

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Б. А. Люшкин  
Г. Е. Уцын  
Н. Ю. Гришаева

## **ИСПЫТАНИЕ ВИТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН НА СЖАТИЕ**

Методические указания к лабораторным и самостоятельным работам  
по дисциплине «Прикладная механика»  
для студентов технических направлений подготовки и специальностей  
всех форм обучения

Томск  
2024

УДК 531  
ББК 22.2  
Л94. 2

**Рецензент:**

**Бочкарева С. А.**, доцент кафедры механики и графики ТУСУР, канд. физ.-мат. наук

**Люкшин, Борис Александрович**

Л94. 2 Испытание витых цилиндрических пружин на сжатие: методические указания к лабораторным и самостоятельным работам по дисциплине «Прикладная механика» для студентов технических направлений подготовки и специальностей всех форм обучения / Б. А. Люкшин, Г. Е. Уцын, Н. Ю. Гришаева – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024. – 13 с.

Методические указания представляют собой руководство по выполнению лабораторных и самостоятельных работ для студентов, изучающих дисциплины «Прикладная механика». В пособии рассмотрена последовательность и оформление лабораторной работы по испытанию на сжатие витых цилиндрических пружин.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим специальностям всех форм обучения.

Одобрено на заседании каф. механики и графики, протокол №165 от 08.04.2024

УДК 531  
ББК 22.2

© Люкшин Б.А., Уцын Г.Е, Гришаева Н. Ю. 2024  
© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024

## Содержание

Введение .....	4
1 Цель работы.....	4
2 Краткие теоретические сведения .....	4
3 Определение жесткости системы пружин.....	6
4 Устройство и принцип работы .....	9
5 Порядок выполнения работы.....	10
6 Содержание отчета .....	12
7 Контрольные вопросы .....	12
8 Литература.....	12
Приложение А .....	13

## Введение

Пружины являются распространенными упругими элементами. Они используются в качестве амортизаторов для смягчения ударов и толчков, для аккумуляции энергии, а также для приведения в движение отдельных механизмов и узлов.

При проектировании и расчетах на прочность, жесткость и устойчивость типовых элементов технических конструкций необходимо знать механические свойства материалов. Кроме того, теоретические выводы, расчетные соотношения в сопротивлении материалов во многом базируются на некоторых исходных гипотезах, на допущениях о свойствах и характере деформирования материалов в условиях различных нагрузок. Эти гипотезы и допущения нуждаются в экспериментальном обосновании, а правильность полученных на их основе теоретических расчетных зависимостей и возможность использования этих зависимостей и теоретических формул в практике инженерных расчетов могут быть подтверждены только опытным путем.

Методические указания являются дополнением к лекционным курсам по механике и прикладной механике и предназначены для самостоятельной подготовки студентов к лабораторным занятиям, а также служат руководством при проведении лабораторных работ.

Содержание методических указаний составляет описание лабораторных работ, которые выполняются в лаборатории механики кафедры механики и графики (МиГ).

Перед проведением лабораторной работы студенту необходимо изучить соответствующий раздел теоретического курса, провести необходимые расчеты.

Лабораторная работа засчитывается при условии правильного выполнения, оформления и успешной защиты ее студентом по контрольным вопросам.

## 1 Цель работы

Ознакомление с основными характеристиками винтовых пружин, исследование деформирования витых цилиндрических пружин при их сжатии, построения упругих характеристик пружин, теоретическое определение деформации пружин, сопоставление экспериментально полученной деформации пружины с расчетной.

## 2 Краткие теоретические сведения

Все твердые тела под действием приложенных к ним внешних сил в той или иной степени деформируются, то есть изменяют свои размеры и/или форму. Изменение линейных размеров тела называется линейной деформацией, при этом увеличение размеров тела называется удлинением, а уменьшение – укорочением. Деформации, исчезающие после разгрузки тела, называются упругими, а свойство тел деформироваться под нагрузкой и восстанавливать свои первоначальные размеры и форму после снятия нагрузки – упругостью.

Расчетная схема: цилиндрическая пружина представляет собой пространственно-изогнутый стержень, ось которого имеет винтовую линию.

Основными геометрическими параметрами цилиндрических винтовых пружин растяжения-сжатия являются (рисунок 1):  $D_{cp}$  – средний диаметр (средний радиусом витка  $R_{cp}$ ),  $d$  – диаметр проволоки,  $H$  – длина пружины в свободном состоянии,  $n$  – число витков,  $t$  – шаг витка ( $t = H/n$ ), угол подъема витков  $\alpha = \arctg(t/\pi D_{cp})$ . Обычно  $\alpha < 5^\circ$ , в этом случае, т.е. при малых углах подъема принимаем, что  $tg\alpha \approx \alpha$  и  $cos\alpha \approx 1$ .

Конструктивными параметрами являются:  $n$  – число рабочих витков,  $c = D_0/d$  – индекс пружины, характеризующий кривизну ее витка. С увеличением индекса  $c$  жесткость пружины снижается.

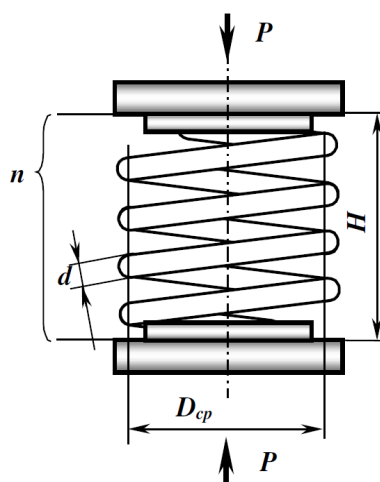


Рисунок 1 – Геометрические параметры пружины

К силовым и упругим параметрам можно отнести: жесткость пружины  $K$ , жесткость одного витка пружины  $K_1$ , минимальную рабочую  $P_1$ , максимальную рабочую  $P_2$  и предельную  $P_3$  силы сжатия-растяжения пружины, величину деформации пружины  $\lambda$  под действием приложенной силы.

Характеристикой пружины называется зависимость перемещения  $\lambda$  пружины от нагрузки  $P$ , вызвавшей эту деформацию, т.е. график зависимости деформации  $\lambda$  от сжимающей силы  $P$  -  $\lambda = \lambda(P)$ .

Жесткостью пружины  $K$  называется предел отношения приращения силы нагрузки  $\Delta P$  к приращению перемещения  $\Delta \lambda$ , т.е.  $K = \lim \Delta P / \Delta \lambda$  Н/мм.

Жесткость зависит от типа винтовой пружины, ее размеров и свойств материала пружины. Жесткость пружины равна величине нагрузки, необходимой для деформации всей пружины на единицу длины, т.е. жесткость – это сила, соответствующая единичному перемещению. Экспериментальная жесткость пружины определяется по формуле  $K = P / \lambda$ .

Связь между жесткостью цилиндрической винтовой пружины и модулем упругости, геометрическими и конструктивными параметрами выражается формулой

$$K = \frac{Gd^4}{8D_{cp}^3 n},$$

где  $G$  – модуль сдвига материала пружины.

Таким образом, выделим основные зависимости, которые влияют на жесткость пружины  $K$ :

- при увеличении толщины пружины  $d$  возрастает жесткость пружины;
- при уменьшении диаметра пружины  $D_{cp}$  жесткость растет;
- при увеличении количества витков  $n$  жесткость уменьшается.

Характеристики пружины имеет высокую чувствительность к геометрическим параметрам. Малые отклонения диаметральных размеров  $D_{cp}$  и  $d$  от номинальных значений вызывают значительные изменения податливости и жесткости пружины.

Чувствительностью  $S$  называется величина, обратная жесткости,  $S = \frac{1}{K} = \frac{d\lambda}{dP}$ . Она показывает деформацию, которая получается при изменении силы нагрузки  $P$  на единицу.

При расчетах цилиндрических винтовых пружин принимают, что их характеристики линейны, следовательно, получим:

$$K = P / \lambda = \text{const} \quad \text{и} \quad S = \lambda / P = \text{const}.$$

### 3 Определение жесткости системы пружин

Если пружины соединены параллельно, то деформация всех пружин одинакова и равна  $\lambda$  (рисунок 2а), нагрузка же, действующая на каждую из пружин, различна: на первую пружину действует сила  $P_1$ , на вторую  $P_2$ , и т.д., причем  $P_1 + P_2 + \dots + P_n = P$ .

Поэтому 
$$K_c = \frac{P}{\lambda} = \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{\lambda} = K_1 + K_2 + \dots + K_n.$$

Или  $K_c = \sum_{i=1}^n K_i$  т.е. жесткость системы параллельно соединенных пружин  $K_c$  равна сумме жесткостей  $K_i$  отдельных пружин.

При последовательном соединении пружин (рисунок 2б) одинаковой для всех пружин является сила нагрузки  $P$ , а общая деформация  $\lambda$  складывается из деформаций  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , составляющих пружин.

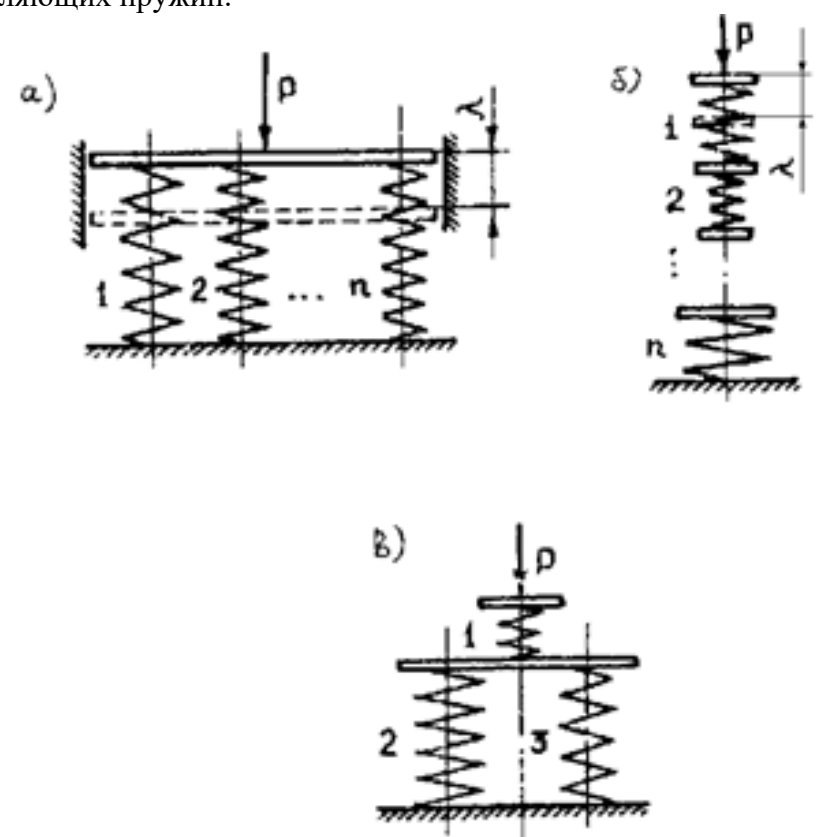


Рисунок 2 – Соединения пружин

$$\frac{1}{K_c} = \frac{\lambda}{P} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}{P} = \frac{\lambda_1}{P} + \frac{\lambda_2}{P} + \dots$$

$$\dots + \frac{\lambda_n}{P} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}$$

или 
$$K_c = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}}.$$

Отсюда следует, что жесткость системы параллельно соединенных пружин больше жесткостей отдельных пружин, входящих в систему, а жесткость системы последовательно

соединенных пружин, наоборот, меньше жесткостей пружин, составляющих эту систему.

Для определения внутренних силовых факторов в витке рассмотрим сечение пружины (рисунок 3).

При растяжении (или сжатии) винтовой цилиндрической пружины в любом поперечном сечении витка возникают крутящий и изгибающий моменты, поперечная и нормальная силы, но при малом угле подъема винтовой оси проволоки напряжения и перемещения, вызываемые продольной силой и изгибающим моментом малы, и поэтому не учитываются.

Рассечем пружину плоскостью, перпендикулярной ее оси и рассмотрим равновесия отсеченной части пружины,

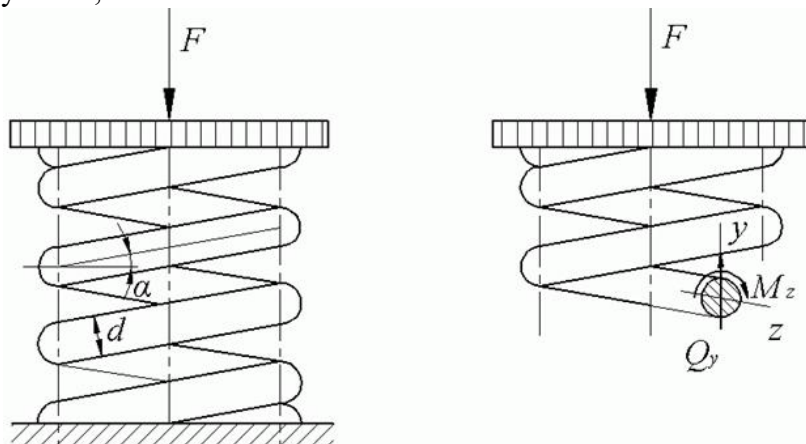


Рисунок 3 – Сечение пружин

Из условия статического равновесия находим, что в поперечных сечениях пружины действуют внутренние силовые факторы в виде поперечного усилия  $Q=P$  и крутящего момента  $M_{кр}=PD_{cp}/2$ .

От действия усилия  $Q$  в поперечном сечении витка пружин возникают касательные напряжения сдвига (рисунок 4а), которые равномерно распределены по сечению, площадью  $A$ . От действия крутящего момента  $M_{кр}$  возникают касательные напряжения кручения (рисунок 4б), суммируя напряжения, получаем эпюру суммарных напряжений (рисунок 4в).

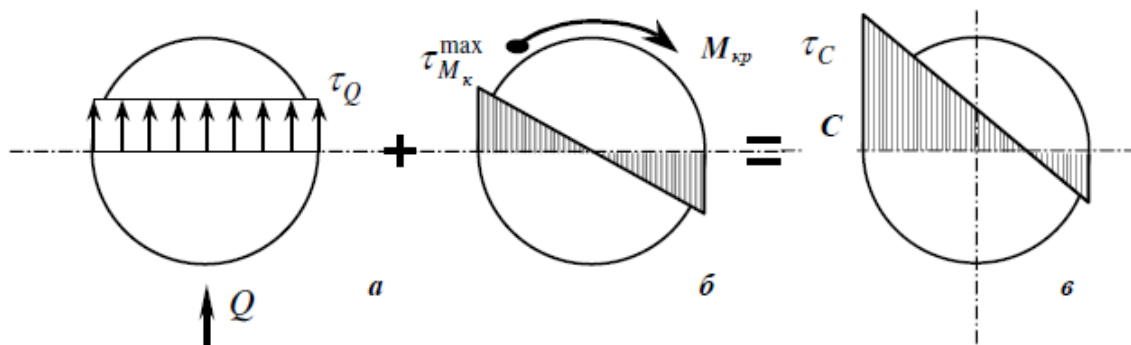


Рисунок 4 – Напряжения, действующие в сечении витка пружины

$$\tau_{\max} = \tau_1 + \tau_2,$$

где  $\tau_1$  - касательные напряжения сдвига,  $\tau_2$  - касательные напряжения кручения

$$\tau_1 = \frac{Q}{A} = \frac{4P}{\pi d^2},$$

$$\tau_2 = \frac{M_k}{W_p} = \frac{PD_{cp}/2}{\pi d^3/16} = \frac{8PD_{cp}}{\pi d^3},$$

где  $W_p$  – полярный момент сопротивления сечения при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{8PD_{cp}}{\pi d^3} = \frac{8FD_{cp}}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right).$$

Диаметр проволоки значительно меньше двух средних диаметров витка пружины, поэтому можно принять:

$$\tau_{\max} \approx \tau_2 = \frac{8PD_{cp}}{\pi d^3}.$$

Изменение продольных размеров (деформацию)  $\lambda$  удобно определить энергетическим методом, приравняв работу  $A$  приложенной силы  $P$  и потенциальной энергии деформации  $U$  пружины. Работа внешних сил:

$$W_p = \frac{1}{2} P \lambda.$$

Потенциальная энергия накапливается, в основном, за счет кручения прутка и поэтому может быть определена:

$$U = \frac{M_k^2 l}{2GJ_p}.$$

Учитывая, что крутящий  $M_k = PD/2$  и момент инерции  $J_p = \pi d^4/32$  по длине проволоки не изменяются, а длина проволоки  $l = \pi D_{cp} n$ , получаем

$$U = \frac{4P^2 D_{cp}^3 n}{Gd^4}.$$

Приравняв  $A$  и  $U$ , находим

$$U = W_p,$$

$$\frac{1}{2} P \lambda = \frac{4P^2 D_{cp}^3 n}{Gd^4},$$

отсюда

$$\lambda = \frac{8D_{cp}^3 n}{Gd^4} P.$$

Таким образом, при определении напряжений и перемещений в цилиндрических пружинах учитывают только действие крутящего момента.

Основными материалами пружин являются высокопрочная специальная пружинная проволока I, II и III классов диаметром 0,2...5 мм, а также высокоуглеродистые стали 65, 70, марганцовистая сталь 65Г, кремнистая сталь 60С2А, хромованадиевая сталь 50ХФА и др.



## 4 Устройство и принцип работы

Внешний вид установки представлен на рисунке 5. В состав установки входят:

силовая рама с основанием (6) и (9), элементами горизонтального выравнивания (10), кронштейнами (11) и двумя траверсами, выполненных в виде подвижной и неподвижной планок (5); нагрузочные устройства с двумя подвесами (7) и наборами съемных грузов (8); две витые цилиндрические пружины сжатия (1); два индикатора часового типа (2), указатели (3) и стандартная измерительная линейка (4).

Сжимающая сила создается при помощи съемных грузов. Масса одного груза - 1 кг. Максимальное число грузов на одну пружину - 5. На каждой ступени нагружения фиксируется упругое перемещение (деформация) пружины. Представлены две системы измерений: одна приближенная - измерительная линейка, другая уточненная - индикаторы часового типа.

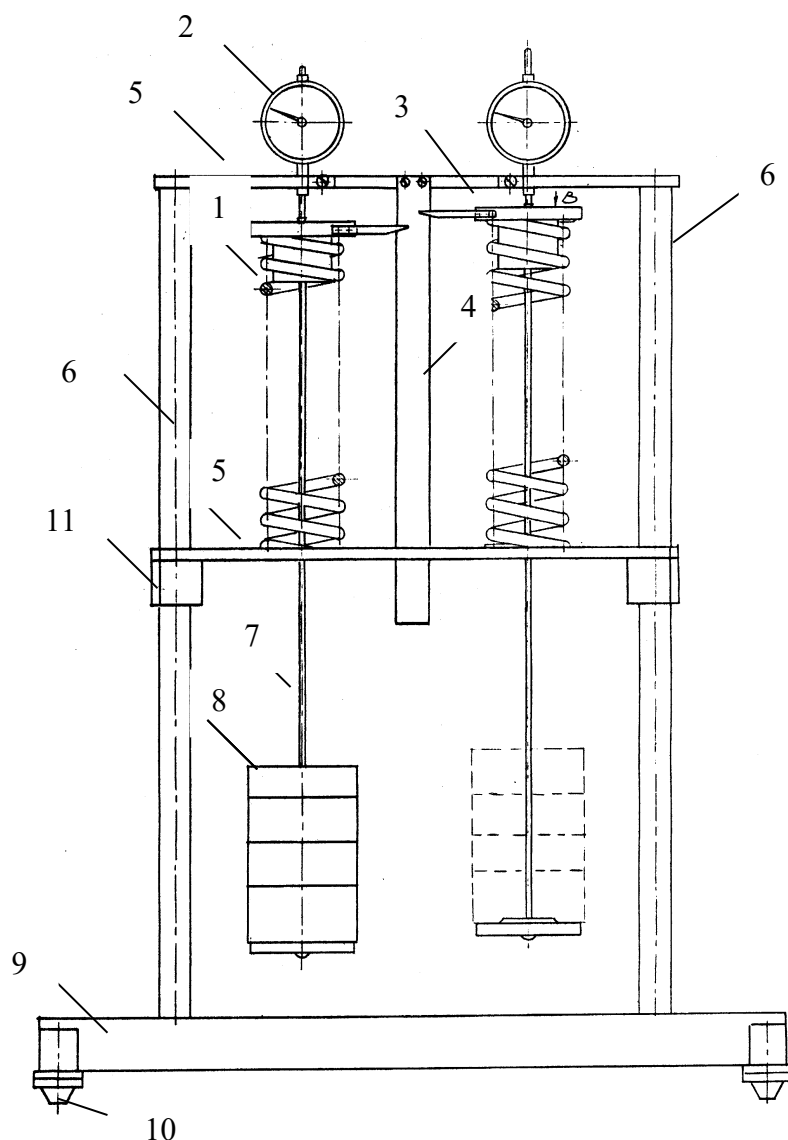


Рисунок 5 – Лабораторная установка МЗ

## 5 Порядок выполнения работы

### *Подготовка:*

К работе на установке допускаются лица, ознакомленные с ее устройством, принципом действия и мерами безопасности в соответствии с требованиями, приведенными в настоящем разделе.

1. Перед эксплуатацией установку зафиксировать на опорном столе, используя элементы выравнивания (10).

2. Подвесы, пружины и индикаторы закрепить при помощи крепёжных винтов.

3. Съёмные грузы на подвесы устанавливать и снимать плавно, без ударов и рывков.

4. При нагружении вырезы соседних грузов располагать друг относительно друга под углом не менее  $90^\circ$ .

5. Произвести внешний осмотр установки и убедиться в целостности её составных частей.

6. Тщательно закрепить пружины, подвесы и индикаторы. Проверить затяжку винтов элементов крепления.

7. Вывести стрелки индикаторов на нулевые деления.

В работе рассматриваются две пружины с отличающимися геометрическими параметрами.

**Выполнение:**

1. Измерить параметры пружин штангенциркулем: диаметр проволоки  $d$  мм, наружный диаметр пружины  $D_n$  и определить средний диаметр пружины  $D_{cp} = D_n - d$  мм, где  $D_n$  – наружный диаметр. Точность измерений – 0,1 мм. Подсчитать число рабочих витков  $n$ . Для этого из полного числа витков исключить концевые витки, поджатые при навивке к соседним.

2. Осуществите сжатие пружины при помощи съемных грузов. Нагрузку прикладывайте ступенями с шагом 10 Н (1 кг). Предусмотрите 5 ступеней нагружения.

На каждой ступени нагружения измерьте деформацию пружины. Для этого снимите показания индикатора. Данные занесите в таблицу наблюдений.

Действия по п. 2 повторить три раза и рассчитать среднее арифметическое значение деформации на каждой ступени нагружения.

Нагрузка, Н	Деформация пружины $\lambda$ , мм			
	Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3	Среднее арифметическое
10				
20				
30				
40				
50				

3. Построить характеристику пружины, используя данные по п.2.

$\lambda$ , мм				
				$F$ , Н

4. Вычислить теоретическое значение деформации пружины при предельной нагрузке.

5. Сравнить экспериментальный и теоретический результаты деформации при предельной нагрузке.

6. Вычислить наибольшее касательное напряжение в пружине во время опыта.

7. Найти значения жесткости пружины  $K_{\text{экспер}}$  из графиков и занести результаты. Сравнить значения теоретических  $K_{\text{теор}}$  и экспериментальных  $K_{\text{экспер}}$  жесткостей и объяснить полученные результаты.

8. Выполнить для второй пружины действия по п. 1-7.

9. По полученным экспериментально жесткостям пружин, определить жесткость системы пружин для случаев:

- 1 и 2 пружины соединены последовательно;
- 1 и 2 пружины соединены параллельно.

## 6 Содержание отчета

1. Титульный лист отчета.
2. Наименование и цель работы.
3. Исходные параметры пружин, основные расчетные зависимости.
4. Протокол испытания пружин.
5. Характеристика двух пружин  $\lambda = \lambda(P)$ .
6. Теоретическое значение деформации пружины при предельной нагрузке.
7. Сравнение опытных значений деформации с теоретическими для двух пружин при предельной нагрузке:

$$\Delta_{\lambda} = \left| \frac{\lambda_{cp}^{(\text{э})} - \lambda_{cp}^{(T)}}{\lambda_{cp}^{(\text{э})}} \right| 100\%.$$

8. Наибольшее касательное напряжение в пружинах.
9. Сравнение опытных значений жесткостей с теоретическими для двух пружин:

$$\Delta_K = \left| \frac{K^{(\text{э})} - K^{(T)}}{K^{(\text{э})}} \right| 100\%.$$

10. Жесткость системы для последовательно и параллельно соединенных пружин.
11. Выводы.

## 7 Контрольные вопросы

1. Какими основными показателями определяются свойства винтовых пружин?
2. Какие внутренние силовые факторы оказывают основное влияние на деформирование и упругие перемещения пружины сжатия?
3. Что показывает характеристика пружины?
4. Что называется жесткостью пружины, в каких единицах она измеряется?
5. Что называется чувствительностью пружины, в каких единицах она измеряется?
6. От каких геометрических параметров винтовой пружины зависят ее жесткость и чувствительность?
7. Какова зависимость деформации пружины от вызвавшей ее силы?
8. Как зависит деформация пружины от ее конструктивных размеров?
9. Как зависит деформация пружины от упругих свойств материала?
10. Как изменится деформация пружины, если диаметр проволоки уменьшить в два раза?
11. Какие требования предъявляются к материалу винтовых пружин?

## 8 Литература

1. Красковский, Е.Я. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем : учеб. пособие / Е.Я. Красковский, Ю.А. Дружинин, Е.М. Филатова. – Москва: Высш. шк., 2001. – 480 с.
2. Рошин, Г.И. Несущие конструкции и механизмы РЭА. / Г.И. Рошин. – Москва: Высш. шк., 1981. – 375 с.
3. Анурьев, В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3-х т. Т.1. / В.И. Анурьев – 9-е изд., перераб. и доп./ под ред. И.Н. Жестковой. – Москва: Машиностроение, 1979. – 928 с.
4. Пономарев, С.Д. Расчет упругих элементов машин и приборов / С.Д. Пономарев, Л.Е. Андреева. – Москва: Машиностроение, 1980.-326 с..

Приложение А  
(обязательное)

**Образец титульного листа**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра механики и графики (МиГ)

Отчет по лабораторной работе

**ИСПЫТАНИЕ ВИТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН НА СЖАТИЕ**

по дисциплине «Прикладная механика»

Выполнил студент:

Иванов Иван Петрович  
группа 592-1

Проверил преподаватель:

---

Томск  
2024