

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**  
**высшего образования**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**  
**(ТУСУР)**

**Кафедра радиоэлектроники и систем связи**  
**(РСС)**

С. А. Подлиннов, А. В. Фатеев, Г. Г. Гошин

**ИЗМЕРЕНИЕ  $\varepsilon$  И  $\operatorname{tg}\delta$  ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ**  
**МАТЕРИАЛОВ РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ**

Руководство к лабораторной работе  
для студентов технических направлений подготовки и специальностей

Томск  
2024

УДК 621.372.22  
ББК 32.843  
П 44

**Рецензент:**

**Убайчин А. В.**, доцент кафедры радиоэлектроники  
и систем связи ТУСУР, канд.техн. наук

**Подлиннов С. А., Фатеев А. В., Гошин Г.Г.**

П 44 Измерение  $\varepsilon$  и  $\operatorname{tg}\delta$  диэлектрических материалов резонаторным методом: Руководство к лабораторной работе. — Томск: Томский гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024. — 14 с.

В руководстве содержится методический материал по измерению  $\varepsilon$  и  $\operatorname{tg}\delta$  диэлектрических материалов резонаторным методом. Отмечаются основные теоретические положения, расчётные формулы, математическую модель эксперимента, входной и выходной тестовый контроль, схемы лабораторных столов и порядок проведения эксперимента, шаблон отчёта, особенности работы программы управления прибором, порядок работы с прибором.

Одобрено протоколом на заседании кафедры протокол № 8 от 16.05.2024 г.

УДК 621.372.22

ББК 32.843

© Подлиннов С. А., 2024

© Фатеев А. В., 2024

© **Гошин Г.Г.**, 2024

© Томский гос. ун-т систем управления  
и радиоэлектроники, 2024

## Содержание

Введение .....	4
1. Краткие теоретические сведения.....	4
1.1. Структура поля в цилиндрическом объёмном резонаторе .....	4
1.2. Основные параметры объёмного резонатора .....	6
1.3. Расчёт диэлектрической проницаемости и потерь в диэлектрике .....	8
2. Домашнее задание.....	10
3. Экспериментальная часть.....	11
3.1 Описание установки и методики измерений.....	11
3.2 Порядок выполнения работы .....	11
3.3 Требования к оформлению отчёта .....	13
Список литературы .....	14

## Введение

Целью лабораторной работы является:

- ознакомление с некоторыми вопросами теории объёмных цилиндрических резонаторов;
- расчёт основных параметров цилиндрического резонатора для колебаний типа  $E$  и типа  $H$ , возбуждаемых в резонаторе;
- изучение методики измерений, основанной на методе малых возмущений, применительно к цилиндрическому резонатору;
- проведение измерений образцов различных диэлектрических материалов.

### 1. Краткие теоретические сведения

#### 1.1. Структура поля в цилиндрическом объёмном резонаторе

В радиотехнике сверхвысоких частот в качестве колебательных систем используются замкнутые металлические объёмы, называемые объёмными резонаторами. Замкнутый объём образован стенками волновода и короткозамыкающими металлическими пластинами на его торцах (рис. 1). В лабораторной работе используется цилиндрический объёмный резонатор с возбуждением посредством петли.

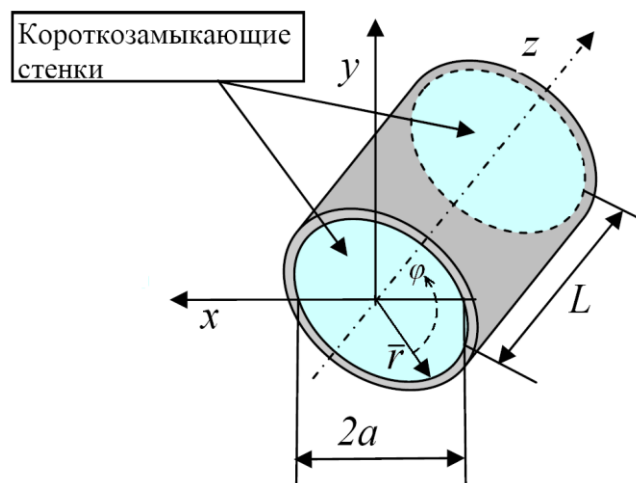


Рисунок 1 – Цилиндрический объёмный резонатор

Одним из основных отличий объёмного резонатора от колебательного контура с сосредоточенными параметрами является его многомодовость. Объясняется это тем, что в резонаторе, как и в волноводе, могут возбуждаться продольные магнитные и продольные электрические типы колебаний (моды), но в отличие от волноводов, кроме вариаций полей по поперечным координатам  $\varphi$  и  $r$  имеются вариации и по оси  $z$ , совпадающей с осью резонатора (рис. 1). Каждый тип колебания характеризуется собственной структурой поля и собственной резонансной частотой  $f_0$ . Под структурой понимают распределение и форму электрических и магнитных силовых линий в резонаторе в фиксированный момент времени. Структуру поля можно построить, пользуясь выражениями для компонент векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , полученными путем решений уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат для короткозамкнутого с двух торцов отрезка круглого волновода.

Выражения, определяющие структуру поля колебаний  $H_{mnp}$  и  $E_{mnp}$  в цилиндрическом объёмном резонаторе, имеют следующий вид [1]:

колебания  $H_{mnp}$

$$\begin{aligned}
 E_r &= \frac{j\omega_0\mu_0}{r} mD \cdot J_m\left(\frac{\mu_{mn} \cdot r}{a}\right) \sin(m\varphi) \sin\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 E_\varphi &= j\omega_0\mu_0 \frac{\mu_{mn}}{a} D \cdot J'_m\left(\frac{\mu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 E_z &= 0; \\
 H_r &= \frac{\mu_{mn}}{a} \frac{\pi p}{L} D \cdot J'_m\left(\frac{\mu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 H_\varphi &= -\frac{1}{r} \frac{m\pi p}{L} D \cdot J_m\left(\frac{\mu_{mn} \cdot r}{a}\right) \sin(m\varphi) \cos\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 H_z &= \frac{\mu_{mn}^2}{a^2} D \cdot J_m\left(\frac{\mu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{\pi pz}{L}\right);
 \end{aligned} \tag{1}$$

колебания  $E_{mnp}$

$$\begin{aligned}
 H_r &= -\frac{j\omega_0\varepsilon_0}{r} mC \cdot J_m\left(\frac{\nu_{mn} \cdot r}{a}\right) \sin(m\varphi) \cos\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 H_\varphi &= -j\omega_0\varepsilon_0 \frac{\nu_{mn}}{a} C \cdot J'_m\left(\frac{\nu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 H_z &= 0; \\
 E_r &= -\frac{\nu_{mn}}{a} \frac{\pi p}{L} C \cdot J'_m\left(\frac{\nu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 E_\varphi &= \frac{1}{r} \frac{m\pi p}{L} C \cdot J_m\left(\frac{\nu_{mn} \cdot r}{a}\right) \sin(m\varphi) \sin\left(\frac{\pi pz}{L}\right); \\
 E_z &= \frac{\nu_{mn}^2}{a^2} C \cdot J_m\left(\frac{\nu_{mn} \cdot r}{a}\right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{\pi pz}{L}\right);
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  – число вариаций поля по координате  $\varphi$ ;

$n = 1, 2, \dots$  – число вариаций поля по радиусу  $r$ ;

$p = 0, 1, 2, \dots$  – число вариаций поля по оси  $z$ ;

$\mu_{mn}$  –  $n$ -ый корень производной функции Бесселя  $J'_m(\chi r)$  порядка  $m$ ;

$\nu_{mn}$  –  $n$ -ый корень функции Бесселя  $J_m(\chi r)$  порядка  $m$ ;

$\omega_0 = 2\pi f_0$  – угловая резонансная частота;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная вакуума;

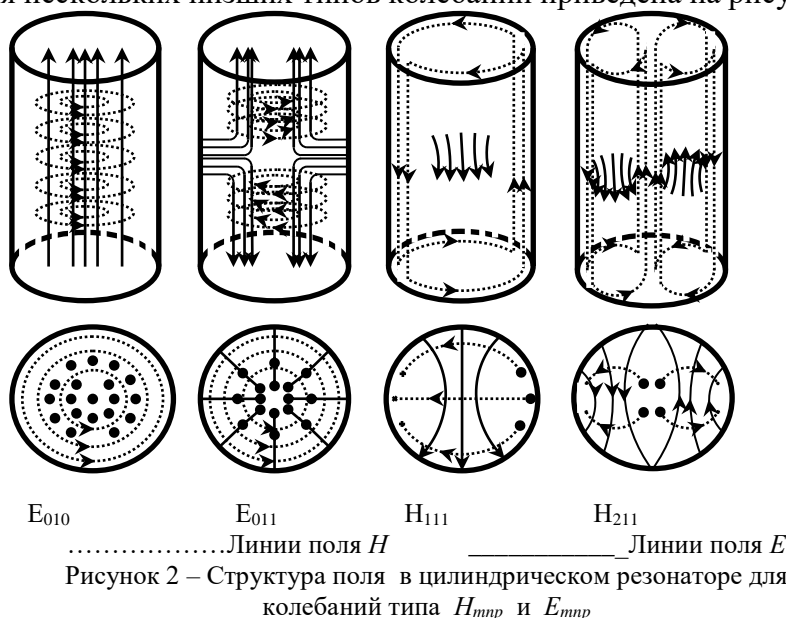
$\varepsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная вакуума.

Несколько первых значений этих корней приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения корней функции Бесселя и её производной

$\mu_{mn}$				$\nu_{mn}$			
$n \backslash m$	1	2	3	$n \backslash m$	1	2	3
0	3,832	7,016	10,174	0	2,405	5,52	8,654
1	1,84	5,335	8,536	1	3,832	7,016	10,173
2	3,054	6,705	9,965	2	5,135	8,417	11,620

Как следует из уравнений (1) и (2), каждая компонента поля в резонаторе зависит от трех координат  $\varphi, r, z$ . В нем возбуждаются только такие колебания, у которых на определенной резонансной частоте вдоль координатных линий укладывается целое число полуволен. Структура поля для нескольких низших типов колебаний приведена на рисунке 2.



## 1.2 Основные параметры объёмного резонатора

Основными параметрами объёмного резонатора, представленного эквивалентным колебательным контуром на определённом типе колебаний, являются:

- резонансная частота  $f_0$  или резонансная длина волны  $\lambda_0 = c/f_0$ ,

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме.

- собственная добротность резонатора  $Q_0$ , определяющая его качество как колебательного контура.

### Резонансная частота

Резонансные частоты определяются по формулам [2]:

$$f_0^H = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}, \quad (3)$$

$$f_0^A = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{v_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}, \quad (4)$$

где  $a$  – радиус резонатора;  
 $L$  – высота (осевая длина) резонатора.

#### Добротность цилиндрического резонатора

Собственные добротности цилиндрического резонатора для колебаний типа  $H_{mnp}$  и  $E_{mnp}$  рассчитываются по методике, изложенной в [3]. Если стенки резонатора и диэлектрик не обладают магнитными свойствами, то искомое выражение имеет вид:

$$Q_0 = \frac{2}{\Delta^0} \frac{V_0 \int H_{mnp}^2 dV}{\int_S H_{mnp}^2 dS}, \quad (5)$$

где  $\Delta^0$  – толщина скин-слоя или глубина проникновения поля в корпус резонатора (для латуни  $\Delta^0 = 127 f_0^{-1/2}$  мм);

$V_0$  – объем резонатора без диэлектрика;

$S$  – площадь основания резонатора.

После нахождения интегралов формулы для собственной добротности резонатора на колебаниях  $H_{mnp}$  и  $E_{mnp}$  примут вид:

$$Q_0^{H_{mnp}} = \frac{1}{\Delta^0} \frac{aL \left[ 1 - \left( \frac{m}{\mu_{mn}} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\pi p}{\mu_{mn}} \right)^2 \left( \frac{a}{L} \right)^2 \right]}{\left[ L \left( 1 + \left( \frac{\pi p}{\mu_{mn}^2} \right)^2 \left( \frac{am}{L} \right)^2 \right) + 2 \left( \left( \frac{\pi p}{\mu_{mn}} \right)^2 \left( \frac{a}{L} \right)^2 a \left( 1 - \frac{m^2}{\mu_{mn}^2} \right) \right) \right]}, \quad (6)$$

$$Q_0^{E_{mnp}} = \frac{1}{\Delta^0} \frac{aL}{(L + 2a)}. \quad (7)$$

Нагруженная добротность определяется как

$$Q_n = \frac{f_0}{\Delta f_n}, \quad (8)$$

где  $\Delta f_n = (f_2 - f_1)$  – полоса частот резонатора на уровне -3дБ (рис. 1.3).

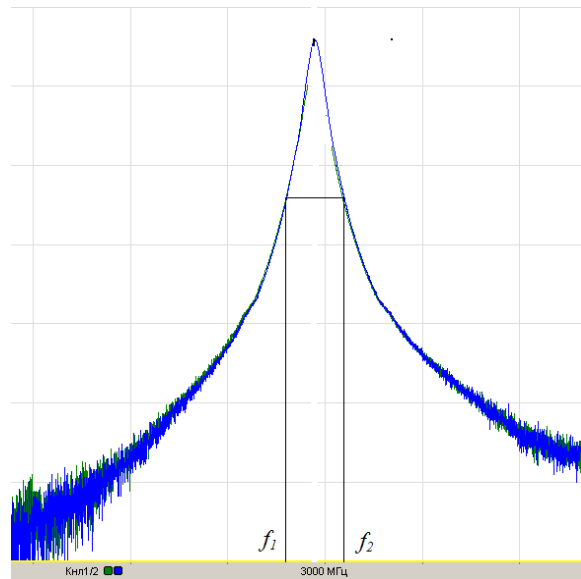


Рисунок 3 – Резонансная кривая колебания  $E_{010}$

## 1.2 Расчёт диэлектрической проницаемости и потерь в диэлектрике

Диэлектрическая проницаемость образца диэлектрика цилиндрической формы рассчитывается по формуле [4]:

$$\varepsilon = 1 + 2 \frac{\Delta f}{f_0} \frac{\int_{V_0} E^2 dV}{\int_{V_\varepsilon} E^2 dV}, \quad (9)$$

где  $\Delta f = (f_0 - f_\varepsilon)$  – смещение резонансной частоты при внесении диэлектрика,  
 $V_\varepsilon$  – объём исследуемого диэлектрика.

Рассмотрим резонатор цилиндрической формы с осесимметричным колебанием  $E_{010}$ , имеющим продольную компоненту  $E_z$ . Электрическое поле на оси резонатора постоянно и не зависит от  $\varphi$  (см. рис. 2), имеет там максимальное значение напряжённости электрического поля  $E_0$ , определяемое подводимой мощностью, и достигает нулевого значения на стенке резонатора в силу выполнения граничного условия  $J_0(\chi a) = 0$ .

Помещая в резонатор высотой  $L$  и радиусом  $a$  вдоль его оси образец в виде тонкого цилиндрического стержня радиуса  $b$  и высотой  $h$ , можно считать, что при выполнении условий  $b \ll a$  и  $L = h$  поле в образце будет однородным. Необходимо только, поместив образец на дно резонатора, как можно точнее его спозиционировать, совместив оси образца и резонатора, чтобы не нарушить симметрию. Тогда при расчете можно использовать метод малых возмущений [4]. Его применение оправдано при выполнении условия

$$b \leq a/10\sqrt{\varepsilon}. \quad (10)$$

Взяв интеграл по объёму резонатора и по объёму диэлектрика, для колебания  $E_{010}$  получим:

$$\varepsilon = 1 + 2 \frac{a^2 L}{b^2 h} \frac{\Delta f}{f_0} \frac{J_1^2(\nu_{01})}{J_0^2\left(\frac{\nu_{01} b}{a}\right) + J_1^2\left(\frac{\nu_{01} b}{a}\right)}, \quad (11)$$

где  $\nu_{01} = 2,405$  – первый корень производной функции Бесселя нулевого порядка;



$\frac{a^2 L}{b^2 h} = \frac{V_0}{V_\varepsilon}$  – отношение объёма пустого резонатора к объёму исследуемого диэлектрика.

Тангенс угла диэлектрических потерь для колебания типа  $E_{010}$  рассчитывается по формуле [4]:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{J_1^2(v_{01})}{\varepsilon} \frac{L}{h} \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{1}{Q_\varepsilon} - \frac{1}{Q_0} \right), \quad (12)$$

где  $Q_\varepsilon$  – добротность резонатора с помещенным в него образцом.

## 2 Домашнее задание

1. Рассчитать резонансные частоты для типов колебаний, которые могут возбуждаться в резонаторе с заданными размерами и диапазоном частот, используя формулы (3) и (4).
2. Изобразить структуру электромагнитного поля для всех возбуждаемых в резонаторе колебаний.
3. Рассчитать собственные добротности резонатора для  $E_{010}$  типа колебаний, измеряемые в ходе эксперимента.

### 3. Экспериментальная часть

#### 3.1 Описание установки и методики измерений

На рисунке 4 приведена структурная схема экспериментальной установки, включающая программно-управляемый измеритель модуля коэффициента передачи и отражения P2M-18 диапазона до 18 ГГц. Приведённая схема предполагает проведение измерений коэффициента прохождения.

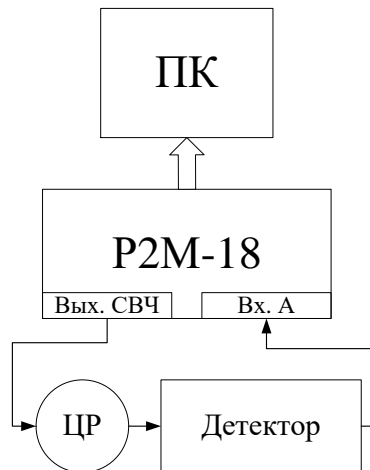


Рисунок 4 – Структурная схема установки для измерения электродинамических параметров резонатора

На высокочастотном выходе измерителя P2M-18 формируется сигнал и поступает на цилиндрический резонатор (ЦР). Используемый резонатор выполнен из латуни, имеет высоту 35 мм и радиус 22,2 мм. Связь резонатора с внешними цепями осуществляется посредством петель. После прохождения ЦР, сигнал поступает на детектор, затем на вход приёмника P2M-18. По отношению мощности выходного сигнала к входному в ПК строиться АЧХ коэффициента передачи.

#### 3.2 Порядок выполнения работы

1. Собрать установку в соответствии с рис. 4 и включить ПК.
2. Включить скалярный анализатор цепей P2M-18, установив переключатель ВКЛ на панели измерителя в положение « I » на панели прибора, дать приборам прогреться не менее 5 минут.
3. Для старта ПО Graphit, нажать «Пуск\ВсеПрограммы\Приборы\Микран\Graphit P2M\Graphit P2M».
4. Подключиться к прибору с IP адреса 192.168.1.248.
5. Загрузить профиль «MUT.grg» (см. рис. 5 №1).
6. Задать диапазон частот от 3 ГГц до 20 ГГц. Для подтверждения измерения параметра необходимо нажать клавишу «Enter» (см. рис. 5 №3).
7. Запустить (см. рис. 5 №2).
8. Провести измерения первых десяти резонансных, настроив и установив автоматически маркеры для каждого резонанса (см. рис. 5 №4).
9. Сохранить отчёт измерений в формате rtf
10. Удалить все маркеры

11. Задать верхнюю частоту диапазона 6 ГГц.
12. Настроить маркер на поиск резонансной частоты основного типа колебаний.
13. Настроить маркеры и связь между ними на поиск и расчёт добротности резонанса основного типа колебаний.
14. «Запомнить» измерительную трассу и повторить п.12 и п. 13 для сохранённой трассы.
15. Провести измерения диаметра и высоты цилиндрического образца материала. С целью повышения точности измерение каждого образца следует проводить три – четыре раза, добиваясь достоверности результатов за счёт лучшего позиционирования образца на оси резонатора. Провести усреднение с оценкой доверительных интервалов.
16. Открыть резонатор и поместить в максимум поля колебания типа  $E_{010}$  исследуемый образец с известными размерами. Закрыть резонатор.
17. Установить связь между маркерами резонансных частот измерительной и запомненной трассами для вычисления разницы частот между ними.
18. Сохранить отчёт измерений в формате rtf
19. Результаты внести в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты измерений

Размер образца, мм (диаметр/высота)	Резонансная частота $f_0$ , МГц	Резонансная частота $f_\epsilon$ , МГц	Нагруженная добротность $Q_n$	Нагруженная добротность $Q_{n\epsilon}$	Диэлектрическая проницаемость $\epsilon$	$tg\delta$

20. Повторить п.15 – п.18 по требованию преподавателя.
21. Выключить прибор, остановив процесс измерений, закрыв программное обеспечение Graphit P2M и установив переключатель ВКЛ на панели измерителя в положение « 0 ».

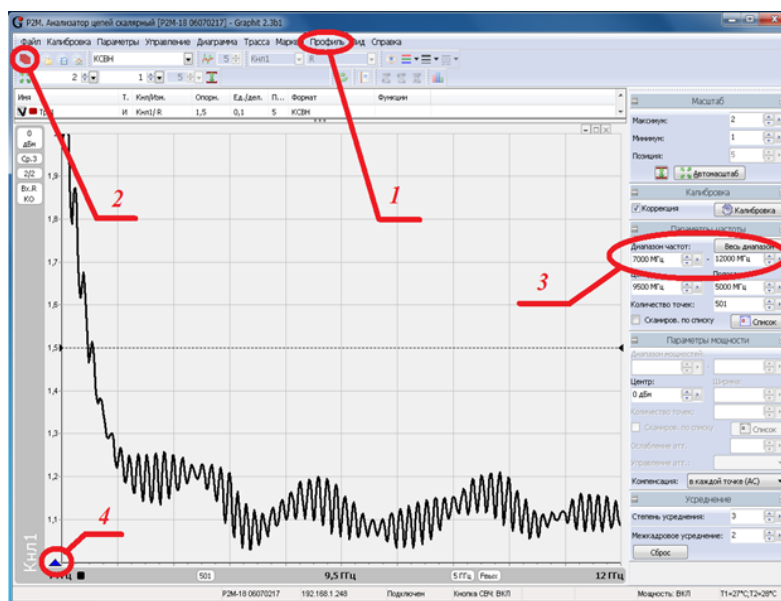


Рисунок 5 – Окно программы Graphit

### **3.3 Требования к оформлению отчёта**

1. Отчёт должен быть оформлен в соответствии с общими требованиями и правилами оформления отчётов по лабораторным работам, принятыми в ТУСУРе.
2. В отчёте должна быть изложена цель работы, методика измерений и краткое описание экспериментальной установки.
3. Отчёт должен содержать таблицы измерений. Таблицу данных, полученных по п.9 порядка выполнения работ, дополнить расчётными, указав тип резонанса.
4. В отчёте должны быть представлены выводы по существу проделанной работы.

#### 4. Список литературы

1. Ж.М. Соколова, Е.В. Падусова. К расчёту резонаторов СВЧ: методические указания по курсовому проектированию и к практическим занятиям для студентов. – Томск: ТАСУР, 1994. – 111с.
2. Н.Н. Федоров. Основы электродинамики. – М.: Высшая школа, 1980. – 399с.
3. В.В. Никольский. Теория электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1964. – 383с.
4. А.А. Брандт. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. – М.: Государственное издательство физ.-мат. литературы, 1963. – 403с.
5. Руководство по эксплуатации Р2М-18 часть I : сайт / АО НПФ “Микран”. – Томск: Микран. 2011. – [http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User\\_Manual/R2M-18-UM-001\\_part1.pdf](http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User_Manual/R2M-18-UM-001_part1.pdf) (дата обращения 16.04.2024). – Режим доступа: свободный.
6. Руководство по эксплуатации Р2М-18 часть II : сайт / АО НПФ “Микран”. – Томск: Микран. 2011. – [http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User\\_Manual/R2M-18-UM-001\\_part1.pdf](http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User_Manual/R2M-18-UM-001_part1.pdf) (дата обращения 17.04.2024). – Режим доступа: свободный.
7. Руководство по эксплуатации Р2М-18 часть III : сайт / АО НПФ “Микран”. – Томск: Микран. 2011. – [http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User\\_Manual/R2M-18-UM-001\\_part1.pdf](http://download.micran.ru/kia/Manual/Library/R2M/User_Manual/R2M-18-UM-001_part1.pdf) (дата обращения 18.04.2024). – Режим доступа: свободный.
8. Общие требования и правила оформления : сайт / Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. – Томск: ТУСУР. 2019 – [https://regulations.tusur.ru/storage/150499/ОС\\_ТУСУР\\_01-2021\\_\(согласовано\).pdf](https://regulations.tusur.ru/storage/150499/ОС_ТУСУР_01-2021_(согласовано).pdf) (дата обращения 02.04.2024). – Режим доступа: свободный.