

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **ОПТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ**

Методические указания к практическим занятиям  
и по самостоятельной работе  
для студентов направления - «Фотоника и оптоинформатика»

2012

## **Шандаров Владимир Михайлович**

Оптические солитоны: методические указания к практическим занятиям и по самостоятельной работе / В.М. Шандаров; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 35 с.

Целью настоящего пособия является углубление понимания процессов, происходящих при формировании оптических материалов и изделий. Уделяется внимание процессам обеспечения вакуума при формировании нанослоев, процессам подготовки изделий к технологическим операциям. Рассматриваются варианты задач по эпитаксиальному осаждению пленок и сорбционно-десорбционным процессам, сопровождающим формирование оптических покрытий в вакууме.

Пособие предназначено для студентов направления 200600.68 – «Фотоника и оптоинформатика», магистерской программы «Фотоника волноводных, нелинейных и периодических структур» по дисциплине «Оптические солитоны»

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г.

## ОПТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ

Методические указания к практическим занятиям  
и по самостоятельной работе

для студентов направления 200600.68 – Фотоника и оптоинформатика

Разработчик  
д-р физ.-мат. наук,  
проф. каф.ЭП  
\_\_\_\_\_ В.М. Шандаров  
« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г

## Содержание

Введение .....	1
Содержание разделов .....	1
1 Плоские световые волны .....	3
1.1 Волновые уравнения для безграничной среды .....	3
1.2 Решение волнового уравнения - плоские волны .....	4
1.3 Гармонические плоские волны .....	4
1.4 Распространение плоской волны в произвольном направлении .....	5
1.5 Поляризация плоских световых волн .....	6
1.6 Поляризаторы .....	8
1.7 Фазовые пластинки .....	9
1.8 Примеры решения задач .....	10
1.9 Задачи для самостоятельного решения .....	11
2. Дифракция света на щели и периодических структурах .....	15
2.1 Основные понятия .....	15
2.2 Примеры решения задач .....	16
2.3 Задачи для самостоятельного решения .....	17
3 Гауссовы световые пучки .....	19
3.1 Основные понятия .....	19
3.2 Примеры решения задач .....	21
3.3 Задачи для самостоятельного решения .....	22
4 Распространение света в направляющих структурах .....	23
4.1 Основные понятия и определения .....	23
4.2 Примеры решения задач .....	26
4.3 Задачи для самостоятельного решения .....	27
5 Темы для самостоятельного изучения .....	27
Заключение .....	28
Список литературы .....	29

## **Введение**

Основной задачей дисциплины является изучение базовых положений нелинейной оптики, эффектов самовоздействия световых полей в материальных средах и волноводно-оптических структурах, возможных приложений данных эффектов в оптоэлектронике и фотонике.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

*знать:*

- основные законы и соотношения волновой оптики и оптики ограниченных световых пучков;

- основные понятия, законы и соотношения оптики диэлектрических волноводов;

- основы физики взаимодействия света со средой и нелинейной оптики;

*владеть терминологией, используемой в волноводной и нелинейной оптике;*

*обладать* навыками выполнения расчетов эволюции параметров лазерного излучения (пространственное распределение комплексных амплитуд, поляризация, спектр) при распространении световых пучков в нелинейных средах и волноводно-оптических системах, содержащих нелинейные компоненты; навыками практической работы с лазерами и оптоэлектронными приборами разных типов; навыками в проведении волноводно-оптических и нелинейно-оптических экспериментов.

## **Содержание разделов**

Раздел 1 Введение – история вопроса

Цель и содержание курса, его связь с другими дисциплинами, основная и дополнительная литература. История открытия явления уединенных волн

Раздел 2 Плоские световые волны и световые пучки в диэлектрической среде

Плоские световые волны. Поляризация света. Когерентность света, понятия пространственной и временной когерентности. Приближенные методы определения дифрагированного поля с помощью уравнения Кирхгофа. Понятие углового спектра плоских волн. Параболическое уравнение в теории дифракции. Гауссовы световые пучки, основные параметры гауссова пучка. Дисперсия диэлектрической проницаемости. Фазовая и групповая скорости световых волн. Дисперсия групповой скорости.

Раздел 3 Оптические волноводы

Распространение света в направляющих структурах. Планарные оптические волноводы. Материалы и элементы интегральной оптики.

Связанные оптические волноводы. Распространение световых волн в периодических структурах.

Раздел 4 Механизмы нелинейно-оптического отклика диэлектрических сред, нелинейное волновое уравнение, пространственные оптические солитоны в среде с керровской нелинейностью

Поляризация диэлектрика в быстропеременном электрическом поле. Нелинейные восприимчивости. Среда с квадратичной и кубической оптической нелинейностью, типичные для них нелинейно-оптические эффекты. Термооптический нелинейный отклик. Фоторефрактивный нелинейный отклик. Дрейфовый, диффузионный и фотовольтаический механизмы фоторефрактивного нелинейного отклика. Нелинейное волновое уравнение. Понятие пространственного оптического солитона. Нелинейное уравнение Шредингера для пространственных солитонов в среде с нелинейностью керровского типа. Решения для одномерных светлых и темных пространственных солитонов в керровской среде.

Раздел 5 Оптические солитоны в волоконных световодах

Расплывание коротких световых импульсов в линейной диспергирующей среде. Нелинейное уравнение Шредингера для световых импульсов. Частотная зависимость показателя преломления в кварцевых волоконных световодах. Дисперсия групповой скорости в волоконных световодах. Светлые и темные временные оптические солитоны в волоконных световодах. Волоконно-оптические солитонные линии связи.

Раздел 6 Фоторефрактивные пространственные солитоны

Фоторефрактивные материалы, их основные характеристики и механизмы транспорта носителей заряда в разных материалах. Вид нелинейного уравнения Шредингера для фотовольтаического и дрейфового механизмов транспорта носителей. Квазистационарные и стационарные фоторефрактивные экранирующие пространственные солитоны. Фотовольтаические пространственные солитоны. Основные экспериментальные схемы для изучения пространственных солитонов в фоторефрактивных материалах. Основные экспериментальные результаты

Раздел 7 Вихревые и векторные пространственные солитоны

Оптические вихри. Экспериментальные схемы для реализации вихревых солитонов. Основные экспериментальные результаты. Связанные нелинейные уравнения Шредингера. Некогерентно связанные векторные солитоны. Когерентно связанные солитоны. Основные экспериментальные результаты. Двумерные векторные солитоны.

Раздел 8 Периодические волноводные структуры и дискретные пространственные солитоны

Дискретное нелинейное уравнение Шредингера. Системы связанных нелинейных оптических волноводов. Дискретная дифракция света в периодических волноводных структурах. Дискретные пространственные солитоны. Экспериментальные результаты

Раздел 9 Параметрические, диссипативные и резонаторные солитоны  
 Квадратичные солитоны в волноводной геометрии. Столкновения солитонов. Основные экспериментальные результаты. Квадратичные солитоны в сплошной среде. Взаимодействие квадратичных солитонов в сплошной среде. Экспериментальные результаты. Кольцевой нелинейный оптический резонатор. Волны переключения. Резонаторные солитоны. Параметрические резонаторные солитоны. Полупроводниковые микрорезонаторы. Диссипативные оптические солитоны. Экспериментальные результаты

### Практические занятия

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа студентов по его теме. Для самостоятельной работы студенты используют рекомендованный на предыдущем занятии материал для подготовки — из учебника, лекций и учебных пособий. Этот вид работы студентами должен быть выполнен обязательно самостоятельно. После того, как студент решит задачу самостоятельно, можно быть уверенным, что он усвоил метод её решения.

Темы практических занятий приведены ниже:

1. Плоские световые волны
2. Дифракция света на щели и периодических структурах
3. Гауссовы световые пучки
4. Распространение света в направляющих структурах

## 1 Плоские световые волны

### 1.1 Волновые уравнения для безграничной среды

Поля световых волн в диэлектрической безграничной однородной изотропной среде можно найти, решая волновые уравнения, вытекающие из уравнений Максвелла в дифференциальной форме при отсутствии в среде сторонних токов и зарядов. Волновые уравнения для электрического и магнитного векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  имеют вид:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1).$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2).$$

Здесь  $\epsilon$  и  $\mu$  - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости [1].

## 1.2 Решение волнового уравнения - плоские волны

В предположении зависимости поля  $\bar{E}$  лишь от пространственной координаты  $z$ , уравнение (1.1) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3).$$

С учетом условия  $\text{div} \bar{D} = 0$  (одно из уравнений Максвелла в дифференциальной форме), световое возмущение - решение волнового уравнения (1.1) может иметь только поперечную (относительно направления распространения) компоненту поля  $\bar{E}$ .

Пусть  $E_y = 0$ , а  $E_x \neq 0$ , тогда (1.3) переходит в скалярное одномерное волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad (1.4).$$

Его решение представляет собой сумму плоских скалярных волн:

$$E_x(t, z) = E_{x1} \left( t - \frac{z}{v} \right) + E_{x2} \left( t + \frac{z}{v} \right) \quad (1.5),$$

где  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$  - скорость распространения волны в среде, а первое и второе слагаемые соответствуют волнам, бегущим в направлениях  $+z$  и  $-z$ .

Но  $\mu \cdot \varepsilon = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_r$ . Тогда  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_r}} = \frac{c}{n}$ , где  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$  и

$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$  - относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости

среды;  $n = \sqrt{\mu_r \cdot \varepsilon_r}$  - ее показатель преломления. Постоянные

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м;  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$  Ф/м;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с [2, 3].

## 1.3 Гармонические плоские волны

Если при  $z=0$  задано возмущение вида  $E(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ , то, согласно (1.5):

$$E_1(z, t) = E_{m1} \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \varphi\right] \quad (1.6),$$

$$E_2(z, t) = E_{m2} \cdot \cos\left[\omega\left(t + \frac{z}{v}\right) + \varphi\right]$$

т.е. ему соответствуют две гармонические плоские волны, бегущие в направлениях  $+z$  и  $-z$ . Мгновенное значение возмущения в некоторой



точке определяется амплитудой  $E_m$  волны и ее фазой  $[\omega(t \mp \frac{z}{v}) + \varphi] = [\omega t \mp k \cdot z + \varphi]$ , где  $k = \frac{\omega}{v}$  - волновое число. Если  $E_m$  не зависит от поперечных координат, то волна называется однородной.

Геометрическое место точек, в которых фаза волны  $(\omega t \mp kz + \varphi = const)$  одинакова, называется волновым или фазовым фронтом.

В момент времени  $t=t_0$  фаза плоской волны  $(\omega t \mp kz + \varphi) = const$  при некотором значении  $z$ , то есть волновой фронт является плоскостью, нормальной к оси  $z$ . Отсюда термин «плоская волна». За время  $\Delta t$  волновой фронт смещается в пространстве на расстояние  $\Delta z$ . При этом  $(\omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta z) = 0$ , так как фаза волны определяется выбранным волновым фронтом. Отсюда:

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = v_\phi \quad (1.7),$$

где  $v_\phi$  - фазовая скорость волны. В пространстве изменение ее фазы  $\Delta\varphi = 2\pi$  соответствует расстоянию, равному длине волны  $\lambda$ . Поскольку  $\Delta\varphi = k \cdot \lambda = 2\pi$ , то  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

#### 1.4 Распространение плоской волны в произвольном направлении

При распространении плоской волны в произвольном направлении, не совпадающем с какой – либо координатной осью декартовой системы, поле гармонической плоской волны может быть записано в виде:

$$E(\vec{r}, t) = E_m \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.8).$$

Здесь полагается, что  $\varphi = 0$ , а вектор  $\vec{k}$  - волновой вектор, параллельный единичному вектору нормали к фазовому фронту  $\vec{n}$ . Величина и направление вектора  $\vec{k}$  определяются соотношением:

$$\vec{k} = \vec{n} \cdot \frac{\omega}{v} = \vec{n} \cdot \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{v} (\bar{x}_0 n_x + \bar{y}_0 n_y + \bar{z}_0 n_z),$$

где  $n_x, n_y$  и  $n_z$  - декартовы координаты единичного вектора  $\vec{n}$ . Вектор  $\vec{k}$  в этой системе координат имеет вид:  $\vec{k} = k(\bar{x}_0 \cos \alpha + \bar{y}_0 \cos \beta + \bar{z}_0 \cos \gamma)$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  - углы между единичным вектором нормали к волновому фронту и осями  $x, y, z$ . Тогда:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k(x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma) \quad (1.9).$$

В результате поле плоской волны, распространяющейся в направлении, задаваемом данными углами, имеет вид:

$$E(\vec{r}, t) = E_m \cdot \cos[\omega t - k(x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma)] \quad (1.10).$$

### 1.5 Поляризация плоских световых волн

Световая волна с векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , направление которых может быть однозначно определено в любой момент времени в любой точке пространства, называется *поляризованной* [1 - 3].

При случайных положениях векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в пространстве световое поле является *неполяризованным*.

*Плоскость поляризации* – это плоскость, в которой лежат вектор  $\vec{E}$  и вектор  $\vec{k}$ . В зависимости от того, какую фигуру описывает конец вектора  $\vec{E}$  в пространстве при распространении световой волны, различают *линейную, круговую и эллиптическую* поляризации.

Математически волну с произвольной поляризацией, бегущую вдоль оси  $OZ$ , можно представить в виде двух составляющих:

$$\vec{E}_x = \bar{x}_0 E_{1m} \cos(\omega t - kz) \quad (1.11 \text{ а}),$$

$$\vec{E}_y = \bar{y}_0 E_{2m} \cos(\omega t - kz - \varphi) \quad (1.11 \text{ б}).$$

В общем случае эти составляющие в плоскости, ортогональной волновому вектору, имеют разные амплитуды и сдвинуты по фазе друг относительно друга. Для плоскости  $z=0$  эти выражения принимают вид:

$$\frac{E_x}{E_{1m}} = \cos(\omega t) \quad (1.12),$$

$$\frac{E_y}{E_{2m}} = \cos(\omega t) \cdot \cos \varphi + \sin(\omega t) \cdot \sin \varphi \quad (1.13).$$

Исключив из данных уравнений временной множитель, приходим к соотношениям, описывающим изменение положения вектора  $\vec{E}$  в плоскости  $XOY$ :

$$\left( \frac{E_x}{E_{1m}} \right)^2 + \left( \frac{E_y}{E_{2m}} \right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{1m}} \cdot \frac{E_y}{E_{2m}} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (1.14).$$

Характерные виды поляризации плоской волны соответствуют различным фазовым сдвигам  $\varphi$ :

1.  $\varphi = 0$  (линейная поляризация).

В этом случае:

$$\frac{E_x}{E_{1m}} = \frac{E_y}{E_{2m}} \rightarrow E_y = \frac{E_{2m}}{E_{1m}} E_x \quad (1.15).$$

Это уравнение прямой с наклоном к оси  $OX$ , определяемым отношением  $\frac{E_{2m}}{E_{1m}}$ . Поляризация оказывается линейной при  $\varphi = n\pi$ , ( $n = 0, \pm 1, \dots$ ). Поле

плоской волны с линейной поляризацией в общем случае можно записать в форме:

$$\vec{E} = (\bar{x}_0 E_{1m} + \bar{y}_0 E_{2m}) \cos(\omega t - kz) = E_0 (\bar{x}_0 \cos \alpha + \bar{y}_0 \sin \alpha) \cos(\omega t - kz) \quad (1.16),$$

где  $\alpha = \arctg(E_{2m}/E_{1m})$ . В частных случаях, при поляризации света в плоскостях  $XOZ$  и  $YOZ$  получим, соответственно:  $\vec{E} = E_0 \bar{x}_0 \cdot \cos(\omega t - kz)$ ,  $\vec{E} = E_0 \bar{y}_0 \cdot \cos(\omega t - kz)$ .

2.  $\varphi = 90^\circ$  (эллиптическая поляризация с ориентацией главных осей эллипса поляризации вдоль осей декартовых координат).

При этом из (1.14):

$$\left(\frac{E_x}{E_{1m}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{2m}}\right)^2 = 1 \quad (1.17).$$

Это уравнение эллипса с главными полуосями, ориентированными по осям  $x$  и  $y$ . Направление вращения вектора  $\vec{E}$  определяется знаком  $\varphi$ . При  $\varphi = 90^\circ$  из (1.11) следует:  $E_x = E_0 \cos(\omega t)$ , а  $E_y = E_0 \cos(\omega t - 90^\circ) = E_0 \sin(\omega t)$ . Вектор  $\vec{E}$  при этом вращается по часовой стрелке, если смотреть в направлении распространения волны. Это левая эллиптическая поляризация. Для  $\varphi = -90^\circ$  вектор  $\vec{E}$  вращается в противоположном направлении – это правое вращение. При  $E_{1m} = E_{2m}$  эллипс превращается в окружность, а поляризацию называют круговой. В этом случае поле плоской волны может быть записано в виде:

$$\vec{E} = E_0 [\bar{x}_0 \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 \sin(\omega t - kz)] \quad (1.18).$$

Или, при использовании комплексной формы записи:

$$\vec{E} = E_0 (\bar{x}_0 \pm i\bar{y}_0) \cdot \exp[i(\omega t - kz)] \quad (1.19).$$

Волна с круговой поляризацией представляется суммой двух линейно поляризованных волн с одинаковыми частотами и фазовым сдвигом  $(\pi/2 \pm m\pi)$ . А линейно поляризованную волну можно представить суммой волн правой и левой круговой поляризации. Действительно, взяв волну с линейной поляризацией в плоскости  $XOZ$ , представим ее поле в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \bar{x}_0 \exp[i(\omega t - kz)] = \frac{E_0}{2} [(\bar{x}_0 + i\bar{y}_0) + (\bar{x}_0 - i\bar{y}_0)] \exp[i(\omega t - kz)] = \\ &= \frac{E_0}{2} (\bar{x}_0 + i\bar{y}_0) \exp[i(\omega t - kz)] + \frac{E_0}{2} (\bar{x}_0 - i\bar{y}_0) \exp[i(\omega t - kz)] \end{aligned} \quad (1.20).$$

3. *Произвольный фазовый сдвиг*  $\varphi$ . Эллиптическая поляризация, но направления главных осей эллипса поляризации не совпадают с координатными осями  $X$  и  $Y$ . Эллипс вписан в прямоугольник с размерами сторон  $2E_{m1}$  и  $2E_{m2}$  (рис. 1.1). Угол  $\Psi$  между направлением главной оси эллипса и осью  $X$  связан с амплитудами компонент  $E_{m1}$ ,  $E_{m2}$  и фазовым сдвигом  $\varphi$  [1, 2]:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2E_{1m}E_{2m}}{E_{1m}^2 - E_{2m}^2} \cdot \cos \varphi \quad (1.21).$$

Поле плоской световой волны, бегущей в направлении оси  $OZ$ , при эллиптической поляризации, можно записать в виде:

$$\vec{E} = [\bar{x}_0 E_{1m} + \bar{y}_0 E_{2m} \exp(-i\varphi)] \cdot \exp[i(\omega t - kz)] \quad (1.22).$$

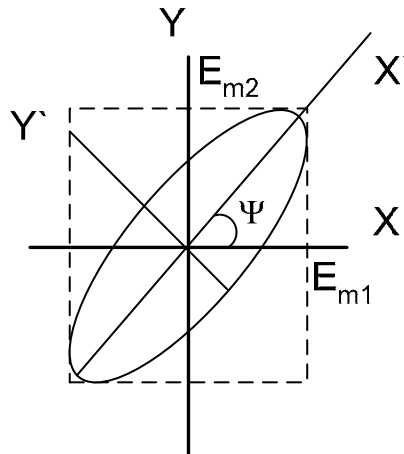


Рисунок 1.1 - Ориентация эллипса поляризации при произвольном  $\varphi$ .

## 1.6 Поляризаторы

Поляризаторы - элементы, преобразующие состояние поляризации света. Они используют эффекты оптического дихроизма (анизотропии поглощения света) и оптической анизотропии кристаллических материалов [1 - 4].

Дихроичные поляризаторы имеют в основе полимерные пленки с молекулами в виде длинных цепочек, ориентированных преимущественно в одном направлении. Пример - пленки поливинилового спирта с добавками йода или хинина. Они могут пропускать до 80% света, поляризованного в одном направлении, и менее 1% света, поляризованного в ортогональном направлении. Достоинство таких поляризаторов – низкая цена, основной недостаток – низкая лучевая стойкость.

Кристаллические поляризаторы изготавливаются, как правило, из природного или синтетического исландского шпата (кальцит,  $CaCO_3$ ). Они обладают высоким оптическим качеством, прозрачны в диапазоне длин волн от 0,2 до 2,2 мкм, устойчивы к воздействию интенсивного лазерного излучения. Существует несколько типов таких элементов. Это призмы Николя, Глана, Волластона, Рошона и т.д. Призмы Николя и Глана

пропускают излучение лишь одной поляризации, призмы Волластона и Рошона на выходе имеют два ортогонально поляризованных световых луча, распространяющихся под некоторым углом относительно направления падающего излучения.

Интенсивность света при прохождении линейно поляризованной волны через поляризатор определяется законом Малюса:

$$I_{\text{аио}} = I_0 \cdot \cos^2 \theta \quad (1.23),$$

где  $I_0$  - интенсивность падающей световой волны,  $\theta$  - угол между направлением поляризации света и главным направлением поляризатора.

### 1.7 Фазовые пластинки

Фазовые пластинки преобразуют линейно поляризованный свет в свет с эллиптической (круговой) поляризацией и наоборот [1 - 3]. Это плоскопараллельные образцы толщиной  $d$ , вырезанные из одноосного кристалла, с оптической осью, лежащей в плоскости пластинки. Линейно поляризованная плоская волна с вектором  $\vec{E}$ , отклоненным от оптической оси на угол в  $45^\circ$ , в пластинке распадается на обыкновенную и необыкновенную волны, распространяющиеся в кристалле со скоростями  $v_o = c/n_o$  и  $v_e = c/n_e$ . Разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами на выходе пластинки толщиной  $d$ :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d \quad (1.24).$$

Поляризация прошедшего через пластинку светового поля определяется величиной  $\Phi$ . Стандартными элементами являются четвертьволновые ( $\lambda/4$ ) и полуволновые ( $\lambda/2$ ) пластинки. Для  $\lambda/4$  пластинки  $\Phi = \pi/2$  и при линейной поляризации падающей световой волны прошедшая через пластинку будет иметь круговую поляризацию. Для полуволновой пластинки  $\Phi = \pi$  и при линейной поляризации падающей волны прошедшая волна остается также линейно поляризованной, но плоскость ее поляризации поворачивается на  $90^\circ$ .

Очевидно, что если падающая на полуволновую пластинку световая волна имеет круговую поляризацию, то пластинка меняет на противоположное направление вращения вектора  $\vec{E}$  в прошедшей волне. В подобной ситуации четвертьволновая пластинка преобразует свет с круговой поляризацией в линейно поляризованный.

При заданной толщине пластинки фазовый сдвиг между волнами с ортогональной поляризацией может быть равен  $\pi$  или  $\pi/2$  только на определенной длине волны.

## 1.8 Примеры решения задач

### Задача 1.

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси  $Z$ , если в плоскости  $XOY$  фазовый сдвиг между компонентами вектора  $E$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  составляет  $90^\circ$ , а отношение их амплитуд  $E_{mx}/E_{my}=0,5$ .

### Решение:

Согласно условиям задачи, плоская световая волна распространяется вдоль оси  $z$ . Тогда, исходя из поперечной структуры ее поля, вектор  $\vec{E}$  может располагаться лишь в плоскости  $XOY$  и имеет составляющие  $E_x$  и  $E_y$ . В соответствии с (1.16) изменение величины напряженности электрического поля плоской световой волны во времени и пространстве определяется выражением:

$$\vec{E} = [\bar{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 E_{my} \cos(\omega t - kz - \varphi)].$$
 Поскольку фазовый сдвиг между составляющими вектора  $\vec{E}$  вдоль этих осей равен  $90^\circ$ , а  $E_{my} = 2E_{mx}$  то это соотношение принимает окончательный вид:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= [\bar{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 \cdot 2E_{mx} \sin(\omega t - kz)] = \\ &= E_{mx} \cdot [\bar{x}_0 \cos(\omega t - kz) + 2\bar{y}_0 \sin(\omega t - kz)] \end{aligned}$$

Таким образом, рассматриваемый случай соответствует плоской световой волне с эллиптической поляризацией, причем большая ось эллипса параллельна оси  $Y$  (поскольку  $E_{my} = 2E_{mx}$ ).

### Задача 2.

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью 1 мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $30^\circ$ . Какова величина световой мощности, прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла  $n=1,51$ ), а френелевскими отражениями на границе между стеклом и этим материалом можно пренебречь?

### Решение:

Уменьшение мощности световой волны, прошедшей через поляроид, обусловлено в реальных элементах эффектами частичного отражения света на границах раздела сред с разными свойствами, поглощения света в материале структуры, а также собственно поляризующим действием такого элемента.

Для наглядности представим схему данного элемента (рис. 1.2).

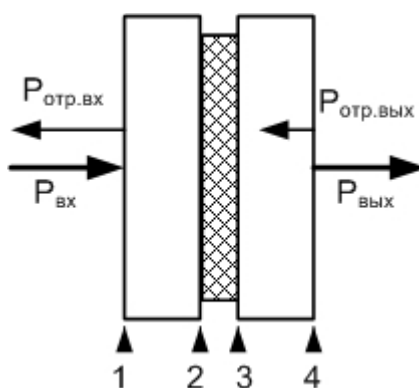


Рисунок 1.2 - Схема пленочного поляроида

Частичное отражение света может наблюдаться здесь на границах раздела 1 – 4 (отмечены стрелками). Согласно условиям задачи, можно пренебречь эффектом отражения света на границах 2 и 3. Поскольку условиями не определена величина оптического поглощения в материале поляроида, им также пренебрегаем. В итоге, для определения прошедшей световой мощности учитываем эффект частичного отражения света на входной и выходной границах структуры (границы 1 и 4), а также отклонением плоскости поляризации света от главного направления поляроида, определяемым законом Малюса.

Поскольку коэффициент отражения света (по интенсивности) на границе диэлектрической среды с показателем преломления  $n$  и воздуха определяется соотношением  $r = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$  [2, 3], то интенсивность (или мощность) прошедшего пучка при полном пропускании поляроида была бы равна  $P_{i\delta} = P_{i\delta\delta} \cdot (1-r)(1-r) = P_{i\delta\delta} \cdot (1-r)^2$ . Учет поворота главной оси поляроида относительно плоскости поляризации световой волны приводит это соотношение к виду:

$$P_{i\delta} = P_{i\delta\delta} \cdot (1-r)^2 \cdot \cos^2 \theta, \text{ где } \theta=30^\circ. \text{ Для } n=1,51 \text{ в итоге получаем:}$$

$$r=0,0413; P_{\text{пр}}=1 \cdot (1-0,0413)^2 \cdot \cos^2(30^\circ)=0,9178 \cdot 0,75=0,6884 \text{ мВт.}$$

Таким образом, мощность прошедшего через поляриод светового пучка в данном случае составляет 0,6884 мВт.

## 1.9 Задачи для самостоятельного решения

### Задача 1.1

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси  $X$ , если в плоскости  $YOZ$  фазовый сдвиг между компонентами вектора  $E$  вдоль осей  $Y$  и  $Z$  составляет  $270^\circ$ , а отношение их амплитуд  $E_{my}/E_{mz}=1$ .

**Задача 1.2**

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси  $Z$ , если плоскость поляризации волны совпадает с плоскостью  $XOZ$ .

**Задача 1.3**

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде в направлении, составляющем углы в  $45^\circ$  относительно осей  $X$  и  $Z$ , если плоскость поляризации волны совпадает с плоскостью  $XOZ$ .

**Задача 1.4**

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде в направлении, составляющем углы в  $45^\circ$  относительно осей  $X$  и  $Z$ , если плоскость поляризации волны перпендикулярна плоскости  $XOZ$ .

**Задача 1.5**

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси  $X$ , если в плоскости  $YOZ$  фазовый сдвиг между компонентами вектора  $E$  вдоль осей  $Y$  и  $Z$  составляет  $60^\circ$ , а отношение их амплитуд  $E_{my}/E_{mz}=1$ .

**Задача 1.6**

Запишите выражение для напряженности электрического поля в плоской световой волне с линейной поляризацией, распространяющейся в среде в плоскости  $XOZ$ , под углом  $45^\circ$  к оси  $Z$ , если плоскость поляризации параллельна оси  $Y$ .

**Задача 1.7**

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью  $1$  мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $45^\circ$ . Какова величина световой мощности, прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал с показателем преломления  $n_p=1,4$  заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла  $n=1,51$ ), а поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь?

**Задача 1.8**

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью  $1$  мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $60^\circ$ . Какова величина световой мощности, прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал заключен между двумя кварцевыми пластинками (для кварца  $n=1,46$ ),



френелевскими отражениями на границе между стеклом и этим материалом можно пренебречь, а поглощение света в материале поляроида составляет 20%?

### **Задача 1.9**

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $45^\circ$ . Какова величина световой мощности входного пучка, если мощность прошедшего составляет 1 мВт, поляризующий материал с показателем преломления  $n_p=1,4$  заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла  $n=1,51$ ), а поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь?

### **Задача 1.10**

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $45^\circ$ . Какова величина световой мощности входного пучка, если мощность прошедшего составляет 1 мВт, поляризующий материал с показателем преломления  $n_p=1,4$  заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла  $n=1,51$ ), а в материале поляроида поглощается 10% мощности падающей световой волны?

### **Задача 1.11**

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок. Плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на  $60^\circ$ , показатели преломления стеклянных пластин, между которыми находится поляризующий материал, и этого материала одинаковы. Какова величина показателя преломления поляризующего материала, если поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь, а суммарное ослабление световой мощности, прошедшей через поляроид, составляет 90%?

### **Задача 1.12**

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой эта пластинка может служить для получения монохроматического света, поляризованного по кругу. Длина световой волны 590 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны:  $n_1 = 1,594$  и  $n_2 = 1,589$ .

### **Задача 1.13**

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой эта пластинка может служить для поворота плоскости поляризации монохроматического света с линейной поляризацией на  $90^\circ$ . Длина

световой волны 590 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны:  $n_1 = 1,594$  и  $n_2 = 1,589$ .

#### **Задача 1.14**

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой пластинка может служить для поворота плоскости поляризации монохроматического света с линейной поляризацией на  $270^\circ$ . Длина световой волны 589 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны:  $n_1 = 1,594$  и  $n_2 = 1,589$ .

#### **Задача 1.15**

На пластинку слюды падает монохроматическая световая волна с круговой поляризацией. Определите наименьшую толщину пластинки, при которой она преобразует данную световую волну в линейно поляризованную. Длина волны света 590 нм, показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн в слюде на этой длине волны равны  $n_1 = 1,594$  и  $n_2 = 1,589$ .

#### **Задача 1.16**

На пластинку кристаллического кварца с оптической осью, лежащей в плоскости пластинки, падает монохроматическая световая волна с круговой поляризацией (длина волны света 633 нм). Определите наименьшую толщину пластинки, при которой прошедшая световая волна будет также иметь круговую поляризацию, но направление вращения вектора  $E$  изменится на обратное. Показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн для кристаллического кварца на этой длине волны равны  $n_1 = 1,544$  и  $n_2 = 1,553$ .

#### **Задача 1.17**

Каков угол между главными плоскостями идеальных поляризаторов, если световой поток, выходящий из анализатора, составляет 50% от светового потока, проходящего через поляризатор?

#### **Задача 1.18**

Световая волна падает по нормали на пластинку кварца, вырезанную параллельно оптической оси. Определите разность хода обыкновенной и необыкновенной волн, прошедших через пластинку, если толщина пластинки 0,040 мм и показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн равны, соответственно, 1,54426 и 1,55337.

**Задача 1.19**

Плоскопараллельная четвертьволновая пластинка вырезана из кварца. Толщина пластины составляет 16 мкм. На нее падает монохроматическая волна с  $\lambda = 590$  нм. Определите показатель преломления необыкновенной волны, если показатель преломления обыкновенной  $n_0 = 1,5442$ .

**Задача 1.20**

Плоскопараллельная пластина толщиной 50 мкм вырезана из ниобата лития, оптическая ось кристалла параллельна плоскости пластины. На какую величину нужно изменить толщину пластины, чтобы она могла играть роль полуволновой фазовой пластинки для света с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, если показатели преломления кристалла для обыкновенной и необыкновенной волн равны 2,286 и 2,202 на данной длине волны?

**2. Дифракция света на щели и периодических структурах****2.1 Основные понятия**

В явлениях дифракции проявляются волновые свойства световых полей, а под самим термином “дифракция” понимается отклонение свойств световых волн от идеализированных геометрической оптикой. В приближении геометрической оптики при наличии в световом поле, создаваемом точечным излучателем, некоторого непрозрачного препятствия, за ним должна наблюдаться резкая граница между областью «света» и «тени». Реально в предполагаемой области «тени» обнаруживается электромагнитное поле, что объясняется с позиций волновой теории огибанием волной препятствий. Дифракционные задачи относятся к наиболее сложным, их строгое решение может быть получено лишь для ряда частных случаев. При анализе явлений дифракции в большинстве случаев используются приближенные методы, в частности – теория Гюйгенса – Френеля. Важными частными случаями являются дифракция плоской световой волны на прямоугольной щели и периодической структуре – амплитудной дифракционной решетке.

Согласно положению Гюйгенса, каждая точка волнового фронта волны любой природы играет роль источника вторичных сферических волн. Волновой фронт в некоторый более поздний момент времени является огибающей волновых фронтов всех вторичных волн. Френель объяснил эффекты дифракции, используя положение Гюйгенса, дополненное утверждением об интерференции вторичных волн между собой. Сочетание положения Гюйгенса с дополнением Френеля называется принципом Гюйгенса – Френеля.

При дифракции на щели и периодической структуре рассматривают, как правило, случай дифракции в параллельных лучах, или дифракцию Фраунгофера.

Для одномерной щели шириной  $b$ , при нормальном падении на нее плоской световой волны, распределение амплитуды и интенсивности в дальней зоне описываются выражениями:

$$S(\theta) = A_0 \cdot \frac{\sin\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]}{\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)} \quad (2.1),$$

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]}{\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]^2} \quad (2.2)$$

где  $\theta$  - угол наблюдения,  $A_0$  и  $I_0$  – амплитуда поля и его интенсивность в плоскости щели.

При дифракции плоской волны на системе из  $N$  щелей шириной  $b$ , расположенных с пространственным периодом  $d$  в непрозрачном экране, распределение интенсивности света в дальней зоне имеет вид:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin U}{U}\right)^2 \cdot \frac{\sin^2[N\delta]}{\sin^2(\delta)} \quad (2.3),$$

где  $U = \frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)$ ,  $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta)$ .

Первый множитель в ( ) описывает дифракцию света на каждой щели, а второй учитывает интерференцию световых полей, излучаемых всеми щелями.

## 2.2 Примеры решения задач

### Задача 1.

Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 515$  нм падает по нормали к щели шириной 10,0 мкм. За щелью помещена линза с фокусным расстоянием 50,0 см, с помощью которой наблюдают дифракционные полосы на экране. Определите расстояние между светлыми полосами 1-го и 3-го порядков.

### Решение:

Найдем углы, при которых наблюдаются дифракционные максимумы первого и третьего порядков. Условие первого (главного) максимума соответствует условию  $\theta=0$  в выражении для распределения

интенсивности света в дальней зоне при дифракции света на прямоугольной щели:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \left[ \frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) \right]}{\left[ \frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) \right]^2}.$$

Далее дифракционные максимумы появляются в дифрагированном поле при условиях  $\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) = \frac{\pi}{2} \pm m\pi$ , где  $m=0, 1, 2, \dots$ . Третьему

максимуму соответствует значение  $m=1$ . Отсюда находим  $\sin(\theta) = \frac{3\lambda}{2b}$ .

Линза преобразует угловое отклонение дифракционного максимума третьего порядка от направления оптической оси системы в линейное отклонение соответствующего максимума интенсивности в ее фокальной плоскости от первого максимума интенсивности. Расстояние  $\Delta L$  между ними в фокальной плоскости определяется соотношением  $\Delta L = F \cdot \delta\theta$  или, с учетом малости угла  $\delta\theta$ ,  $\Delta L = F \cdot \sin(\theta) = \frac{3\lambda}{2b} \cdot F = \frac{3 \cdot 0,515}{2 \cdot 10} \cdot 50 = 3,8625$  см.

### Задача 2.

Определите наибольший порядок дифракционного спектра для спектральной линии с длиной волны 633 нм при наблюдении с использованием решетки, имеющей 500 штрихов на 1,00 мм.

### Решение:

Наибольший порядок дифракционного спектра определяется условием формирования дифракционного максимума в направлении, при котором угол наблюдения  $\theta = 90^\circ$ . Найдем угловое расстояние между соседними дифракционными максимумами:  $\Delta\theta = \lambda/\Lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны света  $\Lambda$  - период дифракционной решетки. Тогда наибольший порядок спектра определится целой частью частного  $90^\circ/\Delta\theta$  или  $\pi\Lambda/2\lambda = 3,14 \cdot 2/2 \cdot 0,633 = 4,96$ . Таким образом, в дифрагированном излучении в данном случае можно наблюдать 4 дифракционных спектра.

## 2.3 Задачи для самостоятельного решения

### Задача 2.1.

Интенсивность центрального максимума дифракционной картины от одной щели равна  $I_0$ . Определите интенсивности последующих трех максимумов.

**Задача 2.2.**

На узкую щель по нормали падает плоская монохроматическая волна ( $\lambda = 633$  нм). Дифракционная картина, даваемая щелью, наблюдается на экране с помощью линзы с фокусным расстоянием 50,0 см. Определите ширину щели, если расстояние на экране между серединами полос спектров 1-го и 2-го порядков равно 7,00 мм.

**Задача 2.3.**

По нормали к плоскости щели падает плоская монохроматическая волна ( $\lambda = 0,546$  мкм). Вычислите ширину щели, если первая светлая полоса, считая от центральной светлой области дифракционной картины, наблюдается под углом  $2^\circ$  к первоначальному направлению излучения.

**Задача 2.4.**

Плоская монохроматическая волна с  $\lambda = 400$  нм падает по нормали к щели шириной 20,0 мкм. За щелью помещена линза с фокусным расстоянием 50,0 см, с помощью которой наблюдают дифракционные полосы на экране. Определите расстояние между светлыми полосами 1-го и 2-го порядков.

**Задача 2.5.**

На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн 577 и 579 нм в спектре 1-го порядка, полученном при помощи дифракционной решетки с постоянной  $4,00 \cdot 10^{-4}$  см? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 60,0 см. Волны падают по нормали к плоскости решетки.

**Задача 2.6.**

На щель падает по нормали монохроматическая электромагнитная волна. Угол, отвечающий 3-му дифракционному максимуму, равен  $5^\circ$ . Скольким длинам волн падающего излучения равна ширина щели?

**Задача 2.7.**

По нормали к плоскости щели падает плоская монохроматическая волна ( $\lambda = 0,546$  мкм). Вычислите ширину щели, если первая светлая полоса, считая от центральной светлой области дифракционной картины, наблюдается под углом  $2^\circ$  к первоначальному направлению излучения.

**Задача 2.8.**

На плоскую дифракционную решетку параллельным пучком падает свет с длиной волны 400 нм. Определите углы, под которыми

наблюдаются максимумы 1, 2 и 3-го порядков. Решетка имеет 500 штрихов на 1,00 мм. Плоская волна падает по нормали к плоскости решетки.

### **Задача 2.9.**

Определите постоянную решетки, которая позволяла бы наблюдать спектральную линию для волны 400 нм только в одном порядке.

### **Задача 2.10.**

На плоскую дифракционную решетку параллельным пучком падает свет с длиной волны 633 нм. Определите углы, под которыми наблюдаются максимумы 1 и 4-го порядков. Решетка имеет 250 штрихов на 1,00 мм. Плоская волна падает по нормали к плоскости решетки.

### **Задача 2.11.**

На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн 577 и 579 нм в спектре 1-го порядка, полученном при помощи дифракционной решетки с постоянной  $4,00 \cdot 10^{-4}$  см? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 60,0 см. Волны падают по нормали к плоскости решетки.

### **Задача 2.12.**

Свет от ртутной лампы падает по нормали на плоскую дифракционную решетку, ширина которой равна 5,00 см. Общее число штрихов  $10^4$ . Определите угол между фиолетовым ( $\lambda_1 = 0,405$  мкм) и желтым ( $\lambda_2 = 0,577$  мкм) компонентами в спектре 1-го порядка.

### **Задача 2.13.**

Определите наибольший порядок дифракционного спектра для спектральной линии с длиной волны 405 нм при наблюдении с использованием решетки, имеющей 500 штрихов на 1,00 мм.

## **3 Гауссовы световые пучки**

### **3.1 Основные понятия**

Большинство лазерных источников излучает свет в виде слабо расходящихся световых пучков с поперечным распределением интенсивности, описываемым функцией Гаусса  $\exp(-r^2/h^2)$ , где  $r$  – расстояние от центра пучка, а  $h$  – полуширина пучка. Такие световые пучки, называемые гауссовыми, имеют целый ряд интересных свойств. Так, поперечный профиль интенсивности в пучке остается гауссовым в любом сечении, а его угловой спектр также имеет гауссово распределение. Выражения для поля кругового гауссова пучка можно получить, как решения параболического уравнения теории дифракции:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - 2ik \cdot \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (3.1),$$

где  $A(x, y, z)$  – амплитуда поля пучка,  $k$  – волновое число света. Решение ищется в форме:

$$A = A_0 \exp \left\{ -i \left[ P + \frac{k}{2q} (x^2 + y^2) \right] \right\} \quad (3.2),$$

где  $P$  и  $q$  – комплексные функции продольной координаты  $z$ . Параметр  $P(z)$  определяет комплексное изменение фазы, а  $q(z)$  характеризует распределения амплитуды в поперечных плоскостях и кривизну волнового фронта в пучке. Подставив (3.2) в (3.1) и проведя формальные преобразования, можно получить выражение для поля кругового гауссова пучка в форме:

$$\begin{aligned} A &= A_0 \exp \left\{ -i \left[ P + \frac{k}{2q} (x^2 + y^2) \right] \right\} = \\ &= A_0 \cdot \left[ 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1/2} \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right) \cdot \exp \left[ i\Phi - i \left( \frac{k}{2R} (x^2 + y^2) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.3),$$

где  $z_0 = \frac{kw_0^2}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  – так называемая Рэлеевская длина или продольный

размер перетяжки пучка;  $w^2(z) = w_0^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$ ;  $w_0$  – полуширина пучка в

перетяжке (при  $z=0$ );  $R(z) = z \left( 1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right)$ .

Если заданы длина волны света  $\lambda$  и ширина пучка  $w_0$ , то его параметры оказываются полностью определенными. Добавка  $i\Phi$  в (3.3) описывает отличие фазы пучка от фазы плоской волны. Амплитудный множитель перед экспонентой в (3.3) описывает изменение амплитуды пучка вследствие эффекта дифракции. Распределение интенсивности в гауссовом пучке, соответственно, определяется соотношением:

$$I = I_0 \cdot \left[ 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1} \exp \left( -\frac{2x^2}{w^2} \right) \quad (3.4)$$

Пространственная форма пучка определяется изменением его амплитуды.

Она может быть выражена в виде:  $x^2 + y^2 = w_0^2 \cdot \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$ , что отвечает

уравнению однополостного гиперболоида вращения. Угол дифракционной расходимости пучка – это угол между асимптотами гиперболоида и осью пучка:



$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.5).$$

### 3.2 Примеры решения задач

#### Задача 1.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки  $w_0=10$  мкм. Найдите полуширину пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки, если длина волны света  $\lambda=1$  мкм.

#### Решение:

Используем выражение для связи полуширины пучка в произвольном сечении с его шириной в области перетяжки:

$w^2(z) = w_0^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$  и соотношение для продольного размера перетяжки

$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ . Комбинируя их, получим:  $w(z) = w_0 \left( 1 + \frac{z^2 \lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right)^{1/2}$ . И, подставляя сюда заданные параметры, получим  $w = w_0 (1 + 10^9)^{0,5} = 3,2$  см.

#### Задача 2.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки  $w_0=100$  мкм. Найдите расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшится в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, если длина волны света  $\lambda=0,6$  мкм.

#### Решение:

Согласно соотношению (3.4), интенсивность гауссова пучка на его оси изменяется в продольном направлении как:

$I = I_0 \cdot \left[ 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1}$ . Соответственно, найдем расстояние, на котором

$\left[ 1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1} = 0,1$ . Подставляя сюда полуширину перетяжки и длину волны света, найдем  $z = 3z_0 = 3 \cdot 3,14 \cdot 10^{-8} / 0,6 \cdot 10^{-6} = 0,157$  м.

### 3.3 Задачи для самостоятельного решения

#### Задача 3.1.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 1 см. Определите, какова полуширина пучка в перетяжке, если длина волны света  $\lambda=0,5$  мкм.

#### Задача 3.2.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 1 см. Определите, какова длина волны светового поля в пучке, если полуширина пучка в перетяжке составляет  $w_0=40$  мкм.

#### Задача 3.3.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки  $w_0=100$  мкм. Найдите длину волны светового поля, если расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшится в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 10 м.

#### Задача 3.4.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка при длине волны света  $\lambda=0,6$  мкм составляет 0,01. Какова полуширина данного пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки?

#### Задача 3.5.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка при длине волны света  $\lambda=0,5$  мкм составляет 0,01. Какова интенсивность света на оси пучка в сравнении с таковой в его перетяжке на расстоянии 10 м от области перетяжки?

#### Задача 3.6.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка возрастает в 10 раз по сравнению с ее величиной в перетяжке и составляет 3 см. Определите величину изменения интенсивности света на оси пучка на расстоянии 1 м от области перетяжки в сравнении с ее величиной в перетяжке.

#### Задача 3.7.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка составляет 0,01. Какова длина волны света, если полуширина данного пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки составляет 1 см?

**Задача 3.8.**

На расстоянии 1 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 10 см. Определите полуширину пучка на расстоянии в 10 м от области перетяжки, если длина волны света  $\lambda=0,5$  мкм.

**Задача 3.9.**

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки  $w_0=1$  см. Расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшается в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 100 м. Найдите, какой будет полуширина пучка на этом расстоянии, если длина волны света возрастет в два раза.

**Задача 3.10.**

Круговой гауссов пучок имеет угол дифракционной расходимости 0,01. Расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшается в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 100 м. Найдите, какой будет полуширина пучка на этом расстоянии, если длина волны света возрастет в два раза.

**4 Распространение света в направляющих структурах**

Узкий световой пучок не может распространяться в однородной среде без изменения своего поперечного размера вследствие дифракции. Сохранение профиля пучка возможно при распространении света в направляющих структурах – волоконных, канальных и планарных оптических волноводах. Эффект направления световой энергии в оптических волноводах основан на явлении полного внутреннего отражения света на границе раздела диэлектрических сред.

**4.1 Основные понятия и определения**

Планарный диэлектрический волновод - это трехслойная структура с размерами, не ограниченными в поперечных направлениях. Средний слой с толщиной  $h$  имеет более высокий показатель преломления, в сравнении с двумя другими слоями (рис. 4.1).

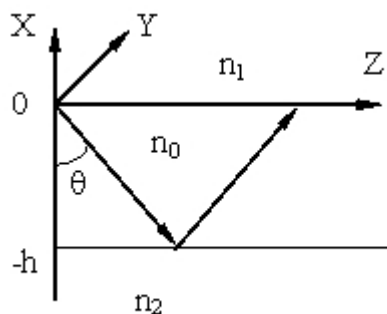


Рисунок 4.1 - Планарный оптический волновод.

Наиболее простой случай соответствует изотропной и диэлектрической среде в каждой из областей. Свет распространяется в направлении оси  $z$ , а в направлении оси  $y$  световое поле однородно. Показатели преломления в пределах слоев структуры удовлетворяют соотношению:  $n_2 < n_1 < n_0$ . Поле направляемых волн представляет собой бегущую волну в направлении  $z$  и стоячую – в направлении  $x$ :

$$\bar{E}(x, z) = \bar{E}_m(x) \cdot \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (4.1).$$

Подставив это соотношение в уравнения Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \end{cases}$$

и проведя стандартные преобразования, получим две независимых системы, соответствующие собственным модам, ТЕ (поперечно-электрическим) и ТМ (поперечно-магнитным) волнам такой структуры (рис. 4.2):

$$\begin{cases} -i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega \epsilon E_y \\ \beta E_y = -\omega \mu H_x \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} = -i\omega \mu H_z \end{cases} \quad \begin{cases} \beta H_y = \omega \epsilon E_x \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = i\omega \epsilon E_z \\ i\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega \mu H_y \end{cases}$$

Следует отметить, что в случае, когда хотя бы одна из областей волноводной структуры обладает оптической анизотропией, все компоненты векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  оказываются связанными между собой. Тогда собственными волнами являются гибридные квази – ТЕ и квази – ТМ волны.

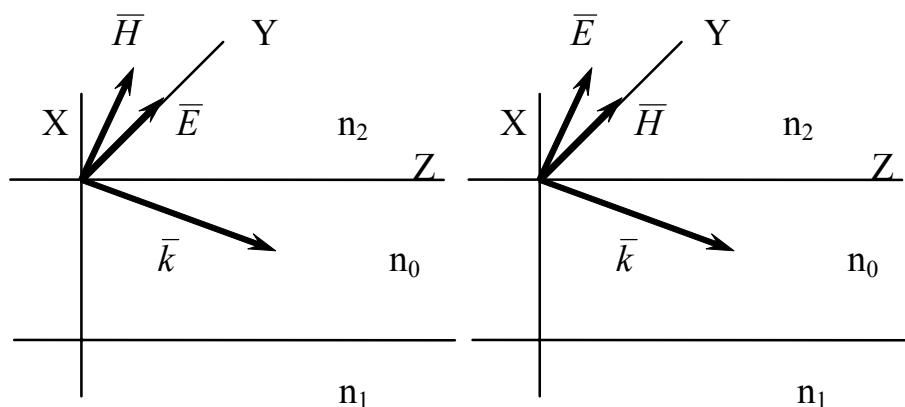


Рисунок 4.2 - Ориентация векторов поля в ТЕ (слева) и ТМ (справа) волнах

При проектировании волноводно-оптических элементов необходимо знать связь между параметрами планарного волновода и характеристиками направляемых волн. Такая связь определяется дисперсионным уравнением. Для планарного волновода со ступенчатым профилем оно может быть записано в аналитической форме. Наиболее просто оно может быть получено, используя из приближение геометрической оптики и условие фазового синхронизма, определяющего поле моды, как стоячую волну в направлении нормали к границам слоев планарной структуры.

Дисперсионное уравнение для ТЕ - мод в этом случае имеет вид:

$$k_0 h \sqrt{n_0^2 - N_m^2} = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{N_m^2 - n_1^2}{n_0^2 - N_m^2}} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{N_m^2 - n_2^2}{n_0^2 - N_m^2}} + m\pi \quad (4.2),$$

где  $k_0$  – волновое число света в вакууме;  $N_m$  – эффективные показатели преломления волноводных мод;  $m=0, 1, 2, \dots$  - порядок волноводной моды;  $n_0, n_1, n_2$  – показатели преломления пленки, подложки и покровной среды.

Основные выводы из дисперсионного уравнения:

1) величина  $N_m$  изменяется в пределах  $n_1 < N_m < n_0$ ;

2) условие  $N_m = n_1$  соответствует отсечке волноводной моды;

3) в случае асимметричного волновода ( $n_1 \neq n_2$ ) для каждой моды существует критическая толщина пленки, соответствующая отсечке ( $N_m = n_1$ ), ее величину можно найти из дисперсионного уравнения:

$$k_0 h_{kp} = \frac{m\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{\sqrt{n_0^2 - n_1^2}} \quad (4.3).$$

4) Минимальная критическая толщина соответствует  $TE_0$ -моду, для которой  $m=0$ :

$$k_0 h_{\min} = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{\sqrt{n_0^2 - n_1^2}} \quad (4.4).$$

## 4.2 Примеры решения задач

### Задача 1.

Найдите критическую толщину волноводного слоя для направляемой  $TE_3$  моды тонкопленочного асимметричного волновода, если он представляет собой пленку стекла с показателем преломления  $n_1=1,6$ , нанесенную на подложку из стекла с показателем преломления  $n_1=1,5$ . Длина волны света  $\lambda=1,5$  мкм.

### Решение:

Используя соотношение (4.3), найдем:

$$h_{кр} = \frac{3\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{k_0 \sqrt{n_0^2 - n_1^2}} = \frac{3\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1,5^2 - 1}{1,6^2 - 1,5^2}}}{2\pi \sqrt{1,6^2 - 1,5^2}} \lambda = \frac{3.352\pi}{2\pi \cdot 0.557} \lambda = 3\lambda$$

Таким образом, критическая толщина волноводного слоя для  $TE_3$  моды равна 4,5 мкм.

### Задача 2.

Найдите число направляемых  $TE$  мод, которые могут распространяться в симметричном планарном волноводе на длине волны света  $\lambda=0,5$  мкм, если он представляет собой пластинку из стекла толщиной 5 мкм с показателем преломления  $n=1,5$ .

### Решение:

Для симметричного планарного волновода дисперсионное уравнение в случае высшей  $TE$ -моды, для которой может достигаться отсечка, принимает вид:

$k_0 h \sqrt{n_0^2 - n_2^2} = m\pi$ . Действительно, в случае симметричного волновода  $n_1=n_2$ , а условие отсечки наблюдается при  $N_m=n_2$ . Отсюда выразим порядок моды  $m$ :  $m = \frac{2}{\lambda} h \sqrt{n_0^2 - n_2^2}$  или, подставляя сюда параметры структуры и длину волны света, получим  $m=20 \cdot 1,118=22,36$ . Таким образом, в данном волноводе могут распространяться 22  $TE$ -моды.

### 4.3 Задачи для самостоятельного решения

#### Задача 4.1.

Найдите число направляемых ТЕ мод, которые могут распространяться в асимметричном планарном волноводе на длине волны света  $\lambda=0,5$  мкм, если он представляет собой пленку стекла толщиной 2,5 мкм с показателем преломления  $n_1=1,6$ , нанесенную на подложку из стекла с показателем преломления  $n_1=1,5$ .

#### Задача 4.2.

Вы проектируете одномодовую (для ТЕ волн) планарную волноводную структуру. Материалом подложки является стекло с показателем преломления 1,5, а материалом волноводной пленки должен служить полимер с показателем преломления 1,6. В каких пределах может изменяться толщина пленки, если структура должна работать на длине волны света в 1 мкм?

#### Задача 4.3.

Найдите длину волны света, для которой исчезают волноводные свойства планарной трехслойной структуры с показателями преломления в разных слоях  $n_1=2$ ,  $n_2=1$ ,  $n_0=2,02$  при толщине слоя с наибольшим показателем преломления, равной 2 мкм.

#### Задача 4.4.

2. Вы проектируете одномодовый (для ТЕ волн) планарный волновод. Материалом подложки является ниобат лития с показателем преломления 2,2, а волноводная пленка будет иметь показатель преломления 2,25. В каких пределах может изменяться толщина пленки, если структура должна работать на длине волны света в 0.5 мкм?

#### Задача 4.5.

Найдите граничную длину волны света, для которой в планарной трехслойной структуре с показателями преломления слоев  $n_1=1,5$ ,  $n_2=1$ ,  $n_0=1,7$  и толщиной слоя с наибольшим показателем преломления, равной 1 мкм, возможно существование только одной направляемой ТЕ волны ( $TE_0$ ).

### 5 Темы для самостоятельного изучения

Темы для самостоятельного изучения обобщают приобретенные знания и позволяют студенту самостоятельно решать задачи.

На самостоятельную проработку выносятся вопросы:

1. Фотонные кристаллы в современной оптике.
2. Ближнезонная оптическая микроскопия.
3. Обращение волнового фронта в нелинейной оптике.

### **Заключение**

В итоге изучения тем студент должен твердо, как минимум знать следующие вопросы.

1. Понятие углового спектра плоских волн. Параболическое уравнение в теории дифракции. Гауссовы световые пучки, основные параметры гауссова пучка.

2. Планарные оптические волноводы. Связанные оптические волноводы. Распространение световых волн в периодических структурах.

3. Условия проявления оптической нелинейности среды. Нелинейные восприимчивости.

4. Среда с квадратичной оптической нелинейностью. Возможные нелинейно-оптические эффекты в такой среде.

5. Среда с кубичной оптической нелинейностью. Возможные нелинейно-оптические эффекты в такой среде.

6. Распространение светового пучка в нелинейно-оптической среде. Нелинейное уравнение Шредингера.

7. Понятие временных и пространственных солитонов. Светлые и темные солитоны. Условия достижения солитонного режима.

8. Понятие керровской оптической нелинейности, выражение для показателя преломления такой среды.

9. Понятие и суть термооптической нелинейности среды.

10. Фоторефрактивная оптическая нелинейность. Суть дрейфового механизма транспорта носителей заряда, выражение для поля пространственного заряда при дрейфовом механизме.

11. Фоторефрактивная оптическая нелинейность. Суть фотовольтаического механизма транспорта носителей заряда, выражение для поля пространственного заряда при фотовольтаическом механизме.

12. Пространственные оптические солитоны в среде с керровской оптической нелинейностью.

13. Пространственные оптические солитоны в среде с фоторефрактивной оптической нелинейностью.

14. Материалы, в которых исследовались фоторефрактивные пространственные солитоны.

15. Основные экспериментальные схемы, используемые при изучении фоторефрактивных пространственных солитонов.



16. Временные оптические солитоны. Фундаментальный солитон и солитоны высших порядков.

17. Использование режима временных солитонов в оптических линиях связи.

18. Оптические вихри. Понятие вихревых солитонов. Среда, в которой могут наблюдаться вихревые солитоны. Схемы и результаты экспериментов по наблюдению вихревых солитонов.

19. Понятие векторных солитонов. Неогерентно и когерентно связанные векторные солитоны. Схема эксперимента по наблюдению векторных солитонов.

20. Понятие параметрических солитонов. Условия, в которых могут быть реализованы параметрические солитоны.

21. Многоэлементные волноводно-оптические системы. Понятие дискретных пространственных солитонов. Материалы, использовавшиеся в экспериментальных исследованиях. Основные экспериментальные схемы и типичные результаты по реализации эффектов дискретных пространственных солитонов.

### Список литературы

1. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. - 720 с.

2. Динамика вакуума и солитонная теория элементарных частиц : научное издание / О. Г. Верин. - М. : РТ-Пресс, 2002. - 102 с. - ISBN 5-7861-0055-3

3. Дубнищев Ю. Н. Колебания и волны: Учебное пособие. 2 е изд., перераб. — СПб.: Издательство «Лань», 2011. —384 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978 5 8114 1183 2. Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=683](http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1_cid=25&pl1_id=683)

4. Дубнищев Ю. Н. Теория и преобразование сигналов в оптических системах : Учебное пособие. 4 е изд., испр. и доп. —СПб. : Издательство «Лань», 2011. — 368 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978 5 8114 1156 6 [http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=698](http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1_cid=25&pl1_id=698)

5. Игнатов А. Н. Оптоэлектроника и нанофотоника: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2011. — 544 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978 5 8114 1136 8 Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=684](http://e.lanbook.com/books /element.php?pl1_cid=25&pl1_id=684)

6. Калитеевский Н.И.. Волновая оптика. - СПб.: Лань, 2006. - 465 с.

7. Опрокидывающиеся солитоны: Нелинейные интегрируемые уравнения: научное издание / О. И. Богоявленский. - М. : Наука, 1991. - 319 с. - ISBN 5-02-014620-X :

8. Солитоны в математике и физике : Пер. с англ. / А. Ньюэлл ; пер. И. Р. Габитов, пер. А. Ю. Орлов, пер. Е. И. Шульман, ред. пер. А. В. Михайлов. - М. : Мир, 1989. - 323 с. : ISBN 5-03-001118-8 (в пер.)

9. Солитоны и нелинейные волновые уравнения : Пер. с англ. / Р. Додд [и др.] ; пер. В. П. Гурарий, пер. В. И. Мацаев, ред. пер. А. Б. Шабат. - М. : Мир, 1988. - 694 с. - ISBN 5-03-000732-6 (в пер.)

10. Солитоны: Нелинейные импульсы и пучки: Пер. с англ. / Н. Н. Ахмедиев, А. Анкевич; Пер. Н. В. Островская. - М. : Физматлит, 2003. - 299 с. ISBN 5-9221-0344-X:

11. Шандаров В.М.. Волоконно-оптические устройства технологического назначения: учеб. пособие. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 190с. ISBN 978-5-86889-377-3.

12. Шандаров С.М., Шандаров В.М., Мандель А.Е., Буримов Н.И.. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах. – Томск: ТУСУР, 2007. ISBN 978-5-86889-426-8 – 241 с.

13. Шандаров С.М., Шандаров В.М., Мандель А.Е., Буримов Н.И.. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах. – Томск: Томск. гос. Ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 230 с.

14. Ярив А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М.: Мир, 1987.– 616 с.

Шандаров В.М.

Оптические солитоны

Методические указания к практическим занятиям  
и по самостоятельной работе

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_. Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40