

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра радиотехнических систем (РТС)



**Якушевич Г.Н.**

**ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СИСТЕМ  
РАДИОАВТОМАТИКИ**

Методические указания по лабораторной работе,  
практическим занятиям и самостоятельной работе  
для студентов радиотехнических специальностей

УДК 621.375  
ББК 32.846.2  
Я49

**Рецензент:**

**Мещеряков А.А.**, доцент кафедры радиотехнических систем ТУСУР, канд. техн. наук

**Якушевич Г.Н.**

**К Я49** Исследование качественных показателей систем радиоавтоматики:: Методические указания по лабораторной работе, практическим занятиям и самостоятельной работе для студентов радиотехнических специальностей / Якушевич Г.Н. - Томск: Томск .гос. унт-систем упр. и радиоэлектроники, 2024.-30 с.

Методические указания содержат описание компьютерной лабораторной работы, выполняемой в ходе изучения дисциплины «Радиоавтоматика» в среде Qucs. Методические указания содержат так же краткую вводную теоретическую часть, расчетные соотношения, расчетное задание, контрольные вопросы и требования по оформлению отчета.

Одобрены на заседании каф. РТС протокол № 7-от 17.04.2024 г.

УДК 621.375  
ББК 32.846.2

© Якушевич Г.Н. 2024 г.  
© Томск гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2024 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1 ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ</b>	<b>4</b>
1.1 Цель работы	4
1.2 Краткие теоретические сведения	4
1.3 Точность работы систем радиоавтоматики	4
1.4 Устойчивость систем радиоавтоматики	5
1.4.1 Корневой критерий устойчивости	5
1.4.2. Критерий устойчивости Гурвица	6
1.4.3 Критерий устойчивости Найквиста	7
1.4.4 Критерий устойчивости на основе ЛАЧХ и ЛФЧХ	9
1.5 Качество переходного процесса	11
1.5.1 Показатели качества переходного процесса	11
1.5.2 Частотные критерии качества переходных процессов	12
1.6 Структурные схемы исследуемых систем	16
1.7 Расчетное задание	19
1.8 Экспериментальное задание	19
1.9 Указания по выполнению работы	20
<b>2 МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОГРАММНОМ ПРОДУКТЕ QUCS</b>	<b>20</b>
<b>3 ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ</b>	<b>26</b>
<b>4 УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ОТЧЕТА</b>	<b>26</b>
<b>5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ</b>	<b>26</b>
<b>6 СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>	<b>26</b>

## Лабораторная работа № 2

### 1 ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

#### 1.1 Цель работы

Исследование качественных показателей замкнутых статической и астатической систем радиоавтоматики.

#### 1.2 Краткие теоретические сведения

К основным показателям качества работы систем радиоавтоматики относятся:

- 1) точность работы;
- 2) устойчивость;
- 3) качество переходного процесса.

Точность работы системы задается и определяется в установившихся режимах. Устойчивость гарантирует затухание переходного процесса, после чего обеспечивается желаемое качество переходного процесса.

Система является замкнутой, если в ней имеется обратная связь с выхода на вход. Любая сложная структурная многоконтурная схема системы радиоавтоматики после преобразования может быть представлена одноконтурной обобщенной структурной схемой с задающим  $X(p)$  и возмущающим  $Z(p)$  воздействием, приведенной на рис. 1.1.

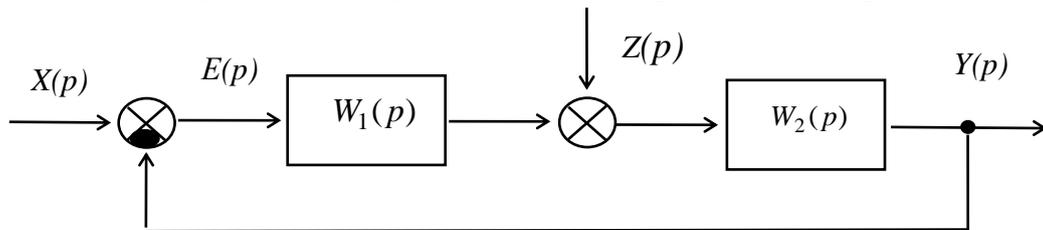


Рисунок 1.1 Обобщенная структурная схема замкнутой системы радиоавтоматики

Система радиоавтоматики, структурная схема которой после приведения ее к одноконтурной схеме содержит только статические звенья, называется **статической** системой.

Система радиоавтоматики, структурная схема которой после приведения ее к одноконтурной схеме содержит интегрирующее звено, называется **астатической** системой.

#### 1.3 Точность работы систем радиоавтоматики

Для линейной системы радиоавтоматики с постоянными параметрами изображение по Лапласу выходной величины запишется

$$Y(p) = Y_X(p) + Y_Z(p) = W_{X \rightarrow Y}(p) X(p) + W_{Z \rightarrow Y}(p) Z(p), \quad (1.1)$$

где  $Y_X(p), Y_Z(p)$  - изображение составляющих выходной величины, обусловленной соответственно задающим воздействием  $X(p)$  и возмущением  $Z(p)$ ,

$W_{X \rightarrow Y}(p), W_{Z \rightarrow Y}(p)$  - передаточные функции замкнутой системы соответственно по задающему воздействию  $X(p)$  и возмущению  $Z(p)$ .

Ошибка системы для обобщенной структурной схемы (см. рис. 1.1) запишется

$$E(p) = E_X(p) + E_Z(p) = W_{X \rightarrow E}(p) X(p) + W_{Z \rightarrow E}(p) Z(p), \quad (1.2)$$

где  $E_X(p), E_Z(p)$  - изображение составляющих ошибки, обусловленной соответственно задающим воздействием  $X(p)$  и возмущением  $Z(p)$ ,

$W_{X \rightarrow E}(p), W_{Z \rightarrow E}(p)$  - передаточные функции замкнутой системы соответственно по задающему воздействию  $X(p)$  и возмущению  $Z(p)$ .

Или с учетом передаточных функций звеньев получим

$$E(p) = \frac{1}{1+W(p)} X(p) - \frac{W_2(p)}{1+W(p)} Z(p), \quad (1.3)$$

где  $W(p) = W_1(p)W_2(p)$  - передаточная функция разомкнутой системы.

Тогда для установившегося режима статическая ошибка замкнутой системы запишется

$$E(0) = \frac{1}{1+W(0)} X(0) - \frac{W_2(0)}{1+W(0)} Z(0) = \frac{1}{1+K} X(0) - \frac{K_2}{1+K} Z(0). \quad (1.4)$$

Из выражения (1.4) можно определить меру статической точности по задающему воздействию и возмущению соответственно в следующем виде

$$\Delta_{XCT} = \frac{1}{1+K}, \quad (1.5)$$

$$\Delta_{ZCT} = \frac{-K_2}{1+K}. \quad (1.6)$$

Величины  $\Delta_{CT}$  являются мерой статической точности системы и называются **статизмом**. Из выражений (1.5) и (1.6) видно, что для повышения точности работы статической системы необходимо увеличивать коэффициент передачи системы  $K$ .

Для замкнутой астатической системы статическая ошибка  $E(0)=0$ .

## 1.4 Устойчивость систем радиоавтоматики

### 1.4.1 Корневой критерий устойчивости

Устойчивость - это свойство системы возвращаться в исходное состояние после прекращения внешнего воздействия, выведшего систему из этого состояния. Устойчивость линейных САР определяется ее характеристиками и не зависит от действующих воздействий.

Рассмотрим, от чего зависит устойчивость системы, чем она определяется. Для этого запишем выражение для передаточной функции замкнутой системы в обобщенном виде

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \quad (1.7)$$

или компактно передаточная функция системы запишется

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad (1.8)$$

где  $B(p)$  и  $A(p)$  - полиномы числителя и знаменателя передаточной функции.

Полином знаменателя  $A(p)$  в выражении (8) для передаточной функции системы называется **характеристическим уравнением** и описывает свойства самой системы.

Общим условием устойчивости или затухания переходного процесса является отрицательность действительных частей всех корней характеристического уравнения системы, т. е. всех полюсов (нулей знаменателя) передаточной функции системы.

Если изобразить корни характеристического уравнения системы точками на комплексной плоскости, то общее условие устойчивости линейной системы можно

сформулировать еще так: условием устойчивости системы является расположение всех корней характеристического уравнения, т. е. полюсов передаточной функции системы, в левой комплексной полуплоскости.

Для суждения об устойчивости системы практически не требуется находить корни ее характеристического уравнения в связи с тем, что разработаны косвенные признаки, по которым можно судить о знаках действительных частей этих корней и тем самым об устойчивости системы, не решая самого характеристического уравнения. Эти косвенные признаки называются критериями устойчивости.

Математически все критерии устойчивости эквивалентны, так как они определяют условия, при которых все корни характеристического уравнения лежат в левой полуплоскости комплексной плоскости. Существует несколько критериев устойчивости: частотные (Михайлова, Найквиста, по виду ЛАЧХ и ЛФЧХ) и алгебраический критерий Гурвица.

При исследовании устойчивости систем радиоавтоматики наиболее используемыми являются алгебраический критерий Гурвица и критерий устойчивости на основе логарифмических частотных характеристик.

### 1.4.2 Критерий устойчивости Гурвица

Критерий Гурвица - алгебраический критерий, позволяющий в аналитической форме связать условие устойчивости с параметрами системы.

Сущность критерия Гурвица заключается в следующем: из коэффициентов исследуемого характеристического уравнения  $n$ -ой степени вида  $A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$  необходимо построить определитель Гурвица  $\Delta_n$  по следующему правилу: по диагонали определителя слева направо записываются все коэффициенты характеристического уравнения от  $a_{n-1}$  до  $a_0$  в порядке убывания индексов, затем заполняются столбцы - сверху от данного коэффициента записываются коэффициенты с убывающими индексами, а снизу - с возрастающими индексами. На место коэффициентов с индексами больше  $n$  и меньше нуля проставляются нули.

Для характеристического уравнения  $n$ -го порядка определитель Гурвица имеет вид

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & & 0 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & a_2 & a_0 \end{vmatrix}, \quad (1.9)$$

Формулировка критерия Гурвица: чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения были отрицательными, необходимо и достаточно, чтобы при всех положительных коэффициентах  $a_n > 0, \dots, a_0 > 0$  определитель Гурвица и все его главные диагональные миноры (миноры отчеркнуты в определителе (1.9) линиями) были положительными.

Главные диагональные миноры или определители Гурвица для устойчивой системы из выражения (9) запишутся

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0, \\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0, \dots, \Delta_n = \Delta_{n-1} a_0 > 0 \quad (1.10)$$

Так как  $a_0 > 0$ , то из выражения (1.10) видно, что для проверки устойчивости системы достаточно уточнить знаки только до  $\Delta_{n-1}$  определителя.

Если определитель  $\Delta_n = 0$ , то система находится на границе устойчивости. Тогда из условия  $\Delta_{n-1} = 0$  можно определить параметры, при которых система радиоавтоматики находится на границе устойчивости. Например, можно вычислить критический коэффициент усиления соответствующий границе устойчивости.

### 1.4.3 Критерий устойчивости Найквиста

Критерий Найквиста - это частотный критерий, позволяющий судить об устойчивости системы, замкнутой единичной обратной связью, по виду АФХ разомкнутой системы. АФХ разомкнутой системы представляет собой кривую или годограф, описываемый концом вектора комплексного коэффициента передачи  $W(i\omega)$  при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$ . Выражение для комплексного коэффициента передачи  $W(i\omega)$  можно получить на основе передаточной функции разомкнутой системы  $W_P(p)$ , переходя в частотную область путем замены оператора  $p$  на  $i\omega$

$$W_P(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \xrightarrow{p \rightarrow i\omega} W_P(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} \quad (1.11)$$

или

$$W_P(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega), \quad (1.12)$$

где  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  - действительная и мнимая части комплексного коэффициента передачи.

В случае статической системы ( $a_0 \neq 0$ ) АФХ при частоте  $\omega = 0$  начинается на положительной вещественной полуоси в точке  $W(i\omega) = a_0/b_0 = K$ , где  $K$  коэффициент передачи системы. При  $\omega = \infty$  АФХ реальной системы по условию физической реализуемости равна нулю. На рис. 1.2а приведены АФХ для статических систем.

В случае астатической системы  $V$ -го порядка ( $a_0 = a_1 = \dots = a_{V-1} = 0$ ) при  $\omega \rightarrow 0$  АФХ уходит в бесконечность, т.к. в знаменателе выражения (1.11) для комплексного коэффициента передачи имеется множитель  $(j\omega)^V$ . Для определения устойчивости астатической системы находящееся в бесконечности начало ее АФХ, соответствующее  $\omega = 0$ , надо соединить с положительной действительной полуосью против часовой стрелки дугой бесконечного радиуса, как изображено на рис. 1.2б-1.2в.

Формулировка критерия Найквиста: замкнутая система будет устойчива, если АФХ или годограф комплексного коэффициента передачи устойчивой разомкнутой системы при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .

На рис. 1.2а приведены АФХ устойчивой, находящейся на границе устойчивости и неустойчивой статических систем. На рис. 1.2б-1.2в соответственно приведены АФХ устойчивых астатических систем с астатизмом первого и второго порядков.

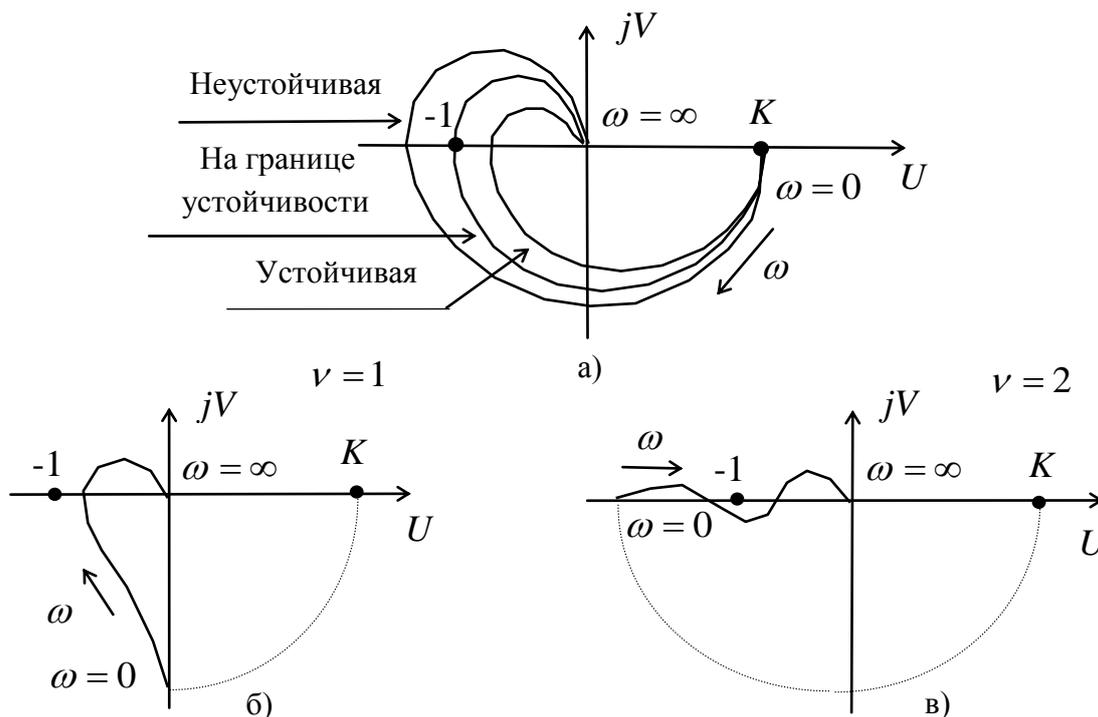


Рисунок 1.2 АФХ статической системы (а) и астатических систем с  $\nu = 1$  (б) и  $\nu = 2$  (в)

На рис. 1.3а приведена АФХ условно устойчивой системы. При уменьшении или увеличении коэффициента передачи  $K$  условно устойчивая система становится неустойчивой и АФХ для этих случаев приведены на рис. 1.3б-1.3в.

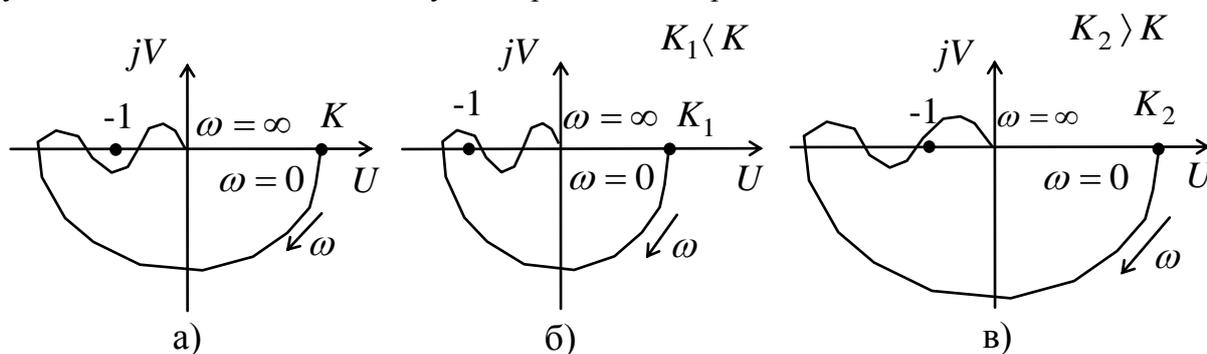


Рисунок 1.3 ФХ условно устойчивой системы (а), неустойчивой при уменьшении коэффициента передачи  $K_1 < K$  (б), неустойчивой при увеличении коэффициента передачи  $K_2 > K$  (в)

### Запасы устойчивости

В процессе эксплуатации систем радиоавтоматики её параметры (коэффициент усиления, постоянные времени) из-за изменения внешних условий, колебаний напряжений источников питания и других причин отличаются от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то система радиоавтоматики может стать неустойчивой. Для исключения этого явления при проектировании следует обеспечить определенные запасы устойчивости системы, которые характеризуют близость годографа АФХ разомкнутой системы к точке с

координатами  $(-1, j0)$ . Запасы устойчивости определяются на двух частотах: частоте среза  $\omega_{CP}$  и критической частоте  $\omega_{KP}$ . На частоте среза коэффициент передачи разомкнутой системы равен единице  $|W(\omega_{CP})| = 1$ , на критической частоте ФЧХ принимает значение  $\varphi(\omega_{KP}) = -\pi$ . Различают запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi(\omega_{CP})$  и усилению  $\Delta W(\omega_{KP})$ .

На рис. 1.4а-1.4б показаны соответственно запас устойчивости по фазе и запас устойчивости по усилению.

Запас устойчивости по фазе показывает, на какое значение ФЧХ разомкнутой системы на частоте среза отличается от значения  $-\pi$  (см. рис. 1.4а)

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) = \pi - |\varphi(\omega_{CP})|. \quad (1.13)$$

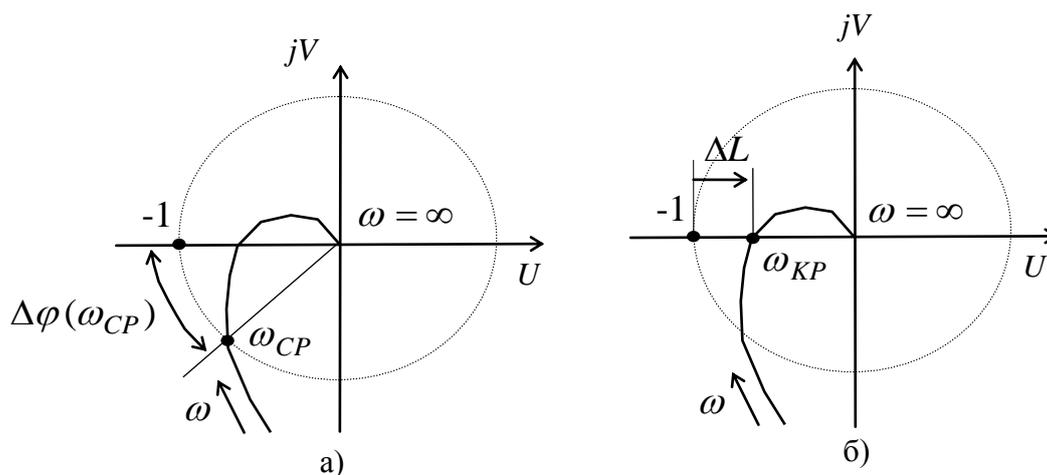


Рисунок 1.4 Запас устойчивости по фазе (а) и запас устойчивости по усилению (б)

Запас устойчивости по усилению характеризует удаленность точки  $W(\omega_{KP})$  от границы устойчивости и определяет, во сколько раз нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы система оказалась на границе устойчивости и вычисляется по формуле

$$\Delta W(\omega_{KP}) = \frac{1}{|W(\omega_{KP})|} \quad (1.14)$$

или в децибелах

$$\Delta L(\omega_{KP}) = 20 \lg [\Delta W(\omega_{KP})]. \quad (1.15)$$

Для нормальной работы систем радиоавтоматики необходимо, чтобы для запаса устойчивости по фазе и запаса устойчивости по усилению соответственно выполнялись следующие условия:

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) \gg 30^\circ, \quad (1.16)$$

$$\Delta L(\omega_{KP}) \gg 6\text{дБ}. \quad (1.17)$$

Если запас устойчивости по фазе и по усилению мал, то процесс регулирования будет слабо затухать, и при небольшом изменении параметров, обусловленным случайными причинами, может потерять устойчивость.

#### 1.4.4 Критерий устойчивости на основе ЛАЧХ и ЛФЧХ

ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы однозначно связаны с АФХ этой системы. Поэтому оценка устойчивости по ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы производится путем использования того же амплитудно-фазового критерия. При этом на частоте среза  $\omega_{CP}$

ЛАЧХ пересекает ось частот, а на критической частоте  $\omega_{KP}$  ЛФЧХ пересекает линию  $-180^0$ .

Запас устойчивости по фазе на ЛФЧХ разомкнутой системы показывает угол превышения фазовой характеристики на частоте среза  $\omega_{CP}$  над линией  $\varphi = -180^0$  и равен

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) = 180 - |\varphi(\omega_{CP})|. \quad (1.18)$$

Запас устойчивости по усилению на ЛАЧХ разомкнутой системы показывает, на сколько децибел нужно увеличить усиление на критической частоте  $\omega_{KP}$ , чтобы система оказалась на границе устойчивости и равен

$$\Delta L(\omega_{KP}) = -20 \lg W(\omega_{KP}). \quad (1.19)$$

На рис. 1.5а-1.5б и рис. 1.6а-1.6б приведены соответственно АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ абсолютно устойчивой ( $\omega_{CP} < \omega_{KP}$ ), условно устойчивой (для самой правой критической частоты  $\omega_{CP} < \omega_{KP}$ ), а на рис. 1.6а-1.6б — находящейся на границе устойчивости ( $\omega_{CP} = \omega_{KP}$ ) и неустойчивой ( $\omega_{CP} > \omega_{KP}$ ) САР.

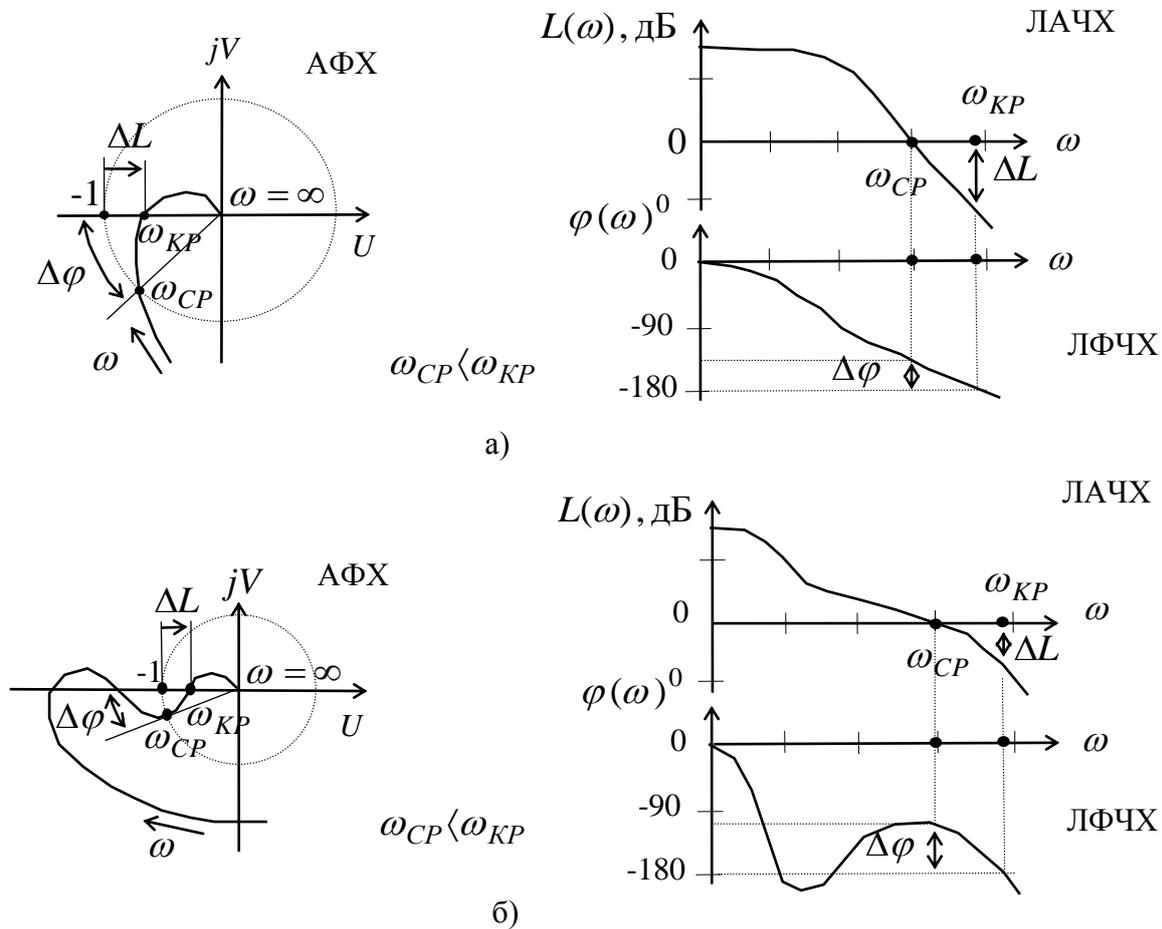


Рисунок 1.5 АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутых САР: устойчивой (а); условно устойчивой (б)

Из ЛАЧХ легко определить критический коэффициент усиления, т. е. максимальный коэффициент усиления при котором система будет находиться на границе устойчивости в следующем виде

$$L_{KP}(\omega) = 20 \lg K - \Delta L(\omega_{KP}). \quad (1.20)$$

Формулировка Критерия Найквиста применительно к ЛЧХ: для устойчивой разомкнутой системы необходимым и достаточным условием устойчивости замкнутой системы является, чтобы в диапазоне частот ЛАЧХ, где  $L(\omega) > 0$ , ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$  не должна пересекать прямую  $\pm 180^\circ$  или пересекать ее одинаковое число раз сверху вниз, т. е. четное число раз (см. рис. 1.5а-1.5б).

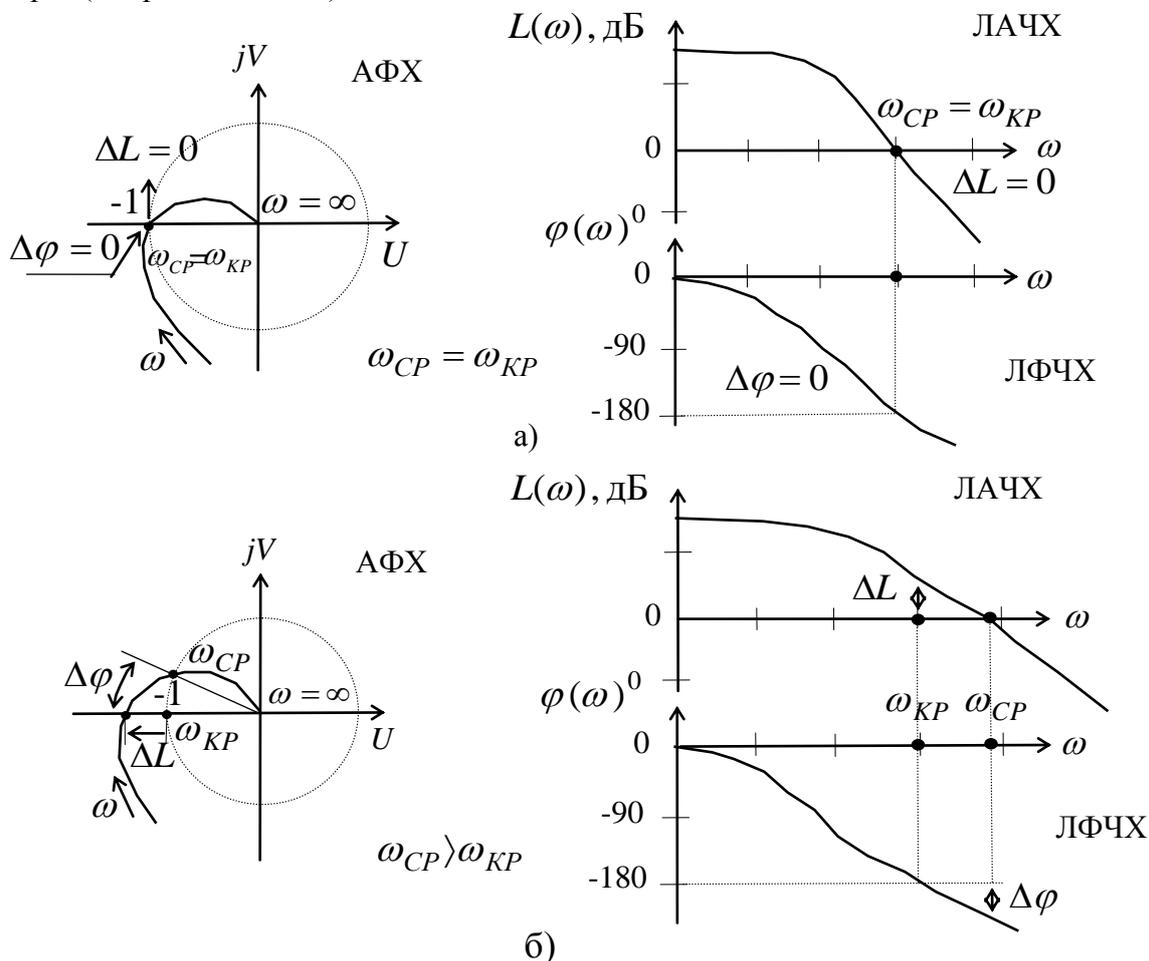


Рисунок 1.6 АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутых САУ: находящейся на границе устойчивости (в); неустойчивой (г)

## 1.5 Качество переходного процесса

### 1.5.1 Показатели качества переходного процесса

**Основные показатели качества переходного процесса** приведены на рис. 1.7.

**Длительность переходного процесса**  $t_n$  - интервал времени от начала переходного процесса до момента времени, когда отклонение выходной величины от установившегося значения  $h(\infty)$  становится меньше  $\Delta = (1 \div 5)\%$ , определяет быстродействие системы.

**Время установления первого максимума**  $t_y$  - время достижения первого максимума выходного сигнала, определяет скорость изменения выходного сигнала в переходном процессе.

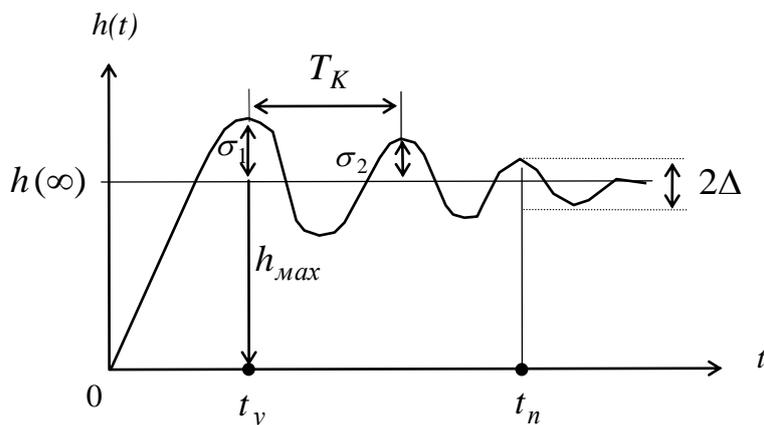


Рисунок 1.7 Переходная характеристика с показателями качества переходного процесса

**Перерегулирование**  $\sigma$  - максимальное отклонение выходной величины от установившегося значения:  $\sigma = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)} 100\%$ .

**Мера колебательности**  $C$  - отношение первых соседних максимумов переходного процесса  $C = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} 100\%$ .

**Частота колебаний**  $f_K$  - частота колебаний переходного процесса  $f_K = \frac{1}{T_K}$ , где

$T_K$  - период колебаний переходного процесса.

**Число колебаний**  $N$  - число колебаний за время переходного процесса (обычно число колебаний  $N = 1 \div 2$ ).

**Ошибка регулирования** в установившемся режиме - отличие установившегося значения  $h(\infty)$  от единицы.

Исчерпывающее представление о качестве переходных процессов дает сама переходная характеристик. Однако при синтезе систем радиоавтоматики необходимо иметь возможность судить об основных показателях качества переходных процессов в системе без построения переходных характеристик, по каким либо косвенным признакам, которые определяются более просто, чем переходные характеристики, и, кроме того, позволяют связать показатели качества непосредственно со значениями параметров системы. Такие косвенные признаки разработаны и называются критериями качества переходных процессов. При исследовании качества переходных процессов они играют ту же роль, что и критерии устойчивости при исследовании устойчивости систем радиоавтоматики.

Существуют три группы критериев качества - частотные, корневые и интегральные.

### 1.5.2 Частотные критерии качества переходных процессов

Частотные критерии позволяют судить о качестве переходного процесса по частотным характеристикам системы, которые связаны с переходными характеристиками преобразованием Лапласа. Для минимально фазовых систем качество переходных процессов может быть оценено по одной АЧХ замкнутой системы, так как у таких систем существует однозначная связь между АЧХ и ФЧХ. На рис. 2.8 приведены АЧХ замкнутых САР, по которым можно оценить меру колебательности и длительность переходного процесса.

К частотным показателям качества работы САР относятся следующие параметры: полоса пропускания  $\omega_{\Pi}$ , резонансная частота  $\omega_P$ , показатель колебательности  $M$ .

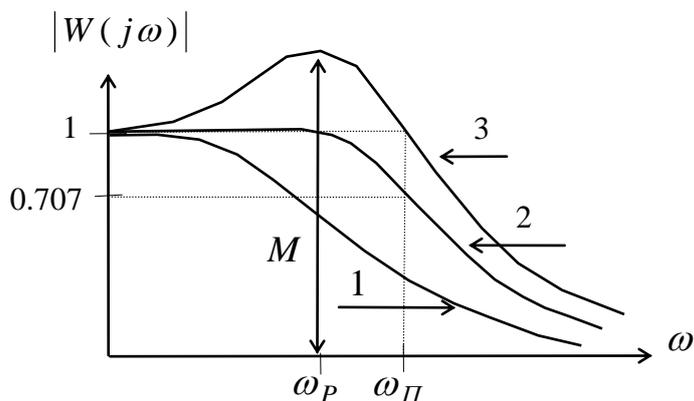


Рисунок 1.8 АЧХ замкнутых систем радиоавтоматики

Полоса пропускания  $\omega_{\Pi}$  - диапазон частот, в котором АЧХ больше или равно единице и отсчитывается по уровню 0.707 для монотонно убывающей АЧХ (см. рис. 1.8). Для монотонной АЧХ переходная характеристика является аperiodической и длительность переходного процесса  $t_{\Pi} \approx \frac{3}{\omega_{\Pi}}$ , а величина перерегулирования  $\sigma = 0$ .

Резонансная частота  $\omega_P$  - частота, соответствующая максимуму АЧХ замкнутой системы. Эта частота характеризует частоту колебаний в переходном процессе. В первом приближении длительность переходной характеристики может быть оценена по величине резонансной частоты  $\omega_P$ . Так как частота колебаний переходной характеристики примерно равна  $\omega_P$ , время установления первого максимума  $t_y$  переходной характеристики близко половине периода колебаний этой частоты  $t_y \approx \frac{\pi}{\omega_P}$ . Если при этом предположим, что переходная характеристика системы имеет 1-2 колебания, то длительность переходного процесса  $t_{\Pi} \approx (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_P}$ .

Показатель колебательности  $M$  - максимальное значение АЧХ замкнутой системы. Показатель колебательности  $M$  определяет амплитуду и длительность колебаний переходного процесса. Для максимально плоской АЧХ, когда показатель колебательности  $M = 0$  (см. кривую 2 на рисунке 8), величина перерегулирования  $\sigma \approx 18\%$ . При показателе колебательности  $M \rightarrow \infty$  амплитуда колебаний возрастает до получения незатухающих колебаний с частотой  $\omega_P$ , соответствующих границе устойчивости САР. Оптимальным обычно считается показатель колебательности  $M = 1.1 \div 1.5$ , при этом переходная характеристика имеет малую амплитуду колебаний с частотой близкой к резонансной частоте АЧХ.

Рассмотрим некоторые приближенные соотношения, устанавливающие связь между параметрами частотных характеристик замкнутой и разомкнутой систем, которые позволяют оценить частотные показатели качества работы САР без построения АЧХ замкнутой системы.

Проанализируем типовую ЛАЧХ системы, приведенную на рис. 1.9.

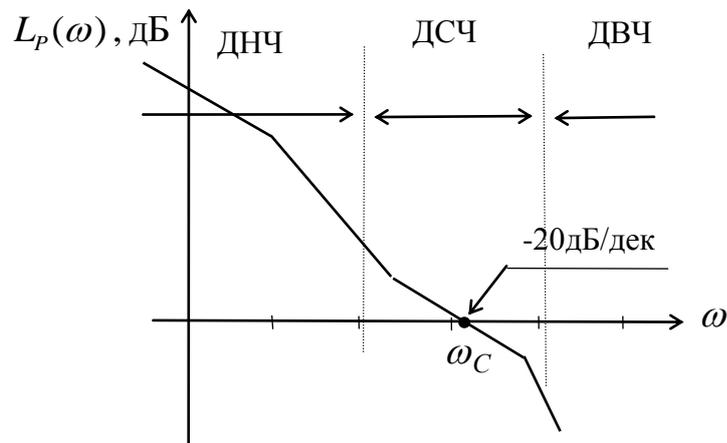


Рисунок 1.9 Желаемая типовая ЛАЧХ разомкнутой САР

Рассмотрим некоторые приближенные соотношения, устанавливающие связь между параметрами частотных характеристик замкнутой и разомкнутой систем, которые позволяют оценить частотные показатели качества работы САР без построения АЧХ замкнутой системы.

На этой характеристике различают три диапазона частот. Вид характеристики в диапазоне низких частот (ДНЧ) характеризует порядок астатизма и точность работы системы относительно управляющего воздействия.

В диапазоне средних частот (ДСЧ) находится частота среза. В этом диапазоне частот вид характеристики определяет запас устойчивости по фазе, полосу пропускания, показатели качества переходного процесса, поэтому наклон ЛАЧХ в этом диапазоне обычно выбирают равным минус 20 дБ/дек. Вид характеристики в диапазоне высоких частот (ДВЧ) влияет на запасы устойчивости в САР, определяет фильтрацию высших гармоник и уменьшает величину флуктуационных ошибок, обусловленную широкополосными воздействиями.

АФХ замкнутой системы и разомкнутой системы связаны соотношением

$$W_3(j\omega) = \frac{W_P(j\omega)}{1 + W_P(j\omega)} = \frac{|W_P(j\omega)| [\cos \varphi_P(\omega) + i \sin \varphi_P(\omega)]}{1 + |W_P(j\omega)| [\cos \varphi_P(\omega) + i \sin \varphi_P(\omega)]} \quad (1.21)$$

или для АЧХ получим

$$|W_3(j\omega)| = \frac{|W_P(j\omega)|}{\sqrt{1 + 2|W_P(j\omega)| \cos \varphi_P(\omega) + |W_P(j\omega)|^2}}. \quad (1.22)$$

Из выражения (1.22) видно, что в диапазоне частот, в котором  $|W_P(j\omega)| \geq 1$ , модуль АЧХ замкнутой системы примерно равен единице, а ФЧХ мало отличается от нуля. В диапазоне частот, в котором  $|W_P(j\omega)| \leq 1$ , АЧХ и ФЧХ замкнутой системы совпадают с АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы. На частотах вблизи частоты среза разомкнутой системы характер АЧХ замкнутой системы сильно зависит от запаса устойчивости по фазе разомкнутой системы.

На основе соотношения (1.22) найдем выражения для определения запасов устойчивости по фазе и коэффициенту усиления через модуль коэффициента передачи замкнутой системы.

На частоте среза  $|W_P(j\omega_{CP})| = 1$  и тогда выражение (2.22) запишется

$$|W_3(j\omega_{CP})| = \frac{1}{\sqrt{2 + 2 \cos \varphi_P(\omega_{CP})}} . \quad (1.23)$$

Отсюда получим

$$\cos \varphi_P(\omega_{CP}) = \frac{1}{2|W_3(j\omega_{CP})|^2} - 1 \quad (1.24)$$

или значение запаса устойчивости по фазе равно

$$\Delta \varphi_P(\omega_{CP}) = 180^\circ - |\varphi_P(\omega_{CP})| = 180^\circ - \left| \arccos \left( \frac{1}{2|W_3(j\omega_{CP})|^2} - 1 \right) \right| . \quad (1.25)$$

Задавая на частоте среза  $|W_3(j\omega_{CP})| = 1$ , получим требуемое значение запаса устойчивости по фазе равным

$$\Delta \varphi_P(\omega_C) = 60^\circ . \quad (1.26)$$

Продифференцировав уравнение (2.22) и приравняв его нулю, получим, что максимум АЧХ замкнутой системы получается при

$$|W_P(j\omega)| = \frac{1}{\cos[\Delta \varphi_P(\omega)]} . \quad (1.27)$$

Подставив (1.27) в выражение (1.22), найдем, что показатель колебательности системы связан с запасом устойчивости по фазе выражением

$$M = \frac{1}{\sin[\Delta \varphi_P(\omega)]} . \quad (1.28)$$

На критической частоте  $\cos \varphi_P(\omega_{KP}) = -1$  и тогда выражение (1.22) запишется

$$|W_3(j\omega_{KP})| = \frac{|W_P(j\omega_{KP})|}{\sqrt{1 - 2|W_P(j\omega_{KP})| + |W_P(j\omega_{KP})|^2}} = \frac{|W_P(j\omega_{KP})|}{1 - |W_P(j\omega_{KP})|} . \quad (1.29)$$

Отсюда определим модуль коэффициента передачи разомкнутой системы через модуль коэффициента передачи замкнутой системы

$$|W_P(j\omega_{KP})| = \frac{|W_3(j\omega_{KP})|}{1 + |W_3(j\omega_{KP})|} . \quad (1.30)$$

Задавая значение модуля коэффициента передачи замкнутой системы на критической частоте  $|W_3(j\omega_{KP})|$ , можно из выражения (2.30) определить модуль коэффициента передачи разомкнутой системы на критической частоте  $|W_P(j\omega_{KP})|$  или запас устойчивости системы по коэффициенту усиления. Полагая  $|W_3(j\omega_{KP})| = 1$ , получим требуемое значение запаса устойчивости по коэффициенту усиления равным

$$|W_P(j\omega_{KP})| = \frac{1}{2} \text{ или } |L(\omega)| = 6 \text{ дБ} . \quad (1.31)$$

Таким образом, для получения требуемого запаса устойчивости по фазе и коэффициенту усиления, а, следовательно, и качества переходного процесса замкнутой САР наклон желаемой АЧХ разомкнутой САР в ДСЧ на частоте среза и в пределах декады слева и справа от частоты среза (см. рис. 1.9) должен быть равен минус 20 дБ/дек.

Таким образом, о качестве переходного процесса можно косвенно судить по частотным характеристикам. Например, чем меньше запас устойчивости по фазе или усилению, тем выше колебательность переходного процесса. Если на ЛАЧХ имеется подъем на высоких частотах, то на переходной характеристике будет иметь место перерегулирование и колебательность.

## 1.6 Структурные схемы исследуемых систем

Структурная схема замкнутой статической системы приведена на рис. 1.10 и состоит из трёх апериодических звеньев 1-го порядка.

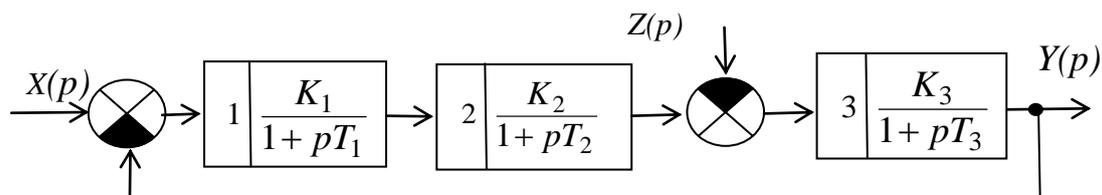


Рисунок 1.10 Структурная схема статической системы

Структурная схема замкнутой астатической системы приведена на рис. 1.11 и собрана из одного интегрирующего звена и двух апериодических звеньев 1-го порядка.

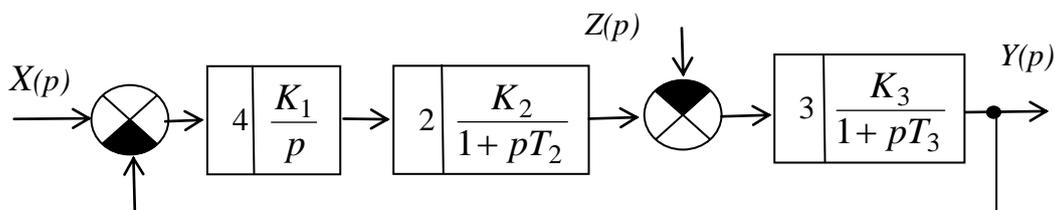


Рисунок 1.11 Структурная схема астатической системы

Схемы моделей типовых звеньев, из которых собраны системы, пронумерованы и приведены в табл. 1.1.

Для статической системы, приведенной на рис. 2.10, выражение для изображения по Лапласу выходной величины запишется

$$Y(p) = \frac{K}{K + (1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)} X(p) - \frac{K_3(1 + pT_1)(1 + pT_2)}{K + (1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)} Z(p) . \quad (1.32)$$

Для астатической системы, приведенной на рисунке 11, выражение для изображения по Лапласу выходной величины запишется

$$Y(p) = \frac{K}{K + p(1 + pT_2)(1 + pT_3)} X(p) - \frac{K_3 p(1 + pT_2)}{K + p(1 + pT_2)(1 + pT_3)} Z(p) . \quad (1.33)$$

где  $K = K_1 K_2 K_3$  - коэффициент передачи астатической системы.

**Точность.** Ошибка системы для статической системы (см. рис. 1.10) с учетом выражения (3) запишется

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)}} X(p) - \frac{\frac{K_3}{1 + pT_3}}{1 + \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)}} Z(p) , \quad (1.34)$$

Для установившегося режима ( $p=0$ ) статическая ошибка замкнутой статической системы с учетом выражения (2.34) запишется

$$E(0) = \frac{1}{1+K} X(0) - \frac{K_3}{1+K} Z(0) . \quad (1.35)$$

Из выражения (1.35) можно определить меру статической точности по задающему воздействию и возмущению соответственно в следующем виде

$$\Delta_{XCT} = \frac{1}{1+K} , \quad (1.36)$$

$$\Delta_{ZCT} = \frac{-K_3}{1+K} . \quad (1.37)$$

Таблица 1.1

Схемы моделей типовых звеньев

Номер звена	Тип звена	Схема	Коэффициенты передаточных функций
1	Апериодическое 1-го порядка		$W(p) = -k/(1+pT)$ , где $k = R_2/R_1$ , $T = R_2 \cdot C_1$
2	Апериодическое 1-го порядка		$W(p) = -k/(1+pT)$ , где $k = R_2/R_1$ , $T = R_2 \cdot C_1$
3	Апериодическое 1-го порядка		$W(p) = -k/(1+pT)$ , где $k = R_2/R_1$ , для 1 положения тумблера $T = R_2 \cdot C_1$ для 2 положения тумблера $T = R_2 \cdot C_2$ .
4	Интегрирующее		$W(p) = -\frac{K}{p}$ , где $K = \frac{1}{T} = \frac{1}{R_1 C_1}$ .

Из выражений (1.36) и (1.37) видно, что для повышения точности работы статической системы необходимо увеличивать коэффициент передачи системы  $K$ .

Ошибка системы для астатической системы (см. рис. 1.11) с учетом выражения (1.3) запишется

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p(1+pT_2)(1+pT_3)}} X(p) - \frac{\frac{K_3}{1+pT_3}}{1 + \frac{K}{p(1+pT_2)(1+pT_3)}} Z(p), \quad (1.38)$$

Таким образом, из выражения (1.38) видно, что для установившегося режима ( $p=0$ ) статическая ошибка замкнутой астатической системы  $E(0)=0$ .

**Устойчивость.** Из выражения (1.32) характеристическое уравнение для замкнутой статической системы запишется

$$A(p) = K + (1+pT_1)(1+pT_2)(1+pT_3) = p^3 T_1 T_2 T_3 + p^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) + p(T_1 + T_2 + T_3) + K + 1, \quad (1.39)$$

Все коэффициенты характеристического уравнения (39) положительные и определитель Гурвица примет вид

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 & K + 1 & 0 \\ T_1 T_2 T_3 & T_1 + T_2 + T_3 & 0 \\ 0 & T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 & K + 1 \end{vmatrix}. \quad (1.40)$$

Из выражения (1.40) запишем условие устойчивости статической системы радиоавтоматики

$$\Delta_2 = (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \cdot (T_1 + T_2 + T_3) - T_1 T_2 T_3 \cdot (K + 1) > 0. \quad (1.41)$$

Отсюда, из условия  $\Delta_2 = 0$  найдем критическое (граничное) значение коэффициента передачи, при котором статическая система окажется на границе устойчивости

$$K_{KP} = \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right) \cdot (T_1 + T_2 + T_3) - 1. \quad (1.42)$$

Из выражения (1.33) характеристическое уравнение для замкнутой астатической системы запишется

$$A(p) = K + p(1+pT_2)(1+pT_3) = p^3 T_2 T_3 + p^2 (T_2 + T_3) + p + K. \quad (1.43)$$

Все коэффициенты характеристического уравнения (39) положительные и определитель Гурвица примет вид

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} T_2 + T_3 & K & 0 \\ T_2 T_3 & 1 & 0 \\ 0 & T_2 + T_3 & K \end{vmatrix}. \quad (1.44)$$

Из выражения (1.44) запишем условие устойчивости астатической системы радиоавтоматики

$$\Delta_2 = (T_2 + T_3) - T_2 T_3 K > 0. \quad (1.45)$$

Отсюда, из условия  $\Delta_2 = 0$  найдем критическое (граничное) значение коэффициента передачи, при котором астатическая система окажется на границе устойчивости

$$K_{KP} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3}. \quad (1.46)$$

Передаточная функция для разомкнутой статической системы (см. рис. 1.10) запишется

$$W_P(p) = \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)}, \quad (1.47)$$

где  $K = K_1 K_2 K_3$  - коэффициент передачи статической системы.

Тогда, переходя в частотную область, заменив  $p \rightarrow i\omega$ , запишем выражения для ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой статической системы

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_3)^2}, \quad (1.48)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) - \arctg(\omega T_3). \quad (1.49)$$

Аналогично, получим передаточную функцию для разомкнутой астатической системы (см. рис. 2.11) в следующем виде

$$W_P(p) = \frac{K}{p(1 + pT_2)(1 + pT_3)}, \quad (1.50)$$

а выражения для ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой астатической системы запишутся

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_3)^2}, \quad (1.51)$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg(\omega T_2) - \arctg(\omega T_3). \quad (1.52)$$

Построив на основе выражений (1.49)-(1.52) ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутых систем и определив частоту среза  $\omega_{CP}$  и критическую частоту  $\omega_{KP}$ , можно по выражениям (1.18) и (1.19) найти запасы устойчивости по фазе  $\Delta\varphi(\omega_{CP})$  и усилению  $\Delta L(\omega_{KP})$ .

### 1.7 Расчетное задание

#### Статическая система.

Исходные данные: рис. 1.10 и табл. 1.1.

Для двух значений варьируемой емкости  $C_v$  рассчитать:

- 1) коэффициенты передачи замкнутой и разомкнутой систем;
- 2) меру статической точности  $\Delta_{ZCT}$  и статическую характеристику для  $Z(0)=0-10$  В;
- 3) асимптотическую ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и по ним определить запасы устойчивости по фазе и усилению;
- 4) критические (граничные) значения коэффициентов передачи.

#### Астатическая система.

Исходные данные: рис. 1.11 и табл. 1.1.

Для двух значений варьируемой емкости  $C_v$  рассчитать:

- 1) коэффициенты передачи замкнутой и разомкнутой систем;
- 2) асимптотическую ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и по ним определить запасы устойчивости по фазе и усилению;
- 3) критические (граничные) значения коэффициентов передачи.

### 1.8 Экспериментальное задание

#### Статическая система.

1. Измерить ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и по ним определить запасы устойчивости по фазе и усилению для обоих положений тумблера.
2. Измерить ЛАЧХ замкнутой системы для обоих положений тумблера.
3. Исследовать качественные показатели переходного процесса замкнутой системы для обоих положений тумблера.
4. Проанализировать влияние запасов устойчивости по фазе и усилению на ЛАЧХ замкнутой системы и качество переходного процесса.

5. Исследовать влияние возмущающего воздействия на ошибку регулирования статической системы.

#### **Астатическая система.**

1. Измерить ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и по ним определить запасы устойчивости по фазе и усилению для обоих положений тумблера.

2. Измерить ЛАЧХ замкнутой системы для обоих положений тумблера.

3. Исследовать качественные показатели переходного процесса замкнутой системы для обоих положений тумблера.

4. Проанализировать влияние запасов устойчивости по фазе и усилению на ЛАЧХ замкнутой системы и качество переходного процесса.

5. Исследовать влияние возмущающего воздействия на ошибку регулирования астатической системы.

#### **1.9 Указания по выполнению работы**

При выборе диапазона часто для измерения частотных характеристик необходимо ориентироваться на величины постоянных времени звеньев, а также на сопрягающие частоты и частоты среза.

При исследовании переходных характеристик необходимо помнить, что длительность входных импульсов должна превышать длительность переходных процессов в звеньях.

## **2 МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОГРАММНОМ ПРОДУКТЕ QUCS**

Чтобы открыть программный продукт Qucs щелкните два раза по ярлыку



откроется главное окно, затем щелкните два раза по вкладке «Справка», откроется содержание «Справки».

#### **Содержание**

1. Быстрый старт - Аналоговое моделирование.
2. Быстрый старт - Цифровое моделирование.
3. Быстрый старт – Оптимизация.
4. Краткое описание действий.
5. Работа с подсхемами.
6. Краткое описание математических функций.
7. Перечень специальных символов.
8. Создание согласованных схем.
9. Описание установленных файлов Qucs.
10. Описание форматов файлов Qucs.

Изучить содержание разделов 1,4,5 программного продукта Qucs.

Собрать и промоделировать в частотной и временной областях схемы разомкнутых и замкнутых статических и астатических систем радиоавтоматики.

На рисунке 2.1 приведена схема разомкнутой статической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области.

На рисунке 2.2 приведена ЛАЧХ, а на рисунке 2.3 ЛФЧХ разомкнутой статической системы радиоавтоматики.

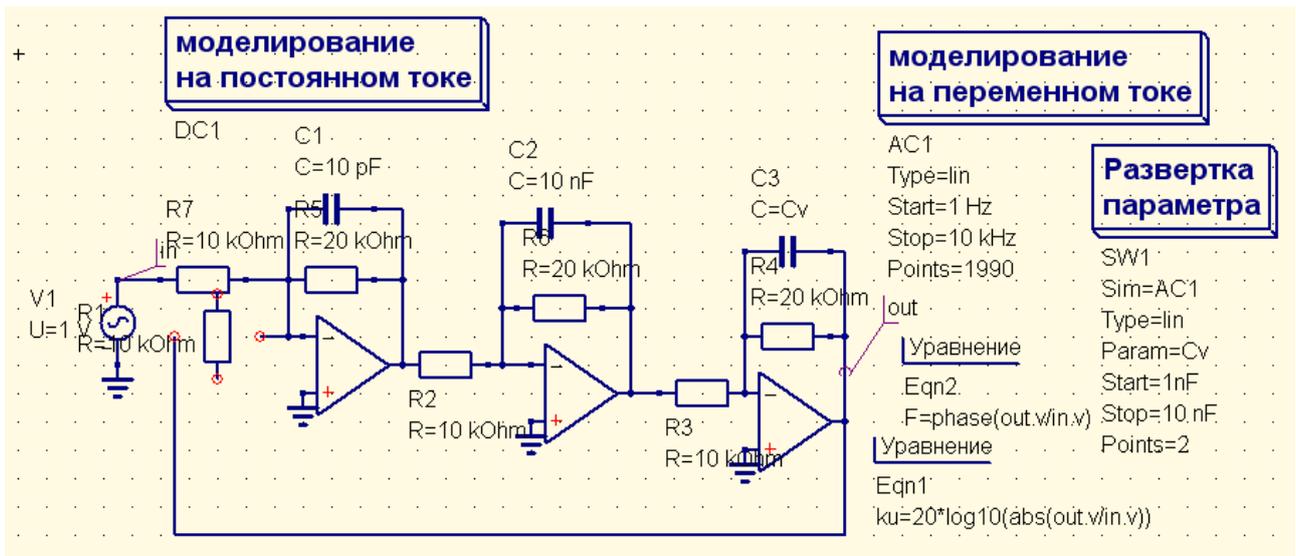


Рисунок 2.1 Схема разомкнутой статической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области

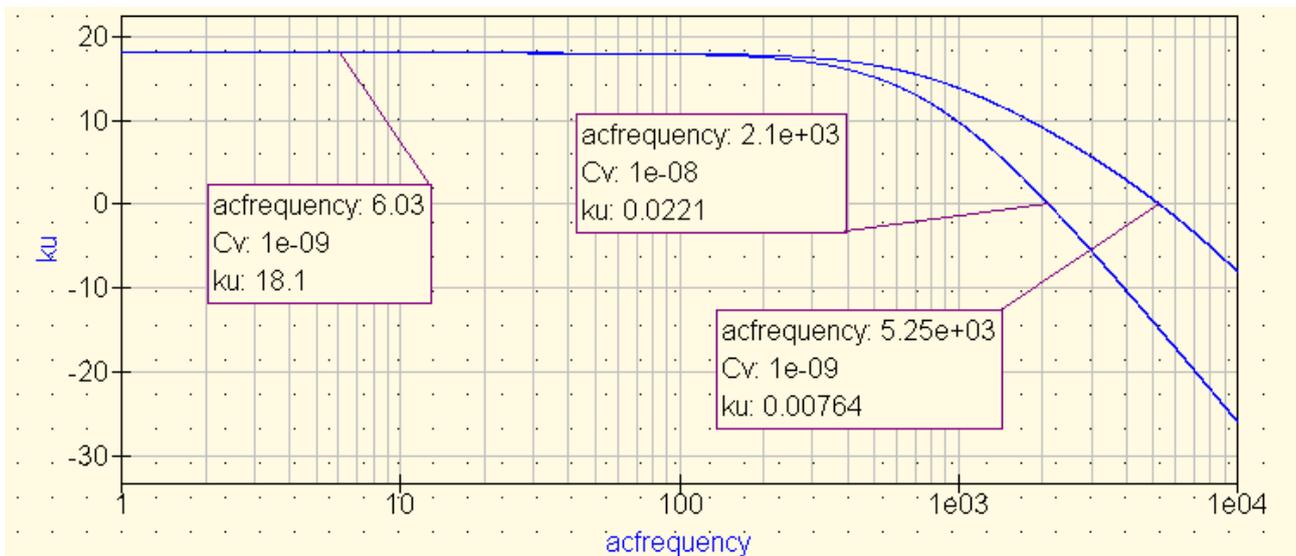


Рисунок 2.2 ЛАЧХ разомкнутой статической системы радиоавтоматики

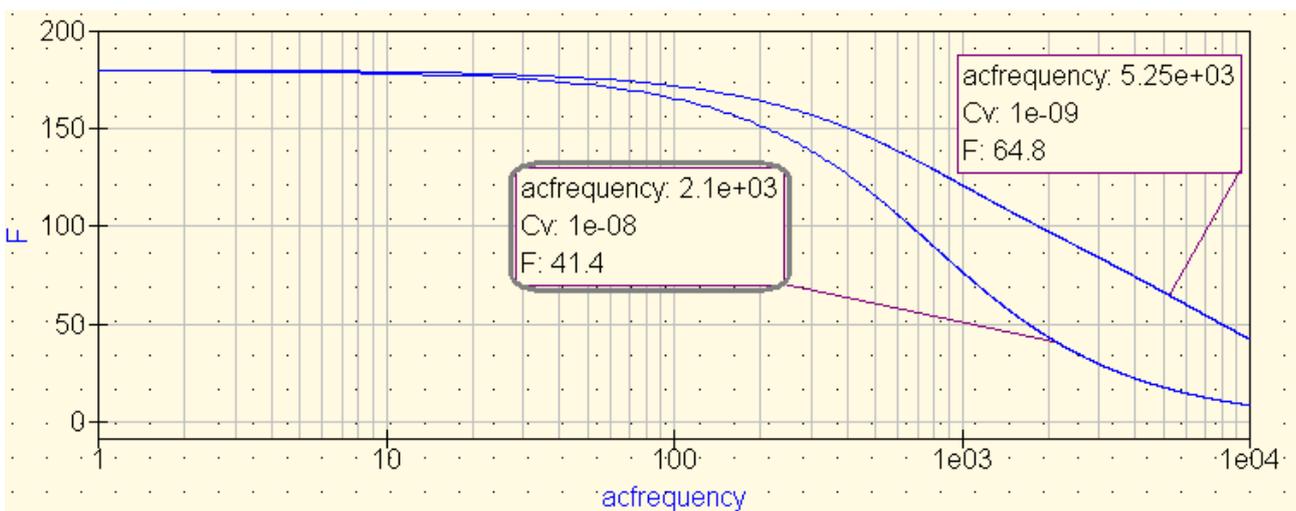


Рисунок 2.3 ЛФЧХ разомкнутой статической системы радиоавтоматики

На рисунке 2.4 приведена схема замкнутой статической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области.

На рисунке 2.5 приведена ЛАЧХ замкнутой статической системы радиоавтоматики.

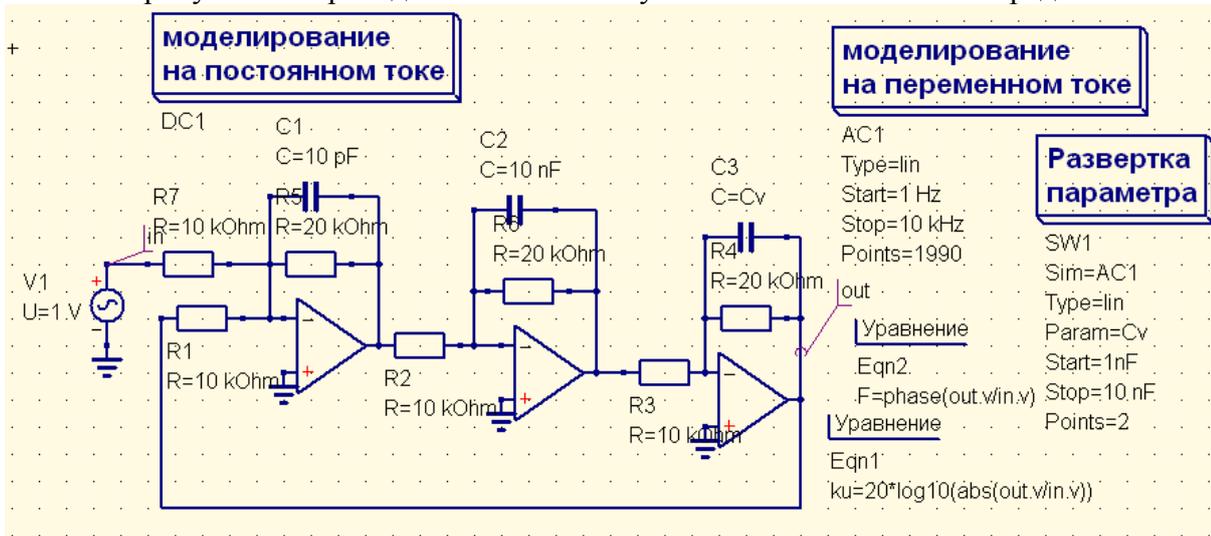


Рисунок 2.4 Схема замкнутой статической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области

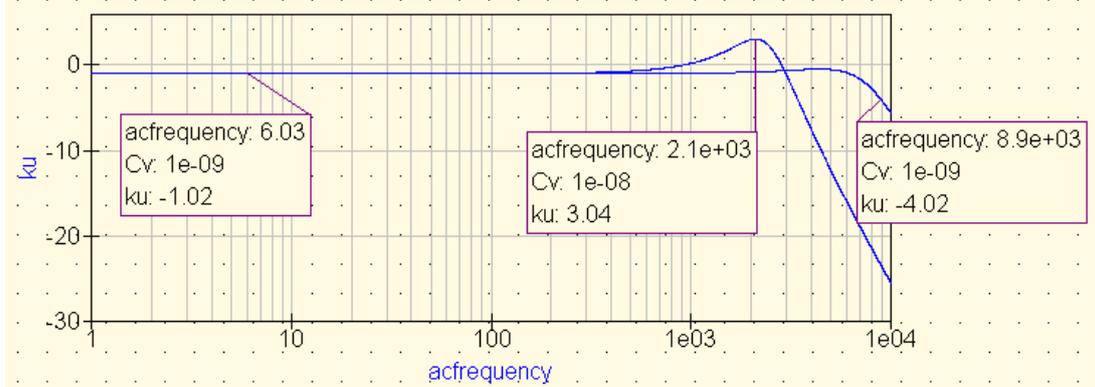


Рисунок 2.5 ЛАЧХ замкнутой статической системы радиоавтоматики

На рисунке 2.6 приведена схема замкнутой статической системы для моделирования во временной области.

На рисунке 2.7 ПХ замкнутой статической системы радиоавтоматики.

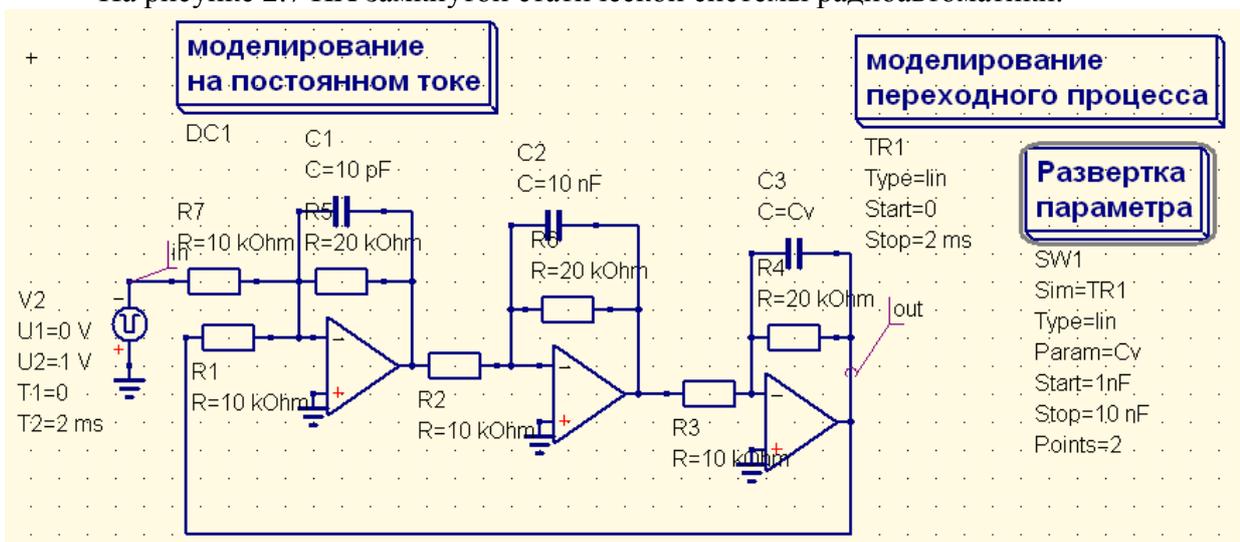


Рисунок 2.6 Схема замкнутой статической системы радиоавтоматики для моделирования во временной области.

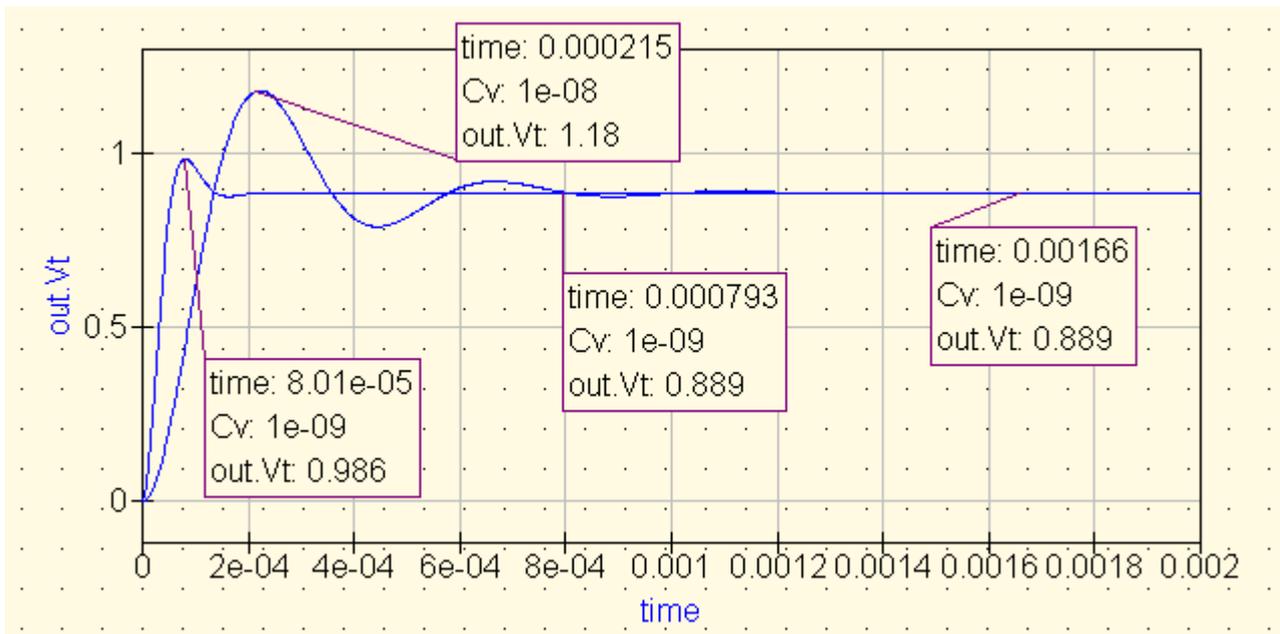


Рисунок 2.7 ПХ замкнутой статической системы радиоавтоматики

На рисунке 2.8 приведена схема разомкнутой астатической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области.

На рисунке 2.9 ЛАЧХ, на рисунке 2.10 ЛФЧХ разомкнутой астатической системы радиоавтоматики.

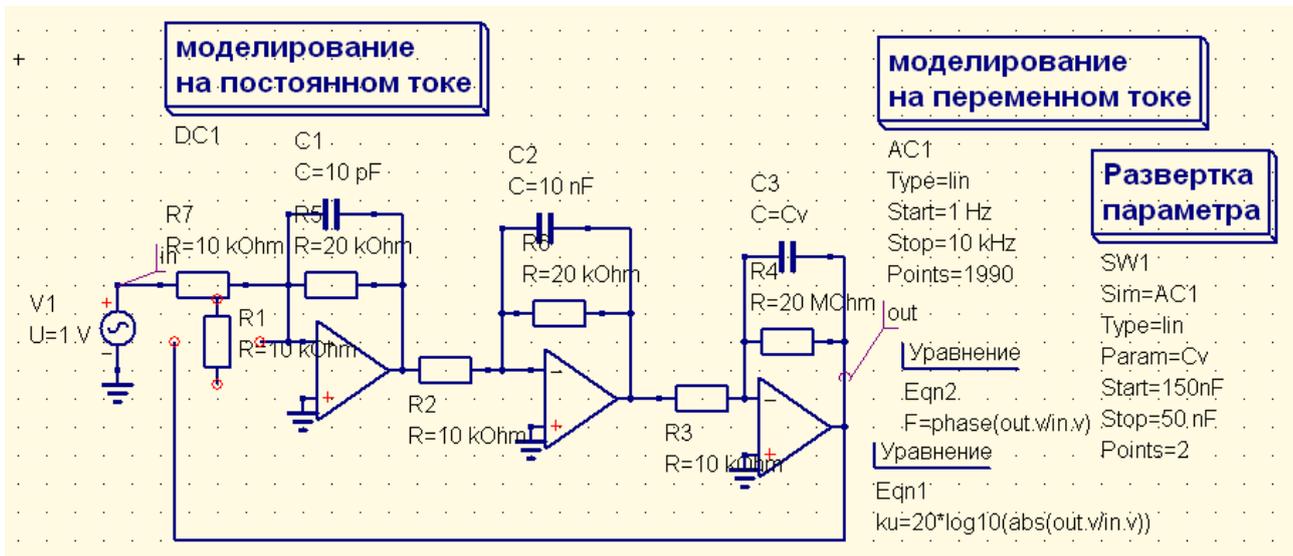


Рисунок 2.8 Схема разомкнутой астатической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области

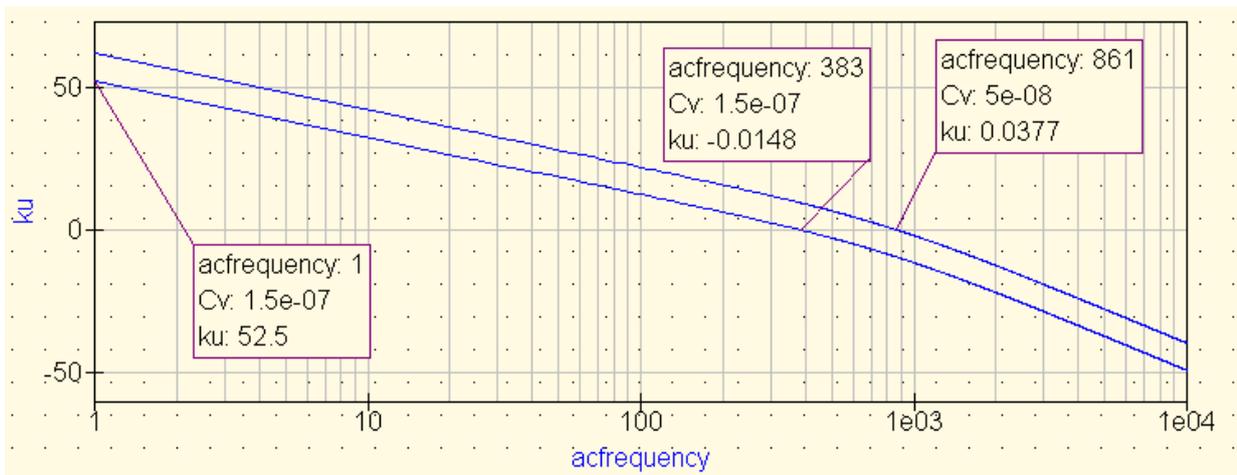


Рисунок 2.9 ЛАЧХ разомкнутой астатической системы радиоавтоматики

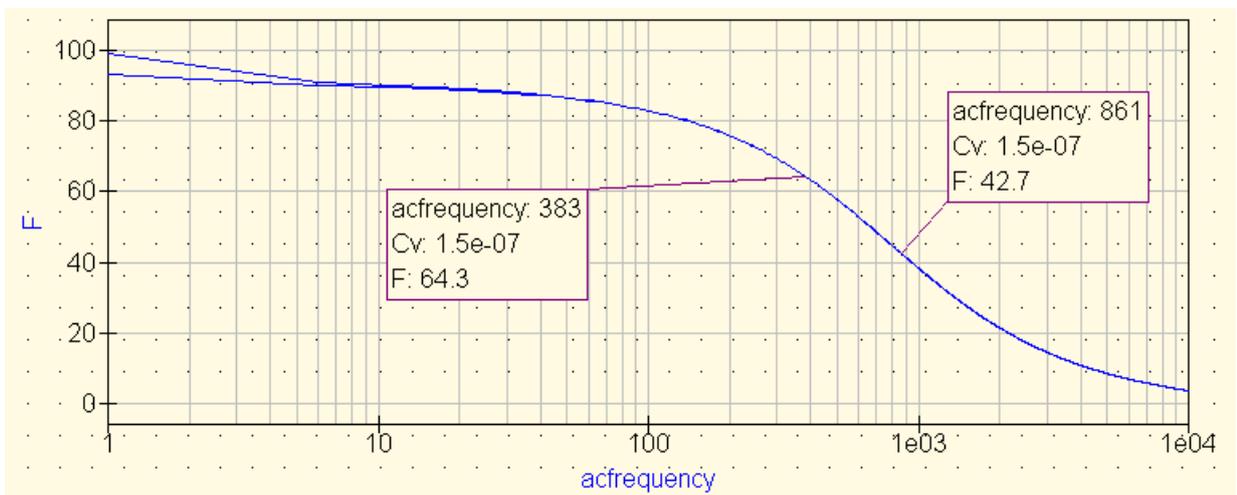


Рисунок 2.10 ЛФЧХ разомкнутой астатической системы радиоавтоматики

На рисунке 2.11 приведена схема, на рисунке 2.12 ЛАЧХ, замкнутой астатической системы радиоавтоматики.

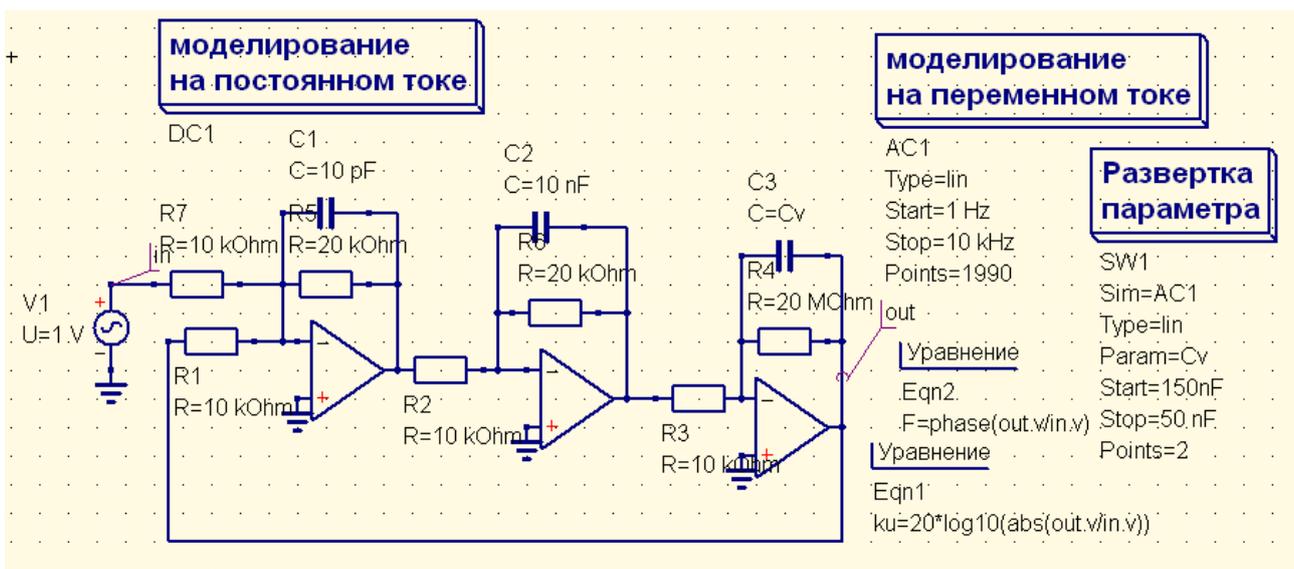


Рисунок 2.11 Схема замкнутой астатической системы радиоавтоматики для моделирования в частотной области

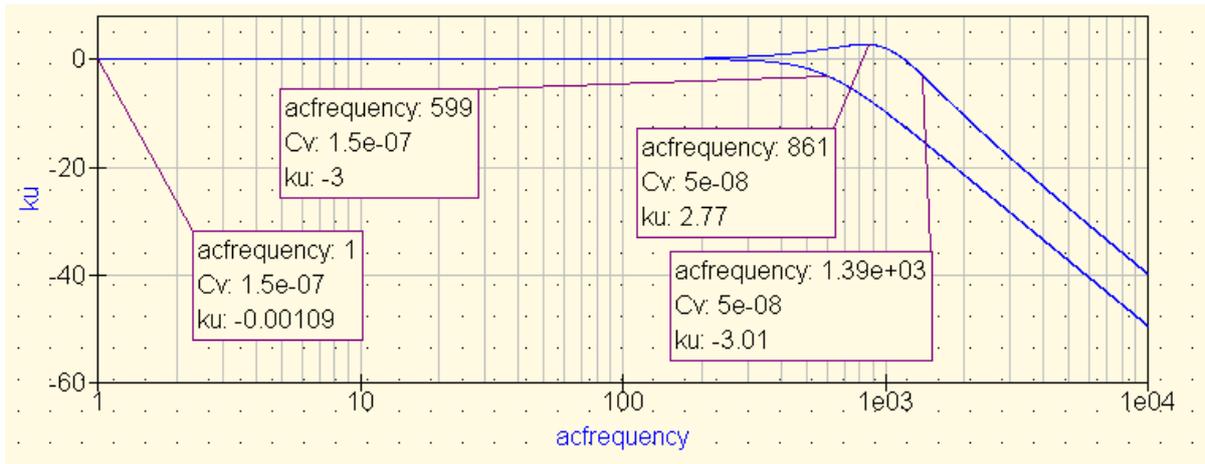


Рисунок 2.12 ЛАЧХ замкнутой астатической системы радиоавтоматики

На рисунке 2.13 приведена схема замкнутой астатической системы радиоавтоматики для моделирования во временной области.

На рисунке 2.14 приведена ПХ, замкнутой астатической системы радиоавтоматики.

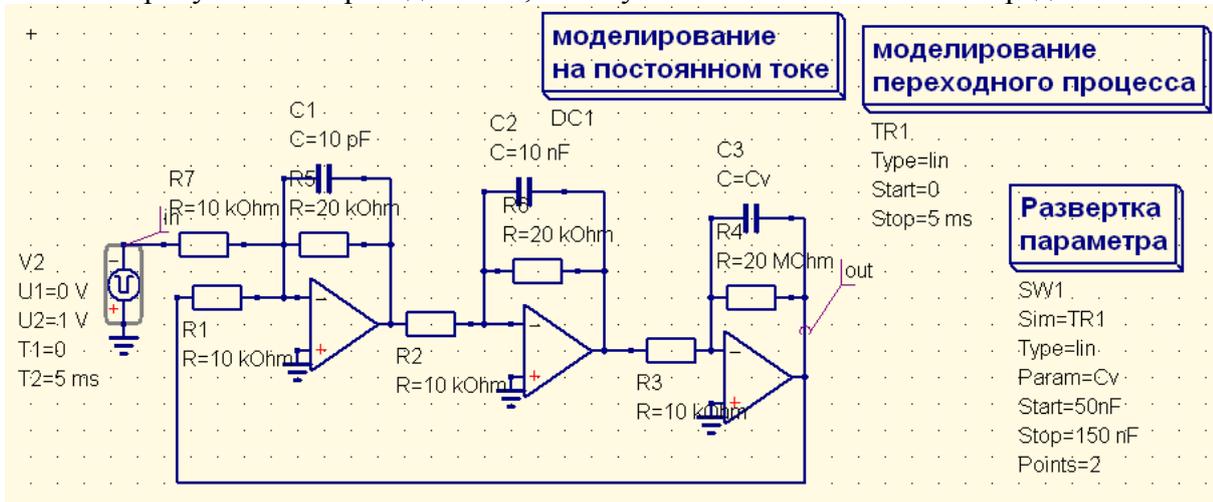


Рисунок 2.13 Схема замкнутой астатической системы радиоавтоматики для моделирования во временной области

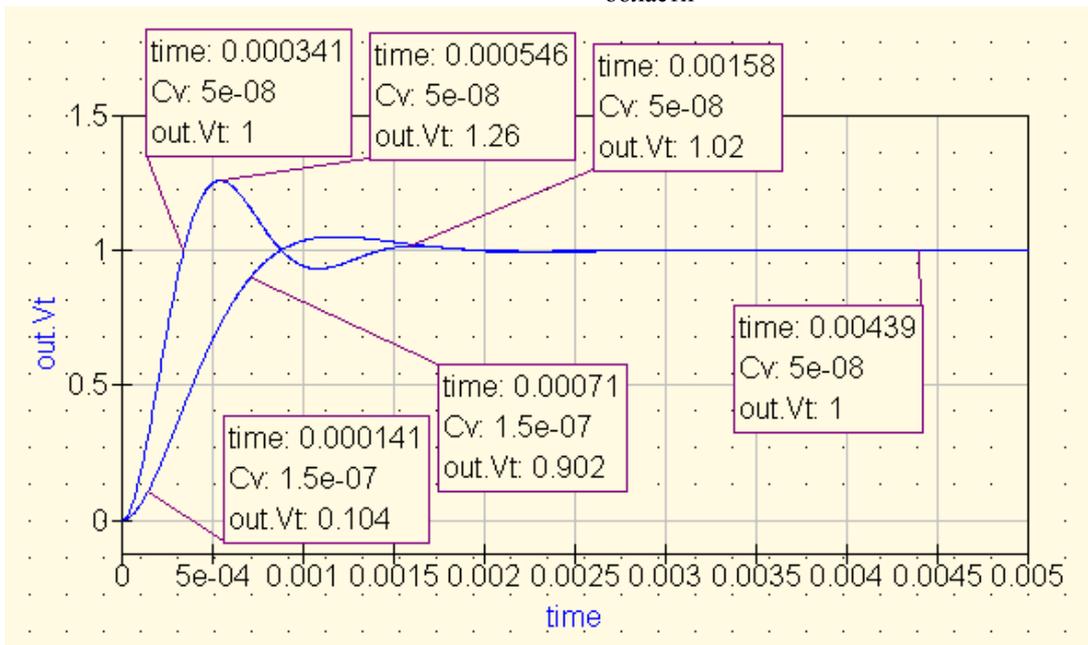


Рисунок 2.14 ПХ замкнутой астатической системы радиоавтоматики

### **3 ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Выводы должны содержать ссылки на рисунки, объяснение поведения характеристик, физику поведения, сравнение характеристик при варьировании параметров.

### **4 УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТА**

В отчете экспериментальные и расчетные логарифмические частотные характеристики и переходные характеристики для каждого звена строятся, соответственно, на одном рисунке.

Выводы должны быть сделаны по каждому пункту исследований и должны содержать: ссылки на рисунки, характер зависимостей, физическое и теоретическое объяснение зависимостей, сравнительный анализ.

### **5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Назовите основные показатели качества работы систем радиоавтоматики.
2. Какие системы радиоавтоматики Вы знаете? Статическая точность их работы.
3. Устойчивость систем радиоавтоматики. Что такое критерии устойчивости? Какие критерии устойчивости Вы знаете?
4. Сформулируйте критерий устойчивости Михайлова.
5. Сформулируйте критерий устойчивости Найквиста.
6. Сформулируйте критерий устойчивости Гурвица.
7. Определите запасы устойчивости на основе логарифмических характеристик.
8. Определите показатели качества переходного процесса и частотные показатели.
9. Поясните связь частотных показателей качества работы с частотными характеристиками разомкнутой системы радиоавтоматики.
10. Сформулируйте правила построения асимптотической ЛАЧХ разомкнутой системы радиоавтоматики по известной передаточной функции.
11. Как определить передаточную функцию по известной ЛАЧХ разомкнутой системы радиоавтоматики.

### **6 СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Радиоавтоматика: Учебное пособие [Электронный ресурс]/ Г. Н. Якушевич. - Томск: ТУСУР, 2019. - 237 с.— Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/9183> (дата обращения 05.03.2024).
2. Исследование качественных показателей систем радиоавтоматики: Учебное методическое пособие по лабораторной работе, практическим занятиям и самостоятельной работе [Электронный ресурс]/ Г. Н. Якушевич. - Томск: ТУСУР, 2019. - 32 с. Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/9193> (дата обращения 05.03.2024).