

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

М. Г. Кистенева
С.А. Артищев

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ

Учебно-методическое пособие
по практической и самостоятельной работе

Томск
2023

УДК 538.956
ББК 22.379
С470

Рецензент:

Славникова М.М., доцент кафедры конструирования узлов и деталей РЭА

Составители:

М. Г. Кистенева, С.А. Артищев

Кистенева, Марина Григорьевна, Артищев Сергей Александрович

Физические основы микро- и наноэлектроники: учеб. - метод. пособие / М.Г. Кистенева, С.А. Артищев. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 34 с.

Настоящее учебно-методическое пособие составлено с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Учебно-методическое пособие содержит методические указания по изучению соответствующих разделов, вопросы для самопроверки. Приведены примеры решения задач по каждому разделу. Пособие содержит необходимые табличные данные для решения задач.

Пособие рекомендуется для студентов технических направлений подготовки и специальностей.

Одобрено на заседании каф. КУДР, протокол № 240 от 16 февраля 2023 г.

УДК 538.956
ББК 22.379

© Кистенева М. Г., Артищев С.А., 2023
© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023

Содержание

Введение.....	4
1 Элементы зонной теории твердых тел.....	5
1.1 Методические указания по изучению раздела.....	5
1.2 Вопросы для самопроверки.....	5
1.3 Примеры решения задач по теме «Элементы зонной теории твердых тел».....	5
2 Статистика электронов и дырок в полупроводниках.....	8
2.1 Методические указания по изучению раздела.....	8
2.2 Вопросы для самопроверки.....	8
2.3 Примеры решения задач по теме «Статистика электронов и дырок в полупроводниках».....	9
3 Электропроводность твердых тел.....	14
3.1 Методические указания по изучению раздела.....	14
3.2 Вопросы для самопроверки.....	14
3.3 Примеры решения задач по теме «Электропроводность твердых тел».....	15
4 Электропроводность полупроводников в сильном электрическом поле.....	18
4.1 Методические указания по изучению раздела.....	18
4.2 Вопросы для самопроверки.....	18
4.3 Примеры решения задач по теме «Электропроводность твердых тел».....	19
5 Генерация и рекомбинация носителей заряда.....	21
5.1 Методические указания по изучению раздела.....	21
5.2 Вопросы для самопроверки.....	22
5.3 Примеры решения задач по теме «Генерация и рекомбинация носителей заряда».....	22
6 Диффузия и дрейф носителей заряда в полупроводниках.....	26
6.1 Методические указания по изучению раздела.....	26
6.2 Вопросы для самопроверки.....	26
6.3 Примеры решения задач по теме «Диффузия и дрейф носителей заряда в полупроводниках».....	26
7 Список литературы.....	31
Приложение А Некоторые физические постоянные.....	32
Приложение Б Таблица Менделеева.....	33
Приложение В Некоторые параметры основных полупроводниковых материалов при $T=300\text{K}$	34

Введение

Данное учебно-методическое пособие предназначено для выполнения практической студентами по дисциплине «Физические основы микро- и нанoeлектроники» и содержит материал для организации дополнительной самостоятельной работы студентов, включающей в себя – подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным занятиям) и выполнение соответствующих заданий; самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебными календарными планами.

В ходе самостоятельной работы по изучению теоретического материала следует обратить внимание на основные физико-химические процессы в полупроводниках, методы и математические модели, используемые для описания этих процессов.

При выполнении практических заданий по решению задач надо вспомнить физические процессы, законы и соотношения, относящиеся к данному вопросу. Обратите внимание на размерности заданных величин. При необходимости требуется перевести размерности в одну систему единиц. Все аналитические решения следует проводить по общеизвестным правилам.

Рекомендуется решать задачи в общем виде. Сначала записать исходные формулы, сделать при необходимости соответствующие преобразования, получить конечные формулы, а затем подставить в эти формулы числовые значения и вычислить результат. При выполнении вычислений рекомендуется сначала сократить порядки, а затем производить выполнение арифметических действий со значащими цифрами. Если решение задачи в общем виде связано с громоздкими выражениями, то можно производить решение по шагам. Ход всех преобразований должен быть объяснен.

Вычисления, как правило, достаточно делать с точностью до второго знака после запятой, нет смысла производить вычисления с точностью до третьего знака, так как исходные данные обычно бывают заданы с меньшей точностью.

1 Элементы зонной теории твердых тел

1.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Элементы зонной теории твердых тел» следует знать, как определяется энергия абсолютно свободного электрона, электрона в потенциальной яме и энергия электрона в свободном атоме, обратить внимание на зонный характер энергетического спектра электронов в кристалле, модель Кронига-Пенни. Следует понимать, как описываются проводники, полупроводники и диэлектрики в свете зонной теории твердых тел, знать физический смысл эффективной массы носителей заряда, понятия о дырках как носителях заряда о собственных, донорных и акцепторных полупроводниках.

1.2 Вопросы для самопроверки

1. Вспомните выражения для энергии абсолютно свободного электрона, энергии электрона в бесконечно глубокой потенциальной яме, энергии электрона в изолированном атоме.
2. Какие силы определяют потенциальную электронов в кристалле?
3. Что происходит с энергетическими уровнями электронов при сближении изолированных атомов и образовании кристалла?
4. Каковы основные выводы зонной теории об энергетическом распределении электронов в твердых телах? Что можно сказать об энергии электронов в твердых телах?
5. Как распределяются электроны по энергетическим зонам в полупроводнике при температуре абсолютного нуля?
6. Укажите особенности металлов, полупроводников и диэлектриков при температуре абсолютного нуля с точки зрения зонной теории твердого тела?
7. Каков физический смысл эффективной массы?
8. Дайте определение дырки как носителя заряда в полупроводнике.
9. Что такое собственный полупроводник?
10. Что такое донорный полупроводник? Что такое акцепторный полупроводник?

1.3 Примеры решения задач по теме «Элементы зонной теории твердых тел»

1.3.1 Вычислите длину волны де Бройля абсолютно свободного электрона с энергией $E = 100$ эВ.

Решение: энергия абсолютно свободного электрона определяется выражением

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

где m – масса свободного электрона, k – волновой вектор, который равен

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Постоянная \hbar равна

$$\hbar = \frac{h}{2\pi},$$

где h – постоянная Планка.

Тогда определяем длину волны электрона в виде

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}.$$

Подставляем числовые значения. Обратите внимание, что значение энергии надо перевести в Джоули. Таким образом, получаем.

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,123 \text{ нм}.$$

Ответ: $\lambda = 0,123$ нм.

1.3.2 Вычислить энергию электрона в электрон-вольтах на уровне с квантовым числом $n = 3$ в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной $a = 0,43$ нм.

Решение: энергия в бесконечно глубокой потенциальной яме определяется выражением

$$E = \frac{h^2 n^2}{8m \cdot a^2}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$E = \frac{h^2 n^2}{8m \cdot a^2} = \frac{(6,62)^2 \cdot 10^{-68} \cdot 9}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,43 \cdot 10^{-9})^2} = 29,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 18,3 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E = 18,3$ эВ.

1.3.3 Оцените в электрон-вольтах энергию, которую необходимо сообщить электрону в глубокой прямоугольной потенциальной яме для его перехода с энергетического уровня с квантовым числом $n = 2$ на уровень с $n = 3$. Ширина потенциальной ямы равна $a = 0,43$ нм.

Решение: энергия в бесконечно глубокой потенциальной яме определяется выражением

$$E = \frac{h^2 n^2}{8m \cdot a^2}.$$

Энергия, которую необходимо сообщить электрону для его перехода с энергетического уровня с квантовым числом $n = 2$ на уровень с $n = 3$, будет равна

$$E_{23} = \frac{h^2}{8m \cdot a^2} (3^2 - 2^2) = \frac{(6,62)^2 \cdot 10^{-68} \cdot (9 - 4)}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (0,43 \cdot 10^{-9})^2} = 16,28 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 10,17 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_{23} = 10,17 \text{ эВ}$.

1.3.4 Электрон в атоме водорода переходит с энергетического уровня с главным квантовым числом $n = 3$ на уровень с $n = 1$. Определите в нанометрах длину волны излучения, которым сопровождается такой переход.

Решение: энергия (в электронвольтах) электрона в атоме водорода определяется выражением

$$E = -\frac{13,6}{n^2}.$$

При переходе электрона с энергетического уровня с главным квантовым числом $n = 3$ на уровень с $n = 1$ электрон излучает энергию

$$\Delta E = -13,6 \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 12,09 \text{ эВ} = 19,34 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Длина волны излучения зависит от энергии по закону

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Поэтому можем рассчитать длину волны излучения, которым сопровождается такой переход, по выражению

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{19,34 \cdot 10^{-19}} = 10,27 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 102,7 \text{ нм}.$$

Ответ: $\lambda = 102,7 \text{ нм}$.

1.3.5 Оцените в электрон-вольтах энергию ионизации примесного уровня в кристалле германия, легированном атомами мышьяка, если известно, что эффективная масса носителей заряда в нем $m^* = 0,25 m_0$, диэлектрическая проницаемость германия равна $\epsilon = 16$.

Решение: Мышьяк – элемент пятой группы таблицы Менделеева, поэтому является донорной примесью в германии.

Энергия ионизации донорного уровня в полупроводнике определяется выражением

$$E_c - E_d = \frac{q^4 m^*}{8h^2 \varepsilon^2 \varepsilon_0^2}$$

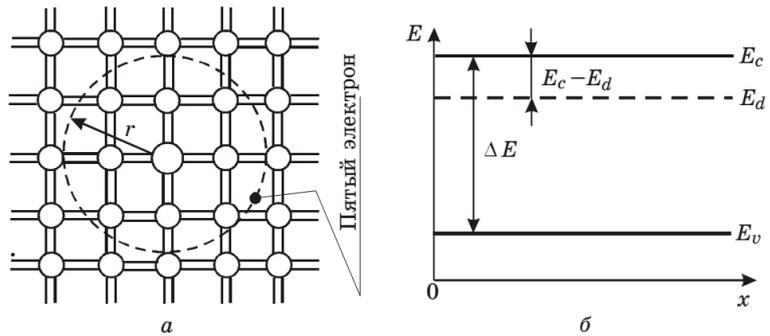


Рис 1.17. Двумерная кристаллическая решетка полупроводника с примесными атомами As (а) и соответствующая зонная структура с донорным уровнем E_d (б)

Таким образом, получим

$$E_c - E_d = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 0,25 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8 \cdot (6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 16 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12})^2} = 16,97 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 0,01 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_c - E_d = 0,01 \text{ эВ}$.

2 Статистика электронов и дырок в полупроводниках

2.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Статистика электронов и дырок в полупроводниках» следует знать, как распределяются электроны в твердых телах по энергетическим уровням, функцию распределения Ферми-Дирака, как определяется плотность квантовых состояний, концентрация электронов и дырок в полупроводнике. Необходимо знать, как рассчитать положение уровня Ферми и концентрацию свободных носителей в собственном и примесном полупроводнике. Следует понимать, различие между основными и неосновными носителями заряда, знать закон действующих масс.

2.2 Вопросы для самопроверки

1. Вспомните выражение для распределения Ферми-Дирака.
2. Что такое плотность и эффективная плотность квантовых состояний в зоне проводимости и в валентной зоне?
3. Что происходит с уровнем Ферми в собственном полупроводнике при повышении от абсолютного нуля?
4. Каким выражением описывается температурная зависимость концентрации носителей заряда в собственном полупроводнике?
5. Опишите температурную зависимость уровня Ферми в донорном полупроводнике.
6. При какой температуре донорный и акцепторный полупроводники приобретают свойства собственного полупроводника?
7. Что такое основные и неосновные носители заряда?

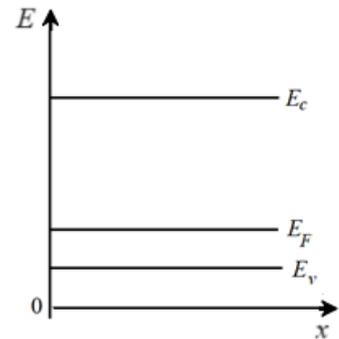
8. Как изменяется концентрация основных носителей заряда при увеличении температуры полупроводника?
9. Каким выражением описывается закон действующих масс?
10. Как зависит от концентрации неосновных носителей заряда в полупроводниках от ширины запрещенной зоны?

2.3 Примеры решения задач по теме «Статистика электронов и дырок в полупроводниках»

2.3.1 Уровень Ферми в акцепторном германии (p -Ge) при температуре 300 К находится в запрещенной зоне на 0,01 эВ выше потолка валентной зоны. Рассчитайте вероятность заполнения электронами энергетических уровней в зоне проводимости, если известно, что ширина запрещенной зоны при указанной температуре равна 0,67 эВ.

Решение: вероятность заполнения электронами энергетического уровня с энергией E определяется распределением Ферми-Дирака

$$f_n(E_c, T) = \frac{1}{e^{\frac{E_c - E_F}{k_0 T}} + 1}$$



Сделаем некоторые преобразования для определения положения уровня Ферми относительно дна зоны проводимости и получим

$$E_c - E_F = E_c - E_F - E_v + E_v = E_c - E_v - E_F + E_v = \Delta E - (E_F - E_v) = 0,67 - 0,01 = 0,66 \text{ эВ}$$

Расчет показывает, что вероятность заполнения электронами энергетических уровней в зоне проводимости очень мала (практически равна нулю).

$$f_n(E_c, T) = \frac{1}{e^{\frac{0,66}{8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}} + 1} = 8,2 \cdot 10^{-12}$$

Ответ: $f_n(E_c, T) = 8,2 \cdot 10^{-12}$

2.3.2 Вычислите эффективную плотность состояний в зоне проводимости германия при температуре 300 К, если эффективная масса плотности состояний для носителей заряда в ней $m_n^* = 0,55 m_0$.

Решение: используем известное выражение для расчета эффективной плотности состояний в зоне проводимости и получаем

$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* k_0 T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$[N_C] = [m^{-3}]$$

$$N_C = 2 \frac{\left(2 \cdot 3,14 \cdot 0,55 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(6,62 \cdot 10^{-34} \right)^3} = 1,02 \cdot 10^{25} m^{-3}.$$

Ответ: $N_C = 1,02 \cdot 10^{25} m^{-3}$.

2.3.3 Вычислите в электрон-вольтах положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в собственном германии при температуре 27 °С, если эффективные массы электронов и дырок, соответственно, $m_n^* = 0,56 m_0$, $m_p^* = 0,35 m_0$, ширина запрещенной зоны германия $\Delta E = 0,67$ эВ.

Решение: есть выражение для положения уровня Ферми в собственном полупроводнике

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

Но в задаче просят найти положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны, т.е. $E_F - E_v$. Следует сделать важное замечание, что

$$\frac{E_c + E_v}{2} \neq \frac{\Delta E}{2}$$

Поэтому сделаем некоторые преобразования и найдем $E_F - E_v$

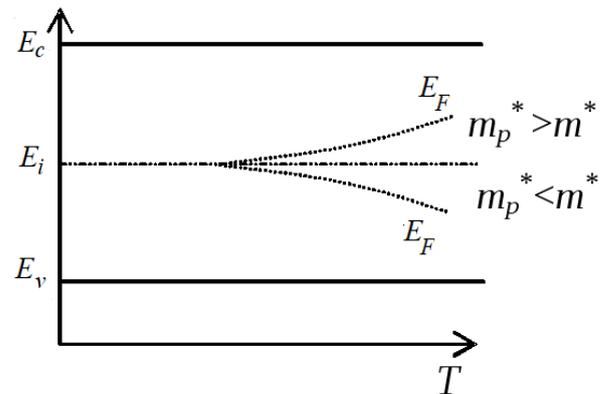
$$E_F - E_v = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} - E_v =$$

$$\frac{E_c + E_v - 2E_v}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} =$$

$$= \frac{E_c - E_v}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*} = \frac{\Delta E}{2} + \frac{3}{4} k_0 T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

$$E_F - E_v = \frac{0,67}{2} + \frac{3}{4} 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln \frac{0,35}{0,56} = 0,326 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_F - E_v = 0,326$ эВ.



2.3.4 Рассчитайте концентрацию собственных носителей заряда в германии при температуре 300 К, если ширина запрещенной зоны $\Delta E = 0,67$ эВ, эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, соответственно, $N_c = 1,02 \times 10^{25} m^{-3}$ и $N_v = 6,08 \times 10^{24} m^{-3}$.

Решение: используем выражение для концентрации собственных носителей заряда в полупроводнике

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_0 T}\right).$$

Делаем расчет

$$n_i = (1,02 \cdot 10^{25} \cdot 6,08 \cdot 10^{24})^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{0,67}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 1,87 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n_i = 1,87 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

2.3.5 Найдите ширину запрещенной зоны (в электронвольтах) арсенида галлия при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что собственная концентрация носителей заряда в нем $n_i = 1,1 \times 10^{13} \text{ м}^{-3}$, эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, соответственно, $N_c = 4,7 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}$ и $N_v = 7 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Решение: используем выражение для концентрации собственных носителей заряда в полупроводнике

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_0 T}\right).$$

Из него выразим ширину запрещенной зоны

$$\frac{n_i}{(N_c N_v)^{\frac{1}{2}}} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_0 T}\right),$$

$$\ln\left(\frac{n_i}{(N_c N_v)^{\frac{1}{2}}}\right) = -\frac{\Delta E}{2k_0 T},$$

$$\Delta E = -2k_0 T \ln\left(\frac{n_i}{(N_c N_v)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

Таким образом, ширина запрещенной зоны арсенида галлия равна

$$\Delta E = -2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{1,1 \cdot 10^{13}}{(4,7 \cdot 10^{23} \cdot 7 \cdot 10^{24})^{\frac{1}{2}}}\right) = 1,34 \text{ эВ}.$$

Ответ $\Delta E = 1,34 \text{ эВ}$.

2.3.6 Определите в электрон-вольтах положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости при температуре $T = 300 \text{ К}$ в кристалле германия, легированном атомами сурьмы до концентрации $N_d = 10^{23} \text{ м}^{-3}$. При решении следует предполагать полную ионизацию примесных атомов. Эффективная плотность состояний в зоне проводимости $N_c = 1,02 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Решение: так как примесные атомы полностью ионизованы, то концентрация электронов в зоне проводимости равна концентрации примеси

$$n_0 = N_d.$$

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}\right).$$

Найти положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости, значит найти $E_c - E_F$. Получим это

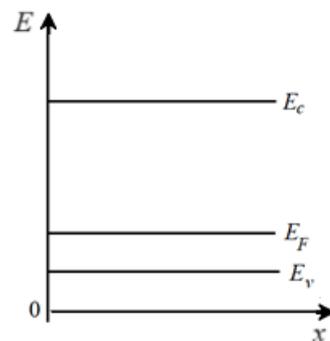
$$\ln\left(\frac{n_0}{N_c}\right) = -\frac{E_c - E_F}{k_0 T}$$

$$E_c - E_F = -k_0 T \ln\left(\frac{n_0}{N_c}\right) = -k_0 T \ln\left(\frac{N_d}{N_c}\right).$$

Теперь вычислим

$$E_c - E_F = -8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{1,1 \cdot 10^{23}}{1,02 \cdot 10^{25}}\right) = 0,12 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_c - E_F = 0,12$ эВ.



2.3.7 Вычислите в электрон-вольтах энергию ионизации примесного уровня в кристалле германия, содержащем $N_a = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$ атомов бора, если температура истощения примеси равна 27°К . Эффективная плотность состояний в валентной зоне $N_v = 3 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Решение: найти энергию ионизации примесного (в данном случае акцепторного) уровня, значит найти $E_a - E_v$. Для этого используем выражение для температуры истощения акцепторного уровня

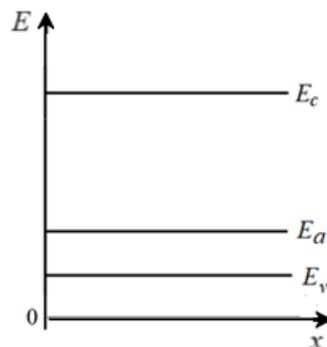
$$T_S = \frac{E_a - E_v}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)}.$$

Из этого выражения получим

$$E_a - E_v = T_S \cdot k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right),$$

$$E_a - E_v = 300 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{24}}{3 \cdot 10^{22}}\right) = 0,14 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_a - E_v = 0,14$ эВ.



2.3.8 Определите концентрацию дырок в германии, легированном атомами фосфора с плотностью $N_d = 5 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$, если при заданной температуре 300 К концентрация собственных дырок равна $2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и все примесные атомы ионизированы.

Решение: фосфор является донорной примесью в германии, поэтому основными носителями будут электроны. Запишем закон действующих масс для донорного полупроводника

$$n_{n0} \cdot p_{n0} = n_i^2$$

Концентрация основных носителей (электронов) в нашем случае равна концентрации атомов фосфора, так как все примесные атомы ионизированы. Тогда

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}} = \frac{(2 \cdot 10^{19})^2}{5 \cdot 10^{20}} = 8 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $p_{n0} = 8 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$.

2.3.9 Определите диапазон температур ΔT , при которых будет наблюдаться область истощения примеси в дырочном германии с концентрацией акцепторов $N_a = 5 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$, полагая, что ширина запрещенной зоны $\Delta E = 0,665 \text{ эВ}$, эффективные плотности состояний в зоне проводимости $N_c = 1,04 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$ и в валентной зоне $N_v = 6,1 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ не зависят от температуры, а энергия ионизации акцепторного уровня $E_a - E_v = 0,01 \text{ эВ}$.

Решение: диапазон температур ΔT , при которых будет наблюдаться область истощения примеси, определяется выражением

$$\Delta T = T_i - T_s.$$

Найдем температуру истощения T_i акцепторной примеси

$$T_s = \frac{E_a - E_v}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = 11,5 \text{ К}.$$

Найдем температуру T_i

$$T_i = \frac{\Delta E}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{N_c \cdot N_v}{N_a^2}\right)} = 398,6 \text{ К}.$$

Теперь рассчитаем ΔT

$$\Delta T = T_i - T_s = 387,1 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta T = 387,1 \text{ К}$.

2.3.10 Рассчитайте концентрацию неосновных носителей заряда $T = 300 \text{ К}$ в кристалле германия, содержащем $3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$ атомов индия, которые образуют энергетический уровень, расположенный на $0,433 k_0 T$ выше потолка валентной зоны, где k_0 – постоянная Больцмана. Эффективная плотность состояний в валентной зоне и концентрация собственных носителей заряда равны, соответственно, $N_v = 6,1 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$ и $n_i = 2,5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Решение: вначале необходимо найти температуру истощения акцепторной примеси (индий является акцепторной примесью)

$$T_s = \frac{E_a - E_v}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = \frac{0,433 \cdot k_0 \cdot T}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = \frac{0,433 \cdot T}{\ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = 21,6 \text{ K}.$$

Температура истощения меньше 300 К. В этом случае, все примесные атомы ионизированы и концентрация основных носителей (дырок) равна концентрации атомов индия $p_{p0} = N_{In} = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

Для нахождения концентрации неосновных носителей (электронов) воспользуемся законом действующих масс

$$p_{p0} \cdot n_{p0} = n_i^2.$$

Далее

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}} = 2,1 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n_{p0} = 2,1 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

3 Электропроводность твердых тел

3.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Электропроводность твердых тел» надо обратить внимание на влияние электрического поля на функцию распределения носителей заряда в полупроводниках, изучить механизм электропроводности в полупроводниках. Следует знать, какие механизмы рассеяния существуют в полупроводниках и какое влияние они оказывают на подвижность носителей заряда, как зависит электропроводность полупроводников от температуры.

3.2 Вопросы для самопроверки

1. Какую траекторию имеют носители заряда в полупроводнике в отсутствие и при наличии внешнего электрического поля?
2. Вспомните выражение, которым описывается закон Ома в полупроводниках.
3. Что такое подвижность носителей заряда?
4. Что такое длина свободного пробега носителей заряда?
5. Что такое дрейфовая скорость?
6. Что такое время релаксации?
7. Как подвижность носителей заряда в полупроводнике зависит от температуры?
8. Какие механизмы рассеяния носителей заряда существуют в полупроводниках?
9. Какова температурная зависимость электропроводности полупроводников?
10. Какие параметры полупроводников можно определить из температурной зависимости их электропроводности?

3.3 Примеры решения задач по теме «Электропроводность твердых тел»

3.3.1 Образец германия (Ge) при $T = 300$ К находится в электрическом поле с напряженностью 100 В/м, эффективная масса электронов проводимости $m_n^* = 0,12m_0$, время релаксации $\tau = 3 \times 10^{-13}$ с. Определите среднюю скорость хаотического движения электронов, дрейфовую скорость электронов; среднюю длину свободного пробега электронов зоны проводимости.

Решение: среднюю скорость хаотического движения электронов можно найти из выражения для кинетической энергии

$$E = \frac{m^* v_m^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

$$v_m = \sqrt{\frac{3kT}{m^*}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{0,12 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,37 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Для нахождения дрейфовой скорости используем выражение

$$v_d = \frac{qE\tau}{m_n^*} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^{-13}}{0,12 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 43,95 \text{ м/с.}$$

Рассчитаем длину свободного пробега

$$l = v_m \tau = 3,37 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-13} = 1,01 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $v_m = 3,37 \cdot 10^5$ м/с, $v_d = 43,95$ м/с, $l = 1,01 \cdot 10^{-7}$ м.

3.3.2 Вычислите удельное сопротивление собственного германия (Ge), который при $T = 300$ К имеет концентрацию собственных носителей заряда $n_i = 2,1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, подвижности электронов и дырок, соответственно, $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

Решение: так как в собственном полупроводнике концентрации собственных электронов и дырок равны

$$n_i = p_i = 2,1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3},$$

то выражение для электропроводности можно записать в виде

$$\sigma_i = q \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot n_i.$$

Удельное сопротивление обратно пропорционально удельной электропроводности. Поэтому

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i}$$

$$\rho_i = \frac{1}{q(\mu_n + \mu_p)n_i}$$

$$\rho_i = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,39 + 0,19) \cdot 2,1 \cdot 10^{19}} = 0,51 \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

Ответ: $\rho_i = 0,51 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

3.3.3 Вычислите удельное сопротивление германия p -типа с концентрацией дырок $6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, подвижность которых равна $0,19 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$. Собственная концентрация дырок и подвижность электронов, соответственно, равны $2,1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и $0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

Решение: для полупроводника p -типа выражение для электропроводности выглядит так

$$\sigma_p = q\mu_p p_p + q\mu_n n_p.$$

Для расчета концентрации неосновных носителей (электронов) используем закон действующих масс

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = \frac{p_i^2}{p_p}.$$

С учетом этого запишем выражения для электропроводности и удельного сопротивления

$$\sigma_p = q\mu_p p_p + q\mu_n \frac{p_i^2}{p_p}$$

$$\rho_p = \frac{1}{\sigma_p} = \frac{1}{q\mu_p p_p + q\mu_n \frac{p_i^2}{p_p}}.$$

Сделаем расчет и получим

$$\rho_p = 0,54 \text{ Ом}\cdot\text{м}.$$

$$\text{Ответ: } \rho_p = 0,54 \text{ Ом}\cdot\text{м}.$$

3.3.4 Определите плотность тока в дырочном германии (p -Ge), который находится в электрическом поле напряженностью 100 В/м , если известно, что концентрация основных носителей заряда равна 10^{20} м^{-3} , подвижности электронов и дырок, соответственно, равны $0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ и $0,19 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, а концентрация собственных носителей заряда $n_i = 2,1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Решение: для полупроводника p -типа выражение для электропроводности выглядит так

$$\sigma_p = q\mu_p p_p + q\mu_n n_p.$$

Для расчета концентрации неосновных носителей (электронов) используем закон действующих масс

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = \frac{p_i^2}{p_p}.$$

С учетом этого запишем выражение и рассчитаем плотность тока

$$j = \sigma_p E = q \left(\mu_p p_{p0} + \mu_n \frac{n_i^2}{p_{p0}} \right) E,$$

$$j = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(0,19 \cdot 10^{20} + 0,39 \cdot \frac{(2,1 \cdot 10^{19})^2}{10^{20}} \right) \cdot 100 = 331,5 \text{ A} / \text{m}^2.$$

Ответ: $j = 331,5 \text{ A} \cdot \text{m}^2$.

3.3.5 Вычислите электропроводность собственного германия при $T = 300 \text{ K}$, предполагая, что $\mu_n = 0,38 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, $\mu_p = 0,18 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, $\Delta E = 0,66 \text{ эВ}$, эффективные плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, соответственно, равны $1,04 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$ и $6,1 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Решение: в собственном полупроводнике проводимость определяется выражением

$$\sigma_i = q \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot n_i$$

Для расчета проводимости нам необходимо знать концентрацию собственных носителей заряда n_i . Ее можно найти из выражения

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

С учетом этого выражение для электропроводности примет вид

$$\sigma_i = q(\mu_n + \mu_p)(N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Расчет дает значение $\sigma_i = 2,05 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$.

Ответ: $\sigma_i = 2,05 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$.

3.3.6 Определите температуру, при которой электропроводность собственного германия будет в два раза выше его электропроводности при $T_1 = 300 \text{ K}$. В расчете используйте ширину запрещенной зоны $\Delta E = 0,665 \text{ эВ}$.

Решение: будем использовать выражение для электропроводности собственного полупроводника, как и в предыдущей задаче, в виде

$$\sigma_i = q(\mu_n + \mu_p)(N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Согласно условию задачи запишем (температура T_2 – искомая температура)

$$\frac{\sigma_{i2}}{\sigma_{i1}} = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT_2}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT_1}\right)} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_0} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right) = 2.$$

Откуда можно получить

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} - \frac{2k_0}{\Delta E} \ln 2.$$

Расчет дает $T_2 = 317,1 \text{ К}$.

Ответ: $T_2 = 317,1 \text{ К}$.

3.3.7 Вычислите электропроводность германия с примесными атомами галлия, которые создают в запрещенной зоне уровень на расстоянии $0,011 \text{ эВ}$ от потолка валентной зоны. В расчете следует принять: $T = 300 \text{ К}$, концентрация атомов галлия $4 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$, эффективная плотность состояний в валентной зоне $6,08 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$, подвижность дырок $\mu_p = 0,18 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

Решение: примесь галлия в германии является акцепторной примесью. Электропроводность акцепторного полупроводника определяется выражением

$$\sigma_p = q\mu_p p_p + q\mu_n n_p.$$

Нам необходимо знать температуру истощения примеси для расчета концентрации основных носителей заряда (дырок). Рассчитаем эту температуру

$$T_S = \frac{E_a - E_v}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = 114,8 \text{ К}.$$

Таким образом, температура истощения меньше 300 К . В этом случае, все примесные атомы ионизированы и концентрация дырок равна концентрации атомов галлия $p_p = N_{Ga} = 4 \times 10^{24} \text{ м}^{-3}$. При такой концентрации основных носителей заряда можно пренебречь вкладом в электропроводность неосновных носителей заряда. Тогда получим

$$\sigma_p = q\mu_p p_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,18 \cdot 4 \cdot 10^{24} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Ответ: $\sigma_p = 1,15 \cdot 10^5 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$.

4 Электропроводность полупроводников в сильном электрическом поле

4.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Электропроводность полупроводников в сильном электрическом поле» надо вспомнить зависимость электропроводности от напряженности поля, процессы термоэлектронной и ударной ионизации, обратить внимание на подвижность носителей заряда в сильном электрическом поле. Следует изучить процесс электропроводности двухдолинных полупроводников в сильном электрическом поле, эффект Ганна.

4.2 Вопросы для самопроверки

1. Как зависит электропроводность полупроводников от напряженности поля?
2. Какие основные механизмы повышения концентрации носителей заряда в полупроводниках в сильных электрических полях?
3. В чем заключается термоэлектронная ионизация?

4. В чем заключается ударная ионизация?
5. В чем заключается электростатическая ионизация?
6. Какова зависимость подвижности носителей заряда в полупроводниках от напряженности внешнего электрического поля?
7. В чем заключается эффект междолинного рассеяния?
8. В чем заключаются особенности электропроводности двухдолинных полупроводников?
9. Что такое эффект Ганна?
10. Дайте определение электрического домена в полупроводниках.

4.3 Примеры решения задач по теме «Электропроводность твердых тел»

4.3.1 Оцените критическую напряженность электрического поля в германии n -типа проводимости при $T=300$ К. Для расчета принять подвижность электронов $\mu_n = 0,38$ м²/В·с, эффективную массу электрона $m_n^* = 0,12 m_0$, где m_0 – масса покоя электрона.

Решение: Электрическое поле считается критическим, когда значение дрейфовой скорости v_d достигает 0,1 значения тепловой скорости v_m

$$v_d = 0,1v_m.$$

Зная, что

$$v_d = \mu E,$$

запишем выражение для критической напряженности электрического поля

$$E_{кр} = \frac{0,1 \cdot v_m}{\mu}.$$

Среднюю скорость хаотического движения электронов можно найти из выражения для кинетической энергии

$$E = \frac{m_n^* \cdot v_m^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

$$v_m = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m_n^*}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{0,12 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,37 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Рассчитаем критическую напряженность электрического поля

$$E_{кр} = \frac{0,1 \cdot 3,37 \cdot 10^5}{0,38} = 8868 \text{ В/м} = 8,7 \text{ кВ/м.}$$

Ответ: $E_{кр} = 8,7$ кВ/м.

4.3.2 В образце германия с примесью атомов сурьмы с концентрацией 1×10^{22} м⁻³ создано электрическое поле с напряженностью 2×10^5 В/м. Температура образца $T = 20$ К. Определите концентрацию неравновесных носителей заряда, созданных электрическим полем в образце, если эффективная

плотность состояний в зоне проводимости при $T = 20 \text{ К}$ $N_c = 2 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}$, постоянная кристаллической решетки германия $a = 0,565 \text{ нм}$, положение примесного уровня $E_c - E_d = 0,0096 \text{ эВ}$.

Решение: в сильном электрическом поле изменяется форма зависимости потенциальной энергии электронов в атомах от расстояния между ними и наблюдается процесс термоэлектронной ионизации, который заключается в снижении потенциального барьера, что облегчает тепловую ионизацию примесных атомов. Эффект наблюдается в области температур ниже температуры истощения полупроводника $T < T_S$.

Определим температуру истощения, учитывая, что сурьма является донорной примесью

$$T_S = \frac{E_c - E_d}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_c}{N_d}\right)} = 30,2 \text{ К},$$

где N_d – концентрация доноров (в нашем случае концентрация атомов сурьмы).

Таким образом, температура образца ниже температуры истощения и в этом случае концентрация электронов в зоне проводимости определяется выражением

$$n = \left(\frac{N_c N_d}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_d - \Delta U}{2k_0 T}\right),$$

где $\Delta U = q \cdot E \cdot a$ – величина снижения энергии ионизации донорного центра.

Концентрация равновесных носителей заряда определяется

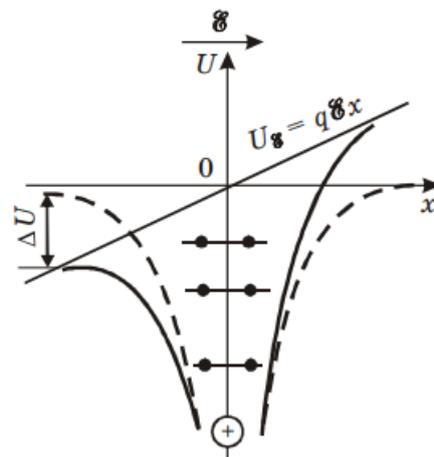
$$n_{n0} = \left(\frac{N_c N_d}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2k_0 T}\right).$$

Тогда выражение для концентрации неравновесных носителей заряда, созданных электрическим полем в образце, можно записать в виде

$$\Delta n = n - n_{n0} = \left(\frac{N_c N_d}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2kT}\right) \cdot \left[\exp\left(\frac{\Delta U}{2kT}\right) - 1\right].$$

$$\Delta n = 6,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } \Delta n = 6,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$



4.3.3 Вычислите концентрацию неравновесных электронов в германии с примесью атомов сурьмы (Sb), если концентрация доноров $N_d = 5 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$, которые образуют в запрещенной зоне уровень, расположенный на $0,0096 \text{ эВ}$ ниже дна зоны проводимости и образец находится при $T=300 \text{ К}$ в электрическом

поле напряженностью $1,8 \times 10^6$ В/м. Эффективные плотности состояний в зоне проводимости и валентной зоне равны $1,04 \times 10^{25}$ м⁻³, постоянная кристаллической решетки $a = 0,565 \times 10^{-9}$ м.

Решение: рассчитаем температуру истощения, учитывая, что сурьма является донорной примесью

$$T_S = \frac{E_c - E_d}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_c}{N_d}\right)} = 10,5 \text{ K}.$$

Температура, при которой находится образец, выше температуры истощения, т.е. примесные атомы полностью ионизованы, и поле не приводит к возникновению неравновесных носителей в зоне проводимости. В этом случае концентрация электронов в зоне проводимости равна концентрации доноров

$$n = n_{n0} = N_d, \text{ так как } T > T_S.$$

$$\Delta n = n - n_{n0} = 0.$$

Ответ: $\Delta n = 0$.

4.3.4 Рассчитайте плотность тока электронов, которые находятся вблизи дна зоны проводимости в первой долине донорного арсенида галлия с примесью атомов серы в концентрации 2×10^{21} м⁻³, если полупроводник находится в электрическом поле напряженностью 1000 В/м. Дополнительные указания: подвижность электронов $\mu_n = 0,831$ м²/В·с, температура образца $T = 300$ К, все атомы примеси при этой температуре ионизированы.

Решение: плотность тока определяется выражением

$$j = q \mu_n n_n E$$

Так как все атомы примеси при этой температуре ионизированы, то концентрация электронов равна концентрации атомов серы, т.е.

$$n_n = N_d.$$

Тогда

$$j = q \mu_n n_n E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,831 \cdot 2 \cdot 10^{21} \cdot 1000 = 2,68 \cdot 10^5 \text{ А/м}^2.$$

Ответ: $j = 2,68 \cdot 10^5$ А/м².

5 Генерация и рекомбинация носителей заряда

5.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Генерация и рекомбинация носителей заряда» надо обратить внимание на процесс тепловой генерации носителей заряда – монополярной и биполярной, неравновесные процессы в полупроводниках. Следует знать, что такое рекомбинация свободных носителей заряда, что такое скорость рекомбинации и время жизни неравновесных носителей заряда. Необходимо понимать, как происходит рекомбинация через локальные уровни,

что такое поверхностная рекомбинация. Важно знать, как зависит время жизни неравновесных носителей заряда от концентрации основных носителей заряда при рекомбинации через локальные уровни, как зависит время жизни от температуры.

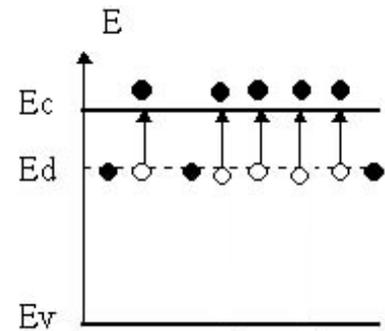
5.2 Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение механизма тепловой генерации носителей заряда в полупроводниках.
2. Что такое монополярная тепловая генерация?
3. Что такое биполярная тепловая генерация?
4. Какие носители заряда называются неравновесными?
5. Какой процесс в полупроводниках называется рекомбинацией носителей заряда?
6. Какие параметры определяют процесс рекомбинации неравновесных носителей заряда в полупроводниках?
7. Какие энергетические уровни в полупроводниках являются рекомбинационными и уровнями прилипания?
8. Как время жизни носителей заряда зависит от концентрации электронов в донорном полупроводнике?
9. Какова температурная зависимость времени жизни носителей заряда в донорных полупроводниках?
10. Какова природа поверхностной рекомбинации в полупроводниках и как такая рекомбинация влияет на время жизни носителей заряда?

5.3 Примеры решения задач по теме «Генерация и рекомбинация носителей заряда»

5.3.1 Вычислите при температуре $T = 10$ К концентрацию электронов в случае их монополярной генерации в германии с примесью сурьмы (Sb) с концентрацией $3 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$, которые образуют в запрещенной зоне уровень, расположенный на $E_c - E_d = 0,0096$ эВ ниже дна зоны проводимости. Эффективная плотность состояний в зоне проводимости при температуре $T = 10$ К равна $N_c = 7 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}$.

Решение: монополярная генерация электронов в донорном (сурьма является донорной примесью в германии) полупроводнике возможна, если величина энергии, переданной донорному атому больше глубины залегания донорного уровня относительно дна зоны проводимости. В этом случае, если донорные уровни не полностью ионизированы (температура образца ниже температуры истощения), будет происходить генерация электронов с уровней в зону проводимости. Поэтому определим температуру истощения



$$T_s = \frac{E_c - E_d}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_c}{N_d}\right)} = 18,1 K.$$

Таким образом, температура образца ниже температуры истощения и в этом случае концентрация электронов в зоне проводимости определяется выражением

$$n = \left(\frac{N_c N_d}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2k_0 T}\right).$$

Расчет дает

$$n = 1,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n = 1,7 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$.

5.3.2 Кристалл кремния легирован алюминием так, что концентрация акцепторов $N_a = 5 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$, энергия ионизации акцепторного уровня равна 0,057 эВ. При температуре $T = 300 \text{ К}$ в кристалле протекает тепловая монополярная и биполярная генерация носителей заряда. Рассчитайте отношение концентраций свободных носителей заряда, образующихся в результате вышеуказанных процессов, допустив, что эффективная плотность состояний в валентной зоне равна $N_v = 1,02 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$, в зоне проводимости $N_c = 2,8 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$, ширина запрещенной зоны $\Delta E = 1,11 \text{ эВ}$.

Решение: рассмотрим вначале монополярную генерацию. Рассчитаем температуру истощения примеси

$$T_s = \frac{E_a - E_v}{k_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot N_v}{N_a}\right)} = 79,5 K.$$

Температура, при которой находится образец, выше температуры истощения, т.е. примесные атомы полностью ионизованы. Поэтому

$$p_{p0} = N_a.$$

При биполярной генерации образуются электронно-дырочные пары, концентрация которых выражается формулой

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Тогда

$$\frac{p_{p0}}{n_i} = \frac{N_a}{(N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)} = \frac{5 \cdot 10^{21}}{8,1 \cdot 10^{15}} = 6,2 \cdot 10^5.$$

Ответ: $p_{p0}/n_i = 6,2 \cdot 10^5$.

5.3.3 Определите время жизни неравновесных носителей заряда в полупроводнике, если их установившаяся концентрация при воздействии источника возбуждения составляет $\Delta n_{cm} = 5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, а начальная скорость уменьшения избыточной концентрации при выключении источника равна $8 \times 10^{23} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

Решение: скорость рекомбинации определяет число электронно-дырочных пар, исчезающих (рекомбинирующих) в единичном объеме в единицу времени

$$R_n = -\frac{d(\Delta n)}{dt}.$$

Отрицательный знак указывает на уменьшение концентрации избыточных носителей заряда.

За время $t = \tau$ после прекращения процесса генерации неравновесных носителей заряда рекомбинируют $\Delta n/\tau$ электронов. Тогда можно записать

$$R_n = -\frac{d(\Delta n)}{dt} = \frac{\Delta n}{\tau}.$$

Отсюда находим время жизни неравновесных носителей заряда τ

$$\tau = \frac{\Delta n}{R_n} = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Ответ: $\tau = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ с}$.

5.3.4 Вычислите избыточную концентрацию электронов через 2 миллисекунды после выключения источника внешнего возбуждения, если ее стационарная величина $\Delta n_{cm} = 5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, а время жизни $\tau = 6,25 \times 10^{-5} \text{ с}$.

Решение: временная зависимость концентрации избыточных носителей заряда определяется выражением

$$\Delta n(t) = \Delta n_{cm} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Вычислим избыточную концентрацию электронов через 2 миллисекунды

$$\Delta n = 6,3 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $\Delta n = 6,3 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$.

5.3.5 В образце германия генерация неравновесных электронов выключена в момент времени $t_1 = 10^{-4} \text{ с}$, когда концентрация избыточных носителей заряда

была в 10 раз выше, чем в момент $t_2 = 10^{-3}$ с. Определите время жизни неравновесных электронов.

Решение: временная зависимость концентрации избыточных носителей заряда определяется выражением

$$\Delta n(t) = \Delta n_{cm} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Согласно условию задачи

$$\frac{\Delta n(t_1)}{\Delta n(t_2)} = \frac{\Delta n_{cm}(0) \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)}{\Delta n_{cm}(0) \exp\left(-\frac{t_2}{\tau}\right)} = \exp\left(-\frac{(t_1 - t_2)}{\tau}\right) = 10.$$

Время жизни равно

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln(10)} = 3,9 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Ответ: $\tau = 3,9 \cdot 10^{-4}$ с.

5.3.6 На основе теории рекомбинации через локальный уровень определите время жизни неравновесных носителей заряда при $T = 300$ К в германии n -типа с равновесной концентрацией электронов $n_0 = 2 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$, если рекомбинационный уровень E_L занимает в запрещенной зоне положение $E_c - E_L = 0,3$ эВ, время жизни дырок $\tau_{p0} = 5 \times 10^{-6}$ с, эффективная плотность состояний в зоне проводимости $N_c = 1,04 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$, собственная концентрация носителей $n_i = 2,1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Решение: выражение для времени жизни неравновесных носителей заряда при рекомбинации через локальный уровень имеет вид

$$\tau = \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_{n0} \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0},$$

где n_0, p_0 – равновесные концентрации электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне, соответственно, n_1, p_1 – равновесные концентрации электронов и дырок соответствующих зонах, когда уровень Ферми совпадает с рекомбинационным уровнем, τ_{n0}, τ_{p0} – время жизни электронов и дырок, соответственно.

Концентрацию p_0 можно найти из закона действующих масс

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 2,2 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}.$$

Видно, что $n_0 \gg p_0$. Тогда

$$\tau \approx \tau_{p0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0}.$$

Концентрацию n_1 можно рассчитать из выражения

$$n_1 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_L}{kT}\right) = 9,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Время жизни неравновесных носителей заряда равно

$$\tau = 5,02 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Ответ: $\tau = 5,02 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$

6 Диффузия и дрейф носителей заряда в полупроводниках

6.1 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Диффузия и дрейф носителей заряда в полупроводниках» надо обратить внимание на то, чем обусловлены диффузионные потоки электронов и дырок, диффузионный и дрейфовый токи носителей заряда. Следует знать как связаны между собой коэффициент диффузии и подвижность носителей заряда, что выражает соотношение Эйнштейна, каков физический смысл понятия «диффузионная длина» носителей заряда. Необходимо понимать смысл уравнения непрерывности, для каких целей оно используется в физике конденсированного состояния.

6.2 Вопросы для самопроверки

1. С помощью какого выражения можно рассчитать диффузионный ток электронов?
2. С помощью какого выражения можно рассчитать диффузионный ток дырок?
3. Какова связь между диффузионной длиной и временем жизни?
4. Каков физический смысл понятия «диффузионная длина»?
5. В каких пределах изменяется диффузионная длина?
6. Вспомните выражение для соотношения Эйнштейна.
7. Если генерация неравновесных носителей заряда происходит вблизи поверхности полупроводника, то по какому закону уменьшается концентрация этих носителей по мере удаления от поверхности полупроводника?
8. Для каких целей в физике конденсированного состояния используется уравнение непрерывности?
9. Дайте определение дрейфового тока.
10. Что является следствием монополярной диффузии?

6.3 Примеры решения задач по теме «Диффузия и дрейф носителей заряда в полупроводниках»

6.3.1 Определите величину диффузионного потока неравновесных электронов в образце германия, если их концентрация на поверхности (в плоскости $x_1 = 0$) $\Delta n(x_1) = 4 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$, а в объеме, в плоскости $x_2 = 0,5 \text{ мм}$, параллельной плоскости x_1 , $\Delta n(x_2) = 9 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Коэффициент диффузии электронов в германии при комнатной температуре $D_n = 9,8 \times 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$,

концентрация неравновесных электронов линейно уменьшается в объеме полупроводника на участке от x_1 до x_2 .

Решение: диффузионный поток электронов $I_{n \text{ диф}}$ определяется выражением

$$I_{n \text{ диф}} = -D_n \frac{dn}{dx},$$

где D_n – коэффициент диффузии электронов, $\text{м}^2/\text{с}$.

В случае диффузии неравновесных электронов это выражение можно записать в виде

$$I_{n \text{ диф}} = -D_n \frac{d(\Delta n)}{dx} = -D_n \frac{\Delta n(x_1) - \Delta n(x_2)}{x_1 - x_2}.$$

После расчета получим

$$I_{n \text{ диф}} = 7,7 \cdot 10^{23} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $I_{n \text{ диф}} = 7,7 \cdot 10^{23} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

6.3.2 Вычислите диффузионный электрический ток электронов через пластину германия толщиной 0,5 мм, если на одной ее поверхности ($x_1 = 0$) создается концентрация неравновесных носителей $\Delta n(x_1) = 4 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$, а на другой – концентрация неравновесных электронов $\Delta n(x_2) = 8 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Коэффициент диффузии электронов $D_n = 9,8 \times 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$. Считайте, что концентрация избыточных электронов линейно уменьшается по толщине пластины.

Решение: плотность диффузионного электрического тока электронов определяется выражением

$$j_{n \text{ диф}} = qD_n \frac{dn}{dx} = q \cdot D_n \cdot \frac{\Delta n(x_1) - \Delta n(x_2)}{x_1 - x_2}.$$

$$j_{n \text{ диф}} = 1,23 \cdot 10^5 \text{ А}^2 / \text{м}^2.$$

Ответ: $j_{n \text{ диф}} = 1,23 \cdot 10^5 \text{ А}^2/\text{м}^2$.

6.3.3 Вычислите диффузионный ток неосновных носителей в образце донорного германия толщиной $d = 0,5$ мм между поверхностью, на которой внешним возбуждением создаются неравновесные дырки с концентрацией $\Delta p(0) = 8 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$ с подвижностью $\mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и противоположной стороной, где концентрация избыточных носителей $\Delta p(d) = 4 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$.

Решение: диффузионный ток неосновных носителей (дырок) в образце донорного германия определяется выражением

$$j_{p \text{ диф}} = -qD_p \frac{dp}{dx}.$$

Для нахождения коэффициента диффузии используем соотношение Эйнштейна

$$D_p = \frac{k_0 T}{q} \mu_p.$$

Тогда

$$j_{p \text{ диф}} = -kT \mu_p \frac{dp}{dx} = -kT \mu_p \frac{p(0) - p(d)}{d},$$

$$j_{p \text{ диф}} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ A}^2 / \text{м}^2.$$

Ответ: $j_{p \text{ диф}} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ A}^2 / \text{м}^2.$

6.3.4 Вычислите диффузионную длину основных носителей заряда в невырожденном акцепторном кремнии при температуре $T = 300 \text{ K}$, если время жизни дырок $\tau_p = 0,3 \text{ мс}$ и их подвижность $\mu_p = 6 \times 10^{-2} \text{ м}^2 / \text{В} \cdot \text{с}$.

Решение: диффузионная длина основных носителей определяется выражением

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}.$$

Для нахождения коэффициента диффузии используем соотношение Эйнштейна

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p.$$

Окончательно получим

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p} = \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_p \cdot \tau_p},$$

$$L_p = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Ответ: $L_p = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$

6.3.5 Рассчитайте концентрацию неравновесных электронов на нижней грани пластины германия толщиной $d = 0,4 \text{ мм}$, если на верхней грани (плоскость $x = 0$) под влиянием света генерируются электронно-дырочные пары с концентрацией $\Delta n(0) = \Delta p(0) = 6 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Коэффициент диффузии электронов $D_n = 9,8 \times 10^{-3} \text{ м}^2 / \text{с}$, время жизни $\tau_n = 2,5 \times 10^{-4} \text{ с}$.

Решение: по мере удаления от поверхности (плоскость $x = 0$) концентрация неравновесных носителей уменьшается из-за рекомбинации электронов и дырок по экспоненциальному закону

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right).$$

Диффузионная длина основных носителей определяется выражением

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n}.$$

Тогда можно записать

$$\Delta n(d) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{d}{\sqrt{D_n \tau_n}}\right),$$

$$\Delta n(d) = 4,66 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $\Delta n(d) = 4,66 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

6.3.6 В некоторой точке однородного образца германия n -типа генерируются электронно-дырочные пары. Определите диффузионную длину дырок, если концентрация неравновесных носителей на расстоянии $x_1 = 2$ мм от точки генерации равна $\Delta p_1 = 1 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$, а на расстоянии $x_2 = 4,3$ мм концентрация неравновесных носителей равна $\Delta p_2 = 1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Решение: концентрация неравновесных дырок уменьшается по экспоненциальному закону. Поэтому можно записать

$$\Delta p_1 = \Delta p(0) \exp\left(-\frac{x_1}{L_p}\right),$$

$$\Delta p_2 = \Delta p(0) \exp\left(-\frac{x_2}{L_p}\right).$$

Поделив первое выражение на второе, получим

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \exp\left(-\frac{x_1 - x_2}{L_p}\right).$$

Откуда найдем выражение для определения диффузионной длины

$$L_p = \frac{x_2 - x_1}{\ln\left(\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}\right)},$$

$$L_p = 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: $L_p = 10^{-3} \text{ м}$.

6.3.7 На поверхности однородной пластины кремния p -типа происходит генерация электронно-дырочных пар. Считая задачу одномерной, определите диффузионную длину электронов, если их избыточная концентрация при удалении от поверхности на 2 мм уменьшается в 20 раз.

Решение: концентрация электронов при удалении от поверхности уменьшается по закону

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right).$$

На поверхности пластины координата $x_1 = 0$, а $x_2 = 2$ мм. Тогда имеем

$$\Delta n(x_1) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x_1}{L_n}\right) = \Delta n(0),$$

$$\Delta n(x_2) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x_2}{L_n}\right).$$

Используя условие, что при удалении от поверхности на 2 мм концентрация неравновесных носителей уменьшается в 20 раз, можем записать

$$\frac{\Delta n(x_1)}{\Delta n(x_2)} = \exp\left(\frac{x_2 - x_1}{L_n}\right) = 20.$$

Откуда можно выразить и рассчитать диффузионную длину электронов

$$L_n = \frac{x_2 - x_1}{\ln(20)},$$

$$L_n = 6,68 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Ответ: $L_n = 6,68 \cdot 10^{-4}$ м.

7 Список литературы

1. Славникова, М. М. Физические основы микро- и нанoeлектроники: Учебное пособие [Электронный ресурс] / М. М. Славникова. — Томск: ТУСУР, 2014. — 232 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/4737> (Дата обращения 10.02.2023).

2. Славникова, М. М. Физические основы микро- и нанoeлектроники: Сборник задач и методические указания по проведению практических занятий [Электронный ресурс] / М. М. Славникова, Н. С. Несмелов. — Томск: ТУСУР, 2015. — 32 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5641> (Дата обращения 10.02.2023).

3. Шалимова К. В. Физика полупроводников [Электронный ресурс]: учебник / К. В. Шалимова. - 4-е изд., стер. - Электрон. текстовые дан. - СПб.: Лань, 2021. — Режим доступа: <https://reader.lanbook.com/book/167840#1> (Дата обращения 06.02.2023).

4. Антипов Б.Л. Материалы электронной техники: Задачи и вопросы: Учебное пособие для вузов / Б. Л. Антипов, В. С. Сорокин, В. А. Терехов. - 3-е изд., стереотип. - СПб.: Лань, 2003. - 206 с (Дата обращения 06.02.2023).

Приложение А Некоторые физические постоянные

Масса покоя электрона $m_0 = 9,11 \times 10^{-31}$ кг.

Абсолютное значение заряда электрона $q = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл.

Скорость света в вакууме $c = 3 \times 10^8$ м/с.

Постоянная Планка $h = 6,62 \times 10^{-34}$ Дж·с = $4,14 \times 10^{-15}$ эВ·с.

Постоянная Дирака $\hbar = h/2\pi = 1,05 \times 10^{-34}$ Дж·с.

Постоянная Больцмана $k_0 = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/К = $8,625 \times 10^{-5}$ эВ/К.

Диэлектрическая постоянная вакуума $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ Ф/м.

Магнетон Бора $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл.

Радиус Бора $a_0 = 0,5292 \cdot 10^{-10}$ м.

Абсолютная температура $T = t \text{ } ^\circ\text{C} + 273$.

1эВ = $1,6 \times 10^{-19}$ Дж.

1В = $1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$.

1А = $1 \text{ Кл} \cdot \text{с}^{-1}$.

1Дж = $1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$.

Приложение В
Некоторые параметры основных полупроводниковых материалов при
 $T=300\text{К}$

Параметр материала		Ge германий	Si кремний	GaAs арсенид галлия	InSb антимони д индия	GaN нитрид галлия
Ширина запрещенной зоны ΔE , эВ	$T = 300 \text{ К}$	0,67	1,12	1,43	0,18	3,44
	$T = 0 \text{ К}$	0,80	1,21	1,56	0,23	3,50
Эффективная масса электронов в зоне проводимости m_n^*		0,56 m_0	1,08 m_0	0,067 m_0	0,013 m_0	0,19 m_0
Эффективная масса дырок в валентной зоне m_p^*		0,37 m_0	0,59 m_0	0,47 m_0	0,60 m_0	0,60 m_0
Постоянная кристаллической решетки a , Å		5,66	5,42	5,65	6,48	0,318
Концентрация собственных носителей, м^{-3}		$2,5 \cdot 10^{19}$	$1,5 \cdot 10^{16}$	$1,1 \cdot 10^{13}$	$2,1 \cdot 10^{21}$	$2,25 \cdot 10^{-4}$
Эффективная плотность состояний в зоне проводимости N_C , м^{-3}	$T = 300 \text{ К}$	$1,04 \cdot 10^{25}$	$2,8 \cdot 10^{25}$	$4,7 \cdot 10^{23}$	$3,7 \cdot 10^{22}$	$2,2 \cdot 10^{24}$
	$T = 77 \text{ К}$	$1,4 \cdot 10^{24}$	$3,6 \cdot 10^{24}$	$5,8 \cdot 10^{22}$	$5,1 \cdot 10^{21}$	$2,7 \cdot 10^{23}$
Эффективная плотность состояний в валентной зоне N_V , м^{-3}	$T = 300 \text{ К}$	$6,08 \cdot 10^{24}$	$1,02 \cdot 10^{25}$	$7 \cdot 10^{24}$	$1,16 \cdot 10^{25}$	$1,2 \cdot 10^{25}$
	$T = 77 \text{ К}$	$6,9 \cdot 10^{23}$	$1,4 \cdot 10^{24}$	$9,8 \cdot 10^{23}$	$1,5 \cdot 10^{24}$	$1,5 \cdot 10^{24}$
Граничные концентрации носителей для невырожденного полупроводника, м^{-3}	n_0	$1,12 \cdot 10^{23}$	$1,05 \cdot 10^{23}$	$1,54 \cdot 10^{21}$		
	p_0	$0,74 \cdot 10^{23}$	$3,75 \cdot 10^{22}$	$4,34 \cdot 10^{22}$		
Подвижность электронов μ_n , $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$		0,38	0,13	0,85	7,8	0,85
Подвижность дырок μ_p , $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$		0,182	0,05	0,042	1,7	0,04
Относительная диэлектрическая проницаемость, ϵ		16	12	11,15	17,7	12,2
Температура плавления $T_{пл}$, °С		936	1417	1238	525	2530
Показатель преломления, n		4,0	3,44	3,4	3,75	2,4