

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Б. А. Люкшин
Н. Ю. Гришаева

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
МЕТОДОМ ИЗГИБА КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ**

Методические указания к лабораторным и самостоятельным работам
по дисциплине «Прикладная механика»
для студентов технических направлений подготовки и специальностей
всех форм обучения

Томск
2024

УДК 531
ББК 22.2
Л94. 2

Рецензент:

Бочкарева С. А., доцент кафедры механики и графики ТУСУР, канд. физ.-мат. наук

Люкшин, Борис Александрович

Л94. 2 Определение модуля упругости конструкционных материалов методом изгиба консольной балки: методические указания к лабораторным и самостоятельным работам по дисциплине «Прикладная механика» для студентов технических направлений подготовки и специальностей всех форм обучения / Б. А. Люкшин, Н. Ю. Гришаева – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024. – 11 с.

Методические указания представляют собой руководство по выполнению лабораторных и самостоятельных работ для студентов, изучающих дисциплины «Прикладная механика». В пособии рассмотрена последовательность и оформление лабораторной работы определения модуля упругости материала методом изгиба консольной балки

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим специальностям всех форм обучения.

Одобрено на заседании каф. механики и графики, протокол №165 от 08.04.2024

УДК 531
ББК 22.2

© Люкшин Б.А., Гришаева Н. Ю. 2024
© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024

Содержание

Введение	4
1 Цель работы.....	4
2 Теория изгиба.....	4
3 Экспериментальная часть	7
4 Подготовка к работе	9
5 Порядок выполнения работы.....	9
6 Содержание отчета	10
7 Контрольные вопросы	10
8 Литература.....	10
Приложение А	11

Введение

Деформацию изгиба испытывают многие изделия, в том числе детали передаточных и исполнительных механизмов (валы, оси и т.д.).

Любые виды деформаций твердых тел так или иначе сводятся к двум основным - это изменение объема или формы. Частными случаями являются растяжение-сжатие и сдвиг. При изгибе в общем случае реализуются эти два вида деформаций. Стержни, работающие на изгиб, называются балками, и при расчетах балок за редким исключением оказывается возможным не учитывать результат действия сдвиговых деформаций. В поперечном сечении балки одна часть растянута, другая сжата, и в этом случае деформацию изгиба можно рассматривать как один из способов одноосного (линейного) деформирования частей бруса.

Существенным отличием деформации изгиба от деформации растяжения-сжатия прямого бруса является искривление его оси.

На практике величины прогибов при расчетах на жесткость ограничиваются допускаемыми значениями, которые определяются с использованием экспериментальных данных.

1 Цель работы

Определение модуля упругости конструкционных материалов методом изгиба консольной балки.

2 Теория изгиба

Изгибом называется такой вид деформации, когда под действием внешних сил в поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, изгиб называется **чистым**. Если в поперечных сечениях стержня наряду с изгибающими моментами действуют и поперечные силы, изгиб называется **поперечным**.

На рисунке 1 показана схема деформации при чистом изгибе.

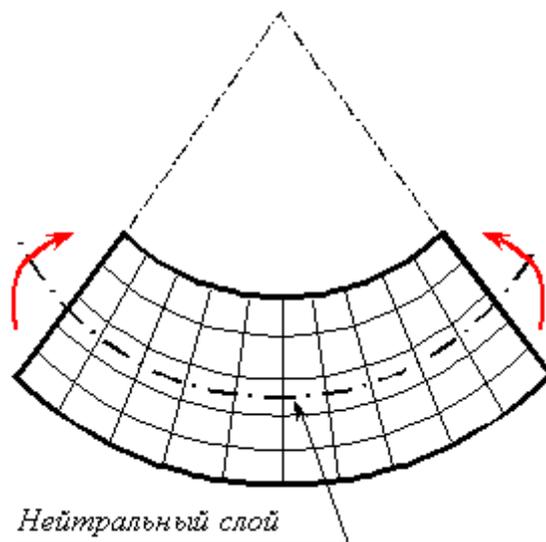


Рисунок 1 – Схема деформации при чистом изгибе

Напряжения и деформации в изогнутой балке распределены таким образом, что нижние волокна растянуты, а верхние сжаты, причем напряжения σ и деформации ε растут пропорционально расстоянию от нейтральной линии (нейтрального слоя), где $\sigma = 0$, $\varepsilon = 0$. Внешние слои балки несут большую часть нагрузки, внутренние, прилегающие к нейтральному слою, – значительно меньшую. Поэтому целесообразно так сформировать сечения балки, чтобы большая часть материала была удалена от центра сечения. Двутавровые сечения балок являются примерами таких сечений.

Если материал балки хуже сопротивляется растяжению, чем сжатию (например, чугун), нейтральный слой должен располагаться ближе к растянутым волокнам, чтобы величина максимальных растягивающих напряжений была меньше максимальных сжимающих напряжений, оптимальный тавровый профиль сечения балки. На рисунке 2 показано сечение, когда балка с таким профилем прогибается вверх.

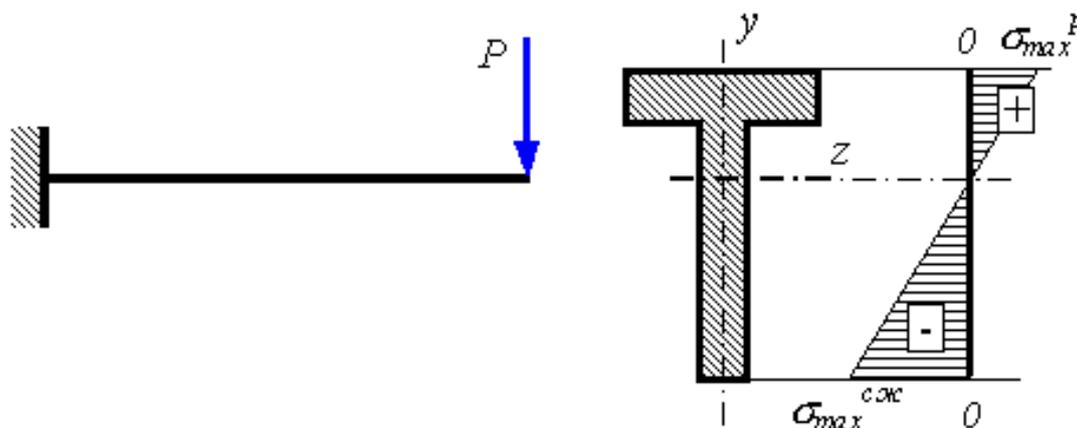


Рисунок 2 – Распределение напряжений в тавровом профиле балки

Теория изгиба балки была создана Я. Бернулли и Л.Эйлером на рубеже 17–18 вв.

Расчетная схема консольной балки, нагруженной силой F , показана на рис. 3а. После приложения нагрузки балка изгибается и ее ось становится криволинейной. Получившаяся кривая называется упругой линией балки. Необходимо найти уравнение упругой линией балки $y = f(x)$.

Из дифференциальной геометрии известно выражение для кривизны в прямоугольных декартовых координатах. Решение этой задачи основано на том, что в каждой точке упругой линии ее кривизна пропорциональна изгибающему моменту внешних сил, который зависит от координаты x и обозначается $M_z(x)$. При малых прогибах кривизна кривой практически равна ее второй производной, можно записать дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_z(x)}{E \cdot J_z}, \quad (1)$$

или

$$EJ_z \frac{d^2 y}{dx^2} = M_z(x). \quad (2)$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением изогнутой оси.

Сомножитель EJ_z называется изгибной жесткостью, он определяет способность балки сопротивляться изгибу и равен произведению модуля упругости материала балки E на осевой момент инерции сечения балки

$$J_z = bh^3 / 12,$$

где b – ширина сечения, а h – высота (рисунок 3б).

При изгибе деформация в поперечном сечении стержня (рисунок 3) определяется перемещением y , называемым прогибом, и углом поворота θ сечения по отношению к своему первоначальному положению.

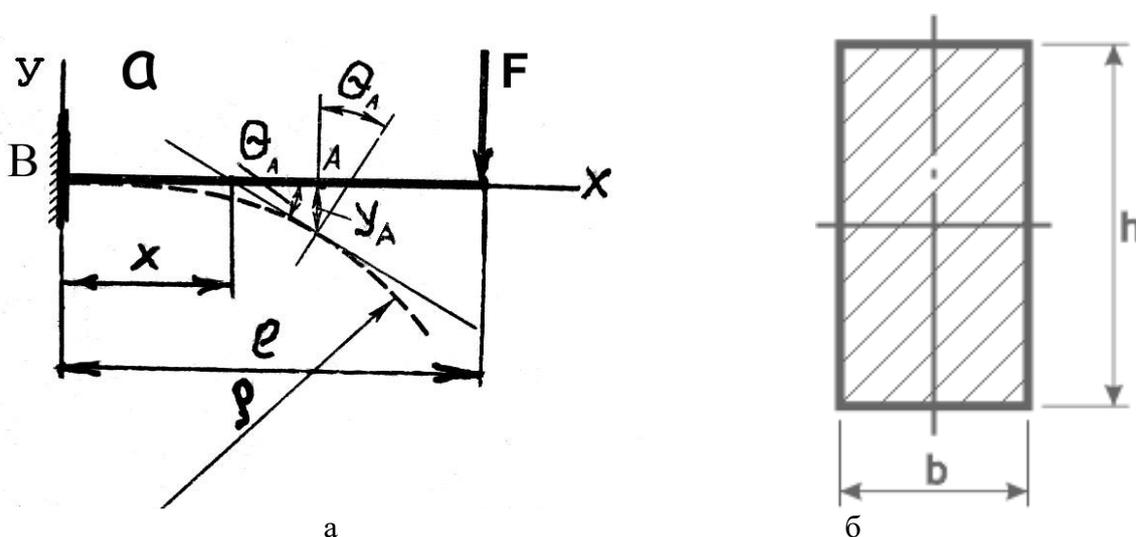


Рисунок 3 – Изгиб консольной балки;
а - перемещения и углы поворота сечений, б - сечение балки

Для нахождения деформаций во всех поперечных сечениях по длине стержня необходимо получить зависимости

$$y = y(x) \text{ и } \theta = \theta(x).$$

Определим прогиб и угол поворота свободного конца консоли стержня (рис 3) длиной ℓ , нагруженного на конце сосредоточенной силой F . Жесткость стержня постоянна по длине и равна EJ_z .

Начало координат примем в точке В жесткого закрепления стержня. Ось y направим вверх, ось x – вправо.

В произвольном поперечном сечении, отстоящем на расстоянии x от начала координат, изгибающий момент равен $M_z = -F(l-x)$. Дифференциальное уравнение изогнутой оси примет вид

$$EJ_z \frac{d^2 y}{dx^2} = -F(l-x) \quad (3)$$

Однократно интегрируя это уравнение, получим

$$EI(dy/dx) = -F \cdot [\ell x - (x^2/2)] + C.$$

Интегрируя еще раз, получим уравнение для определения прогибов y

$$EIy = -F [(\ell x^2/2) - (x^3/6)] + Cx + D.$$

Приняв во внимание, что в месте закрепления при $x = 0$ прогиб y и угол поворота сечения $\theta = dy/dx$ равны нулю, найдем, что постоянные интегрирования $C = 0$ и $D = 0$.

Тогда на свободном конце стержня при $x = l$ прогиб

$$y_{\max} = -\frac{Fl^3}{3EJ_y} \quad (4)$$

и угол поворота торцевого сечения

$$\theta = \frac{dy}{dx} = -\frac{Fl^2}{2EJ_z} \quad (5)$$

3 Экспериментальная часть

Эксперименты по определению максимального прогиба балки проводятся на установке, изображенной на рисунке 4. На вертикальной стойке штатива 1 одним концом жестко закрепляется образец 2 исследуемого материала в виде бруса длиной 200 - 300 мм прямоугольного сечения шириной b и высотой h . На конце кронштейна 3 закреплен измерительный прибор 4, фиксирующий прогиб конца консоли во время его нагружения грузами 5.

Нагружение консоли во время испытаний проводится последовательно несколькими грузами, начиная с наименьшего, при котором становится возможным определение прогиба по прибору 4. Нагружение должно производиться осторожно, чтобы избежать больших упругих колебаний образца. Снятие показаний измерительного прибора прогиба консоли должно производиться после затухания колебаний. Максимальный груз для образцов из разного материала указывается преподавателем.

Полученные данные заносятся в таблицу с графами - сила F , Н; прогиб y , мм.

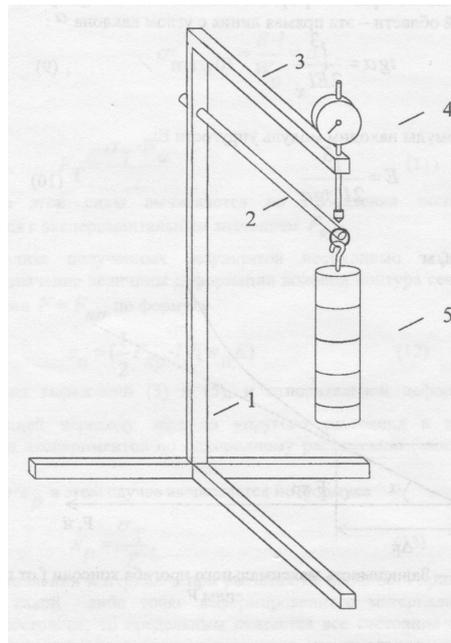


Рисунок 4 – Экспериментальная установка определения прогибов консоли
 1 - штатив; 2 - испытуемый образец; 3 - кронштейн;
 4 - измерительный прибор; 5 – нагрузка

По этим данным строится график зависимости $y(F)$ (рисунок 5). Для упругой области - это прямолинейный участок.

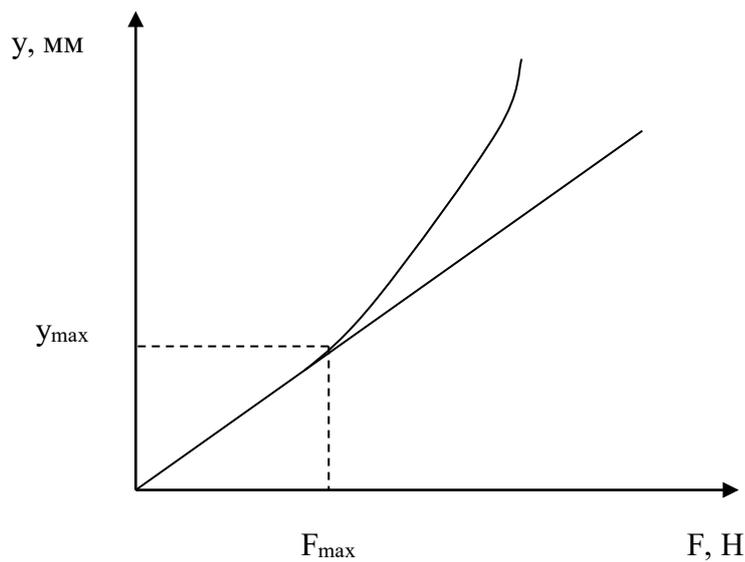


Рисунок 5 – Зависимость прогиба консоли y от приложенной силы F .
 F_{\max} – максимальное значение силы при деформации изгиба, до которого упругая сила пропорциональна прогибу стержня

Модуль упругости определяем из формулы (4)

$$E = \frac{Fl^3}{3J_z y_{\max}}, \quad (6)$$

где F – сила, l – длина образца, y_{\max} – максимальный прогиб, J_z - осевой момент инерции сечения балки

$$J_z = \frac{bh^3}{12} \quad (7)$$

Полученное значение модуля упругости E заносится в таблицу результатов испытаний.

Отклонение от линейности функции $y(F)$ при некотором значении F_{\max} определяет начало пластического поведения материала образца как целого.

Такое состояние образца достигается постепенно по мере роста силы F . Первые проявления пластических свойств материалов происходят в точках контура поперечного сечения консоли, прилегающих непосредственно к заделке при достижении.

Значение силы F_{\max} может быть достигнуто при проведении эксперимента и в этом случае заносится в отчет по работе.

Результаты испытаний в виде сводной таблицы всех экспериментальных и расчетных величин, а также графика зависимости прогиба консоли y от приложенной силы F представляются в виде отчета.

4 Подготовка к работе

1. Тщательно закрепить образец прямоугольного сечения шириной b и высотой h , подвес и индикатор. Проверить затяжку винтов элементов крепления.
 2. Вывести стрелку индикатора на нулевое деление.
- В работе рассматриваются два образца материала.

5 Порядок выполнения работы

1. Измерить длину l , ширину b и высоту h сечения образцов штангенциркулем.
2. Вычислить J_z - осевой момент инерции сечения образцов
3. Осуществить нагружение консоли при помощи съемных грузов. Нагрузку прикладывайте ступенями с шагом 2 Н (0,2 кг). Проведите 4- 5 ступеней нагружения. На каждой ступени нагружения замерьте прогиб образцов. Для этого снимите показания индикатора. Данные для каждого образца занесите в таблицу наблюдений. Действия повторить три раза и рассчитать среднее арифметическое прогиба на каждой ступени нагружения.

Нагрузка, Н	Прогиб консоли, мм			
	Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3	Среднее арифметическое
2				
4				

6				
8				
10				

4. Построить зависимость прогиба u от силы F для двух материалов образцов.
5. Рассчитать модуль упругости E при максимальной нагрузке F_{\max} и прогибу u_{\max} для материалов образцов по формуле (6)
6. Оценить погрешность при определении модуля упругости

6 Содержание отчета

1. Титульный лист отчета.
2. Наименование и цель работы.
3. Краткая теория изгиба прямых брусьев. Основные особенности и отличия деформации изгиба от деформации растяжения (сжатия) прямых брусьев.
4. Геометрические характеристики образца.
5. Таблица физических параметров, определенных из опытов.
6. Оценка погрешности экспериментальных значений модуля Юнга E_u .
7. Анализ результатов. Выводы.

7 Контрольные вопросы

1. В каких точках консоли достигаются наибольшие нормальные напряжения и нормальные перемещения при ее изгибе?
2. Почему двутавровые сечения балок являются примерами оптимальных сечений?
3. Что называется изгибной жесткостью?
4. Что представляют собой перемещения при прямом поперечном изгибе балки?
5. Какова цель экспериментального определения прогибов балки и в каких расчетах используются значения прогибов?
6. Как в процессе опыта экспериментально определить прогибы балки?
7. Как записывается дифференциальное уравнение изогнутой оси балки?

8 Литература

1. Иосилевич, Г.Б. Прикладная механика: Учеб. для вузов / Г.Б. Иосилевич, Г.Б. Строганов, Г.С. Маслов; под ред. Г.Б. Иосилевича. – Москва: Высш.шк., 1989. – 351 с.
2. Степин, П.С. Сопротивление материалов. / П.С. Степин. – Москва: Высшая школа, 1979. – 312 с.
3. Кочетов, В.Т. Сопротивление материалов. / В.Т. Кочетов, А.Д. Павленко, М.В. Кочетов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. – 368 с.

Приложение А
(обязательное)

Образец титульного листа

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра механики и графики (МиГ)

Отчет по лабораторной работе

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
МЕТОДОМ ИЗГИБА КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ**
по дисциплине «Прикладная механика»

Выполнил студент:

Иванов Иван Петрович
группа 592-1

Проверил преподаватель:

Томск
2024