сила упругости

***Закон Гука*:** сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещений частиц тела при деформации:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{l}\ , \qquad (1.2.4)$$

где k – жесткость (коэффициент упругости), $\Delta\vec{l}$ – вектор перемещения конца тела (стержня, пружины) при деформации сжатия или растяжения. Знак «минус» в выражении (1.2.4) указывает на то, что направление силы упругости и направление вектора деформации (сжатия или растяжения) противоположны. Единица измерения жесткости $[k] = 1$ Н/м

Модуль силы упругости:

$$F_{\text{упр}} = k|x| = k|\Delta l|. \qquad (1.2.5)$$

Сила (нормальной) реакции опоры $\vec{N}$ – это упругая сила, возникающая при деформации поверхности лежащим на ней телом и действующая перпендикулярно поверхности соприкосновения (см. рис. 1.2.4).

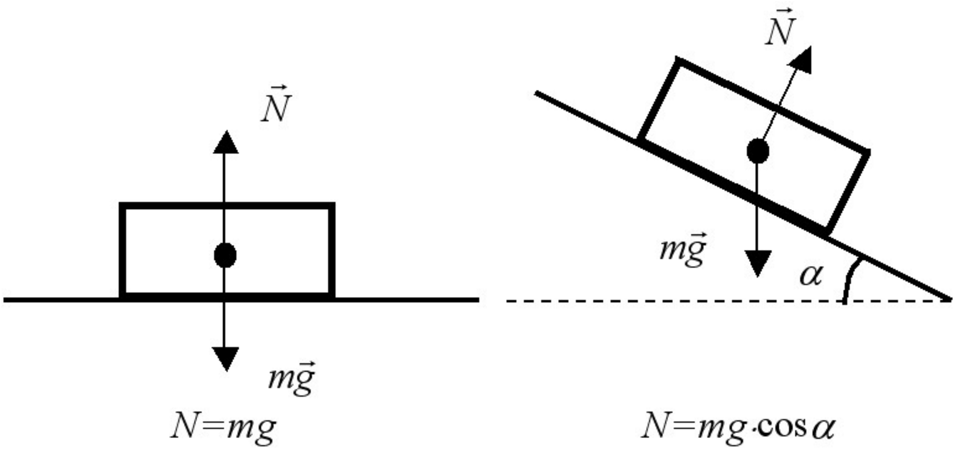


Рисунок 1.2.4 – Сила реакции опоры при действии на тело силы тяжести

2. Силы трения

Силы трения – силы, препятствующие относительному перемещению соприкасающихся тел, а также их частей (слоёв жидкости или газа).

Сила трения скольжения $\vec{F}_{\text{ТР}}$ – это сила, действующая на тело, движущееся по поверхности другого тела. Вектор силы трения скольжения $\vec{F}_{\text{ТР}}$ направлен вдоль поверхности соприкосновения тел противоположно вектору их относительной скорости (см. рис. 1.2.5). Поэтому сила трения скольжения всегда приводит к уменьшению модуля относительной скорости тел.

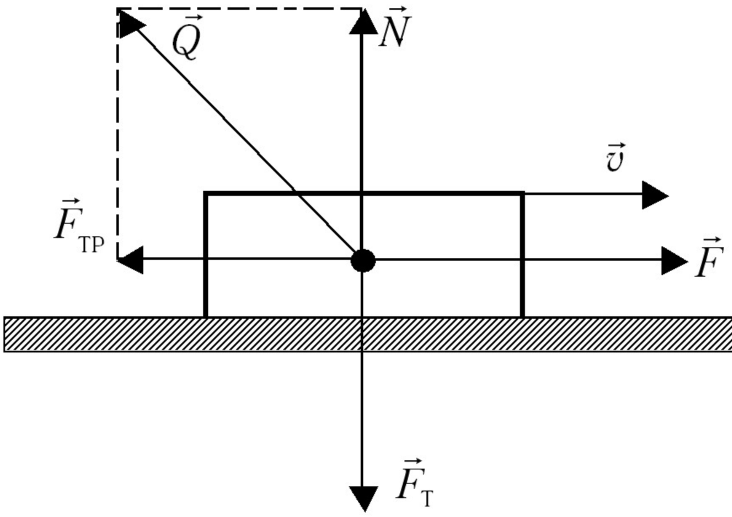


Рисунок 1.2.5 – Сила трения

Сила трения $\vec{F}_{\text{ТР}}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ – это составляющие одной силы $\vec{Q}$, с которой поверхность действует на тело (см. рис. 1.2.5). Величины этих сил связаны между собой законом Кулона–Амонтона:

$$F_{\text{ТР}} = \mu N, \tag{1.2.6}$$

где коэффициент трения μ – безразмерная физическая величина, зависящая от природы соприкасающихся тел и степени обработки их поверхности ($0<\mu<1$).

Сила трения покоя $\vec{F}^{0}_{\text{ТР}}$ – это сила, направленная по касательной к поверхности соприкасающихся тел и возникающая в случае, если эти тела неподвижны относительно друг друга. Сила трения покоя может изменяться (в зависимости от приложенной к телу силе) в пределах от нуля до некоторого максимального значения, которое принимается равным силе трения скольжения:

$$(F^{0}_{\text{ТР}})_{max} = F_{\text{ТР}}. \tag{1.2.7}$$

3. Гравитационные силы

Сила гравитационного взаимодействия (тяготения) определяется по ***закону всемирного тяготения***: любые два тела, обладающие массами, притягиваются друг к другу, с силой прямо пропорциональной произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними:

$$F_{\Gamma} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{1.2.8}$$

где $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$ – гравитационная постоянная. Векторы сил всемирного тяготения направлены вдоль прямой, соединяющей тела (см. рис. 1.2.6).

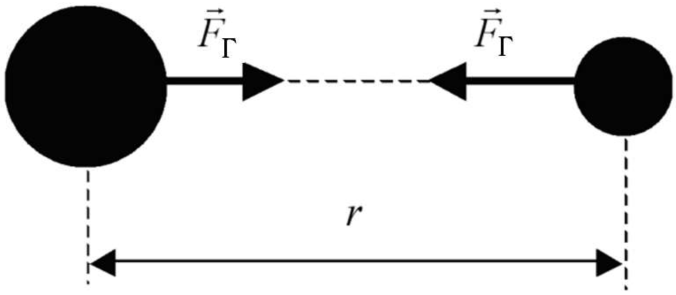


Рисунок 1.2.6 – Гравитационное взаимодействие

Закон всемирного тяготения в форме (1.2.8) может быть использован для вычисления сил взаимодействия между телами любой формы, если размеры тел значительно меньше расстояния между ними (в этом случае тела можно считать материальными точками). Ньютон доказал, что для однородных шарообразных тел выражение в форме (1.2.8) применимо при любых расстояниях между ними. В этом случае за расстояние r в выражении (1.2.8) принимается расстояние между центрами шаров (см. рис. 1.2.6).

4. Сила тяжести и вес

Сила тяжести $\vec{F}_{\text{Т}}$ – это сила гравитационного притяжения, действующая на тело со стороны планеты (Земли). Если m – масса тела, M и R – масса и радиус планеты, соответственно, то вблизи её поверхности (при высоте тела над поверхностью планеты $h<<R$) сила гравитационного взаимодействия $F_{\text{Т}} = G\dfrac{mM}{R^2}$. Здесь величина

$$g = G\frac{M}{R^2} - \qquad (1.2.9)$$

есть величина постоянная для конкретной планеты, и называется ***ускорением свободного падения*** (вблизи поверхности планеты). Численное значение ускорения свободного падения на Земле приведено в приложении к билету. Именно оно должно быть использовано при расчётах, если в условии задачи не оговаривается иное.

Ускорение свободного падения на высоте h:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}. \qquad (1.2.10)$$

Таким образом, сила тяжести:

$$F_{\text{Т}} = mg. \qquad (1.2.11)$$

Вес тела $\vec{P}$ – это сила, с которой тело, находящееся в поле тяжести Земли (планеты), действует на опору или подвес.

Сила тяжести и вес – это не одно и то же:

1) эти силы приложены к различным телам: сила тяжести приложена к телу, вес тела – к опоре (подвесу);

2) сила тяжести и вес могут отличаться по величине (при движении тела и опоры с ускорением по вертикали).

Согласно третьему закону Ньютона, вес тела P (действует на опору) равен силе нормальной реакции опоры N (приложенной к телу):

$$P = N. \qquad (1.2.12)$$

Поэтому в на практике прямое определение веса P часто заменяют нахождением силы нормальной реакции N.

Рассмотрим, например, задачу о нахождении веса тела, находящегося в лифте (см. рис. 1.2.7).

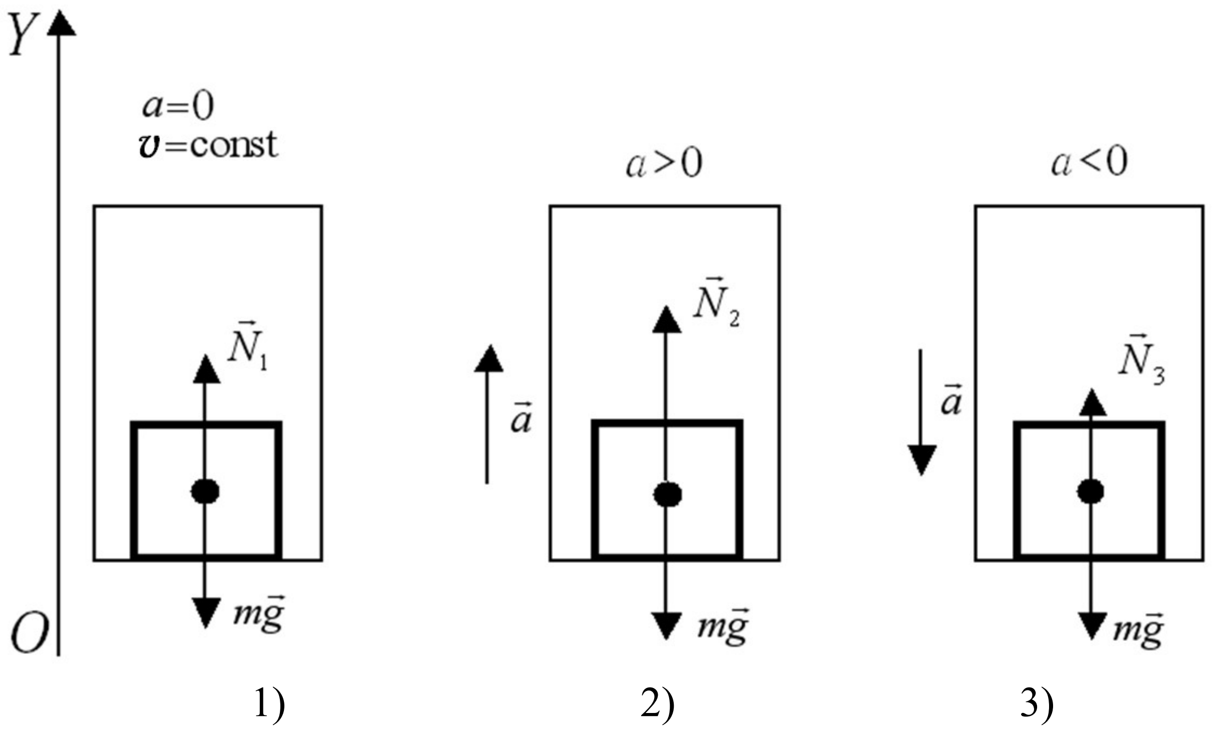


Рисунок 1.2.7 – Вес тела, находящегося в лифте
1) состояние покоя или равномерного движения;
2) разгон при подъёме или торможение при спуске;
3) торможение при подъеме или разгон при спуске

Будем находить силу реакции опоры, которая равна весу ($P = N$). Это позволяет перейти к рассмотрению, сил, приложенных к телу, а не к полу лифта. Равнодействующая сила $\vec{F}_R = \vec{N} + \vec{F}_\text{Т}$, приложенная к телу, складывается из двух сил: силы нормальной реакции опоры и силы тяжести. Запишем уравнение движения (второй закон Ньютона) для тела в лифте:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g}. \qquad (1.2.13)$$

В проекции на ось OY выражение (1.2.13) соответственно принимает вид:

1) $0 = N_1 - mg \;\Rightarrow\; P_1 = N_1 = mg$ (вес равен силе тяжести);

2) $ma = N_2 - mg \;\Rightarrow\; P_2 = N_2 = m(g + a)$ (вес больше силы тяжести);

3) $-ma = N_3 - mg \;\Rightarrow\; P_3 = N_3 = m(g - a)$ (вес меньше силы тяжести).

В общем виде выражение для веса будет выглядеть следующим образом:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \qquad (1.2.14)$$

1.2.4. ИМПУЛЬС

Импульс тела (количество движения) $\vec{p}$ – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (1.2.15)$$

Единица измерения импульса $[p]$ = 1 кг·м/с.

Импульс системы тел $\vec{p}_\Sigma$ – это векторная величина, равная векторной сумме импульсов всех материальных тел, образующих систему:

$$\vec{p}_\Sigma = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_N. \qquad (1.2.16)$$

С помощью понятия импульса второму закону Ньютона можно придать другую (импульсную форму):

$$\vec{F}_R = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}.$$

Таким образом, второй закон Ньютона в импульсной форме:

$$\vec{F}_R = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \qquad (1.2.17)$$

Из выражения (1.2.17) следует, что

$$\vec{F}_R \cdot \Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \Delta\vec{p}. \qquad (1.2.18)$$

Произведение в левой части (1.2.18) носит название *импульс силы* $\vec{F}_R \cdot \Delta t$ – величина, равная произведению действующей на тело силы на промежуток времени действия силы. Единица измерения импульса силы такая же что и у импульса тела [$\vec{F}_R \cdot \Delta t$] = 1 кг·м/с.

Из (1.2.18) видно, что импульс тела (или системы тел) может изменяться только лишь под действием внешних сил. Если на систему не действуют внешние силы (либо они компенсируют друг друга $\sum\limits_i \vec{F}_i^{\text{внеш}} = 0$), то такая ***система тел*** называется ***замкнутой***.

В замкнутой системе тел выполняется ***закон сохранения импульса:*** в замкнутой системе тел геометрическая сумма импульсов тел остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой:

$$\vec{p}_\Sigma = \sum_i \vec{p}_i = \text{const}. \qquad (1.2.19)$$

Векторный характер выражения (1.2.19) подразумевает, что *сохраняются все проекции импульса* замкнутой системы на выбранные координатные оси. Например, для двухмерного движения закон сохранения импульса записывается в виде: $p_x = \text{const}_x$, $p_y = \text{const}_y$. Может оказаться, что в *незамкнутой* системе равна нулю проекция внешних сил на какое-либо направление. В этом случае *сохраняется проекция импульса* этой системы на данное направление.

Часто взаимодействие тел между собой носит кратковременных характер – удар, выстрел, взрыв и т.д. Например, при взаимодействии двух тел выражение (1.2.19) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}', \\ m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 &= m\vec{v}_1{}' + m\vec{v}_2{}', \end{aligned} \qquad (1.2.20)$$

где $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ ($\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$) – импульсы (скорости) тел непосредственно перед их взаимодействием; $\vec{p}_1{}'$, $\vec{p}_2{}'$ ($\vec{v}_1{}'$, $\vec{v}_2{}'$) – импульсы (скорости) тел после взаимодействия. Следует отметить, что в законе сохранения импульса импульсы (скорости) для всех тел берутся (до взаимодействия и после взаимодействия) в одной и той же системе отсчёта.

1.2.5. РАБОТА. МОЩНОСТЬ. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Работа** A **постоянной силы $\vec{F}$ – скалярная физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$ (здесь учитывается, что при прямолинейном движении в одном направлении путь и перемещение равны) (см. рис. 1.2.8):

$$A = FS\cos\alpha. \qquad (1.2.21)$$

Единица измерения работы – $[A]$ = 1 Дж (джоуль).

Мощность P – скалярная физическая величина, равная отношению работы A к промежутку времени Δt, в течение которого она совершена (*Мощность численно равна работе совершаемой за единицу времени*):

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \qquad (1.2.22)$$

Единица измерения мощности – $[P]$ = 1 Дж/с = 1 Вт (ватт).

Если тело движется с постоянной скоростью v, то с учётом (1.2.21) выражение (1.2.22) может быть преобразовано к виду:

$$P = \frac{FS\cos\alpha}{\Delta t} = Fv\cos\alpha. \qquad (1.2.23)$$

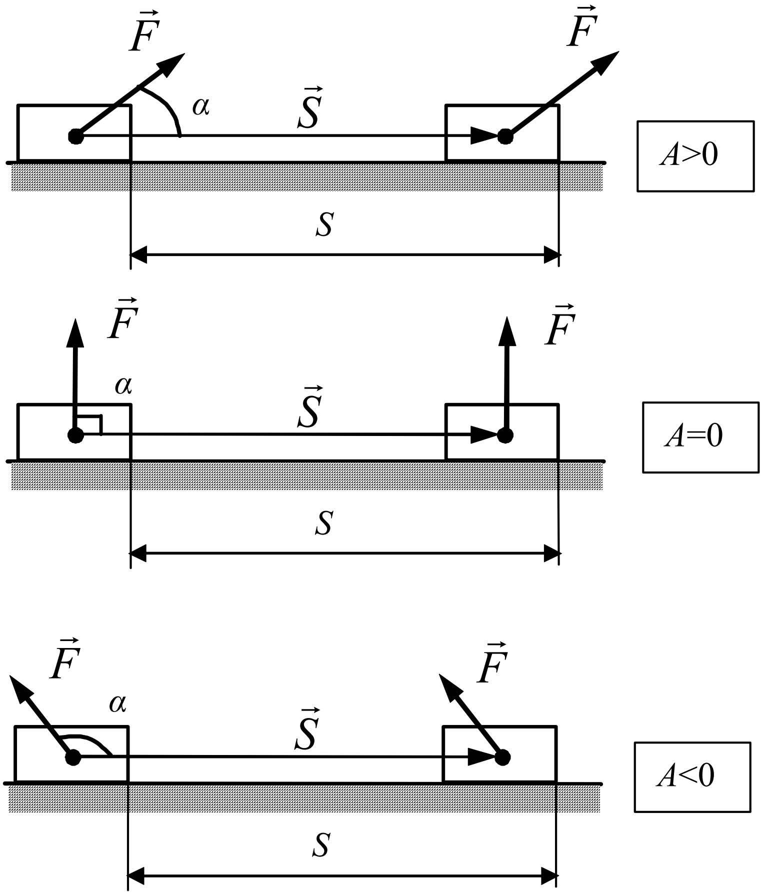


Рисунок 1.2.8 – Работа силы

Механическая энергия E – скалярная физическая величина, являющаяся мерой механического движения и взаимодействия тел. Энергия характеризует работу, которую может совершить тело.

Единица измерения энергии – $[E]$ = 1 Дж (джоуль).

Кинетическая энергия $E_к$ **(*энергия движения*)** – энергия, которой обладает любое тело массой m вследствие своего движения:

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}. \tag{1.2.24}$$

Кинетическая энергия – положительная величина, не зависящая от направления движения тела. Кинетическая энергия системы тел равна алгебраической (скалярной) сумме кинетических энергий отдельных тел системы:

$$E_{к\Sigma} = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_N\upsilon_N^2}{2}. \tag{1.2.25}$$

Связь между кинетической энергией и работой: Работа равнодействующей всех сил, приложенных к телу, равна приращению (изменению) кинетической энергии тела:

$$A = \Delta E_к = E_{к2} - E_{к1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \qquad (1.2.26)$$

где $E_{к1}$, $E_{к2}$ (v_1, v_2) – кинетическая энергия (скорость) тела в начальный и конечный моменты времени, соответственно. Таким образом, совершенная работа является мерой изменения энергии.

Из (1.2.26) следует, что если работа силы, приложенной к телу, положительна, то кинетическая энергия тела увеличивается. Если сила перпендикулярна перемещению, то работа равна нулю и изменения кинетической энергии не происходит. Если работа силы отрицательна (например, работа силы трения $A_{тр} = -F_{тр} \cdot S$), то кинетическая энергия (скорость) тела уменьшается. В случае с трением происходит необратимое преобразование механической (кинетической) энергии во внутреннюю энергию соприкасающихся тел (теплоту).

Если на тело действуют несколько сил, то работа A_R равнодействующей силы F_R равна сумме работ, совершаемых отдельными силами:

$$A_R = A_1 + A_2 + \ldots + A_N. \qquad (1.2.27)$$

Все силы, в зависимости от свойств совершаемой ими работы, делятся на *потенциальные* и *непотенциальные* силы. ***Потенциальная сила*** – это сила, работа которой при перемещении тела не зависит от траектории движения, а определяется только начальным и конечным положениями тела. Примерами таких сил являются сила тяжести, сила упругости, кулоновская сила в электростатике.

Непотенциальными называются ***силы***, работа которых зависит от формы пути. Примером такой силы является сила трения скольжения.

Потенциальная энергия $E_п$ тела в некоторой точке – это энергия, равная работе потенциальных сил, совершаемой при перемещении тела из данной точки пространства в другую точку, где потенциальная энергия тела принята равной нулю (выбор этой точки определяется из конкретных условий).

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести:

$$E_п = mgh, \qquad (1.2.28)$$

где h – высота тела над уровнем с нулевой потенциальной энергией.

Потенциальная энергия тела при его упругой деформации:

$$E_п = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}, \qquad (1.2.29)$$

где k – коэффициент жесткости, Δl – изменение длины тела.

Если несколько тел взаимодействует между собой только силами тяготения и силами упругости, и никакие внешние силы на них не действуют, то при любых взаимодействиях тел работа сил упругости или/и сил тяготения равна изменению потенциальной энергии тел, взятому с противоположным знаком:

$$A = -\left(E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1}\right) = -\Delta E_{\text{п}}, \qquad (1.2.30)$$

где $E_{\text{п}1}$, $E_{\text{п}2}$ – потенциальные энергии тела в начальный и конечный моменты времени, соответственно, а $\Delta E_{\text{п}}$ – приращение потенциальной энергии.

Полная механическая энергия E – это сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}. \qquad (1.2.31)$$

***Закон сохранения полной механической энергии*:** полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих только силами тяготения и упругости, остается неизменной:

$$\begin{aligned} &E_1 = E_2 = \text{const}, \\ &E_{\text{к}1} + E_{\text{п}1} = E_{\text{к}2} + E_{\text{п}2}. \end{aligned} \qquad (1.2.32)$$

Индексы 1 и 2 в (1.2.32) соответствуют энергиям в различные моменты времени. Закон сохранения энергии (1.2.32) устанавливает возможность взаимных превращений кинетической и потенциальной энергии тел друг в друга.

Отметим, что закон сохранения полной механической энергии не выполняется, если в системе присутствуют силы трения (сопротивления). В этом случае механическая энергия тел превращается в энергию теплового движения молекул (внутреннюю энергию тел, тепло).

Закон сохранения полной энергии системы тел: При любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает, а только превращается из одной формы в другую (механическая в тепловую или электромагнитную и наоборот).

Примером взаимодействия тел является *удар* – столкновение двух тел. В отсутствие действия других тел (или если внешние силы скомпенсированы), эту систему можно считать замкнутой.

Абсолютно упругий удар – это столкновение, после которого остаточная деформация тел отсутствует (упругая деформация). В этом случае, суммарная кинетическая энергия столкнувшихся тел не изменяется. Происходит лишь перераспределение кинетической энергии тел. Кроме этого выполняется закон сохранения импульса. Систему уравнений, описывающую абсолютно упругий удар, можно записать в виде:

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2', \\ E_{к1} + E_{к2} = E_{к1}' + E_{к2}'; \end{cases} \tag{1.2.33а}$$

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2', \\ \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2} = \dfrac{m_1 v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2'^2}{2}. \end{cases} \tag{1.2.33б}$$

Индексы 1 и 2 относятся к первому (m_1) и второму телу (m_2), соответственно. В левой части равенств находятся величины до удара, в правой части – после удара.

Абсолютно неупругий удар – столкновение, в результате которого тела начинают двигаться как единое целое с сохранением остаточной деформации (пластическая деформация). Кинетическая энергия в случае абсолютно неупругого удара не сохраняется: часть её преобразуется во внутреннюю энергию столкнувшихся тел (идёт на работу по деформации). Однако, т.к. система является замкнутой, то выполняется закон сохранения импульса (1.2.20), который в данном случае запишется в виде:

$$\begin{aligned} &\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}, \\ &m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}, \end{aligned} \tag{1.2.34}$$

где $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ ($\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$) – импульсы (скорости) тел перед взаимодействием; $\vec{p}$ ($\vec{v}$) – импульс (скорость) тел после взаимодействия.

Часть кинетической энергии $\Delta E_к$, перешедшей во внутреннюю энергию ΔU столкнувшихся тел (выделившаяся теплота Q) может быть найдена, как:

$$\begin{aligned} &\Delta E_к = \Delta U = Q = E_{к1} + E_{к2} - E_к = \\ &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}, \end{aligned} \tag{1.2.35}$$

где $E_{к1}$ и $E_{к2}$ – кинетическая энергия 1-го и 2-го тела, соответственно, перед взаимодействием; $E_к$ – кинетическая энергия тел после взаимодействия.

Коэффициент полезного действия

Каждый вид энергии может полностью превратиться в любой другой вид энергии. Однако во всех реальных машинах (механизмах, преобразователях энергии) кроме полезной работы происходят превращения энергии, которые называют потерями энергии. Чем меньше относительные потери энергии, тем совершеннее машина. Степень совершенства машины характеризуется *коэффициентом полезного действия (КПД)* η: отношением полезно используемой энергии $E_{\text{полезн}}$ (или полезной работы $A_{\text{п}}$) к энергии E, подводимой к данной машине (затраченной работе $A_{\text{з}}$), либо как аналогичное отношение мощностей:

$$\eta = \frac{E_{\text{полезн}}}{E} = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{з}}}. \qquad (1.2.36)$$

КПД может выражаться в относительных долях или в процентах. КПД любой реальной машины (механизма) всегда $\eta < 1$ ($\eta < 100\%$).

Момент $\vec{M}$ силы $\vec{F}$ (вращающий момент) – векторная физическая величина, являющаяся мерой действия одного тела на другое при вращательном движении. Величина момента силы определяется выражением:

$$M = F \cdot l = F \cdot d \cdot \sin\varphi, \qquad (1.2.37)$$

где $l = d \cdot \sin\varphi$ называется ***плечом силы***, и равно кратчайшему расстоянию от точки вращения O до линии действия силы, d – расстояние от точки вращения O до точки приложения силы N (рис. 1.2.9).

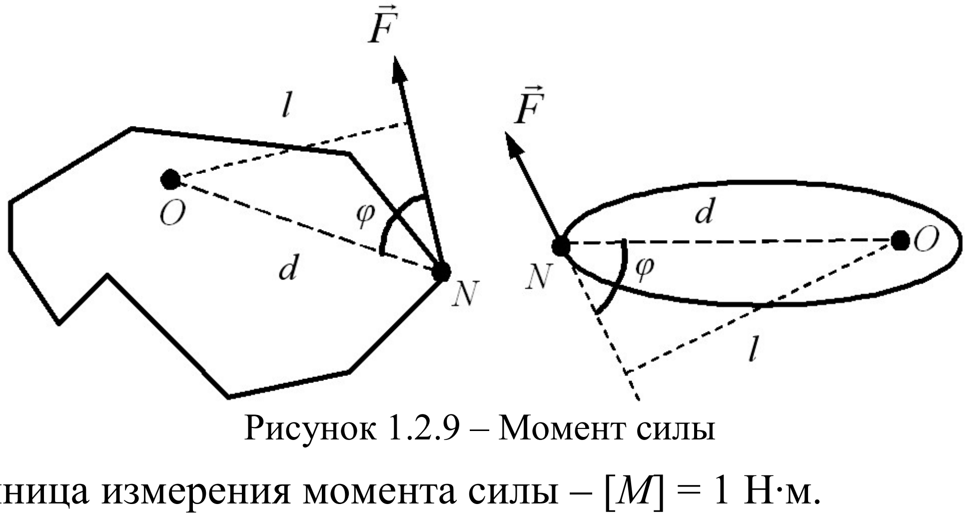


Рисунок 1.2.9 – Момент силы

Единица измерения момента силы – $[M] = 1$ Н·м.

1.2.6. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Плотность вещества ρ – величина, определяющая отношение массы вещества к его объему:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (1.2.38)$$

Единица измерения плотности – $[\rho] = 1$ кг/м^3.

Давление p – величина, определяющая отношение модуля силы F, действующей нормально к поверхности, к площади этой поверхности S:

$$p = \frac{F}{S}. \qquad (1.2.39)$$

Единица измерения давления – $[p] = 1$ Н/м^2 = 1 Па.

На практике обычно применяются внесистемные единицы давления:

– физическая нормальная атмосфера – 1 атм $\approx 10^5$ Па и

– миллиметр ртутного столба – 1 мм рт. ст. ≈ 133 Па.

Закон Паскаля: все жидкости и газы передают производимое на них силами давление одинаково во все стороны.

Давление столба жидкости (газа). Гидростатическое давление

Сила давления столба жидкости (газа) равна его весу. ***Давление столба жидкости*:**

$$p = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \rho g h, \qquad (1.2.40)$$

где m, V, h, S – масса, объём, высота, площадь поперечного сечения столба жидкости (газа), соответственно; ρ – плотность жидкости (газа).

Гидростатическое давление – суммарное давление, обусловленное весом столба жидкости $\rho g h$ и внешним давлением p_0 (например, атмосферным) на её свободной поверхности:

$$p = p_0 + \rho g h. \qquad (1.2.41)$$

Закон Архимеда. Плавание тел

***Закон Архимеда*:** на тело, погруженное в жидкость (газ) действует выталкивающая сила $F_{\text{А}}$ (сила Архимеда), направленная вертикально вверх и равная по величине весу вытесненной жидкости (газа):

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{П}}, \qquad (1.2.42)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости (газа), $V_{\text{П}}$ – объем погруженной в жидкость (газ) части тела.

Сила Архимеда направлена противоположно силе тяжести ($\vec{F}_{\text{А}} \uparrow\downarrow m\vec{g}$). Поэтому вес тела при взвешивании в жидкости или газе оказывается меньше веса, измеренного в вакууме.

Уравнение движения тела, находящегося в жидкости:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{А}}. \quad (1.2.43)$$

Если сила тяжести по модулю больше силы Архимеда, то тело опускается вниз с ускорением a – тонет (рис. 1.2.10 а).

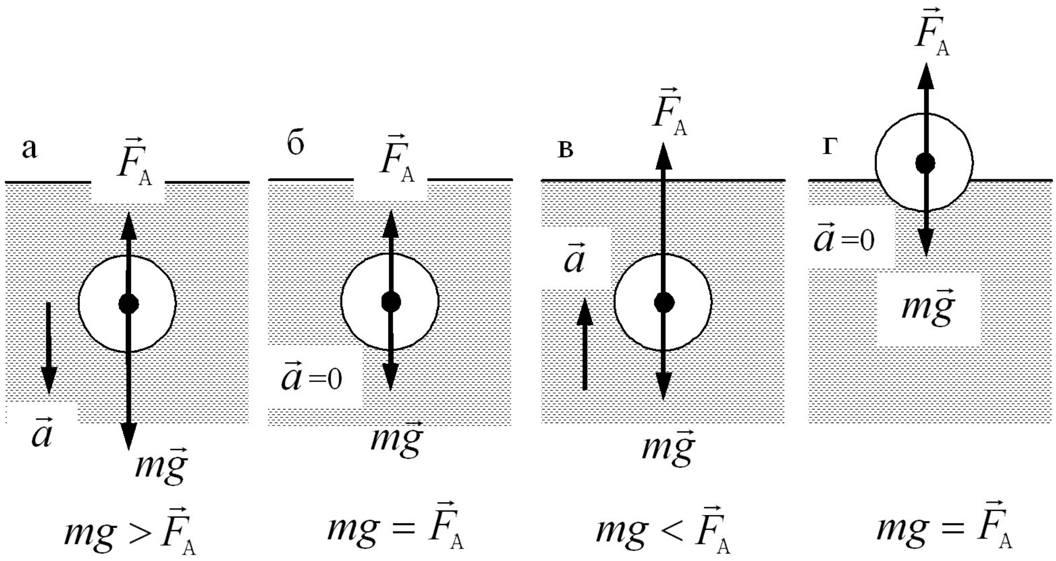


Рисунок 1.2.10 – Сила Архимеда.

Если модуль силы тяжести равен модулю силы Архимеда, то тело может находиться в равновесии (невесомости) на любой глубине (рис. 1.2.10 б).

Если сила Архимеда по модулю больше силы тяжести, то тело поднимается вверх с ускорением a – всплывает (рис. 1.2.10 в). Всплывшее тело частично выступает над поверхностью жидкости (рис. 1.2.10 г). Тело вытесняет такой объем жидкости, что вес вытесненной жидкости равен весу плавающего тела.

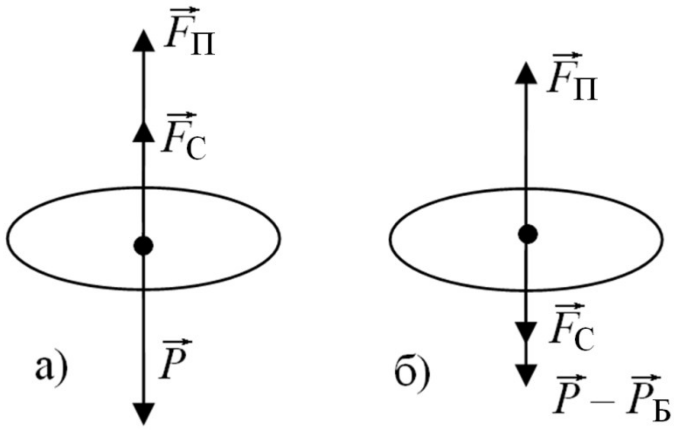
1.2.7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Балласт, какого веса $P_{\text{Б}}$ надо сбросить с равномерно спускающегося аэростата, чтобы он начал подниматься с той же скоростью? Вес аэростата с балластом $P = 16$ кН, подъемная сила аэростата $F_{\text{П}}$=12 кН. Силу сопротивления воздуха $F_{\text{С}}$ считать одинаковой при подъеме и при спуске. Ответ дать в СИ.

Дано:
P = 16 кН = $1{,}6\cdot10^4$ Н
$F_П$=12 кН = $1{,}2\cdot10^4$ Н
$F_С = const$
Найти:
$P_Б$ = ?

Решение:

Так как движение равномерное, то по первому закону Ньютона равнодействующая сила равна нулю, т.е. $\sum_{i=1}^{n}\overline{F_i} = 0$.



При спуске аэростата (рис. а) это уравнение принимает вид:

$$F_П + F_С - P = 0.$$

Когда балласт был сброшен, и аэростат начал подниматься (рис. б), получим уравнение следующего вида: $F_П - F_С - (P - P_Б) = 0$.

Сложим оба уравнения, и найдем вес балласта:

$$2F_П = 2P - P_Б.$$

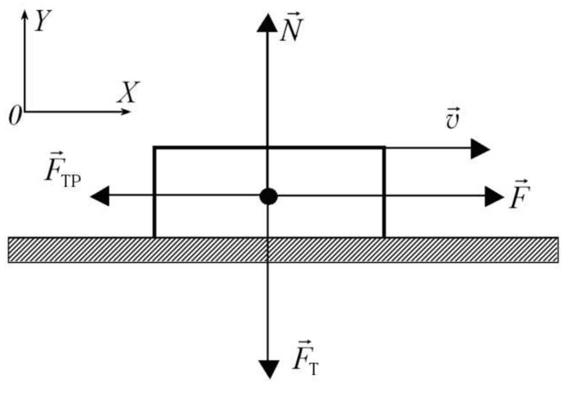
Откуда $P_Б = 2P - 2F_П$ = 32000 – 24000 = 8000 = $8\cdot10^3$ Н.

$\boxed{\text{Ответ: } P_Б = 8\cdot10^3 \text{ Н.}}$

2. Грузовик массой 5000 кг начинает движение с ускорением 1,5 м/с^2. С каким ускорением будет двигаться грузовик, если после загрузки его масса увеличилась вдвое? Сила тяги мотора постоянна и равна 8000 Н. Ответ дать в СИ.

Дано:
$m_1 = 5\cdot10^3$ кг
a_1 = 1,5 м/с^2
$F = 8\cdot10^3$ Н
$m_2 = 2m_1$
Найти:
a_2 = ?

Решение:



Векторы сил, действующих на грузовик при его движении, изображены на рисунке. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_R}{m}$, где вектор равнодействующей силы складывается из четырёх векторов: $\vec{F}_R = \vec{F}_\text{Т} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_\text{ТР}$.

В проекции на ось Y имеем: $a_Y = \dfrac{N - F_\text{Т}}{m} = 0$, следовательно $N = F_\text{Т} = mg$.

Второй закон Ньютона в проекции на ось X:

$$ma_X = ma = F - F_\text{ТР} = F - \mu N = F - \mu mg.$$

Запишем систему уравнений в проекции на ось X для случаев пустого и загруженного автомобиля:

$$F - \mu m_1 g = m_1 a_1, \qquad F - \mu m_2 g = m_2 a_2.$$

Из первого уравнения найдём $\mu = \dfrac{F - m_1 a_1}{m_1 g}$.

Из первого уравнения вычтем второе, и с учётом ($m_2 = 2m_1$) получим:

$$\mu(m_2 - m_1)g = m_1 a_1 - m_2 a_2, \qquad \mu m_1 g = m_1 a_1 - 2m_1 a_2,$$

$$\mu g = a_1 - 2a_2,$$

$$a_2 = \frac{a_1 - \mu g}{2} = \frac{m_1 a_1 - F + m_1 a_1}{2m_1} =$$

$$= a_1 - \frac{F}{2m_1} = 1{,}5 - \frac{8 \cdot 10^3}{2 \cdot 5 \cdot 10^3} = 0{,}7 \quad \text{м/с}^2.$$

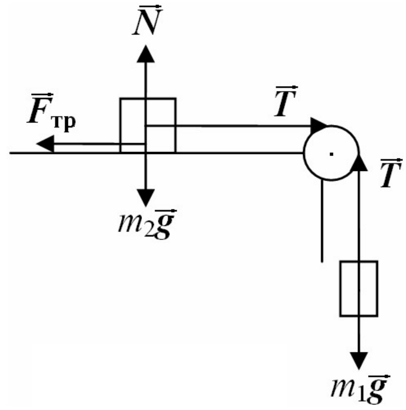
Ответ: $\boxed{a_2 = 0{,}7 \text{ м/с}^2}$.

3. Грузы одинаковой массы ($m_1 = m_2 = 0{,}5$ кг) соединены нитью и перекинуты через невесомый блок, укрепленный на конце стола (см. рисунок в решении). Коэффициент трения груза m_2 о стол $\mu = 0{,}15$. Пренебрегая массой блока и трением в блоке, определить в единицах СИ: а) ускорение, с которым движутся грузы; б) силу натяжения нити.

Дано:
$m_1 = m_2 = 0{,}5$ кг
$\mu = 0{,}15$
Найти:
$a = ?$
$T = ?$

Решение:

По второму закону Ньютона уравнения движения грузов имеют вид:



$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T, \\ m_2 a = T - \mu m_2 g \end{cases}.$$

Сложим их, и получим

$$m_1 a + m_2 a = m_1 g - \mu m_2 g.$$

Откуда

$$a = \frac{(m_1 - \mu m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{(0{,}5 - 0{,}15 \cdot 0{,}5) \cdot 9{,}8}{0{,}5 + 0{,}5} = 4{,}17 \text{ м/с}^2;$$

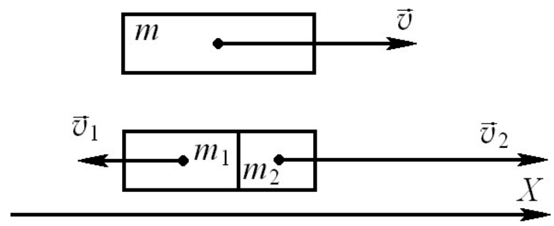
$$T = m_1(g - a) = 0{,}5(9{,}8 - 4{,}17) = 2{,}82 \text{ Н}.$$

Ответ: $a = 4{,}17$ м/с^2, $T = 2{,}82$ Н.

4. Снаряд массой 5 кг, вылетевший из орудия, в верхней точке траектории имеет скорость 300 м/с. В этой точке он разорвался на два осколка, причем больший осколок массой 3 кг полетел в обратном направлении со скоростью 100 м/с. Определить в СИ скорость второго, меньшего, осколка.

Дано:
$m = 5$ кг
$v = 300$ м/с
$m_1 = 3$ кг
$v_1 = 100$ м/с
Найти:
$v_2 = ?$

Решение:



На рисунке изображены ситуации до и после разрыва снаряда. По закону сохранения импульса полный импульс системы до разрыва равен полному импульсу системы после разрыва снаряда: $m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$. Возьмём проекцию на ось X:

$$mv = -m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Учтём, что $m_2 = m - m_1$. Тогда

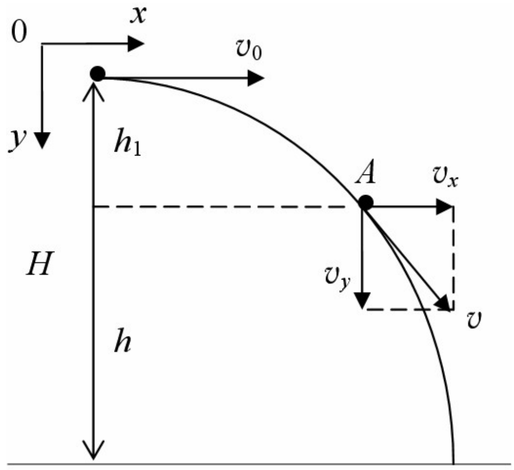
$$v_2 = \frac{mv + m_1 v_1}{m_2} = \frac{mv + m_1 v_1}{m - m_1} = \frac{5 \cdot 300 + 3 \cdot 100}{2} = 900 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 900$ м/с.

5. С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить кинетическую и потенциальную энергию камня через 1 с после начала движения. Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u> $H = 20$ м $v_0 = 10$ м/с $m = 0{,}4$ кг $t = 1$ с <u>Найти:</u> $E_к = ?$ $E_п = ?$

Решение:



В точке A (см. рисунок) кинетическая и потенциальная энергии будут определяться соответственно мгновенной скоростью v и высотой h в данный момент времени:

$$E_к = \frac{mv^2}{2}, \qquad E_п = mgh,$$

где $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$,

а высота: $h = H - h_1, \qquad h_1 = \dfrac{gt^2}{2}.$

Тогда $\quad E_к = \dfrac{m}{2}(v_0^2 + g^2t^2) = \dfrac{0{,}4}{2}(100 + 96{,}04 \cdot 1) = 39{,}2$ Дж,

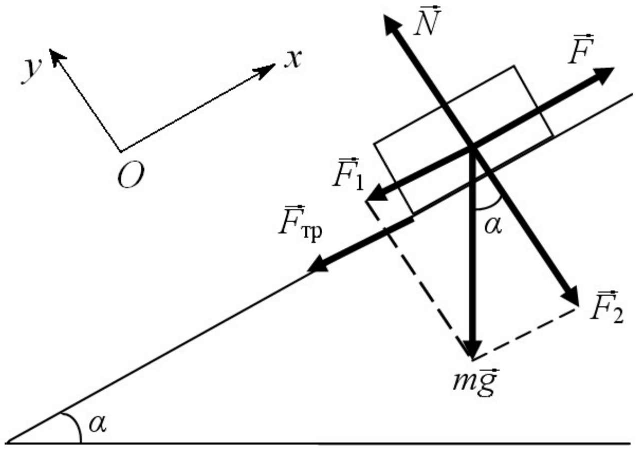
$$E_п = mg\left(H - \frac{gt^2}{2}\right) = 0{,}4 \cdot 9{,}8(20 - 4{,}9) = 59{,}2 \text{ Дж}.$$

Ответ: $E_к = 39{,}2$ Дж, $E_п = 59{,}2$ Дж.

6. Автомобиль массой 1,8 т равномерно движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути (см. рисунок в решении). Определить: а) работу (в МДж), совершаемую двигателем автомобиля на пути 5 км, если коэффициент трения равен 0,1; б) развиваемую двигателем мощность (в кВт), если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин.

Дано:
m = 1800 кг
h = 3 м
l = 100 м
s = 5000 м
μ = 0,1
t = 300 с
Найти:
A = ? (МДж)
P = ? (кВт)

Решение:



Определим sin и cos угла наклона дороги:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = 0{,}03, \qquad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \cong 1.$$

Работу можно найти как произведение силы тяги двигателя на проделанный путь: $A = Fs$.

Силу тяги двигателя автомобиля найдём из второго закона Ньютона: $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a} = 0$, т. к. движение равномерное (a = 0).

Запишем проекции второго закона Ньютона на координатные оси (см. рис.):

$$\begin{cases} F - F_1 - F_{\text{тр}} = F - mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = 0, \\ N - F_2 = N - mg\cos\alpha = 0. \end{cases}$$

Отсюда:

$$N = mg\cos\alpha, \qquad F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha,$$

$$F = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

Тогда работа силы тяги:

$$A = mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) =$$

$$= 1800\cdot 9{,}8\cdot 5000(0{,}03 + 0{,}1\cdot 1) \cong 1{,}15\cdot 10^7 \quad \text{Дж},$$

$$P = \frac{mgs(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{t} =$$

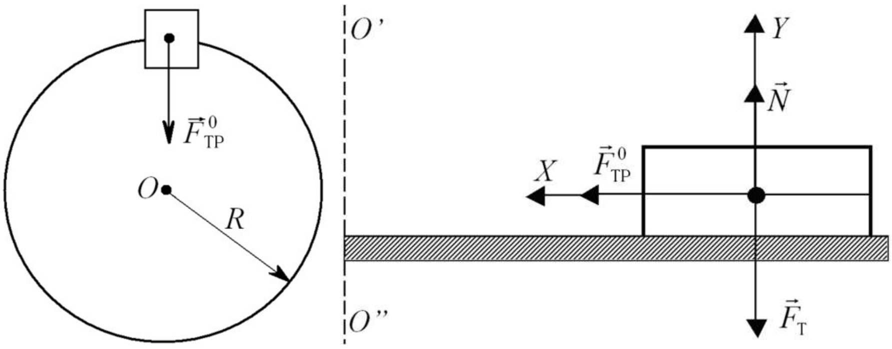
$$= \frac{1800\cdot 9{,}8\cdot 5000(0{,}03 + 0{,}1\cdot 1)}{300} \cong 3{,}8\cdot 10^4 \quad \text{Вт}.$$

Ответ: A = 11,5 МДж, P = 38,3·кВт.

7. Диск вращается в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью 3,14 рад/с. На расстоянии 12 см от оси на диске лежит тело. Каким должен быть минимальный коэффициент трения, чтобы тело не соскользнуло с диска? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

<u>Дано:</u>
ω = 3,14 рад/с
R = 0,12 м
g = 10 м/с^2
<u>Найти:</u>
μ_{min} = ?

Решение:



вид сверху вид сбоку

На рисунке показаны силы, действующие на тело массой m, вращающееся вместе с диском. Запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{Т}} + \vec{N} + \vec{F}^0_{\text{ТР}} = m\vec{a}.$$

Проекция ускорения тела на ось Y равна нулю. Это означает, что сила нормальной реакции по величине равна силе тяжести:

$$F_{\text{Т}} = N = mg.$$

В проекции на ось X имеем: $F^0_{\text{ТР}} = ma_X$, где a_X – центростремительное ускорение: $a_X = v^2/R = \omega^2 R$. Таким образом, сила трения покоя, направленная к центру вращения и удерживающая тело на диске: $F^0_{\text{ТР}} = m\omega^2 R$. Эта сила не должна превышать силу трения скольжения: $F^0_{\text{ТР}} \le F_{\text{ТР}} = \mu N = \mu mg$. Тогда приходим к неравенству: $\mu \ge \dfrac{\omega^2 R}{g}$. Отсюда находим минимальный коэффициент трения, при котором тело ещё не соскальзывает с диска:

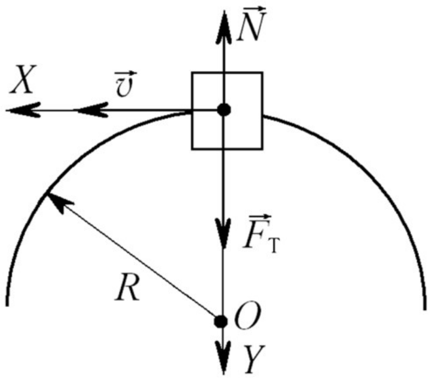
$$\mu_{min} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{10 \cdot 0{,}12}{10} = 0{,}12.$$

$\boxed{\text{Ответ: } \mu_{min} = 0{,}12.}$

8. Через реку переброшен выпуклый мост, имеющий форму дуги окружности радиусом 100 м. Через мост необходимо проехать грузовику массой 5 т. При какой минимальной скорости грузовика это возможно? Максимальная нагрузка, которую может выдержать мост, равна 44 кН. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
m = 5000 кг
R = 100 м
P_{max} = 44000 Н
Найти:
v_{min} = ?

Решение:



Давление автомобиля на мост при движении с постоянной скоростью v будет максимально на вершине моста (см. рисунок). Запишем второй закон Ньютона в векторном виде: $\vec{F}_\text{Т} + \vec{N} = m\vec{a}$. В проекции на ось Y он запишется: $F_\text{Т} - N = ma_Y$, где сила тяжести $F_\text{Т} = mg$. По третьему закону Ньютона сила нормальной реакции моста N равна весу автомобиля P (силе его давления на мост): $N = P$.

Ускорение автомобиля является центростремительным ускорением при движении по окружности: $a_Y = v^2/R$. Сделав все подстановки, получим: $mg - P = m\dfrac{v^2}{R}$. Выразим отсюда скорость:

$$v_{min} = \sqrt{R\left(g - \frac{P_{max}}{m}\right)} = \sqrt{100\left(9{,}8 - \frac{44 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^3}\right)} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: v_{min} = 10 м/с.

9. Пуля массой 10 г вылетела из винтовки со скоростью 1000 м/с, в мишень вошла через 0,2 с со скоростью 600 м/с. Определить среднюю мощность силы сопротивления воздуха полёту пули. Ответ дать в киловаттах.

Дано:
$m = 10^{-2}$ кг
$\upsilon_1 = 1000$ м/с
$\upsilon_2 = 600$ м/с
$\Delta t = 0{,}2$ с
Найти:
$P_С = ?$ (кВт)

Решение:

Мощность силы сопротивления воздуха можно рассчитать, как работу, совершённую этой силой за единицу времени. Учтём, что работа силы сопротивления отрицательна, т.е. приводит к уменьшению кинетической энергии пули:

$$A_С = -(E_{к2} - E_{к1}) = \frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{m}{2}(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2).$$

Тогда, искомая мощность:

$$P_С = \frac{A_С}{\Delta t} = \frac{m(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2)}{2\Delta t} = \frac{10^{-2} \cdot (100 - 36) \cdot 10^4}{2 \cdot 0{,}2} = 16 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

$\boxed{\text{Ответ: } P_С = 16 \text{ кВт.}}$

10. Пружина детского пистолета под действием силы 9,8 Н сжалась на 4 см. На какую высоту подлетит пулька массой 1 г при выстреле вертикально вверх? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$F = 9{,}8$ Н
$\Delta l = 0{,}04$ м
$m = 10^{-3}$ кг
Найти:
$h = ?$

Решение:

Проследим за превращениями механической энергии в данной ситуации. Потенциальная энергия сжатой пружины $E_{п1}$ при её распрямлении полностью переходит в кинетическую энергию $E_к$ пульки в момент выстрела. По мере подъёма пульки вверх её кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию $E_{п2}$. В наивысшей точке подъёма скорость пульки (и соответственно кинетическая энергия) будет равна нулю, и вся механическая энергия пульки будет равна потенциальной на высоте h. Поскольку в системе действуют только потенциальные силы, то закон сохранения механической энергии можно записать в виде: $E_{п1} = E_к = E_{п2}$.

Для потенциальной энергии сжатой пружины: $E_{п1} = \frac{k\Delta l^2}{2}$. Жёсткость пружины k найдём из третьего закона Ньютона:

$$F = \left|F_{упр}\right| = k\Delta l, \quad k = \frac{F}{\Delta l}.$$

Тогда, $$E_{\text{п}1} = \frac{F\Delta l}{2} = E_{\text{п}2} = mgh.$$

Отсюда, $$h = \frac{F\Delta l}{2mg} = \frac{9{,}8 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8} = 20 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 20$ м.

11. Тело в форме куба, с ребром 10 см, находится в воде. Нижняя грань куба удалена от поверхности воды на расстояние 1 м. Чему равна сила, действующая со стороны воды на нижнюю грань куба? Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u>
$a = 0{,}1$ м
$h = 1$ м
<u>Найти:</u>
$F = ?$

Решение:

Давление p, оказываемое водой на нижнюю грань куба (без учёта атмосферного давления) равно давлению столба жидкости на глубине h: $p = \rho gh$. Здесь ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения. От давления перейдём к силе давления: $F = pS$, где $S = a^2$ – площадь грани куба.

В итоге, получим: $F = \rho gha^2 = 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 1 \cdot 0{,}01 = 98$ Н.

Ответ: $F = 98$ Н.

12. Сила Архимеда уменьшает вес тела, полностью погруженного в воду, в 6 раз. Чему равна плотность вещества, из которого изготовлено это тело? Выталкивающей силой воздуха пренебречь. Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u>
$\eta = P/P_{\text{в}} = 6$
<u>Найти:</u>
$\rho_{\text{т}} = ?$

Решение:

Положим тело на неподвижную опору. По третьему закону Ньютона вес тела P (сила давления на опору) равен силе реакции опоры N: $P = N$. Рассмотрим силы, действующие на тело в двух случаях: а) в воздухе; б) в воде (см. рисунок). В первом случае сила реакции опоры равна силе тяжести: $N = F_{\text{т}}$. Во втором случае появляется сила Архимеда $F_{\text{А}}$, действующая на тело со стороны воды, и условие статического равновесия примет вид: $N_{\text{в}} + F_{\text{А}} = F_{\text{т}}$. При этом, $\eta = P/P_{\text{в}} = N/N_{\text{в}} = F_{\text{т}}/(F_{\text{т}} - F_{\text{А}})$.

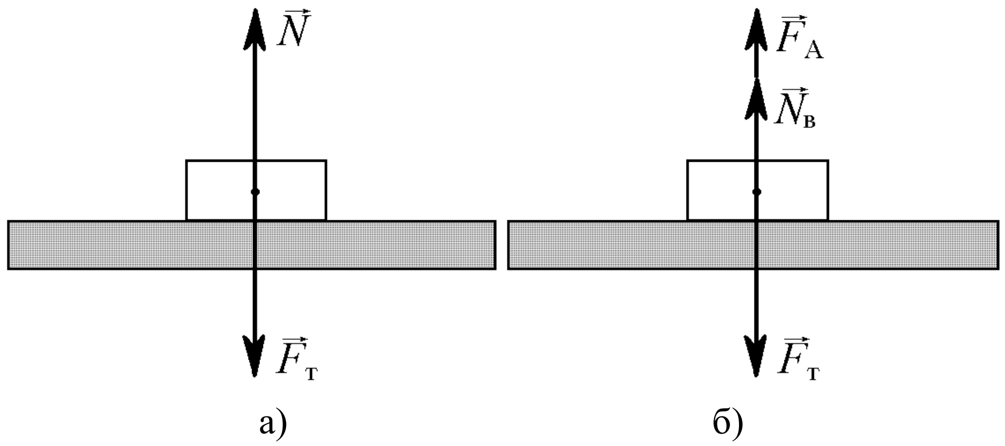


Рисунок – Силы, действующие на тело: а) в воздухе; б) в воде

Выражение для силы тяжести: $F_т = mg = \rho_т Vg$, где V – объём тела. Выражение для силы Архимеда: $F_А = \rho Vg$, где ρ – плотность воды. Подставим их в выражение для η: $\eta = \rho_т Vg/(\rho_т Vg - \rho Vg) = \rho_т/(\rho_т - \rho)$.

Выражая $\rho_т$, получим: $\rho_т = \eta\rho/(\eta - 1) = 10^3 \cdot 6/5 = 1200$ кг/м^3.

Ответ: $\rho_т = 1200$ кг/м^3.

1.2.7. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Камень массой 100 г брошен вертикально вверх. Скорость камня со временем изменяется по закону $v = 12 - 10t$. Определите величину и направление вектора импульса камня через 2 с. За положительное направление оси OY принять направление снизу вверх.

1) 800 кг·м/с, вверх; 2) 800 кг·м/с, вниз;
3) 0,8 кг·м/с, вверх; 4) 0,8 кг·м/с, вниз.

Решение: Подставляя значение времени в формулу скорости, получим $v = -8$ м/с. Минус означает, что вектор скорости изменил своё направление на противоположное (т.е. в отрицательном направлении OY, **вниз**). Переведя массу камня в СИ (в кг) 100 г = 0,1 кг, и подставляя её в формулу импульса, получим:

$$p = mv = -0{,}1 \cdot 8 = 0{,}8 \text{ кг·м/с}.$$

В итоге, правильный ответ: **4) 0,8 кг·м/с, вниз**.

2. Катер с постоянной скоростью плывёт против течения реки. Какое из приведённых ниже утверждений правильно описывает это движение?

1) сила тяги мотора катера превышает скорость течения реки;
2) сила тяги мотора катера превышает силу сопротивления воды;
3) архимедова сила, действующая на катер, больше его веса;
4) сумма всех сил, приложенных к катеру, равна нулю.

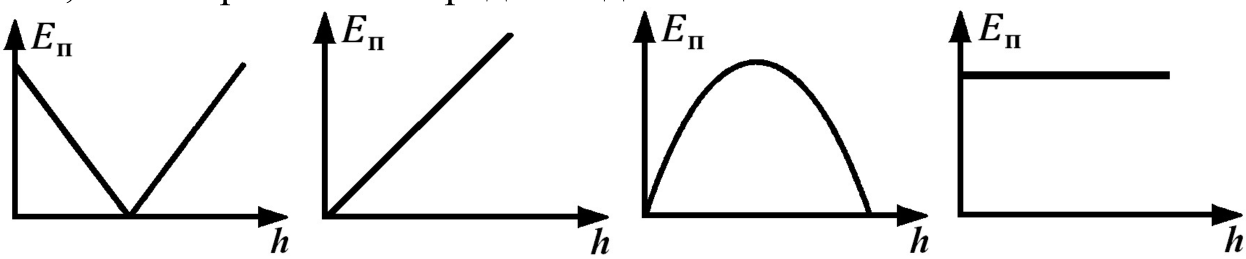
Решение: Т.к. катер движется с постоянной скоростью, то его ускорение равно нулю. Значит, по второму закону Ньютона: **4) сумма всех сил, приложенных к катеру, равна нулю**.

3. Как изменится сила тяжести, действующая на искусственный спутник Земли, если его с поверхности Земли вывести на околоземную орбиту, на высоту равную двум радиусам Земли?

1) уменьшится в 2 раза; 2) уменьшится в 4 раза;
3) уменьшится в 9 раз; 4) не изменится.

Решение: При выведении спутника на указанную орбиту, расстояние r между ним и центром Земли увеличится в 3 раза (с $R_з$ до $3R_з$). По закону всемирного тяготения (1.2.8): $F_Г = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, сила притяжения к Земле **уменьшится в 9 раз**.

4. Артиллерийский снаряд вылетает из ствола орудия под углом 45^o к горизонту. На каком из графиков, приведённых ниже, правильно указана зависимость потенциальной энергии снаряда как функции высоты, на которой этот снаряд находится?



1) 2) 3) 4)

Решение: Потенциальная энергия определяется по формуле:

$$E_п = mgh.$$

Высота снаряда со временем сначала растёт, потом убывает. Но, потенциальная энергия от высоты зависит линейно, согласно приведённой формуле. Поэтому, **правильный график** изображён **под номером 2**.

5. Из орудия, стоящего на возвышенности, в горизонтальном направлении производится выстрел. Масса снаряда много меньше массы орудия. Оружие при выстреле откатывается в сторону, противоположную выстрелу. Сравните импульсы снаряда и орудия сразу после выстрела. Трением пренебречь.

1) импульс снаряда больше, т.к. его скорость больше;
2) импульс орудия больше, т.к. его масса больше;
3) импульсы снаряда и орудия одинаковы по величине;

4) импульсы разных тел не подлежат сравнению.

Решение: По закону сохранения импульса и при условии, что в начальный момент времени снаряд и орудие покоились, их **импульсы будут равны по величине** и противоположны по направлению. В итоге, правильный ответ **3)**.

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА
ГЛАВА 1. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
2.1.1 ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Любое тело (вещество) состоит из мельчайших частиц (молекул, атомов), которые находятся в непрерывном хаотическом (тепловом) движении.

Количество вещества ν – это величина, характеризующая число частиц, составляющих физическую систему. Единица измерения количества вещества – моль: $[\nu] = 1$ моль.

В одном моле любого вещества (независимо от агрегатного состояния) содержится одинаковое число молекул $N_А$, которое называется *числом Авогадро*: $N_А = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Если однородная система содержит N частиц, то её количество вещества определяется числом содержащихся в ней молей:

$$\nu = N/N_А.$$

Молярная масса вещества μ – величина, равная отношению массы m системы к количеству вещества у этой системы:

$$\mu = m/\nu. \tag{2.1.1}$$

Единица измерения молярной массы $[\mu] = 1$ кг/моль. Значение молярной массы, выраженной в г/моль, численно совпадает с относительной молекулярной массой. Для молярной массы можно записать:

$$\mu = m_0 \cdot N_А, \tag{2.1.2}$$

где $m_0 = m/N$ – масса одной молекулы вещества.

Концентрация n молекул (атомов) – величина, численно равная отношению числа N молекул, содержащихся в системе, к её объёму V:

$$n = N/V. \tag{2.1.3}$$

Единица измерения концентрации $[n] = 1/м^3$.

Связь концентрации молекул и плотности газа: $\rho = m_0 \cdot n$.

Идеальный газ – физическая модель, в которой предполагается, что суммарный объём молекул пренебрежимо мал по сравнению с объёмом сосуда, между молекулами не действуют силы притяжения, взаимодействие ограничивается упругими соударениями молекул между собой и стенками сосуда.

Равновесное состояние (тепловое равновесие) – это состояние, в которое при неизменных внешних условиях приходит система и дальше остаётся в этом состоянии сколь угодно долго. Температура во всех частях системы, находящейся в равновесном состоянии, одинакова.

Нормальные условия – условия, когда газ находится при *нормальной температуре* $T_0 = 273$ К и *нормальном давлении* $p_0 = 10^5$ Па.

Температура тела характеризует энергию хаотического теплового движения молекул (атомов), составляющих это тело. То есть, температура – мера средней кинетической энергии молекул.

Абсолютная (термодинамическая) температура в системе СИ измеряется в кельвинах: $[T] = 1$ К. Минимальное значение абсолютной температуры $T_{min} = 0$ К. Связь между температурой T по шкале Кельвина и температурой t по шкале Цельсия: $T = t + 273$.

Температурный интервал градус Цельсия равен Кельвину ($1\ ^{\circ}$C = 1 К).

Число степеней свободы i молекулы (атома) определяется числом независимых координат, однозначно задающих состояние движения молекулы (атома) (прямолинейное поступательное движение вдоль и вращение около трёх взаимно перпендикулярных осей). В таблице 2.1 приведены значения числа степеней свободы i для различных типов газов и видов движения молекул.

Таблица 2.1 Число степеней свободы

Газ	Вид движения		Всего i
	Поступательное	Вращательное	
Одноатомный (He, Ne, Ar и т.п.)	3	–	3
Двухатомный (H_2, N_2, O_2 и т.п.)	3	2	5
Трёхатомный (и более) (CO_2, H_2O и т.п.)	3	3	6

***Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы*:** на каждую степень свободы i молекулы приходится в среднем кинетическая энергия теплового хаотического движения, равная

$$\langle \varepsilon \rangle_1 = \frac{1}{2} kT, \qquad (2.1.4)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия теплового движения одной молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \tag{2.1.5}$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}} = \frac{3}{2} kT. \tag{2.1.6}$$

Средняя квадратичная скорость $\upsilon_{\text{кв}}$ – скорость таких молекул газа, кинетическая энергия поступательного движения которых равна *средней* кинетической энергии поступательного движения ($\varepsilon = \frac{m_0 \upsilon_{\text{кв}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$):

$$\upsilon_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \tag{2.1.7}$$

где $R = k \cdot N_{\text{A}} = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

2.1.2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

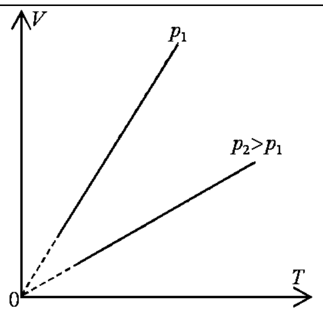
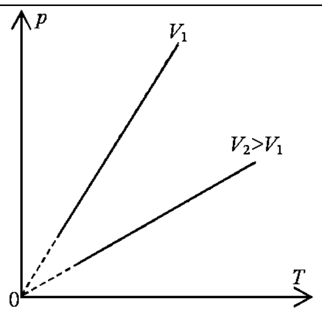
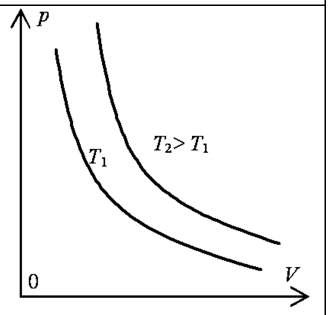
При условиях, близких к нормальным, большинство газов подчиняется ***уравнению Менделеева–Клапейрона (уравнению состояния идеального газа)***:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT. \tag{2.1.8}$$

где p, V и T – давление, объём и абсолютная температура газа соответственно, ν – количество вещества в молях, m – масса газа, μ – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная.

В таблице 2.2 приведены три частных случая уравнения Менделеева–Клапейрона, которые называются ***газовыми законами***. Эти законы связывают друг с другом параметры начального (индекс 1) и конечного (индекс 2) состояний в ходе соответствующего процесса.

Таблица 2.2 Частные случаи уравнения Менделеева–Клапейрона

Процесс:	Изобарический	Изохорический	Изотермический
Признак:	$p = \mathrm{const}$	$V = \mathrm{const}$	$T = \mathrm{const}$
Название закона:	*Гей–Люсака*	*Шарля*	*Бойля–Мариотта*
Запись:	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$
График процесса:			

Давление газа p, согласно молекулярно-кинетической теории, обусловлено соударениями молекул со стенками сосуда и пропорционально абсолютной температуре газа T:

$$p = nkT\,. \tag{2.1.9}$$

Связь макроскопического параметра – давления – с такими микроскопическими параметрами газа, как среднеквадратичная скорость, средняя кинетическая энергия и концентрация молекул устанавливает ***основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа***:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2 = \frac{2}{3} m \langle \varepsilon \rangle_{\text{пост}}\,. \tag{2.1.10}$$

Давление идеального газа равно двум третям средней кинетической энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объёма.

Закон Дальтона: общее давление p газовой смеси равно сумме парциальных давлений p_i всех газов, входящих в смесь:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_N = \sum_{i=1}^{N} p_i\,, \tag{2.1.11}$$

где N – число компонентов смеси.

Парциальное давление – давление, которое бы создавал компонент смеси, находясь один в сосуде такого же объёма при той же температуре что и смесь.

Очевидно, что количество вещества смеси ν равно сумме количеств веществ компонентов смеси ν_i:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_N = \sum_{i=1}^{N} \nu_i . \qquad (2.1.12)$$

2.1.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. На сколько увеличилась температура идеального одноатомного газа, первоначально имевшего температуру 17 °С, если средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа в результате нагрева возросла в три раза. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$T_1 = 290$ К
$\eta = E_2/E_1 = 3$
Найти:
$\Delta T = ?$

Решение:

Запишем выражение для средней энергии поступательного движения ($i = 3$): $E = 3kT/2$.

Тогда, $\eta = E_2/E_1 = T_2/T_1$. Отсюда получим, что

$$T_2 = \eta T_1.$$

Запишем искомую величину:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_1(\eta - 1) = 580 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 580$ К.

2. Какова средняя квадратичная скорость движения молекул газа, который занимает объём 1,2 м^3 при давлении 30 кПа? Масса газа 0,3 кг. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$V = 1{,}2$ м^3
$p = 3 \cdot 10^4$ Па
$m = 0{,}3$ кг
Найти:
$\upsilon_{кв} = ?$

Решение:

Запишем выражение для средней квадратичной скорости молекул газа: $\upsilon_{кв} = (3RT/\mu)^{1/2}$. В это выражение входит несколько неизвестных величин. Избавимся от них, воспользовавшись уравнением Менделеева–Клапейрона: $pV = (m/\mu)RT$.

Отсюда, получим $RT/\mu = pV/m$.

Подставим это выражение в формулу для средней квадратичной скорости и произведём расчёты:

$$\upsilon_{кв} = (3pV/m)^{1/2} = (3 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 1{,}2/0{,}3)^{1/2} = 600 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{кв} = 600$ м/с.

3. Некоторое количество водорода находится при температуре 200 К и давлении 400 Па. Газ нагревают до температуры 10^4 К, при которой молекулы водорода практически полностью распадаются на атомы. Определить новое значение давления газа, если его объём и масса остались без изменения. Ответ дать в килопаскалях.

Дано:
$T_1 = 200$ К
$p_1 = 400$ Па
$T_2 = 10^4$ К
$m = \text{const}$
$V = \text{const}$
Найти:
$p_2 = ?$ (кПа)

Решение:

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для двух состояний газа:

1) до диссоциации $\quad p_1V = (m/\mu_1)RT_1$,

2) после диссоциации $\quad p_2V = (m/\mu_2)RT_2$.

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$p_2/p_1 = (\mu_1\cdot T_2/\mu_2\cdot T_1), \qquad p_2 = p_1\cdot(\mu_1\cdot T_2/\mu_2\cdot T_1).$$

Учтём, что молярная масса молекулярного водорода μ_1 в два раза больше, чем молярная масса атомарного водорода μ_2: $\mu_1/\mu_2 = 2$. В итоге, для искомого давления получим выражение и произведём расчёты:

$$p_2 = 2p_1\cdot(T_2/T_1) = 2\cdot400\cdot10^4/200 = 4\cdot10^4 \text{ Па} = 40 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p_2 = 40$ кПа.

4. Кислород при давлении 100 кПа и температуре 27 °С занимает объём 5 л. При увеличении давления до 200 кПа объём газа уменьшился на 1 л. Чему равна температура газа в этом состоянии? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$p_1 = 10^5$ Па
$T_1 = 300$ К
$V_1 = 5\cdot10^{-3}$ м^3
$p_2 = 2\cdot10^5$ Па
$\Delta V = 1\cdot10^{-3}$ м^3
Найти:
$T_2 = ?$

Решение:

Считая количество кислорода неизменным, запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для двух состояний:

1) начальное $\quad p_1V_1 = (m/\mu)RT_1$,

2) конечное $\quad p_2V_2 = (m/\mu)RT_2$.

Разделим второе уравнение на первое:

$$p_2V_2/p_1V_1 = T_2/T_1, \qquad T_2 = T_1\cdot(p_2V_2/p_1V_1).$$

Учитывая, что конечный объём кислорода $V_2 = V_1 - \Delta V$, получим окончательно выражение для температуры T_2 и произведём расчёты: $T_2 = T_1\cdot p_2(V_1 - \Delta V)/p_1V_1 = 24\cdot10^4/5\cdot10^2 = 480$ К.

Ответ: $T_2 = 480$ К.

5. Два баллона соединены тонкой трубкой с краном. В одном баллоне находится 1,5 м^3 азота при давлении 40 Па, в другом – 3 м^3 кислорода при давлении 25 Па. Какое давление установится в баллонах, если открыть кран? Температура газов одинакова и остаётся постоянной. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$V_1 = 1{,}5\cdot10^{-3}$ м^3
$p_1 = 40$ Па
$V_2 = 3\cdot10^{-3}$ м^3
$p_2 = 25$ Па
Найти:
$p = ?$

Решение:

После того, как будет открыт кран, газы займут весь объём $V_1 + V_2$ обоих баллонов. Поскольку процесс перемешивания газов – изотермический ($T = \text{const}$), то для каждого газа должны выполняться равенства:

$$p_1V_1 = p'_1\,(V_1 + V_2), \qquad p_2V_2 = p'_2\,(V_1 + V_2),$$

где p'_1, p'_2 – давления газов после перемешивания (парциальные давления). Из этих равенств найдём парциальные давления газов:

$$p'_1 = p_1V_1/(V_1 + V_2),\ p'_2 = p_2V_2/(V_1 + V_2).$$

Согласно закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений газов, входящих в смесь:

$$p = p'_1 + p'_2 = (p_1V_1 + p_2V_2)/(V_1 + V_2) =$$
$$= (40\cdot1{,}5 + 25\cdot3)\cdot10^{-3}/(1{,}5 + 3)\cdot10^{-3}) = 30\ \text{Па}.$$

Ответ: $p = 30$ Па.

6. Под поршнем в цилиндре, площадь основания которого равна 0,01 м^2, находится газ при температуре 280 К и давлении 100 кПа. На поршень положили груз весом 200 Н, вследствие чего поршень опустился. На сколько градусов нужно нагреть газ для того, чтобы поршень вернулся в начальное положение? Массу поршня и трение не учитывать.

Дано:
$S = 0{,}01$ м^2
$T_1 = 280$ К
$p_1 = 10^5$ Па
$P = 200$ Н
$V_2 = V_1 = V$
Найти:
$\Delta T = ?$

Решение:

Поскольку в каждом из случаев, изображённых на рисунке ниже, поршень покоится, мы имеем право записать для них условие статического равновесия поршня: $F_1 = F_0$ и $F_2 = F_0 + P$. Здесь F_0 – сила атмосферного давления, F_1, F_2 – силы, действующие на поршень со стороны газа в цилиндре, в каждом из указанных состояний. Переходя от сил к давлениям, поделим оба уравнения на площадь поршня S:

$$p_1 = F_1/S = F_0/S = p_0,$$
$$p_2 = F_2/S = F_0/S + P/S = p_0 + P/S.$$

Здесь p_0 – атмосферное давление, а p_1, p_2 – давления газа под поршнем в первом и во втором случае.

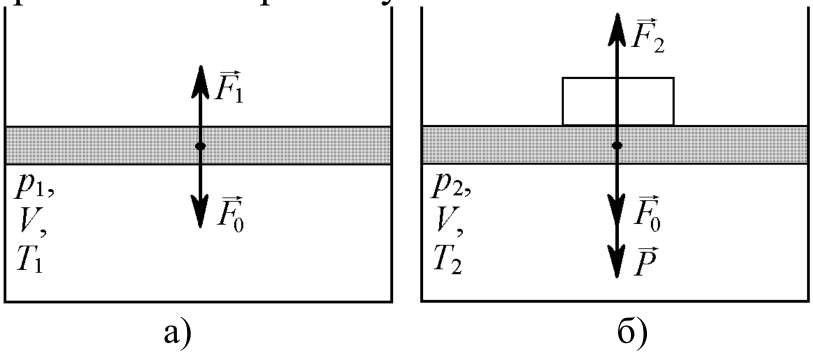


Рисунок – Силы, приложенные к поршню:
а) в начале процесса; б) в конце процесса

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для начального и конечного состояний:

$$p_1V = (m/\mu)RT_1, \qquad p_2V = (m/\mu)RT_2.$$

Разделив второе уравнение на первое, выразим T_2:

$$T_2 = T_1p_2/p_1.$$

Искомая разность температур $\Delta T = T_2 - T_1 = T_1(p_2 - p_1)/p_1.$

Подставляя выражения для p_1 и p_2, получим:

$$\Delta T = PT_1/p_1S = 200 \cdot 280/10^5 \cdot 0{,}01 = 56 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 56$ К.

7. Определить плотность смеси 0,028 кг азота и 0,008 кг кислорода, при давлении 83,1 кПа и температуре 127 °C. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$m_1 = 0{,}028$ кг
$m_2 = 0{,}008$ кг
$p = 8{,}31 \cdot 10^4$ Па
$T = 400$ К
Найти:
$\rho = ?$

Решение:

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для смеси газов:

$$pV = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT,$$

где μ_1, μ_2 – молярные массы азота и кислорода. Поскольку плотность газовой смеси: $\rho = (m_1 + m_2)/V$, то выразим из уравнения Менделеева–Клапейрона объём V и подставим в выражение для плотности:

$$V = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT/p = (m_1\mu_2 + m_2\mu_1)RT/p\mu_1\mu_2.$$

Окончательное выражение для ρ будет иметь вид:

$$\rho = (m_1 + m_2)p\mu_1\mu_2/(m_1\mu_2 + m_2\mu_1)RT.$$

Проведём расчёты, и получим: $\rho = 0{,}72$ кг/м^3.

Ответ: $\rho = 0{,}72$ кг/м^3.

8. Найти в СИ молярную массу смеси 32 г кислорода и 84 г азота.

Дано:
$m_1 = 32$ г $= 0{,}032$ кг
$m_2 = 84$ г $= 0{,}084$ кг
$\mu_1 = 0{,}032$ кг/моль
$\mu_2 = 0{,}028$ кг/моль
Найти:
$\mu_{см} = ?$ (кг/моль)

Решение:

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для смеси газов:

$$pV = (m_{см}/\mu_{см})RT = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT,$$

где μ_1, μ_2 – молярные массы азота и кислорода.

Поскольку полная масса газовой смеси: $m_{см} = (m_1 + m_2)$, то выразим молярную массу смеси из равенства:

$$m_{см}/\mu_{см} = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2.$$

Окончательное выражение для ρ будет иметь вид:

$$\mu_{см} = (m_1 + m_2)\mu_1\mu_2/(m_1\mu_2 + m_2\mu_1).$$

Проведём расчёты, и получим: $\mu_{см} = 0{,}029$ кг/моль.

Ответ: $\mu_{см} = 0{,}029$ кг/моль.

9. По газопроводной трубе сечением 8,31 см^2 течёт с постоянной скоростью кислород при давлении 400 кПа и температуре 47 °С. Через каждое сечение трубы за каждые 10 минут протекает 6 кг газа. Определить в СИ скорость течения.

Дано:
$S = 8{,}31$ см$^2 = 8{,}31\cdot10^{-4}$ м^2
$\mu = 0{,}032$ кг/моль
$p = 4\cdot10^5$ Па
$T = 320$ К
$m = 6$ кг
$\Delta t = 600$ с
Найти:
$\upsilon = ?$ (м/с)

Решение:

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$pV = (m/\mu)RT.$$

В данном случае, объём газа определяется как произведение площади сечения трубы на длину трубы (столба газа), которую проходит газ за 10 минут:

$$V = S\cdot L = S\cdot\upsilon\cdot\Delta t.$$

Окончательное выражение для скорости течения газа будет иметь вид:

$$pS\cdot\upsilon\cdot\Delta t = (m/\mu)RT, \qquad \upsilon = mRT/(\mu pS\Delta t).$$

Проведём расчёты, и получим:

$$\upsilon = 6\cdot8{,}31\cdot320/(0{,}032\cdot4\cdot10^5\cdot8{,}31\cdot10^{-4}\cdot600) = 2{,}5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 2{,}5$ м/с.

10. Объём воздушного шара равен 249,3 м^3, масса его оболочки 58 кг. Состояние атмосферы: давление 100 кПа, температура 27 °С. Для того, чтобы шар взлетел, включают горелку, и воздух внутри шара начинает нагреваться. При какой температуре нагретого воздуха шар начнёт подниматься? Ответ дать в градусах Цельсия. Молярная масса воздуха равна 29 г/моль.

Дано:
$V = 249{,}3$ м^3
$M = 58$ кг
$\mu = 0{,}029$ кг/моль
$p_а = 1\cdot10^5$ Па
$T_а = 300$ К
Найти:
$T = ?$ (°С)

Решение:

На воздушный шар будут действовать две силы, направленные в противоположные стороны (см. рисунок): сила тяжести оболочки и воздуха внутри оболочки, сила Архимеда. В момент начала подъема шара эти силы будут уравновешивать друг друга:

$$F_А - (M + m)\cdot g = 0, \quad \rho_а g V = (M + m_г)\cdot g.$$

Выразим отсюда массу воздуха внутри оболочки шара:

$$m_г = \rho_а V - M. \qquad (1)$$

Для нахождения температуры воздуха внутри оболочки запишем уравнение Менделеева–Клапейрона. Учтем, что давления воздуха внутри и снаружи шара всегда равны:

$$p_а V = (m_г/\mu)\cdot RT, \qquad T = p_а V\cdot\mu/(m_г\cdot R). \qquad (2)$$

Определим плотность атмосферного воздуха также из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$p_а V = (m/\mu)\cdot RT_а, \qquad p_а = (\rho/\mu)\cdot RT_а, \qquad \rho_а = p_а\cdot\mu/RT_а. \qquad (3)$$

Подставив (1) и (3) в (2), получим:

$$T = p_а V\cdot\mu/(m_г\cdot R) = p_а V\cdot\mu/((\rho_а V - M)\cdot R) =$$
$$= p_а V\cdot\mu/((p_а V\cdot\mu/RT_а - M)\cdot R) = p_а V\cdot\mu\cdot T_а/(p_а V\cdot\mu - M\,RT_а).$$

Проведём расчёты, и получим: $T = 375$ К $= 102$°С.

Ответ: $T = 102$°С.

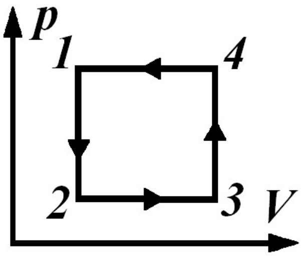
2.1.4. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Из закрытого сосуда выпустили половину, имеющегося в сосуде газа. При этом температура газа уменьшилась в 2 раза. Как при этом изменилась молярная масса газа?

1) уменьшилась в 2 раза; 2) увеличилась в 2 раза;
3) уменьшилась в 4 раза; 4) не изменилась.

Решение: По определению молярной массы: Молярная масса вещества μ – равна отношению массы m системы к количеству вещества у этой системы. Или, другими словами, молярная масса газа – это масса одного моля газа. В одном моле любого вещества содержится одинаковое число молекул (число Авогадро N_A). Следовательно, молярная масса не зависит от каких-либо условий, а является постоянной величиной для каждого газа. В итоге, правильный ответ: **4) не изменилась**.

2. На рисунке приведён график циклического процесса, происходящего с некоторым количеством идеального газа. Для какой из точек графика температура газа будет максимальна?



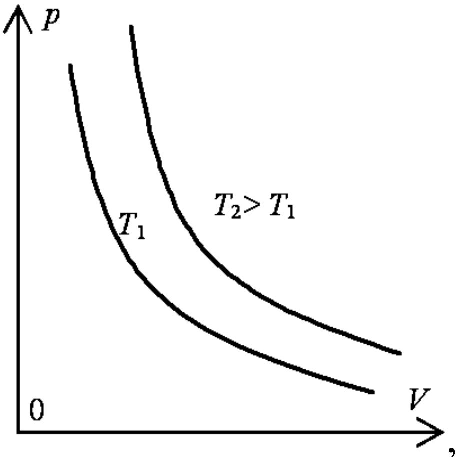
1) 2) 3) 4)

Решение: Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона (уравнению состояния идеального газа) (2.1.8):

$$pV = \nu RT,$$

максимальная температура будет соответствовать максимальному произведению давления и объёма. Максимальные значения этих параметров соответствуют **точке 4 циклического процесса**.

Другой способ решения: Если воспользоваться законом Бойля–Мариотта, и построить графики изотермических процессов, вида



,

то график, который будет идти выше всех остальных и касаться графика циклического процесса, будет соответствовать максимальной температуре цикла. Очевидно, что такой график изотермы будет касаться графика циклического процесса **в точке 4**.

3. Какая из формул, представленных ниже, позволяет правильно рассчитать плотность газа при заданных температуре T и давлении P?

1) $\rho = \dfrac{RT}{P\mu}$; 2) $\rho = \dfrac{P}{\mu RT}$; 3) $\rho = \dfrac{P\mu}{RT}$; 4) $\rho = \dfrac{P}{\nu RT}$.

Решение: Согласно уравнению Менделеева–Клапейрона (уравнению состояния идеального газа) (2.1.8):

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Выразим массу газа через плотность: $m = \rho V$, подставим в предыдущее уравнение, сократим объём V, выразим плотность. В итоге, получим уравнение:

$$\rho = \frac{P\mu}{RT}.$$

Т.е. правильный ответ: **3)**.

4. Газ, находящийся в сосуде под легкоподвижным поршнем, нагрели так, что температура газа увеличилась в 2 раза, а давление уменьшилось в 3 раза. Как и во сколько раз изменилась концентрация молекул газа в сосуде?

1) увеличилась в 6 раз; 2) уменьшилась в 6 раз;
3) увеличилась в 1,5 раза; 3) уменьшилась в 1,5 раза.

Решение: Выразив из уравнения состояния идеального газа (2.1.9): $p = nkT$, концентрацию газа: $n = \dfrac{p}{kT}$, видим, что при указанном в условии изменении температуры и давления газа, концентрация: **2) уменьшилась в 6 раз**.

5. Концентрация молекул идеального газа увеличилась в 5 раз, а средняя квадратичная скорость их движения уменьшилась в 2 раза. Как изменилось давление газа?

1) увеличилась в 2,5 раза; 2) увеличилась в 1,25 раза;
3) уменьшилась в 2,5 раза; 4) уменьшилась в 1,25 раза.

Решение: Воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории (2.1.10):

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2 = \frac{2}{3} m\langle\varepsilon\rangle_{\text{пост}}.$$

Если скорость уменьшается в 2 раза, то средняя энергия поступательного движения уменьшается в 4 раза. В итоге, давление увеличится в 5/4 = 1,25 раза. Правильный вариант ответа: **2) увеличилась в 1,25 раза**.

ГЛАВА 2. ТЕРМОДИНАМИКА

2.2.1. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Внутренняя энергия. Количество теплоты

Тело, как система молекул, с соответствующими потенциальной и кинетической энергиями, обладает ***внутренней энергией.***

Внутренняя энергия – это сумма кинетической энергии составляющих систему частиц (молекул, атомов) и потенциальной энергии взаимодействующих частиц. Для идеального газа (с постоянным количеством вещества ν) внутренняя энергия состоит только из кинетической энергии хаотического (теплового) поступательного и вращательного движений его молекул, и зависит только от температуры и числа степеней свободы i:

$$U = N \cdot \langle \varepsilon \rangle = N \frac{i}{2} kT = N_A \nu \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu (N_A k) T = \frac{i}{2} \nu RT,$$

где N – число молекул газа. Таким образом, внутренняя энергия идеального газа с числом степеней свободы i:

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT, \qquad (2.2.1)$$

прямо пропорциональна его температуре и является ***функцией состояния*** системы.

Единица измерения внутренней энергии – джоуль: $[U] = 1$ Дж.

Приращение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ зависит только от начального (индекс 1) и конечного (индекс 2) состояний системы.

Внутренняя энергия системы может изменяться в результате совершения механической работы и теплопередачи. При совершении системой (или над системой) работы или в результате теплообмена с внешними телами изменяется температура системы. Из выражения (2.2.1) следует, что

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \qquad (2.2.2)$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$ – изменение температуры системы при переходе из состояния 1 в состояние 2. Если $\Delta U > 0$, то внутренняя энергия увеличивается. Если $\Delta U < 0$, то внутренняя энергия уменьшается.

При осуществлении теплопередачи от одного тела к другому мерой переданной энергии является количество теплоты Q ($[Q] = 1$ Дж).

Количество теплоты (теплота) Q – энергия, передаваемая более нагретым телом менее нагретому телу в результате теплообмена, не связанная с переносом вещества и совершением работы.

Если система получает тепло, то $Q > 0$. Если отдаёт, то $Q < 0$.

Первый закон (первое начало) термодинамики: теплота Q, сообщаемая системе, расходуется на изменение её внутренней энергии ΔU системы и на совершение системой работы A:

$$Q = \Delta U + A. \tag{2.2.3}$$

Другими словами, изменение внутренней энергии ΔU равно сумме количества теплоты Q, переданного системе, и работы A' внешних сил над системой:

$$\Delta U = Q + A'. \tag{2.2.4}$$

Выражения (2.2.3) и (2.2.4) отражают закон сохранения (превращения) энергии в тепловых явлениях.

Работа газа

Газ, расширяясь, совершает механическую работу.

Например, работа газа при постоянном давлении (изобарический процесс):

$$A = p\Delta V. \tag{2.2.5}$$

При расширении газа направление вектора силы давления газа совпадает с направлением вектора перемещения, поэтому работа A, совершенная газом, положительна ($A > 0$), а работа внешних сил отрицательна ($A' < 0$):

$$A = -A'. \tag{2.2.6}$$

При сжатии газа направление вектора внешней силы совпадает с направлением вектора перемещения, поэтому работа внешних сил A' положительна ($A' > 0$), а работа A, совершенная газом, отрицательна ($A < 0$).

2.2.2. ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРВОГО НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ К ИЗОПРОЦЕССАМ

1. Изотермический процесс (*T*=const).

В изотермическом процессе $\Delta T = 0$, следовательно, изменения внутренней энергии не происходит $\Delta U = 0$. Тогда, согласно, первому началу термодинамики (2.2.3)

$$Q = A = p\Delta V. \tag{2.2.7}$$

При изотермическом процессе вся подводимая к системе теплота преобразуется в эквивалентную механическую работу.

2. Изохорический процесс (*V*=const).

В изохорическом процессе $\Delta V = 0$, следовательно, газ не совершает механической работы $A = 0$. Тогда, согласно, первому началу термодинамики (2.2.3)

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T. \tag{2.2.8}$$

При изохорическом процессе вся подводимая к системе теплота преобразуется в эквивалентную внутреннюю энергию системы.

3. Адиабатический процесс (*Q* = 0).

Такой процесс происходит в теплоизолированной системе, т.е. в системе, которая не обменивается теплотой с окружающей средой. В адиабатическом процессе тепло к системе не подводится $Q = 0$. Тогда, согласно, первому началу термодинамики (2.2.3)

$$0 = \Delta U + A, \qquad A = -\Delta U. \tag{2.2.9}$$

При адиабатическом процессе механическая работа системой может совершаться только за счёт эквивалентной убыли внутренней энергии системы.

4. Изобарический процесс (*p*=const).

В изобарическом процессе давление остаётся неизменным. В системе совершается механическая работа A и изменяется внутренняя энергия ΔU.

Работа газа при изобарическом процессе: $A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$, где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объёмы газа. Работу газа можно связать с изменением его температуры: $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$. В этом случае, первое начало термодинамики (2.2.3) будет иметь вид:

$$Q = \Delta U + p\Delta V = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{i+2}{2}\nu R\Delta T. \tag{2.2.10}$$

2.2.3. ТЕПЛОЁМКОСТЬ

Теплоемкость тела (полная) C – физическая величина, определяющая количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела на 1 К:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}. \tag{2.2.11}$$

Единица измерения полной теплоёмкости $[C] = 1$ Дж/К.

Из выражения (2.2.11) можно видеть, что

$$Q = C\Delta T. \tag{2.2.12}$$

Очевидно, что количество теплоты, переданное системе в результате теплообмена, пропорционально изменению температуры ΔT ($Q \sim \Delta T$) и массе тела ($Q \sim m$):

$$Q = c_{\text{уд}} m \Delta T. \tag{2.2.13}$$

Коэффициент пропорциональности в уравнении (2.2.13) называется *удельной теплоёмкостью вещества*:

$$c_{\text{уд}} = \frac{Q}{m\Delta T}. \tag{2.2.14}$$

Удельная теплоемкость $c_{\text{уд}}$ – физическая величина, определяющая количество теплоты, необходимое для изменения температуры 1 кг вещества на 1 К.

Единица измерения удельной теплоёмкости $[c_{\text{уд}}] = 1$ Дж/(кг·К).

Молярная теплоемкость c_μ – физическая величина, определяющая количество теплоты, необходимое для изменения температуры 1 моля вещества на 1 К:

$$c_\mu = \frac{Q}{\nu\,\Delta T}. \tag{2.2.15}$$

Единица молярной теплоёмкости $[c_\mu] = 1$ Дж/(моль·К).

Из отношения (2.2.15) следует, что

$$Q = c_\mu \nu \Delta T. \tag{2.2.16}$$

Из формул (2.2.11), (2.2.14) и (2.2.15) следует связь между полной, удельной и молярной теплоёмкостями:

$$C = c_{\text{уд}} m = c_\mu \nu. \tag{2.2.17}$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объёме может быть получена при подстановке выражения (2.2.8) в (2.2.15):

$$c_{\mu V} = \frac{i}{2} R \tag{2.2.18}$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении может быть получена при подстановке выражения (2.2.10) в (2.2.15):

$$c_{\mu P} = \frac{i+2}{2} R \tag{2.2.19}$$

2.2.4. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ. ГОРЕНИЕ

Фазовый переход из твёрдого состояния в жидкое (*плавление*) и обратно (*отвердевание*, *кристаллизация*) происходит при определённой постоянной температуре $T_{пл}$, называемой ***температурой плавления***. Плавление сопровождается поглощением, а кристаллизация – выделением определённого количества теплоты:

$$Q = \lambda m, \qquad (2.2.20)$$

где λ – *удельная теплота плавления*, а m – масса расплавленного (затвердевшего) вещества.

Фазовый переход при кипении из жидкого состояния в газообразное (*парообразование*) и обратно (*конденсация*) происходит при определённой температуре $T_к$, называемой ***температурой кипения***. Парообразование сопровождается поглощением, а конденсация – выделением определённого количества теплоты:

$$Q = rm, \qquad (2.2.21)$$

где r – *удельная теплота парообразования*, а m – масса испарившейся жидкости (конденсата).

При сгорании топлива выделяется количество теплоты:

$$Q = qm, \qquad (2.2.22)$$

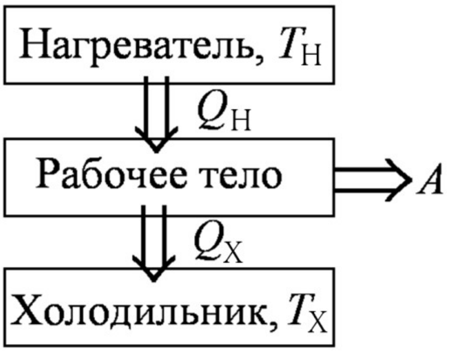
где q – *удельная теплота сгорания*, а m – масса сгоревшего топлива.

Удельные теплоты для различных веществ являются табличными значениями и обычно задаются в условии задачи. Единицы измерения всех удельных теплот одинаковы и равны 1 Дж/кг.

2.2.5. ТЕПЛОВАЯ МАШИНА

Тепловая машина – это устройство, в котором теплота частично превращается в механическую работу. Любая тепловая машина работает по принципу кругового (циклического) процесса, т.е. система должна периодически возвращаться в исходное состояние. Обязательными частями тепловой машины являются: *нагреватель* (источник энергии), *холодильник* и *рабочее тело* (газ, пар).

Схема тепловой машины



Рассмотрим принцип действия реальной тепловой машины на примере одного цикла. Рабочее тело (газ) приводится в контакт с нагревателем, который находится при температуре $T_Н$. В ходе нагревания рабочего тела до температуры $T_Н$, оно получает от нагревателя теплоту $Q_Н$, которая частично превращается в механическую работу A. Затем рабочее тело приводят в контакт с холодильником – тепловым резервуаром, находящемся при постоянной температуре $T_Х$. Рабочее тело, находясь в контакте с холодильником, отдает ему остаток тепла $Q_Х$, охлаждаясь при этом до температуры $T_Х$. Во время работы тепловой машины этот цикл повторяется многократно. По закону сохранения энергии, механическая работа, совершаемая за один цикл, равна разности:

$$A = Q_Н - Q_Х, \tag{2.2.23}$$

Коэффициент полезного действия η (КПД) тепловой машины показывает, какая часть теплоты $Q_Н$, полученной рабочим телом от нагревателя, превращается в механическую работу A:

$$\eta = \frac{A}{Q_Н} = \frac{(Q_Н - Q_Х)}{Q_Н} = 1 - \frac{Q_Х}{Q_Н}. \tag{2.2.24}$$

КПД может измеряться в относительных единицах или в процентах.

Максимальный КПД η_{max} достигается в *идеальной тепловой машине Карно*. Для неё, помимо формулы (2.2.22), справедливо соотношение:

$$\eta_{max} = \frac{(T_Н - T_Х)}{T_Н} = 1 - \frac{T_Х}{T_Н}. \tag{2.2.25}$$

Для любой тепловой машины, в том числе и для идеальной, КПД всегда меньше единицы ($\eta < 1$).

2.2.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Работа внешних сил по сжатию газа в 10 раз меньше увеличения внутренней энергии газа. Определить работу по сжатию, если к газу подведено 810 Дж теплоты. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$\eta = \Delta U/A' = 10$
Q = 810 Дж
Найти:
$A' = ?$

Решение:

Поскольку работа, совершаемая при сжатии газа, отрицательна, удобно записать первое начало термодинамики в виде (2.2.4) через работу A' внешних сил: $\Delta U = Q + A'$. Поделив это выражение на A', получим:

$$\eta - 1 = Q/A'.$$

Выразим A': $A' = Q/(\eta - 1) = 810/9 = 90$ Дж.

$\boxed{\text{Ответ: } A' = 90 \text{ Дж.}}$

2. Идеальному одноатомному газу массой 0,4 кг при изохорическом процессе сообщили количество теплоты 2493 Дж. На сколько градусов увеличится при этом температура газа? Молярная масса газа равна 0,04 кг/моль.

Дано:
m = 0,4 кг
V = const
Q = 2493 Дж
μ = 0,04 кг/моль
Найти:
ΔT = ?

Решение:

Запишем первое начало термодинамики в общем виде: $Q = \Delta U + A$. Для изохорического процесса ($\Delta V = 0$) работа газа равна нулю $A = 0$. Тогда, $Q = \Delta U$. Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа ($i = 3$):

$$\Delta U = (3/2)(m/\mu)R\Delta T.$$

Приравнивая это выражение Q, и выражая изменение температуры, получим:

$$\Delta T = 2\mu Q/3mR = 2\cdot 4\cdot 10^{-2}\cdot 2493/(3\cdot 0{,}4\cdot 8{,}31) = 20 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 20$ К.

3. Кислород массой 320 г нагревают при постоянном давлении на 20 К. Какую работу совершает газ в этом процессе? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
m = 0,32 кг
p = const
ΔT = 20 К
μ = 0,032 кг/моль
Найти:
A = ?

Решение:

Работа при изобарическом процессе равна $A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$. Запишем уравнения состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона) до и после нагревания:

$$pV_1 = (m/\mu)RT_1, \qquad pV_2 = (m/\mu)RT_2.$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим:

$$A = p(V_2 - V_1) = (m/\mu)R(T_2 - T_1) = (m/\mu)R\Delta T.$$

Взяв из приложения 1 значение молярной массы кислорода, произведём вычисления:

$$A = (0{,}32/0{,}032)\cdot 8{,}31\cdot 20 = 1662 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 1662$ Дж.

4. Определить молярную теплоёмкость одноатомного идеального газа при изобарическом процессе. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$p = \text{const}$
Найти:
$c_{\mu p} = ?$

Решение:

Согласно определению молярной теплоёмкости: $c_\mu = Q/\nu\Delta T$. Для нахождения Q, запишем первое начало термодинамики в общем виде: $Q = \Delta U + A$. Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа ($i = 3$):
$$\Delta U = (3/2)\nu R\Delta T.$$

В предыдущей задаче было найдено выражение для работы через изменение температуры: $A = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R\Delta T$.

Подставляя выражения для ΔU и A в первое начало термодинамики, получим: $Q = (3/2)\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = (5/2)\nu R\Delta T$. Для молярной теплоёмкости выражение примет вид:
$$c_\mu = (5/2)R = 2{,}5\cdot 8{,}31 = 20{,}775 \text{ Дж/(моль·К)}.$$

Ответ: $c_\mu = 20{,}775$ Дж/(моль·К).

5. Идеальная тепловая машина за один цикл совершает работу 200 Дж и отдаёт холодильнику 400 Дж. Во сколько раз температура нагревателя этой машины больше температуры холодильника.

Дано:
$A = 200$ Дж
$Q_\text{Х} = 400$ Дж
Найти:
$T_\text{Н}/T_\text{Х} = ?$

Решение:

Запишем общее выражение для КПД тепловой машины: $\eta = A/Q_\text{Н}$. Теплоту $Q_\text{Н}$, получаемую рабочим телом от нагревателя, можно найти из закона сохранения энергии $A = Q_\text{Н} - Q_\text{Х}$. Тогда выражение для КПД тепловой машины приобретает вид: $\eta = A/(A + Q_\text{Х})$. С другой стороны, КПД идеальной тепловой машины может быть найдено через температуры нагревателя и холодильника:
$$\eta = 1 - T_\text{Х}/T_\text{Н}.$$

Приравнивая оба выражения, выразим величину:
$$T_\text{Х}/T_\text{Н} = 1 - A/(A + Q_\text{Х}) = Q_\text{Х}/(A + Q_\text{Х}).$$

В итоге, $T_\text{Н}/T_\text{Х} = (A + Q_\text{Х})/Q_\text{Х} = (200 + 400)/400 = 1{,}5$ раза.

Ответ: $T_\text{Н}/T_\text{Х} = 1{,}5$.

6. КПД плавильной печи равен 20 %. Сколько угля надо сжечь, чтобы нагреть 3 тонны чугуна от 50 °C до температуры плавления 1150 °C? Удельная теплоёмкость чугуна 600 Дж/(кг·К), удельная теплота сгорания угля 30 МДж/кг. Ответ дать в единицах СИ.

Дано: $\eta = 0{,}2$ $m = 3 \cdot 10^3$ кг $T_1 = 323$ К $T_2 = 1423$ К $c_{уд} = 600$ Дж/(кг·К) $q = 3 \cdot 10^7$ Дж/кг Найти: $m_{уг} = ?$

Решение:

КПД плавильной печи η определяется как отношение полезной теплоты $Q_П$ к затраченной $Q_З$: $\eta = Q_П/Q_З$.

Полезная теплота это энергия, пошедшая на нагревание чугуна: $Q_П = c_{уд}m(T_2 - T_1)$. Затраченная теплота это энергия, выделившаяся при сгорании угля: $Q_З = qm_{уг}$.

Подставляя эти выражения в формулу КПД, и выражая массу угля, получим: $m_{уг} = c_{уд}m(T_2 - T_1)/\eta q$. После подстановки численных значений, имеем:

$$m_{уг} = 600 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1100/(0{,}2 \cdot 3 \cdot 10^7) = 330 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_{уг} = 330$ кг.

7. Для охлаждения 1 кг воды, взятой при температуре 34 °С, положили в воду 0,5 кг льда при 0 °С. Сколько льда растаяло к тому моменту, когда температура воды понизилась до 0 °С? Удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда составляет 340 кДж/кг. Ответ дать в СИ.

Дано: $m = 1$ кг $T_1 = 307$ К $T_2 = 273$ К $c_{уд} = 4200$ Дж/(кг·К) $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг Найти: $\Delta m_л = ?$

Решение:

Теплота, выделившаяся при охлаждении воды: $Q_в = c_{уд}m(T_1 - T_2)$. Теплота, необходимая для плавления массы $\Delta m_л$ льда, находится по формуле: $Q_л = \lambda \Delta m_л$. Из закона сохранения энергии для изолированных систем, следует уравнение теплового баланса: $Q_в = Q_л$. Отсюда, выражая массу растаявшего льда, получим:

$$\Delta m_л = c_{уд}m(T_1 - T_2)/\lambda = 4200 \cdot 1 \cdot 34/3{,}4 \cdot 10^5 = 0{,}42 \text{ кг}.$$

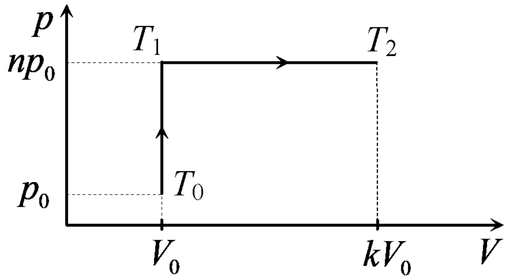
Ответ: $\Delta m_л = 0{,}42$ кг.

8. Некоторое количество идеального одноатомного газа участвует в процессе, в ходе которого сначала давление газа изохорически увеличили в $n = 2$ раза, а затем его объем изобарически увеличили в $k = 3$ раза. Какое количество теплоты сообщают газу в указанном процессе? Начальное давление и объем газа равны $p_0 = 10^5$ Па и $V_0 = 100$ л соответственно. Ответ дать в килоджоулях.

Дано:
$V = \text{const}$
$n = p_1/p_0 = 2$
$p = \text{const}$
$k = V_1/V_0 = 3$
$p_0 = 10^5$ Па
$V_0 = 0{,}1$ м^3
Найти:
$Q = ?$

Решение:

Построим график процесса в координатах pV (см. рисунок).



Запишем первое начало термодинамики в общем виде: $Q = \Delta U + A$. Полное изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа в ходе процесса: $\Delta U = (3/2)\nu R\Delta T = (3/2)\nu R(T_2 - T_0)$, где T_0 – начальная температура газа, T_2 – температура газа в конце изобарического процесса. Работа при изохорическом процессе равна $A = 0$. Работа газа при изобарическом процессе равна $A = p_1(V_1 - V_0)$.

Для нахождения температур T_0 и T_2 запишем уравнения состояния идеального газа: $p_0V_0 = \nu RT_0$, $p_1V_1 = \nu RT_2$. Выражая отсюда температуры и подставляя их в формулу для изменения внутренней энергии, получим: $\Delta U = (3/2)(p_1V_1 - p_0V_0)$.

С учётом $p_1 = np_0$, $V_1 = kV_0$, первое начало термодинамики примет вид:

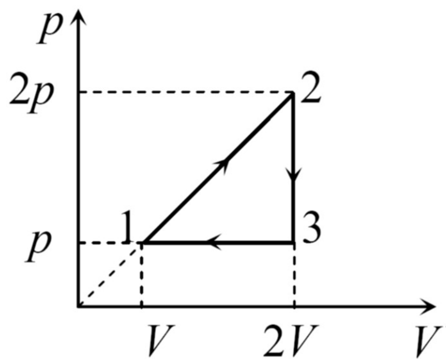
$$Q = (3/2)(p_1V_1 - p_0V_0) + p_1(V_1 - V_0) =$$
$$= (3/2)(nk\cdot p_0V_0 - p_0V_0) + np_0(kV_0 - V_0).$$

Окончательное выражение для искомого количества теплоты:

$$Q = p_0V_0[(5/2)nk - 3/2 - n)] =$$
$$= 10^5\cdot 0{,}1\cdot[2{,}5\cdot 6 - 1{,}5 - 2] = 1{,}15\cdot 10^5 \text{ Дж} = 115 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 115$ кДж.

9. С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс 1–2–3–1, график зависимости давления от объема для которого приведен на рисунке. Процесс 2–3 – изохорический, процесс 3–1 – изобарический, на участке 1–2 давление является линейной функцией объема, причем продолжение прямой 1–2 проходит через начало координат. Найти КПД этого процесса. Ответ дать в процентах.



<u>Дано:</u> $p_1 = p_3 = p$ $p_2 = 2p$ $V_1 = V$ $V_2 = V_3 = 2V$ <u>Найти:</u> $\eta = ?$ (%)

Решение:

Ответим сначала на вопрос о том, на каких участках процесса газ контактирует с нагревателем, на каких с холодильником. В процессе 1–2 газ расширяется, и, следовательно, совершает положительную работу: $A_{1-2} > 0$. В этом процессе растет его температура (это можно увидеть из применения закона Менделеева–Клапейрона к состояниям 1 и 2), и потому растет его внутренняя энергия $\Delta U_{1-2} > 0$. По этому из первого закона термодинамики заключаем, что $Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} > 0$, и, следовательно, газ контактировал с нагревателем.

В процессе 2–3 не меняется объем газа, и значит, газ не совершает работу: $A_{2-3} = 0$. Температура газа в этом процессе уменьшается пропорционально давлению, поэтому $\Delta U_{2-3} < 0$. Следовательно, в процессе 2–3 газ отдавал тепло $Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} < 0$, т.е. контактировал с холодильником.

В процессе 3–1 уменьшается объём газа, и значит, над газом совершается работа сторонних сил: $A_{3-1} < 0$. Температура газа в этом процессе уменьшается пропорционально объёму, поэтому $\Delta U_{3-1} < 0$. В итоге, $Q_{3-1} < 0$, и следовательно газ контактировал с холодильником.

Найдем теперь количество теплоты, полученное газом от нагревателя в течение цикла: $Q_{\text{Н}} = Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2}$. (1)

Приращение внутренней энергии газа в процессе 1–2 найдем по закону Менделеева–Клапейрона, также как в предыдущей задаче:

$$\Delta U_{1-2} = (3/2)\nu R(T_2 - T_1) = (3/2)(p_2V_2 - p_1V_1) =$$
$$= (3/2)(2p_1 2V_1 - p_1V_1) = (9/2)p_1V_1,$$

где T_2 и T_1 – температуры газа в состояниях 2 и 1.

Работу газа в процессе 1–2 найдем как площадь фигуры под графиком процесса в координатах p–V. Из рисунка в условии задачи следует, что это – трапеция, поэтому $A_{1-2} = (3/2)p_1V_1$.

В итоге, из (1) $Q_{\text{Н}} = 6pV$. (2)

Работу газа в течение цикла найдем как площадь цикла. Поскольку цикл на графике зависимости давления от объема представляет собой прямоугольный треугольник с основанием V и высотой p, то $A = (1/2)pV$. (3)

Из формул (2) и (3) находим КПД цикла:

$$\eta = A/Q_{\text{Н}} = 1/12 \approx 0{,}083 = 8{,}3\ \%.$$

Ответ: $\eta = 8{,}3$ %.

10. Смесь, состоящую из m_1 = 5 кг льда и m_2 = 15 кг воды при общей температуре t_1 = 0 °С, нужно нагреть до температуры t_2 = 60 °С пропусканием водяного пара при t_3 = 100 °С. Определить необходимое количество пара $m_п$. Удельная теплота плавления льда λ = 0,33 МДж/кг. Удельная теплота парообразования воды при 100 °С r = 2,3 МДж/кг. Удельная теплоёмкость воды $c_{уд}$ = 4200 Дж/(кг·К). Ответ дать в единицах СИ и округлить до сотых долей.

<u>Дано:</u>
$m_1 = 5$ кг
$m_2 = 15$ кг
$T_1 = 273$ К
$T_2 = 333$ К
$T_3 = 373$ К
$\lambda = 3{,}3\cdot 10^5$ Дж/кг
$r = 2{,}3\cdot 10^6$ Дж/кг
$c_{уд} = 4200$ Дж/(кг·К)
<u>Найти:</u>
$m_п = ?$

Решение:

Теплота, выделившаяся при конденсации пара, а затем при охлаждении получившейся из пара воды до температуры T_2, будет равна: $Q_п = rm_п + c_{уд}m_п(T_3 - T_2)$.

Теплота, необходимая для плавления льда массой m_1, а затем для нагревания получившейся изо льда воды до температуры T_2, будет равна:

$$Q_л = \lambda m_1 + c_{уд}m_1(T_2 - T_1).$$

Теплота, необходимая для нагревания воды массой m_2 до температуры T_2, будет равна: $Q_в = c_{уд}m_2(T_2 - T_1)$.

Из закона сохранения энергии для изолированных систем, следует уравнение теплового баланса:

$$Q_п = Q_в + Q_л,$$

$$m_п[r + c_{уд}(T_3 - T_2)] = m_1\lambda + (m_1 + m_2)c_{уд}(T_2 - T_1).$$

Отсюда, выражая массу пара, получим:

$$m_п = [m_1\lambda + (m_1 + m_2)c_{уд}(T_2 - T_1)]/[r + c_{уд}(T_3 - T_2)] =$$

$$= [5\cdot 3{,}3\cdot 10^5 + 20\cdot 4200\cdot 60]/[2{,}3\cdot 10^6 + 4200\cdot 40] =$$

$$= [1{,}65\cdot 10^6 + 5{,}04\cdot 10^6]/2{,}468\cdot 10^6 = 6{,}69/2{,}468 = 2{,}71 \text{ кг}.$$

$\boxed{\text{Ответ: } m_п = 2{,}71 \text{ кг.}}$

2.2.7. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Как изменится внутренняя энергия газа, если при изобарическом увеличении объёма газа в 2 раза, его температура уменьшилась в 3 раза.

1) уменьшится в 6 раз; 2) увеличится в 2 раза;
3) увеличится в 1,5 раза; 4) уменьшится в 3 раза.

Решение: Согласно формуле (2.2.1):

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT,$$

внутренняя энергия зависит только от температуры газа. Значит, внутренняя энергия изменится также как и температура. Правильный вариант ответа: **4) уменьшится в 3 раза**.

2. В каком процессе всё переданное газу количество теплоты идёт на совершение газом работы?

1) изохорный; 2) изотермический;
3) изобарный; 4) адиабатический.

Решение: Согласно первому началу термодинамики (2.2.3):

$$Q = \Delta U + A.$$

По условию $Q = A$, значит $\Delta U = 0$. Согласно (2.2.2):

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

Значит, изменение температуры должно равняться нулю ($T = \text{const}$, изотермический процесс). Правильный вариант ответа: **2) изотермический**.

3. Двум телам сообщили одинаковое количество теплоты. При этом изменения температур этих тел оказались равны. Что можно однозначно утверждать о свойствах этих тел?

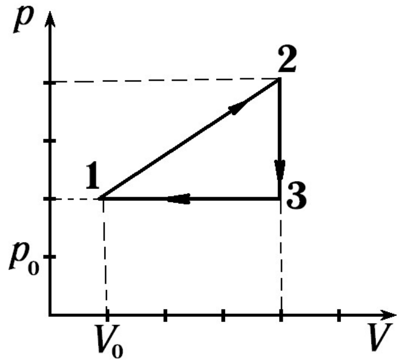
1) молярные теплоёмкости этих тел равны;
2) удельные теплоёмкости у этих тел равны;
3) полные теплоёмкости этих тел равны;
4) массы этих тел равны.

Решение: Из определения теплоемкости тела (полной) C (2.2.11):

$$C = \frac{Q}{\Delta T},$$

из исходных данных, можно однозначно утверждать только, что: **3) полные теплоёмкости этих тел равны**. При этом, о массе, удельной и молярной теплоёмкости сложно что-либо утверждать – не хватает дополнительных данных.

4. На рисунке приведён график цикла, по которому работает тепловая машина. Во сколько раз отличается полезная работа за один цикл, совершённая газом, и работа, затраченная за один цикл при изобарическом сжатии.



1) меньше в 2 раза; 2) больше в 1,5 раза;

2) меньше в 3 раза; 4) эти работы равны.

Решение: Полезная работа, совершаемая за один цикл равна площади фигуры, ограниченной циклом (площади треугольника): $A_{полезн} = 2p_0 \cdot 3V_0/2 = 3p_0V_0$. Работа, затраченная на изобарическое сжатие 3→1, равна площади фигуры под графиком данного процесса (площадь прямоугольника): $A_{31} = 2p_0 \cdot 3V_0 = 6p_0V_0$. В итоге, правильный ответ: **1) меньше в 2 раза**.

5. В процессе работы идеальной тепловой машины количество теплоты, полученное от нагревателя, в 1,5 раза больше количества теплоты, отданного холодильнику. Во сколько раз температура нагревателя больше температуры холодильника?

1) в 2,25 раза; 2) в 1,5 раза; 3) в 3 раза; 4) в 2,5 раза.

Решение: КПД идеальной тепловой машины, согласно формуле (2.2.23):

$$\eta = \frac{T_Н - T_Х}{T_Н} = 1 - \frac{T_Х}{T_Н}.$$

С другой стороны, для любой тепловой машины справедливо выражение для КПД (2.2.22):

$$\eta = \frac{Q_Н - Q_Х}{Q_Н} = 1 - \frac{Q_Х}{Q_Н}.$$

Откуда видно, что $\frac{T_Х}{T_Н} = \frac{Q_Х}{Q_Н} = 1{,}5$.

Тогда, правильный ответ: **2) в 1,5 раза**.

РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ
ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА
3.1.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД

Электрический заряд q – это величина, определяющая интенсивность электромагнитного взаимодействия заряженных частиц. Единица измерения электрического заряда – кулон: $[q] = 1$ Кл.

Элементарный электрический заряд e – это минимальный заряд, которому кратны все электрические заряды тел ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Электрический заряд существует в двух видах: как положительный, так и отрицательный. Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, носителем положительного элементарного заряда – протон.

Закон сохранения электрического заряда: В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов есть величина постоянная:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_N = const. \tag{3.1.1}$$

Поверхностная плотность электрического заряда σ – это величина, равная отношению заряда q, находящегося на некоторой поверхности, к площади S этой поверхности:

$$\sigma = q/S. \tag{3.1.2}$$

Единица измерения поверхностной плотности заряда $[\sigma] = 1$ Кл/м^2.

Закон Кулона определяет силу взаимодействия между двумя точечными электрическими зарядами. ***Закон Кулона*:** Модуль силы взаимодействия F_{12} между точечными зарядами q_1 и q_2, находящимися в вакууме на расстоянии r друг от друга, прямо пропорционален модулю произведения этих зарядов, и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F_{12} = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}, \tag{3.1.3}$$

где k – коэффициент пропорциональности в законе Кулона. В системе СИ $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м^2/Кл^2. Вектор силы взаимодействия F_{12} направлен вдоль прямой, соединяющей заряды. Между одноимёнными зарядами действует кулоновская сила отталкивания, между разноимёнными – сила притяжения. Выражение (3.1.3) применимо также и для определения силы электрического взаимодействия заряженных шаров, где под r следует понимать расстояние между центрами этих шаров.

Диэлектрическая среда – вещество, плохо проводящее электрический ток и уменьшающее силу взаимодействия между электрическими зарядами. ***Диэлектрическая проницаемость*** среды ε показывает, во сколько раз кулоновская сила F'_{12} в этой среде меньше, чем сила F_{12} в вакууме:

$$F_{12}^{/} = \frac{F_{12}}{\varepsilon} = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{\varepsilon \cdot r^2}, (\varepsilon \geq 1). \tag{3.1.4}$$

Принцип суперпозиции кулоновских сил: Результирующая сила F, действующая на выделенный заряд q со стороны других зарядов, равна векторной (геометрической) сумме сил, действующих на него со стороны каждого из зарядов в отдельности:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N. \tag{3.1.5}$$

3.1.2. НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Любой неподвижный электрический заряд создаёт в окружающем пространстве ***электростатическое поле***.

Напряжённостью $\vec{E}$ ***электрического поля*** называется векторная величина, определяемая отношением силы, действующей на неподвижный точечный положительный заряд q, помещённый в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \vec{F}/q. \tag{3.1.6}$$

Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы, действующей со стороны электрического поля на положительный заряд. Единица измерения напряжённости $[E]$ = 1 Н/Кл = 1 В/м.

Примеры расчета напряжённости полей заряженных тел.

1. Напряжённость электрического поля, создаваемого точечным положительным зарядом q в среде с диэлектрической проницаемостью ε в точке, находящейся на расстоянии r от заряда:

$$E = \frac{kq}{\varepsilon \cdot r^2}. \tag{3.1.7}$$

2. Напряжённость электрического поля, создаваемого сферой радиуса R, несущей положительный заряд q в среде с диэлектрической проницаемостью ε в точке, находящейся на расстоянии r от центра сферы:

$$E = 0, \text{ при } r < R,$$

$$E = \frac{kq}{\varepsilon \cdot r^2}, \text{ при } r > R. \tag{3.1.8}$$

3. Напряжённость электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ в среде с диэлектрической проницаемостью ε:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad (3.1.9)$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Принцип суперпозиции электрических полей: Если электрическое поле создано несколькими точечными зарядами или заряженными телами, то напряжённость $\vec{E}$ поля в данной точке равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом (телом) в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N. \qquad (3.1.10)$$

Графическая картина электростатического поля представляется в виде силовых линий (см. рис. 3.1.1). ***Силовые линии (линии напряжённости)*** – это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряжённости электрического поля в этой точке. Густота силовых линий пропорциональна величине напряжённости. *Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.*

Однородное электрическое поле – это поле, вектор напряжённости которого в любой точке пространства имеет одно и тоже направление, и величину по модулю.

Графические картины электростатических полей для некоторых заряженных тел.

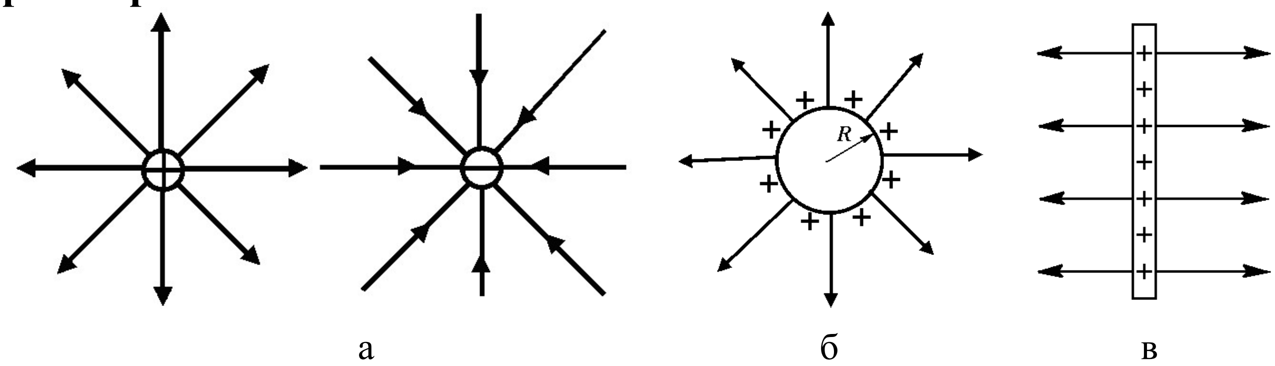


Рисунок 3.1.1 – Графические картины электростатических полей:
а) точечных зарядов (неоднородное поле); б) положительно заряженной сферы радиуса R (неоднородное поле); в) положительно заряженной бесконечной плоскости (однородное поле).

3.1.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Определить силу притяжения между ядром и электроном в атоме водорода. Диаметр атома водорода принять равным 10^{-8} см. Ответ дать в наноньютонах.

Дано:
$q_1 = q_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$r = d/2 = 5 \cdot 10^{-11}$ м
Найти:
F = ? (нН)

Решение:

Атом водорода представляет собой положительно заряженное ядро и вращающийся вокруг него по круговой орбите радиуса r электрон. И ядро и электрон являются точечными зарядами противоположного знака (ядро имеет такой же по модулю заряд, что и у электрона).

Запишем закон Кулона: $F = kq_1q_2/r^2 = kq^2/r^2$.

Подставим численные значения:

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-9})^2/(5 \cdot 10^{-11})^2 = 9{,}216 \cdot 10^{-8}\ \text{Н} = 92{,}16\ \text{нН}.$$

Ответ: F = 92,16 нН.

2. Два одинаковых шарика с зарядами 2 нКл и 8 нКл находились на расстоянии 2 м друг от друга в вакууме. После приведения шариков в соприкосновение их развели на расстояние, при котором сила взаимодействия зарядов осталась прежней. На какое расстояние развели заряды? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = 8 \cdot 10^{-9}$ Кл
r_1 = 2 м
$F_1 = F_2$
Найти:
r_2 = ?

Решение:

Два заряженных шарика представляют собой электрически замкнутую систему, суммарный заряд которой сохраняется: $q_1 + q_2 = \text{const}$. Поскольку шарики одинаковы, то после их соприкосновения заряды шариков станут одинаковыми. Из закона сохранения заряда $q_1 + q_2 = 2q$ следует, что заряд каждого шарика будет равен: $q = (q_1 + q_2)/2$.

Запишем закон Кулона для двух случаев:

1) до соприкосновения $F_1 = kq_1q_2/r_1^2$,

2) после соприкосновения $F_2 = kq^2/r_2^2$.

Приравнивая выражения для F_1 и F_2, и выражая искомую величину r_2, получим:

$$r_2 = r_1 \cdot (q_1 + q_2)/2(q_1q_2)^{1/2} = 2 \cdot 10 \cdot 10^{-9}/(2 \cdot 4 \cdot 10^{-9}) = 2{,}5\ \text{м}.$$

Ответ: r_2 = 2,5 м.

3. Два одинаковых шара имеют положительные заряды 33,35 пКл и 20 пКл и расположены в воздухе на расстоянии, значительно превышающем их радиусы. Определить массы шаров, если известно, что сила всемирного тяготения, действующая между шарами, уравновешивается кулоновской силой отталкивания. Гравитационная постоянная равна $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м²·кг⁻². Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$q_1 = 3{,}335\cdot10^{-11}$ Кл
$q_2 = 2\cdot10^{-11}$ Кл
$F_{кл} = F_{гр}$
Найти:
m = ?

Решение:

Поскольку шарики одинаковы, то их массы равны. Запишем выражение для силы гравитационного взаимодействия: $F_{гр} = Gm^2/r^2$. Запишем закон Кулона: $F_{кл} = kq_1q_2/r^2$, где в обоих случаях r – расстояние между шарами.

Приравнивая выражения для $F_{гр}$ и $F_{кл}$, и выражая искомую величину m, получим: $m = (kq_1q_2/G)^{1/2}$.

Подставляя численные значения, получим:

$$m = (9\cdot10^9\cdot6{,}67\cdot10^{-22}/6{,}67\cdot10^{-11})^{1/2} = 0{,}3 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}3$ кг.

4. Между горизонтальными пластинами плоского конденсатора неподвижно висит заряженная пылинка массой 10 мг. Чему равен заряд пылинки, если напряжённость электрического поля между пластинами конденсатора равна 2 кВ/м? Ответ дать в нанокулонах.

Дано:
$m = 10^{-5}$ кг
$E = 2\cdot10^3$ В/м
Найти:
q = ? (нКл)

Решение:

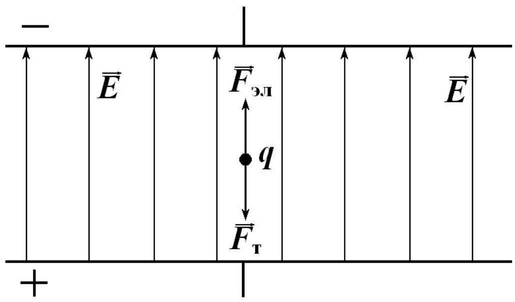


Рисунок – Пылинка в поле конденсатора

На заряженную пылинку действуют две силы – сила тяжести $F_т$ и сила со стороны электрического поля конденсатора $F_{эл}$. Так как пылинка висит неподвижно, то эти силы равны по величине и направлены в противоположные стороны (см. рисунок). Запишем выражение для силы тяжести: $F_т = mg$. Запишем выражение для силы, действующей на точечный заряд со стороны электрического поля: $F_{эл} = qE$.

Приравнивая выражения для $F_т$ и $F_{эл}$, и выражая искомую величину q, получим: $q = mg/E$. Подставляя численные значения, получим:

$$q = 10^{-5}\cdot 9{,}8/2\cdot 10^{3} = 4{,}9\cdot 10^{-8}\text{ Кл} = 49\cdot 10^{-9}\text{ Кл} = 49\text{ нКл}.$$

Ответ: q = 49 нКл.

5. Определить силу, с которой одна пластина плоского воздушного конденсатора действует на другую. Конденсатор обладает зарядом 177 нКл, площадь пластины 100 см^2. Ответ дать в миллиньютонах.

Дано:
$q = 1{,}77\cdot 10^{-7}$ Кл
$S = 0{,}01$ м^2
Найти:
F = ? (мН)

Решение:

Силу F, действующую на заряд q, распределённый по одной пластине конденсатора, со стороны электрического поля напряжённостью E, создаваемого второй пластиной конденсатора, можно найти по формуле $F = qE$.

Воспользуемся формулой (3.1.9) для напряженности электрического поля заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ, находящейся в воздухе (вакууме): $E = \sigma/2\varepsilon_0$. По определению, поверхностная плотность заряда $\sigma = q/S$ (заряды на обоих пластинах конденсатора одинаковы по величине). Тогда, напряженность равна $E = q/2\varepsilon_0 S$. В итоге, выражение для искомой силы можно записать в виде:

$$F = q^2/2\varepsilon_0 S = (1{,}77\cdot 10^{-7})^2/(2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}01) = 0{,}177\text{ Н} = 177\text{ мН}.$$

Ответ: F = 177 мН.

6. Два одинаковых металлических шарика диаметрами 5 мм каждый находятся в масле на расстоянии 31,4 см между их центрами. Определить, с какой поверхностной плотностью заряжены шарики, если они взаимодействуют с силой 2,1 мН. Диэлектрическая проницаемость масла равна 2,1. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$d = 5\cdot 10^{-3}$ м
$R = 0{,}314$ м
$F = 2{,}1\cdot 10^{-3}$ Н
$\varepsilon = 2{,}1$
Найти:
σ = ?

Решение:

При данных условиях задачи ($d << R$, $q_1 = q_2 = q$), силу взаимодействия между шариками можно найти по закону Кулона: $F = kq^2/\varepsilon R^2$.

По определению, поверхностная плотность заряда $\sigma = q/S$, где S – площадь поверхности каждого шарика ($S = 4\pi r^2 = \pi d^2$).

Из закона Кулона выразим заряд шарика и подставим в формулу для поверхностной плотности заряда: $\sigma = R(\varepsilon F)^{1/2}/(k^{1/2}\pi d^2)$.

Подставляя численные значения, получим:

$$\sigma = 0{,}314\cdot(2{,}1\cdot2{,}1\cdot10^{-3})^{1/2}/[(9\cdot10^9)^{1/2}\cdot3{,}14\cdot25\cdot10^{-6}] = 2{,}8\cdot10^{-3}\ \text{Кл/м}^2.$$

Ответ: $F = 2{,}8\cdot10^{-3}$ Кл/м^2.

7. Два положительных заряда 0,4 нКл и 0,1 нКл закреплены на концах тонкого диэлектрического стержня длиной 9 см. По стержню может скользить без трения заряженный шарик. Найти положение равновесия подвижного шарика относительно б*о*льшего заряда. Ответ дать в сантиметрах.

Дано:
$q_1 = 4\cdot10^{-10}$ Кл
$q_2 = 1\cdot10^{-10}$ Кл
$l = 0{,}09$ м
Найти:
x = ? (см)

Решение:

Силу F, действующая на заряд q со стороны электрического поля напряжённостью E, можно найти по формуле $F = qE$. Условие равновесия подвижного шарика – равенство нулю равнодействующей всех сил. Для этого достаточно, чтобы в положении равновесия напряжённость электрического поля создаваемого двумя зарядами была равна нулю ($E = 0$). Векторы напряженности полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, создаваемых в точке равновесия зарядами q_1 и q_2 соответственно, направлены вдоль стержня в противоположные стороны и равны по модулю ($E_1 = E_2$). Запишем выражения для нахождения векторов напряженности полей, создаваемых q_1 и q_2: $E_1 = kq_1/r_1^2$ и $E_2 = kq_2/r_2^2$. Учтём, что $r_1 = x$, а $r_2 = l - x$.

В результате, получим:

$$kq_1/x^2 = kq_2/(l - x)^2, \qquad x(q_2^{1/2} + q_1^{1/2}) = q_1^{1/2}l.$$

Окончательно,

$$x = q_1^{1/2}l/(q_2^{1/2} + q_1^{1/2}) = 2\cdot10^{-5}\cdot0{,}09/3\cdot10^{-5} = 0{,}06\ \text{м} = 6\ \text{см}.$$

Ответ: $x = 6$ см.

8. В двух вершинах прямоугольного треугольника находятся точечные заряды 8 нКл и 24 нКл. Найти напряжённость электрического поля в вершине прямого угла треугольника, если меньший заряд находится от вершины на расстоянии 0,3 м, а б*о*льший – на расстоянии 0,6 м. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$q_1 = 8\cdot10^{-9}$ Кл
$q_2 = 24\cdot10^{-9}$ Кл
$r_1 = 0{,}3$ м
$r_2 = 0{,}6$ м
Найти:
$E = ?$

Решение:

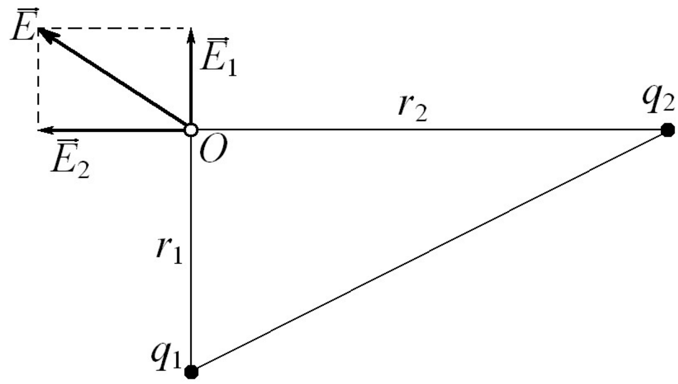


Рисунок – Сложение электрических полей

По принципу суперпозиции электрических полей для вектора напряжённости результирующего поля в точке O (см. рисунок) имеем: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – векторы напряженности полей, создаваемых в т. O зарядами q_1 и q_2 соответственно. Из рисунка видно, что $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$. Следовательно, используя теорему Пифагора, можно получить $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$.

Запишем выражения для нахождения векторов напряженности полей, создаваемых в т. O зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = kq_1/r_1^2 \qquad \text{и} \qquad E_2 = kq_2/r_2^2.$$

Окончательное выражение для нахождения искомой величины с учётом того, что $q_2 = 3q_1$, $r_2 = 2r_1$, будет иметь вид:

$$E = k\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}} = k\frac{q_1}{r_1^2}\sqrt{1 + \frac{9}{16}} =$$

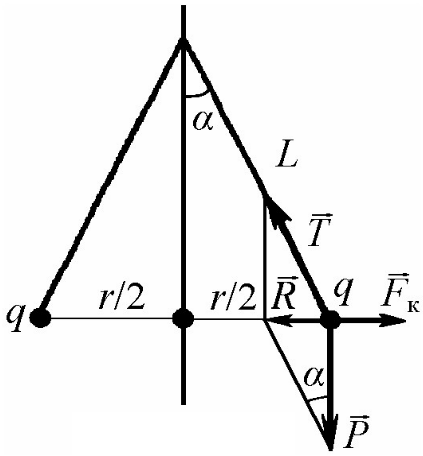
$$= 9\cdot10^9 \cdot \frac{8\cdot10^{-9}}{0{,}09}\sqrt{\frac{25}{16}} = 800\cdot\frac{5}{4} = 1000 \quad \text{В/м}.$$

Ответ: $E = 1000$ В/м.

9. Два шарика весом по 11,25 мН каждый подвешены в воздухе на тонких непроводящих нитях длиной 2 м. Шарикам сообщаются одноимённые заряды равные 50 нКл. Определить расстояние между центрами шариков в положении равновесия. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$P = 1{,}125\cdot 10^{-2}$ Н
$L = 2$ м
$q = 5\cdot 10^{-8}$ Кл
Найти:
$r = ?$

Решение:



Условие равновесия шариков – равенство нулю равнодействующей всех сил. На каждый из шариков действуют три силы – сила тяжести (вес шарика) P, сила натяжения нити T, кулоновская сила отталкивания $F_к$ со стороны другого заряженного шарика (см. рисунок).

Из рисунка видно, что равнодействующая R веса P и натяжения нити T уравновешивает силу $F_к$. Из геометрии рисунка найдём: $R = P\cdot\mathrm{tg}\alpha$. Запишем выражение для силы Кулона: $F_к = kq^2/r^2$, где r – искомое расстояние между зарядами. Найдём значение $\mathrm{tg}\alpha$, предполагая, что $r/2 \ll L$, и, следовательно, $(r/2)^2 \ll L^2$:

$$\mathrm{tg}\alpha = r/2[L^2 - (r/2)^2]^{1/2} \approx r/2L.$$

Приравнивая силы R и $F_к$, и выражая r, получим: $r = (2Lkq^2/P)^{1/3}$.

Подставим числовые значения:

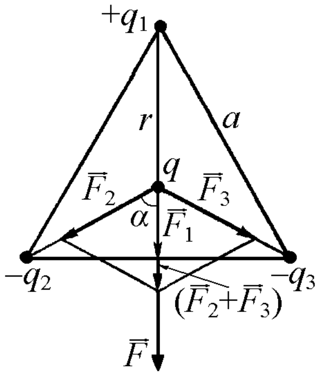
$$r = (2\cdot 2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 25\cdot 10^{-16}/1{,}125\cdot 10^{-2})^{1/3} = (8\cdot 10^{-3})^{1/3} = 0{,}2 \text{ м.}$$

Ответ: $r = 0{,}2$ м.

10. В вершинах равностороннего треугольника со стороной 6 см расположены заряды $q_1 = 6$ нКл, $q_2 = q_3 = -8$ нКл. Определить величину силы, действующей на заряд $q = 4$ нКл находящийся в центре треугольника. Ответ дать в миллиньютонах.

Дано:
$q_1 = 6\cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = -8\cdot 10^{-9}$ Кл
$q_3 = -8\cdot 10^{-9}$ Кл
$q = 4\cdot 10^{-9}$ Кл
$a = 0{,}06$ м
Найти:
$F = ?$ (мН)

Решение:



По принципу суперпозиции кулоновских сил F_1, F_2, F_3, действующих на заряд q со стороны зарядов в вершинах треугольника (см. рисунок) имеем: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. Из рисунка видно, что результирующая сила будет направлена вертикально вниз. Найдём проекции всех сил на это направление: $F_1 = k|qq_1|/r^2$, $F_2 = k|qq_2|\cos\alpha/r^2$, $F_3 = k|qq_3|\cos\alpha/r^2$, где r – расстояние заряда q от вершин треугольника. Центр равностороннего треугольника находится на пересечении его высот (биссектрис), следовательно $r = 2h/3$. Высота треугольника h находится по теореме Пифагора: $h = [a^2 - (a/2)^2]^{1/2} = 3^{1/2}a/2$. Тогда, $r^2 = a^2/3$. Нетрудно убедиться, что угол α на рисунке равен 60°. В итоге, подставляя все полученные величины в выражение для результирующей силы, будем иметь: $F = 3kq(q_1 + 2|q_2|\cos\alpha)/a^2$. Проведём вычисления:

$$F = 3\cdot 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-9}(6 + 2\cdot 8\cdot 0{,}5)\cdot 10^{-9}/(0{,}06)^2 = 4{,}2\cdot 10^{-4}\text{ Н} = 0{,}42\text{ мН}.$$

Ответ: $F = 0{,}42$ мН.

3.1.4. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Четыре одинаковых шарика имеют заряды, соответственно $+q$, $+5q$, $-8q$, $-2q$. Чему будет равен заряд каждого шарика, если их все привести в соприкосновение, а затем разъединить?

1) 0; 2) $-4q$; 3) $+4q$; 4) $-q$;

Решение: Согласно закону сохранения электрического заряда: *В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов есть величина постоянная*:

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_N = const.$$

Суммарный заряд всех шариков равен: $-4q$. Т.к. как шарики одинаковы, то этот заряд равномерно (одинаково) распределится по всем 4 шарикам. И на каждом шарике останется заряд $-q$. Т.о. правильный ответ **4) $-q$**.

2. Сила взаимодействия между неподвижными точечными зарядами увеличилась в 4 раза. Какое из перечисленных ниже событий могло явиться причиной такого изменения?

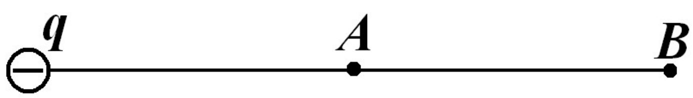
1) величину каждого заряда увеличили в 4 раза;
2) величину каждого заряда уменьшили в 2 раза;
3) расстояние между зарядами увеличили в 2 раза;
4) расстояние между зарядами уменьшили в 2 раза.

Решение: Согласно закону Кулона (3.1.3):

$$F_{12} = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2},$$

увеличение силы взаимодействия между зарядами могло произойти только, если **4) расстояние между зарядами уменьшили в 2 раза**.

3. Как относятся напряжённости электрического поля, создаваемого отрицательным точечным зарядом q в точках A и B, если расстояния до этих точек отличаются в 2 раза?



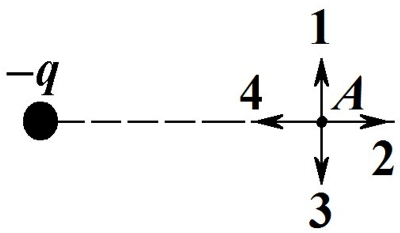
1) $E_A = 2E_B$; 2) $E_B = 4E_A$; 3) $E_A = 4E_B$; 1) $E_B = 2E_A$;

Решение: Напряжённость электрического поля точечного заряда определяется формулой (3.1.7):

$$E = \frac{kq}{\varepsilon \cdot r^2}.$$

Т.к. расстояние до точки B больше в 2 раза, чем до точки A, то напряжённость электрического поля в точке A в 4 раза больше, чем в точке B: **3)** $\boldsymbol{E_A = 4E_B}$.

4. На рисунке изображён точечный отрицательный заряд. Укажите направление вектора напряжённости электростатического поля данного заряда в точке A.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4

Решение: Используем правило определения направления силовых линий: *Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.* Вектор напряжённости поля E_- отрицательного заряда направлен к отрицательному заряду справа налево. Правильный вариант ответа **4) 4**.

5. В вершинах квадрата расположены точечные положительные и отрицательные заряды, равные по величине, как показано на рисунке. Указать направление вектора напряжённости результирующего электростатического поля в центре квадрата.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4;
5) 5; 6) 6; 7) 7; 8) 8;
9) напряжённость равна нулю

Решение: Используем правило определения направления силовых линий: *Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.* Вектор напряжённости поля левого верхнего (положительного) заряда E_{+} направлен от положительного заряда (вдоль 5); вектор напряженности поля E_{-} правого верхнего (отрицательного) заряда направлен к отрицательному заряду (вдоль 3); вектор напряженности поля E_{-} правого нижнего (отрицательного) заряда направлен к отрицательному заряду (вдоль 5); вектор напряженности поля E_{-} левого нижнего (отрицательного) заряда направлен к отрицательному заряду (вдоль 7). Модули векторов E_{+} и E_{-} равны друг другу (величины зарядов и расстояния от зарядов до центра квадрата одинаковы): $E = \frac{kq}{r^2}$. Используем принцип суперпозиции электрических полей: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N$. Сумма векторов направленных вдоль 3 и вдоль 7, равна нулю. Два вектора оставшихся вектора направлены вдоль 5. Поэтому, их векторная сумма и будет результирующим вектором напряжённости электрического поля, создаваемого всеми зарядами. И этот вектор будет направлен вдоль **5) 5**.

3.1.5. ПОТЕНЦИАЛ И ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Электрический потенциал φ – это энергетическая характеристика электрического поля, равная отношению потенциальной энергии W точечного положительного заряда q, помещённого в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = W/q\,. \tag{3.1.11}$$

Единица измерения электрического потенциала – вольт: $[\varphi] = 1$ В.

Потенциальная энергия W точечного заряда q в электрическом поле численно равна работе A, которую совершают силы электрического поля по перемещению этого заряда из данной точки в бесконечность, где потенциальная энергия равна нулю. Из этого следует, что

$$\varphi = A/q\,. \tag{3.1.12}$$

Если заряд q перемещается в электрическом поле из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2, то работа $A_{1\to2}$, совершаемая при этом силами электрического поля, не зависит от формы траектории и определяется следующим выражением:

$$A_{1\to2} = q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{3.1.13}$$

где величина $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ называется ***разностью потенциалов*** между точками 1 и 2. Положительные заряды движутся вдоль силовых линий электрического поля из области с б*о*льшим потенциалом в область с меньшим потенциалом, а отрицательные заряды перемещаются в обратном направлении.

В однородном электрическом поле модуль вектора напряженности E связан с разностью потенциалов соотношением

$$E = |\Delta\varphi|/d = |\varphi_1 - \varphi_2|/d, \tag{3.1.14}$$

где d – расстояние между точками электрического поля с потенциалами φ_1 и φ_2, отсчитываемое вдоль силовой линии.

Работу кулоновских сил по перемещению заряда q в однородном электрическом поле с напряжённостью E на расстояние r вдоль прямой, составляющей угол α с силовой линией, можно рассчитать по формуле:

$$A = Fr\cos\alpha = qEr\cos\alpha. \tag{3.1.15}$$

Примеры расчета потенциалов полей заряженных тел.

1. Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом q, в точке, находящейся от него на расстоянии r в среде с диэлектрической проницаемостью ε, определяется по формуле:

$$\varphi = kq/\varepsilon r. \tag{3.1.16}$$

2. Потенциал электрического поля, создаваемого проводящим шаром радиуса R, по поверхности которого распределён заряд q, в точке, находящейся на расстоянии r от центра шара в среде с диэлектрической проницаемостью ε, определяется по формуле:

$$\varphi = kq/\varepsilon R, \quad r \le R, \tag{3.1.17а}$$

$$\varphi = kq/\varepsilon r, \quad r \ge R. \tag{3.1.17б}$$

Принцип суперпозиции электрических полей: Если электрическое поле создано несколькими точечными зарядами или заряженными телами, то потенциал φ поля в данной точке равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом (телом) в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_N. \tag{3.1.18}$$

Эквипотенциальная поверхность – это геометрическое место точек, которые имеют одинаковый электрический потенциал (например, поверхность проводящего заряженного тела). Работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю

($A = q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_1) = 0$). Силовые линии в любой точке электрического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (см. рис. 3.1.2).

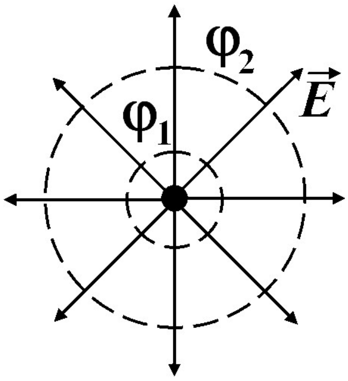


Рисунок 3.1.2 – Графическая картина эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электростатического поля точечного положительного заряда

Потенциальная энергия W_{12} взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся друг от друга на расстоянии r в среде с диэлектрической проницаемостью ε, определяется по формуле:

$$W_{12} = k \cdot q_1 q_2 / \varepsilon r. \tag{3.1.19}$$

3.1.6. ЭЛЕКТРОЁМКОСТЬ

Электрическая ёмкость C – физическая величина, характеризующая способность проводника содержать электрический заряд, равная отношению заряда Δq, внесённого на проводник, к увеличению $\Delta\varphi$ потенциала проводника:

$$C = \Delta q / \Delta\varphi. \tag{3.1.20}$$

Единица измерения электрической ёмкости – фарад: $[C] = 1$ Ф.

Электроёмкость уединённого проводящего шара радиуса R, находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ε, определяется выражением:

$$C_{\text{шара}} = \varepsilon R / k = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \tag{3.1.21}$$

Понятие электрической ёмкости применимо также к системе проводников. ***Электрический конденсатор*** – это система их двух проводников (называемых *обкладками*), разделённых тонким слоем диэлектрика. Заряды на обкладках конденсатора равны по величине и противоположны по знаку. Электроёмкость конденсатора определяется выражением:

$$C = q / U, \tag{3.1.22}$$

где q – заряд на положительной обкладке, $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов (*напряжение*) между обкладками конденсатора.

Электроёмкость плоского конденсатора, площадь каждой из пластин которого S, а расстояние между пластинами d, находится по формуле:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d, \qquad (3.1.23)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора, ε_0 – электрическая постоянная.

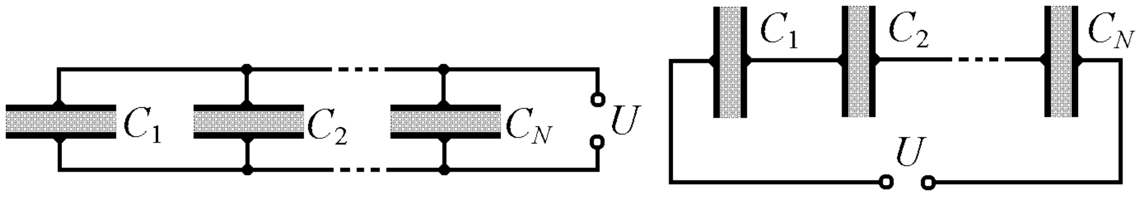


Рисунок 3.1.3 – Соединения конденсаторов:
а) параллельное; б) последовательное

При *параллельном соединении конденсаторов* (см. рис. 3.1.3, а) напряжения на них одинаковы, полный заряд равен сумме зарядов на отдельных конденсаторах, а полная ёмкость батареи равна сумме ёмкостей каждого из конденсаторов:

$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_N;$$
$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_N; \qquad (3.1.24)$$
$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_N.$$

При *последовательном соединении конденсаторов* (см. рис. 3.1.3, б) полное напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, заряды на них равны, а величина, обратная общей ёмкости батареи, равна сумме величин, обратных ёмкости каждого из конденсаторов:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_N;$$
$$q = q_1 = q_2 = \ldots = q_N; \qquad (3.1.25)$$
$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \ldots + 1/C_N.$$

Энергия электрического поля уединённого тела, обладающего ёмкостью C и заряженного до потенциала φ зарядом q, определяется выражением:

$$W = q\varphi/2 = C\varphi^2/2 = q^2/2C. \qquad (3.1.26)$$

Энергия электрического поля заряженного конденсатора:

$$W_C = qU/2 = CU^2/2 = q^2/2C. \qquad (3.1.27)$$

Объёмная плотность энергии электрического поля w – физическая величина, равная отношению энергии поля W (в среде с диэлектрической проницаемостью ε), заключённой в объёме V, к величине этого объёма:

$$w = W/V = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \big/ 2 . \qquad (3.1.28)$$

Единица измерения объёмной плотности энергии $[w]$ = 1 Дж/м^3.

3.1.7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Две заряженные капли ртути радиусом 1 мм и зарядом 10 нКл каждая сливаются в одну общую каплю. Найти потенциал получившейся капли. Ответ дать в киловольтах и округлить до целого числа.

Дано:
$R_1 = 10^{-3}$ м
$q_1 = 10^{-8}$ Кл
Найти:
φ_2 = ? (кВ)

Решение:

Из закона сохранения электрического заряда заряд большой капли ртути равен сумме зарядов двух маленьких капель: $q_2 = q_1 + q_1 = 2q_1$. Из условия несжимаемости ртути объём большой капли ртути равен сумме объёмов двух маленьких капель $V_2 = 2V_1$. Считая капли шарами, получим $4\pi R_2^3/3 = 2(4\pi R_1^3/3)$, $R_2 = 2^{1/3}R_1$. Искомый потенциал большой капли

$$\varphi_2 = kq_2/R_2 = 2kq_1/(2^{1/3}R_1) = 2^{2/3}kq_1/R_1.$$

Проводя расчеты, получим:

$$\varphi_2 = 2^{2/3}\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-8}/10^{-3} = 142866 \text{ В} = 143 \text{ кВ}.$$

Ответ: φ_2 = 143 кВ.

2. Во сколько раз уменьшится потенциал заряженного металлического шара радиусом 0,1 м, если этот шар с помощью длинного проводника соединить с удалённым от него незаряженным металлическим шаром радиусом 0,3 м? Ёмкостью проводника пренебречь.

Дано:
R_1 = 0,1 м
R_2 = 0,3 м
Найти:
$\eta = \varphi_1/\varphi_1' = ?$

Решение:

Запишем выражения для потенциала первого шара до и после соединения: $\varphi_1 = kq_1/R_1$, $\varphi_1' = kq_1'/R_1$.

Т.к. отношение потенциалов для шара равно отношению зарядов на нём ($\eta = \varphi_1/\varphi_1' = q_1/q_1'$), то найдем отношение зарядов. Из закона сохранения электрического заряда $q_1 = q_1' + q_2'$, $q_1/q_1' = 1 + q_2'/q_1'$.

Учтём, что после соединения шаров их потенциалы выравниваются, т.е. $\varphi_1' = \varphi_2'$.

Следовательно, $kq_1'/R_1 = kq_2'/R_2$ и $q_2'/q_1' = R_2/R_1$.

В итоге, $\eta = \varphi_1/\varphi_1' = q_1/q_1' = 1 + R_2/R_1 = 1 + 0{,}3/0{,}1 = 4$.

Ответ: $\eta = 4$.

3. Два одинаковых шарика радиусом 1 см каждый находятся в керосине на расстоянии 10 см друг от друга и взаимодействуют с силой 2,1 мН. Определить в киловольтах потенциал шариков. Диэлектрическая проницаемость керосина ε равна 2,1.

Дано:
$R = 0{,}01$ м
$r = 0{,}1$ м
$F = 2{,}1\cdot10^{-3}$ Н
$\varepsilon = 2{,}1$
Найти:
$\varphi = ?$ (кВ)

Решение:

Запишем выражение для потенциала шариков: $\varphi = kq/\varepsilon R$. Заряд каждого из шариков можно найти из закона Кулона ($R \ll r$): $F_к = kq^2/\varepsilon r^2$, $q = (F_к\varepsilon r^2/k)^{1/2}$. Тогда потенциал будет равен:

$$\varphi = k(F_к\varepsilon r^2/k)^{1/2}/\varepsilon R = (F_к k)^{1/2} r/\varepsilon^{1/2} R.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\varphi = (2{,}1\cdot10^{-3}\cdot9\cdot10^{9})^{1/2}\cdot0{,}1/2{,}1^{1/2}\cdot0{,}01 = 3\cdot10^{4}\text{ В} = 30\text{ кВ}.$$

Ответ: $\varphi = 30$ кВ.

4. Какую скорость будет иметь электрон, пройдя в электрическом поле разность потенциалов 1,82 В? Начальная скорость электрона равна нулю. Ответ дать в километрах в секунду.

Дано:
$\Delta\varphi = 1{,}82$ В
$\upsilon_0 = 0$
Найти:
$\upsilon = ?$ (км/с)

Решение:

При прохождении электроном e разности потенциалов $\Delta\varphi$ электрическое поле совершает работу: $A = e\Delta\varphi$. Эта работа идёт на увеличение кинетической энергии электрона

$$A = \Delta W_к = m_e\upsilon^2/2 - m_e\upsilon_0^2/2 = m_e\upsilon^2/2.$$

Отсюда следует равенство $e\Delta\varphi = m_e\upsilon^2/2$.

Скорость электрона после прохождения ускоряющей разности потенциалов: $\upsilon = (2e\Delta\varphi/m_e)^{1/2}$.

Расчёт даёт: $\upsilon = (2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot1{,}82/9{,}1\cdot10^{-31})^{1/2} = 8\cdot10^{5}$ м/с.

Ответ: $\upsilon = 800$ км/с.

5. Определить работу, совершаемую при перемещении заряда 2 мкКл в вакууме из точки, находящейся на расстоянии 20 см от точечного заряда 3 мкКл, до точки, расположенной на расстоянии 50 см от него. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл
$r_1 = 0,2$ м
$q_2 = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл
$r_2 = 0,5$ м
Найти:
$A = ?$

Решение:

Работа, совершаемая при перемещении заряда q_1 в электрическом поле равна: $A = q_1\Delta\varphi = q_1(\varphi_1 - \varphi_2)$, $\Delta\varphi$ – где разность потенциалов электрического поля точечного заряда q_2 в начальной и конечной точках перемещения. Потенциалы в этих точках определяются выражениями $\varphi_1 = kq_2/r_1$, $\varphi_2 = kq_2/r_2$.

Подставляя их в выражение для работы, получим: $A = kq_1q_2(1/r_1 - 1/r_2) = kq_1q_2(r_2 - r_1)/r_1r_2$.

Подставляя численные значения и вычисляя, найдём:

$$A = 9 \cdot 10^9 \cdot 2\ 10^{-6} \cdot 3\ 10^{-6}\ (0,5 - 0,2)/0,2 \cdot 0,5 = 0,162 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 0,162$ Дж.

6. Плоский конденсатор со слюдяной изоляцией заряжен до разности потенциалов 150 В и отключен от источника напряжения. Диэлектрическая проницаемость слюды 7. Чему будет равна разность потенциалов между обкладками конденсатора, если слюдяную пластинку удалить? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$U_1 = 150$ В
$\varepsilon_1 = 7$
$\varepsilon_2 = 1$
Найти:
$U_2 = ?$

Решение:

После подключения конденсатора к источнику напряжения, на его обкладках появляется заряд: $q_1 = C_1U_1$. После отключения конденсатора от источника напряжения он становится изолированной системой, и заряд на его обкладках остаётся неизменным. После удаления слюдяной пластинки из конденсатора заряд будет определяться выражением: $q_1 = C_2U_2$.

Отсюда следует, что $C_1U_1 = C_2U_2$, и $U_2 = U_1C_1/C_2$.

Электроёмкости плоского конденсатора со слюдяной пластиной и без неё: $C_1 = \varepsilon_1\varepsilon_0S/d$, $C_2 = \varepsilon_2\varepsilon_0S/d$, $C_1/C_2 = \varepsilon_1/\varepsilon_2$.

В итоге, получим $U_2 = U_1\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 150 \cdot 7/1 = 1050$ В.

Ответ: $U_2 = 1050$ В.

7. Конденсатор ёмкостью 2 мкФ подсоединили к источнику постоянного напряжения 950 В, конденсатор ёмкостью 5 мкФ – к источнику 600 В. После отключения от источников конденсаторы соединили друг с другом параллельно одноимённо заряженными обкладками. Определить напряжение полученной батареи конденсаторов. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$C_1 = 2\cdot10^{-6}$ Ф
$U_1 = 950$ В
$C_2 = 5\cdot10^{-6}$ Ф
$U_2 = 600$ В
Найти:
$U = ?$

Решение:

Когда конденсаторы подсоединяют к источникам напряжения, на их обкладках появляются, соответственно, заряды: $q_1 = C_1U_1$ и $q_2 = C_2U_2$. После отключения конденсаторов от источников напряжения заряды на их обкладках остаются неизменными, поэтому, при соединении их одноимёнными обкладками, суммарный заряд батареи конденсаторов $q = q_1 + q_2$. При параллельном соединении конденсаторов напряжения на них выравниваются и становятся равными U, а ёмкость батареи определяется, как: $C = C_1 + C_2$. Отсюда следует, что:

$$U = q/C = (q_1 + q_2)/(C_1 + C_2) = (C_1U_1 + C_2U_2)/(C_1 + C_2).$$

Вычисляя, получим

$$U = (2\cdot10^{-6}\cdot950 + 5\cdot10^{-6}\cdot600)/(2 + 5)\cdot10^{-6} = 700 \text{ В}.$$

Ответ: $U = 700$ В.

8. Во сколько раз возрастёт энергия воздушного конденсатора, подключенного к источнику тока, если расстояние между его пластинами увеличить вдвое и поместить между ними диэлектрик с диэлектрической проницаемостью равной 6?

Дано:
$d_2/d_1 = 2$
$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 6$
Найти:
$W_2/W_1 = ?$

Решение:

Поскольку конденсатор остаётся подключенным к источнику тока, напряжение на нём не изменяется: $U = \text{const}$. С учётом этого, запишем выражения для энергии заряженного конденсатора до и после преобразований: $W_1 = C_1U^2/2$, $W_2 = C_2U^2/2$.

Тогда искомое отношение энергий: $W_2/W_1 = C_2/C_1$.

Выражения для ёмкости плоского конденсатора имеют вид:

$$C_1 = \varepsilon_1\varepsilon_0 S/d_1, \qquad C_2 = \varepsilon_2\varepsilon_0 S/d_2.$$

В итоге, окончательно получим $W_2/W_1 = \varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2$.

Вычислим $W_2/W_1 = 6/2 = 3$.

Ответ: $W_2/W_1 = 3$.

9. Воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Во сколько раз уменьшится энергия конденсатора, если расстояние между пластинами уменьшить вдвое и зазор заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной 6?

Дано:
$d_1/d_2 = 2$
$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 6$
Найти:
$W_1/W_2 = ?$

Решение:

В отличие от предыдущей задачи, конденсатор отключен от источника тока и является электрически замкнутой системой ($q = \text{const}$). Поэтому для энергии конденсатора до и после преобразований запишем выражения через заряд на его обкладках:

$$W_1 = q^2/2C_1, \qquad W_2 = q^2/2C_2.$$

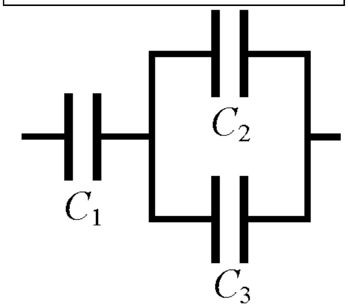
Тогда искомое отношение энергий: $W_1/W_2 = C_2/C_1$.

Подставляя сюда выражения для ёмкости плоского конденсатора: $C_1 = \varepsilon_1\varepsilon_0 S/d_1$, $C_2 = \varepsilon_2\varepsilon_0 S/d_2$, получим $W_1/W_2 = \varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2$.

Вычисляя, находим $W_1/W_2 = 6\cdot 2 = 12$.

Ответ: $W_1/W_2 = 12$.

10. Определить ёмкость батареи конденсаторов на рисунке, если ёмкость конденсатора C_1 равна 2 мкФ, конденсатора C_2 – 3 мкФ, а конденсатора C_3 – 5 мкФ. Ответ дать в микрофарадах.



Дано:
$C_1 = 2\cdot 10^{-6}$ Ф
$C_2 = 3\cdot 10^{-6}$ Ф
$C_3 = 5\cdot 10^{-6}$ Ф
Найти:
$C = ?$ (мкФ)

Решение:

Конденсаторы C_2 и C_3 соединены паралллельно и их общее сопротивление $C' = C_2 + C_3$.

Конденсаторы C_1 и C' соединены последовательно и тогда искомая ёмкость батареи конденсаторов может быть найдена из выражения:

$$1/C = 1/C_1 + 1/C' = (C' + C_1)/C_1C'.$$

Подставляя сюда выражение для C', получим

$$C = C_1C'/(C' + C_1) = C_1(C_2 + C_3)/(C_1 + C_2 + C_3).$$

Вычисляя, находим

$$C = 2\cdot 10^{-6}\cdot(3 + 5)\cdot 10^{-6}/(2 + 3 + 5)\cdot 10^{-6} = 1{,}6\cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 1{,}6 \text{ мкФ}.$$

Ответ: $C = 1{,}6$ мкФ.

3.1.8. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Какая физическая величина определяется отношением потенциальной энергии заряда в электростатическом поле к величине этого заряда:

1) разность потенциалов между точками поля;
2) сопротивление;
3) потенциал точки электростатического поля;
4) работа поля по перемещению заряда.

Решение: По определению: Электрический потенциал φ – это энергетическая характеристика электрического поля, равная отношению потенциальной энергии W точечного положительного заряда q, помещённого в данную точку поля, к величине этого заряда (3.1.11):

$$\varphi = W/q .$$

Таким образом, правильный вариант ответа: **3) потенциал точки электростатического поля**.

2. Как изменится потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов, если величину одного из зарядов увеличить в 3 раза, величину второго уменьшить в 4 раза, а расстояние между зарядами уменьшить в 2 раза?

1) увеличится в 1,5 раза; 2) увеличится в 3 раза;
3) уменьшится в 1,5 раза; 4) уменьшится в 3 раза.

Решение: Согласно формуле для потенциальной энергии двух точечных зарядов (3.1.19):

$$W_{12} = k \cdot q_1 q_2 / \varepsilon r ,$$

при указанных изменениях величин зарядов и расстояния между ними, потенциальная энергия: **1) увеличится в 1,5 раза**.

3. Какая из приведенных формул позволяет рассчитать работу по перемещению заряда в электростатическом поле:

1) $A = E \cdot \Delta r$; 2) $A = \dfrac{q}{U}$; 3) $A = \Delta\varphi \cdot q$; 4) $A = q \cdot E$.

Решение: Согласно формуле (3.1.13) работа A, совершаемая при перемещении электрического заряда силами электрического поля, не зависит от формы траектории и определяется следующим выражением:

$$A = q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Таким образом, правильный вариант ответа: **3)** $A = \Delta\varphi \cdot q$.

4. Пространство между обкладками воздушного плоского конденсатора заполнили веществом с диэлектрической проницаемостью равной 3. Как при этом изменилась ёмкость конденсатора?

1) увеличилась в 3 раза; 2) уменьшилась в 3 раза;
3) увеличилась в 9 раз; 4) не изменилась.

Решение: Формула ёмкости плоского конденсатора (3.1.23):

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d .$$

У воздуха диэлектрическая проницаемость ε = 1. Видно, что при увеличении диэлектрической проницаемости вещества между обкладками конденсатора в 3 раза, ёмкость конденсатора тоже **1) увеличится в 3 раза**.

5. Плоский воздушный конденсатор предварительно зарядили и, отключили от источника тока. После чего, уменьшили расстояние между обкладками конденсатора вдвое. Как изменилась при этом энергия электрического поля между обкладками конденсатора?

1) увеличилась в 2 раза; 2) уменьшилась в 2 раза;
3) увеличилась в 4 раза; 4) уменьшилась в 4 раза;
5) не изменилась.

Решение: Учтём, что после отключения конденсатора от источника тока, заряд на его обкладках остаётся неизменным, чтобы с конденсатором не происходило. Тогда, удобно воспользоваться формулой (3.1.27) для энергии электрического поля заряженного конденсатора в виде:

$$W_C = q^2 / 2C, \quad \text{где} \quad C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d.$$

При уменьшении расстояния d между обкладками конденсатора в 2 раза, его ёмкость увеличивается в 2 раза. Следовательно, энергия электрического поля между обкладками конденсатора уменьшается в 2 раза. Правильный вариант ответа: **2) уменьшилась в 2 раза**.

ГЛАВА 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

3.2.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Электрический ток – это явление направленного (упорядоченного) движения электрических зарядов. За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Постоянный электрический ток – это ток, не изменяющийся с течением времени ни по силе, ни по направлению.

Сила тока I – скалярная физическая величина, равная отношению количества заряда Δq, переносимого через поперечное сечение проводника за интервал времени Δt, к этому промежутку времени:

$$I = \Delta q / \Delta t. \tag{3.2.1}$$

Единица измерения силы тока – ампер: $[I] = 1$ А.

Плотность тока $\vec{j}$ – векторная физическая величина, модуль которой равен отношению силы тока I, проходящего через проводник, к площади поперечного сечения проводника S, а направление совпадает с направлением тока:

$$j = I / S. \tag{3.2.2}$$

Единица измерения плотности тока: $[j] = 1$ А/м^2.

Источник электрического тока – это устройство, поддерживающее разность потенциалов на концах электрической цепи. В замкнутой электрической цепи ток вне источника течёт от положительного полюса к отрицательному, а внутри источника – от отрицательного полюса к положительному. Движение зарядов внутри источника возможно лишь под действием так называемой ***сторонней силы*** (силы неэлектрического происхождения).

Электродвижущей силой (ЭДС) источника называется величина, равная отношению работы сторонних сил $A^{с}_{1-2}$ при перемещении на участке электрической цепи 1–2 положительного заряда q к величине этого заряда:

$$\varepsilon_{1-2} = A^{с}_{1-2} / q. \tag{3.2.3}$$

Напряжением (падением напряжения) U_{1-2} на участке цепи 1–2 называется величина, равная отношению суммарной работы кулоновских и сторонних сил при перемещении на участке 1–2 положительного заряда q к величине этого заряда:

$$U_{1-2} = \left(A^{к}_{1-2} - A^{с}_{1-2}\right) / q.$$

Так как работа кулоновских сил $A^{к}_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_1)$, можно записать:

$$U_{1-2} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{1-2}, \tag{3.2.4}$$

Единица измерения ЭДС и напряжения – вольт $[U] = 1$ В.

3.2.2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ. ЗАКОН ОМА

Электрическое сопротивление проводника R – физическая величина, определяющая силу тока, текущего по нему при заданном напряжении на концах проводника. Сопротивление проводника постоянного сечения, выполненного из однородного материала, задаётся выражением:

$$R = \rho \cdot l/S, \qquad (3.2.5)$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника, l – длина и S – площадь поперечного сечения проводника.

Единица измерения электрического сопротивления – Ом: $[R] = 1$ Ом, а удельного сопротивления – $[\rho] = 1$ Ом·м.

Зависимость удельного сопротивления от температуры описывается соотношением:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \qquad (3.2.6)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0 °С, t – температура по шкале Цельсия, α – температурный коэффициент сопротивления ($[\alpha] = 1$ К$^{-1}$).

Электрическое сопротивление r источника тока называется его ***внутренним сопротивлением***.

Для произвольного участка электрической цепи 1–2, содержащего источник постоянного тока, можно записать ***закон Ома***:

$$I = U_{1-2}/R_{1-2} = [(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{1-2}]/R_{1-2}, \qquad (3.2.7)$$

где сопротивление рассматриваемого участка цепи R_{1-2} равно сумме внешнего и внутреннего сопротивлений: $R_{1-2} = R + r$. Рассмотрим два частных случая (3.2.7).

1. ***Участок цепи***, не содержащий источника тока, называется ***однородным*** ($\varepsilon = 0$, $r = 0$). Получаем *закон Ома для однородного участка цепи*:

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = U/R. \qquad (3.2.8)$$

2. Замкнутая цепь, содержащая источник тока ($\varphi_1 = \varphi_2$). Получим *закон Ома для замкнутой цепи*:

$$I = \varepsilon/(R + r). \qquad (3.2.9)$$

Последовательное соединение проводников (рис. 3.2.1, а) характеризуется следующими закономерностями:

– Сила тока во всех проводниках одинакова: $I_1 = I_2 = \ldots = I_N = I$.

– Полное напряжение U на концах участка цепи равно сумме напряжений на отдельных проводниках: $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_N$.

– Общее сопротивление R участка цепи равно сумме сопротивлений каждого из проводников:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_N. \quad (3.2.10)$$

– Напряжение на концах отдельных проводников прямо пропорционально их сопротивлениям: $U_1 / U_2 = R_1 / R_2$.

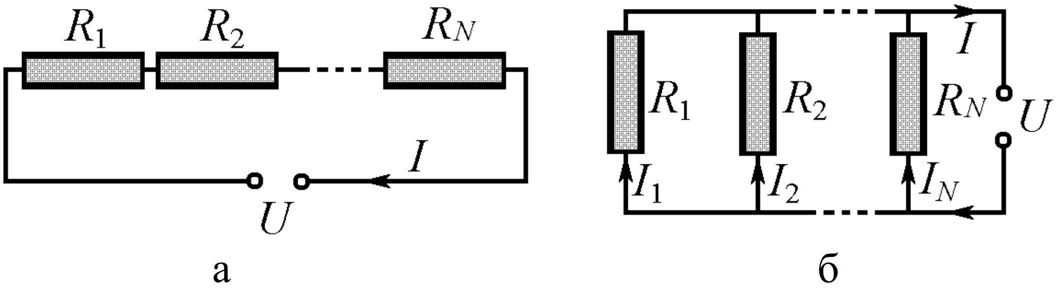


Рисунок 3.2.1 – Соединения проводников:
а) последовательное; б) параллельное

Параллельное соединение проводников (рис. 3.2.1, б) имеет следующие закономерности:

– Сила тока в неразветвлённой части цепи равна сумме сил токов, текущих в каждом проводнике: $I = I_1 + I_2 + \ldots + I_N$.

– Падение напряжение U на всех проводниках одинаково: $U = U_1 = U_2 = \ldots = U_N$.

– Величина, обратная общему сопротивлению участка цепи, равна сумме обратных величин сопротивлений каждого проводника:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_N. \quad (3.2.11)$$

– Силы токов в каждом из проводников обратно пропорциональны их сопротивлениям: $I_1 / I_2 = R_2 / R_1$.

3.2.3. РАБОТА И ТЕПЛОВОЕ ДЕЙСТВИЕ ТОКА

Работа A, которая совершается в течение времени t постоянным током силы I, текущим по участку цепи, на концах которого поддерживается напряжение U, определяется выражением:

$$A = IUt. \quad (3.2.12)$$

Мощность, развиваемая электрическим током на этом участке цепи:

$$P = A/t = IU. \quad (3.2.13)$$

Теплота Q, выделяющаяся в течении времени t в проводнике сопротивлением R при прохождении по нему тока силой I, определяется ***законом Джоуля–Ленца***:

$$Q = I^2 Rt. \qquad (3.2.14)$$

Мощность тепловых потерь (теплота, выделяемая в единицу времени):

$$P_Q = Q/t = I^2 R. \qquad (3.2.15)$$

В однородном участке цепи ($\varepsilon = 0$, $r = 0$) выделяющаяся теплота равна работе электрического тока:

$$Q = I^2 Rt = U^2 t/R = IUt = A. \qquad (3.2.16)$$

В неоднородном участке цепи, содержащем источник ЭДС, выделяющаяся теплота Q равна сумме работы электрического тока A и работы источника $A_{и}$:

$$Q = A + A_{и}, \text{ где } A_{и} = I\varepsilon t. \qquad (3.2.17)$$

Развиваемая источником тока мощность: $P_{и} = A_{и}/t = I\varepsilon$.

Коэффициент полезного действия (КПД) η источника тока:

$$\eta = P/P_{и} = U/\varepsilon = R/(R + r). \qquad (3.2.18)$$

3.2.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. К аккумулятору с внутренним сопротивлением 2 Ом и ЭДС 12 В подключена электрическая лампочка сопротивлением 8 Ом. Определить заряд, который будет перенесён через лампочку за 5 минут. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$r = 2$ Ом
$\varepsilon = 12$ В
$R = 8$ Ом
$\Delta t = 300$ с
Найти:
$\Delta q = ?$

Решение:

Запишем определение силы тока $I = \Delta q/\Delta t$. Отсюда заряд, который будет перенесён через лампочку за время Δt: $\Delta q = I\cdot\Delta t$. Силу тока I можно определить и закона Ома для замкнутой цепи: $I = \varepsilon/(R + r)$.

В результате для заряда получим выражение:

$$\Delta q = \varepsilon\Delta t/(R + r).$$

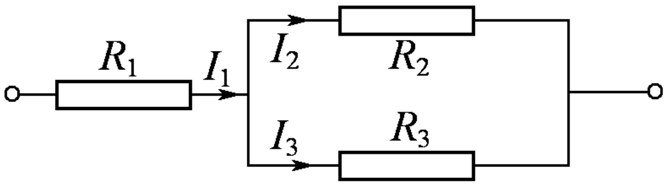
Подставляя численные значения и проводя расчеты, получим: $\Delta q = 12\cdot 300/(8 + 2) = 360$ Кл.

Ответ: $\Delta q = 360$ Кл.

2. Нагрузкой усилителя служит цепь, состоящая из резистора R_1 сопротивлением 2 Ом, включенного последовательно с параллельно соединёнными резисторами $R_2 = 5$ Ом и $R_3 = 20$ Ом. Ток в резисторе R_2 равен 1 А. Найти силу тока в резисторе R_1. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$R_1 = 2$ Ом
$R_2 = 5$ Ом
$R_3 = 20$ Ом
$I_2 = 1$ А
Найти:
$I_1 = ?$

Решение:



Для разветвлённой цепи, изображённой на рисунке, справедливо условие: $I_1 = I_2 + I_3$.

Найдём значение силы тока I_3. Для этого учтём, что при параллельном соединении резисторов напряжение на них одинаково: $U_2 = U_3$, т.е. $I_2R_2 = I_3R_3$.

Отсюда $I_3 = I_2R_2/R_3$.

В итоге, $I_1 = I_2 + I_2R_2/R_3 = I_2(R_3 + R_2)/R_3$.

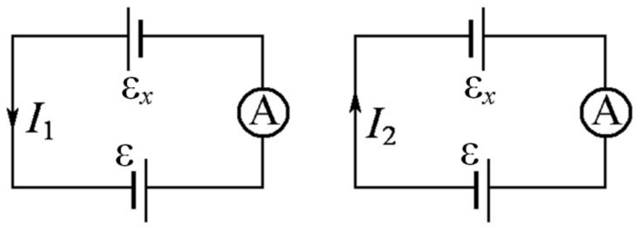
Обратим внимание на то, что значение R_1 нам не понадобилось. Проводя вычисления, получим $I_1 = 1\cdot(20 + 5)/20 = 1{,}25$ А.

Ответ: $I_1 = 1{,}25$ А.

3. Для измерения ЭДС своего аккумулятора автомобилист последовательно соединил источник с ЭДС, равной 2 В, и амперметр. При этом амперметр показал ток равный 1 А. При изменении полярности включения аккумулятора ток в цепи стал равен 0,75 А. Какова ЭДС аккумулятора? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$\varepsilon = 2$ В
$I_1 = 1$ А
$I_2 = 0{,}75$ А
Найти:
$\varepsilon_x = ?$

Решение:



а б

Рисунок – Включение источников тока в цепь:
а) последовательное; б) встречное

При первом способе включения в цепь источников тока (рисунок, а) их ЭДС складываются, т.е. результирующая ЭДС в цепи равна: $\varepsilon_1 = \varepsilon + \varepsilon_x$.

Из закона Ома для замкнутой цепи сила тока $I_1 = \varepsilon_1/R = (\varepsilon + \varepsilon_x)/R$, где R – полное сопротивление цепи. При втором способе соединения (рисунок, б) источники тока включены навстречу друг другу, поэтому результирующая ЭДС в цепи будет находиться как $\varepsilon_2 = \varepsilon_x - \varepsilon$ (предполагая, что $\varepsilon_x > \varepsilon$).

Используя закон Ома для данного случая, получим:

$$I_2 = \varepsilon_2/R = (\varepsilon_x - \varepsilon)/R.$$

Взяв отношение выражений для сил токов $I_1/I_2 = (\varepsilon_x + \varepsilon)/(\varepsilon_x - \varepsilon)$ и выражая ε_x, получим: $\varepsilon_x = \varepsilon\cdot(I_1 + I_2)/(I_1 - I_2)$.

Вычислим: $\varepsilon_x = 2\cdot(1 + 0{,}75)/(1 - 0{,}75) = 14$ В.

Ответ: $\varepsilon_x = 14$ В.

4. Определить в единицах СИ сопротивление шунта, который нужно подключить параллельно к амперметру, чтобы можно было измерять токи до 5 А. Амперметр имеет шкалу на 1 А и внутреннее сопротивление 5 Ом.

Дано:
$I = 5$ А
$I_А = 1$ А
$R_А = 5$ Ом
Найти:
$R_Ш = ?$

Решение:

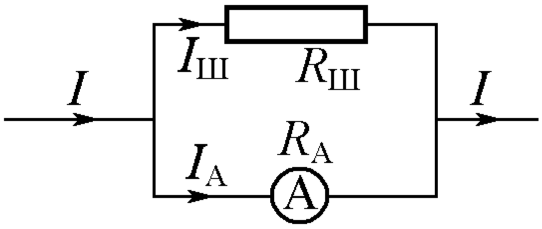


Рисунок – Амперметр с шунтом

На рисунке изображена схема подключения амперметра с шунтом. Предполагается, что через неразветвлённый участок цепи течёт максимальный ток I, а через амперметр максимально допустимый ток $I_А$. Запишем закон Ома для двух параллельных участков цепи $I_Ш = U_Ш/R_Ш$ – для шунта и $I_А = U_А/R_А$ – для амперметра. Для параллельных участков падения напряжения равны $U_Ш = U_А$, следовательно $I_Ш\cdot R_Ш = I_А\cdot R_А$, и $R_Ш = I_А\cdot R_А/I_Ш$. Силу тока через шунт $I_Ш$ можно найти из условия $I = I_А + I_Ш$, $I_Ш = I - I_А$. В результате подстановки получим окончательное выражение для $R_Ш$:

$$R_Ш = I_А\cdot R_А/(I - I_А).$$

Расчёт даёт: $R_Ш = 1\cdot 5/(5 - 1) = 1{,}25$ Ом.

Ответ: $R_Ш = 1{,}25$ Ом.

5. Определить в единицах СИ сопротивление резистора, который необходимо подключить последовательно с вольтметром, чтобы можно было измерять напряжения до 50 В. Вольтметр имеет шкалу максимум на 10 В и внутреннее сопротивление 200 Ом.

Дано:
$U = 50$ В
$U_V = 10$ В
$R_V = 200$ Ом
Найти:
$R = ?$

Решение:

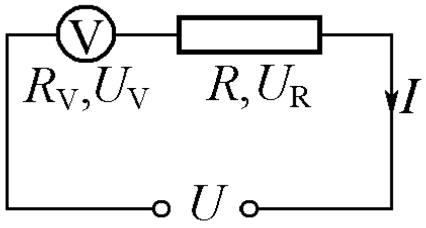


Рисунок – Вольтметр с резистором

На рисунке изображена схема подключения вольтметра с резистором. Максимально допустимое напряжение на вольтметре при подаче на цепь максимального напряжения внешней цепи U будет равно U_V. Запишем закон Ома для двух участков цепи $I_V = U_V/R_V$ – для вольтметра и $I_R = U_R/R$ – для резистора. При последовательном соединении токи равны ($I_V = I_R$), тогда $U_V/R_V = U_R/R$, и $R = R_V \cdot U_R/U_V$.

Напряжение на резисторе можно найти из условия

$$U = U_R + U_V,\ U_R = U - U_V.$$

В результате подстановки получим окончательное выражение для R:

$$R = R_V \cdot (U - U_V)/U_V.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$R = 200 \cdot (50 - 10)/10 = 800 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R = 800$ Ом.

6. Шнур питания магнитофона изготовлен из проводника с удельным сопротивлением 40 нОм·м и плотностью 8000 кг/м^3. Определить массу материала, пошедшего на изготовление провода, если его поперечное сечение 3 мм^2 и сопротивление 0,01 Ом. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$\rho_R = 4 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
$\rho = 8 \cdot 10^3$ кг/м^3
$S = 3 \cdot 10^{-6}$ м^2
$R = 0{,}01$ Ом
Найти:
$m = ?$

Решение:

Масса проводника m пропорциональна его объёму V: $m = \rho V = \rho S l$, где l – длина проводника. Сопротивление проводника можно определить из выражения $R = \rho_R \cdot l/S$. Отсюда выразим длину проводника и подставим в выражение для массы:

$$m = \rho S^2 R/\rho_R.$$

Проведём расчёты и получим:

$$m = 8 \cdot 10^3 \cdot (3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0{,}01/4 \cdot 10^{-8} = 0{,}018 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}018$ кг.

7. Проводник из материала с температурным коэффициентом сопротивления 0,003 $К^{-1}$ при включении в сеть постепенно нагрелся от 0 °С до 100 °С. Во сколько раз уменьшилась мощность, потребляемая проводником при неизменном напряжении в сети?

<u>Дано:</u>
α = 0,003 $К^{-1}$
t_0 = 0 °С
t = 100 °С
U = const
<u>Найти:</u>
P_0/P = ?

Решение:

Запишем выражения для мощности, потребляемой проводником в начале нагрева: $P_0 = U^2/R_0$, и в конце нагрева: $P = U^2/R$, где R_0 и R – начальное и конечное сопротивления проводника.

Тогда искомое отношение мощностей:

$$P_0/P = R/R_0.$$

Подставляя сюда выражения для температурной зависимости сопротивления проводника (при условии неизменности его геометрических параметров):

$$R = \rho_R \cdot l/S = \rho_0 \cdot (1 + \alpha t) \cdot l/S = (\rho_0 l/S) \cdot (1 + \alpha t) = R_0 \cdot (1 + \alpha t),$$

получим $P_0/P = (1 + \alpha t)$.

Вычисляя, находим $P_0/P = (1 + 0{,}003 \cdot 100) = 1{,}3$.

Ответ: P_0/P = 1,3.

8. К аккумулятору с внутренним сопротивлением 2 Ом и ЭДС 12 В подключены две последовательно соединённые лампочки сопротивлением 5 Ом каждая. Определить мощность, выделяющуюся в одной лампочке. Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u>
r = 2 Ом
ε = 12 В
$R_Л$ = 5 Ом
<u>Найти:</u>
$P_Л$ = ?

Решение:

Мощность, выделяющаяся в одной лампочке, можно рассчитать по формуле $P_Л = I^2 R_Л$.

Ток I, текующий в цепи, найдём из законо Ома для замкнутой цепи: $I = \varepsilon/(R + r)$,

где R – сопротивление нагрузки, состоящей из двух последовательно соединённых ламп

$$R = R_Л + R_Л = 2R_Л.$$

Произведём подстановку в вуражение для мощности и получим

$$P_Л = \varepsilon^2 \cdot R_Л/(2R_Л + r)^2.$$

Вычислим: $P_Л = 12^2 \cdot 5/(10 + 2)^2 = 5$ Вт.

Ответ: $P_Л$ = 5 Вт.

9. Три одинаковых проводника соединили параллельно и включили в сеть. При этом за 40 с выделилось 200 Дж теплоты. Сколько времени потребуется для выделения 200 Дж теплоты, если эти же проводники соединить последовательно и включить в ту же сеть? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$t_1 = 40$ с
$Q = 200$ Дж
Найти:
$t_2 = ?$

Решение:

Рассмотрим два случая включения сопротивлений в цепи с неизменным внешним напряжением U.

1. При параллельном соединении проводников их общее сопротивление R_1 определяется из выражения:

$$1/R_1 = 1/R + 1/R + 1/R = 3/R, \quad R_1 = R/3,$$

где R – сопротивление каждого проводника. Количество тепла, выделяющегося в проводниках можно найти по формуле:

$$Q = U^2 \cdot t_1/R_1 = 3U^2 \cdot t_1/R.$$

2. При последовательном соединении проводников их общее сопротивление R_2 определяется как $R_2 = R + R + R = 3R$. Количество тепла, выделяющегося в проводниках в этом случае, можно найти по формуле: $$Q = U^2 \cdot t_2/R_2 = U^2 \cdot t_2/3R.$$

Так как, по условию, количество тепла в обоих случаях выделяется одинаковое, то приравняем полученные выражения и выразим искомое значение времени t_2: $t_2 = 9t_1$.

Вычисляя, получим $t_2 = 9 \cdot 40 = 360$ с.

Ответ: $t_2 = 360$ с.

10. Чему равен коэффициент полезного действия источника тока, если при увеличении в два раза внешнего сопротивления, на которое он замкнут, разность потенциалов на обкладках источника увеличивается на 10 %? Ответ дать в процентах, округлив до целого числа.

Дано:
$R_2 = 2R_1$
$U_2 = 1{,}1U_1$
Найти:
$\eta_1 = ?$

Решение:

Коэффициент полезного действия источника тока определяется выражением:

$$\eta_1 = R_1/(R_1 + r) = (1 + r/R_1)^{-1},$$

где R_1 – сопротивление нагрузки, а r – внутреннее сопротивление источника. В итоге, нужно найти отношение r/R_1.

Запишем закон Ома для полной цепи в первом и втором случае:

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r) = U_1 + I_1 r, \quad \varepsilon = I_2(R_2 + r) = U_2 + I_2 r.$$

Отсюда, $I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r)$ (*).

Учитывая условие задачи $R_2 = 2R_1$ и $U_2 = 1{,}1U_1$, найдём:

$$2I_2R_1 = 1{,}1\cdot I_1R_1,\ I_2 = 0{,}55\cdot I_1.$$

Возвращаясь к выражению (*), получим:

$$I_1(R_1 + r) = 0{,}55I_1(2R_1 + r), \qquad R_1 + r = 1{,}1R_1 + 0{,}55r,$$

$$0{,}1R_1 = 0{,}45r, \qquad r/R_1 = 2/9.$$

Подставляя отношение r/R_1 в выражение для КПД, найдём:

$$\eta_1 = (1 + 2/9)^{-1} = 9/11 = 0{,}818 \approx 82\ \%.$$

Ответ: $\eta_1 = 82$ %.

3.2.5. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Как изменится сила тока протекающего по проводнику, если скорость движения электронов по проводнику увеличится в 4 раза?

1) уменьшится в 2 раза; 2) увеличится в 4 раза;
3) увеличится в 16 раз; 4) уменьшится в 4 раза.

Решение: Согласно определению силы тока (3.2.1):

$$I = \Delta q/\Delta t\,.$$

Если скорость движения электронов возросла в 4 раза, то количество электронов, проходящих через поперечное сечение проводника за единицу времени, тоже возросло в 4 раза. Следовательно, правильный вариант ответа: **2) увеличится в 4 раза**.

2. Два проводника выполнены из одного и того же материала. Длина второго проводника в 3 раза больше, чем у первого, а поперечное сечение меньше в 3 раза, чем у первого. Во сколько раз сопротивление второго проводника отличается от сопротивления первого?

1) сопротивления обоих проводников одинаковы;
2) сопротивление второго проводника меньше в 3 раза;
3) сопротивление второго проводника меньше в 9 раз;
4) сопротивление второго проводника больше в 9 раз.

Решение: Согласно формуле (3.2.5):

$$R = \rho \cdot l/S\,,$$

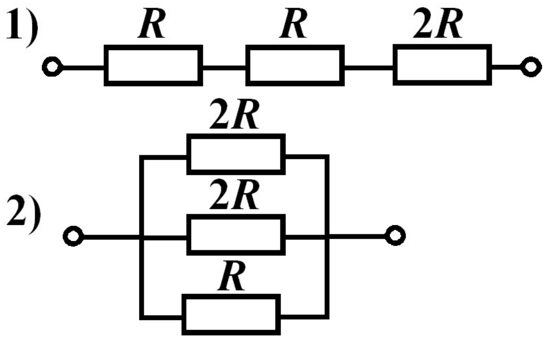
чем больше длина проводника, и чем меньше его поперечное сечение, тем больше сопротивление проводника. Тогда правильный ответ: **4) сопротивление второго проводника больше в 9 раз**.

3. Через резистор сопротивлением R, подключенный к батарее, течёт постоянный ток. При неизменном напряжении батареи в цепь включают последовательно второй резистор с сопротивлением $3R$. Как при этом изменится сила тока, протекающего через первый резистор?

1) уменьшится в 3 раза; 2) уменьшится в 4 раза;
3) увеличится в 1,33 раза; 4) не изменится.

Решение: При включении второго резистора последовательно первому, общее сопротивление электрической цепи возрастёт в 4 раза: $R_{общ} = R + 3R = 4R$. Тогда, по закону Ома (3.2.8), сила тока в цепи (через первый и второй резисторы) будет равна: $I = U/R_{общ} = U/4R = I_0/4$. Таким образом, правильный вариант ответа: **2) уменьшится в 4 раза**.

4. Во сколько раз отличаются сопротивления R_1/R_2 участков электрической цепи изображённых на рисунке.



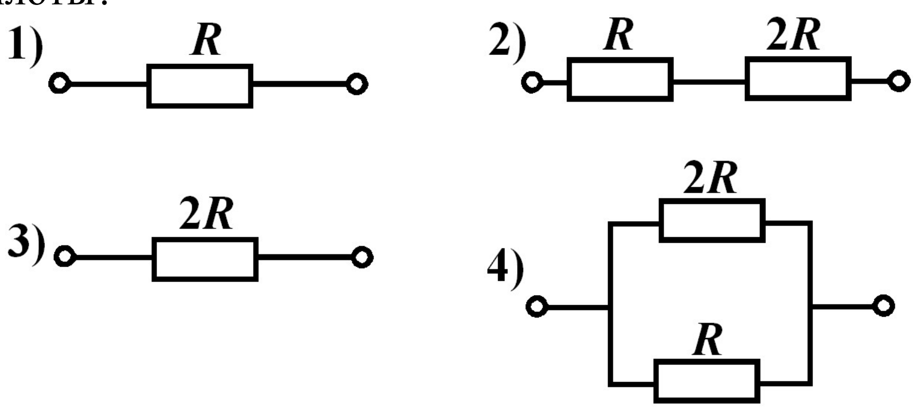
1) 5; 2) 8; 3) 0,8; 4) 1,25.

Решение: При последовательном соединении резисторов общее сопротивление участка электрической цепи $R_1 = R + R + 2R = 4R$.

При параллельном соединении резисторов общее сопротивление участка электрической цепи $1/R_2 = 1/R + 1/2R + 1/2R = 4/2R$, $R_2 = R/2$.

Отношение этих сопротивлений: $R_1/R_2 = 8$. Правильный вариант ответа: **2) 8**.

5. Два резистора сопротивлением R и $2R$ подключают к источнику постоянного напряжения, так как показано на рисунках ниже. При подключении по какой схеме в цепи выделится наибольшее количество теплоты?



1) 2) 3) 4)

Решение: При одинаковом напряжении количество теплоты, которое выделяется в нагрузке, определяется законом Джоуля–Ленца (3.2.16): $Q = \dfrac{U^2}{R_{общ}} t$. Таким образом, чтобы тепло выделившееся в нагрузке было максимальным, необходимо, чтобы сопротивление нагрузки было минимальным. Используя формулы для определения сопротивления цепи, содержащей последовательные и параллельные соединения резисторов, можно определить, что: 1) $R_{общ} = R$; 2) $R_{общ} = 3R$; 3) $R_{общ} = 2R$; 4) $R_{общ} = 2R/3$. Видно, что в четвёртом случае общее сопротивление цепи самое минимальное. А, следовательно, **при подключении по 4 схеме в цепи выделится наибольшее количество теплоты**.

ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

3.3.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное поле – это силовое поле, посредством которого осуществляются магнитные взаимодействия. Источниками магнитного поля являются постоянные магниты и движущиеся электрические заряды (электрические токи). Магнитное поле проявляется в действии на магниты, движущиеся электрические заряды, проводники и рамки с электрическим током.

Индукция магнитного поля (магнитная индукция) $\vec{B}$ – это векторная физическая величина, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся заряженную частицу (проводники с электрическим током) со стороны магнитного поля. Единица измерения магнитной индукции – тесла: $[B] = 1$ Тл.

Графически магнитное поле изображается при помощи силовых линий. ***Магнитные силовые линии (линии магнитной индукции)*** – это кривые, касательная к которым в любой точке совпадает с направлением вектора магнитной индукции в этой точке. Силовые линии магнитного поля всегда замкнуты, что свидетельствует об отсутствии в природе магнитных зарядов.

Если силовая линия перпендикулярна плоскости чертежа, то принято использовать следующие обозначения:

$\otimes$ – вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен от нас;

$\odot$ – вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен к нам.

Однородное магнитное поле – это поле, в каждой точке которого вектор магнитной индукции одинаков по величине и имеет одно направление.

Если в магнитное поле поместить вещество, то магнитная индукция при этом изменится. Вещества, в которых происходит увеличение магнитной индукции, называют ***ферромагнетиками*** (железо, кобальт, никель). ***Магнитная проницаемость ферромагнетика*** μ – это физическая величина, показывающая, во сколько раз увеличивается индукция магнитного поля в присутствии этого вещества:

$$B = \mu B_0, \ \mu >> 1, \tag{3.3.1}$$

где B_0 – магнитная индукция в отсутствие ферромагнетика. Для вакуума (воздуха) $\mu = 1$.

3.3.2. МАГНИТНЫЕ СИЛЫ

Сила Лоренца – векторная величина, определяющая силу, действующую на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле. Модуль этой силы определяется выражением:

$$F_{Л} = |q| vB \sin\left(\vec{v}\vec{B}\right), \qquad (3.3.2)$$

где q – заряд частицы, v – её скорость, B – индукция магнитного поля, $(\vec{v}\vec{B})$ – угол между направлением вектора скорости и вектором магнитной индукции (силовой линии). Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, определяется по правилу правой руки. ***Правило правой руки:*** если расположить правую руку так, чтобы четыре пальца совпадали по направлению с вектором скорости, большой палец совпадал с направлением вектора магнитной индукции, тогда сила Лоренца будет входить в ладонь. Поскольку сила Лоренца перпендикулярна плоскости, в которой лежат вектора скорости и магнитной индукции, то она *не совершает работы по перемещению*, а только искривляет траекторию движения заряженных частиц (*сообщает центростремительное ускорение*).

Сила Ампера – это сила, с которой магнитное поле действует на проводник с электрическим током. Модуль этой силы определяется формулой:

$$F_{А} = IlB \sin\left(\vec{l}\,\vec{B}\right), \qquad (3.3.3)$$

где I – сила тока в проводнике, l – длина проводника, B – индукция магнитного поля, $(\vec{l}\,\vec{B})$ – угол между направлением тока (вектором длины проводника) и вектором магнитной индукции (силовой линии). Вектор силы Ампера всегда перпендикулярен плоскости, в которой находятся проводник и вектор индукции магнитного поля. Направление силы Ампера определяется по правилу правой руки.

Закон Ампера: Сила взаимодействия двух прямых параллельных проводников прямо пропорциональна их длине l, силам тока I_1 и I_2, протекающих по проводникам, и обратно пропорциональна расстоянию d между проводниками. Если токи текут в одну сторону, то они притягиваются, если направления токов противоположны, то они отталкиваются.

На плоский замкнутый контур с током, помещённый в магнитное поле, действует ***механический момент сил***, оказывающий на рамку ориентирующее воздействие. Модуль вращающего момента:

$$M = ISB \sin(\vec{n}\vec{B}), \qquad (3.3.4)$$

где I – сила тока в контуре, S – площадь, охватываемая контуром, B – индукция магнитного поля, $\vec{n}$ – нормаль к плоскости контура (вектор единичной длины перпендикулярный этой плоскости), $(\vec{n}\vec{B})$ – угол между направлением нормали и вектором магнитной индукции. Когда векторы $\vec{n}$ и $\vec{B}$ параллельны (рис. 3.3.1, а), вращающий момент сил равен нулю, и контур находится в положении устойчивого равновесия. Если векторы $\vec{n}$ и $\vec{B}$ взаимно перпендикулярны (рис. 3.3.1, б), то на контур действует максимальный момент сил: $M_{max} = ISB$.

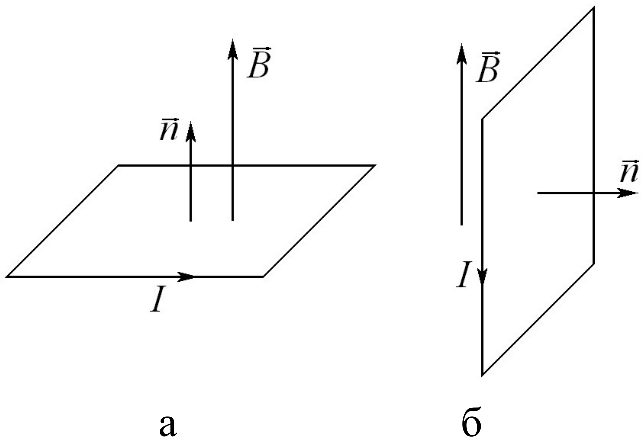


Рисунок 3.3.1 – Контур с током в магнитном поле

3.3.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Магнитный поток Ф (поток магнитной индукции) однородного магнитного поля с индукцией B через поверхность площадью S, определяется выражением:

$$\Phi = BS\cos(\vec{n}\vec{B}). \qquad (3.3.5)$$

Как видно из выражения (3.3.5), знак магнитного потока определяется знаком $\cos(\vec{n}\vec{B})$. Магнитный поток через поверхность считается положительным, если угол между вектором индукции магнитного поля $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ острый. Если этот угол тупой, то магнитный поток через поверхность считается отрицательным.

Единица измерения магнитного потока – Вебер: [Ф] = 1 Вб.

Магнитный поток Ψ через поперечное сечение катушки, состоящей из одинаковых витков плотно прилегающих друг к другу, называется ***потокосцеплением*** и определяется следующим образом:

$$\Psi = N\Phi, \qquad (3.3.6)$$

где N – число витков в катушке, Ф – поток через один из её витков.

Явление электромагнитной индукции состоит в том, что при изменении магнитного потока, пронизывающего контур, в нём возникает сторонняя электродвижущая сила (ЭДС) индукции, вызывающая появление ***индукционного тока***. ЭДС индукции ε_i и сила индукционного тока I_i – скалярные величины: их знак определяется относительно заранее выбранного положительного направления обхода контура.

Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея): ЭДС индукции, возникающая в контуре, пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$\varepsilon_i = -\Delta\Phi/\Delta t\,. \qquad (3.3.7)$$

Здесь $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ обозначает *приращение магнитного потока* за время Δt, где Φ_1 и Φ_2 есть, соответственно, начальное и конечное значения магнитного потока. Знак минус в законе Фарадея (3.3.7) обусловлен соглашением о том, что положительное направление обхода контура и направление нормали к плоскости контура связаны между собой по правилу правого винта.

Согласно ***правилу Ленца*** индукционный ток имеет такое направление, при котором создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

Если за время Δt магнитный поток изменился от значения Φ_1 до значения Φ_2 и закон его изменения не известен, то по формуле (3.3.7) можно вычислить только *среднее значение ЭДС* индукции. В случае равномерного изменения магнитного потока выражение (3.3.7) даёт точное (неизменное во времени) значение ЭДС индукции.

Согласно (3.3.5) простейшими причинами, вызывающими изменение магнитного потока, являются: 1) изменение магнитной индукции B по величине; 2) изменение угла между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура (вращение контура); 3) изменение площади S, охватываемой контуром. Если в постоянном магнитном поле движется прямолинейный проводник, то возникающую в нём ЭДС индукции также можно рассчитать по формуле (3.3.7), где под $\Delta\Phi$ нужно понимать магнитный поток через площадь, пересеченную (прочерченную) за время Δt проводником при его перемещении на расстояние x (рис. 3.3.2).

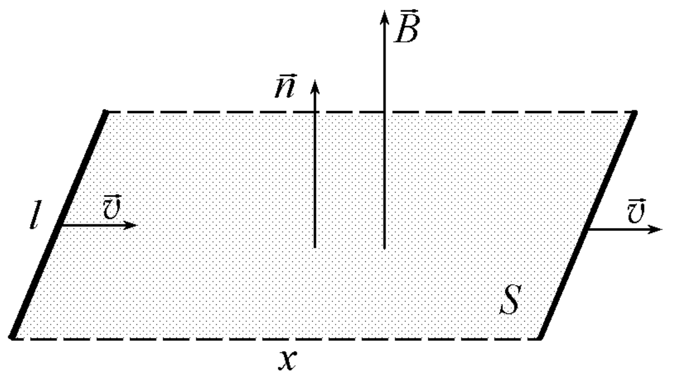


Рисунок 3.3.2 – Движение проводника в магнитном поле

Так, для проводника длиной l, движущегося со скоростью v перпендикулярно линиям индукции B однородного магнитного поля из выражения (3.3.7) можно получить

$$\left|\varepsilon_i\right| = Blv. \qquad (3.3.8)$$

Электрический ток, протекая по замкнутому контуру, создаёт магнитное поле, силовые линии которого пронизывают площадь, охватываемую этим контуром. Магнитный поток Ф сквозь этот контур пропорционален силе протекающего по нему тока I:

$$\Phi = LI, \qquad (3.3.9)$$

где коэффициент пропорциональности L называется ***индуктивностью контура***. Единица измерения индуктивности – генри: $[L] = 1$ Гн. Индуктивность контура (проводника) зависит от его размеров, формы и магнитных свойств среды, в которой он находится.

Явление самоиндукции – это явление возникновения ЭДС индукции в контуре при изменении силы электрического тока, текущего по этому контуру. Если индуктивность проводника неизменна (L = const), то ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы электрического тока:

$$\varepsilon_{Si} = -L\,\Delta I/\Delta t. \qquad (3.3.10)$$

Здесь $\Delta I = I_2 - I_1$ обозначает *приращение силы тока* за время Δt, где I_1 и I_2 есть, соответственно, начальное и конечное значения силы тока в проводнике.

В пространстве, где существует магнитное поле, распределена энергия. Энергия магнитного поля, создаваемого проводником с индуктивностью L, по которому течёт ток силой I, находится по формулам:

$$W_L = LI^2/2 = \Phi I/2 = \Phi^2/2L, \qquad (3.3.11)$$

где Ф – магнитный поток сквозь замкнутый контур с током.

3.3.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Проволочная квадратная рамка со стороной 20 см и током 5 А помещена в однородное магнитное поле так, что её плоскость параллельна линиям магнитной индукции. Найти величину магнитной индукции, если со стороны магнитного поля на рамку действует момент сил 0,2 Н·м. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$a = 0{,}2$ м
$I = 5$ А
$M = 0{,}2$ Н·м
Найти:
$B = ?$

Решение:

Запишем выражение для механического момента сил M, действующего на рамку с током I в магнитном поле: $M = IBS{\cdot}\sin\alpha$. Ориентация контура соответствует рисунку 3.3.1, б, откуда видно, что угол α между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции прямой ($\sin\alpha = 1$). Площадь квадратной рамки равна $S = a^2$. Таким образом, для момента сил будем иметь следующее выражение $M = IBa^2$. Выражая индукцию магнитного поля $B = M/Ia^2$ и проводя расчёт, получим $B = 0{,}2/(5{\cdot}0{,}2^2) = 1$ Тл.

Ответ: $B = 1$ Тл.

2. Протон под действием однородного магнитного поля с индукцией 0,1 мТл равномерно вращается по окружности радиусом 5 см. Определить период вращения, считая удельный заряд протона равным 0,1 Кл/мкг. Ответ дать в миллисекундах.

Дано:
$B = 10^{-4}$ Тл
$R = 0{,}05$ м
$q/m = 10^8$ Кл/кг
Найти:
$T = ?$ (мс)

Решение:

Под действием силы Лоренца $F_Л$ протон совершает равномерное движение по окружности с центростремительным ускорением $a_{цс} = v^2/R$, где v линейная скорость частицы (рисунок). Это движение возникает тогда, когда заряженная частица влетает в магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. При этом сила Лоренца $F_Л = qvB\sin\alpha$ становится максимальной ($\sin\alpha = 1$): $F_Л = qvB$. Запишем второй закон Ньютона для вращающегося протона: $a_{цс} = F_Л/m$. Приравнивая выражения для центростремительного ускорения, получим формулу для радиуса окружности, по которой движется протон: $R = mv/qB$. Период вращения – это время, за которое протон, двигаясь

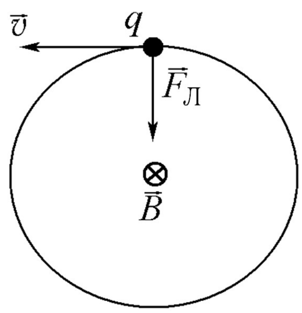


Рисунок – Движение протона в магнитном поле равномерно, пройдёт полную окружность длины $2\pi R$, т.е. $T = 2\pi R/v$. В итоге, период $T = 2\pi mv/qBv = 2\pi m/qB$.

Проводя расчёты, получим:

$$T = 2\cdot 3{,}14/10^{8}\cdot 10^{-4} = 0{,}628\cdot 10^{-3}\ \text{с} = 0{,}628\ \text{мс}.$$

Ответ: $T = 0{,}628$ мс.

3. Протон движется равномерно и прямолинейно в пространстве, где существуют одновременно постоянные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля, перпендикулярно этим полям. Найти скорость протона, если напряжённость электрического поля равна 8 В/м, а индукция магнитного поля 40 мТл. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
E= 8 В/м
B = 0,04 Тл
Найти:
v = ?

Решение:

Геометрия задачи изображена на рисунке. На протон действуют две силы – сила $F_{эл}$ со стороны электрического поля исила Лоренца $F_Л$ со стороны магнитного поля. Из условия равномерного и прямолинейного движения протона (ускорение $a = 0$) по второму закону Ньютона следует, что равнодействующая приложенных к частице сил равна нулю, т.е. $F_{эл} = F_Л$. Подставляя сюда выражения для сил $qE = qvB$, приходим к выражению для искомой скорости движения протона: $v = E/B$.

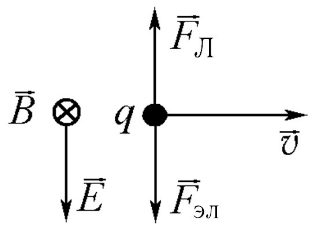


Рисунок – Движение протона в электрическом и магнитном полях

Вычислим: $v = 8/0{,}04 = 200$ м/с.

Ответ: $v = 200$ м/с.

4. В вертикальном магнитном поле лежат горизонтальные рельсы на расстоянии 2 м друг от друга. Между рельсами приложено напряжение. Если на рельсы перпендикулярно им положить металлический стержень массой 0,5 кг, то по нему потечёт ток силой 50 А и он начнёт скользить по рельсам с ускорением 2 м/с^2. Определить в СИ магнитную индукцию. Трением пренебречь.

Дано: $l = 2$ м $m = 0,5$ кг $I = 50$ А $a = 2$ м/с^2 Найти: $B = ?$

Решение:

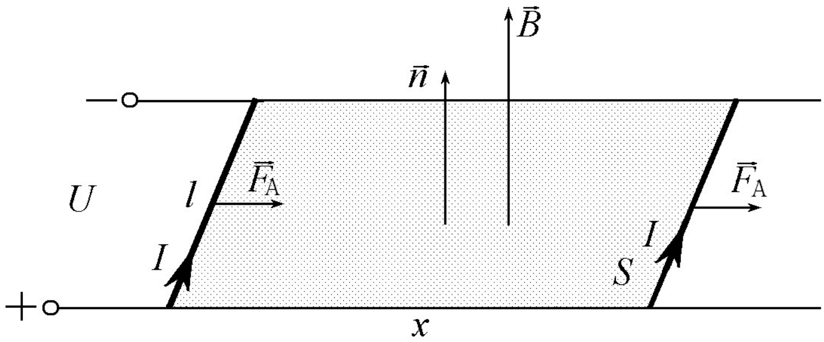


Рисунок – Движение проводника с током
в магнитном поле

На проводник с током I со стороны магнитного поля с индукцией B (рисунок) действует сила Ампера $F_A = IBl\sin\alpha$, которая в данном случае максимальна ($\sin\alpha = 1$): $F_A = IBl$.

Под действием этой силы проводник движется с ускорением (трения не по условию) согласно второму закону Ньютона:

$$a = F_A/m = IBl/m.$$

Отсюда выражаем магнитную индукцию $B = am/Il$.

После вычислений находим $B = 2\cdot 0,5/50\cdot 2 = 0,01$ Тл.

Ответ: $B = 0,01$ Тл.

5. Прямой проводник с током 0,2 А помещён в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. Длина проводника 5 см. Найти работу силы Ампера по перемещению проводника на 8 мм, если направления линий индукции, тока и перемещения взаимно перпендикулярны. Ответ дать в микроджоулях.

Дано: $I = 0,2$ А $B = 0,1$ Тл $l = 0,05$ м $x = 8\cdot 10^{-3}$ м Найти: $A = ?$ (мкДж)

Решение:

Геометрию задачи хорошо описывает рисунок из предыдущей задачи. Направление перемещения проводника с током совпадает с направлением действия силы Ампера, действующей на него со стороны магнитного поля. При этом сила Ампера совершает над проводником механическую работу

$$A = F_A\cdot x = IBl\cdot x.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$A = 0,2\cdot 0,1\cdot 0,05\cdot 8\cdot 10^{-3} = 8\cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 8 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $A = 8$ мкДж.

6. Определить среднее значение индукции магнитного поля внутри плоского контура площадью 30 м^2 при пропускании через него тока 0,2 А. Индуктивность контура 0,3 Гн. Ответ дать в миллитеслах.

Дано: S = 30 м^2 I = 0,2 А L = 0,3 Гн Найти: B = ? (мТл)

Решение:

Ток I, протекающий по контуру, создаёт в пространстве неоднородное магнитное поле. Внутри витка заменим его однородным полем с некоторым средним значением магнитной индукции $B_{ср}$. Поскольку силовые линии магнитного поля, создаваемого контуром с током, проходят к его плоскости перпендикулярно, выражение для магнитного потока, пронизывающего контур $\Phi = B_{ср}S\cos\alpha$ принимает вид $\Phi = B_{ср}S$. С другой стороны, этот магнитный поток связан с силой тока в контуре через индуктивность контура: $\Phi = LI$. Приравнивая эти два выражения для магнитного потока и выражая магнитную индукцию, получим $B_{ср} = LI/S$.

Проведём расчёты: $B_{ср} = 0{,}3\cdot 0{,}2/30 = 2\cdot 10^{-3}$ Тл = 2 мТл.

Ответ: $B_{ср}$ = 2 мТл.

7. За 2 с индукция однородного магнитного поля равномерно изменилась от 0,3 Тл до 0,1 Тл. В результате этого в круговом витке, помещённом в магнитное поле, возникла ЭДС индукции 20 мВ. Найти площадь витка, если угол между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости витка равен 60°. Ответ дать в единицах СИ.

Дано: Δt = 2 с B_1 = 0,3 Тл B_2= 0,1 Тл ε = 0,02 В α = 60° Найти: S = ?

Решение:

Запишем закон Фарадея для ЭДС индукции, возникающей в контуре: $\varepsilon = -\Delta\Phi/\Delta t$, где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$. Величина начального магнитного потока сквозь замкнутый контур $\Phi_1 = B_1S\cos\alpha$, для конечного потока: $\Phi_2 = B_2S\cos\alpha$. Подставляя эти выражения в закон Фарадея, получим

$$\varepsilon = -(B_2 - B_1)S\cos\alpha/\Delta t = (B_1 - B_2)S\cos\alpha/\Delta t.$$

Выражая площадь витка и вычисляя, находим

$$S = \varepsilon\Delta t/(B_1 - B_2)\cos\alpha, \qquad S = 0{,}02\cdot 2/(0{,}3 - 0{,}1)\cdot 0{,}5 = 0{,}4 \text{ м}^2.$$

Ответ: S = 0,4 м^2.

8. Самолёт летит горизонтально со скоростью 900 км/ч. Размах крыльев самолёта 12 м. Вертикальная составляющая земного магнитного поля равна 50 мкТл. Найти разность потенциалов, возникающую на концах крыльев самолёта. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$\upsilon = 250$ м/с
$l = 12$ м
$B = 5\cdot10^{-5}$ Тл
Найти:
$\lvert\varepsilon_i\rvert = ?$

Решение:

Физическую суть задачи иллюстрирует рисунок 3.3.2, где самолёт выступает в качестве проводника. Разность потенциалов, возникающая на концах крыльев самолёта, появляется в следствие явления электромагнитной индукции. По закону Фарадея ЭДС индукции $\varepsilon_i = -\Delta\Phi/\Delta t$, где $\Delta\Phi$ – магнитный поток через площадь ΔS, пересечённую крыльями самолёта длины l при прохождении пути Δx за время Δt. Выражение для магнитного потока $\Delta\Phi = B\Delta S\cdot\cos\alpha = Bl\Delta x\cdot\cos\alpha$. Подставим его в закон Фарадея и учтём, что $\Delta x/\Delta t = \upsilon$ и $\alpha = 0^{\circ}$ ($\cos\alpha = 1$): $\lvert\varepsilon_i\rvert = Bl\Delta x\cdot\cos\alpha/\Delta t = Bl\upsilon$.

Вычислим: $\lvert\varepsilon_i\rvert = 5\cdot10^{-5}\cdot12\cdot250 = 0{,}15$ В. $\boxed{\text{Ответ: } \lvert\varepsilon_i\rvert = 0{,}15 \text{ В.}}$

9. Катушка с током 2 А создаёт магнитное поле, поток индукции которого через поперечное сечение катушки равен 0,5 Вб. За время Δt ток в катушке равномерно уменьшается до 0,5 А. В катушке при этом возникает ЭДС индукции 3 В. Определить Δt. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$I_1 = 2$ А
$\Phi_1 = 0{,}5$ Вб
$I_2 = 0{,}5$ А
$\varepsilon_{Si} = 3$ В
Найти:
$\Delta t = ?$

Решение:

Найти искомое время Δt можно из выражения для ЭДС самоиндукции: $\varepsilon_{Si} = -L\Delta I/\Delta t$, где приращение тока в катушке известно: $\Delta I = I_2 - I_1$. Неизвестную нам индуктивность, мы можем найти из выражения для магнитного потока $L = \Phi_1/I_1$. Выражая искомое время через ЭДС самоиндукции и подставляя приращение тока и индуктивность, получим

$$\Delta t = -L\Delta I/\varepsilon_{Si} = -\Phi_1(I_2 - I_1)/I_1\varepsilon_{Si} = \Phi_1(I_1 - I_2)/I_1\varepsilon_{Si}.$$

Вычисляя, получим $\Delta t = 0{,}5\cdot(2 - 0{,}5)/2\cdot3 = 0{,}125$ с.

$\boxed{\text{Ответ: } \Delta t = 0{,}125 \text{ с.}}$

10. При уменьшении силы тока в проволочной катушке с 6 А до 4 А произошло уменьшение энергии магнитного поля на 2 Дж. Определить на сколько уменьшился магнитный поток, пронизывающий катушку. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$I_1 = 6$ А
$I_2 = 4$ А
$\Delta W_L = 2$ Дж
Найти:
$\Delta\Phi = ?$

Решение:

Запишем выражения для магнитного потока, пронизывающего катушку при двух значениях протекающего по ней тока: $\Phi_1 = LI_1$, $\Phi_2 = LI_2$. Взяв разность этих потоков, получим $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = L(I_1 - I_2)$. Неизвестную нам индуктивность мы можем найти из выражения для изменения энергии магнитного поля

$$\Delta W_L = W_{L1} - W_{L2} = L(I_1^2 - I_2^2)/2,\ L = 2\Delta W_L/(I_1^2 - I_2^2).$$

Подставим индуктивность в выражение для изменения магнитного потока:

$$\Delta\Phi = 2\Delta W_L(I_1 - I_2)/(I_1^2 - I_2^2) = 2\Delta W_L/(I_1 + I_2).$$

Подставляя численные значения, получим $\Delta\Phi = 2\cdot 2/(6 + 4) = 0{,}4$ Вб.

Ответ: $\Delta\Phi = 0{,}4$ Вб.

3.3.5. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Протон и нейтрон, движущиеся со скоростями $v_p = v$ и $v_n=4v$, влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярно линиям магнитной индукции. Считая массы протона и нейтрона одинаковыми, найдите отношение радиусов кривизны траекторий этих частиц.

1) $R_p/R_n = 4$; 2) $R_p/R_n = 2$; 3) $R_p/R_n = 1$; 4) $R_p/R_n = 0$.

Решение: Т.к. магнитное поле может действовать *только на заряженные частицы*, то на нейтрон оно не действует. Следовательно, нейтрон продолжает лететь по прямой траектории, радиус кривизны которой бесконечен. А значит, каков бы ни был радиус кривизна траектории у протона, отношение этого радиуса к бесконечности будет составлять ноль. Правильный ответ **4)** $R_p/R_n = 0$.

2. По двум параллельным проводникам токи текут в противоположных направлениях. Как взаимодействуют между собой эти проводники?

1) взаимодействие отсутствует;

2) притягивают друг друга;

3) отталкиваются друг от друга;

4) зависит от силы тока, протекающего по проводам.

Решение: По закону Ампера противоположно направленные токи **отталкиваются друг от друга (вариант 3)**.

3. Проводящий контур расположен в однородном магнитном поле так, что магнитный поток, пронизывающий контур, максимален. Что произойдёт с магнитным потоком, если контур повернуть на 180°?

1) не изменится;

2) поменяет знак на противоположный;

3) станет равным нулю;

4) уменьшится в 2 раза.

Решение: Магнитный поток (3.3.5), пронизывающий контур в исходном состоянии максимален ($\alpha_1 = 0°$):

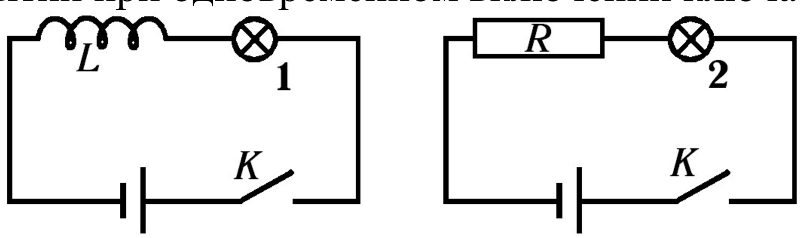
$$\Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = BS.$$

После того, как контур повернули на 180°, угол $\alpha_2 = 180°$:

$$\Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = -BS = -\Phi_1.$$

Видно, что магнитный поток **2) поменяет знак на противоположный**.

4. Две одинаковые электрические лампочки включены в электрические цепи, как показано на рисунке. Выберите правильный вариант развития событий при одновременном включении ключа *K*.



1) обе загорятся одновременно на полную яркость;

2) первая загорится на полную яркость сразу, а вторая будет постепенно увеличивать свою яркость;

3) вторая загорится на полную яркость сразу, а первая будет постепенно увеличивать свою яркость;

4) вторая загорится на полную яркость сразу, а первая в начале ярко вспыхнет, а потом постепенно уменьшит свою яркость.

Решение: Из-за наличия в первом электрической цепи катушки индуктивности, в ней возникает явление самоиндукции (3.3.10):

$$\varepsilon_{Si} = -L\,\Delta I/\Delta t\,.$$

По правилу Ленца ток индукции, возникающий в катушке индуктивности, будет препятствовать увеличению тока, которым он вызван.

Таким образом, ток, текущий через лампочку 1, после замыкания ключа, будет увеличиваться постепенно до максимального значения. А в цепи 2 ток мгновенно увеличится до максимального значения. Правильный вариант ответа: **3) вторая загорится на полную яркость сразу, а первая будет постепенно увеличивать свою яркость**.

5. Как изменится энергия магнитного поля катушки, если её индуктивность увеличить в 3 раза, а силу тока, протекающего через катушку, уменьшить в 3 раза?

1) увеличится в 3 раза; 2) уменьшится в 3 раза;

3) не изменится; 4) уменьшится в 9 раз.

Решение: Энергия магнитного поля, создаваемого проводником с индуктивностью L, по которому течёт ток силой I, находится по формуле (3.3.11):

$$W_L = LI^2/2.$$

Подставляя изменения индуктивности катушки и силы тока в электрической цепи, получим $W_2/W_1 = 1/3$. Таким образом, правильный вариант ответа: **2) уменьшится в 3 раза**.

РАЗДЕЛ 4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Колебания – это движения (процессы), обладающие свойством повторяемости во времени.

Периодические колебания – колебания, при которых состояние тела (системы) повторяется через равные промежутки времени.

Период колебаний T – это наименьший интервал времени, через который повторяются значения величин, характеризующих колебательный процесс. Если за время t совершено N полных колебаний, то время, за которое совершается одно колебание $T = t/N$.

Частота колебаний ν – это число колебаний в единицу времени:

$$\nu = N\ /\ t = 1/T. \qquad (4.1)$$

Единица измерения частоты – герц: [ν] = 1 Гц = 1 $с^{-1}$.

Гармонические колебания – это колебания, при которых изменение физической величины происходит по закону синуса (либо косинуса):

$$x(t) = A\cdot\sin\Phi(t) = A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (4.2)$$

Здесь $x(t)$ – отклонение (смещение) физической величины от равновесного значения в момент времени t;

A – ***амплитуда колебаний*** (наибольшее абсолютное значение величины x);

$\Phi(t) = \omega t + \varphi_0$ – ***фаза колебания*** в момент времени t;

$\varphi_0 = \Phi(0)$ – ***начальная фаза*** колебания;

ω – ***циклическая (круговая) частота*** колебания (скорость изменения фазы во времени).

Фаза колебания может измеряться как в радианах, так и в градусах. Перевод из одной меры в другую дается выражением

$$\Phi(рад) = \Phi(град)\cdot 2\pi/360°. \qquad (4.3)$$

Единица измерения циклической частоты [ω] = 1 рад/с. Отметим полезные соотношения:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T. \qquad (4.4)$$

Если величина x – смещение материальной точки вдоль оси X, то проекции скорости и ускорения на эту ось находятся путем дифференцирования по времени закона (4.2):

$$v_x = dx/dt = \omega A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0) = v_{max}\cdot\cos(\omega t + \varphi_0); \qquad (4.5)$$

$$a_x = dv_x/dt = -\,\omega^2 A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0) = -\,a_{max}\cdot\sin(\omega t + \varphi_0) = -\,\omega^2 x. \qquad (4.6)$$

Здесь $v_{max} = \omega A$ и $a_{max} = \omega^2 A = \omega v_{max}$ – амплитуды скорости и ускорения соответственно. Из второго закона Ньютона следует выражение для проекции возвращающей силы F на ось X:

$$F_x = ma_x = -m\omega^2 A = -F_{max}\cdot\sin(\omega t + \varphi_0), \quad (4.7)$$

где $F_{max} = m\omega^2 A$ – амплитуда возвращающей силы.

4.2. ПРУЖИННЫЙ МАЯТНИК

При смещении подвешенного на пружине тела массы m из положения равновесия на него действует сила упругости, которая возникает при продольной деформации пружины. Проекция этой силы на направление смещения $F_x = -kx$, где k – коэффициент жесткости пружины. Из (4.7) следует связь жесткости с циклической частотой ω колебаний маятника:

$$k = m\omega^2. \quad (4.8)$$

Период колебаний пружинного маятника находится по формуле

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k}. \quad (4.9)$$

Процесс колебания пружинного, маятника сопровождается периодическим переходом кинетической энергии $W_к$ тела в потенциальную $W_п$ и обратно, при этом полная энергия сохраняется:

$$W = W_к + W_п = mv^2/2 + kx^2/2 = \text{const}. \quad (4.10)$$

Согласно закону сохранения полной механической энергии: полная энергия численно равна потенциальной энергии в момент максимального отклонения тела ($W_к = 0$), или кинетической энергии в момент прохождения телом положения равновесия ($W_п = 0$):

$$W = W_{к\,max} = W_{п\,max}, \text{ т.е. } W = m(v_{max})^2/2 = kA^2/2. \quad (4.11)$$

4.3 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длиной l, совершает гармонические колебания в поле силы тяжести с периодом

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{l/g}, \quad (4.12)$$

где g – ускорение свободного падения в месте нахождения маятника. Формула (4.12) справедлива лишь для случая, когда точка подвеса маятника находится в состоянии статического равновесия относительно Земли. На математический маятник распространяются те же закономерности в поведении энергии, что и для пружинного маятника.

4.4. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Конденсатор емкостью C и катушка индуктивностью L составляют простейший (идеальный) ***колебательный контур*** (рис. 4.1, а), в котором с циклической частотой ω происходят свободные гармонические колебания заряда

$$q(t) = q_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.13)$$

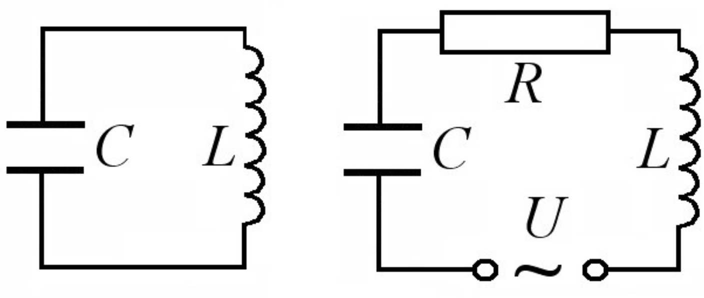
и напряжения на конденсаторе

$$U_C(t) = U_{C\ max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.14)$$

а также силы тока в цепи контура

$$I(t) = I_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.15)$$

где q_{max}, $U_{C\ max} = q_{max}/C$ и $I_{max} = \omega q_{max}$ – амплитуды, соответственно, заряда и напряжения на конденсаторе, а также силы тока в цепи контура.



а б

Рисунок 4.1 – Колебательный контур:
а) простейший (идеальный); б) в цепи переменного тока

Период T свободных электромагнитных колебаний в контуре находится по формуле Томсона:

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{LC}\,. \qquad (4.16)$$

Процесс колебаний в контуре сопровождается периодическим переходом энергии W_C электрического поля конденсатора в энергию W_L магнитного ноля катушки. При этом полная энергия контура сохраняется:

$$W = W_C + W_L = CU^2/2 + LI^2/2 = \text{const}. \qquad (4.17)$$

Полная энергия в контуре численно равна максимальной энергии электрического поля в конденсаторе ($W_L = 0$), либо максимальной энергии магнитного поля катушки ($W_C = 0$):

$$W = W_{C\ max} = W_{L\ max}, \text{ т.е. } W = CU_{max}^2/2 = LI_{max}^2/2. \qquad (4.18)$$

4.5. ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В общем случае цепь переменного тока представляет собой колебательный контур (рис. 4.1, б), к которому приложено внешнее (вынуждающее) напряжение $U(t)$, изменяющееся во времени по гармоническому закону с циклической частотой Ω:

$$U(t) = U_{max}\cdot\sin(\Omega t). \qquad (4.19)$$

4.5.1. Цепь с активным сопротивлением

Если цепь переменного тока содержит только лишь активное сопротивление R ($C = 0$ и $L = 0$, т.е. конденсатор и катушка отсутствуют), то ток в цепи колеблется в одинаковой фазе с внешним напряжением (4.19):

$$I(t) = I_{max}\cdot\sin(\Omega t). \qquad (4.20)$$

При этом закон Ома справедлив как для мгновенных, так и амплитудных (максимальных) значений тока и напряжения:

$$I(t) = U(t)/R \quad \text{или} \quad I_{max} = U_{max}/R. \qquad (4.21)$$

В отличие от мгновенной мощности тока $P(t) = I(t)\cdot U(t)$ выражение для ***средней мощности переменного тока*** записывается в виде

$$P = I_{д}\cdot U_{д}, \qquad (4.22)$$

через так называемые ***действующие значения*** тока и напряжения:

$$I_{д} = I_{max}/\sqrt{2}; \quad U_{д} = U_{max}/\sqrt{2}. \qquad (4.23)$$

По своему тепловому действию активная цепь переменного тока эквивалентна цепи постоянного тока, сила которого и напряжение совпадают с действующими значениями (4.23).

4.5.2. Цепь с реактивным сопротивлением

Если цепь переменного тока содержит кроме активного сопротивления также и элементы с реактивным сопротивлением (конденсатор, катушка), то между током в цепи и внешним напряжением (4.19) возникает сдвиг фазы φ:

$$I(t) = I_{max}\cdot\sin(\Omega t + \varphi). \qquad (4.24)$$

Закон Ома для мгновенных значений теперь неприменим, однако для действующих (как и для амплитудных) значений он сохраняет свой вид.

Для участка цепи, содержащего конденсатор емкостью C,

$$I_{д} = U_{дC}/X_C; \quad X_C = 1/\Omega C, \qquad (4.25)$$

где X_C – ***емкостное сопротивление*** конденсатора.

Для участка цепи, содержащего катушку с индуктивностью L,

$$I_{д} = U_{дL}/X_L; \quad X_L = \Omega L, \qquad (4.26)$$

где X_L – ***индуктивное сопротивление*** катушки.

Для участка цепи, содержащего активное сопротивление R,

$$I_д = U_{дR}/R. \qquad (4.27)$$

Для полной цепи закон Ома записывается в виде

$$I_д = U_д/Z; \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}, \qquad (4.28)$$

где Z – полное сопротивление цепи переменного тока.

Средняя мощность в цепи переменного тока в общем случае

$$P = I_д U_д \cdot \cos\varphi, \qquad (4.29)$$

где $\cos\varphi = R/Z$ – так называемый ***коэффициент мощности***.

Теплота в цепи переменного тока выделяется только на активном сопротивлении R:

$$Q = I_д^2 R t = (U_{дR})^2 t/R. \qquad (4.30)$$

Резонанс в цепи переменного тока (резкое возрастание тока и напряжения) возникает при равенстве емкостного и индуктивного сопротивлений: $X_C = X_L$, откуда следует, что резонансная циклическая частота $\Omega_{рез}$ вынуждающей ЭДС равна циклической частоте ω свободных колебаний в контуре:

$$\Omega_{рез} = \omega = 1/\sqrt{LC}, \qquad (4.31)$$

Трансформатор – это система из двух обмоток, которые связаны одним сердечником, предназначенная для повышения или понижения напряжения в цепях переменного тока.

Коэффициент трансформации k определяется выражением

$$k = N_2/N_1 = U_2/U_1, \qquad (4.32)$$

где N_1 и N_2 – это число витков в первичной и во вторичной обмотках трансформатора, U_1 и U_2 – напряжения на соответствующих обмотках трансформатора.

КПД трансформатора рассчитывается по формуле

$$\eta = (P_2/P_1) \cdot 100\%, \qquad (4.33)$$

где P_1 – мощность, подводимая к первичной обмотке, а P_2 – мощность, отдаваемая потребителю вторичной обмоткой.

4.6. ВОЛНЫ

Волны – это изменения (возмущения) состояния вещества или поля, распространяющиеся в пространстве. Колебательный процесс в упругой среде называется ***упругими волнами***. Распространяющиеся в пространстве колебания электрического и магнитного полей называются ***электромагнитными волнами***. Источником последних может служить колебательный контур.

Длина волны λ – это ее пространственный период, т.е. расстояние между ближайшими точками волны, находящимися в одинаковой фазе колебания. Для упругих волн можно также говорить, что ***длина волны*** – это расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами возмущения точек среды. Длина волны связана с периодом колебаний T и скоростью распространения волны v соотношением $\lambda = vT$, откуда следует, что ***длина волны*** λ – это путь, проходимый волной за время одного полного колебания.

Скорость распространения v волны дается выражением

$$v = \lambda\nu, \tag{4.34}$$

где ν – частота колебаний в волне.

Уравнение упругой плоской волны записывается в виде

$$x(t) = A\cdot\sin(\omega t - kr + \varphi_0), \tag{4.35}$$

где x – смещение частиц среды от равновесного положения, r – расстояние от источника волны до наблюдателя (пройденный волной путь), k – ***волновое число***, характеризующее набег фазы волны на единицу длины пути. Для волнового числа справедливы соотношения

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/vT = \omega/v. \tag{4.36}$$

Единица измерения волнового числа $[k]$ = 1 рад/м. Абсолютное значение ***разности фаз*** двух колеблющихся в волне точек, находящихся на расстоянии l друг от друга, определяется выражением

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = k|r_1 - r_2| = kl = 2\pi l/\lambda. \tag{4.37}$$

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме (воздухе) равна скорости света c. Соотношения (4.34) и (4.36) сохраняют силу и для электромагнитных волн:

$$c = \lambda\nu; \quad k = \omega/c. \tag{4.38}$$

4.7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Груз, висящий на пружине, оттянули вниз и отпустили. За какое время от начала движения груз пройдет путь, равный половине амплитуды. Период колебаний груза равен 2,4 с? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$T = 2{,}4$ с
Найти:
$t = ?$

Решение:

Запишем закон смещения груза от положения равновесия при гармонических колебаниях: $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. В начальный момент времени $t = 0$ смещение груза максимально, т.е. $x(0) = A$. Это означает, что $\sin(\varphi_0) = 1$, откуда определяем начальную фазу колебания: $\varphi_0 = \pi/2$. Тогда закон колебания может быть преобразован:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \pi/2) = A\cos(\omega t).$$

В интересующий нас момент времени смещение груза от положения равновесия $x(t) = A/2$. Из равенства $A/2 = A\cos(\omega t)$ следует, что $\cos(\omega t) = 1/2$, т.е. $\omega t = \pi/3$. Учитывая, что циклическая частота ω связана с периодом колебаний T соотношением $\omega = 2\pi/T$, получаем выражение для времени, за которое груз достигнет указанного положения:

$$t = \pi/3\omega = \pi T/6\pi = T/6 = 2{,}4/6 = 0{,}4 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 0{,}4$ с

2. Полная энергия колебаний груза на пружине равна 0,1 Дж. Определить максимальную силу, действующую на тело в процессе колебаний, если амплитуда колебаний составляет 5 см. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$W = 0{,}1$ Дж
$A = 0{,}05$ м
Найти:
$F_{max} = ?$

Решение:

Возвращающая упругая сила, действующая на тело со стороны пружины, определяется законом Гука: $F_{упр} = -k|x|$. Эта сила максимальна в крайнем положении, когда смещение x от положения равновесия максимально, т.е. $F_{max} = kx_{max} = kA$. Чтобы найти неизвестную жесткость пружины k, запишем выражение для потенциальной энергии пружинного маятника: $W_п = kx/2$. Учтем, что полная энергия колебаний равна максимальному значению потенциальной энергии: $W = W_{п\,max} = kA^2/2$, откуда находим $k = 2W/A^2$. Для максимальной силы получаем: $F_{max} = kA = 2W/A$.

Проведём расчёты: $F_{max} = 2 \cdot 0{,}1/0{,}05 = 4$ Н.

Ответ: $F_{max} = 4$ Н.

3. Длина одного из математических маятников на 1,5 см больше длины другого. В то время как первый маятник делает 7 колебаний, второй делает на одно колебание больше. Определить в миллисекундах период колебания второго маятника. Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

Дано:
$\Delta l = 0{,}015$ м
$N_1 = 7$
$N_2 = 8$
$g = 10$ м/с^2
Найти:
$T_2 = ?$

Решение:

Период колебаний второго маятника определяется выражением: $T_2 = 2\pi(l_2/g)^{1/2}$, где пока неизвестна длина этого маятника l_2. За одно и то же время t маятники совершают различное число колебаний, поэтому их периоды отличаются:

$$T_1 = t/N_1 \quad \text{и} \quad T_2 = t/N_2.$$

Отсюда видно, что $N_2/N_1 = T_1/T_2 = (l_1/l_2)^{1/2}$.

Ясно, что длина первого маятника больше, чем второго:

$$l_1 = l_2 + \Delta l.$$

С учётом этого имеем: $N_2/N_1 = (1 + \Delta l/l_2)^{1/2}$, откуда находим длину второго маятника: $l_2 = \Delta l/[(N_2/N_1)^2 - 1] = 0{,}049$ м.

Теперь стало возможным вычислить период колебаний второго маятника:

$$T_2 = 2\pi(0{,}049/10)^{1/2} = 0{,}14\pi = 0{,}4396 \text{ с} = 439{,}6 \text{ мс}.$$

Ответ: $T_2 = 439{,}6$ мс.

4. Во сколько раз период колебаний математического маятника на некоторой планете больше, чем на Земле, если радиус планеты вдвое меньше радиуса Земли, а их плотности одинаковы?

Дано:
$R/R_x = 2$
$\rho = \rho_x$
Найти:
$T_x/T = ?$

Решение:

Период колебаний математического маятника на Земле вычисляется по формуле $T = 2\pi(l/g)^{1/2}$, а на некоторой планете: $T_x = 2\pi(l/g_x)^{1/2}$. Взяв отношение этих периодов, имеем: $T_x/T = (g/g_x)^{1/2}$. Из динамики известно выражение (2.9) для ускорения свободного падения у поверхности Земли: $g = GM/R^2$, где G – гравитационная постоянная, а M и R – масса и радиус Земли соответственно. Массу Земли можно выразить через ее плотность: $M = \rho V$.

Считая Землю идеальным шаром, находим ее объем: $V = 4\pi R^3/3$.

Итак, на Земле ускорение свободного падения

$$g = G\rho 4\pi R^3/3R^2 = G\rho 4\pi R/3,$$

и, аналогично, на другой планете $g_x = G\rho 4\pi R_x/3$.

Находим отношение $g/g_x = R/R_x$.

Окончательно получаем: $T_x/T = (R/R_x)^{1/2} = (2)^{1/2} = 1{,}41$.

Ответ: $T_x/T = 1{,}41$.

5. Когда груз неподвижно висел на вертикальной пружине, ее удлинение составило 2,5 см. Затем груз оттянули и отпустили, вследствие чего он начал совершать гармонические колебания. Какова циклическая частота колебаний груза. Ответ дать в единицах СИ. Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

Дано:
$\Delta x = 0{,}025$ м
$g = 10$ м/с^2
Найти:
ω = ?

Решение:

Циклическая частота колебаний пружинного маятника определяется выражением: $\omega = 2\pi/T = (k/m)^{1/2}$, где неизвестны ни жесткость пружины k, ни масса груза m. Целесообразно искать сразу отношение этих величин. Для этого надо учесть, что в состоянии статического равновесия сила тяжести $F_т$, действующая на груз со стороны Земли, уравновешивается упругой силой $F_{упр}$, действующей на груз со стороны растянутой пружины: $F_т = F_{упр}$. Подставляя сюда выражения для силы тяжести $F_т = mg$ и для упругой силы $F_{упр} = k\Delta l$, имеем: $mg = k\Delta l$, откуда находим отношение двух величин: $k/m = g/\Delta l$. Таким образом, циклическая частота колебаний груза на пружине

$$\omega = (g/\Delta l)^{1/2} = (10/0{,}025)^{1/2} = 20 \text{ рад/с}.$$

Ответ: ω= 20 рад/с.

6. Колебательный контур с конденсатором емкостью 0,5 мкФ настроен на частоту 600 Гц. Если параллельно этому конденсатору подключить другой конденсатор, то частота колебаний в контуре станет равной 200 Гц. Найти в микрофарадах емкость второго конденсатора.

Дано:
$C_1 = 5\cdot10^{-5}$ Ф
$\nu_1 = 600$ Гц
$\nu = 200$ Гц
Найти:
C_2 = ? (мкФ)

Решение:

Первоначальная частота ν_1 электрических колебаний в контуре находится по формуле

$$\nu_1 = 1/2\pi(LC_1)^{1/2}.$$

После подключения второго конденсатора с емкостью C_2 частота колебаний изменится: $\nu = 1/2\pi(LC)^{1/2}$, где C – ёмкость получившейся батареи. При параллельном соединении конденсаторов их общая емкость равна $C = C_1 + C_2$, поэтому для частоты имеем: $\nu = 1/2\pi[L(C_1 + C_2)]^{1/2}$. Взяв отношение этих двух частот колебаний, получаем:

$$\nu_1/\nu = [(C_1 + C_2)/C_1]^{1/2} = [1 + C_2/C_1]^{1/2}.$$

Отсюда находим емкость

$$C_2 = C_1\cdot[(\nu_1/\nu)^2 - 1] = 8\cdot C_1 = 4\cdot10^{-6} \text{ Ф} = 4 \text{ мкФ}.$$

Ответ: C_2 = 4 мкФ.

7. К конденсатору, заряд которого 2,5 нКл, подключили катушку индуктивности. Определить максимальный ток, протекающий через катушку, если частота свободных колебаний образованного контура равна 40 МГц. Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u>
$q_{max} = 2{,}5\cdot10^{-9}$ Кл
$\nu = 4\cdot10^{7}$ Гц
<u>Найти:</u>
I_{max} = ?

Решение:

Полная энергия колебаний в контуре со временем не изменяется (потерями на излучение электромагнитных волн как обычно, пренебрегаем). При полной разрядке конденсатора эта энергия полностью переходит в энергию магнитного поля катушки, которая в этот момент максимальна:

$$W_{L\,max} = LI_{max}^{2}/2.$$

При полной зарядке конденсатора вся энергия контура сосредоточена в энергии электрического поля конденсатора, которая при этом достигает своего максимального значения: $W_{C\,max} = q_{max}^{2}/2C$.

Итак, по закону сохранения энергии можем записать:

$$W_{L\,max} = W_{C\,max} \text{ или } LI_{max}^{2}/2 = q_{max}^{2}/2C,$$

откуда находим $I_{max} = q_{max}/(LC)^{1/2}$. Теперь учтем, что частота свободных колебаний в контуре определяется выражением $\nu = 1/2\pi(LC)^{1/2}$, откуда выражаем $(LC)^{1/2} = 1/2\pi\nu$.

Окончательно для силы максимального тока имеем:

$$I_{max} = q_{max}/(LC)^{1/2} = 2\pi\nu q_{max} = 2\cdot3{,}14\cdot4\cdot10^{7}\cdot2{,}5\cdot10^{-9} = 0{,}628 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 0{,}628$ А.

8. При резонансе в колебательном контуре с индуктивностью 20 мГн и электроемкостью 50 мкФ амплитуда тока равна 3 А. Определить амплитуду напряжения на конденсаторе. Ответ дать в единицах СИ.

<u>Дано:</u>
$L = 2\cdot10^{-2}$ Гн
$C = 5\cdot10^{-5}$ Ф
$I_{max} = 3$ А
<u>Найти:</u>
$U_{C\,max}$ = ?

Решение:

Запишем закон Ома для участка цепи переменного тока, где имеется конденсатор, в терминах амплитудных (максимальных) значений: $I_{max} = U_{C\,max}/X_C$. Здесь величина $X_C = 1/\Omega_{рез}C$ – емкостное сопротивление при резонансной циклической частоте $\Omega_{рез}$ вынуждающей ЭДС. Из этих соотношений находим амплитуду напряжения на конденсаторе: $U_{C\,max} = I_{max}/\Omega_{рез}C$. Теперь учтем, что резонансная циклическая частота $\Omega_{рез}$ совпадает с циклической частотой ω свободных колебаний в контуре:

$$\Omega_{рез} = \omega = 1/(LC)^{1/2}.$$

После указанной подстановки приходим к окончательному результату для амплитуды напряжения на конденсаторе:

$$U_{C\ max} = I_{max}(LC)^{1/2}/C = I_{max}(L/C)^{1/2} = 3\cdot(2\cdot10^{-2}/5\cdot10^{-5})^{1/2} = 60\text{ В}.$$

Ответ: $U_{C\ max} = 60$ В.

9. В некоторой среде распространяются волны. За время, в течение которого частица среды совершает 140 колебаний, волна распространилась на расстояние 98 метров. Определить длину волны. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$N = 140$
$r = 98$ м
Найти:
$\lambda = ?$

Решение:

Длина волны λ может быть найдена из выражения для и скорости распространения волны $\upsilon = \lambda\nu$, где ν – частота колебаний в волне. Отсюда имеем: $\lambda = \upsilon/\nu$. Теперь необходимо записать формулу для скорости волны как кинематического объекта: $\upsilon = r/t$, а также выражение для частоты колебаний: $\nu = N/t$. Итоговое выражение для длины волны выглядит так: $\lambda = r/N$. Простота этого результата наводит на мысль о том, что он может быть получен более простым и наглядным способом. Подставляя численные данные, получим: $\lambda = 98/140 = 0{,}7$ м.

Ответ: $\lambda = 0{,}7$ м.

10. Скорость звука в воде равна 1450 м/с. На каком минимальном расстоянии находятся точки, совершающие колебания в противоположных фазах, если частота колебаний равна 725 Гц? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:
$\upsilon = 1450$ м
$\nu = 725$ Гц
Найти:
$l = ?$

Решение:

Абсолютное значение разности фаз колеблющихся точек, находящихся на расстоянии l друг от друга, определяется выражением $|\Delta\Phi| = kl$, где k – волновое число. Выразим его через частоту колебаний ν и скорость распространения υ волны: $k = \omega/\upsilon = 2\pi\nu/\upsilon$. Итак, $|\Delta\Phi| = 2\pi\nu l/\upsilon$, откуда находим расстояние между точками $l = |\Delta\Phi|\upsilon/2\pi\nu$. Для точек волны, колеблющихся в противоположных фазах $|\Delta\Phi| = \pi$. В итоге приходим к следующему выражению: $l = \upsilon/2\nu$. Расчёт даёт $l = 1450/2\cdot725 = 1$ м.

Ответ: $l = 1$ м.

4.8. ПРИМЕРЫ ОТВЕТОВ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Два грузика одинаковой массы m совершают свободные колебания на пружинах с коэффициентами жёсткости k_1 и $k_2 = 2k_1$. Сравните, периоды колебаний грузиков, если амплитуда колебания первого грузика в два раза меньше, чем у второго.

1) у первого в 1,41 раза больше; 2) у первого в 2 раза больше;
3) у первого в 4 раза больше; 4) периоды колебаний равны.

Решение: Период колебания пружинного маятника не зависит от амплитуды его колебания, а определяется только его массой и коэффициентом жесткости пружины (формула (4.9)):

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}\,.$$

Т.к. массы грузиков одинаковы, а коэффициент жесткости второй пружины больше в 2 раза, то **период колебаний первого маятника больше в 1,41 раза (вариант 1)**.

2. Материальная точка колеблется по закону $x = x_0 \cdot \sin(2\pi t/T)$. Чему равно смещение точки из положения равновесия в момент времени $t = 3T/4$?

1) x_0; 2) $–x_0$; 3) 0; 4) $x_0/2$.

Решение: Подставим время в уравнение смещения, данное в условии: $x = x_0 \cdot \sin(2\pi t/T) = x_0 \cdot \sin(3\pi/2) = -x_0$. Правильный вариант ответа: **2) $-x_0$**.

3. Пружинный маятник совершает свободные гармонические колебания с периодом T. В момент начала наблюдения $t = 0$ отклонение грузика от положения равновесия было равно 0. За какой промежуток времени после этого потенциальная энергия маятника достигнет своего максимального значения 5 раз?

1) $2{,}25T$; 2) $2{,}5T$; 3) $5T$; 4) $5{,}5T$.

Решение: Потенциальная энергия пружинного маятника достигает своих максимальных значений в точках максимального отклонения от положения равновесия. Т.к. маятник начинает своё движение из положения равновесия, то первый раз крайнего положения он достигнет через $0{,}25T$. Далее крайних положений он будет достигать с периодом $0{,}5T$. В итоге, правильный вариант ответа: **1) $2{,}25T$**.

4. Колебания заряда на обкладках конденсатора в колебательном контуре происходят по закону $q(t) = 10^2 \cdot \sin(2\pi t + \pi/2)$ мкКл. Чему равна амплитуда силы тока, протекающего в катушке индуктивности?

1) 0,157 мА; 2) 0,314 мА; 3) 15,9 мкА; 4) 0,628 мА.

Решение: Амплитуда силы тока связана с амплитудой заряда на обкладках конденсатора выражением $I_{max} = \omega q_{max}$. Сравним уравнение колебаний заряда в условии с уравнением (4.13):

$$q(t) = q_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Видим, что $q_{max} = 10^2$ мкКл, $\omega = 2\pi$ рад/с. В итоге, $I_{max} = 6{,}28 \cdot 10^2$ мкА = 0,628 мА. Правильный ответ: **4) 0,628 мА**.

5. Расстояние между двумя колеблющимися точками сплошной упругой среды в два раза больше, чем длина волны. Чему равна разность фаз колебаний этих точек?

1) 0; 2) π; 3) 2π; 4) 4π.

Решение: Разность фаз колебаний точек, расположенных друг от друга на расстоянии Δx, определяется выражением (4.37):

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = k|x_1 - x_2| = k \cdot \Delta x = 2\pi \cdot \Delta x/\lambda.$$

По условию, $\Delta x/\lambda = 2$. Следовательно, разность фаз равна **4) 4π**.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физика. Механика. 10 класс. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений / М.М. Балашов, А.И. Гомонова, А.Б. Долицкий и др.; под ред. Г.Я. Мякишева. – 12-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2010, – 495 с.

2. Мякишев Г.Я. Физика. Молекулярная физика. Термодинамика. 10 кл. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.Я. Мякишев, А.З. Синяков. – 12-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2010, – 349 с.

3. Мякишев Г.Я. Физика. Электродинамика. 10–11 кл. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.Я. Мякишев, А.З. Синяков, Б.А. Слободсков. – 10-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2010, – 476 с.

4. Мякишев Г.Я. Физика. Колебания и волны. 11 кл. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.Я. Мякишев, А.З. Синяков. – 9-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2010, – 287 с.

5. Мякишев Г.Я. Физика: Оптика. Квантовая физика. 11 кл.: Учеб. для углубленного изучения физики / Г.Я. Мякишев, А.З. Синяков. – 2-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2002, – 464 с.

6. Мякишев Г.Я. Физика. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский; под ред. В.И. Николаева, Н.А. Парфентьевой. – 19-е изд. –М.: Просвещение, 2010, – 366 с.

7. Мякишев Г.Я. Физика. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, В.М. Чаругин; под ред. В.И. Николаева, Н.А. Парфентьевой. – 19-е изд. –М.: Просвещение, 2010, – 399 с.

8. Касьянов В.А. Физика. 11 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений. – 4-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2004, – 416 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Некоторые физические постоянные и единицы

№	Название	Значение
1	Ускорение свободного падения	g = 9,8 м/с^2
2	Плотность воды	$\rho = 10^3$ кг/м^2
3	Давление при нормальных условиях	$P_0 = 10^5$ Па
4	Температура при нормальных условиях	T_0 = 273 К
5	Число Авогадро	$N_A = 6{,}022\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
6	Молярная масса кислорода	μ_{02} = 0,032 кг/моль
7	Молярная масса водорода	μ_{H2} = 0,002 кг/моль
8	Молярная масса азота	μ_{N2} = 0,028 кг/моль
9	Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
10	Универсальная газовая постоянная	R = 8,31 Дж/(моль ·К)
11	Элементарный заряд	$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
12	Коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2
13	Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
14	Скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^8$ м/с
15	Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
16	Масса покоя протона	m_p = 1,007 а.е.м.
17	Масса покоя нейтрона	m_n = 1,009 а.е.м.
18	Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг

Значения приставок единиц измерения

Наименование	Обозначение	Множитель
пико	п	10^{-12}
нано	н	10^{-9}
микро	мк	10^{-6}
милли	м	10^{-3}
кило	к	10^3
мега	М	10^6
гига	Г	10^9
тера	Т	10^{12}

Кроме того:

$\pi = 3{,}14$

$\pi^2 = 10$

$\sqrt{2} = 1{,}41$

$\frac{6{,}6}{1{,}6} = 4{,}125$