Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

А.С. Апкарьян

ОСНОВЫ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ

Методические указания по практическим занятиям

Томск

2023

УДК 532.5(075.8)
ББК 22.253.3я73
А301

Апкарьян А. С. Основы гидрогазодинамики : Методические указания по практическим занятиям / А.С. Апкарьян. – Томск. Гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2023. – 95 с.

Представлены разделы «Гидростатика», «Гидрогазодинамика», «Насосы и вентиляторы». Рассмотрены расчёты основных технических характеристик процессов, даны примеры решения задач по каждому разделу, предложены задачи для самостоятельного решения.

Методические указания разработаны для студентов всех направлений и уровней подготовки.

Одобрено на заседании кафедры РЭТЭМ протокол № 83 от « 28 » августа 2023 года,

УДК 532.5(075.8)
ББК 22.253.3я73

Оглавление

Введение

Изучение гидрогазодинамики студентами технических высших учебных заведений предусматривает проведение определённого количества самостоятельных практических работ. В данных методических указаниях даются общие разделы, ознакомление с которыми необходимо для правильного выполнения практических работ: содержание темы, методика решения задач, задачи для самостоятельного решения, список рекомендуемой литературы.

Настоящее методические указания разработаны для студентов всех направлений и уровней подготовки.

В методических указаниях представлены разделы «Гидростатика», «Гидрогазодинамика», «Насосы и вентиляторы». Рассмотрены методики решения задач и предложены задачи для самостоятельных работ

Обучающийся должен **знат**ь: основные законы гидростатики и гидродинамики, устройство и назначение насосов и вентиляторов.

Обучающийся должен **уметь**: определять гидростатическое давление, рассчитывать давление жидкости на плоскую, криволинейную и цилиндрическую стенки сосудов, объяснять физический смысл уравнения элементарной струйки и уравнения Бернулли, определять основные параметры жидкости при истечении через отверстие и насадки, объяснять причины возникновения и формулы расчёта гидроудара.

Обучающийся должен **владеть**: знаниями устройства насосов и вентиляторов, их физических характеристик и способов регулирования.

1. Общая характеристика изучаемой дисциплины

1.1. Цели и задачи дисциплины

В методических указаниях представлены разделы «Гидростатика», «Гидрогазодинамика», «Насосы и вентиляторы».

Целью преподавания дисциплины является – теоретически и практически ознакомить будущих специалистов с законами равновесия и движения жидкости. Широко использовать законы для решения практических задач во многих областях техники: машиностроении, гидроэнергетике, гидромеханизации, водоснабжении и др. При этом необходимо особое внимание уделить максимальной экономии энергетических ресурсов и материалов, интенсификации технологических процессов, выявлению и использованию вторичных энергоресурсов, защите окружающей среды и безопасности людей.

Задачей курса является:

1. Формирование у студентов знаний; основ гидростатики, изучающей законы равновесия жидкостей,

2. Формирование знаний гидродинамики, изучающей законы движения жидкостей.

3. Изучение основных типов насосов и вентиляторов, принципы их работы и методики расчётов.

1.2. Содержание курса

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов
1	Гидростатика	Вводные сведения. Основные физические свойства жидкостей и газов. Идеальная и реальная жидкости. Гидростатическое давление. Силы, действующие в жидкостях. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля. Абсолютный и относительный покой (равновесие) жидких сред. Модель идеальной (невязкой жидкости). Гидравлический пресс и гидравлический аккумулятор. Измерение давления. Общая интегральная форма уравнений количества движения и момента количества движения. Давление жидкости на плоскую стенку. Давление жидкости на криволинейную стенку. Давление жидкости на стенки цилиндрических сосудов и труб. Закон Архимеда.
2	Гидродинамика	Основы кинематики. Элементарная струйка. Поток. Элементарный объёмный расход. Расход потока. Средняя скорость потока. Общие законы и уравнения статики и динамики жидкостей и газов. Общее уравнение энергии в интегральной и дифференциальной формах. Смоченный периметр. Ламинарный и турбулентный режим течения жидкости. Турбулентность и ее основные статистические характеристики. Конечно-разностные формы уравнений Навье-Стокса и Рейнольдса. Энергия элементарной струйки. Уравнение Бернулли. Трубка Пито. Трубка Прандтля. Одномерные потоки жидкостей и газов. Приборы для измерения расхода жидкости. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. Трубопроводы. Гидравлический удар. Истечение жидкости через отверстия и насадки.

3	Насосы и вентиляторы	Основные понятия о насосах. Лопастные насосы. Основное уравнение центробежного насоса. Кавитация. Осевые насосы. Вихревые насосы. Регулирование подачи и напора лопастных насосов. Объёмные насосы. Поршневые насосы. Винтовые насосы. Шестерённые насосы. Крыльчатые насосы. Регулирование подачи объёмных насосов. Струйные насосы. Сравнение работы центробежных и поршневых насосов. Основные понятия о вентиляторах. Центробежные вентиляторы. Осевой вентилятор. Инструкции по технике безопасности при работе с насосами. Инструкции по технике безопасности при работе с вентиляторами.

2. Физические свойства жидкости

Основными характеристиками жидкости, используемыми в гидрогазодинамике, являются плотность, удельный объём, удельный вес, сжимаемость, температурное расширение, вязкость, поверхностное натяжение.

Плотность тела *ρ* – скалярная физическая величина, определяемая как отношение массы тела к занимаемому этим телом объёму.

В неоднородном теле плотность в разных его точках различна, а в однородном – одинакова и определяется по формулам:

$$\rho = M/V$$

$$\rho = dm/dV$$

Данные выражения не эквивалентны, их выбор зависит от того, какая именно плотность рассматривается. Различают:

– среднюю плотность тела – отношение массы тела M к его объёму V. В однородном случае она называется просто плотностью тела;

– плотность вещества – плотность однородного тела, состоящего из этого вещества;

– плотность тела в точке – предел отношения массы малой части тела Δm, содержащей эту точку, к объёму этой малой части ΔV, когда объём стремится к нулю, или $\lim\left(\Delta m/\Delta V\right)$. Так как на атомарном уровне любое тело неоднородно, при предельном переходе нужно остановиться на объёме, соответствующем используемой физической модели.

Для обозначения плотности обычно используется греческая буква ρ, иногда используются латинские буквы *D* и *d* (от лат. *densitas* – плотность). Исходя из определения плотности её единица измерения килограмм на кубический метр (кг/м^3) в *СИ и грамм на кубический сантиметр (г/см^3) в *СГС.

***Международная система единиц СИ** была принята XI Генеральной конференцией по мерам и весам (ГКМВ) в 1960 году, некоторые последующие конференции внесли в СИ ряд изменений. СИ определяет семь основных единиц физических величин и производные единицы (сокращённо — единицы СИ или единицы), а также набор приставок. СИ также устанавливает стандартные сокращённые обозначения единиц и правила записи производных единиц. Основные единицы: килограмм, метр, секунда, ампер, кельвин, моль и кандела. В рамках СИ считается, что эти единицы имеют независимую размерность, то есть ни одна из основных единиц не может быть получена из других.

Система СГС (**с**антиметр-**г**рамм-**с**екунда) – система единиц измерения, которая широко использовалась до принятия международной системы единиц (СИ). Другое название — абсолютная физическая система единиц. В рамках СГС существуют три независимые размерности (длина, масса и время), все остальные сводятся к ним путём умножения, деления и возведения в степень (возможно, дробную). Кроме трёх основных единиц измерения — сантиметра, грамма и секунды, в СГС существует ряд дополнительных единиц измерения, которые являются производными от основных. Некоторые физические константы получаются безразмерными.

С повышением давления (при постоянной температуре) плотность возрастает, а с повышением температуры (при постоянном давлении), как правило, уменьшается.

Величины плотности реальных жидкостей в стандартных условиях изменяются в широких пределах – от 700 до 800 кг/м^3. Плотность ртути, например, достигает 13 550 кг/м^3, а плотность чистой воды – 998 кг/м^3.

Величина плотности жидкости определяется с помощью простейшего прибора – ареометра. По глубине погружения прибора в жидкость судят о величине её плотности. Плотности некоторых жидкостей и газов при норм. атм. давлении и температуре 20 ºС) представлены в таблице 1.1 и 1.2.

Таблица 1.1 – Плотности некоторых жидкостей

Жидкость	**ρ, кг/м^3**	**ρ, г/см^3**	**Жидкость**	**ρ, кг/м^3**	**ρ, г/см^3**
Ртуть	13 600	13,60	Керосин	800	0,80
Серная кислота	1 800	1,80	Спирт	800	0,80
Мёд	1 350	1,35	Нефть	800	0,80
Вода морская	1 030	1,03	Ацетон	790	0,79
Молоко	1 030	1,03	Эфир	710	0,71

цельное					
Вода чистая	1000	1,00	Бензин	710	0,71
Масло подсолнечное	930	0,93	Жидкое олово (при 400 ºC)	6 800	6,80
Масло машинное	900	0,90	Жидкий воздух (при 194 °C)	860	0,86

Таблица 1.2 – Плотности некоторых газов

Газ	**ρ, кг/м³**	**ρ, г/см³**	**Газ**	**ρ, кг/м³**	**ρ, г/см³**
Хлор	3,210	0,00321	Оксид углерода I I (угарный газ)	1,250	0,00125
Оксид углерода IV (углекислый газ)	1,980	0,00198	Природный газ	0,800	0,0008
Кислород	1,430	0,00143	Водяной пар (при 100 °C)	0,590	0,00059
Воздух (при 0 °C)	1,290	0,00129	Гелий	0,180	0,00018
Азот	1,250	0,00125	Водород	0,090	0,00009

Удельным объёмом *v* называют величину, равную отношению объёма *V*, занимаемого телом, к его массе:

$$v = V/m.$$

Удельный объём – величина, обратная плотности:

$$v = 1/\rho. \quad (\text{м}^3/\text{кг}).$$

В таблице 1.3 приведены удельные объёмы некоторых веществ.

Таблица 1.3 – Плотности и удельные объёмы некоторых веществ

Название вещества	*ρ,* кг/м³	*v,* м³/кг,	Название вещества	*ρ,* кг/м³	*v,* м³/кг
Воздух	1,225	0,816	Двуокись углерода	1,977	0,506
Водяной лёд	916,7	0,00109	Хлор	2,994	0,334
Жидкая вода	1000	0,00100	Водород	0,0899	11,12
Морская вода	1030	0,00097	Метан	0,717	1,39
Ртуть	13546	0,00007	Азот	1,25	0,799
Фреон R-22	3,66	0,273	Водяной	0,804	1,24

			пар		
Аммиак	0,769	1,30			
Примечание. Значения указаны для температуры 0 °С (273,15 К) и давления 1 атм (101,325 кПа).					

Удельный вес γ – физическая величина, которая определяется как отношение веса вещества G к занимаемому им объёму V.

Так как $G = mg$, то удельный вес можно определить следующим образом:

$$\gamma = mg/V = \rho g,$$

где g – ускорение свободного падения (для расчётов использовать $9{,}81 м \cdot с^{-2}$)

Удельный вес чистой воды составляет 9810 $Н/м^3$.

В любой системе измерения удельный вес равен произведению плотности вещества на ускорение свободного падения.

В отличие от плотности, удельный вес не является физико-химической характеристикой вещества, так как зависит от значения g в месте измерений.

В качестве единиц измерения удельного веса применяются $Н/м^3$ (СИ), $дин/см^3$ (СГС), $кгс/м^3$ (*МКГСС). При этом

$$1\ Н/м^3 = 0{,}1\ дин/см^3 = 0{,}102\ кгс/м^3.$$

Сжимаемость – свойство вещества изменять свой объём под действием всестороннего равномерного внешнего давления. Сжимаемость характеризуется коэффициентом сжимаемости, который определяется формулой

$$\beta_p = -(1/V)(\Delta V/\Delta p)$$

или в дифференциальной форме $\beta_p = -(1/V)(dV/dp),$ (1.1)

где ΔV – уменьшение объёма, соответствующее увеличению давления Δp; p – давление; V – первоначальный объём.

Единица измерения β_p – паскаль в минус первой степени ($Па^{-1}$). Коэффициент сжимаемости называют также коэффициентом всестороннего сжатия или просто коэффициентом сжатия, коэффициентом объёмного упругого расширения, коэффициентом объёмной упругости. Знак «минус» в формуле указывает на то, что при увеличении давления объем жидкости уменьшается.

Сжимаемость жидкости зависит от ее химической природы (рис. 1.1).

Единица измерения β_p – паскаль в минус первой степени (Па$^{-1}$). Коэффициент сжимаемости называют также коэффициентом всестороннего сжатия или просто коэффициентом сжатия, коэффициентом объёмного упругого расширения, коэффициентом объёмной упругости. Знак «минус» в формуле указывает на то, что при увеличении давления объем жидкости уменьшается. Сжимаемость жидкости зависит от ее химической природы (рис. 1.1).

*__Система МКГСС).__ Система единиц измерения, в которой основными единицами являются метр, килограмм-сила и секунда; её называют также технической системой единиц. Система МКГСС основана на системе физических величин LFT, в которой основными величинами являются длина, сила и время.

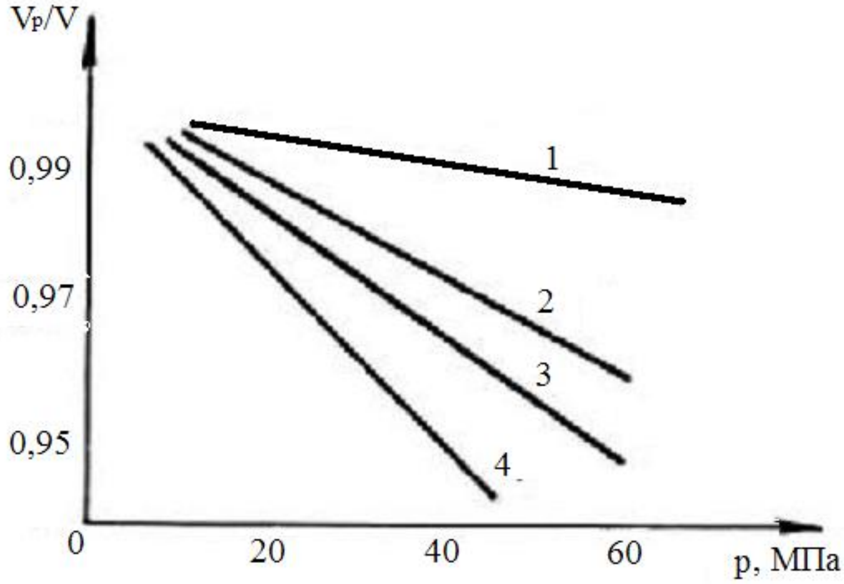


Рисунок 1.1 – Зависимость сжимаемости различных жидкостей от давления: 1 – глицерин; 2 – вода; 3 – масло; 4 – силиконовая рабочая жидкость

Из формулы (1.1) следует выражение, связывающее коэффициент сжимаемости с плотностью вещества:

$$\beta_p = -(1/\rho)(d\rho/dp).$$

Величина коэффициента сжимаемости зависит от того, в каком процессе происходит сжатие вещества. Так, например, процесс может быть изотермическим, но может происходить и с изменением температуры. Соответственно для различных процессов в рассмотрение вводят различные коэффициенты сжимаемости.

Изотермический коэффициент сжимаемости определяется следующей формулой:

$$\beta_T = -(1/V)(dV/dp)_T.$$

Иногда коэффициент сжимаемости называют просто сжимаемостью.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется ***объемным модулем упругости жидкости:***

$$E_{ж} = 1/\beta_p.$$

Единицы измерения объемного модуля упругости жидкости те же, что и давления: в МКГСС – кгс/м^2, в СИ – Н/м^2 или Па, часто применяется также кгс/см^2. Значения $E_{ж}$ жидкостей зависят от температуры *t* и давления *p*.

Физический смысл объемного модуля упругости можно представить, если считать, что V = 1 м^3, а dp =1 Па. Тогда $E_{ж} = 1/dV$, то есть модуль упругости можно представить как величину, обратную изменению объема одного кубического метра жидкости при изменении давления на одну единицу. Объемный модуль упругости зависит от типа жидкости, давления и температуры. Однако в большинстве случаев $E_{ж}$ считают постоянной величиной, принимая за нее среднее значение в данном диапазоне температур и давлений.

Различают изотермический и адиабатический модули упругости. Причем для расчетов обычно используют изотермический модуль упругости $E_{Tж}$. Его применяют для анализа медленных процессов, при которых успевает завершиться теплообмен с окружающей средой. Для быстротечных процессов, при которых теплообмен не успевает завершиться, используют адиабатический модуль упругости $E_{Аж}$.

Адиабатический модуль упругости несколько больше изотермического и проявляется при быстротечных процессах сжатия жидкости, например при гидравлическом ударе в трубах.

Сжимаемость жидкостей очень незначительна и в большинстве случаев ее можно считать несжимаемой. Однако если бы вода в Мировом океане (средняя глубина 3704 м) была несжимаемой, его уровень повысился бы на 27 м. Объём легкого минерального масла, применяемого в жидкостных амортизаторах шасси самолетов при нормальной температуре, уменьшается при повышении давления от 0 до 35 МПа на 1,7 %, а керосина – на 0,8 %. Сжимаемость рабочих жидкостей приводит к понижению жесткости гидравлической системы, а, следовательно, к потере передаваемой мощности.

Температурное расширение – это свойство жидкостей изменять объем при изменении температуры.

Характеризуется температурным коэффициентом объемного расширения β_t (1/°С), представляющим собой относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на 1 ºС и при постоянном давлении:

$$\beta_t = (1/V)(\Delta V/\Delta t) \text{ или } \beta_t = (1/V)(dV/dt).$$

Для большинства жидкостей коэффициент β_t с увеличением давления уменьшается (рис. 1.2).

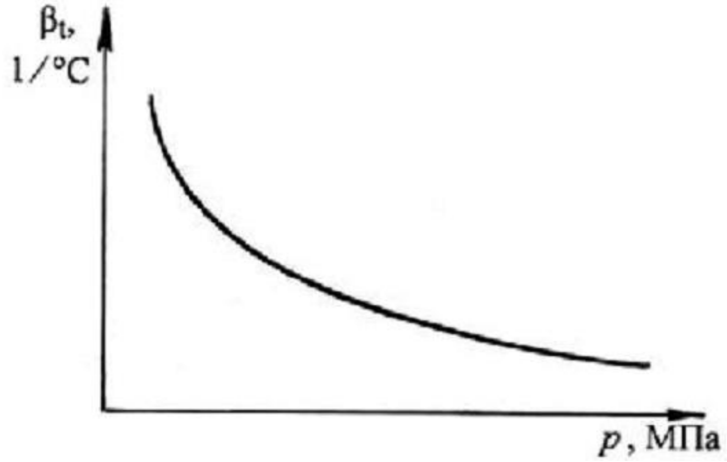


Рис. 1.2 – Зависимость коэффициента объемного расширения от давления

У воды с увеличением давления при температуре до 50 °С коэффициент расширения β_t растет, а при температуре выше 50 °С – уменьшается.

В общем случае у капельных жидкостей значение β_t невелико и обычно при расчетах не учитывается. Однако в ряде случаев при больших перепадах температуры изменение плотности жидкости приходится учитывать:

$$\rho \approx \rho_1 / (1 + \beta_t \Delta t),$$

где ρ и ρ_1 – плотности при температурах t и t_1; $\Delta t = t - t_1$.

Увеличение объема ΔV при изменении температуры определяется по формуле

$$\Delta V = V \Delta t \beta_t.$$

Жидкость способна сохранять свой объём и этим она схожа с твёрдым телом, но не способна самостоятельно сохранять свою форму, что сближает её с газом.

Вязкость. Вязкость характеризует способность газов или жидкостей создавать сопротивление между движущимися по отношению друг к другу слоями текучих (не твердых) тел. То есть это свойство жидкости сопротивляться сдвигающим напряжениям.

Для разных тел она будет различной, так как зависит от их природы. Например, вода имеет низкую вязкость по сравнению с медом.

Вязкость зависит от рода жидкости и температуры, с повышением которой уменьшается. Вязкость масел в некоторой степени является функцией давления: при давлении до 10 МПа она незначительно повышается, а при давлении выше 10 МПа – заметно увеличивается.

Вязкость воды с повышением давления настолько мало изменяется, что практически её считают не зависящей от давления.

С целью определения понятия «вязкость» рассмотрим схему следующего опыта. Между двумя параллельными пластинами (рисунок 1.3), расположенными на расстоянии d друг от друга, находится жидкость. Нижняя пластина неподвижна, а верхняя движется относительно нижней со скоростью v_0.

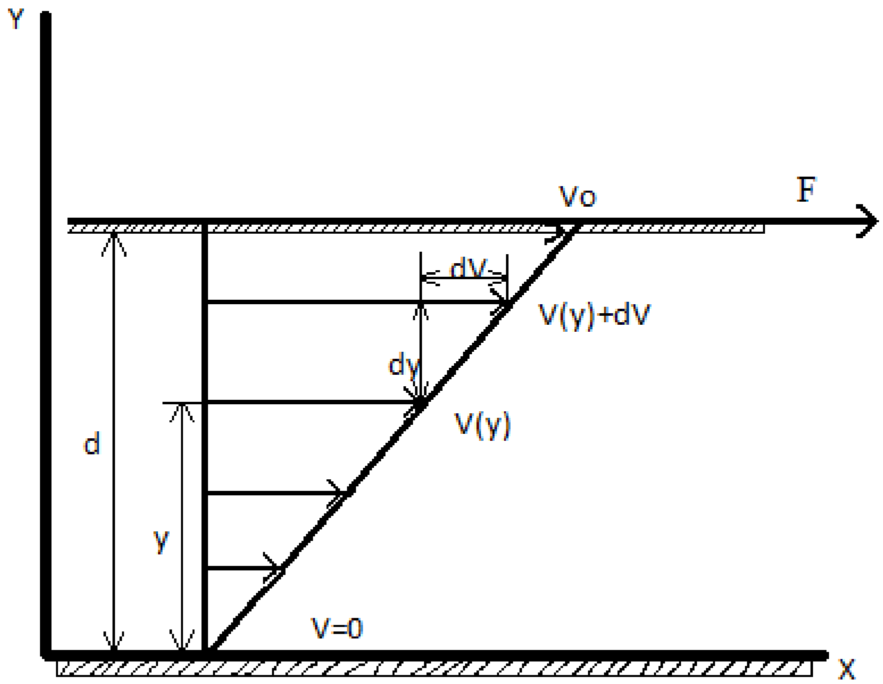


Рисунок 1.3 – Схема для определения внутреннего трения

Так как между пластинами и прилегающими к ним слоями жидкости действуют силы межмолекулярного сцепления, то возникает явление «прилипания» поверхностных слоёв жидкости к пластинам. Скорость жидкости относительно пластины в непосредственной близости от неё очень мала и равна нулю на поверхности самой пластины. В данном опыте скорость жидкости в потоке между пластинами меняется по линейному закону от нуля на неподвижной пластине до v_0 на движущейся пластине.

Для того чтобы перемещать верхнюю пластину с постоянной скоростью v_0, необходимо приложить к ней некоторую силу F, уравновешивающую силы внутреннего трения.

Как показывает опыт, значение этой силы, отнесённое к площади A пластины, пропорционально отношению v_0/d:

$$F/A \sim v_0/d. \tag{1.2}$$

Введём коэффициент пропорциональности μ и запишем соотношение (1.2) в виде

$$F/A = \mu v_0/d. \tag{1.3}$$

Величина μ – динамическая вязкость жидкости, которая измеряется в паскаль-секундах (Па·с).

Отметим, что отношение F/A в равенстве (1.3) есть не что иное, как значение касательного напряжения $\tau = F/A$, приложенного к движущейся поверхности. Тогда формулу (1.3) можно записать в виде

$$\tau = \mu v_0/d. \tag{1.4}$$

Так как скорость движения жидкости изменяется от нуля до v_0 по линейному закону, можно записать

$$v(y)/v_0 = y/d \quad \text{или} \quad v(y) = v_0 y/d. \tag{1.5}$$

Дифференцируя формулу (1.5), получим

$$dv/dy = v_0/d. \tag{1.6}$$

Выражая отношение v_0/d в формуле (1.4) с помощью равенства (1.6), определим

$$\tau = \mu(dv/dy). \tag{1.7}$$

Формула (1.7) выражает закон Ньютона о трении в жидкости. Жидкости, подчиняющиеся этому закону, называют ньютоновскими. К их числу относится значительная часть жидкостей, встречающихся на практике. Жидкости, не подчиняющиеся закону Ньютона, называют неньютоновскими. К ним относят коллоидные растворы, масляные краски, смолы, смазочные масла при низких температурах и др.

Из формулы (1.7) видно, что значение касательного напряжения τ сил внутреннего трения между слоями пропорционально их относительной скорости dv. Таким образом, коэффициент μ характеризует трение между соседними слоями жидкости, движущимися с различными скоростями.

В гидрогазодинамике часто пользуются величиной $\nu = \mu/\rho$, которую называют кинематической вязкостью; она выражает отношение вязкости жидкости к её плотности. Единица измерения коэффициента кинематической вязкости – квадратный метр на секунду (м^2/с). В СГС вязкость измеряют в стоксах (Ст) или сантистоксах (сСт).

Между этими единицами измерения существует следующая связь:

1 Ст = 10^{-4} м^2/с, тогда 1 сСт = 10^{-2} Ст = 10^{-6} м^2/с = 1 мм^2/с.

Часто для кинематической вязкости пользуются другой внесистемной единицей измерения – это градусы Энглера, перевод которых в стоксы можно осуществлять по таблице.

Кинематическую вязкость определяют по формуле Убеллоде:

$$\nu = \left(0{,}0731 \cdot {}^\circ\mathrm{E} - \frac{0{,}0631}{{}^\circ\mathrm{E}}\right) \cdot 10^{-4},$$

где °Е – вязкость, выраженная в градусах Энглера.

Измерение вязкости жидкостей осуществляется с помощью вискозиметров, работающих по принципу истечения жидкости через малое калиброванное отверстие. Вязкость вычисляется по скорости истечения.

Поверхностное натяжение. Жидкое тело всегда имеет границы (это либо твёрдые стенки каналов, либо границы раздела с газообразной средой, либо границы раздела между различными несмешивающимися жидкостями). В некоторых случаях границы могут выделяться условно внутри самой движущейся жидкости. На естественных границах в пограничном слое жидкости между молекулами самой жидкости и молекулами окружающей жидкость среды существуют силы притяжения, которые в общем случае могут оказаться неравными. В то же время силы взаимодействия между остальными молекулами жидкости, находящимися внутри объёма, ограниченного пограничным слоем, взаимно уравновешены.

Таким образом, остаются неуравновешенными силы взаимодействия между молекулами, находящимися лишь во внешнем (пограничном) слое. Молекулы, располагающиеся на поверхности жидкости, подвергаются притяжению находящихся ниже молекул. Тогда в пограничном слое возникают напряжения, которые автоматически уравновешивают несбалансированные силы притяжения. Такие напряжения называются поверхностным натяжением жидкости. Этому напряжению будут соответствовать силы поверхностного натяжения. Под действием этих сил малые объёмы жидкости принимают сферическую форму (форму капли), соответствующую минимуму внутренней энергии.

Количественно поверхностное натяжение оценивается коэффициентом поверхностного натяжения σ (Н/м), определяемым выражением

$$\sigma = \frac{hr}{2}\rho g,$$

где h – высота столба жидкости, м; r – радиус кривизны мениска, м; ρ – плотность жидкости, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Силы поверхностного натяжения малы и проявляются при небольших объёмах жидкости. Величина напряжений на границе раздела зависит от температуры жидкости. При увеличении температуры внутренняя энергия молекул возрастает и, естественно, уменьшается напряжение в пограничном слое жидкости, следовательно, уменьшаются силы поверхностного натяжения.

Примеры задач по разделу «Физические свойства жидкости»

Пример задачи № 1. Плотность мазута ρ = 878 кг/м^3. Определите его удельный вес. Постоянные переменные, которые требуются для решения задачи, необходимо округлять до второго знака после запятой.
В ответ введите целое число.
Решение: $\gamma = mg/V = \rho g,$
где g – ускорение свободного падения (для расчётов использовать 9,81м·с²)
γ = 878 · 9,81 = 8613 Н/м^3
Ответ: 8613 Н/м^3.

Пример задачи № 2. Удельный вес бензина g = 7063 Н/м^3. Определить его плотность.
Постоянные переменные, которые требуются для решения задачи, необходимо округлять до второго знака после запятой.
В ответ введите целое число.
Решение: $\gamma = \rho g$,
где g – ускорение св γ ободного падения (для расчётов использовать 9,81м·с²)
ρ = 7063/9,81| = 720 кг/м^3
Ответ: 720 кг/м^3.

Пример задачи 3. Для нормального транспорта по трубопроводам и тонкого распыливания в механических форсунках поддерживается мазут М100 вязкостью 6,8 °Е. Определите динамическую вязкость мазута, если его плотность при температуре 80 °С составляет ρ = 887 кг/м^3.
Ответ введите с точностью до третьего знака после запятой.
Решение:
$\nu = \left(0{,}0731 \cdot {}^\circ\mathrm{E} - \dfrac{0{,}0631}{{}^\circ\mathrm{E}}\right) \cdot 10^{-4}$, γ = 0,4878 · 10^{-4} (м^2/с)
$\mu = \gamma \cdot \rho$ = 0,4878 · 10^{-4} · 887 = 0,043 Па · с.
Ответ: 0,043 Па · с.

Пример задачи 4. Медный шар d = 100 мм весит в воздухе 45,7 кг, а при погружении в жидкость 40,6 кг. Определите плотность жидкости.

Решение:

Решение Определяем вес G и объем V вытесненной жидкости

$G = G_в - G_ж$; $G = 45{,}7 - 40{,}6 = 5{,}1$ Н.

$V = \pi d^3/6 = 3{,}14 \cdot 0{,}1^3/6 = 0{,}523 \cdot 10^{-3}$ м ^{3}

Определяем плотность жидкости

$G = \rho g V;$

$\rho = G/gV;$

$\rho = 5{,}1/(9{,}81 \cdot 0{,}523 \cdot 10^{-3}) = 994$ кг/м^3

Ответ: 994 кг/м^3.

Пример задачи № 5. Определите изменение плотности воды при ее нагревании от $t_1 = 7$ °С до $t_2 = 97$ °С, если коэффициент температурного расширения $\beta_t = 0{,}0004$ °С$^{-1}$. Ответ введите с точностью до третьего знака после запятой.

Решение:. $\rho \approx \rho_1 / \left(1 + \beta_t \Delta t\right),$

$\rho = 1/(1+0{,}0004 \cdot 90) = 0{,}965$ кг/м^3

Ответ: 0,965 кг/м^3

Пример задачи № 6. Определите в какой объём поместится мазут М100 массой 480 000 кг при температуре 20 °С и плотности 1015 кг/м^3.

В ответ введите целое число.

Решение: $V = M/\rho$

Ответ: 472 м^3

Пример задачи № 7. При гидравлическом испытании системы охлаждения вакуумной установки допускается падение давления в течение 10 мин. на $\Delta p = 45$ кПа. Определите допустимую утечку ΔV при испытании системы вместимостью $V = 72$ м^3. Коэффициент объемного сжатия воды $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Ответ введите с точностью до второго знака после запятой

Решение:

$\beta_p = -(1/V)(\Delta V/\Delta p);$

$\Delta V = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 45000 \cdot 72 = 1{,}62 \cdot 10^{-3}$ м^3

Ответ: $1{,}62 \cdot 10^{-3}$ м^3

Пример задачи № 8. Определить массу бензина, заполняющего цилиндрический резервуар диаметром d=0,3 м и высотой h=0,4м при температуре 20 °С (ρ=7250 кг/м^3).

Решение:

$m=\rho V = (\rho\pi d^2 /4)\cdot h = (7250\cdot 3{,}14\cdot 0{,}3^2)/4 = 204{,}9$ кг.

Ответ: 204,9 кг.

Пример задачи №9. В охлаждаемом сосуде газ, имеющий первоначальное давление $P_1 = 10^5$ Па и занимающий объем $V_1 = 0{,}001$ м^3, сжимается до давления $P_2 = 0{,}5\ 10^6$ Па. Определите объем газа после сжатия.

Решение:

$P_1/P_2 = V_2/V_1$;

$V_2 = (P_1V_1)/P_2$

$V_2 = (10^5 \cdot 0{,}001)/\ 0{,}5\ 10^6$

Ответ: 0,2 л.

2. Гидростатика

2.1 Гидростатическое давление.

В гидростатике изучают жидкости, находящиеся в относительном или абсолютном покое.

Под ***относительным покоем*** следует понимать такое состояние, при котором отдельные частицы жидкости, оставаясь в покое относительно друг друга, перемещаются вместе с сосудом, в котором жидкость заключена.

Под ***абсолютным покоем***, или просто покоем, подразумевают состояние жидкости, при котором она неподвижна относительно земли и резервуара.

В покоящейся жидкости всегда присутствует сила давления, которая называется ***гидростатическим давлением***.

Жидкость оказывает силовое воздействие на дно и стенки сосуда. Частицы жидкости, расположенные в верхних слоях водоема, испытывают меньшие силы сжатия, чем частицы жидкости, находящиеся у дна.

В любом рассматриваемом объёме силы, действующие на данный элемент жидкости, подразделяют на массовые и поверхностные.

Массовые (объёмные) силы – силы, действующие на единицу массы жидкости и пропорциональные этой массе (сила тяжести, инерции, центробежная сила).

Поверхностные силы – силы, которые действуют на поверхность жидкости и пропорциональны ее площади (давление твёрдого тела на обтекающую его жидкость, трение жидкости о поверхность тела и др.).

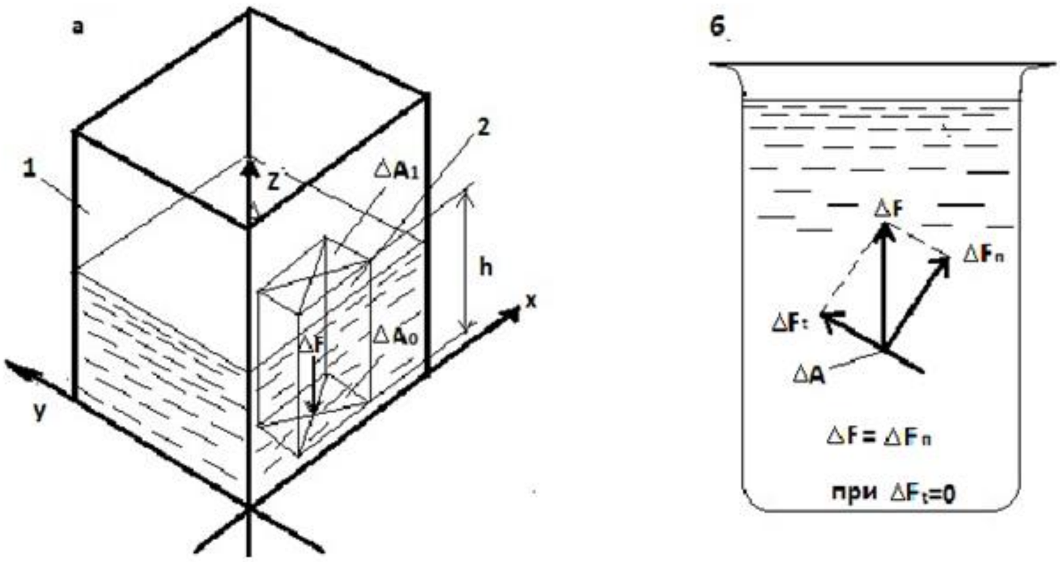
Рассмотрим резервуар с плоскими вертикальными стенками, наполненный некоторым количеством покоящейся жидкости (рис. 2.1,*а*).

Мысленно внутри этой жидкости на глубине h выделим горизонтальную площадку ΔA_0. При проектировании этой площадки на свободную поверхность жидкости получим вертикальный параллелепипед 2, у которого нижнее основание – площадка ΔA_0, а верхнее – её проекция ΔA_1. На площадку ΔA_0 действует сила гидростатического давления ΔF, равная весу выделенного столба жидкости (параллелепипед 2):

$$\Delta F = \rho g V = \rho g \Delta A_0 h.$$

Отношение нормальной силы ΔF к площадке, на которую она действует, называют средним гидростатическим давлением:

$$p_{\text{ср}} = \Delta F / \Delta A_0 = \rho g h. \qquad (2.1)$$



а – Резервуар с жидкостью с горизонтальной площадкой ΔA_0 на глубине h

б – Сила ΔF, действующая на поверхность площадки по нормали

Рис. 2.1 – Схема для определения гидростатического давления

Рассмотрим силу ΔF, действующую на поверхность малой плоской площадки ΔA, выделенной внутри покоящейся жидкости, и покажем, что эта сила всегда направлена только по нормали к площадке (рис. 2.1,*б*).

Равенство (2.1) описывает баланс между равнодействующей внешних массовых сил тяжести ρgh и внутренними поверхностными силами давления p, приложенными в точке на глубине h.

Если размер площадки ΔA_0 приближать к нулю, то отношение $\Delta F/\Delta A_0$ будет стремиться к пределу, который называют гидростатическим давлением в точке или просто ***гидростатическим давлением***:

$$p = \lim_{\Delta A_0 \to 0} \left(\Delta F / \Delta A_0 \right).$$

Допустим, что рассматриваемая сила направлена не по нормали, а под некоторым углом к площадке, тогда её можно разложить на нормальную ΔF_n и касательную ΔF_t составляющие. Так как в покоящейся жидкости нет сил сопротивления сдвигающим усилиям, то наличие касательной силы ΔF_t должно вывести жидкость из равновесия и вынудить двигаться вдоль площадки, что противоречит условию о неподвижности жидкости. Таким образом, в жидкости, находящейся в равновесии, на любую площадку действует только нормальная сила, а её величина не зависит от ориентации площадки.

Жидкость находится в равновесии только тогда, когда система массовых сил, действующих на неё, имеет потенциал. Это состояние характеризуется уравнением равновесия (уравнением Эйлера):

$$\rho\left(Xdx+Ydy+Zdz\right)=dp, \tag{2.2}$$

где Z, Y, X – проекции массовых сил, отнесённых к единице массы, на соответствующие направления; dp – полный дифференциал давления, Па; ρ – плотность жидкости, кг/м^3.

Гидростатическое давление обладает тремя свойствами.

Свойство 1. В любой точке жидкости гидростатическое давление перпендикулярно площадке, касательной к выделенному объему, и действует внутрь рассматриваемого объема жидкости.

Свойство 2. Гидростатическое давление неизменно во всех направлениях.

Свойство 3. Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве.

Эти свойства не требуют специального доказательства, так как ясно, что по мере увеличения погружения точки давление в ней будет возрастать, а по мере уменьшения погружения – уменьшаться. Третье свойство гидростатического давления можно записать в виде уравнения Эйлера (2.2).

За единицу измерения давления принято давление, совершаемое силой в 1 Н на поверхность площадью 1 м^2. В честь ученого Б. Паскаля единицу давления 1 Н/м^2 назвали паскалем: 1 Па =1 Н/м^2.

Производные от паскаля единицы измерения:

1 кПа = 1000 Па;

1 гПа = 100 Па;

1 МПа = 1000000 Па;

1 мПа = 0,001 Па.

Атмосферное давление измеряется барометром и обозначается $p_{\text{атм}}$ или p_0.

Многие процессы протекают при давлениях выше атмосферного (давление пара в котле, давление, созданное столбом жидкости и т. п.). Любое из этих давлений является дополнительным к атмосферному, т. е. избыточным. Избыточное давление измеряют манометром и обозначают $p_{\text{изб}}$ или $p_{\text{ман}}$. Сумму манометрического и атмосферного давлений называют полным или абсолютным давлением:

$$p_{\text{абс}}=p_{\text{ман}}+p_{\text{атм}}.$$

Если процессы протекают при давлении ниже атмосферного, в вакууме (насосы, вакуумные печи и т. д.), то абсолютным давлением называют разность атмосферного давления и давления разрежения:

$$p_{абс} = p_{атм} - p_{вак},$$

где $p_{вак}$ – давление разрежения.

Разрежение измеряется вакуумметром.

2.2 Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля

Рассмотрим распространенный случай равновесия жидкости, когда на нее действует только одна массовая сила – сила тяжести, и получим уравнение, позволяющее находить гидростатическое давление в любой точке рассматриваемого объема жидкости.

Однородная жидкость содержится в открытом сосуде (рис. 2.2). На ее свободную поверхность и на точку 1, лежащую на поверхности, действует давление p_0. Если окружающий газ свободно сообщается с атмосферой, то внешнее давление равно атмосферному: $p_0 = p_{атм}$.

Найдем гидростатическое давление p_2 в произвольно взятой точке 2, расположенной на глубине $h = h_1 - h_2$.

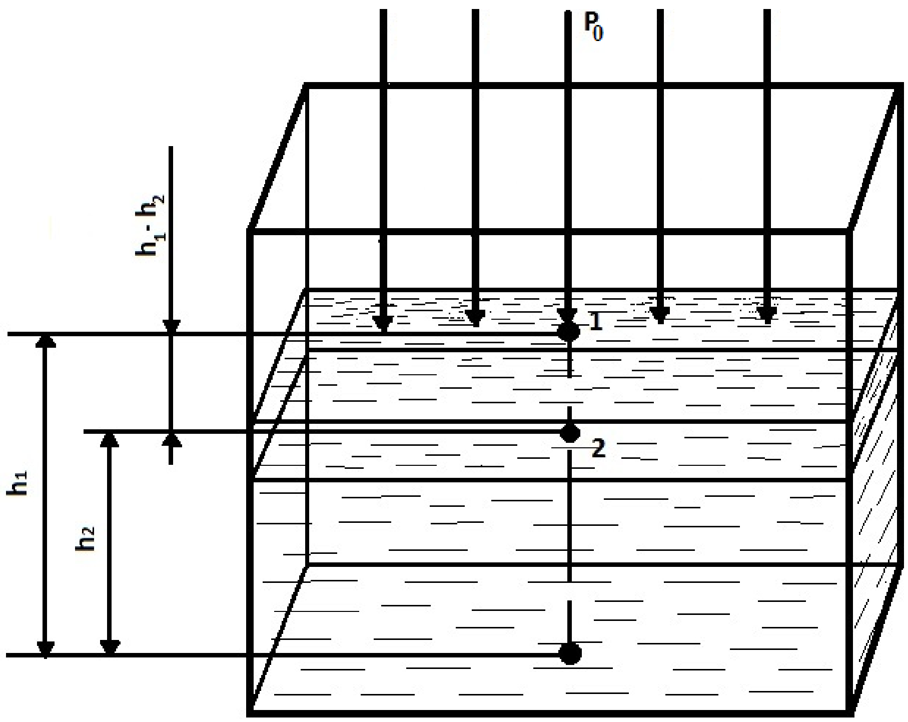


Рис. 2.2 – Схема для вывода основного уравнения гидростатики

В этой точке жидкость испытывает давление p_0 находящегося над ней газа (действующее одновременно и в точке 1) и, кроме того, давление, оказываемое столбом жидкости, расположенным над ней:

$$p_2 = p_0 + \rho g\left(h_1 - h_2\right), \tag{2.3}$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2; h_1 и h_2 – высоты, отсчитанные вверх от одной и той же условной горизонтальной плоскости (в данном случае от дна сосуда), м.

В общем случае уравнение (2.3) можно записать в виде

$$p = p_0 + \rho g h, \tag{2.4}$$

где h – высота столба жидкости над рассматриваемой точкой.

Уравнение (2.4) называют основным уравнением гидростатики. По нему можно посчитать давление в любой точке покоящейся жидкости. Это давление, как видно из уравнения, складывается из двух величин: давления p_0 на внешней поверхности жидкости и давления, обусловленного весом вышележащих слоев жидкости.

Из основного уравнения гидростатики следует, что какую бы точку в объеме всего сосуда мы не взяли, на нее всегда будет действовать давление p_0, приложенное к внешней поверхности. Другими словами, давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости по всем направлениям одинаково.

Закон Паскаля. *В одном и том же объёме покоящейся однородной жидкости все частицы, расположенные в одной и той же горизонтальной плоскости, находятся под одним и тем же гидростатическим давлением.*

Поверхность, все точки которой испытывают одинаковое давление, называют поверхностью равного давления. Из уравнения (2.4) видно, что величина гидростатического давления однородной покоящейся жидкости в каждой точке зависит только от высоты столба жидкости над ней. Поверхностями равного давления в покоящейся жидкости являются горизонтальные плоскости.

Рассмотрим вариант, когда на поверхность жидкости, кроме внешнего газового давления p_0, действует дополнительное давление p' от приложенных внешних сил. Общее давление на свободную поверхность жидкости составляет сумму давлений $p_0 + p'$. По уравнению (2.3) полное давление в точке 2 (см. рис. 2.2) с учётом дополнительного давления p' будет

$$p_2' = p_0 + p' + \rho g\left(h_1 - h_2\right). \tag{2.5}$$

Вычитая уравнение (2.3) из (2.5), получим

$$p_2' - p_2 = p'. \tag{2.6}$$

Уравнение (2.6) показывает, что давление на поверхности жидкости повысилось на ту же величину, на какую оно возросло в произвольно взятой точке 2, следовательно, и в любой другой точке этого объёма жидкости.

Закон Паскаля используют при конструировании различных гидростатических машин и установок: гидравлических прессов, домкратов, гидроаккумуляторов и др.

2.3. Гидравлический пресс

Гидравлический пресс – машина для обработки материалов давлением, приводимая в действие жидкостью, находящейся под высоким давлением.

Действие гидравлического пресса основано на законе Паскаля. Усилие возникает на поршне рабочего цилиндра, в который под высоким давлением поступает жидкость (вода или масло). Поршень связан с рабочим инструментом.

На рисунке 2.3,*а* дана схема работы гидравлического пресса.

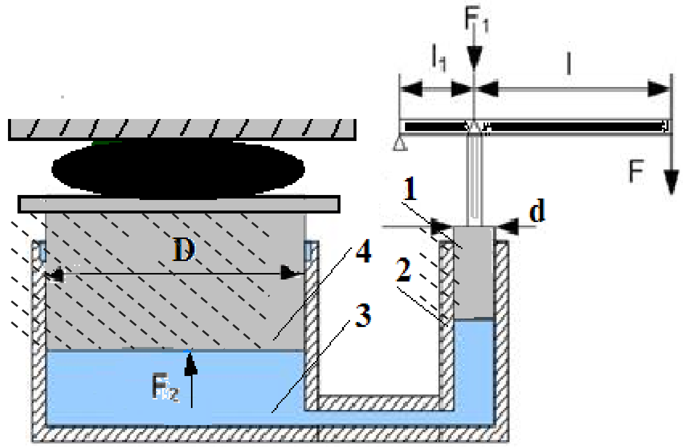


Рисунок 2.3 – Схема работы гидравлического пресса

Принцип его работы следующий. В рабочий цилиндр 2 поршнем 1 насоса подается под давлением рабочая жидкость, например, масло. Давление, создаваемое поршнем 1:

$$p = F_1 / A_1, \tag{2.7}$$

где F_1 – сила, действующая на поршень 1; A_1 – площадь его поперечного сечения.

Рабочая жидкость передает развиваемое поршнем 1 давление поршню 4 рабочего цилиндра 3. Сила, развиваемая поршнем 4:

$$F_2 = pA_2, \tag{2.8}$$

где A_2 – площадь поперечного сечения поршня 4.

Откуда $p = F_2 / A_2$.

Тогда

$$F_2/A_2 = F_1/A_1 \text{ или } F_2 = F_1 A_2 / A_1 = p A_2, \qquad (2.9)$$

т.е. сила F_2 во столько раз больше силы F_1, во сколько раз площадь поршня 4 больше площади поршня 1.

Выразив площади поршней через их диаметры и сделав ряд преобразований, получаем

$$F_2/F_1 = D^2/d^2,$$

где d – диаметр малого поршня; D – диаметр большого поршня.

В действительности сила, развиваемая прессом, несколько меньше силы, определяемой по формуле (2.9), из-за действия сил трения, возникающих в движущихся частях пресса, а также утечек жидкости. Эти потери учитывают коэффициентом полезного действия пресса η = 0,75-0,85.

2.4 Давление жидкости на стенку

Определение гидростатического давления и равнодействующей силы, направленной на плоскую вертикальную стенку. Чтобы упростить вывод формулы для расчета давления на дно и стенки сосуда, удобнее всего использовать сосуд в форме прямоугольного параллелепипеда.

Сосуд в форме параллелепипеда заполнен жидкостью (рисунок 2.4).

На плоскую вертикальную стенку *абвг* давит жидкость плотностью ρ и высотой h.

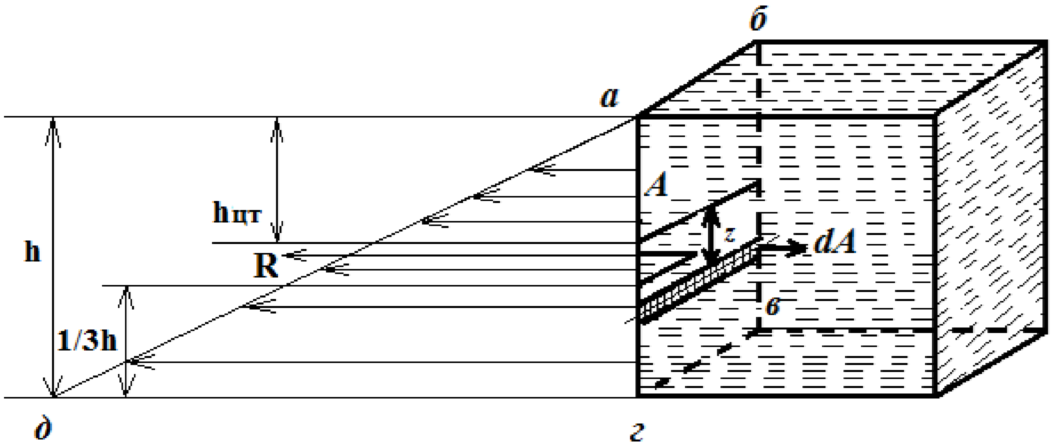


Рисунок 2.4 – Давление жидкости на плоскую стенку

Смоченная поверхность *абвг* имеет площадь A, а центр её тяжести находится на расстоянии $h_{ц.т}$ от свободного уровня. Силы, обусловленные гидростатическим давлением на все элементы стенки, нормальны к её плоскости и, следовательно, параллельны между собой.

Сила *R* определяется как равнодействующая системы параллельных сил, направленных в одну сторону. Как известно, гидростатическое давление пропорционально высоте столба жидкости, расположенного над рассматриваемой точкой. Силы, действующие на плоскую стенку, обусловленные гидростатическим давлением, представляют собой систему параллельных сил, равномерно возрастающих с увеличением высоты столба жидкости от нуля на линии *аб* (см. рис. 2.4) до максимального давления $p_{\text{макс}}$ на линии *вг*: $p_{\text{макс}} = p_0 + pgh$, где *h* – высота жидкости в сосуде.

Избыточное давление в центре тяжести площади определяется по формуле

$$p_{\text{ц.т}} = \rho g h_{\text{ц.т}}.$$

Давление на элементарную площадку *dA* определим по формуле

$$p = p_{\text{ц.т}} + \rho g z,$$

где *z* – ордината площадки, отсчитываемая от центра тяжести стенки. При этом если площадка *dA* расположена ниже центра тяжести, то $z > 0$, если выше центра тяжести, то $z < 0$.

Полная сила *R* будет равна сумме всех сил, т. е.

$$R = \int p dA = \int \left(p_{\text{ц.т}} + \rho g z \right) dA = p_{\text{ц.т}} \int dA + \rho g \int z dA. \qquad (2.10)$$

Первый интеграл равен $p_{\text{ц.т}} A$, а второй из-за нечётности подынтегральной функции – нулю. Таким образом, значение полной силы *R* жидкости, действующей на плоскую стенку, равно произведению площади смоченной поверхности стенки на гидростатическое давление в её центре тяжести:

$$R = p_{\text{ц.т}} A = \left(\rho g h_{\text{ц.т}} + p_0 \right) A. \qquad (2.11)$$

Формула (2.11), выведенная для частного случая вертикальной прямоугольной плоской стенки, оказывается справедливой и для более общего случая наклонной плоскости с произвольными очертаниями.

Точку приложения равнодействующей силы называют центром давления. Центр давления лежит обычно ниже центра тяжести площади стенки. При горизонтальной стенке (дно резервуара) они совпадают. Центр давления прямоугольной негоризонтальной стенки (2.11) находится на расстоянии $h/3$ от основания.

Определение гидростатического давления и равнодействующей силы, направленной на криволинейную стенку. Силы гидростатического давления, действующие на различные элементы поверхности криволинейной стенки, имеют разные направления, что усложняет определение направления их равнодействующей *R*.

Выберем систему координат, где ось *z* направлена вертикально, а ось *y* – вдоль образующей цилиндрической поверхности стенки (рисунок 2.5).

Так как силы действуют по нормали к стенке, а ось *y* параллельна стенке, то составляющая R_y равна нулю. Таким образом, для определения полной силы *R* достаточно определить её проекции R_x и R_z на оси *x* и *z* и сложить полученные составляющие по правилу параллелограмма.

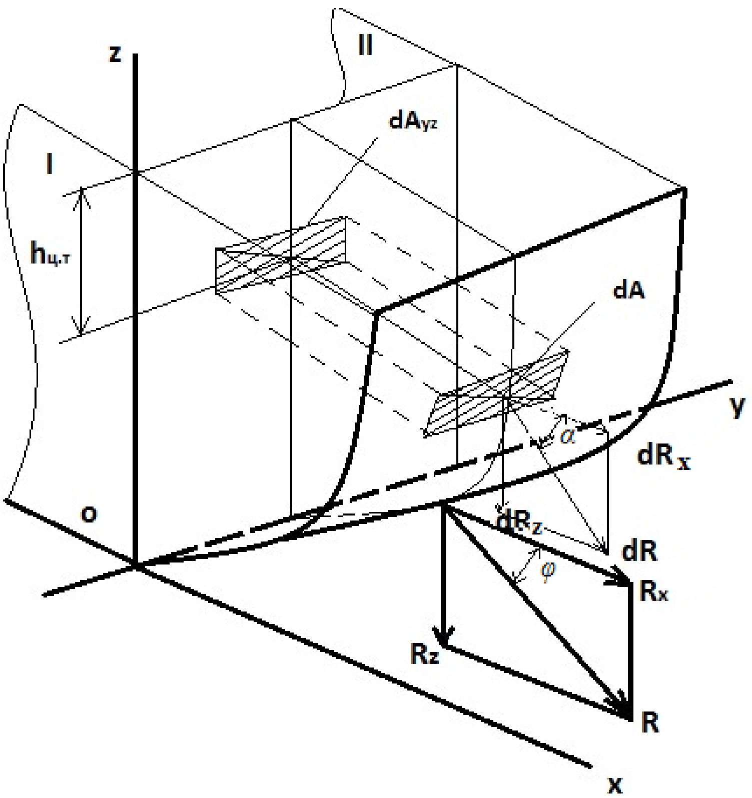


Рисунок 2.5 – Давление жидкости на криволинейную стенку

Значение R_x можно получить, суммируя все составляющие dR_x элементарных сил *dR*, обусловленных давлением на соответствующие площадки *dA*.

Согласно рисунку 2.5, имеем

$$dR_x = \cos\alpha dR,$$

где α – угол между осью *x* и нормалью к площадке *dA*.

Так как $dR = pdA$, то

$$dR_x = \cos\alpha p dA = p(\cos\alpha dA) = pdA_{yz},$$

где dA_{yz} –элемент плоской поверхности A_{yz}, перпендикулярной к оси *x*.

Произведение $\cos\alpha dA$ равно площади проекции площадки *dA* на плоскость A_{yz} и, таким образом, dA_{yz} представляет собой элемент поверхности A_{yz}.

Суммируя все силы dR_x, получим

$$R_x = \int dR_x = \int p dA_{yz}.$$

При этом в последнем интеграле интегрирование проводится по всей проекции A_{yz} рассматриваемой криволинейной стенки. Поэтому интеграл $\int p dA_{yz}$ равен суммарной силе, обусловленной давлением жидкости на плоскую поверхность A_{yz}, которую на неё оказывал бы тот же столб жидкости.

Таким образом, составляющая по оси *x* этой силы, действующей на криволинейную стенку, равна силе, обусловленной таким же столбом жидкости на проекцию этой стенки на плоскость, нормальную к оси *x*.

Формула (2.11) для данного случая имеет вид

$$R_x = \rho g h_{\text{ц.т}} A_{yz}, \tag{2.12}$$

где $h_{\text{ц.т}}$ – расстояние центра тяжести проекции A_{yz} от свободной поверхности жидкости.

Вертикальная составляющая R_z полной силы *R* равна равнодействующей сил тяжести, направленной на все элементы объёма жидкости, находящейся над рассматриваемой криволинейной стенкой. Поэтому R_z равна весу жидкости в объёме *V*, расположенном над стенкой:

$$R_z = \rho g V. \tag{2.13}$$

На рисунке 2.10 этот объём *V* ограничен поверхностью цилиндрической стенки, свободной поверхностью жидкости, а также вертикальными плоскостями I и II, отсекающими от стенки рассматриваемый участок поверхности.

Таким образом, найдены составляющие R_x и R_z полной силы *R*, обусловленной давлением жидкости на криволинейную стенку, которую графически можно получить, складывая эти составляющие. Аналитически модуль *R* можно определить по теореме Пифагора

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2}. \tag{2.14}$$

Направление силы *R* можно определить, задавая угол φ между осью *x* и силой *R*:

$$\mathrm{tg}\varphi = R_z / R_x.$$

Следует отметить, что точку приложения равнодействующей *R* элементарными приёмами можно найти только в некоторых частных случаях.

Определение гидростатического давления и равнодействующей силы, направленной на стенки цилиндрических сосудов и труб. В современных технологиях широко применяют трубопроводы и цилиндрические сосуды различных диаметров, толщины стенок и форм, заполненные жидкостью под давлением. Определение толщины стенки, при которой обеспечивается прочность сосуда под действием заданного давления, является основной задачей расчёта. Рассмотрим действие сил, обусловленных давлением на внутреннюю поверхность цилиндра. На рисунке 2.6 показана половина цилиндра, внутренний диаметр которого *D*, длина *l* и толщина стенки δ.

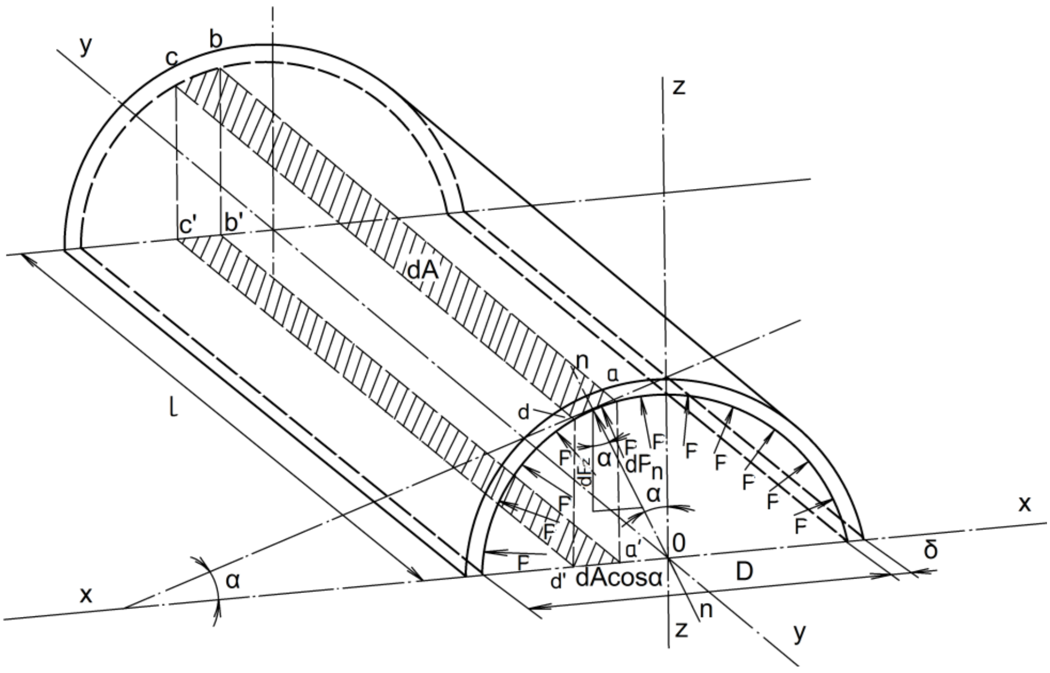


Рисунок 2.16 – Давление жидкости на стенки труб

На внутренней поверхности цилиндра выделим элементарную площадку *abcd* с площадью *dA*. Пусть нормаль *nn* к этой площадке, проходящая через её середину (центр тяжести), составляет угол α с плоскостью *yOz* системы координат *xyz*.

По нормали *nn* на элементарную площадку *dA* действует элементарная сила *dF* давления жидкости, причём $dF_n = pdA$.

Спроектируем силу dF_n на вертикальную плоскость *yOz* и обозначим её проекцию dF_z:

$$dF_z = dF_n \cos\alpha = pdA\cos\alpha.$$

Определим силу F_z как сумму проекций соответствующих элементарных сил на плоскость *yOz*, пренебрегая неравномерностью распределения давления жидкости по поверхности цилиндра (по высоте *z*):

$$F_z = \int p\cos\alpha dA = p\int \cos\alpha dA.$$

Заметим, что величина $dA\cos\alpha$, равная площадке $a'b'c'd'$, есть проекция элементарной площадки *abcd* на горизонтальную плоскость *xOy*. Поэтому $\int dA\cos\alpha$ является проекцией всей боковой поверхности полуцилиндра на ту же плоскость *xOy*. Площадь этой проекции равна *Dl* и

$$F_z = pDl.$$

Суммарная сила F_z стремится разорвать цилиндр по диаметральному сечению, лежащему в плоскости *yOz*, т. е. оторвать верхний полуцилиндр от нижнего. Такой разрыв может произойти по двум площадкам диаметрального сечения цилиндра. Площадь каждой из этих площадок равна произведению толщины стенки δ на длину образующей цилиндра *l*.

Напряжения растяжения на данных площадках составят

$$\sigma = F_z/(2l\delta) = pDl/(2l\delta) = pD/(2\delta).$$

По условиям прочности напряжения растяжения не должны превышать допускаемых напряжений $[\sigma]_р$, то есть

$$\sigma = pD/(2\delta) \leq [\sigma]_р. \tag{2.15}$$

По этой формуле можно определить фактические напряжения растяжения σ в стенке сосуда и, сравнивая их с допускаемыми $[\sigma]_р$, проверить прочность стенок цилиндрических сосудов, труб и пр.

В ряде случаев требуется определить толщину стенки δ цилиндрического сосуда или трубы при заданном диаметре *D*, давлении *p* и допускаемом напряжении $[\sigma]_р$. Для этого формулу (2.15) записывают в виде

$$\delta \geq pD/\left(2[\sigma]_р\right). \tag{2.16}$$

Рассмотрим теперь напряжения, возникающие в стенках цилиндрического сосуда или трубы под воздействием осевого усилия F_y, направленного вдоль оси *y*. Осевое усилие F_y в этом случае определяется как произведение давления p внутри сосуда на площадь проекции его крышки или днища на плоскость, нормальную оси сосуда:

$$F_y = p\left(\pi D^2/4\right).$$

Поперечное сечение стенок цилиндрического сосуда, лежащего в плоскости, нормальной к оси цилиндра, имеет форму кольца, площадь которого A' приближённо составит

$$A' \approx \pi D\delta.$$

Под действием осевой силы F_y разрыв цилиндра может произойти по кольцевому поперечному сечению A'. Условия прочности сосуда по кольцевому поперечному сечению запишем исходя из того, что фактические напряжения растяжения в этом сечении также не превышают допускаемого $[\sigma]_р$:

$$\sigma' = \frac{F_y}{A'} = \frac{p\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D\delta} = \frac{pD}{4\delta} < [\sigma]_р. \qquad (2.17)$$

Формула (2.15) позволяет определить фактические растягивающие напряжения σ, возникающие в стенке сосуда в сечении, плоскость которого совпадает с образующей цилиндра (т. е. по его диаметральному, продольному, сечению). Формула (2.17) позволяет определить фактические растягивающие напряжения σ', возникающие в поперечном, т. е. нормальном к оси цилиндра, кольцевом сечении.

Сравнение формул (2.15) и (2.17) показывает, что растягивающие напряжения σ в продольном сечении цилиндра в два раза превышают напряжения σ', возникающие в поперечном кольцевом сечении. Таким образом, более вероятным является разрыв цилиндрического сосуда по образующей, поэтому расчёт прочности по напряжениям растяжения σ и толщины стенки необходимо вести по формулам (2.15) и (2.16).

2.5 Закон Архимеда

Закон Архимеда: на погруженное в жидкость тело действует выталкивающая сила, равная по величине весу жидкости в объеме тела.

Для доказательства этого закона используются давления внутри жидкости, создаваемые ее весом в зависимости от высоты столба жидкости. Рассмотрим тело в виде прямоугольного параллелепипеда, полностью погружённое в жидкость (рисунок 2.13). Считаем, что верхнее и нижнее основания параллелепипеда расположены горизонтально.

Примем во внимание, что давление атмосферы на жидкость не учитывается, а силы, действующие на боковые грани параллелепипеда, уравновешиваются. Они лишь сжимают параллелепипед. Силы, действующие на верхнюю и нижнюю грани тела, не равны между собой.

Сила, действующая на верхнюю грань, равна

$$F_1 = p_1 A = \rho g h_1 A, \quad (2.18)$$

где ρ – плотность жидкости; A – площадь основания; h_1 – высота столба жидкости над верхним основанием параллелепипеда.

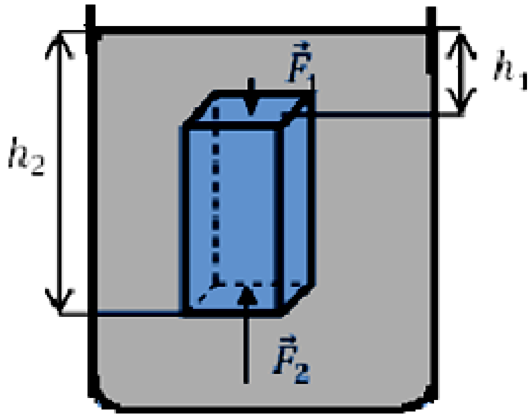


Рисунок 2.13 – К рассмотрению закона Архимеда

На нижнее основание действует сила давления, направленная вертикально вверх (закон Паскаля):

$$F_2 = p_2 A = \rho g h_2 A, \quad (2.19)$$

где h_2 – высота столба жидкости над нижним основанием.

Так как $h_2 > h_1$, значит, $F_2 > F_1$. Модуль равнодействующей силы, направленной на тело со стороны жидкости:

$$F_a = F_2 - F_1 = \rho g A(h_2 - h_1), \quad (2.20)$$

где F_a – архимедова сила.

Если обозначить высоту параллелепипеда как $h = h_2 - h_1$, тогда произведение Ah равно объёму цилиндра V. Получаем окончательно

$$F_a = \rho g V.$$

Произведение ρV – это масса жидкости m, объём которой равен V, тогда $\rho V = m$, а $\rho g V = mg = G$, где G – вес жидкости, находящейся в объёме V. Поэтому наряду с формулой (2.20) имеем $F_a = G$. Иными словами, архимедова сила, действующая на цилиндр, равна весу жидкости, объём которой совпадает с объёмом параллелепипеда. Точкой приложения архимедовой силы является центр тяжести тела.

Данная сила появляется вследствие того, что давление жидкости (газа) увеличивается с ростом глубины. Получается, что сила давления, которая действует на тело со стороны жидкости (газа) снизу вверх, больше, чем сила давления, направленная сверху вниз.

Плавучесть тела.

Плавучестью *называют способность тела плавать в жидкости в погружённом или частично погружённом состоянии.*

Закон Архимеда является фундаментом теории плавания. Плавает тело массой m или тонет, зависит от разности действующих на него сил: силы тяжести mg и архимедовой силы $F_{\text{а}}$.

Так, при $mg > F_{\text{а}}$ тело тонет; при $mg < F_{\text{а}}$ тело всплывает и находится в частично погружённом состоянии; при $mg = F_{\text{а}}$ - тело плавает в погруженном состоянии на произвольной глубине (такое состоянии называют взвешенным).

Обозначив плотность тела через ρ_m, можно записать

$$mg = \rho_m V g.$$

Используя это равенство и закон Архимеда, нетрудно показать, что условие плавания $mg < F_{\text{а}}$ эквивалентно условию

$$\rho_m < \rho, \tag{2.21}$$

где ρ – плотность рассматриваемой жидкости.

Таким образом, при выполнении условия (2.21) тело плавает и, наоборот, тело тонет при

$$\rho_m > \rho. \tag{2.22}$$

Если полностью погрузить тело, для которого выполнено условие плавания (2.21), то выталкивающая сила $F_{\text{а}}$ будет больше силы mg и под действием разности этих сил тело всплывает. По мере всплывания объём вытесненной жидкости уменьшается, следовательно, уменьшается и архимедова сила. Это будет происходить до тех пор, пока архимедова сила не станет равной силе тяжести mg. Таким образом, установится определённая глубина погружения, при которой частично погруженное плавающее тело будет находиться в равновесии. При этом соблюдается ранее упомянутое условие

$$mg = F_{\text{а}}. \tag{2.23}$$

Как известно из механики, для равновесия тела, помимо условия компенсации действующих на тело сил (2.23), нужно, чтобы и моменты этих сил также компенсировались. Для простейшего случая плавания полностью погружённого тела второе условие приводит к требованию, чтобы центр водоизмещения и центр тяжести тела лежали на одной вертикали. Равновесие погружённого тела будет устойчивым, если его центр тяжести лежит ниже центра водоизмещения. Выведенное из положения равновесия тело стремится вернуться в исходное положение. Когда центр тяжести тела лежит выше центра водоизмещения, положение погружённого тела неустойчиво и при нарушении его равновесия оно стремится перейти в другое (устойчивое) положение. При совпадении центров тяжести и водоизмещения тело находится в состоянии безразличного равновесия.

Примеры задач по разделу «Гидростатика»

Пример задачи № 1. Определить полное гидростатическое давление на дно сосуда, наполненного водой. Сосуд сверху открыт, давление на свободной поверхности атмосферное. Глубина воды в сосуде $h = 0{,}60$ *м.*

Решение:

В данном случае имеем $p_0 = p_{ат}$ и потому применим формулу в виде

$p' = p_{ат} + \rho g h$

$p' = 9{,}81.10^4 + 9810 \cdot 0{,}6 = 103986$ Па

Ответ: p'=103986 Па.

Пример задачи № 2. Резервуар *A* частично заполнен водой. Манометрическое давление воздуха над водой $P_A = 36$ кПа. Определите давление в резервуаре *B* при $\Delta h_1 = 220$ *мм;* $\Delta h_2 = 232$ *мм,* который содержит только воздух, если $\Delta h = 0{,}3$ *м.* Ответ введите с точностью до трёх знаков после запятой.

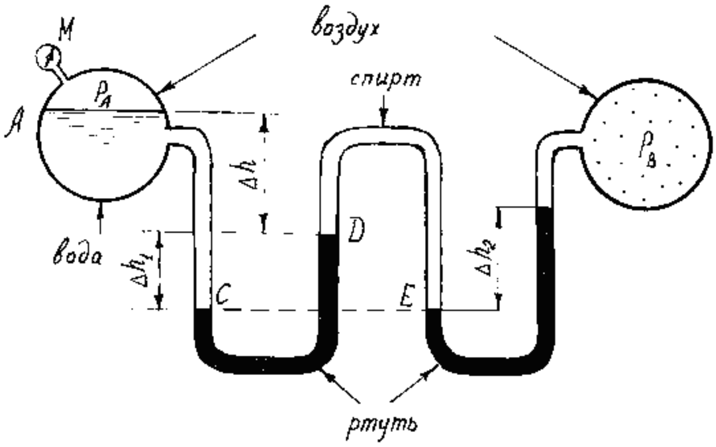


Рисунок 1

Решение.

Определяем манометрическое давление в точке C:

$P_C = p_A + \rho_в \cdot g \cdot (\Delta h + h_1);$

где $\rho_в$ - плотность воды.

Определяем манометрическое давление в точке D:

$p_D = p_C - \rho_p \cdot g \cdot h_1 = p_A + \rho_в \cdot g \cdot (\Delta h + h_1) - \rho_p \cdot g \cdot h_1,$

где ρ_p – плотность ртути.

Определяем манометрическое давление в точке E:

$P_E = p_D + \rho_c \cdot g \cdot h_1 = p_A + \rho_в \cdot g \cdot (\Delta h + h_1) - \rho_p \cdot g \cdot h_1 + \rho_c \cdot g \cdot h_1,$

где ρ_c – плотность спирта.

Определяем манометрическое давление в резервуаре В;

$P_B = p_A + g[(\rho_p + \rho_c)h_2 + (\rho_в - \rho_p)h_1 + \rho_в \cdot \Delta h]$

После вычисления получаем:

$P_B = 36000 + 9{,}81[(13600+800)\cdot 0{,}232 + (1000 - 13600)0{,}22 + 1000\cdot 0{,}3] =$

Ответ 44,523 кПа

Пример задачи №3. Определите давление на дне водохранилища глубиной 6 метров, если атмосферное давление равно 100 кПа? Постоянные переменные, которые требуются для решения задачи, необходимо округлять до второго знака после запятой

В ответ введите целое число.

Решение:

$p = p_0 + \rho g h$

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2;

h – глубина водохранилища.

где h – высота столба жидкости над рассматриваемой точкой.

Ответ: 159 кПа

Пример задачи №4. Уровень мазута в вертикальной цилиндрической ёмкости диаметром 3,0 м. за некоторое время понизился на 0,6 м. Определить количество использованного мазута, если его плотность при температуре окружающей среды равна ρ = 980 кг/м^3. Ответ введите с точностью до второго знака после запятой.

Решение:

$V = (\pi d^2/4)\cdot 0{,}6 = 4{,}24\ м^3$

$m = V \cdot \rho = 4{,}24 \cdot 980 = 4155{,}2\ кг$

Ответ: 4155,2 кг.

Пример задачи №5. По трубе диаметром d = 20 см под напором движется минеральное масло с температурой t = 30 °С. Определить критическую скорость и расход, при котором происходит смена режимов движения жидкости. Кинематический коэффициент вязкости равен 1 Ст.

Решение:

$Re_{dкр} = (v_{кр}\cdot d)/\nu$; $v_{кр} = (Re_{dкр}\cdot \nu)/d$;

При t = 30 °С вязкость масла $\nu = 1Ст = 10^{-4}$ м^2/с

$v_{кр} = (2320\cdot 10^{-4})/0{,}2 = 1{,}16$ м/с

Ответ: $v_{кр} = 1{,}16$ *м/с;*

$Q = 0{,}0364\ м^3/с$

Пример задачи №6. В трубопроводе диаметром d = 30 см под напором движется индустриальное масло с температурой t = 35 °С. Определить критическую скорость и расход, при котором происходит смена режимов движения жидкости. Кинематический коэффициент вязкости равен 1 Ст (10^{-4} м^2/с).

Решение:

$Re_{dкр} = (v_{кр} \cdot d)/\nu; \quad v_{кр} = (Re_{dкр} \cdot \nu)/d;$

При $t = 30$ *°С вязкость масла* $\nu = 1 Ст = 10^{-4}$ $м^2/с$

$Q = v \cdot A = v\,(\pi d^2/4) = 0,\ 0544\ м^3/с$

Ответ: 0, 0544 м^3/с

Пример задачи №7. Определить давление на плоское дно вертикального сосуда, если высота столба жидкости равна 5 м, избыточное давление газа на поверхность жидкости составляет 0,049 МПа (0,5 кгс/см^2). Плотность жидкости, находящейся в сосуде, равна 800 кг/м3.

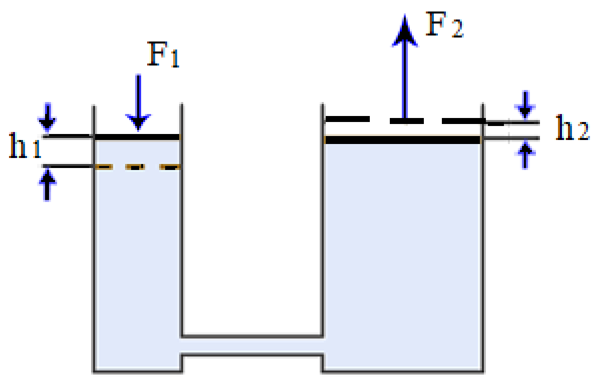
Решение:

$p = p_0 + \rho g h$ $\qquad\qquad$ p_0=0,049 МПа

p=0,049 $\cdot 10^6$+800$\cdot$9,81$\cdot$5 = 88$\cdot 10^3$

Ответ: 88·10^3 Па.

Пример задачи №8. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на расстояние h_1 = 0,2 м, а большой поршень поднимается на высоту h_2 = 0,01 м. С какой силой F_2 действует пресс на зажатое в нем тело, если на малый поршень действует сила F_1=500 Н?



Решение:

$F_1/F_2 = h_2/h_1;$

$F_2 = (F_1\, h_2)/h_1 = (500 \cdot 0,2)/0,01 = 10000 Н$

Ответ: 10000 Н.

Пример задачи №9. Определить равнодействующую F сил давления, действующих на плоскую прямоугольную стенку шириной b=2,0 м, наклоненную под углом α = 45° к горизонту, если глубина жидкости в открытом сосуде H=1,5 м.

Решение:

Площадь стенки $S = a \cdot b = (H/\sin\alpha) \cdot b$ = (1,5 · 2,0)/0,7071 = 4,243 м^2

Равнодействующая сил давления на плоскую стенку $F = (p_0 + \rho g h_{ц.т}) \cdot S$,

$h_{ц.т} = H/2$.

Для открытого сосуда $p_0 = p_{ат}$.

F = 1000 · 9, 81· 1,5/2 · 4,243 = 31218 Н.

Ответ: 31218 Н.

3. Гидродинамика

Перемещающуюся жидкость характеризуют при помощи двух параметров: скорости течения v и гидродинамического давления p. Основной задачей гидродинамики является определение скорости v и давления p при известной системе действующих внешних сил. Для решения данной задачи важен тип движения жидкости: установившееся или неустановившееся движение.

3.1. Основные понятия.

Жидкая частица. Предельно малый объём жидкости, изменением формы которого можно пренебречь.

Траектория жидкой частицы. Путь, который описывает точка при движении, называется траекторией жидкой частицы.

Линия тока – кривая, проведенная через ряд точек в движущейся жидкости таким образом, что векторы скорости частиц жидкости, находящихся в данный момент в этих точках, являются к ней касательными.

Линия тока отличается от траектории тем, что траектория отражает путь какой-либо одной частицы за некоторый промежуток времени, тогда как линия тока характеризует направление движения совокупности частиц жидкости в данный момент времени.

Установившееся *или* ***стационарное*** *движение* – движение жидкости, при котором поле скоростей не изменяется с течением времени. Установившееся движение – течение, не зависящее от времени. При установившемся движении линия тока совпадает с траекториями движения частиц жидкости.

Неустановившееся *или* ***нестационарное движение*** - движение, при котором скорость и давление изменяются не только от координат пространства, но и от времени.

Трубка тока. Если проведём линию тока через каждую точку малого замкнутого контура *c*, выделенного в жидкости (рис. 3.3), получим трубчатую поверхность, которая называется трубкой тока.

Трубка тока является как бы непроницаемой стенкой, а элементарная струйка представляет собой самостоятельный элементарный поток. Так как касательные к линиям тока дают направления скоростей частиц, то частицы не покинут трубку тока, в которой они находятся.

Жидкость, заполняющая трубку тока, образует элементарную струйку. При установившемся течении форма элементарных струек не меняется, так как не меняется форма линий тока.

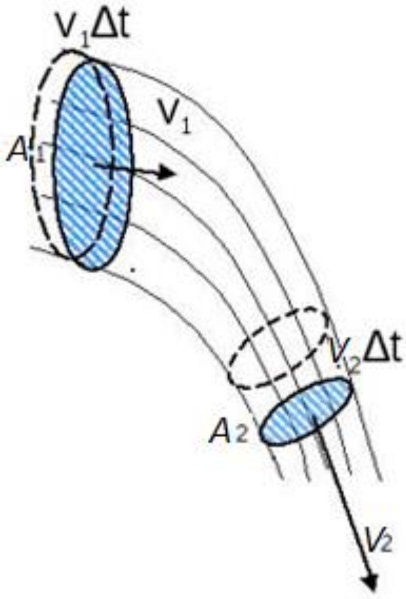


Рис. 3.3 – Трубка тока

Живое сечение струйки. Сечения, перпендикулярные линиям тока, называются *живыми сечениями струйки* или просто *сечениями струйки* и обозначаются буквой *А*. Величина живого сечения определяется его площадью.

Элементарная струйка обладает следующими свойствами:

1) форма элементарной струйки при установившемся движении остается неизменной во времени, так как в этом случае линии тока с течением времени не меняют свою форму;

2) вхождение в элементарную струйку внешних линий тока и выход из нее содержащихся в ней линий тока не происходит, так как боковая поверхность элементарной струйки образована линиями тока, к которым скорости направлены по касательной;

3) скорости во всех точках живого сечения элементарной струйки можно считать одинаковыми вследствие незначительности этого сечения.

Элементарный объём. Элементарным объёмным (или массовым) расходом называют объём (или массу) жидкости, протекающей через сечение струйки в единицу времени. Единица массового расхода – килограмм в секунду (кг/с); единица объёмного расхода – кубический метр в секунду (м^3/с).

Обозначим элементарный объёмный расход через q, а массовый – через m. Зависимость между ними выразится равенством

$$m = q\rho, \tag{3.1}$$

где ρ – плотность жидкости в сечении элементарной струйки.

Уравнение неразрывности течений вытекает из закона сохранения вещества и постоянства расхода жидкости по всему течению. Выполняется закон сохранения энергии.

Рассмотрим уравнение неразрывности для случая течения струйки при установившемся движении. Масса жидкости течет в трубке тока (рис. 3.3).

Пусть левое входное сечение трубки тока 1–1 имеет площадь A_1 и в этом сечении скорость жидкости v_1, а ее плотность ρ_1. Площадь сечения на выходе из трубки тока 2–2 A_2, скорость течения жидкости v_2, плотность ρ_2.

Скорости струйки направлены по касательной к стенкам трубки тока, поэтому через стенки обмен массой с окружающей жидкостью отсутствует. Через сечение 1–1 втекает в единицу времени масса жидкости $q_1 = \rho_1 A_1 v_1$. Через сечение 2–2 вытекает в единицу времени масса жидкости $q_2 = \rho_2 A_2 v_2$. Так как частицы жидкости не покидают струйку и жидкость несжимаема, то элементарные объёмные расходы в любых двух сечениях (например, 1–1 и 2–2 на рисунке 3.3) должны быть равны между собой в каждый момент времени:

$$q_1 = q_2. \tag{3.2}$$

Если плотность жидкости по длине трубки тока не изменяется, т. е. $\rho_1 = \rho_2$, то можно записать

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{const}. \tag{3.3}$$

Уравнение (3.3) является уравнением неразрывности для трубки тока.

Элементарный объёмный расход жидкости в сечении площадью A равен

$$q = Av. \tag{3.4}$$

Уравнение неразрывности выражает постоянство объемного расхода q и условие неразрывности струи жидкости по длине установившегося потока.

Поток. В гидрогазодинамике потоком считают движение массы, когда эта масса ограничена (рисунок 3.4):

– твердыми поверхностями;

– поверхностями, которые разделяют разные жидкости;

– свободными поверхностями.

В зависимости от того, какого рода поверхностями или их сочетаниями ограничена движущаяся жидкость, различают следующие виды потоков:

– безнапорные, когда поток ограничен сочетанием твердой и свободной поверхностей, например река, канал, труба с неполным сечением;

– напорный поток полностью ограничен со всех сторон твердыми стенками. Движение жидкости в таком потоке происходит под давлением (напорного резервуара или насоса). Примером может служить движение воды в водопроводе;.

– гидравлические струи, которые ограничены жидкой (такие струйки называют затопленными) или газовой средой.

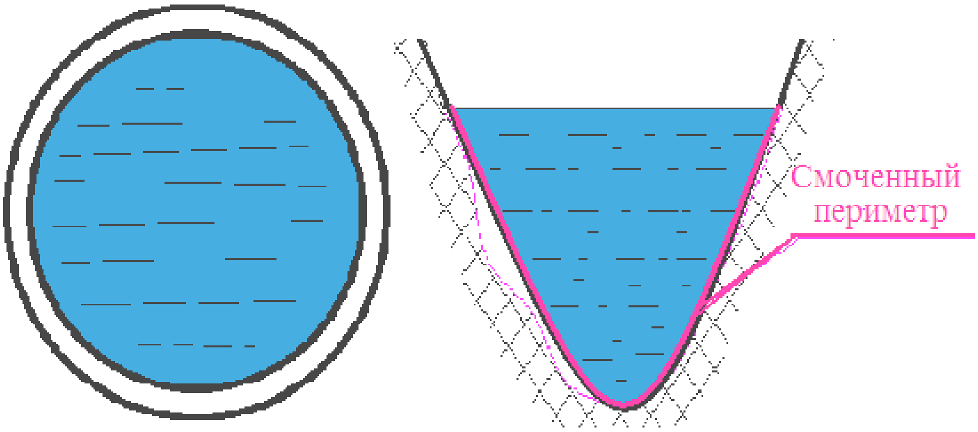


Рис. 3.4 – Граница потока

Поток представляет собой пучок элементарных струек. Живым сечением потока называют сечение, нормальное к общему направлению движения жидкости. Площадь A_n живого сечения потока равна сумме площадей живых сечений составляющих его элементарных струек:

$$A_n = \sum A.$$

Объём или массу жидкости, протекающей через живое сечение потока в единицу времени, называют расходом потока (объёмным Q или массовым M). При этом

$$M = Q\rho. \qquad (3.5)$$

Для определения объёмного расхода потока вводится понятие средней скорости потока. Поток, протекающий по руслу, ограниченному стенками, в разных точках поперечного сечения имеет соответственно разные скорости. Частицы жидкости, соприкасающиеся со стенками трубы (русла, канала), прилипают к стенке и остаются неподвижными. Скорость этих частиц равна нулю. Струйки, протекающие в непосредственной близости к прилипшим частицам, вследствие внутреннего трения в жидкости тормозятся и уменьшают свою скорость. По мере удаления струек жидкости от стенок их скорость возрастает и на оси потока, т. е. в центре трубы (русла, канала), принимает максимальное значение. Эту скорость называют осевой.

Скорость элементарных струек потока, протекающих между стенками и осью, изменяется от нуля до максимальной осевой скорости.

Среднюю скорость потока v определяют следующим образом:

$$v = Q/A. \tag{3.6}$$

Откуда объёмный расход

$$Q = vA. \tag{3.7}$$

Для потока, как и для струйки несжимаемой жидкости, справедливо уравнение неразрывности. При любом течении любые два объёма жидкости, протекающие в один и тот же момент времени через произвольные сечения потока (см. рис. 3.3), равны между собой:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = Q. \tag{3.8}$$

Если же течение жидкости стационарно, то для любого момента времени

$$Av = \text{const}. \tag{3.9}$$

Из равенства (3.8) следует, что скорость обратно пропорциональна живому сечению потока:

$$v_1 / v_2 = A_2 / A_1. \tag{3.10}$$

То есть средние скорости v_1 и v_2 обратно пропорциональны соответствующим площадям живых сечений A_1 и A_2 потока жидкости.

Уравнение неразрывности выражает постоянство объемного расхода Q и условие неразрывности струи жидкости по длине установившегося потока.

Смоченный периметр.

Смоченным периметром π называют часть полного периметра сечения, по которой жидкость соприкасается с твердыми стенками (рис. 3.5).

Если геометрический периметр того же сечения обозначить через π', то всегда $\pi \le \pi'$.

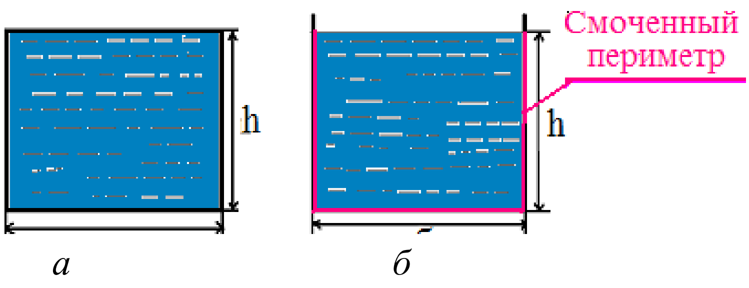


Рис. 3.5 – Смоченный периметр

Расход воды равен произведению площади поперечного сечения канала на скорость течения. Скорость течения по формуле Шези при постоянном сечении канала и гидравлическом уклоне определяется как

$$v = c\sqrt{R - I},$$

где v – средняя скорость потока; R – гидравлический радиус; c – коэффициент сопротивления трения; I – гидравлический уклон. Коэффициент c определяется по формуле Павловского:

$$c = (1/n)R^y,$$

где n – коэффициент шероховатости; y – показатель степени, который зависит от коэффициента шероховатости:

$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{(n - 0{,}1)}.$$

При заданной площади поперечного сечения канала необходимо минимизировать смоченный периметр, чтобы увеличить скорость течения, а, следовательно, и расход воды.

На рисунке 3.5,*а* смоченный периметр совпадает с геометрическим, так как жидкость со всех сторон ограничена твёрдыми стенками. На рисунке 3.5,*б* смоченный периметр меньше геометрического на длину линии свободной поверхности жидкости. Если геометрический периметр на этом рисунке равен $2h + 2b$, то смоченный периметр равен $2h + b$.

Отношение площади A живого сечения к смоченному периметру π называют гидравлическим радиусом сечения

$$R = A/\pi.$$

Не следует путать гидравлический радиус с геометрическим. Понятие гидравлического радиуса имеет смысл для любого потока, ограниченного стенками. Геометрический радиус существует только при течении жидкости в трубе. Однако даже в этом случае геометрический радиус не совпадает с гидравлическим. Геометрический радиус равен половине диаметра трубы: $r = d/2.$

Для круглой трубы, работающей с полным сечением, гидравлический радиус равен одной четвертой ее диаметра:

$$R = \pi d^2/4\pi d = d/4 \neq r.$$

Для канала прямоугольного сечения (рис. 3.5) гидравлический радиус равен:

$$R = bh/[2(b+h)]$$ (рисунок 3.5,*а*);

$$R = bh/(b+2h)$$ (рисунок 3.5,*б*).

Два режима течения жидкости.

Ламинарным (послойным) называется режим течения, при котором силы вязкости соизмеримы с силами инерции и отсутствует обмен частиц между слоями (перемешивание жидкости по сечению потока), т. е. доля частиц, двигающихся в поперечном направлении, составляет не более 1–3% от общего числа частиц.

Турбулентным называется режим течения, когда силы инерции преобладают над силами вязкости и происходит интенсивный обмен частиц между слоями (более 90% от общего числа).

Наличие того или иного режима движения жидкости определяется совместным влиянием четырех факторов:

1) динамической вязкости жидкости μ;

2) плотности жидкости ρ;

3) средней скорости потока *v*;

4) характерного линейного размера сечения потока *d* (к примеру, для трубы влиянием ее диаметра).

Из перечисленных изменяемых величин Рейнольдс составил безразмерный комплекс, который является очень важной динамической характеристикой движения вязкой жидкости. Его называют числом Рейнольдса:

$$Re = vd\rho/\mu. \tag{3.11}$$

Опытами установлено, что ламинарный режим тем легче осуществить, чем меньше скорость движения жидкости *v*; меньше диаметр трубы *d*, по которой течёт жидкость; больше динамическая вязкость жидкости μ; меньше её плотность ρ.

Турбулентному режиму соответствуют большие скорости движения жидкости; большие диаметры труб; большая плотность жидкости; малая вязкость жидкости.

Если ввести кинематическую вязкость $\upsilon = \mu/\rho$, то формула (3.11) примет вид

$$Re = vd/\upsilon. \tag{3.12}$$

Выразив диаметр трубы *d* через гидравлический радиус ($d = 4R$), получим

$$Re = 4vR/\upsilon. \tag{3.13}$$

Существует значение числа Рейнольдса, которое называют критическим, – $Re_{кр}$. При Re < $Re_{кр}$ течение ламинарное, а при Re > $Re_{кр}$ – турбулентное.

В каждом конкретном случае существует узкий диапазон значений числа Рейнольдса, которые можно рассматривать как критические. При критических значениях числа Рейнольдса происходит смена режимов движения жидкости. Эту смену можно считать скачкообразной, так как диапазон $\mathrm{Re}_{кр}$ узок. Опытами установлено, что для напорного движения жидкости в цилиндрических трубах круглого сечения $\mathrm{Re}_{кр} \approx 2300$.

Однако на значение $\mathrm{Re}_{кр}$ оказывают влияние различные возмущения, возникающие в потоке на входе его в трубу, а также возмущения от
кранов, переходных камер и т. д.).

Путём тщательного устранения источников возмущения при течении в круглых трубах удается значительно повысить $\mathrm{Re}_{кр}$. Но тогда ламинарное течение становится неустойчивым и при незначительных возмущениях переходит в турбулентное. Для условий, которые наблюдаются на практике, поток в трубах турбулентный тогда, когда Re > 2300. Скорость движения потока, соответствующую критическому значению числа Рейнольдса, называют критической:

$$v_{кр} = \mathrm{Re}_{кр}\, \upsilon / d.$$

Дифференциальное уравнение движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера) может быть получено из дифференциального уравнения равновесия той же жидкости, если согласно принципу Д'Аламбера к действующим силам присоединить силы инерции, т. е.

$$\rho\left(Xdx + Ydy + Zdz\right) = dp + \left(\rho/2\right)dv^2,$$

где v – скорость движения частицы жидкости, м^2/с.

3.2 Энергия элементарной струйки. Уравнение Бернулли

Уравнение Даниила Бернулли, полученное в 1738 г., показывает связь между давлением p, средней скоростью v и пьезометрической высотой z в различных сечениях потока. Оно выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости.

$$v^2/(2g) + z + p/(\rho g) = \mathrm{const} \qquad (3.14)$$

Уравнение (3.14) называется уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Все три члена уравнения имеют линейную размерность. Величина z, являясь геометрической высотой, измеряется в метрах.

Геометрический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что при установившемся движении идеальной жидкости сумма трёх высот: геометрический z, пьезометрический $p/(\rho g)$ и скоростной $v^2/(2g)$ не меняется вдоль данной элементарной струйки.

Уравнение Бернулли выражает закон баланса энергии. Первые его два члена – $v^2/(2g)$ и z – представляют собой кинетическую и потенциальную энергию потока, отнесённую к единице массы жидкости, а член $p/(\rho g)$ – работу внешних сил. Сумму всех трёх слагаемых в левой части формулы (3.14) называют полным напором и обозначают Н:

$$H = v^2/(2g) + z + p/(\rho g), \tag{3.15}$$

где z – геометрический напор; $p/(\rho g)$ – пьезометрический напор; $v^2/(2g)$ – скоростной напор.

3.3 Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости отличается от уравнения Бернулли для идеальной жидкости. При движении реальной вязкой жидкости возникают силы трения, например, связанные с тем, что поверхность трубопровода обладает определенной шероховатостью.

Определим, какие изменения необходимо внести в уравнение Бернулли, выведенное для струйки идеальной жидкости, чтобы оно стало применимо для потока реальной жидкости в трубе.

Первое изменение касается того, что при выводе уравнения Бернулли (3.14) для струйки идеальной жидкости скорости v во всех точках поперечного сечения струйки принимались одинаковыми. Поэтому член уравнения $v^2/(2g)$ выражал действительную удельную энергию струйки.

В потоке реальной жидкости скорости в разных точках поперечного сечения различны, поэтому в расчёт вводят среднюю скорость. Подсчитанное по средней скорости значение удельной кинетической энергии потока оказывается несколько меньше действительного значения, вследствие чего для потока реальной жидкости вводят поправочный коэффициент $\alpha > 1$.

Второе изменение вызвано тем, что при движении реальной жидкости часть энергии расходуется на преодоление различных сопротивлений. Поэтому в уравнение Бернулли вводится поправочный член h_n, учитывающий потери напора на некотором участке 1–2.

С учётом этих поправок уравнение Бернулли для потока реальной жидкости принимает вид

$$\alpha_1 \left(v_1^2\right)/2g + p_1/\rho g + z_1 = \alpha_2 \left(v_2^2\right)/2g + p_2/\rho g + z_2 + h_n, \tag{3.16}$$

где α – коэффициент Кориолиса, который определяют опытным путём.

Коэффициент Кориолиса – это поправка кинетической энергии, так как реальная жидкость движется неравномерно. Коэффициент Кориолиса характеризует отношение действительной кинетической энергии потока жидкости в данном сечении к той кинетической энергии потока, которую он имел бы, если бы все частицы двигались с одинаковой скоростью, равной средней скорости потока.

Диапазон значений α =1,05–2,0. При ламинарном течении α = 2. При турбулентном течении α стремится к 1. В расчётах принимается α = 1,05 – h_n, где h_n – полная потеря напора. Она складывается из линейных потерь $h_{\text{дл}}$ и потерь на местные сопротивления $h_{\text{м}}$: $h_n = h_{\text{дл}} + h_{\text{м}}$.

Линейные потери напора. Линейные потери напора представляют собой потери на преодоление внутреннего трения между различными слоями жидкости, движущимися относительно друг друга. Поэтому внутреннее трение существенно зависит от распределения скоростей в потоке, следовательно, и от режима течения жидкости.

Определим линейную потерю напора $h_{\text{дл}}$ при стационарном ламинарном течении в круглой трубе. Выделим мысленно в жидкости соосный с трубой цилиндр длиной l и радиусом y. С внешней стороны на поверхность цилиндра действует касательное напряжение вязкого трения, которое можно определить по формуле

$$\tau = \mu\left(dv/dy\right).$$

Следовательно, на всю площадь $A = 2\pi yl$ поверхности цилиндра действует сила

$$F = 2\pi yl\mu\left(dv/dy\right). \tag{3.17}$$

Так как течение стационарно, эта сила уравновешивается разностью сил $p_1\pi y^2$ и $p_2\pi y^2$, действующих на торцах цилиндра. Таким образом,

$$2\pi yl\mu\left(dv/dy\right) + \left(p_1 - p_2\right)\pi y^2 = 0,$$

откуда

$$dv = -\left[\left(p_1 - p_2\right)/(2l\mu)\right]ydy.$$

Учитывая граничные условия v = 0 при y = r, где r – радиус трубы, проинтегрируем правую часть последнего уравнения от y до r, а левую соответственно от 0 до v:

$$v(y) = \frac{P_1 - P_2}{2l\mu}\int_y^r ydy = \frac{P_1 - P_2}{4l\mu}\left(r^2 - y^2\right). \tag{3.18}$$

Интегрируя выражение (3.18) по поперечному сечению потока, получаем формулу Пуазейля для определения секундного расхода жидкости

$$Q = \int_0^r v(y) 2\pi y dy = \frac{\pi}{8} \frac{P_1 - P_2}{l\mu} r^4. \tag{3.19}$$

Средняя скорость $v_{\text{ср}}$ потока, с которой обычно приходится иметь дело во всех гидравлических расчётах (как правило, индекс «ср» отбрасывают и обозначают просто v):

$$v = Q/\pi r^2 = \left[\left(p_1 - p_2\right) r^2\right] / 8l\mu.$$

Из уравнения Бернулли $h_{\text{дл}} = \left(p_1 - p_2\right)/\rho g$ с помощью последней формулы найдём перепад давлений $p_1 - p_2$ и определим значение линейной потери:

$$h_{\text{дл}} = \left(p_1 - p_2\right)/\rho g = 8l\mu v / \left(\rho g r^2\right). \tag{3.20}$$

Из формулы (3.20) видно, что при ламинарном установившемся течении потеря $h_{\text{дл}}$ пропорциональна скорости потока. Если вместо радиуса использовать диаметр трубы $2r = d$ и число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho v d/\mu$, то формулу (3.20) можно привести к виду

$$h_{\text{дл}} = \left(64/\mathrm{Re}\right)\left(l/d\right)\left(v/2g\right). \tag{3.21}$$

Уравнение (3.21) используют при любых режимах течения жидкости и называют формулой Дарси – Вейсбаха:

$$h_{\text{дл}} = \left(f\left(l/d\right)\right)\left(v^2/2g\right),$$

где f – коэффициент трения, являющийся функцией числа Рейнольдса.

При стабилизированном ламинарном течении в круглой трубе значение f определяется формулой Пуазейля:

$$f = 64/\mathrm{Re}. \tag{3.22}$$

Распределение скоростей в турбулентном потоке не имеет параболического характера, а коэффициент трения $f \neq 64/\mathrm{Re}$ и его зависимость от числа Рейнольдса определяется степенью шероховатости стенок труб.

Эту зависимость экспериментально исследовал И. Никурадзе на трубах с искусственной равномерной шероховатостью. На рисунке 3.16 представлено шесть кривых, полученных для труб с различной относительной шероховатостью, которая характеризуется безразмерной величиной $\varepsilon = k/r$, где k – средняя высота шероховатости; r – радиус трубы.

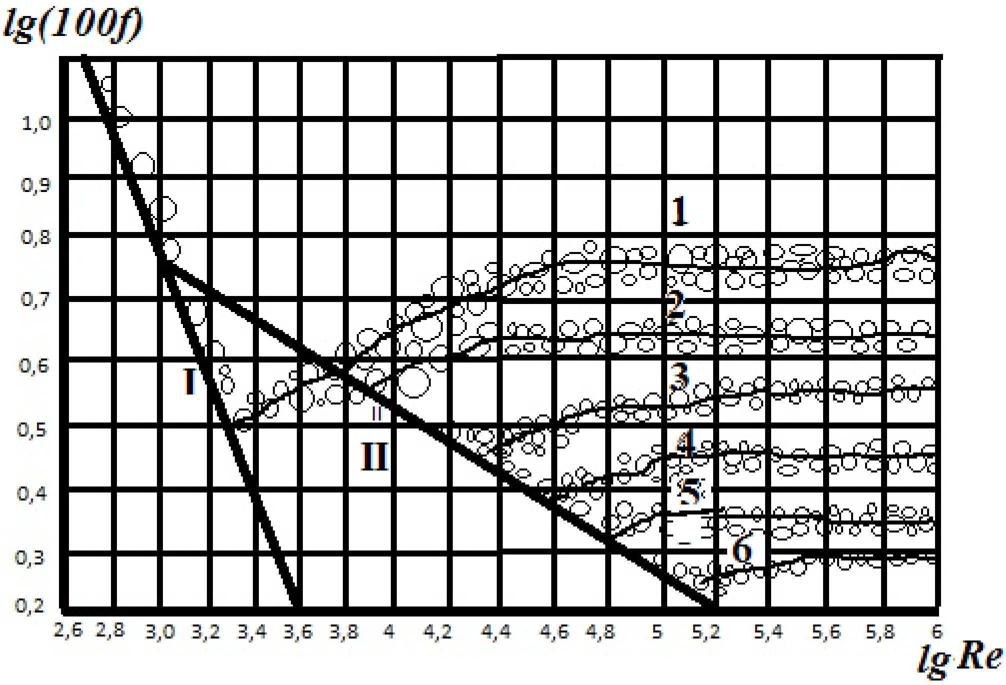


Рис. 3.6 – Области распределения потока

В таблице 3.1 приведены значения ε, соответствующие кривым на рисунке 3.6.

Таблица 3.1 – Зависимость параметра ε от шероховатости труб

Номер кривой	1	2	3	4	5	6
ε	0,066	0,0328	0,0166	0,00793	0,00397	0,00197

Анализируя кривые Никурадзе, можно прийти к выводу, что график состоит из пяти зон.

Первая зона (Re < 2300, чему соответствует lgRe < 3,36) – *область ламинарного течения.* Кривые для труб разной шероховатости в этой зоне совпадают с прямой I, на которой $f = 64/\mathrm{Re}$.

Вторая зона (2300 < Re < 4000) – *область перехода из ламинарного режима в турбулентный*, где 3,36 < lgRe < 5,52) Здесь коэффициент быстро возрастает с увеличением Re, оставаясь постоянным для различных шероховатостей. На диаграмме он может быть представлен пучком кривых, исходящих примерно из одной точки, соответствующей $Re_{кр.н}$, и несколько расходящихся в области числа $Re_{кр.в}$, которое зависит от условий эксперимента (в том числе до некоторой степени и от величины относительной шероховатости).

Третья зона (4000 < Re < 80 1/ε) – *так называемая область гладких труб*, в которой коэффициент трения *f* зависит только от числа Рейнольдса и не зависит от шероховатости. Это происходит потому, что при движении жидкости с числом Рейнольдса в пределах третьей зоны выступы шероховатости оказываются погружёнными в вязкий подслой, вследствие чего, как и в первой зоне, не оказывают влияние на значение коэффициента трения *f*. Как видно из графика, различные кривые на некотором участке (в пределах третьей зоны) укладываются на одну прямую (прямая II).

Четвёртая зона (80 1/ε < Re <1000 1/ε) – *область шероховатых труб*, в ней значение *f* зависит как от ε, так и от Re.

Пятая зона (Re > 1000 1/ε) – *квадратичная область,* в которой значение *f* уже практически не зависит от числа Рейнольдса и является функцией только относительной шероховатости ε.

С помощью рисунка 3.16 легко получить значения коэффициентов трения *f* для труб различной шероховатости. В первой зоне величина *f* определяется формулой Пуазейля: $f = 64/\mathrm{Re}$. Для расчёта коэффициента трения *f* в других зонах удобно пользоваться следующими формулами:

во второй зоне по исследованиям Н.В. Френкеля

$$f = 2{,}7/\mathrm{Re}^{0{,}57}, \tag{3.23}$$

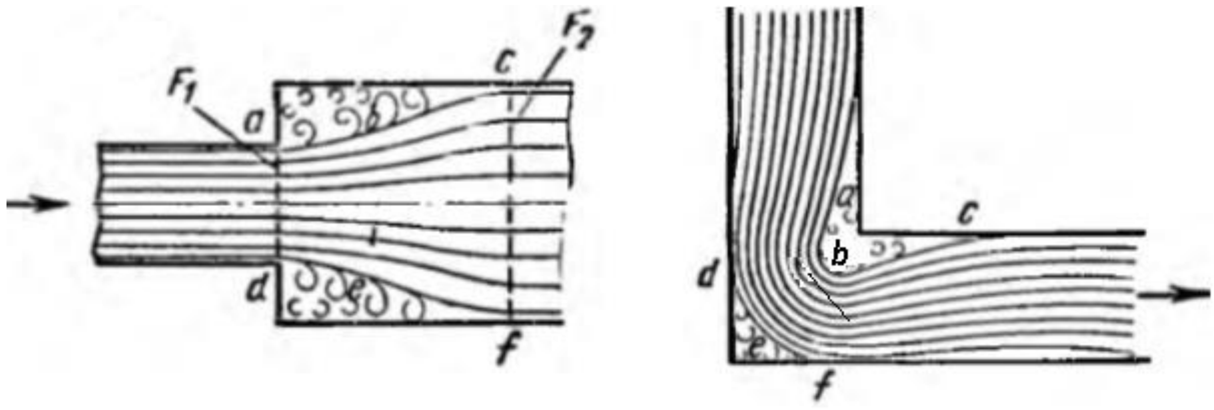
в третьей, четвёртой и пятой зонах

$$1/f = -2\lg\left[\varepsilon/7{,}4 + \left(6{,}81/\mathrm{Re}\right)^{0{,}9}\right]. \tag{3.24}$$

Для области гладких труб в равенстве (3.24) первым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь.

Местные потери напора. Местными сопротивлениями называют различные препятствия в трубопроводах – вентили, колена, краны, диффузоры, сужения и расширения.

При протекании жидкости через местные сопротивления возникают области вихревого неупорядоченного движения. На рисунке 3.7 эти области представлены отделёнными от основного потока поверхностями раздела *abc* и *def*. Потери напора на местные сопротивления обусловлены большими затратами энергии на внутреннее трение в подобных областях.



а *б*

Рис. 3.7 – Местные сопротивления: *а* – расширение трубы; *б* – колено

Для самых разнообразных местных сопротивлений зависимость потерь напора от скорости можно считать квадратичной:

$$h_м = \zeta v^2 / 2g, \qquad (3.25)$$

где *v* – средняя скорость потока после местного сопротивления; ζ – коэффициент местного сопротивления.

Обозначив A_1 площадь сечения *a – d*, A_2 – площадь сечения *c – f*, можно рассчитать коэффициент местного сопротивления. При внезапном расширении потока от сечения *a – d* к сечению *c – f* он вычисляется по формуле

$$\zeta = \left[\left(A_2 / A_1 \right) - 1 \right]^2 .$$

В диффузоре – коническом расширении трубы от сечения *a – d* к сечению *c – f*, этот коэффициент можно вычислить по формуле

$$\zeta = k \left[\left(A_2 / A_1 \right) - 1 \right]^2 ,$$

где *k* – экспериментальный коэффициент. Его зависимость от угла раствора конуса Θ приведена в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Зависимость экспериментального коэффициента *k* от угла раствора конуса Θ (в градусах)

Θ	*k*	Θ	*k*	Θ	*k*	Θ	*k*
5	0,13	30	0,71	70	1,13	120	1,05
15	0,26	50	1,03	90	1,07	160	1,02

Для закруглений трубопровода с углом поворота φ коэффициент ζ можно определить по формуле Вейсбаха:

$$\zeta = \left[0{,}131 + 0{,}163 (d/r)^{3{,}5}\right] \varphi/90,$$

где d – диаметр трубы; r – радиус скругления.

Различные запорные устройства и тройники также представляют собой местное сопротивление. Значения коэффициентов для них определяются по справочникам.

С помощью уравнения Бернулли решается большинство задач практической гидрогазодинамики. Особое внимание необходимо уделять определению полных потерь, которые складываются из линейных потерь $h_{дл}$ и потерь на местные сопротивления $h_{м}$.

3.4 Трубопроводы – устройство, предназначенное для транспортировки жидких, газообразных или сыпучих веществ

Гидравлический расчёт простого трубопровода. При расчёте трубопровода решаются три основные задачи (рис. 3.8).

1. Определяется перепад (потери) напора, необходимый для пропуска заданного расхода жидкости.
2. Рассчитывается расход жидкости при заданном перепаде напора.
3. Вычисляется оптимальное сечение трубопровода.

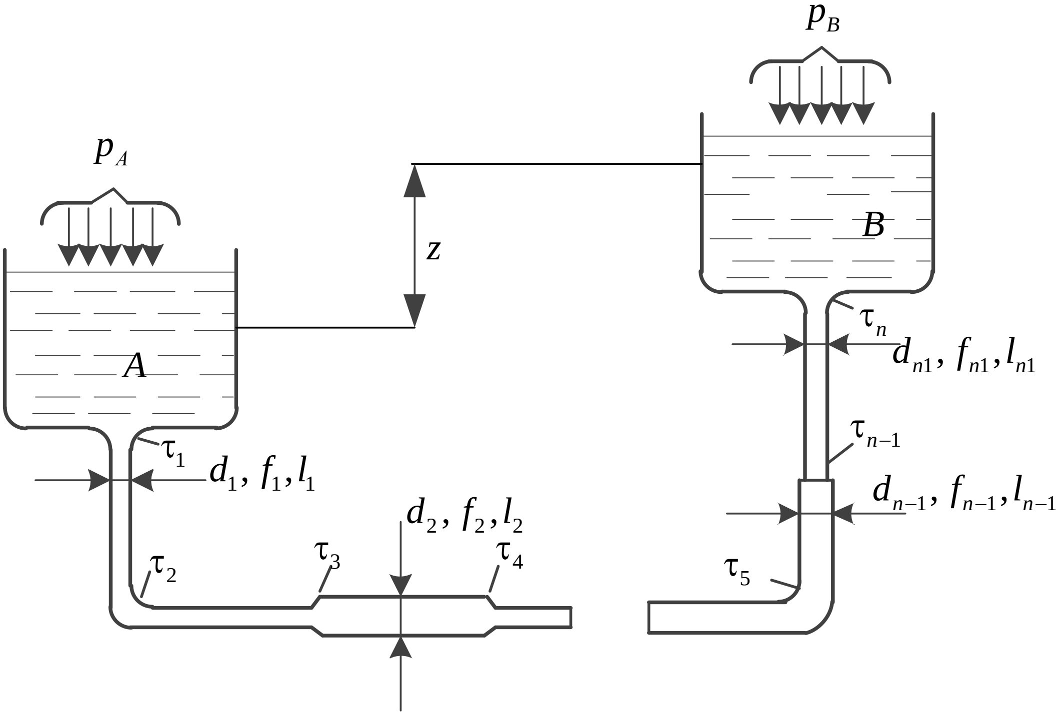


Рис. 3.8 – Схема простого трубопровода

Рассмотрим трубопровод из n участков труб с коэффициентами трения f_1, f_2,…, f_n и диаметрами d_1, d_2,…, d_n, длинами l_1, l_2,…, l_n. Пусть также имеется n местных сопротивлений с коэффициентами $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n$.

Если по трубопроводу поднимают воду на высоту z, то при стационарном течении полная потеря напора составит

$$\Delta H = \frac{P_A - P_B}{\rho g} = z + \sum_{i=1}^{n} f_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_{k=1}^{m} \xi_k \frac{v_k^2}{2g}. \qquad (3.26)$$

Формула (3.40) справедлива при условии, что резервуары достаточно большие (по сравнению с трубами), поэтому можно считать жидкость в них покоящейся и пренебречь начальным и конечным динамическими напорами. Если в формуле (3.26) z <0, это означает, что точка потребления воды находится ниже точки ее забора.

Выразив с помощью уравнения неразрывности $v_1 A_1 = = v_2 A_2 = ... = v_n A_n$ все скорости v_i через одну, например v_1, получим

$$\Delta H = \frac{P_A - P_B}{\rho g} = z + \frac{v_i^2}{2g} \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i l_i}{d_i} \left(\frac{A_1}{A_i} \right)^2 + \sum_{k=1}^{m} \xi_k \left(\frac{A_1}{A_k} \right)^2 \right].$$

Если выражение в квадратных скобках обозначить через $\zeta_{сист}$, то

$$\Delta H = \left(p_A - p_в \right) / (\rho g) = z + \zeta_{сист} v_1^2 / (2g). \qquad (3.27)$$

Так как $Q = v_1 A_1$, то формулу (3.27) можно записать в виде

$$\Delta H = \left(p_A - p_в \right) / (\rho g) = z + \zeta_{сист} Q^2 \Big/ \left(2g A_1^2 \right). \qquad (3.28)$$

Решив уравнение (3.28), найдем

$$Q = \frac{A_1}{\sqrt{\xi}} \sqrt{2g\left(\Delta H - z \right)}. \qquad (3.29)$$

Формулы (3.28) и (3.29) решают первую и вторую задачи.

Решение третьей задачи сводится к определению оптимального диаметра трубопровода при заданном расходе жидкости. Подачу заданного объёма жидкости можно осуществить через трубопроводы различных диаметров. Чем меньше диаметр трубопровода, тем меньше потребуется металла на его изготовление и соответственно снизится стоимость. Однако при заданном расходе жидкости с уменьшением диаметра трубопровода увеличивается скорость течения, а, следовательно, растут потери напора, так как потери напора пропорциональны квадрату скорости течения жидкости.

Таким образом, для прокачивания жидкости по трубопроводу малого диаметра потребуются более дорогие насосы, создающие более высокое давление и потребляющие больше энергии. Экономия стоимости трубопровода одновременно приводит к удорожанию насосной установки и повышению эксплуатационных расходов. Поэтому решение задачи по выбору диаметра трубопровода требует не только технических, но и экономических расчётов. Выразив площадь A через диаметр d, можно записать

$$Q = vA = v\pi d^2/4,$$

откуда

$$d = \sqrt{4d/v\pi}, \tag{3.30}$$

где d – внутренний диаметр трубопровода, м; Q – расход жидкости, $м^3/с$; v – скорость жидкости, м/с.

Различные исследования показали, что оптимальный диаметр трубопровода соответствует скорости течения жидкости порядка 1 м/с.

3.5 Гидравлический удар

Гидравлический удар характеризуется резким скачком давления в системе, заполненной жидкостью, с быстрым изменением скорости ее потока за короткий промежуток времени. Зачастую основной причиной возникновения гидроудара в системе является резкое перекрытие трубопровода запорной арматурой либо внезапный пуск или остановка насоса. Наличие воздушных пробок также служит первостепенной причиной появления гидроудара. Изменение давления и скорости потока при этом имеет волновой характер. Скорость и напор в системе могут, как стремительно повышаться, так и понижаться. В зависимости от скорости и напора различают положительный гидроудар, который возникает при увеличении давления в трубопроводе от его резкого перекрытия либо включения насоса; отрицательный – при снижении давления из-за открытия запорных устройств либо отключения насосного оборудования. В особенности ощутимый ущерб приходится на уплотнительные элементы и фланцевые прокладки, именно они в первую очередь дают течь. Гидроудар наиболее опасен в местах резких переходов с одного сечения трубы на другое, так как давление в точке преграды резко увеличивается, а в месте расширения трубы, наоборот, резко уменьшается, что порождает ударную волну. Если давление в системе окажется больше допустимого, то на данном участке трубопровода возможно нарушение его целостности.

При гидравлическом ударе в жидкости возникает чередующийся процесс резкого повышения и понижения давления, который из-за вязкости жидкости быстро затухает.

По формуле Н.Е. Жуковского перепад давлений при полной остановке жидкости в месте возникновения гидравлического удара определяется как

$$\Delta p = \rho v c, \tag{3.31}$$

где ρ (кг/м^3) – плотность жидкости; v (м/с) – скорость жидкости до установки задвижки; c (м/с) – скорость распространения ударной волны, которая обычно близка к скорости распространения звука в данной жидкости.

При неполном гидроударе фронт ударной волны не только меняет направление своего движения, но и частично проходит далее сквозь не закрытую до конца задвижку.

Чем выше сжимаемость жидкости, тем ниже скорость распространения ударной волны в ней, а следовательно, и значение Δp в формуле (3.31). Кроме того, некоторая деформация трубы при гидравлическом ударе также снижает его значение. Тем не менее, скачок давления при гидравлическом ударе очень большой (от 1 до 10 Мпа).

Для предотвращения или ослабления гидравлического удара необходимо плавно открывать и закрывать запорные устройства на трубопроводе. При плавной регулировке давление в трубопроводе будет выравниваться постепенно, а ударная волна окажется незначительной.

3.6. Истечение жидкостей из отверстия и насадки

Истечение жидкостей из отверстий. Применим уравнение Бернулли к истечению жидкости из небольшого отверстия в дне широкого сосуда (рис. 3.9, *а*). Примем условия:

– сосуд открыт и истечение происходит в атмосферу;

– вся жидкость в сосуде представляет собой единую трубку тока, начинающуюся на свободной поверхности жидкости и заканчивающуюся в выходном отверстии;

– площадь выходного отверстия A_0;

– давление на свободную поверхность жидкости и давление в среде, куда вытекает жидкость, равны атмосферному давлению p_0;

– принимаем $H = z$;

– пренебрегаем скоростью жидкости на свободной поверхности.

Представим уравнение Бернулли для двух сечений трубки тока (свободной поверхности 1–1 и выходного отверстия 2–2):

$$H + p_0/(\rho g) = p_0/(\rho g) + v_0^2/(2g),$$

где H – геометрический напор в центре отверстия; v_0 – скорость течения жидкости в выходном отверстии.

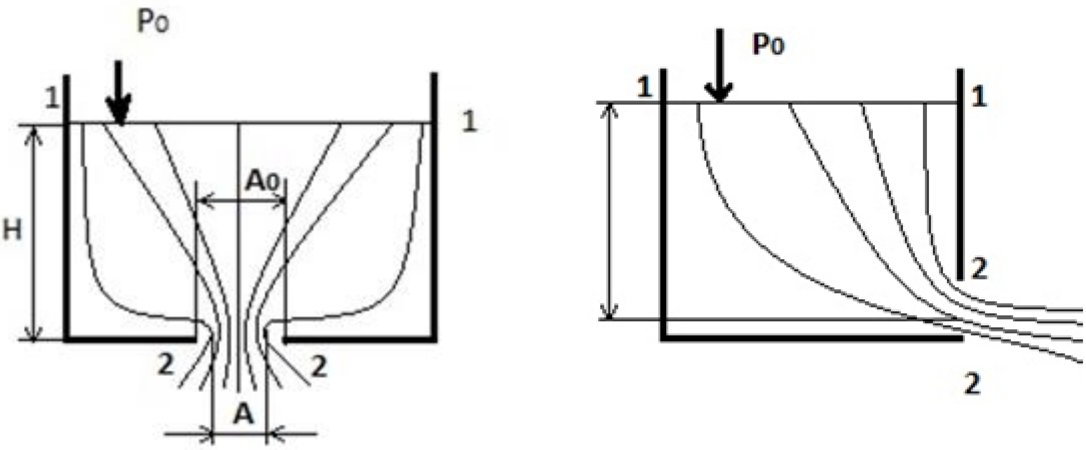
Из этого уравнения получается формула, определяющая скорость истечения жидкости. Она называется формулой Торричелли и выражает скорость истечения идеальной жидкости из отверстия:

$$v_0 = \sqrt{2gH}$$

или

$$Q_0 = A_0\sqrt{2gH}. \tag{3.32}$$

Если происходит истечение жидкости через отверстие в боковой стенке сосуда (рис. 3.9, *б*), которое так мало, что давление по его сечению можно считать постоянным, то приведённые выше рассуждения остаются справедливыми и для этого случая.



а – Истечение жидкости из отверстия в дне сосуда

б – Истечение жидкости через отверстие в боковой стенке

Рис. 3.9 – Истечение жидкости через отверстия

Из формулы Торричелли следует, что скорость истечения жидкости из отверстия одинакова для всех жидкостей и зависит лишь от высоты, с которой жидкость опустилась. Она равна скорости свободного падения тела с той же высоты. Для реальных жидкостей скорость будет меньше, она зависит от формы, размера отверстия и вязкости жидкости.

При расчёте скорости и расхода реальной жидкости необходимо учесть два следующих фактора:

– выходное отверстие является местным сопротивлением для вытекающей среды;

– площадь A живого сечения вытекающей струи несколько меньше площади A_0 отверстия в стенке, потому что частицы жидкости при входе в отверстие не могут резко изменить направление своего движения.

Влияние первого фактора учитывается коэффициентом скорости $\psi < 1$:

$$v = \psi\sqrt{2gH} = \psi v_0. \tag{3.33}$$

Для воды в среднем ψ = 0,97.

Второй фактор учитывается коэффициентом сжатия струи α, причём

$$A = \alpha A_0. \tag{3.34}$$

Для воды можно считать в среднем α = 0,67.

Из формул (3.33) и (3.34) следует

$$Q = \alpha\psi A_0\sqrt{2gH} = \alpha\psi Q_0 = \mu Q_0, \tag{3.35}$$

где $\mu = \alpha\psi$ – коэффициент расхода.

Истечение жидкости через насадки. На практике часто требуется увеличить коэффициент расхода, добиться сохранения формы струи (гидромонитор, брандспойт и т. П.). Для этой цели применяют различные насадки (рис. 3.21).

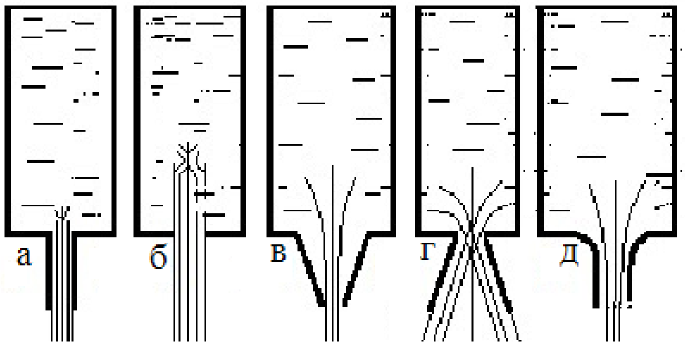


Рис. 3.10 – Основные типы насадок: *а* и *б* – внешний и внутренний цилиндрические; *в* и *г* – сходящийся и расходящийся; *д* – криволинейного очертания, имеющий форму сжатой струи

При течении жидкости в конце насадки поток полностью занимает ее сечение (рис. 3.11, сечение 2–2), поэтому при коэффициенте сжатия α = 1 коэффициент расхода $\mu = \psi$.

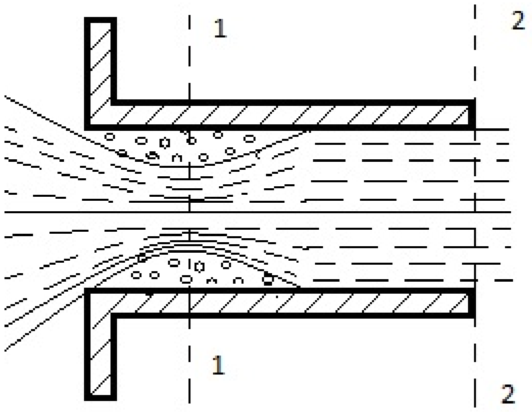


Рис. 3.11 – Поток в цилиндрической насадке

При входе в насадку образуется застойная зона (рис. 3.11, сечение 1–1): диаметр струйки уменьшается, создаётся область пониженного давления, жидкость подсасывается в насадки, вследствие чего возрастает коэффициент расхода $\mu = \psi$.

Наличие застойной зоны приводит к дополнительным потерям на трение в жидкости, поэтому коэффициент скорости ψ в насадках не превышает значения 0,97 для случая истечения из отверстия в тонкой стенке.

В таблице 3.3 приведены значения расхода $\mu = \psi$ для насадок, показанных на рисунке 3.10.

Таблица 3.3 – Коэффициент расхода для насадок разного типа

Тип насадки	μ	Тип насадки	μ
Внешний цилиндрический	0,82	Расходящийся конический с наклоном образующих к оси 5°	0,57
Внутренний цилиндрический	0,71	Коноидальный (по форме сжатой струи	0,97
Сходящийся конический с наклоном образующих к оси 5°	0,92		

Примеры задач по разделу «Гидродинамика»

Пример задачи № 1 По трубе диаметром $d = 20$ см под напором движется минеральное масло с температурой $t = 30\ ^\circ\text{C}$ Определить критическую скорость и расход, при котором происходит смена режимов движения жидкости. График зависимости кинематического коэффициента вязкости жидкости от температуры показан на рисунке 3.13.

.

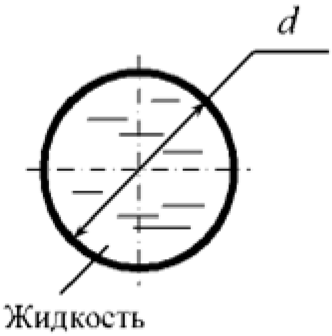


Рис. 3.12

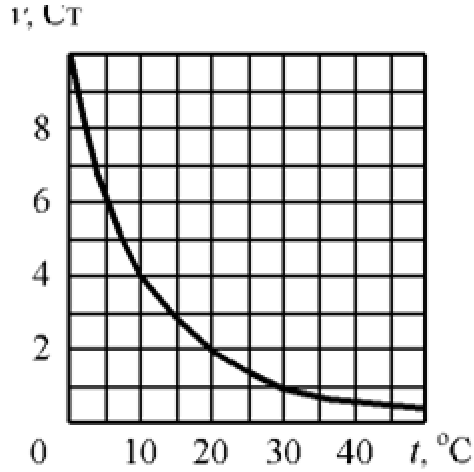


Рис. 3.13

Решение:

Смена режимов произойдет при скорости, соответствующей критическому числу Рейнольдса. Для круглых напорных трубопроводов расчет выполняется по критическому числу Рейнольдса, приведенному к диаметру трубопровода,

$$\text{Re}_{d\text{кр}} = \frac{\upsilon_{\text{кр}} d}{\nu},$$

$$\upsilon_{\text{кр}} = \frac{\text{Re}_{d\text{кр}} \nu}{d}.$$

По графику при температуре $t = 30\ ^\circ\text{C}$ находим вязкость масла $\nu = 1\ \text{Ст} = 10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с}$. Подставляя значения величин в основных единицах измерения системы СИ, получим

$$\upsilon_{кр} = \frac{2320 \cdot 10^{-4}}{0{,}2} = 1{,}16 \text{ м/с.}$$

Площадь живого сечения трубопровода

$A = \pi d^2/4$

Тогда

$$Q = \upsilon \frac{\pi d^2}{4} = 1{,}16 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2^2}{4} = 0{,}0364 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Пример задачи 2. Определить режим потока воды в цилиндрической трубе диаметром d=0,3 м. при скорости движения v=1,8м/с.

Решение:

$Re = vd/\nu = 1{,}8 \cdot 0{,}3/10^{-6} = 5{,}4 \cdot 10^5$

Ответ: $5{,}4 \cdot 10^5$

Пример задачи 3. Мазут температурой 110 °С движется под напором в трубе диаметром 20 см. Определить расход, при котором происходит смена режимов движения жидкости. Вязкость мазута при 110 °С равна ν = 1Ст. = 10^{-4} м^2/с.

Решение:

$Re_{кр} = v_{кр} \cdot d/\nu$; $v_{кр} = Re_{кр} \cdot \nu/d$; $v_{кр} = 2320 \cdot 10^{-4}/0{,}2 = 1{,}16$ *м/сек.*

$Q = v \cdot A = v \cdot \pi d^2/4 = 0{,}0364$ м^3/с

Ответ $0{,}0364$ *м^3/с*

Пример задачи 4. По трубопроводу с внутренним диаметром d =200 мм движется вода с расходом Q = 80 м^3/ч при температуре t =20 °С (плотность ρ = 998 кг/м^3, кинематический коэффициент вязкости ν=0,001 Па·с). Определите скорость и режим движения воды в трубопроводе. Ответ введите с точностью до второго знака после запятой.

Решение:

$Q = v \cdot A = v \cdot \pi d^2/4$; $v = 4Q/\pi d^2 = (4 \cdot 80)/(3600 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2^2) = 0{,}71$ м/сек.

Ответ: 0,71 м/сек

Режим турбулентный .

Пример задачи 5. В трубопроводе диаметром D = 75 мм, течёт вода температурой t = 14 ºС. Расход воды составляет $Q_в$ = 20 м^3/ч. Вязкость $\mu = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Плотность ρ = 1000 кг/ м^3. Определить режим течения жидкости.

Решение.
Сначала по расходу определим скорость потока:
$Q_в = v \cdot A$, A – площадь сечения трубопровода.
$V = Q_в / A$, $= (5{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 4)/(3{,}14 \cdot 0{,}075^2) = 1{,}27$ м/с,
$Re = (v \cdot d \cdot \rho)/\mu = (1{,}27 \cdot 0{,}075 \cdot 1000)/ 1{,}2 \cdot 10^{-3} \approx 80000$
Ответ: Режим течения турбулентный.

Пример задачи 6. Труба, по которой течет вода, имеет переменное сечение. Определить скорость во втором сечении, если скорость в первом сечении $v_1 =$ 0,05 м/с; $d_1 = 0{,}2$ м; $d_2 = 0{,}1$м.
Решение:

Из уравнения неразрывности потока следует:

$$v_2 = v_1 \cdot S_1/S_2 = v_1 \cdot d_1^2/ d_2^2 = 0{,}05 \cdot 0{,}2^2/0{,}1^2 = 0{,}2 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 0{,}2$ м/с.

Пример задачи 7. По трубопроводу диаметром d = 150 мм перекачивается нефть плотностью ρ = 800 кг/м^3 в количестве 1200 т. в сутки. Определить секундный объемный расход нефти Q и среднюю скорость ее течения v.
Решение:
Предварительно находим секундный массовый расход:

$$Q_m = (1200 \cdot 10^3)/(24 \cdot 3600) = 13{,}9 \text{ кг/с}.$$

Следовательно, секундный объемный расход равен:

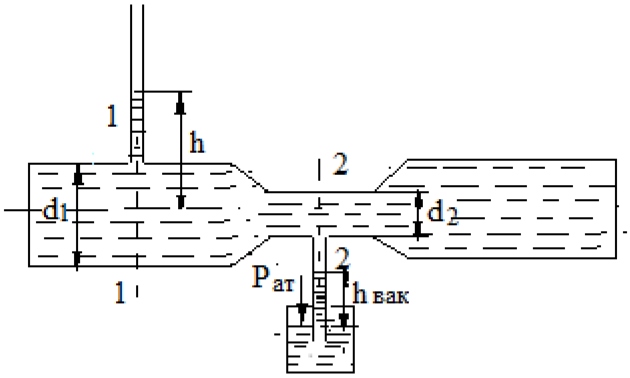
$$Q = Q_m/\rho = 13{,}9/800 = 0{,}01737 \text{ м}^3\text{/с}.$$

По уравнению расхода:

$$v = Q/A = Q/(\pi d^2/4) = (4 \cdot 0{,}017{,}37)/(3{,}14 \cdot 0{,}15^2) = 0{,}98 \text{ м/с}.$$

Ответ: 0,98 м/с.

Пример задачи 8. Определить, на какую высоту поднимется вода в трубке, один конец которой присоединен к суженному сечению трубопровода, а другой конец опущен в воду. Расход воды в трубе Q = 0,025 м^3/с; избыточное давление p_1 = 49 кПа; диаметры d_1 = 100 мм и d_2 = 50 мм. Потерями напора пренебречь.



Решение:

Уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 относительно оси трубы при
$\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ имеет вид:

$$p_1/\rho g + v_1^2/2g = p_2/\rho g + v_2^2/2g.$$

Учитывая, что $h_{вак.} = p_2/\rho g$, $v_1 = 4Q/\pi d_1^{\ 2}$ и $v_2 = 4Q/\pi d_2^{\ 2}$, ~~то~~ получим:

$$h_{вак.} = p_1/\rho g + [(4^2Q^2)/2g\,\pi^2]\cdot(1/d_1^4 - 1/d_2^4),$$

$h_{вак.} = 49\cdot10^3/1000\cdot9{,}8 + [(16\cdot0{,}025^2)/(2\cdot9{,}8\cdot3{,}14^2)]\cdot(1/0{,}1^4 - 1/0{,}05^4) = 2{,}76$ м.

Полученная высота – вакуумметрическая высота.

Ответ: На высоту $h_{вак.}$ = 2,76 м поднимется вода в трубке.

Пример задачи 9. Определите расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром d = 3 см в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия H = 1 м, кинематическая вязкость воды при t = 20 ºC составляет $\nu = 10^{-6}$ м^2/с (коэффициент скорости φ = 0,98; коэффициент расхода μ = 0,59). Ответ введите с точностью до одного знака после запятой.

Решение: Определяем число Рейнольдса, характеризующее истечение без учета коэффициента скорости φ:

$Re = v_{кр}\cdot d/\nu = (d\cdot\sqrt{2gH})/\nu = 0{,}03\cdot(\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot1})/10^{-6} = 133000.$

При $Re = 133000$ коэффициент скорости φ = 0,98; коэффициент расхода μ = 0,59

Скорость истечения воды из отверстия будет равна:

$v_c = \varphi\sqrt{2gH} = 0{,}98\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot1} = 4{,}3$ м/с.

Расход вытекающей из отверстия воды будет равен:

$Q = \mu\cdot S\cdot\sqrt{2gH} = 0{,}59\cdot(3{,}14\cdot0{,}03^2)/4\cdot\sqrt{2\cdot9{,}81\cdot1} = 1{,}91$ л/с

Ответ: v = 4,3 м/с

Q = 1,9 л/с

4. Насосы и вентиляторы

4.1 Основные понятия о насосах

Насосы – гидравлические машины, предназначенные для перемещения жидкостей под напором.

Преобразуя механическую энергию приводного двигателя в энергию движущейся жидкости, насосы поднимают жидкость на определенную высоту, подают ее на необходимое расстояние в горизонтальной плоскости или заставляют циркулировать в какой-либо замкнутой системе. Насос – гидравлическая машина, преобразующая энергию приводного двигателя в потенциальную энергию давления и кинетическую энергию движущейся жидкости.

К основным параметрам насосов относятся пять величин: производительность Q, напор H, высота всасывания $h_{вс}$, мощность N и коэффициент полезного действия η.

Производительность Q *(м^3/с)* – объём жидкости, подаваемый насосом в нагнетательную линию в единицу времени.

В гидродинамике мы использовали понятие объёмного расхода V, которое аналогично производительности насоса.

Напор H (м). С точки зрения энергетики, **напор** – это избыточная удельная энергия, которую насос сообщает единице веса жидкости.

С инженерной точки зрения, **напор** – это высота, на которую насос может поднять (закачать) жидкость.

Изобразим схему простейшей насосной установки, например для перекачивания воды из колодца (рис. 4.1). Чтобы перекачать жидкость из нижнего резервуара 4 по всасывающей 3 и нагнетательной 2 трубам в напорный бак 1, двигатель должен сообщить жидкости необходимую энергию, т. е. создать напор насоса.

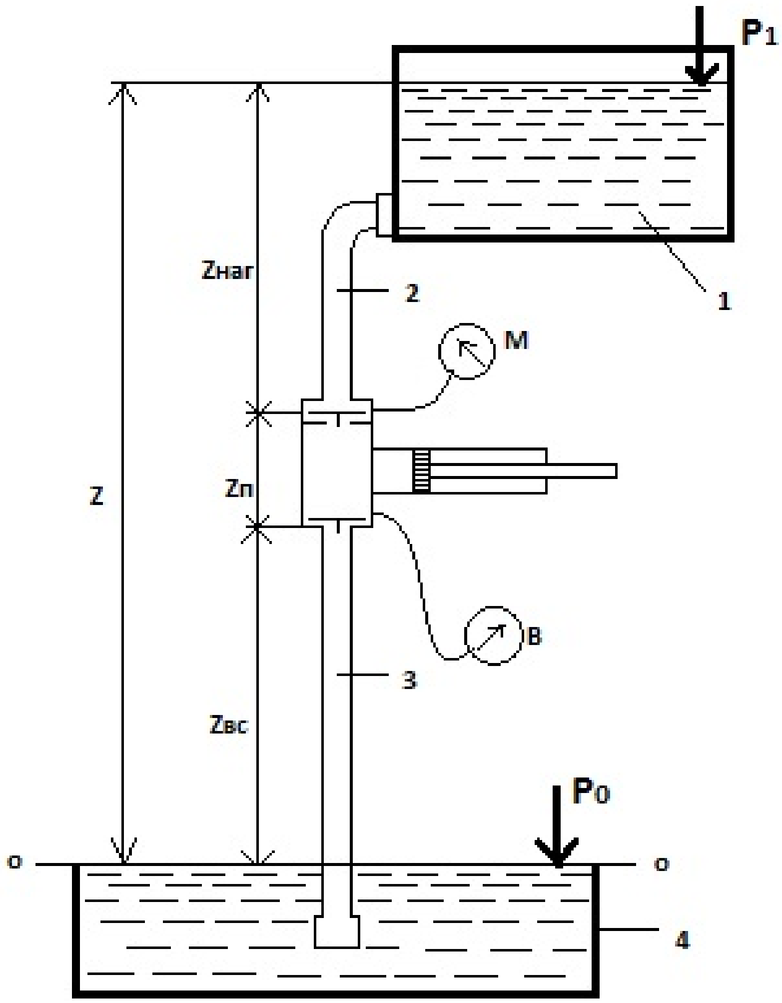


Рис. 4.1 – Поршневой насос

Напор действующего насоса, который называется ***манометрическим***, определяют по показаниям манометра (М) и вакуумметра (В) насосной установки по формуле

$$H = h_{\text{ман}} + h_{\text{вак}} + z_0 + \left(v_{\text{наг}}^2 - v_{\text{вс}}^2\right) \big/ (2g), \tag{4.1}$$

где $h_{\text{ман}}$ и $h_{\text{вак}}$ – показания соответственно манометра и вакуумметра, м; z_0 – расстояние между точками присоединения манометра и вакуумметра, м; $\left(v_{\text{наг}}^2 - v_{\text{вс}}^2\right) \big/ (2g)$ – разность скоростных напоров во всасывающем и нагнетательном трубопроводах, м.

Разностью скоростных напоров ввиду её малости пренебрегают. Тогда формула (4.1) принимает вид

$$H = h_{\text{ман}} + h_{\text{вак}} + z_0. \tag{4.2}$$

Из формулы (4.2) видно, что манометрический напор насоса равен сумме показаний манометра и вакуумметра в метрах водяного столба плюс вертикальное расстояние между точками присоединения манометра и вакуумметра. При подборе насоса (см. рис. 4.1) его напор определяют по следующей формуле:

$$H=(p_1-p_0)/(\rho g)+z_{вс}+z_{наг}+z_0+h_{сопр}, \quad (4.3)$$

где $z_{вс}$ – высота всасывания, м; $z_{наг}$ – высота нагнетания, м; $h_{сопр}=h_{вс}+h_{наг}$ – общая потеря напора на преодоление гидравлического сопротивления во всасывающем и нагнетающем трубопроводах, м; p_0 и p_1 – давление соответственно на входе в насос и на выходе из него, м; ρ – плотность прокачиваемой жидкости, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Так как $z_{вс}+z_{наг}+z_0=z$, то формулу (4.3) можно записать в виде

$$H=(p_1-p_0)/(\rho g)+z+h_{сопр}. \quad (4.4)$$

Высота всасывания. На свободную поверхность жидкости в нижнем резервуаре действует атмосферное давление p_0 (см. рис. 4.1).

Чтобы жидкость из приёмного резервуара поднялась по всасывающей трубе на высоту $z_{вс}$ и заполнила рабочую камеру насоса, необходимо создать в ней разрежение. При этом в рабочей камере действует остаточное абсолютное давление $p_{вс}<p_0$.

Мощность и КПД насоса. При подаче объёма *V* жидкости на высоту *H* насос совершает полезную работу, измеряемую в джоулях:

$$W=V\rho gH. \quad (4.5)$$

Полезная мощность (в ваттах) определяется по формуле

$$N_{пол} = QH\rho g \quad (4.6)$$

где Q – объёмный расход жидкости, м^3/с.

Однако полезная работа насоса сопровождается дополнительными потерями энергии, затрачиваемой:

– на преодоление гидравлического сопротивления в самом насосе, что учитывается гидравлическим КПД η_t;

– на утечку части жидкости из рабочей камеры, которая учитывается объёмным КПД $\eta_{об}$;

– на преодоление трения в механизмах насоса, что учитывается механическим КПД $\eta_{мех}$.

Обычно полный КПД насоса $\eta = 0,6–0,85$. Меньшие значения η относятся к насосам малой мощности (примерно до 5 кВт), а большие – к насосам больших мощностей.

Мощность, потребляемая насосом (в ваттах), определяется по формуле

$$N_{нас} = N_{пол}/\eta = Q\rho gH/\eta. \tag{4.7}$$

Классификация насосов. По принципу действия, а также по конструктивным особенностям насосы подразделяют на лопастные, объёмные и струйные.

4.2 Лопастные насосы

Характеристика насоса. Подача насоса, напор и потребляемая насосом мощность изменяются при изменении частоты вращения. При этом его рабочая характеристика также изменяется и может быть получена пересчётом: подачу нужно изменить пропорционально первой степени частоты вращения, напор – пропорционально квадрату частоты вращения, мощность – пропорционально кубу частоты вращения:

$$Q_2/Q_1 = n_2/n_1; \tag{4.8}$$

$$H_2/H_1 = n_2^2/n_1^2; \tag{4.9}$$

$$N_2/N_1 = n_2^3/n_1^3. \tag{4.10}$$

На рисунке 4.1 приведены типичные кривые изменения напора H, мощности N и КПД η в зависимости от подачи насоса Q при постоянной частоте вращения n.

Характеристика центробежного насоса показывает, что напор, развиваемый при постоянной скорости вращения вала и рабочего колеса, не остаётся постоянным, а изменяется в зависимости от подачи насоса. Так, например, для насоса, характеристика которого приведена на рисунке 4.1, наибольший напор $H_{макс}$ соответствует расходу жидкости Q. При дальнейшем увеличении расхода Q напор H, развиваемый насосом, постепенно уменьшается.

Если на нагнетательном трубопроводе закрыть задвижку, подача жидкости центробежным насосом прекращается, $Q = 0$. При этом, как показывают кривые характеристики, незначительно понижается и напор насоса H.

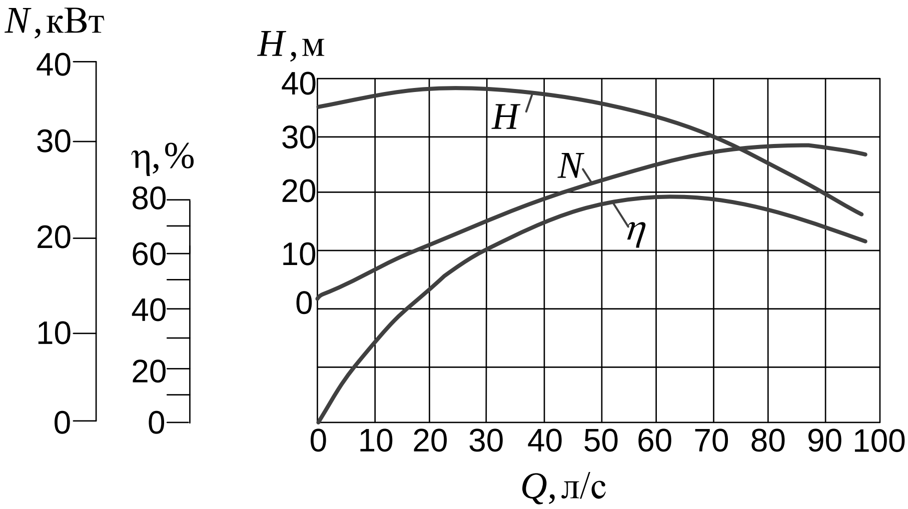


Рис. 4.1 – Характеристика центробежного насоса

Вместе с изменением подачи насоса и соответствующим изменением напора изменяется мощность *N*, потребляемая насосом, а также его КПД.

Минимальная мощность, потребляемая насосом при полной закрытой задвижке на нагнетательном трубопроводе, соответствует так называемому холостому ходу, т. е. работе насоса при $Q = 0$. При $Q = 0$ и КПД = 0. В этом случае полезной работы по перемещению жидкости насос не совершает, а затрачиваемая мощность холостого хода целиком расходуется на преодоление механических потерь от всех видов трения в насосе (трение в подшипниках и уплотнениях вала, трение жидкости, заполняющей корпус насоса, о лопатки и т. п.).

На рисунке 4.1 видно, что наиболее высокий КПД порядка 79–80% достигается для данного насоса при вполне определённом расходе жидкости – $Q = 65$ л/с, дальнейшее уменьшение или увеличение расхода жидкости приводит к понижению КПД насоса. Это показывает, что, пользуясь характеристикой насоса, можно выбрать режимы, когда насос будет работать при высоких значениях КПД, т. е. наиболее экономично потреблять энергию. По расходу жидкости и значениям КПД можно также судить о целесообразности использования насоса в заданных условиях.

Используя зависимости (4.8)–(4.10) и зная характеристику насоса при определённой частоте вращения n_1, всегда можно построить его характеристику при другой частоте n_2.

Основное уравнение центробежного насоса. Это уравнение позволяет теоретически определить характеристику насоса.

На рисунке 4.2 приведена общая схема канала рабочего колеса центробежного насоса. Поток жидкости из нижнего резервуара со скоростью c_0 поднимается к рабочей камере. Затем жидкость направляется в канал колеса, увеличивая при этом скорость до величины $c_1 > c_0$, а относительно колеса жидкость движется со скоростью $w_{1.}$

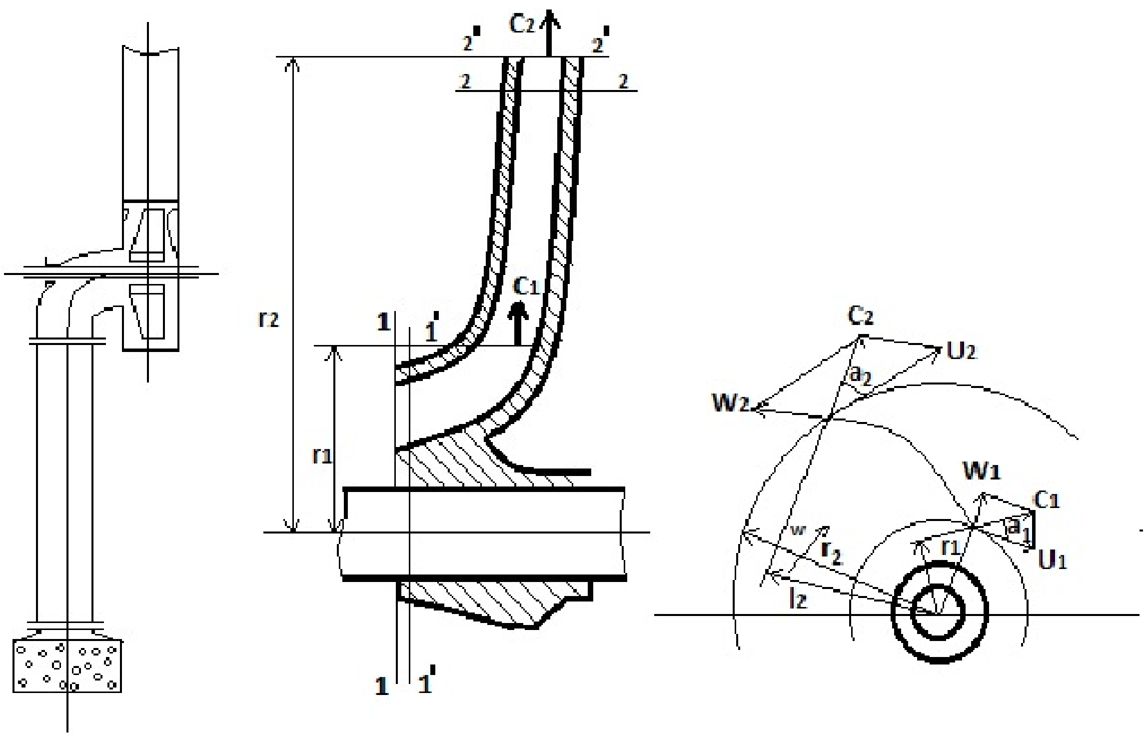


Рис. 4.6 – Схема канала рабочего колеса центробежного насоса

Допустим, что в каждом канале колеса движется одна элементарная струйка, траектория которой повторяет контур лопатки. Частицы жидкости в элементарной струйке, двигаясь по каналу, изменяют свою скорость не только по направлению, но и по величине. С точки зрения кинематики это происходит по двум причинам: во-первых, жидкость движется относительно лопатки, во-вторых, само колесо вращается, т. е. лопатка движется относительно подводящего и отводящего патрубков. В результате скорость c частиц жидкости относительно покоящихся частей насоса складывается (векторно) из скорости w жидкой частицы относительно лопатки и скорости u той точки вращающейся лопатки, к которой примыкает данная жидкая частица. Таким образом,

$$c = w + u. \tag{4.11}$$

Равенство (4.11) выражает хорошо известное правило векторного сложения скоростей и справедливо для любой точки канала, в частности и на входе, и на выходе из него. Геометрически формуле (4.11) соответствует известное правило параллелограмма (треугольника векторов).

Поскольку движение колеса вращательное, то скорость u направлена по касательной к колесу (см. рисунок 4.6), а её величина связана с угловой скоростью ω известным соотношением

$$u = \omega r = 2\pi r, \tag{4.12}$$

где r – расстояние рассматриваемой точки (жидкой частицы) от центра колеса, м; ω – частота вращения колеса, об/с.

Что касается скорости w, то её направление для данного колеса также известно и согласно сделанному допущению определяется направлением лопатки в данной точке. Итак, в треугольнике векторов c, w, u (из кинематики и геометрии лопатки) определяются одна сторона и угол. Чтобы определить скорость жидкости на выходе из насоса, остаётся найти ещё один элемент треугольника скоростей. Недостающую связь и даёт основное уравнение центробежного насоса, которое устанавливает соотношение между скоростями на входе и выходе и создаваемым напором H.

Для вывода этого уравнения воспользуемся известным из динамики законом изменения момента количества движения (момента импульса), согласно которому для любой механической системы скорость изменения момента количества движения L относительно некоторой оси равна моменту M внешних сил, приложенных к системе:

$$dL/dt = M. \tag{4.13}$$

В рассматриваемом случае стационарного течения элементарной струйки по каналу колеса её момент количества движения меняется под действием момента внешних сил, приложенных к струйке со стороны стенок канала.

Пусть в момент времени t элементарная струйка занимает положение между сечениями 1 – 1 и 2 – 2 (см. рисунок 4.6), тогда за время dt к моменту $t' = t + dt$ вся рассматриваемая жидкость переместится в новое положение между сечениями $1' - 1'$ и $2' - 2'$.

Обозначим через L и L' моменты количества движения всей струйки во время t и t' соответственно и отметим индексами $1 - 1'$, $1' - 2$ и $2 - 2'$ моменты количеств движения жидкости между соответствующими сечениями. Тогда согласно рисунку 4.6 можно записать

$$L = L_{1-1'} + L_{1'-2}; \; L' = L_{1'-2} + L_{2-2'}.$$

Отсюда изменение момента количества движения струйки

$$dL = L' - L = L_{2-2'} - L_{1-1'}. \tag{4.14}$$

Смысл этого равенства нетрудно понять. Здесь, как и при выводе уравнения Бернулли, средняя часть струйки между сечениями $1' - 1'$ и 2 – 2 не вносит вклад в изменение момента количества движения всей струйки.

Физически это связано с тем, что при стационарном течении в каждой точке участка от $1'-1'$ и $2-2$ скорости жидких частиц во все моменты времени совпадают, а следовательно, совпадают и их моменты количества движения. На участок $1-1'$ поступают новые частицы жидкости, в то время как с участка $2-2'$ жидкость уходит. Поэтому вклад в изменение L всей струйки дают моменты количества движения $L_{2-2'}$ и $L_{1-1'}$ жидкости только на этих двух участках, что и показывает уравнение (4.14).

Далее, масса dm жидкости на участке $1-1'$ согласно уравнению неразрывности (3.3) равна массе на участке $2-2'$:

$$dm = \rho q dt,$$

где q – расход жидкости в канале колеса, м^3/с.

Обозначим через c_1 и c_2 скорости жидкости на входе и выходе из канала, т. е. на участках $1-1'$ и $2-2'$ соответственно. Тогда векторы $K_{1-1'}$ и $K_{2-2'}$ количество движения (импульсов) жидкости на соответствующих участках можно записать в виде

$$\begin{aligned} K_{1-1'} &= c_1 dm = c_1 \rho q dt, \\ K_{2-2'} &= c_2 dm = c_2 \rho q dt. \end{aligned} \tag{4.15}$$

Момент количества движения материальной точки по определению равен произведению её количества движения K на плечо l. В рассматриваемом случае имеем

$$\begin{aligned} L_{1-1'} &= K_{1-1'} l_1 = c_1 l_1 \rho q dt, \\ L_{2-2'} &= K_{2-2'} l_2 = c_2 l_2 \rho q dt. \end{aligned} \tag{4.16}$$

Как видно из рисунка 4.6, $l_1 = r_1 \cos\alpha_1$ и $l_2 = r_2 \cos\alpha_2$, где α_1 – угол между c_1 и u_1, а α_2 – угол между c_2 и u_2. Подставляя выражения для l_1 и l_2, из равенств (4.16) и (4.14), находим

$$dL = \left(c_2 r_2 \cos\alpha_2 - c_1 r_1 \cos\alpha_1\right) \rho q dt.$$

Разделив обе части на dt, получим

$$dL/dt = \left(c_2 r_2 \cos\alpha_2 - c_1 r_1 \cos\alpha_1\right) \rho q. \tag{4.17}$$

Выражение в правой части равенства (4.17) согласно закону изменения момента количества движения (4.13) следует приравнять моменту внешних сил M. Момент M удобно выразить через угловую скорость ω и мощность N, подводимую насосом струйке:

$$M = N/\omega.$$

Это равенство вместе с формулами (4.17) и (4.13) даёт

$$N = \left[c_2 (r_2\omega) \cos\alpha_2 - c_1 (r_1\omega) \cos\alpha_1\right] \rho q. \tag{4.18}$$

Согласно формуле (4.12) величины $r_2\omega$ и $r_1\omega$ – это окружные скорости u_2 и u_1 внешней и внутренней точек колеса. Поэтому формула (4.18) примет вид

$$N = (c_2 u_2 \cos\alpha_2 - c_1 u_1 \cos\alpha_1)\rho q. \qquad (4.19)$$

Кроме того, мощность N можно выразить по формуле (4.6)

$$N = qH\rho g.$$

Сравнивая формулу (4.16) и (4.19), получим уравнение центробежного насоса

$$H = (c_2 u_2 \cos\alpha_2 - c_1 u_1 \cos\alpha_1)/g. \qquad (4.20)$$

Формула (4.20) в самом общем виде выведена Л. Эйлером в XVIII веке для определения теоретического напора колеса. Она справедлива для всех лопастных машин: водяных, паровых и газовых турбин, центробежных насосов, вентиляторов и турбокомпрессоров.

В обычных центробежных насосах жидкость входит в канал рабочего колеса в радиальном направлении, т. е. при $\alpha_1 = 90^{\circ}$, поэтому второй член правой части уравнения (4.20) равен нулю, и оно принимает вид

$$H_T = (c_2 u_2 \cos\alpha_2)/g. \qquad (4.21)$$

Однако напор, развиваемый насосом, меньше теоретического вследствие расхода части напора на преодоление гидравлических сопротивлений при протекании жидкости через колесо насоса. Действительный напор насоса принимают равным теоретическому H_T, умноженному на гидравлический КПД $\eta_г$:

$$H_T = \eta_г (c_2 u_2 \cos\alpha_2)/g. \qquad (4.22)$$

Значение гидравлического КПД $\eta_г$ зависит от конструкции рабочего колеса, плавности входа потока на его лопатки, чистоты обработки поверхностей проточных частей насоса, размеров колеса и других факторов. Для современных крупных насосов, используемых в промышленности, гидравлический КПД имеет значения 0,85–0,95.

4.3 Объёмные насосы

4.3.1 Поршневые насосы. Расчёт производительности поршневого насоса

Производительностью *или* ***подачей поршневого насоса*** называют количество жидкости, перекачиваемое насосом за один двойной ход поршня в единицу времени.

Среднюю производительность (подачу) насоса обозначают Q и выражают в объемных единицах, отнесенных к секунде или часу (л/с; м^3/с, м^3/ч).

Подачу (м^3/с) поршневого насоса одностороннего действия определяют по формуле

$$Q = \alpha \frac{A_1 nsi}{60},$$

где α – коэффициент подачи; A_1 – площадь сечения поршня, м^2; s – ход поршня, м; n – число двойных ходов поршня или число оборотов вала в минуту, об/мин; i – число цилиндров.

Коэффициент подачи α учитывает утечку жидкости из насоса через клапаны и другие неплотности, а также приток воздуха в камеру с перекачиваемой жидкостью, снижающий её наполнение. Обычно α = 0,85–0,96. Меньшие значения α принимаются для быстроходных насосов.

В насосах двустороннего действия рабочий объём полости цилиндра, в которой находится шток уменьшается на величину объёма, занимаемого штоком. Подачу (м^3/с) такого насоса определяют по формуле

$$Q = \frac{\alpha(2A_1 - A_2) nsi}{60}, \qquad (4.23)$$

где A_1 – площадь сечения поршня, м^2; A_2 – площадь сечения штока, м^2.

Если сравнивать два насоса, имеющих одинаковые площади сечения и одинаковые ходы поршней, то их подачи будут зависеть от скоростей движения поршней. Чем быстрее движется поршень, тем больше жидкости всасывается в цилиндр насоса и подаётся из него в нагнетательный резервуар за единицу времени.

Однако с увеличением скорости поршня сокращается время заполнения цилиндра жидкостью и соответственно уменьшается коэффициент подачи α, а следовательно, снижается подача. Поэтому частота вращения вала поршневых насосов ограничена.

4.3.4 Расчёт высоты всасывания

Рассмотрим процесс всасывания жидкости поршневым насосом простого действия без колпака (см. рис. 4.1). На свободную поверхность жидкости в нижнем резервуаре действует атмосферное давление p_0. Чтобы жидкость из приемного резервуара поднялась по всасывающей трубе на высоту $z_{вс}$ и заполнила рабочую камеру насоса, необходимо создать в ней разрежение. Разрежение в камере создается поршнем при его движении слева направо (ход всасывания). Вследствие образовавшейся разности давлений $p_0 - p_{вс}$, где $p_{вс}$ – остаточное абсолютное давление в рабочей камере насоса, создается напор $\left(p_0 - p_{вс}\right)/\rho g$, выраженный в метрах столба жидкости. Часть этого напора затрачивается на подъем жидкости во всасывающем тракте на высоту $z_{вс}$. Остальная часть напора расходуется на преодоление всех сопротивлений, встречающихся на пути всасываемой жидкости.

Запишем основное уравнение процесса всасывания в поршневых насосах и рассмотрим неизбежные потери напора при всасывании:

$$\frac{p_0 - p_{вс}}{\rho g} = z_{вс} + \frac{v^2}{2g} + h_{сопр} + h_{кл} + h_{ин}, \tag{4.24}$$

где $\frac{v^2}{2g}$ напор, расходуемый на сообщение жидкости, движущейся за поршнем, скорости *v*, равной скорости движения поршня; $h_{сопр}$ – напор, теряемый на преодоление всех сопротивлений во всасывающем трубопроводе (в сумму сопротивлений входят отдельные местные сопротивления и сопротивления трению); $h_{кл}$ – напор, расходуемый на преодоление сопротивления открыванию всасывающего клапана; $h_{ин}$ – напор, расходуемый на преодоление инерции движущегося столба жидкости длиной $l_{вс}$, равной высоте всасывания $z_{вс}$.

Инерционный напор выражается следующей формулой:

$$h_{ин} = \frac{l_{вс}}{g}\frac{A}{A_{вс}}j, \tag{4.25}$$

где A – площадь сечения поршня, м^2; $A_{вс}$ – сечение всасывающей трубы, м^2; j – ускорение поршня, м/сек^2; g – ускорение свободного падения, 9,81м·с$^{-2}$.

В начальный момент движения поршня, когда v = 0 и $h_{сопр} = 0$, создается наибольшее разрежение в цилиндре. В это время величина инерционного напора принимает максимальное значение

$$h_{ин}^{макс} = \frac{l_{вс}}{g}\frac{A}{A_{вс}}\omega^2\left(1 + \frac{r}{s}\right), \tag{4.26}$$

где r – радиус кривошипа, м; s – длина шатуна; ω – угловая скорость вращения вала об/мин., или 1/с.

Максимально допускаемая высота всасывания жидкости в начальный момент движения поршня определяется выражением

$$z_{вс} = \frac{p_0 - p_{вс}}{\rho g} - \frac{l_{вс}}{g}\frac{A}{A_{вс}}\omega^2 r\left(1 + \frac{r}{s}\right) - h_{кл}. \tag{4.27}$$

Из формулы (4.27) видно, что высота всасывания быстро уменьшается с увеличением угловой скорости, а следовательно, и с увеличением числа оборотов вала насоса.

Полезная работа L (Дж), совершаемая насосом при подаче объема V (м^3) жидкости на высоту H, рассчитывается по формуле

$$L = V\rho g. \tag{4.28}$$

Следовательно, полезная мощность насоса (Вт)

$$N_{пол} = QH\rho g, \tag{4.29}$$

где Q – секундный расход жидкости, м^3/с.

Полный КПД насоса η равен произведению перечисленных:

$$\eta = \eta_{гидр}\eta_{об}\eta_{мех}.$$

Обычно полный КПД насоса η = 0,6–0,85. Меньшие значения η относятся к насосам малой мощности (примерно до 5 кВт), а большие – к насосам больших мощностей.

Мощность (кВт), потребляемая насосом, вычисляется по формуле

$$\frac{N_{пол}}{\eta} = \frac{Q\rho g H}{\eta \cdot 1000}.$$

стали, отдельные элементы – из прочного пластика. Для герметизации элементов внутренней конструкции используются прокладки, изготовленные из резины и силикона.

Производительность (м^3/мин) винтового насоса определяется по формуле

$$Q_m = 4eDTn/60,$$

где e – значение эксцентриситета между сечением винта и статора, м; D – диаметр сечения винта, м; T – шаг двухзаходного винта, м; n – частота вращения винта, мин$^{-1}$.

Винтовые насосы используют для перекачивания пара, газа, их смесей и жидкостей различной степени вязкости. Впервые шнековые насосы были внедрены в производство в 1936 году. Их простая конструкция позволяет работать при наличии механических примесей с вязкими флюидами при давлении до 30 МПа. Установки винтовых насосов в больших количествах используются в скважинах по добыче метана из угольных пластов для откачивания из них воды.

Винтовые насосы применяют в приводах некоторых металлорежущих станков и прессов как вспомогательные для создания больших подач при холостом ходе, а также в установках для охлаждения и фильтрации рабочей жидкости.

С целью повышения качества уплотнений и снижения числа утечек в шнековых насосах применяются конический или цилиндрический эластичные корпуса. Конический винт надёжно прижимается пружиной и давлением перекачиваемой жидкости, что значительно сокращает утечки. Однако насосы с эластичным корпусом выдерживают куда меньшее давление, чем их аналоги с металлическими корпусами.

Наиболее распространённый вид шнековых насосов – трёхвинтовые насосы. На практике они нашли широкое применение.

Трёхвинтовые насосы способны работать с высоким числом оборотов – 3000–6000 об/мин и выше. Диапазон значений подач у них очень широк – имеются малые насосы, развивающие подачу примерно 3 л/мин, и большие – до 6000 л/мин.

Рабочие давления у трехвинтовых насосов с подачей до 100 л/мин могут достигать 10–25 МПа, а у больших типоразмеров рабочее давление не превышает 4–6,3 МПа.

4.6 Основные понятия о вентиляторах

Вентиляторами называют механические устройства, предназначенные для перемещения воздушных потоков в системах вентиляции, для пневматического транспортирования аэросмесей по трубопроводам, подачи воздуха в топки котельных установок, плавильные и сушильные печи, для отсасывания дымовых газов, а также для охлаждения оборудования и устройств. Вентиляторы получили широкое применение практически во всех отраслях промышленности и в сельском хозяйстве.

По конструктивным особенностям и принципу действия вентиляторы разделяют на осевые (аксиальные), диагональные, радиальные (центробежные), диаметральные (тангенциальные или перекрестные) и безлопастные.

В зависимости от создаваемого избыточного давления вентиляторы подразделяют на три группы:

– низкого давления – до 1 кПа;

– среднего давления – от 1 до 3 кПа;

– высокого давления – от 3 до 15 кПа.

Это разделение является условным, так как в зависимости от частоты вращения рабочего колеса один и тот же вентилятор может быть отнесён к одной из двух других групп.

По составу перемещаемой среды и условиям эксплуатации вентиляторы подразделяют на:

– обычные, которые могут перемещать воздух (газ) с температурой до 80 °С;

– коррозионно-стойкие, стойкие к воздействию влаги, не образуется ржавчина

– термостойкие, перемещающие воздух с температурой выше 80 °С;

– пылевые для запылённого воздуха (твёрдые примеси в количестве более 100 мг/м^3).

В зависимости от способа соединения крыльчатки и электродвигателя различают вентиляторы:

– с непосредственным соединением с электродвигателем;

– с соединением на эластичной муфте;

– с клиноременной передачей;

– с регулирующей бесступенчатой передачей.

По месту установки вентиляторы делят на:

– обычные – устанавливаются на специальной опоре (раме, фундаменте);

– канальные – устанавливаются непосредственно в воздуховоде;

– крышные – устанавливаются непосредственно на кровле.

Основные характеристики вентиляторов:

– расход воздуха, м^3/ч;

– полное давление, Па;

– частота вращения, об/мин;

– потребляемая мощность, затрачиваемая на привод вентилятора, кВт;

– коэффициент полезного действия, который включает механические потери мощности на различные виды трения в рабочих органах вентилятора, а также объёмные потери в результате утечек через уплотнения и аэродинамические потери в проточной части вентилятора;

– уровень звукового давления, дБ. Уровни звукового давления в воздуховоде могут измеряться со стороны всасывания и нагнетания, а также в окружающей среде.

Вентиляторы применяются в системах принудительной приточно-вытяжной и местной вентиляции зданий и помещений, для обдува нагревательных и охлаждающих элементов в устройствах обогрева и кондиционирования воздуха, а также для обдува радиаторов охлаждения различных устройств. В закрытых системах они могут использоваться для перекачки газов.

Рассмотрим принцип работы и расчёт основных характеристик широко применяемого в промышленности центробежного вентилятора.

Центробежные вентиляторы работают на том же принципе, что и центробежные насосы.

Напор, создаваемый центробежным вентилятором, определяется основным уравнением центробежного насоса (4.20).

Напор центробежного вентилятора, его подача и потребляемая мощность зависят от частоты вращения колеса. С увеличением частоты вращения колеса от n_1 до n_2 пропорционально возрастает подача от Q_1 до Q_2:

$$Q_2/Q_1 = n_2/n_1.$$

Соответствующие напоры газа H_2 и H_1, как и в центробежных насосах, пропорциональны отношению квадратов частот вращения колеса центробежного вентилятора:

$$H_2/H_1 = n_2^2/n_1^2.$$

Мощности N_2 и N_1, потребляемые вентилятором при разных частотах вращения, пропорциональны отношению кубов частот вращения:

$$N_2/N_1 = n_2^3/n_1^3.$$

Мощность, потребляемую вентилятором, определяют по формуле

$$N_{вен} = QH\rho g/\eta,$$

где Q – подача вентилятора, м^3/с; H – полный напор, м; η – полный КПД вентилятора; ρ – плотность, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Примеры задач по разделу «Насосы и вентиляторы»

Пример задачи №1. Определить мощность насоса, перекачивающего воду Q = 100 л/с, если показания манометра и вакуумметра равны соответственно $p_м = 2{,}45 \cdot 10^5$ Па; $p_{вс} = 0{,}49 \cdot 10^5$ Па. Принимаем, что $v_{вс} = v_н$ и $\eta = 0{,}9$.

Решение.

Определяем напор насоса:

$H = (p_н - p_{вс})/\rho g = [(2{,}45+0{,}49) \cdot 10^5]/(10^3 \cdot 9{,}8) \approx 30$ м.

Полезную мощность насоса определяем по формуле:

$N_n = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1 \cdot 30 \approx 3 \cdot 10^4$ Вт =30 кВт.

Мощность двигателя определяем по формуле:

$N_{дв.} = N_n/\eta = 33{,}33$ кВт.

Ответ: 33,33 кВт

Пример задачи №2. Определить мощность двигателя к насосу $Q = 0{,}15$ м^3/с, если геометрическая высота всасывания $H_{вс.}= 3$ м, потери напора на всасывания $h_{\omega вс} = 0{,}9$ м, на нагнетании $h_{\omega наг} = 7{,}2$ м, полный КПД насоса 0.83, высота подъёма воды 65 м. Пусковой момент k =1,05.

Решение.

Определяем полный напор насоса:

$H = 3 + 0{,}9 + 7{,}2 + 65 = 76{,}1$ м.

Мощность на валу насоса:

$N = (\rho \cdot g \cdot Q \cdot H)/1000\, \eta = (1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}15 \cdot 76{,}1)/1000 \cdot 0{,}83 = 135$ кВт.

Мощность электродвигателя с учётом пускового момента:

$N_{дв.} = 142$ кВт.

Ответ: 142 кВт

Пример задачи №3. Определите манометрический напор H водяного насоса, если манометр на нагнетательном патрубке присоединён ниже вакуумметра на $z_0 = 0{,}7$ м и показывает давление $p_{ман} = 1{,}2 \cdot 10^6$ Па. Вакуумметр на всасывающем патрубке показывает давление $p_{вак} = 0{,}4 \cdot 10^5$ Па. Патрубки напорного и всасывающего трубопроводов имеют одинаковые диаметры. Ответ введите с точностью до одного знака после запятой.

Решение:

$H = (p_{ман} - p_{вак})/\rho\, g - z_0 = (12+0{,}4)10^5/(10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 1) - 0{,}7$

Ответ: 125,7 м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Физические свойства жидкости

Задача 1.1. В отопительной системе (котел, радиаторы и трубопроводы) небольшого дома содержится вода объемом V=0,4 м³. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд ΔV при нагревании ее от 20 до 90°С?

Ответ: ΔV= 0,014 м³.

Задача 1.2. Определить плотность бензина, если 24200 кг его занимают объем 33,5 $м^3$.

Ответ: 722 кг/$м^3$.

Задача 1.3. 23500 кг бензина при температуре 276° К занимают объем - 33,25 м3 . Какой объем будет занимать это количество бензина при температуре 290° К, если давление не изменится? Коэффициент температурного расширения бензина β t = 0,00065 1/°К

Ответ: 33,546 $м^3$.

Задача 1.4. 23500 кг бензина при температуре 15° С занимают объем 33,5 $м^3$. Какой объем будет занимать это же количество бензина при температуре 6° С? Коэффициент температурного расширения бензина β_t = 0,00065 1/°С

Ответ: 33,31 $м^3$.

Задача 1.5. В резервуар залито 15 $м^3$ нефти плотностью 800 кг/$м^3$. Сколько необходимо долить нефти плотностью 824 кг/$м^3$, чтобы плотность смеси стала равной 814 кг/$м^3$?

Ответ: 21 $м^3$

Задача 1.6. В резервуар залито 20 $м^3$ нефти плотностью 850 кг/$м^3$ и 25 $м^3$ нефти плотностью 840 кг/$м^3$. Определить плотность смеси.

Ответ: 844,4 кг/$м^3$.

Задача 1.7. 50000 кг нефти занимают объем 62 $м^3$.Определить удельный объем нефти.

Ответ: 0,00124 м ^{3}/кг.

Задача 1.8. Сосуд, объем которого 2 $м^3$, заполнен водой. На сколько уменьшится и чему станет равным объем воды при увеличении давления на $2 \cdot 10^7$ Па? Истинный модуль сжатия воды $1962 \cdot 10^{6}$ Па.

Ответ: 0,0204 $м^3$; 1,9796 $м^3$.

Задача 1.9. Определить плотность жидкости ρж, полученной смешиванием объема жидкости V_1 = 0,02 $м^3$ (20 л) плотностью ρ_1 = 900 кг/м3 и объема жидкости V_2 = 0,04 $м^3$ (40 л) плотностью ρ_2 = 970 кг/м3 .

Ответ: $\rho_ж$ = 946,7 кг/$м^3$.

Задача 1.10. Стальной трубопровод длиной l = 400 м и диаметром d = 315 мм испытывается на прочность гидравлическим способом. Определить объем воды ΔV, который необходимо подать в трубопровод за время испытаний для подъема давления от p_1 = 0,2 МПа до p_2 =6,0 МПа. Деформацию материала труб не учитывать. Модуль объемной упругости воды E принять равным 2060 МПа.

Ответ: ΔV = 0,088 $м^3$ = 88 л.

Задача 1.11. Максимальная высота заполнения цилиндрического вертикального резервуара мазутом H = 5 м, его диаметр D = 3 м. Определить массу мазута, которую можно налить в резервуар, если его температура может подняться до t_1 = 40 °С. Плотность мазута при температуре t_0 = 15°С ρ_0 = 920 кг/$м^3$. Деформацией материала стенок резервуара можно пренебречь. Коэффициент температурного расширения мазута β_t = 0,0008 1/°С.

Ответ: m =67945 кг.

Задача 1.12. Определить кинематический коэффициент вязкости трансформаторного масла плотностью ρ = 915 кг/$м^3$ при температуре t=20 °С. Динамический коэффициент вязкости μ = 0,0375 Па·с.

Ответ: $\nu = 0{,}41 \cdot 10^{-4}$ $м^2$ /с.

Задача 1.13. Определить плотность жидкости $\rho_ж$, полученной смешиванием объёма жидкости $V_х$ = 0,018 $м^3$ (18 л) плотностью $\rho_х$ = 850 кг/$м^3$ и объёма жидкости V_0 = 0,025 $м^3$ (25 л) плотностью ρ_2 = 900 кг/$м^3$.

Ответ: 879 кг/$м^3$.

Задача 1.14. Определить плотности воды и нефти при t = 4 ^oC, если известно, что 10 л воды при 4 ^oC имеют массу $m_в$=10 кг, а масса того же объема нефти равна $m_н$ = 8,2 кг.

Ответ: ρ = 820 кг/м^3 .

Задача 1.15. Цистерна диаметром *d* = 3 м и длиной *l* = 6 м заполнена нефтью плотностью 850 кг/м 3 . Определить массу нефти в цистерне.

Ответ: $m_н$ = 36 т.

Контрольные вопросы

1. Что называется жидкостью?
2. Как найти объем жидкости, плотность и масса которой известны?
3. Как определяется плотность однородной жидкости?
4. Какова связь между плотностью, удельным весом и удельным объемом?
5. Каков физический смысл коэффициента объемного сжатия жидкости?
6. Каков физический смысл коэффициента объемного расширения жидкости?
7. Какими силами обусловлено поверхностное натяжение жидкости?

2. Гидростатика

Задача 2.1. Определить полное гидростатическое давление на дно ёмкости, наполненного нефтью при температуре 80°C и плотностью 866 кг/м^3 Верх ёмкости открыт, давление на свободной поверхности атмосферное. Глубина нефти в ёмкости h = 12,0 *м.*

Ответ: p'=200045 Па.

Задача 2.2. Жидкостный манометр. В замкнутом сосуде с водой (рис. 1) абсолютное давление на свободной поверхности p = 0,122625 МПа. На какую высоту H поднимется вода в открытой трубке, сообщающейся с сосудом на глубине h = 3 м под свободной поверхностью?

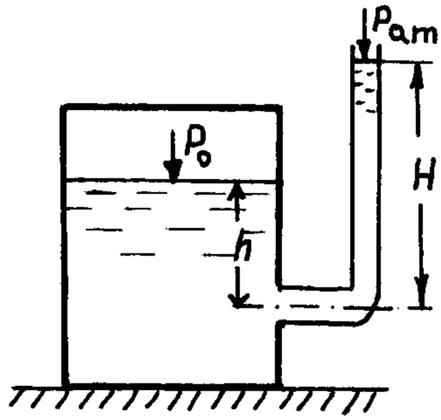


Рисунок 2.1

Ответ: H = 5,5 м

Задача 2.3. Определить давление на плоское дно вертикального сосуда , если высота столба жидкости 5 м, избыточное давление газа на поверхность жидкости составляет 0,049 Мпа. Плотность жидкости находящейся в сосуде – 800 кг/м^3.

Ответ: $88 \cdot 10^3$ Па.

Задача 2.4. Жидкостный вакуумметр. В сосуде А (рис. 2) часть воздуха выкачана и полное давление в нем p_A=0,08829 МПа. Сосуд соединен трубкой с водой резервуара В, находящейся под давлением атмосферы. Определить показания вакуумметра $H_{вак}$.

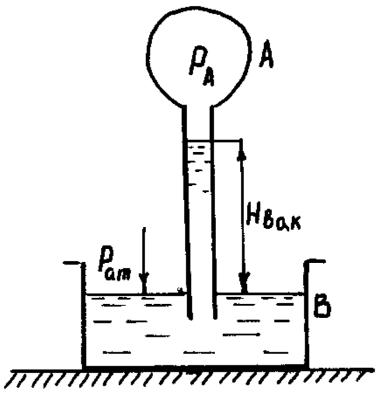


Рисунок 2.2

Ответ: $H_{вак}$ = 1 м.

Задача 2.5 Определить высоту столба воды в пьезометре над уровнем жидкости в закрытом сосуде, если абсолютное давление на поверхности воды в сосуде p_0 = 104 кПа.

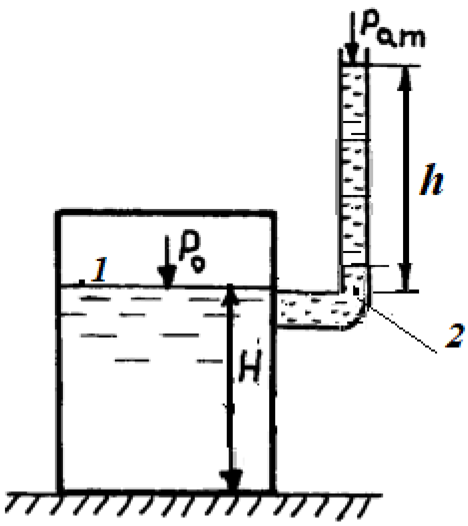


Рисунок 2.3

Ответ: 0,4 м.

Задача 2.6. При гидравлическом испытании системы объединенного внутреннего противопожарного водоснабжения допускается падение давления в течение 10 мин. на Δp = 49 кПа. Определить допустимую утечку ΔV при испытании системы вместимостью V = 80 $м^3$. Коэффициент объемного сжатия воды $\beta_v = 5 \cdot 10^{-10}$ $Па^{-1}$

Ответ: $\Delta V = 1{,}96 \cdot 10^{-3}$ $м^3$.

Задача 2.7. Определить усилие, которое развивает гидравлический пресс, имеющий d_2 = 250 мм, d_1 = 25 мм, a = 1м и b = 0,1м, если усилие, приложенное к рукоятке рычага рабочим, N = 200 Н, а КПД равен 0,8.

Ответ: F_2 = 176 кН.

Задача 2.8. По стальному трубопроводу диаметром $d = 0{,}6$ м подаётся вода под давлением p = 5 МПа. Определить напряжение в стенке трубы, если ее толщина δ = 15 мм.

Ответ: σ = 100 МПа.

Задача 2.9. Открытый вертикальный резервуар квадратного сечения со стороной a=10м наполнен водой до высоты H=2м. Определить полное давление воды на боковую стенку P1 и на дно резервуара P2, а также найти точку приложения равнодействующей силы давления на стенку.

Ответ: P_1 = 20 тн., P_2 = 200 тн., h_0=2/3 H=1,33 м.

Задача 2.10. Определить равнодействующую сил давления, действующих на криволинейную стенку, представляющую собой одну четверть боковой поверхности цилиндра радиусом *r* = 1м и длиной *l* = 1,8 м (рисунок 2.4).

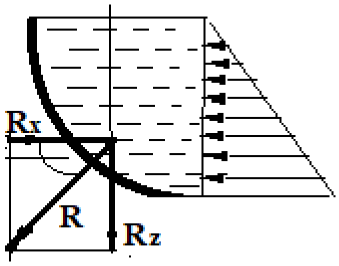


Рисунок 2.4

Ответ: F = 1670 кг.

Контрольные вопросы

1. Что следует понимать под относительным покоем?
2. Что следует понимать под абсолютным покоем?
3. Что такое массовые (объёмные) силы?
4. Что такое поверхностные силы?
5. Дайте определение среднему гидростатическому давлению.
6. Назовите свойства гидростатического давления.
7. Назовите единицы измерения давления.
8. Напишите уравнение равновесия жидкости Эйлера.
9. Как трактуется закон Паскаля?
10. Опишите принцип работы гидравлического пресса.
11. Опишите принцип работы гидравлического аккумулятора.
12. Определите гидростатическое давление и равнодействующую силу, направленную на плоскую стенку.
13. Определите равнодействующую силу, направленную на криволинейную стенку.
14. Определите равнодействующую силу, направленную на стенки цилиндрических сосудов и труб.
15. Как трактуется закон Архимеда?

3. Гидродинамика

Задача 3.1. Определить гидравлический радиус канала трапецеидального сечения (рис. 3.1) при следующих размерах: ширина по верху водной поверхности AD = 4 м, ширина по низу BC = 1 м, глубина воды h = 1 м. 40

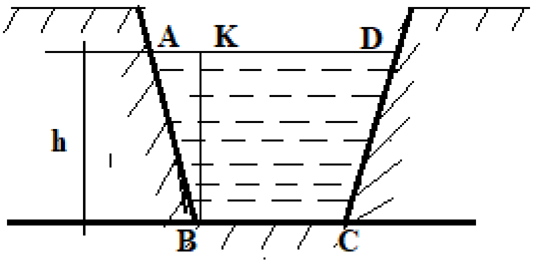


Рисунок 3.1

Ответ: 0,54 м.

Задача 3.2. По трубопроводу диаметром 270×10 мм перекачивается вода с расходом 150 $м^3$ /час. Определить скорость воды в трубе и режим её движения.

Ответ: v = 0,85 м/с,

Re = 212075. Режим турбулентный.

Задача 3.3. По полностью затопленному трубопроводу перекачивается жидкость со скоростью v = 0,2 м/с. Определить расход жидкости Q, если гидравлический радиус R = 0,015 м.

Ответ: Q = 0,56 л/с.

Задача 3.4. Из отверстия в тонкой стенке диаметром d=0,005 м вытекает вода, имеющая температуру 20ºC. Определить расход воды и сравнить с расходом глицерина, вытекающего в тех же условиях. Высота уровня жидкости над центром отверстия H=0,05 м. При 20 ºC $\nu_{воды}=1,01\cdot 10^{-6}$ м²/с, $\nu_{глицерина} = 1,19\cdot 10^{-3}$ м²/с. Коэффициент расхода при истечении воды $\mu_{воды} = 0,66$, глицерина $\mu_{глицерина} = 0,376$

Ответ: $Q_{воды} = 12,8\cdot 10^{-6}$ $м^3/с$, $Q_{глицерина} = 7,3\cdot 10^{-6}$ $м^3/с$.

Задача 3.5. По трубопроводу диаметром d = 150 мм перекачивается нефть плотностью ρ = 800 кг/м^3 в количестве 1200 т. в сутки. Определить секундный объемный расход нефти Q и среднюю скорость ее течения.

Ответ: v = 0,56 л/с

Задача 3.6. Труба, по которой течет вода, имеет переменное сечение. Определить скорость во втором сечении, если скорость в первом сечении v_1 = 0,05 м/с; d_1=0,2 м; d_2=0,1м.

Ответ: v_2 = 0,2 м/с.

Задача 3.7. Определить число Рейнольдса и режим движения воды в водопроводной трубе диаметром d = 300 мм при расходе Q = 0,136 м^3 /с и температуре воды 10 ºС ($\nu = 1{,}306 \cdot 10^{-6}$ м^2 /с).

Ответ: Re = 441041. Режим движения воды турбулентный.

Задача 3.8. Определить расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром d = 3 см в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия H = 1 м, кинематическая вязкость воды при t = 20 ºС составляет $\nu = 10^{-6}$ м^2 /с. (коэффициенты скорости φ и расхода μ: φ = 0,98; μ = 0,59).

Ответ: v_c = 4,3 м/с,

Q = 1,91 л/с.

Задача 3.9. При движении воды через расходомер Вентури разность показаний пьезометров h = 120 см (рис. 3.2). Отношение площадей живых сечений широкой к узкой части S_1/S_2 = 12 , площадь живого сечения широкой части S_1 = 314 см^2 . Коэффициент расхода μ = 0,92. Чему равен расход воды, проходящей через расходомер?

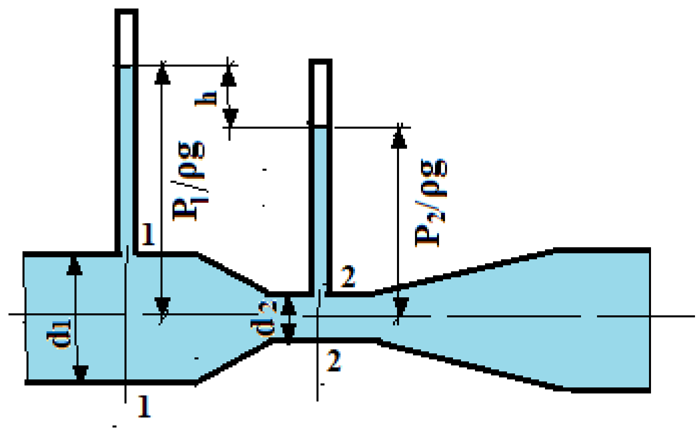


Рисунок 3.2

Ответ: Q = 12,4 л/с.

Задача 3.10. Определить расход метана в газопроводе диаметром d = 800 мм, если скорость газа v = 15 м/с , абсолютное давление p = 5 МПа, а температура 20 ^{o}C. Универсальная газовая постоянная метана R = 518,3 Дж/(кг·К).

Ответ: m Q_m = 246,8 кг/с.

Задача 3.11. Стальной трубопровод длиной l = 300 м и диаметром D = 500 мм испытывается на прочность гидравлическим способом. Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в трубопровод за время испытания для подъема давления от p1 = 0,1 МПа до p2 = 5 МПа. Расширение трубопровода не учитывать. Объемный модуль упругости воды E = 2060 МПа.

Ответ: ΔV = 0,14 м^3

Задача 3.12. Определить расход воды Q через круглое отверстие в тонкой боковой стенке мерного бака диаметром D = 1 м, если диаметр отверстия d = 5 см и постоянный напор над его центром тяжести H = 1,5 м, принимаем коэффициент расхода μ = 0,62.

Ответ: Q = 6,5 л/с.

Контрольные вопросы

1. Какие параметры характеризуют перемещающуюся жидкость?
2. Что такое линия тока?
3. Дайте определение живого сечения трубки.
4. Дайте определение уравнения неразрывности течения.
5. Что в гидрогазодинамике считают потоком?
6. Дайте определение установившемуся и неустановившемуся движению жидкости.
7. Чему равен гидравлический радиус?
8. Дайте определение ламинарного (послойного) режима течения жидкости.
9. Дайте определение турбулентного режима течения жидкости.
10. Напишите формулу для определения числа Рейнольдса.

11. Напишите уравнение Бернулли. Каков геометрический смысл уравнения?

12. Напишите уравнение Бернулли для потока реальной жидкости.

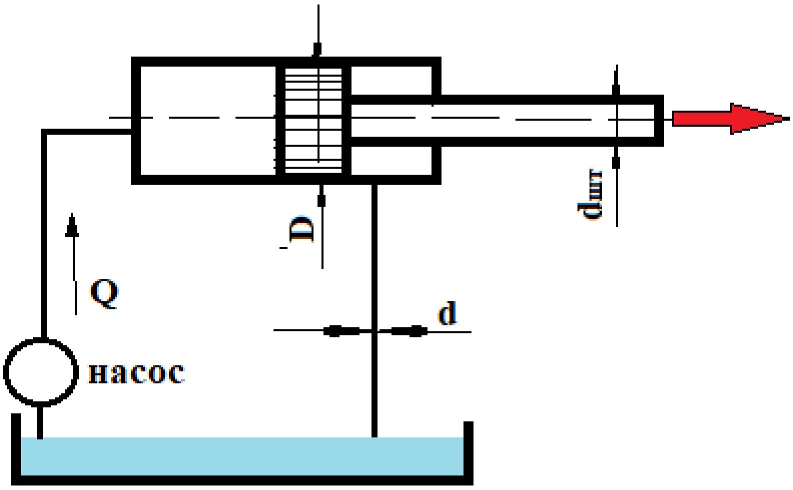
13. Из каких потерь состоит полная потеря напора?

14. Чем характеризуется гидроудар как процесс?

15. Напишите и охарактеризуйте уравнение Торричелли для идеальной жидкости.

4. Насосы

Задача 4.1. Определить скорость движения жидкости в подводящей линии и скорость поршня, если известны: диаметр трубопровода – d = 0,012 м, диаметр поршня D = 0,07м, подача насоса $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ $м^3/с$. Потери напора в местных сопротивлениях не учитывать.



Ответ: $v_{жид.} = 15{,}04$ м/с, $v_{поршня} = 0{,}44$ м/с.

Задача 4.2. Определить скорость перемещения поршня в гидроцилиндре, если диаметр поршня равен d = 0,2 м, а объёмная подача жидкости из напорной магистрали Q = 0,01 $м^3/с$.

Какое усилие можно получить на штоке поршня, если давление р в системе равно 2 МПа? Потери на трение и объемные потери не учитывать.

Ответ: $v_п = 0{,}318$ м/с,

F = 62800 Н ≈ 6,28 т.

Задача 4.3. Задача 4.3. После сжатия воды в цилиндре под поршнем давление в ней увеличилось на 3 кПа. Необходимо определить конечный объем V_2 воды в цилиндре, если ее первоначальный объем составлял V_1 = 2,55 л. Коэффициент объемного сжатия воды $\beta = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$ $Па^{-1}$.

Ответ: V_2 = 2,25000320625Ч10^{-3} $м^3$ = 2,2500032625 л, т. е. изменился ничтожно мало.

Задача 4.4. При частоте вращения вала 1000 $мин^{-1}$ центробежный насос потребляет 4 кВт энергии, подает 20 литров воды в секунду (Q_1) под напором 10 метров. Определить, как изменятся рабочие параметры насоса, если частоту вращения вала увеличить до 3000 $мин^{-1}$.

Ответ: Q_2 = 60 л/с, $H_2 \approx 17{,}3$ м, N_2 = 11,95 кВт.

Задача 4.5. Определите, какую мощность должен иметь электродвигатель привода водяного насоса, если насос при подаче $Q = 0{,}05$ $м^3/с$ создает напор $H = 40$ м, а его полный КПД $\eta = 0{,}6$.

Ответ: $N_{ЭД}$ = 32,7 кВт.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение производительности *Q* насоса. Назовите единицы измерения производительности.
2. Дайте определение напора *H* насоса. Назовите единицы измерения напора.
3. Дайте определение работы и мощности насоса. Дайте определение КПД насоса.
4. Опишите принцип действия центробежного насоса.
5. Что такое кавитация?
6. Опишите принцип работы осевого насоса.
7. Опишите принцип работы поршневых насосов.
8. Как устроен шестерённый насос?
9. Опишите устройство и принцип работы винтового насоса.
10. Изложите принцип работы крыльчатых насосов.
11. Опишите принцип работы струйных насосов.
12. Как разделяют вентиляторы по конструктивным особенностям и принципу действия?
13. Что представляет собой осевой (аксиальный) вентилятор?
14. Опишите принцип работы диагонального (канального) вентилятора.
15. Опишите принцип работы радиального (центробежного) вентилятора.

Заключение

Гидрогазодинамика представляет собой теоретическую дисциплину, изучающую вопросы, связанные с механическим движением жидкости в различных природных и техногенных условиях. Поскольку жидкость (и газ) рассматриваются как непрерывные и неделимые физические тела, то гидрогазодинамику часто рассматривают как один из разделов механики, так называемых сплошных сред, к каковым принято относить и особое физическое тело – жидкость.

В пособии рассмотрены основные законы равновесия и движения жидкостей и газов и применение этих законов к решению практических инженерных задач. Рассмотрены технические характеристики насосов и вентиляторов. Рассмотрены примеры решения задач по определению этих характеристик.

При изучении материала необходимо особое внимание уделять практическому применению законов гидростатики и гидродинамики, техническим характеристикам насосов и вентиляторов

Настоящее методические указания является теоретической базой для студентов всех направлений и уровней подготовки. Законы гидростатики и гидрогазодинамики, основные принципы работы гидрооборудования и гидропривода широко применяются в производственных процессах разных отраслей: при разработке месторождений полезных ископаемых, в энергетике, металлургии, лесной промышленности, на транспорте, строительстве, при проектировании систем водоснабжения и водоотведения, при проведении аварийно-спасательных работ и т. д.

Список основных принятых сокращений

d – внутренний диаметр трубопровода;
E – объемный модуль упругости;
F – сила давления;
G – сила тяжести;
g – ускорение свободного падения;
H – напор;
h – глубина расположения точки или сечения;
пот h – потери напора;
h_l – kbytqyst потери напора;
$h_м$ – местные потери напора;
l – длина трубопровода;
m – масса;
p – давление;
Q – объемный расход жидкости;
Re – число Рейнольдса;
S – площадь;
T – сила внутреннего трения;
V – объем;
v – скорость движения жидкости;
z – геометрическая высота;
α – коэффициент кинетической энергии (коэффициент Кориолиса);
γ – объемный вес;
Δp – потери давления;
λ – коэффициент путевых потерь (Дарси);
μ – динамический коэффициент вязкости;
ν – кинематический коэффициент вязкости;
ρ – плотность;
τ – касательные напряжения.

Рекомендуемая литература

1. Никитин, О. Ф. Гидравлика и гидропневмопривод : учебное пособие / О. Ф. Никитин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : МГТУ им. Баумана, 2012. — 430 с. — ISBN 978-5-7038-3591-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/106279 (дата обращения: 29.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Плужников, С. Основы гидравлики и теплотехники / С. Плужников, О. Брюханов. – М.: Академия, 2011. – 240 с.

3. Трофимова Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов/ Т. И. Трофимова.- 18-е изд,, стереотип. - М: Академия, 2010. – 557 с.

4. Ткаченко, А. С. Прикладная механика. Курс лекций по гидромеханике: учеб. пособие / А. С. Ткаченко. – Томск: Том. гос. пед. ун-т, 2002. – 69 с.

5. Черняк, О. В. Основы теплотехники и гидравлики / О. В. Черняк. – М.: Высшая школа, 1969. – 311 с.

6. Черняк, О. В. Основы теплотехники и гидравлики / О. В. Черняк, Г. Б. Рыбчинская. – М.: Высшая школа, 1979. – 246 с.

7. Рабинович, Е. Ф. Гидравлика: учеб. пособие для техникумов / Е. Ф. Рабинович. – 2-е изд., испр. – М.: Гостехиздат, 1956. – 395 с.

8. Апкарьян, А. С. Гидравлика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. С. Апкарьян. – 2015. – 56 с. Электрон. текстовые дан. URL: https://edu.tusur.ru/publications/5678. (дата обращения: 02.08.2023).

9. А.С. Апкарьян. Теплофизика: учебное пособие /А.С. Апкарьян. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2021. – 196 с.

Приложения

Приложение 1

Обозначения и единицы измерения физических величин

Наименование	Обозначение	Наименование единицы измерения	Обозначение единицы измерения
Основные еденицы			
Длина	l	метр	м
Масса	m	килограмм	кг
Время	τ, t	секунда	с
Термодинамическая температура	T	кельвин	К
Температура Цельсия	t	градус Цельсия	^{0}С
Количество вещества	M	моль	моль
Производные единицы			
Площадь	A		м^2
Объём	V		м^3
Плотность	ρ		кг/м^3
Удельный объём	v		м^3/кг
Удельный вес	γ		Н/м^3
Молярная масса	μ		кг/моль
Давление	p	Паскаль	Па
Скорость	v		м/с
Скорость звука	c		м/с
Пьезометрическая высота			м
Полный напор	H		м
Геометрический напор	z		м
Массовый расход.			кг/с
Объёмная масса. Объёмный расход			м^3/с
Вес	G		кг
Сила	F	Ньютон	Н
Сила трения	f		кг/с^2 или Ньютон (Н)
Мощность	N	ватт	Вт
Количество теплоты	Q	Джоуль	Дж
Ускорение свободного падения	g		м/с^2.
Модуль упругости	E		МПа
Коэффициент	β_t		1/°С

температурного расширения			
Коэффициент объёмного сжатия	β_p		$Па^{-1}$
Динамический коэффициент вязкости	μ		Па·с
Кинематический коэффициент вязкости	ν		$м^2/с$
Шероховатость			мкм
Частота вращения	n		$с^{-1}$

Приложение 2

Единицы измерения давления

В разных областях техники используют также следующие единицы измерения давления:

– мм рт. ст. – миллиметр ртутного столба;

– мм вод. ст. – миллиметр водного столба;

– атм – физическая (нормальная) атмосфера;

– ат – техническая атмосфера;

– бар;

– кгс/см^2 – килограмм-сила на квадратный сантиметр;

– кгс/м^2 – килограмм-сила на квадратный метр.

Соотношения между некоторыми единицами давления, наиболее часто встречающиеся в технической литературе:

– 1 ат = 1 кгс/см^2;

– 1 кгс/см^2 = 98066,5 Па;

– 1 кгс/м^2 = 9,80665 Па;

– 1 Па (Н/м^2) = 0,0075006 мм рт. ст.;

– 1 Па (Н/м^2) = 0,10197 мм вод. ст.;

– 1 Па (Н/м^2) = 0,0000099 атм;

– 1 Па (Н/м^2) = 0,0000102 ат;

– 1 Па (Н/м^2) = 10 мкбар;

– 1 Па (Н/м^2) = 0,00001 бар;

– 1 атм = 760 мм рт. ст.= 101325 Па = 101,325 кПа;

– 1 ат = 98066,5 Па = 98,066 кПа = 0,1 МПа;

– 1 мм вод. ст. = 9,806 Па;

– 1 мм рт. ст. = 133,322 Па;

– 1 бар = 100 кПа = 0,1 МПа.