

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Аникин А. С.

ТЕХНОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Учебно-методическое пособие для проведения практических занятий и
организации самостоятельной работы студентов

Томск
2024

УДК 519.711.3

ББК 22.16я73

А–67

Рецензент:

Громов В.А., доцент кафедры радиотехнических систем,
кандидат технических наук

Аникин, Алексей Сергеевич

А–67 Технологии математического моделирования : учебно-методическое пособие для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов технических направлений и специальностей / А. С. Аникин. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2024. – 41 с.

Учебно-методическое пособие по проведению практических занятий и организации самостоятельной работы для студентов составлено с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО). Учебно-методическое пособие содержит перечень тем, заданий, а также примеров решения задач для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. Предназначено для студентов технических направлений подготовки и специальностей всех форм обучения.

Одобрено на заседании каф. РТС, протокол № 4 от 16.11.2023.

УДК 519.711.3

ББК 22.16я73

© Аникин А.С., 2024

© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методическое пособие содержит перечень тем к практическим занятиям, теоретические сведения и задачи для выполнения практических работ, а также указания для организации самостоятельной работы студентов по основным темам дисциплины **«Технологии математического моделирования»**. Материал разбит на разделы. Для практических работ для каждого раздела приводятся указания для решения задач на определенную тему.

Учебно-методическое пособие предназначено для подготовки студентов технических направлений и специальностей всех форм обучения.

Теоретический и справочный материал, необходимый для решения задач, приведён в литературе [1 – 20].

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 5 |
| 1 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ | 6 |
| 1.1 Разделы дисциплины | 6 |
| 1.2 Проведение практических занятий | 7 |
| 1.3 Материально-техническое обеспечение лабораторно-практических занятий..... | 8 |
| 2 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ | 9 |
| 2.1 Входной контроль | 9 |
| 2.2 Тема работы: «Аналитические модели безынерционных нелинейных квадратурных детекторов»..... | 10 |
| 2.2.1 Введение..... | 10 |
| 2.2.2 Основные термины | 11 |
| 2.2.3 Цель и порядок работы..... | 13 |
| 2.2.4 Аналитические модели квадратурных амплитудного, фазового и частотного детекторов непрерывных сигналов | 14 |
| 2.2.5 Математические модели дискретизации по времени сигнала, операций интегрирования и дифференцирования..... | 16 |
| 2.2.6 Задачи к практической работе | 19 |
| 2.2.7 Вопросы к практической работе..... | 20 |
| 2.3 Тема работы: «Аналитические модели безынерционных усилителей мощности» | 21 |
| 2.3.1 Введение..... | 21 |
| 2.3.2 Нелинейные свойства усилителей мощности | 22 |
| 2.3.3 Нелинейные модели твёрдотельных усилителей мощности..... | 26 |
| 2.3.4 Цель и порядок работы..... | 31 |
| 2.3.5 Для справки..... | 32 |
| 2.3.6 Вопросы к практической работе..... | 34 |
| 2.3.7 Задачи к практической работе | 34 |
| 2.4 Тема работы: «Моделирование базовой случайной величины» | 37 |
| 2.4.1 Описание объекта моделирования | 37 |
| 2.4.2 Порядок выполнения работы..... | 39 |

| | | |
|-------|--|----|
| 2.4.3 | Содержание отчета..... | 39 |
| 2.4.4 | Варианты заданий | 39 |
| 2.5 | Тема работы: «Моделирование дискретной случайной величины»..... | 41 |
| 2.5.1 | Описание объекта моделирования | 41 |
| 2.5.2 | Порядок выполнения работы..... | 42 |
| 2.5.3 | Содержание отчёта..... | 42 |
| 2.5.4 | Варианты заданий | 43 |
| 2.6 | Тема работы: «Моделирование непрерывной случайной величины».. | 44 |
| 2.6.1 | Описание объекта моделирования | 44 |
| 2.6.2 | Порядок выполнения работы..... | 46 |
| 2.6.3 | Содержание отчета..... | 46 |
| 2.6.4 | Варианты заданий | 47 |
| 3 | ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ | 48 |
| 3.1 | Проработка лекционного материала..... | 48 |
| 3.2 | Подготовка к опросам на занятиях..... | 48 |
| 3.3 | Подготовка к практическим занятиям | 49 |
| 3.4 | Подготовка к тестированию..... | 50 |
| 3.5 | Подготовка к экзамену (зачёту)..... | 50 |
| 3.6 | Профессиональные базы данных и информационные справочные системы | 51 |
| 4 | ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ | 52 |
| 5 | ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 54 |
| 6 | СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 55 |

ВВЕДЕНИЕ

Технологии математического моделирования являются важным инструментом при разработке у современных технических специалистов. Основы технологий моделирования даются в рамках подготовки специалистов технических специальностей. В этой дисциплине изучаются общие для различных технических областей аналитическое и имитационное моделирование, статистическое моделирование и т.д.

Технологии математического моделирования играют важную роль в современном мире в области создания моделей различного назначения, в том числе, радиоэлектронных устройств и систем связи, а также проводить анализ и оптимизацию систем на их основе. С использованием технологий математического моделирования можно оценить эффективность и надёжность радиоэлектронных компонентов и устройств в различных условиях эксплуатации. Технологии математического моделирования применяются для проектирования и анализа различных систем радиосвязи, таких как беспроводные сети, спутниковые связи, радиорелейные линии и т.д.

Цель изучения дисциплины «Технологии математического моделирования» связана с формированием навыков применения основных методов моделирования при решении задач анализа и проектирования систем.

Практические задания, представленные в настоящем издании, выполняются учащимися в течение аудиторных занятий индивидуально под контролем преподавателя, либо при проведении дистанционных занятий.

При изучении дисциплины «Технологии математического моделирования» у студентов формируются способности по применению основных подходов к аналитическому и имитационному моделированию в радиотехнических устройствах, системах радиосвязи, радиолокации, радионавигации, а также при построении радиоэлектронных систем и комплексов.

1 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Разделы дисциплины

Дисциплина «Технологии математического моделирования» разделена на разделы. В разделах раскрываются основные технологии моделирования систем, в том числе при аналитическом и имитационном моделировании, статистическом моделировании. По каждому разделу проводятся практические занятия и лабораторные работы, а также организуется самостоятельная работа студентов.

Наименование разделов и их содержание отражено в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Наименование и содержание разделов

| № п/п | Наименование разделов | Содержание разделов |
|-------|---|---|
| 1 | Введение в теорию моделирования систем | Понятие системы. Понятие модели. Цель моделирования. Основные понятия и определения моделирования систем. Прямая, обратная задачи моделирования. Задача настройки параметров. Аналитическое и имитационное моделирование. Моделирование динамических систем и процессов. Мультиагентное моделирование. Метод Монте-Карло. |
| 2 | Статистическое моделирование | Понятие о статистическом моделировании. Элементы теории вероятностей. Оценка надёжности системы с помощью статистического моделирования. Моделирование базовой случайной величины. Моделирование случайных событий. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин. Оценка точности моделирования и объёма выборки для моделирования случайных величин. |
| 3 | Моделирование систем массового обслуживания | Понятие о системах массового обслуживания. Одноканальная система массового обслуживания. Характеристики систем массового обслуживания. Имитационное моделирование систем массового обслуживания. |

1.2 Проведение практических занятий

Практическое занятие начинается с определения темы. На одну тему может быть проведено несколько практических занятий, в зависимости от сложности задач и степени усвоения решения этих задач студентами.

На первом практическом занятии производится входной контроль и обсуждение его результатов. На остальных занятиях практическая работа направлена на усвоение различных примеров решения задач по технологии математического моделирования.

Преподаватель вместе со студентами повторяют необходимый для практических заданий материал из лекций. Затем преподаватель выдаёт студентам задачи для упражнения. Студенты выполняют упражнения самостоятельно. Во время самостоятельного решения задач студентам запрещается передавать друг другу результаты решения задач и выполнения упражнений. При затруднениях, преподаватель, по возможности, оказывает консультацию и указывает студентам подход к решению задачи или указывает раздел методической литературы с ответом на вопрос студента. В противном случае, преподаватель даёт устные пояснения или демонстрирует решение задачи.

Студент представляет преподавателю результаты выполнения практических заданий в электронном виде при проведении аудиторных занятий или в виде файлов при проведении занятий дистанционно. При необходимости, преподаватель требует у студента пояснений к результатам выполнения задания. Задание выполнено студентом, если решение верно и не содержит принципиальных ошибок (например, логических или, по существу решения задачи). В противном случае, студент дорабатывает задание.

За одно занятие студент должен, как правило, решить 1 задачу. Если студент не успевает решить задачу в течение занятия, то решает эту задачу дома к следующему занятию.

Консультация студентов, а также выдача им упражнений для самостоятельной работы осуществляется только во время занятий в аудитории или дистанционно.

Преподаватель должен оценивать и добиваться правильного понимания студентом существа и подхода к решению задачи. Это можно сделать только в ходе личной беседы.

Студент должен проявлять внимательность и аккуратность при выполнении заданий, исправлять ошибки и недочёты по указанию преподавателя, в том числе, грамматические ошибки, небрежное оформление решений задач, графиков, рисунков, неточности в описании решения задачи.

1.3 Материально-техническое обеспечение лабораторно-практических занятий

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий практического типа, помещение для проведения групповых и индивидуальных консультаций, помещение для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы, 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 47, 230/2 ауд.

Описание имеющегося оборудования:

Анализатор спектра DSA832E. Rigol 9 шт.

Генератор стандартных функций и сигналов DG5071.Rigol 9 шт.

Место автоматизированное рабочее для пайки

Монитор 27" 6 шт.

Монитор MSI 27" Pro MP271 2 шт.

МФУ лазерное

Ноутбук 15.6 6 шт.

Осциллограф цифровой MSO5104.Rigol 12 шт.

Панель интерактивная LMP7502ELN Lumien 75EL

- Комплект специализированной учебной мебели;

- Рабочее место преподавателя.

Программное обеспечение:

Mathworks Matlab

Microsoft Office 2019

Microsoft Windows 10 Pro

Notepad++

PTC Mathcad 14

Qucs.

Расположение рабочих мест в учебной аудитории и освещение должно удовлетворять действующим требованиям санитарных правил и норм (СанПиН).

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами освоение материала осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения. Для лиц с нарушениями слуха предусмотрено использование мультимедийных средств и других технических средств приема/передачи учебной информации в доступных формах. Учебная аудитория, в которой занимаются обучающиеся с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой. Для лиц с нарушениями зрения предусмотрено использование слайдов на экране.

2 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Ниже приводятся примерные темы и содержание практических занятий. При проведении практического занятия даются необходимые сведения из теории.

2.1 Входной контроль

На первом занятии проводится входной контроль для проверки комплекса остаточных знаний, выявления пробелов в знаниях, получения сведений об уровне подготовки студентов. Это позволяет приблизительно оценить степень освоения минимальных знаний, необходимых для успешного освоения дисциплины.

При проведении входного контроля студентам выдаются списки с вопросами. Вопросы составлены таким образом, чтобы ответы на них показывали минимум знаний по уже пройденным дисциплинам необходимый для освоения дисциплины.

Студенты письменно отвечают на вопросы. Преподаватель проверяет ответы на вопросы студентов. На основе анализа ответов преподаватель в ходе чтения материалов лекций или при проведении практических занятий даёт студентам необходимые пояснения в вопросах, которые вызвали трудности при ответе на вопросы входного контроля. При необходимости, преподаватель разбирает со студентами те вопросы, которые вызвали у них трудности.

2.2 Тема работы: «Аналитические модели безынерционных нелинейных квадратурных детекторов»

2.2.1 Введение

В состав радиотехнических и инфокоммуникационных систем входят приёмники. Приёмники содержат устройства, у которых сигнал линейно (линейные устройства) или нелинейно (нелинейные устройства) зависит от входного сигнала. Примерами нелинейных устройств являются преобразователи частоты сигналов, усилители в режиме насыщения, детекторы сигналов (см. рисунок 2.1).

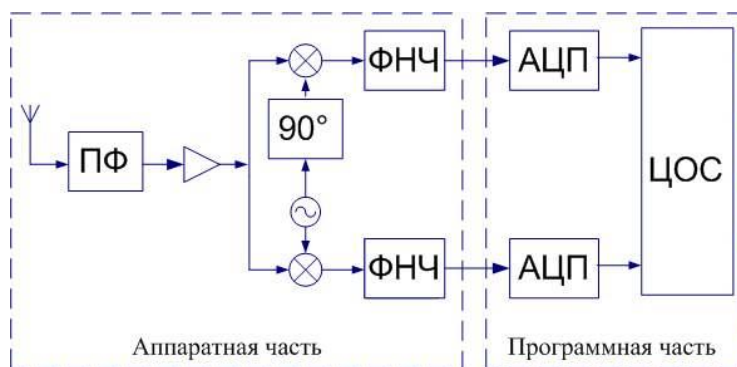


Рисунок 2.1 – Пример обобщённой структурной схемы цифрового приёмника

Далее в качестве нелинейных устройств рассматриваются детекторы сигналов. Различают амплитудные, фазовые и частотные детекторы. Детекторы могут применяться в приёмниках радиосистем связи для выделения из узкополосных сигналов законов изменения огибающей, фазой модуляции или частоты. С выхода детекторов законы изменения огибающей, фазовой модуляции или частоты применяются для восстановления переданной информации.

В приёмных трактах детекторы обычно устанавливают после усилителей промежуточной или низкой частоты, либо квадратурных демодуляторов. В цифровых приёмных устройствах детекторы устанавливают после аналого-цифровых преобразователей. Аналого-цифровые преобразователи формируют дискретные последовательности оцифрованных сигналов. Далее рассматривается вариант применения детекторов, обрабатывающих оцифрованные (дискретные во времени) квадратурные сигналы на промежуточной частоте. Поэтому такие амплитудные, фазовые или частотные детекторы будем считать квадратурными. Важно, что для рассматриваемых далее детекторов необходимо знать квадратуры детектируемого сигнала.

2.2.2 Основные термины

Узкополосный сигнал – сигнал $s(t)$ с огибающей $U(t)$ и начальной фазой $\varphi_u(t)$, у которого полоса Δf много меньше промежуточной частоты f_0 высокочастотного заполнения.

Узкополосный сигнал $s(t)$ можно записать следующими способами.

В явном виде:

$$S(t) = U(t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi_u(t)) \quad (2.1)$$

С помощью синфазной $U_1(t)$ и квадратурной $U_2(t)$ составляющей:

$$S(t) = U_1(t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) - U_2(t) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t), \quad (2.2)$$

где

$$U_1(t) = U(t) \cdot \cos\{\varphi_u(t)\}, \quad (2.3)$$

– синфазная составляющая узкополосного сигнала;

$$U_2(t) = U(t) \cdot \sin\{\varphi_u(t)\}, \quad (2.4)$$

– квадратурная составляющая узкополосного сигнала.

В комплексном виде:

$$S(t) = \operatorname{Re}\{U(t) \cdot e^{j\omega_0 t}\} = \operatorname{Re}\{U(t) \cdot e^{j\varphi_u(t)} \cdot e^{j\omega_0 t}\}, \quad (2.5)$$

где

$U(t) = U(t) \cdot e^{j\varphi_u(t)}$ – комплексная огибающая узкополосного сигнала.

Безынерционное устройство – устройство, мгновенно формирующее сигнал на выходе при поступлении входного устройства.

Безынерционные устройства не обладают памятью, поэтому текущее значение выходного сигнала определяется только текущим значением сигнала на его входе и не зависит от значений сигнала в предыдущие моменты времени.

Линейное устройство – устройство, для которого выполняются следующие свойства линейности:

- 1) Если входной сигнал $S_{\text{вх}}(t)$ устройства порождает выходной сигнал $S_{\text{вых}}(t)$, то входной сигнал $a \cdot S_{\text{вх}}(t)$ устройства порождает выходной сигнал $a \cdot S_{\text{вых}}(t)$, где a – действительное положительное число. Фактически, первое свойство означает, что линейное устройство является идеальным усилителем или аттенюатором с коэффициентом усиления/ослабления a .
- 2) Если входные сигналы $S_{\text{вх1}}(t)$ и $S_{\text{вх2}}(t)$ порождают выходные сигналы $S_{\text{вых1}}(t)$ и $S_{\text{вых2}}(t)$, то сумма входных сигналов $S_{\text{вх}\Sigma}(t) = S_{\text{вх1}}(t) + S_{\text{вх2}}(t)$ порождает сумму выходных сигналов

$S_{\text{вых}\Sigma}(t) = S_{\text{вых}1}(t) + S_{\text{вых}2}(t)$. Фактически, второе свойство означает, что линейное устройство не формирует гармонические составляющие с новыми частотами в спектре выходного сигнала по сравнению с имеющимися частотами в спектре входного сигнала.

Нелинейное устройство – устройство, для которого не выполняется хотя бы одно свойство линейности. На выходе нелинейного устройства появляются гармонические составляющие с новыми частотами по сравнению с частотами в спектре входного сигнала.

Детектирование – процесс выделения закона изменения во времени интересующего параметра сигнала.

Амплитудный детектор – устройство, выделяющее закон изменения во времени огибающей $U(t)$ узкополосного сигнала. Выходной сигнал амплитудного детектора – оценка $\hat{U}(t)$ огибающей узкополосного сигнала, которая может отличаться от истинного значения огибающей $U(t)$.

Фазовый детектор – устройство, выделяющее закон фазовой модуляции $\varphi_u(t)$ из узкополосного сигнала. Выходной сигнал фазового детектора – оценка $\hat{\varphi}_u(t)$ начальной фазы узкополосного сигнала, которая может отличаться от истинного значения начальной фазы $\varphi_u(t)$.

Частотный детектор – устройство, выделяющее закон изменения во времени мгновенной частоты $f(t)$ узкополосного сигнала. Выходной сигнал частотного детектора – оценка $\hat{f}(t)$ частоты узкополосного сигнала, которая может отличаться от истинного значения частоты $f(t)$.

В практической работе рассматриваются аналитические дискретные модели безынерционных квадратурного амплитудного, фазового и частотного детекторов для извлечения из узкополосного сигнала огибающей, фазовой модуляции и мгновенной частоты.

2.2.3 Цель и порядок работы

Цель работы – составить аналитические дискретные модели безынерционных устройств квадратурного амплитудного, фазового и частотного детекторов и выполнить моделирование их работы.

Чтобы выполнить моделирование устройств квадратурных детекторов сначала формируется дискретный сигнал на входе детекторов, затем с помощью аналитических моделей квадратурных детекторов непрерывных сигналов создаются квадратурные детекторы дискретных сигналов, и далее моделированием получают дискретный выходной сигнал детекторов. Сравнивая дискретный выходной сигнал детектора с соответствующими дискретными отсчётами истинного параметра сигнала (огibaющей, начальной фазы или частоты) делают вывод о правильности модели детектора. В качестве дискретного узкополосного входного сигнала рассматривается сигнал с амплитудной, фазовой или частотной модуляцией.

Для достижения цели работу следует выполнить в следующем порядке:

- 1) Сформировать дискретный узкополосный сигнал на входе детектора с помощью квадратурных составляющих с помощью формул (2.2), (2.3) и (2.4). Для этого, сначала задаться промежуточной частотой f_0 , частотой дискретизации сигнала $F_s = 1/(10 \cdot f_0)$ и интервалом дискретизации сигнала $\Delta t = 1/F_s$; временем наблюдения сигнала T_n ; создать массив \mathbf{t} с отсчётами дискретного времени $t_k = (k - 1) \cdot \Delta t$, $k = 1, \dots, N$, где $N = T_n / \Delta t$. После этого сформировать массивы огibaющей сигнала \mathbf{U} и начальной фазы $\mathbf{\Phi}$ такой же длины, как и массив с отсчётами времени \mathbf{t} . Затем по формулам (2.3) и (2.4) получить массивы синфазной $\mathbf{U1}$ и квадратурной $\mathbf{U2}$ составляющей, и далее узкополосный сигнал \mathbf{S} по формуле (2.2).
- 2) По аналитическим моделям устройств амплитудного, фазового и частотного квадратурных детекторов для непрерывных сигналов путём перехода к дискретным отсчётам получают соответствующие выражения квадратурных детекторов дискретных сигналов.
- 3) С помощью массивов дискретных отсчётов синфазной и квадратурной составляющей получают массив дискретных отсчётов огibaющей, начальной фазы и частоты узкополосного сигнала.
- 4) Делают вывод о правильности модели детектора путём сравнения дискретных отсчётов огibaющей, начальной фазы и частоты узкополосного сигнала после детектора с истинными значениями дискретных отсчётов огibaющей, начальной фазы и частоты узкополосного сигнала.

2.2.4 Аналитические модели квадратурных амплитудного, фазового и частотного детекторов непрерывных сигналов

2.2.4.1 Амплитудные детекторы

Аналитическая модель ЛИНЕЙНОГО амплитудного детектора узкополосного сигнала

$$S_{\text{вых}}^{\text{ЛАД}}(t) = \hat{U}(t) = U_1^2(t) + U_2^2(t), \quad (2.6)$$

где

$S_{\text{вых}}^{\text{ЛАД}}(t)$ – выходной сигнал линейного амплитудного линейного детектора;

$\hat{U}(t)$ – оценка огибающей узкополосного сигнала $s(t)$.

Разность $\Delta U = U(t) - \hat{U}(t)$ – ошибка линейного амплитудного детектирования.

Аналитическая модель амплитудного КВАДРАТИЧНОГО детектора узкополосного сигнала

$$S_{\text{вых}}^{\text{КАД}}(t) = \hat{U}(t) = \sqrt{U_1^2(t) + U_2^2(t)}, \quad (2.7)$$

где

$S_{\text{вых}}^{\text{КАД}}(t)$ – выходной сигнал квадратурного амплитудного квадратичного детектора;

$\hat{U}(t)$ – оценка огибающей узкополосного сигнала $s(t)$.

Разность $\Delta U = U(t) - \hat{U}(t)$ – ошибка квадратичного амплитудного детектирования.

2.2.4.2 Фазовый детектор №1

Аналитическая модель №1 фазового детектора узкополосного сигнала

$$S_{\text{вых}}^{\text{ФД}}(t) = \hat{\varphi}_u(t) = \text{arctg} \left(\frac{U_2(t)}{U_1(t)} \right), \quad (2.8)$$

где

$S_{\text{вых}}^{\text{ФД}}(t)$ – выходной сигнал квадратурного фазового детектора;

$\hat{\varphi}_u(t)$ – оценка начальной фазы узкополосного сигнала $s(t)$.

Разность $\Delta \varphi = \varphi_u(t) - \hat{\varphi}_u(t)$ – ошибка фазового детектирования.

2.2.4.3 Частотный детектор

Аналитическая модель частотного детектора узкополосного сигнала

$$S_{\text{вых}}^{\text{ЧД}}(t) = \hat{f}(t) = \frac{U_1(t) \cdot U_2'(t) - U_2(t) \cdot U_1'(t)}{U_1^2(t) + U_2^2(t)}, \quad (2.9)$$

где

$U_i'(t) = \frac{dU_i(t)}{dt}$ – производная от синфазной или квадратурной

составляющей сигнала;

$S_{\text{вых}}^{\text{ЧД}}(t)$ – выходной сигнал квадратурного частотного детектора;

$\hat{f}(t)$ – оценка частоты узкополосного сигнала $s(t)$.

Разность $\Delta f = f(t) - \hat{f}(t)$ – ошибка частотного детектирования.

2.2.4.4 Фазовый детектор №2

Аналитическая модель №2 фазового детектора узкополосного сигнала

$$S_{\text{вых}}^{\text{ФД}}(t) = \hat{\varphi}_u(t) = \int_0^t \hat{f}(t) dt, \quad (2.10)$$

где

$S_{\text{вых}}^{\text{ФД}}(t)$ – выходной сигнал квадратурного фазового детектора;

$\hat{\varphi}_u(t)$ – оценка начальной фазы узкополосного сигнала $s(t)$.

Разность $\Delta \varphi = \varphi_u(t) - \hat{\varphi}_u(t)$ – ошибка фазового детектирования.

2.2.5 Математические модели дискретизации по времени сигнала, операций интегрирования и дифференцирования

2.2.5.1 Дискретизация сигнала во времени

Дискретизация сигнала по времени эквивалентна замене в указанных выше формулах непрерывного времени дискретной последовательность временных отсчётов на интервале времени наблюдения T_n с шагом дискретизации Δt . В результате такой замены получается дискретизированный сигнал. Например, для входного сигнала детектора $S_d(k)$ дискретизированный сигнал получается следующим образом

$$S_d(k) = S(t_k), \quad (2.11)$$

где

k – номер временного отсчёта в массиве $S_d(k)$ отсчётов сигнала;

$t_k = (k - 1) \cdot \Delta t$, $k = 1, \dots, N$, где $N = T_n / \Delta t$.

Аналогично выполняется дискретизация синфазной и квадратурной составляющей сигнала и остальных величин, зависящих от времени. Шаг дискретизации Δt выполняется в соответствии с теоремой Котельникова.

Результат дискретизации сигнала называют представлением сигнала в дискретном времени, или просто, дискретным сигналом.

2.2.5.2 Интегрирование дискретного сигнала

Операция интегрирования дискретных сигналов выполняется аналогично представлению интегральных сумм при вычислении определённого интеграла Римана. Если на интервале времени от t_k до t_{k+1} изменения сигнала $S(t)$ пренебрежимо малы, то значение сигнала на этом интервале можно считать постоянной величиной. В этом случае, на интервале времени от t_k до t_{k+1} можно сигналу $S(t)$ сопоставить элементарный прямоугольник со сторонами Δt и $S(t_k)$ и площадью $S(t_k) \cdot \Delta t$. Аналогично, можно составить прямоугольники и площади для них в остальные моменты времени на интервале времени наблюдения T_n . Вспомним, что интеграл, это геометрически – площадь под кривой. Тогда *интеграл от дискретного сигнала*, в данном случае, эквивалентен определению суммарной площади элементарных прямоугольников (см. рисунок 2.2). Процесс подсчёта площади под сигналом в данном случае называют интегрированием сигнала.

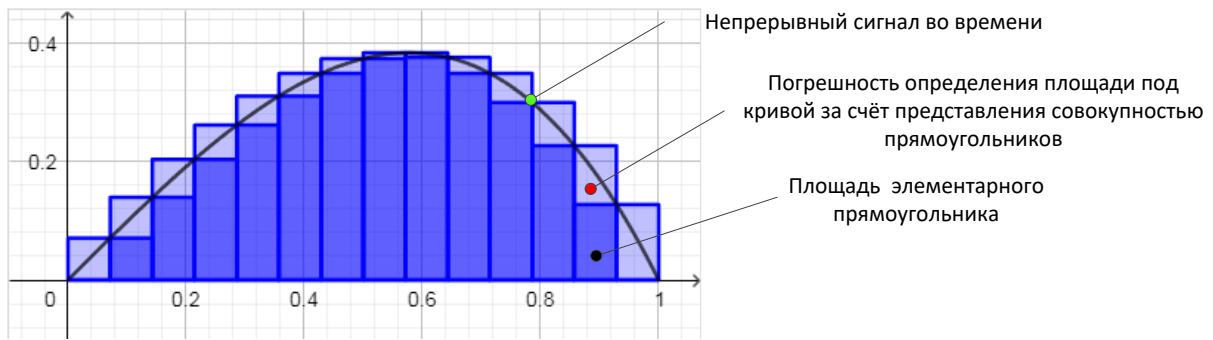


Рисунок 2.2 – К пояснению интегрирования дискретного сигнала

Интеграл от дискретного сигнала, в виде суммы, может быть записан следующим образом:

$$\int_a^b S(t) dt \rightarrow \sum_{k=1}^N S(t_k) \cdot \Delta t \sum_{k=1}^N S_d(k) \cdot \Delta t, \quad (2.12)$$

где

N – количество отсчётов сигнала $S_d(k)$ на интервале времени наблюдения.

Как видно, в данном случае интеграл представлен в виде суммы.

2.2.5.3 Дифференцирование дискретного сигнала

Операция дифференцирования дискретных сигналов выполняется аналогично вычислению производной от функции в окрестности некоторой точки. В данном случае окрестностью некоторой точки является отсчёт $k > 0$ момента времени t_k . Известно, что в окрестности некоторой точки t_k можно определить *конечную разность* – *конечное приращение* времени $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Для моментов времени t_k и $t_{k+1} = t_k + \Delta$ можно найти соответствующее конечное приращение сигнала $\Delta S = S(t_{k+1}) - S(t_k)$, если значения сигнала существуют в окрестности t_k . Отношение приращений сигнала ΔS к приращению времени Δt в окрестности любого момента времени t_k называют *производной от сигнала* в точке t_k , а соответствующий процесс взятия производной в каждый момент времени – *дифференцированием сигнала* (см. рисунок 2.3).

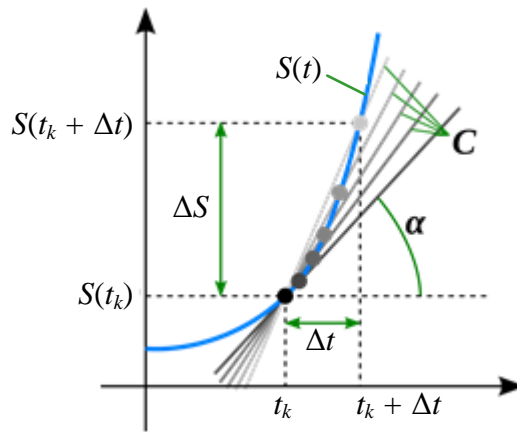


Рисунок 2.3 – К пояснению дифференцирования дискретного сигнала

Производная от дискретного сигнала, в виде отношения приращения сигнала к приращению интервала времени, может быть записан следующим образом:

$$\frac{dS(t)}{dt} \rightarrow \frac{S(t_{k+1}) - S(t_k)}{\Delta t} = \frac{S_d(k+1) - S_d(k)}{\Delta t}. \quad (2.13)$$

Как видно, в данном случае производная оказалась представлена с помощью конечных разностей.

2.2.6 Задачи к практической работе

1) Создать аналитическую модель узкополосного сигнала на центральной частоте $f_0 = 10$ кГц с помощью синфазной $U_1(t)$ и квадратурной $U_2(t)$ составляющих для произвольных законов изменения огибающей $U(t)$, либо начальной фазы $\varphi_u(t)$. Для этого выполнить дискретизацию узкополосного сигнала, а также синфазной и квадратурной составляющих (2.2), (2.3) и (2.4). Огибающая может моделироваться, например, по закону синуса, косинуса, убывающей или нарастающей экспоненты и т.д. В качестве примеров изменения начальной фазы можно рассмотреть: линейное изменение во времени начальной фазы, квадратичное изменение во времени начальной фазы или дискретное изменение начальной фазы в соответствии с некоторым законом или последовательности нулей или единиц (фазокодоманипулированный сигнал или сигнал с BPSK-модуляцией). Затем смоделировать узкополосный сигнал. Построить график сигнала во временной области. Шаг дискретизации сигнала по времени выбрать в соответствии с теоремой Котельникова. Интервал времени моделирования (время наблюдения) сигнала должно быть таким, чтобы за это время укладывалось более 1000 периодов сигнала промежуточной частоты f_0 . С помощью преобразования Фурье получить амплитудный спектр сигнала в децибелах, определить с помощью спектра полосу сигнала по уровню половинной мощности, а также показать, что полученный сигнал действительно узкополосный.

2) По указанным выше аналитическим **непрерывным** моделям детекторов путём:

а) дискретизации сигналов во времени, б) представлением интеграла суммой и в) представлением производной конечной разностью

составить аналитические **дискретные** модели амплитудного, фазового и частотного детекторов.

3) Смоделировать и проверить правильность аналитических дискретных моделей детекторов. Для этого подать на вход рассматриваемого детектора смоделированные в п. 1 узкополосные сигналы и убедиться, что огибающая, закон фазовой модуляции и закон изменения частоты совпадает с истинными законами.

4) Оформить отчёт о результатах выполнения работы по каждому пункту. В отчёте представить полученные формулы и графики, подтверждающие правильность полученных результатов. Результатами работы являются: отчёт о работе и *.m файл скрипта.

2.2.7 Вопросы к практической работе

- 1) Какие нелинейные устройства входят в состав приёмников?
- 2) Какие устройства называют безынерционными?
- 3) Какие устройства называются нелинейными?
- 4) Опишите процесс моделирования узкополосного сигнала.
- 5) Какие бывают детекторы квадратурных сигналов?
- 6) Опишите математические модели квадратурных детекторов непрерывных сигналов.
- 7) Как перейти от математических моделей квадратурных детекторов непрерывных сигналов к аналогичным математическим моделям дискретных сигналов.

2.3 Тема работы: «Аналитические модели безынерционных усилителей мощности»

2.3.1 Введение

В состав радиотехнических и инфокоммуникационных систем входят передатчики. По выходу передатчиков устанавливаются усилительные устройства, которые предназначены для усиления мощности радиосигнала. Усилители мощности могут быть выполнены на:

- транзисторах сверхвысокой частоты (СВЧ-транзисторы), см. рисунок 2.4;
- электровакуумных СВЧ-усилителях: магнетроны, клистроны, лампы бегущей волны (ЛБВ), см. рисунок 2.5.



Импульсный магнетрон МИ-489

Клистрон усилительный К-54

Рисунок 2.4 – Электровакуумный усилитель мощности



Рисунок 2.5 – Транзисторный (твёрдотельный) СВЧ - усилитель

Транзисторные усилители (иначе их называют твёрдотельными) используются, как правило, в маломощных портативных передатчиках с выходной мощностью от единиц до десятков или даже сотен Ватт. Электровакуумные усилители обеспечивают выходную мощность от единиц

кВт до десятков МВт и используются в передатчиках радиолокаторов, наземных стационарных передатчиков тропосферной и космической связи, а также в бортовых спутниковых ретрансляторах.

2.3.2 Нелинейные свойства усилителей мощности

В передатчиках усилители мощности работают в линейном режиме, либо в нелинейном режиме – режиме насыщения [1, 11]. Чтобы определить режим работы усилителя мощности используют амплитудную характеристику (рисунок 2.6) и уровень входного сигнала.

Амплитудная характеристика усилителя мощности – характеристика, которая отражает зависимость выходной мощности $P_{вых}$ усилителя от входной мощности $P_{вх}$.

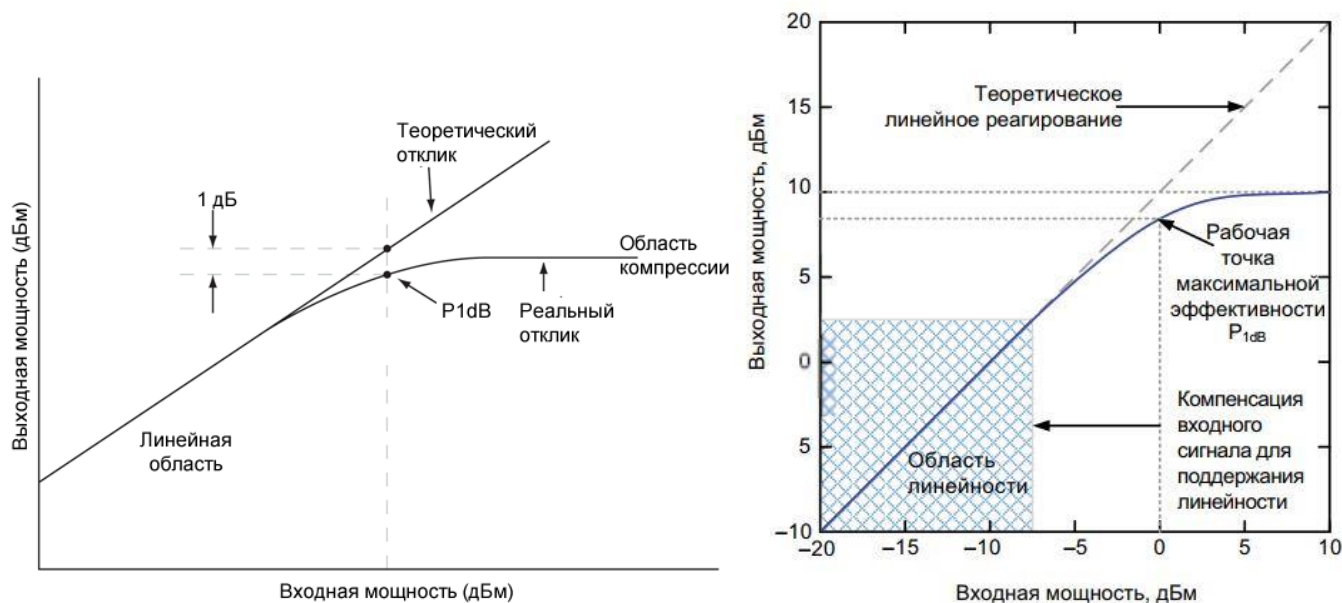


Рисунок 2.6 – Амплитудная характеристика усилителя мощности

Как видно из рисунка, по мере увеличения уровня мощности входного сигнала наступает момент, когда на выходе усилителя мощность сигнала больше не увеличивается и достигает мощности $P_{вых.нас.}$, т.е. усилитель мощности начинает насыщаться. Обычно мощность насыщения $P_{вых.нас.}$ больше мощности точки однодецибелной компрессии на 1 дБ: $P_{вых.нас.} = P_{1dB} + 1 \text{ дБ}$.

Точка однодецибелной компрессии P_{1dB} – это уровень выходной мощности, при котором коэффициент усиления усилителя уменьшается на 1 дБ от своего номинального значения.

Как только мощность входного сигнала $P_{вх}$ усилителя достигает точки P_{1dB} , усилитель мощности переходит в нелинейный режим: появляются новые гармоники (сигналы с новыми частотами).

Линейный режим работы усилителя – режим работы усилителя, при котором входная мощность сигнала много меньше мощности в точке однодецибельной компрессии P_{1dB} .

Нелинейный режим работы усилителя – режим работы усилителя, при котором входная мощность сигнала сопоставима или больше мощности в точке однодецибельной компрессии P_{1dB} .

В линейном режиме работы усилителя мощность выходного сигнала усилителя прямо пропорциональна коэффициенту усилению. В нелинейном режиме (в режиме насыщения) работы выходная мощность непропорциональна коэффициенту усилению. В режиме насыщения усилители мощности обеспечивают наибольший уровень выходной мощности $P_{вых}$, имеют наибольший коэффициент полезного действия. Однако выходной сигнал усилителя в режиме насыщения содержит паразитные гармонические составляющие.

Для моделирования нелинейных свойств усилителей используют модели амплитудных характеристик (АХ) усилителей.

С помощью моделей АХ моделируется сигнал на выходе усилителя для анализа искажений спектра сигнала и определения пик-фактора сигнала.

Пик-фактор сигнала (pick/average ratio power, PARP) – отношение пиковой (максимальной) мощности сигнала к средней мощности сигнала. Безразмерен. Постоянный ток не имеет пиковых значений и пик-фактор постоянного тока равен единице (0 дБ).

Пик-фактор сигнала применяется для сравнения сигналов между собой, выбора средней мощности сигнала и усилителя мощности по точке однодецибельной компрессии P_{1dB} . Усилитель мощности выбирается таким, чтобы для заданной средней мощности $P_{ср}$ сигнала точка однодецибельной компрессии P_{1dB} была меньше пикового значения сигнала.

Когда усилитель работает в нелинейном режиме, то возникают новые гармонические сигналы (гармоники). Значения частот гармонических

сигналов определяются тем, сколько гармонических сигналов было на входе усилителя.

Пример №1: На вход усилителя поступает **один** гармонический сигнал с частотой f_1 достаточного уровня мощности, чтобы усилитель работал в нелинейном режиме. Тогда на выходе усилителя в нелинейном режиме появляются:

- усиленный гармонический сигнал на той же самой частоте f_1 ;
- новые гармонические сигналы на частотах $n \cdot f_1 (n = 2, 3, 4, \dots)$;

Пример №2: На вход усилителя поступает **два** гармонических сигнала с частотами f_1 и f_2 достаточного уровня мощности, чтобы усилитель работал в нелинейном режиме. Тогда на выходе усилителя в нелинейном режиме появляются:

- усиленный гармонический сигнал на частоте f_1 ;
- усиленный гармонический сигнал на частоте f_2 ;
- новые гармонические сигналы на частотах $n \cdot f_1 (n = 2, 3, 4, \dots)$;
- новые гармонические сигналы на частотах $m \cdot f_2 (m = 2, 3, 4, \dots)$;
- новые гармонические сигналы на частотах $n \cdot f_1 \pm m \cdot f_2 (n, m = 1, 2, \dots)$.

Гармоники 2-го, 3-го порядка с частотами $2 \cdot f_1$ и $3 \cdot f_1$, а также гармоники высших порядков $5 \cdot f_1$, $7 \cdot f_1$, $9 \cdot f_1$ обычно находятся за пределами полосы пропускания усилителя, поэтому легко отфильтровываются. Новые гармонические сигналы (гармоники) с частотами $|n \cdot f_1 \pm m \cdot f_2|$ называются комбинационными составляющими, потому что представляют собой комбинации сигналов с суммарными и разностными частотами f_1 и f_2 . Некоторые комбинационные частоты, например, $|2 \cdot f_2 \pm f_1|$ и $|2 \cdot f_1 \pm f_2|$, очень близки к усиливаемым полезным сигналам и могут вызывать интермодуляционные искажения – Intermodulation or intermodulation distortion (IMD). Эти искажения наблюдаются тогда, когда гармонические сигналы с комбинационными частотами суммируются с гармониками полезного сигнала.

Комбинационные составляющие – новые гармонические сигналы на выходе усилителя мощности с частотами $n \cdot f_1 \pm m \cdot f_2$, когда на вход усилителя в нелинейном режиме поступают полезные гармонические сигналы с частотами f_1 и f_2 .

Порядок комбинационных частот определяется суммой целых чисел n и m . Например, гармонические сигналы с комбинационными частотами $|2 \cdot f_2 \pm f_1|$ и $|2 \cdot f_1 \pm f_2|$ имеют $2 + 1 = 3$ й порядок.

Интермодуляционные искажения – искажения спектра полезного сигнала из-за появления в нём гармонических сигналов с комбинационными частотами.

Интермодуляционные искажения 3-го порядка – искажения спектра полезного сигнала из-за появления в нём гармонических сигналов с комбинационными частотами $|2 \cdot f_2 \pm f_1|$ и $|2 \cdot f_1 \pm f_2|$.

На рисунке 2.7 показаны продукты интермодуляции при условии, когда на вход усилителя мощности подавались два гармонических входных сигнала с одинаковыми амплитудами с мощностью, близкой к мощности насыщения усилителя.

Обычно рассматриваются интермодуляционные составляющие третьего порядка.

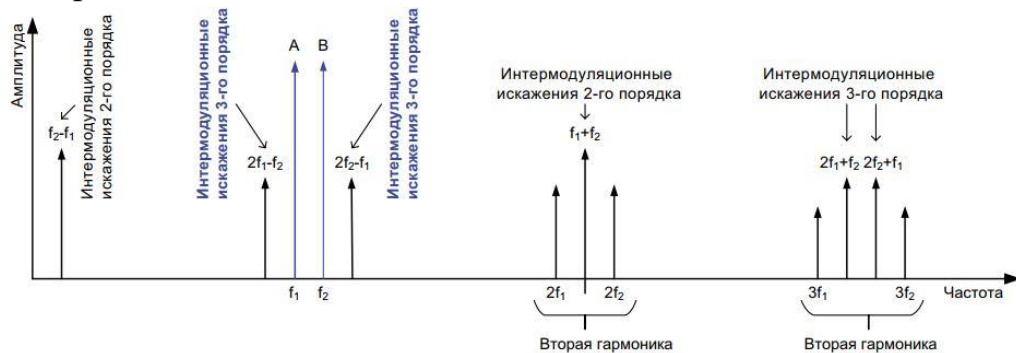


Рисунок 2.7 – Новые гармоники при работе усилителя мощности в нелинейном режиме

Гармоники на выходе усилителя с частотами f_1 и f_2 представляют собой полезный усиленный сигнал, гармоники с частотами $f_1 \pm f_2$ называют *продуктами интермодуляции второго порядка*, а гармоники с частотами $|2 \cdot f_2 - f_1|$ и $|2 \cdot f_1 - f_2|$ являются *продуктами интермодуляции третьего порядка*. Продукты интермодуляции складываются с частотами полезного сигнала, поэтому полезный сигнал на выходе усилителя искажается. С помощью пик-фактора можно оценить степень искажения выходного сигнала по сравнению с входным. Очевидно, гармоники полезного сигнала с увеличением мощности возрастают линейно до участка насыщения (см. рисунок 2.8). Поэтому, наклон зависимости усиленного полезного сигнала составляет 1:1, а для продуктов нелинейности второго порядка — 2:1, третьего порядка — 3:1.

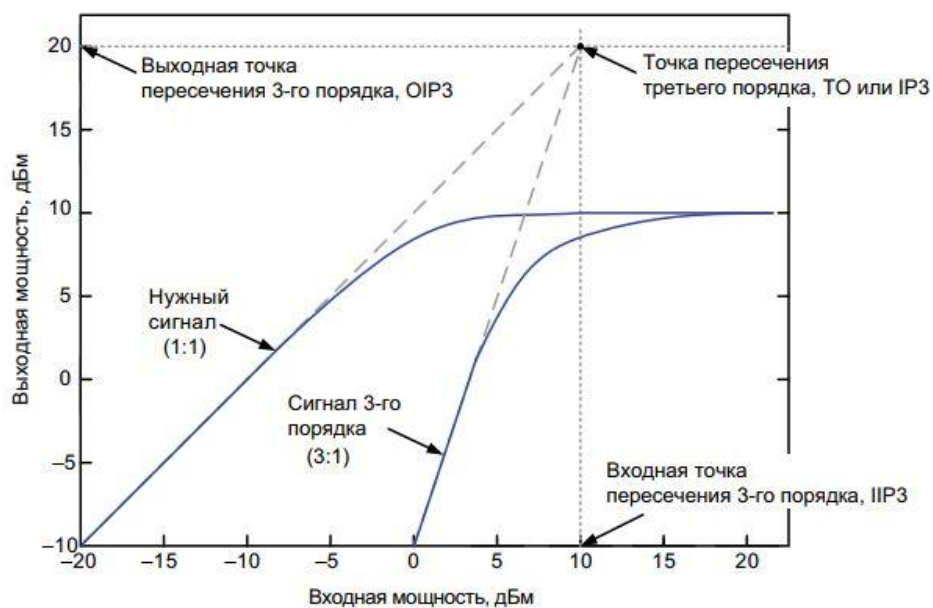


Рисунок 2.8 – Рост уровня мощности интермодуляционной составляющей 3-го порядка по сравнению с уровнем мощности полезного сигнала

Это означает, что при каждом уменьшении мощности входного сигнала на 1 дВ отношение мощности выходного сигнала и искажений второго порядка увеличивается на 1 дВ, а для третьего порядка — на 2 дВ. Следует учесть, что указанные зависимости справедливы лишь для малых сигналов.

2.3.3 Нелинейные модели твёрдотельных усилителей мощности

Существуют модели амплитудных характеристик (АХ) твёрдотельных усилителей мощности для безынерционного случая и инерционного случая. Далее рассматриваются модели безынерционных амплитудных характеристик твёрдотельных усилителей мощности.

Модель АХ должна удовлетворять следующим основным требованиям:

- адекватность теоретической модели характеристикам практически реализуемых устройств и по возможности простая аналитическая связь между параметрами модели и реального нелинейного устройства;
- удобство применения модели с вычислительной точки зрения: приемлемая скорость выполнения системных расчетов, отсутствие необходимости громоздких вычислений;
- возможность учета, с помощью модели, влияния различных дестабилизирующих факторов: старения аппаратуры, вариаций температуры окружающей среды и т. п.;
- возможность анализа обратной АХ (например, это используется для компенсации нелинейных искажений);

– возможность учета амплитудно-фазовой конверсии при оценке реальной помехоустойчивости.

Модель нелинейного усилителя с кусочно-линейной характеристикой (модель №1)

Кусочно-линейная аппроксимация предложена М.В. Шулейкиным и развита в трудах А.И. Берга, А.Л. Минца и др. Модель широко используется в отечественной научной литературе [11, **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и др.]. Частный случай такой аппроксимации – двустороннее нелинейное преобразование сигнала в жестком ограничителе с коэффициентом усиления G и пороговым уровнем $G \cdot S_{\max}^{\text{ex}}$. Выходной сигнал такого усилителя мощности записывается в виде:

$$S_{\text{вых}} [S_{\text{ex}}(t)] = \begin{cases} 10^{\frac{G_{\text{дб}}}{20}} \cdot S_{\text{ex}}(t), & |S_{\text{ex}}(t)| \leq S_{\max}^{\text{ex}}, \\ S_{\max}^{\text{вых}} \cdot \text{sign}(S_{\text{ex}}(t)) & |S_{\text{ex}}(t)| > S_{\max}^{\text{ex}} \end{cases}, \quad (2.14)$$

где

$S_{\max}^{\text{ex}} = \sqrt{2 \cdot P_{\text{вх.нас}}}$ – уровень входного сигнала, который определяется мощностью насыщения (максимальной выходной мощностью) усилителя;

$S_{\max}^{\text{вых}} = \sqrt{2 \cdot P_{\text{вых.нас}}}$ – уровень выходного сигнала, который определяется мощностью насыщения (максимальной выходной мощностью) усилителя;

$G_{\text{дб}} = 20 \cdot \log_{10}(G)$ – коэффициент усиления усилителя мощности, в дБ.

Такая модель достаточно точно описывает выходной сигнал нелинейного усилителя вблизи точки излома амплитудной характеристики.

Полиномиальная модель нелинейного усилителя (модель №2)

Реальная амплитудная характеристика может быть хорошо аппроксимирована полиномом в пределах начального участка кривой, если он близок к линейному, причем коэффициенты полинома определяются весьма просто

$$S_{\text{вых}} [S_{\text{ex}}(t)] = 10^{\frac{G_{\text{дб}}}{20}} \cdot S_{\text{ex}}(t) - \frac{4}{3} \cdot \frac{10^{\frac{G_{\text{дб}}}{20}}}{\left(10^{\frac{OIP3_{\text{дбм}} - G_{\text{дб}} - 30}{20}}\right)^2} \cdot S_{\text{ex}}^3(t), \quad (2.15)$$

$OIP3_{\text{дбм}}$ – уровень интермодуляции третьего порядка по выходу OIP_3 (Output IP_3) для двухтонального сигнала с частотами f_1 и f_2 (см. рисунок 2.8). В иностранной литературе уровень мощности, отнесённый к мВт, указывается как дБм (dBm), а в отечественной как дБмВт.

Смысл параметра $OIP3_{\text{дбм}}$ усилителя мощности поясним на следующем примере.

Рассмотрим усилитель мощности, который имеет коэффициент усиления $G_{дБ} = 10$ дБ, а параметр $OIP3_{дБм} = 20$ дБмВт.

Пусть на вход такого усилителя мощности поступает сигнал мощностью $P_{вх} = -30$ дБмВт (рисунок 2.9).

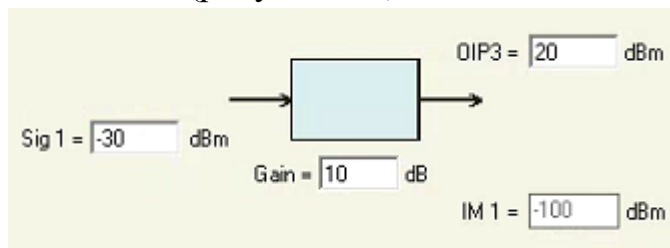


Рисунок 2.9 – Уровень полезного сигнала на входе $P_{вх} = -30$ дБмВт

Тогда на выходе усилителя мощность полезного сигнала будет равна $P_{вых} = -20$ дБмВт, а уровень интермодуляционной составляющей сигнала, которая появилась за счёт нелинейности усилителя, имеет мощность $P_{вых, 3} = -100$ дБмВт (см. рисунок 2.10).

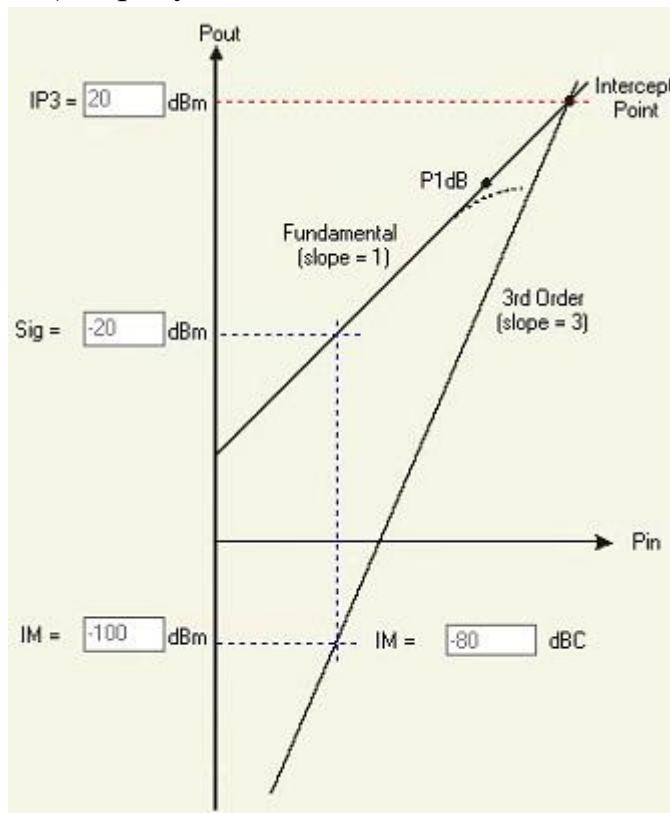


Рисунок 2.10 – Уровни полезного сигнала и интермодуляционной составляющей за счёт нелинейности усилителя на амплитудной характеристике при $P_{вх} = -30$ дБмВт

Разность уровней полезного сигнала и интермодуляционной составляющей равно 80 дБ.

Пусть теперь на вход такого усилителя мощности поступает сигнал мощностью $P_{вх} = 0$ дБмВт.

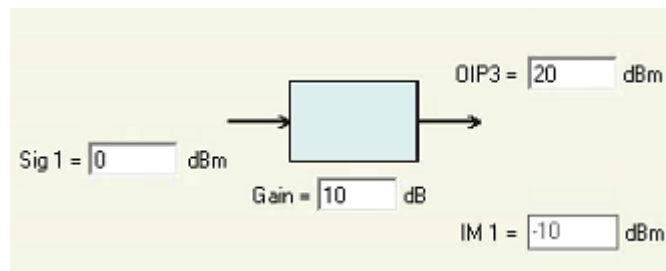


Рисунок 2.11 – Уровень полезного сигнала на входе $P_{вх} = 0$ дБмВт

Тогда на выходе усилителя мощность полезного сигнала будет равна $P_{вых} = 10$ дБмВт, а уровень интермодуляционной составляющей сигнала, которая появилась за счёт нелинейности усилителя, имеет мощность $P_{вых, 3} = -10$ дБмВт (см. рисунок 2.12).

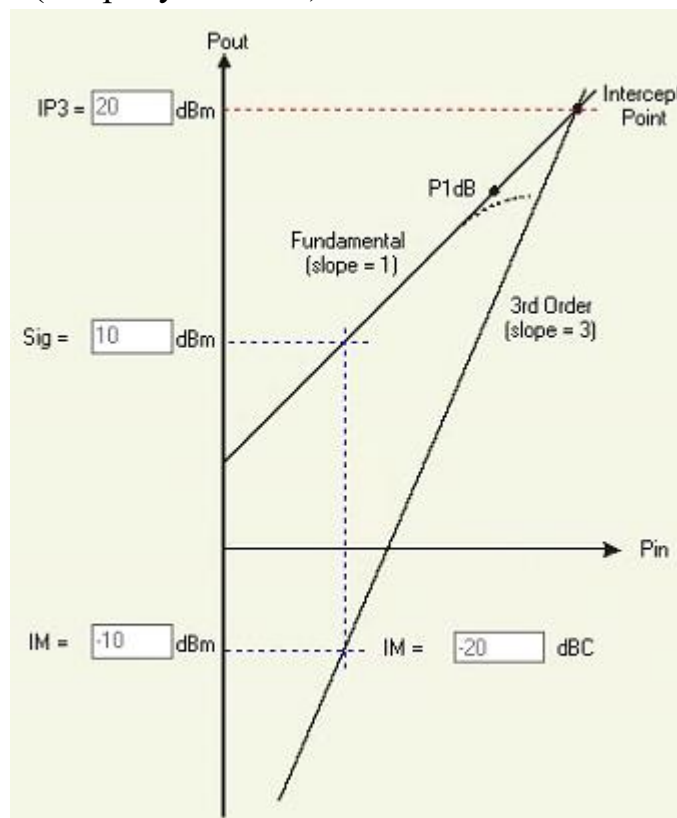


Рисунок 2.12 – Уровни полезного сигнала и интермодуляционной составляющей за счёт нелинейности усилителя на амплитудной характеристике при $P_{вх} = 0$ дБмВт

Разность уровней полезного сигнала и интермодуляционной составляющей равно 20 дБ.

Наконец, пусть теперь на вход такого усилителя мощности поступает сигнал мощностью $P_{вх} = 10$ дБмВт (см. рисунок 2.13).

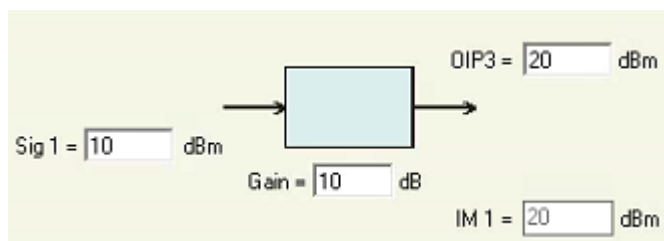


Рисунок 2.13 – Уровень полезного сигнала на входе $P_{\text{вх}} = 10$ дБмВт

Тогда на выходе усилителя мощность полезного сигнала будет равна $P_{\text{вых}} = -20$ дБмВт, а уровень интермодуляционной составляющей сигнала, которая появилась за счёт нелинейности усилителя, имеет мощность $P_{\text{вых, 3}} = -100$ дБмВт (см. рисунок 2.14).

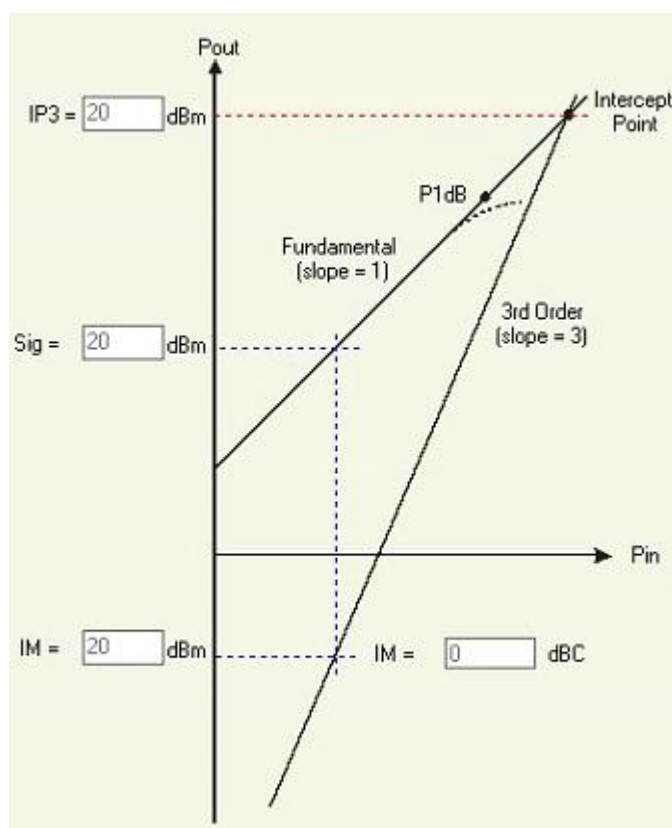


Рисунок 2.14 – Уровни полезного сигнала и интермодуляционной составляющей за счёт нелинейности усилителя на амплитудной характеристике при $P_{\text{вх}} = 10$ дБмВт

Разность уровней полезного сигнала и интермодуляционной составляющей равно 0 дБ, т.е. уровень помехи за счёт нелинейности усилителя стал равен уровню полезного сигнала. Это приводит к ухудшению качества сигнала на выходе усилителя мощности.

2.3.4 Цель и порядок работы

Цель работы – путём моделирования выходного сигнала безынерционного нелинейного усилителя мощности оценить уровень интермодуляционных составляющих в зависимости от уровня входного сигнала, а также оценить изменение пик-фактора выходного сигнала усилителя мощности по сравнению с входным сигналом.

Чтобы достичь цели работы сначала формируется одиночный гармонический дискретный сигнал на входе усилителя мощности мощностью минус 40 дБм. Строят спектр мощности входного сигнала и убеждаются в правильности заданной мощности входного сигнала. Оценивают пик-фактор входного сигнала усилителя мощности.

Затем для указанных выше аналитических моделей усилителей мощности задаются параметры:

- коэффициент усиления усилителя мощности $G_{дБ}$, и мощность насыщения по выходу $P_{нас.вых}$ и соответствующая этому значению мощность на входе $P_{нас.вх} = P_{нас.вых} - G_{дБ} - 1$ для кусочно-непрерывной модели;
- коэффициент усиления усилителя мощности $G_{дБ}$, и уровень интермодуляции третьего порядка по выходу $OIP3_{дБм}$.

Параметры выбираются исходя из существующих твёрдотельных усилителей мощности.

Затем, для указанных аналитических моделей усилителей мощности формируют выходные сигналы усилителей для минимального уровня сигнала. Строят спектр мощности выходного сигнала и оценивают уровень интермодуляционных спектральных составляющих относительно уровня полезного сигнала. Оценивают пик-фактор выходного сигнала усилителя мощности. Далее увеличивают уровень мощности входного сигнала на 5 дБ от предыдущего значения и повторяют указанную процедуру до тех пор, пока уровень мощности интермодуляционных продуктов не превысит уровень полезного сигнала.

После этого формируют два гармонических сигнала с частотами, отличными на 20 % друг от друга, с одинаковыми амплитудами и начальными фазами. Уровень мощности каждого гармонического сигнала равен минус 40 дБм. Затем выполняют задачи, которые описаны для одного входного гармонического сигнала.

После выполнения работы делают выводы о работе.

2.3.5 Для справки

2.3.5.1 Перевод в децибел (дБ) и обратно

Следует различать: уровень и значение некоторого параметра сигнала. Например, значение напряжения электрического сигнала на нагрузке даётся в Вольтах (В), а значение мощности электрического сигнала на нагрузке даётся в Ваттах (Вт). Уровень напряжения всегда относительная величина (т.е. отнесена к другой величине той же размерности) и выражается в децибелах.

Уровень электрического сигнала обычно даётся в децибелах (дБ). Децибел – относительная величина.

2.3.5.2 Перевод МОЩНОСТИ

Если хотят выразить в децибелах мощность входного сигнала (или любое другое значение мощности) относительно 1 милливатта, то используют следующую формулу:

$$P_{\text{дБмВт}} = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_{\text{вх}}}{10^{-3}} \right) \text{ дБмВт} \quad (2.16)$$

а если относительно 1 Ватт, то такую формулу

$$P_{\text{дБВт}} = 10 \cdot \lg (P_{\text{вх}}) \text{ дБВт}. \quad (2.17)$$

Размерность «дБмВт» означает децибел к милливатту, а размерность «дБВт» означает децибел к Ватту.

Внимание!

В иностранной литературе уровень мощности, отнесённый к мВт, указывается как дБм (dBm), а в отечественной как дБмВт.

Для пересчёта обратно в Ватты из дБмВт или дБВт используют следующие выражения:

$$P_{\text{вх}} = 10^{\frac{P_{\text{дБмВт}} - 30}{10}} \text{ Вт}, \quad (2.18)$$

а если относительно 1 Ватт, то такую формулу

$$P_{\text{вх}} = 10^{\frac{P_{\text{дБВт}}}{10}} \text{ Вт}. \quad (2.19)$$

2.3.5.3 Перевод НАПРЯЖЕНИЯ

Если хотят выразить в децибелах напряжение входного сигнала U_{ex} (или любое другое напряжение) относительно 1 мВ, то используют следующую формулу:

$$U_{дБмВ} = 20 \cdot \lg \left(\frac{U_{ex}}{10^{-3}} \right) \text{ дБмВ}, \quad (2.20)$$

а если относительно 1 В, то такую формулу

$$U_{дБ} = 20 \cdot \lg(U_{ex}) \text{ дБВ}. \quad (2.21)$$

Размерность «дБмВ» означает децибел к милливольту, а размерность «дБВ» означает децибел к вольту.

Для пересчёта обратно в вольты из дБмВ или дБВ используют следующие выражения:

$$U_{ex} = 10^{\frac{U_{дБмВ} - 60}{20}} \text{ В}, \quad (2.22)$$

а если относительно 1 В, то такую формулу

$$U_{ex} = 10^{\frac{U_{дБВ}}{20}} \text{ дБВ}. \quad (2.23)$$

2.3.5.4 Перевод безразмерных величин

Если хотят выразить в децибелах (дБ) безразмерные величины, например, коэффициент усиления по напряжению G_U и по мощности G_P , то пользуются следующими выражениями:

$$G_{P_дБ} = 10 \cdot \lg(G_P) \text{ дБ}, \quad (2.24)$$

$$G_{U_дБг} = 20 \cdot \lg(G_U) \text{ дБ}, \quad (2.25)$$

$$G_P = 10^{\frac{G_{P_дБ}}{10}}, \quad (2.26)$$

$$G_U = 10^{\frac{G_{U_дБг}}{20}}. \quad (2.27)$$

2.3.5.5 Расчёт пик-фактора сигнала

Пик-фактор (PARP) сигнала $s(k)$ состоящего из N дискретных отсчётов ($i = 1, \dots, N$) рассчитывается по следующей формуле

$$PARP = \frac{\max_{\forall i=1, \dots, N} [s^2(i)]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s^2(i)}, \quad (2.28)$$

где

$\max_{\forall i=1, \dots, N} [\cdot]$ – оператор поиска максимального значения для всех значений i .

2.3.6 Вопросы к практической работе

- 1) Какие виды усилителей могут входить в состав передатчиков?
- 2) Что такое амплитудная характеристика усилителя мощности?
- 3) Какой участок амплитудной характеристики относят к линейному, а какой к нелинейному?
- 4) Чем отличается линейный режим работы усилителя от нелинейного в смысле спектра выходного сигнала?
- 5) Какие составляющие в спектре выходного сигнала усилителя называют интермодуляционными и при каком условии они возникают?
- 6) Опишите математические модели амплитудной характеристики усилителей мощности.

2.3.7 Задачи к практической работе

1. Сформировать одиночный гармонический дискретный сигнал на входе усилителя мощностью минус 40 дБмВт. Несущую частоту выбрать равной $f_1 = 10$ кГц, начальную фазу – случайной. Частоту дискретизации выбрать равной 100 кГц, время моделирования 10 мс.
2. Построить спектр мощности входного сигнала (в дБВт). Убедиться, что на спектре мощности уровень и частота сигнала совпадают.
3. Оценить пик-фактор входного сигнала. Записать значение пик-фактора в таблицу.
4. Задать параметры указанным выше аналитическим моделям усилителей мощности*:

- а. для кусочно-непрерывной модели: коэффициент усиления усилителя мощности $G_{дБ}$, мощность насыщения по выходу $P_{нас.вых}$ усилителя, мощность насыщения по входу усилителя

$P_{\text{нас.вх}} = P_{\text{нас.вых}} - G_{\text{дБ}} - 1$. Коэффициент усиления должен быть меньше $G_{\text{дБ}} < P_{\text{нас.вых}} - 30$;

б. для полиномиальной модели: коэффициент усиления усилителя мощности $G_{\text{дБ}}$, и уровень интермодуляции третьего порядка по выходу $\text{OIP3}_{\text{дБм}}$.

с.

* Для выбора параметров рекомендуется использовать сайт с производителями твердотельных усилителей. Например, может использоваться сайт <https://www.minicircuits.com/WebStore/Amplifiers.html>.

5. Моделирование выходного сигнала усилителей мощности.

а. Для минимального уровня входного сигнала минус 40 дБм с помощью первой и второй аналитической модели усилителя мощности формируют выходные сигналы усилителей. Записать мощность входного сигнала в таблицу.

б. Построить спектр мощности выходного сигнала для первой и второй модели усилителя.

с. Оценить уровень полезного сигнала на частоте входного сигнала, уровень третьей гармоники $3 \cdot f_1$ и, если имеются, уровень интермодуляционных гармоник с частотами $|2 \cdot f_2 - f_1|$ и $|2 \cdot f_1 - f_2|$ **относительно уровня полезного сигнала**. Записать указанные уровни в дБ в таблицу.

д. Оценить пик-фактор выходного сигнала усилителя мощности. Записать значение пик-фактора выходного сигнала в таблицу.

е. Увеличить уровень мощности входного сигнала на 5 дБ от предыдущего значения.

ф. Повторить пункты 5.а – 5.г до тех пор, пока уровень мощности третьей гармоники $3 \cdot f_1$ и, если имеются, уровень интермодуляционных гармоник с частотами $|2 \cdot f_2 - f_1|$ и $|2 \cdot f_1 - f_2|$ не превысит уровень полезного сигнала. Зафиксировать мощность входного сигнала, при котором уровень полезного сигнала окажется ниже уровня гармоник на указанных частотах.

г. Зафиксировать на рисунке форму сигнала на интервале 10-15 периодов несущей частоты сигнала. Сравнить с формой сигнала на входе на указанном временном интервале.

б. Сформировать на основе гармонического сигнала из п.1 два гармонических сигнала с частотами, отличными на 20 % друг от

друга, с одинаковыми амплитудами и начальными фазами. Уровень мощности каждого гармонического сигнала равен минус 40 дБм.

7. Повторить пункты п.2 – 6, кроме 4.
8. По таблицам нарисовать графики. Сделать выводы.

2.4 Тема работы: «Моделирование базовой случайной величины»

Цель работы: построить датчик базовой случайной величины по заданному алгоритму и выполнить тестирование датчика на соответствие основным свойствам базовой случайной величины.

2.4.1 Описание объекта моделирования

Базовой случайной величиной (БСВ) в моделировании называют непрерывную случайную величину z , равномерно распределенную на интервале $(0 \leq z \leq 1)$. Её плотность распределения вероятностей задаётся формулой:

$$W(z) = \begin{cases} 1, & z \in [0,1] \\ 0, & z \notin [0,1] \end{cases} \quad (2.29)$$

Математическое ожидание M и дисперсия D базовой случайной величины имеют следующие значения: $M(z) = 0.5$ и $D(z) = 1/12$.

БСВ моделируются с помощью программных датчиков. Датчик БСВ – это программа, выдающая по запросу одно случайное значение $z \in [0,1]$. Путём многократного обращения к датчику БСВ получают выборку независимых случайных значений $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$.

Программный датчик БСВ обычно вычисляет значения z_1, z_2, z_3, \dots по какой-либо рекуррентной формуле вида

$$z_{i+1} = f(z_i), \quad (2.30)$$

при заданном стартовом значении z_0 .

Например, мультипликативный конгруэнтный датчик БСВ задаётся двумя параметрами: модулем m и множителем k . Обычно эти параметры представляют собой достаточно большие целые числа. При заданных m, k псевдослучайные числа z_i вычисляются по рекуррентной формуле:

$$A_i = \text{mod}(k \cdot A_{i-1}, m), \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.31)$$

$$z_i = \frac{A_i}{m} \quad (2.32)$$

где

m – модуль,

k – множитель,

A_0 – начальное значение,

mod – операция вычисления остатка от деления произведения $(k \cdot A_{i-1})$ на m . Датчик (2.31), (2.32) дает периодическую псевдослучайную последовательность $\bar{z}_{i=1,T}$ с длиной периода $T \leq m - 1$. Чтобы длина периода T была максимальной, модуль m берут близким к максимальному представимому в компьютере целому числу. Для упрощения операций деления и вычисления остатков в двоичных ЭВМ часто берут $m = 2^n$.

Рекомендуется также брать достаточно большой множитель k , причем взаимно простой с m .

Рекомендаций, гарантирующих высокое качество датчиков, не существует. Поэтому необходимо проводить их специальное тестирование. С помощью статистических тестов проверяют два свойства датчика БСВ, делающих его точной моделью идеальной БСВ:

- во-первых, проверяют *равномерность распределения* чисел, выдаваемых датчиком на интервале $[0, 1]$, и,
- во-вторых, их *статистическую независимость*.

Обозначим равномерное распределение вероятностей на интервале $[0, 1]$ как $R[0,1]$ и утверждение, что БСВ z имеет распределение $R[0,1]$, запишем в виде $z \sim R[0,1]$.

Проверку $z \sim R[0,1]$ можно выполнить с помощью частотного теста. Последовательность проверки следующая:

1. Интервал $[0,1]$ разбить на K равных отрезков, например, $K = 10$.
2. Подсчитать, сколько чисел z_i попало в каждый из k отрезков, то есть число попадания n_1, \dots, n_k .
3. Найти относительные частоты попаданий в отрезки:
 $p_1 = n_1/T, \dots, p_k = n_k / T$.
4. Построить гистограмму частот p_1, \dots, p_k на K отрезках интервала $[0,1]$.

Простейшую проверку статистической независимости БСВ можно осуществить, оценивая линейную корреляцию между числами z_i и z_{i+s} , отстоящими друг от друга в псевдослучайной последовательности на фиксированный шаг $s \geq 1$. Тогда во всей выборке z_1, z_2, \dots, z_n имеем следующие $(n - s)$ реализаций пар: $(z_1, z_{1+s}), (z_2, z_{2+s}), \dots, (z_n, z_{n+s})$.

По этим реализациям можно рассчитать оценку \hat{R} коэффициента корреляции для значений БСВ по формуле:

$$\hat{R} = 12 \cdot \frac{1}{T - s} \left(\sum_{i=1}^{T-s} z_i \cdot z_{i+s} \right) - 3. \quad (2.33)$$

2.4.2 Порядок выполнения работы

1. Построить датчик БСВ с периодом $T > 500$.
2. Оценить математическое ожидание и дисперсию псевдослучайных значений z_i и сравнить их с теоретическими значениями M и D .
3. Проверить датчик БСВ на равномерность и построить гистограмму распределения относительных частот p_1, \dots, p_k на K отрезках интервала $[0,1]$.
4. Проверить датчик БСВ на независимость, определяя коэффициент корреляции для разных значений s и T . Построить в одном графическом окне графики зависимости $\hat{R} = f(T)$ для $s = 2, s = 5, s = 10$.
5. Оформить отчет о проделанной работе.

2.4.3 Содержание отчета

1. Цель, задание и последовательность выполнения работы.
2. Результаты сравнений математического ожидания и дисперсии псевдослучайных значений z_i с теоретическими значениями M и D .
3. Гистограмма распределения относительных частот попаданий псевдослучайных величин в отрезки интервала $[0,1]$.
4. Графики зависимости коэффициента корреляции для $s = 2, s = 5, s = 10$.
5. Выводы о результатах моделирования БСВ.

2.4.4 Варианты заданий

| № | Задание |
|---|---|
| 1 | $x_k = \text{mod}(a \cdot x_{k-1} + c, m),$ <p>где $a > 0, c > 0, m > 0$ – некоторые целочисленные константы, выбор которых определяет качество датчика. Рекомендуются следующие значения: $a = 1664525, c = 1013904223, m = 2^{32}$. Получаемая последовательность БСВ зависит от выбора стартового числа x_0 и при разных его значениях получаются различные последовательности случайных чисел.</p> <p>Длина периода равна m тогда и только тогда, когда:</p> <ol style="list-style-type: none">1. НОД $(c, m) = 1$ (то есть c и m взаимно простые числа);2. $(a - 1)$ кратно p для всех простых p – делителей m;3. $(a - 1)$ кратно 4, если m кратно 4. <p>При реализации следует выбирать $m = 2^e$, где e – число бит в</p> |

| | |
|---|---|
| | <p>машинном слове. Рекомендуется использовать только старшие разряды. Для этих констант выписаны условия, гарантирующие удовлетворительное качество получаемых случайных чисел.</p> |
| 2 | $A_0 = 1, A_i = \text{mod}(M \cdot A_{i-1}, 2^r), z_i = A_i \cdot 2^{-r},$ <p>где r – число двоичных разрядов, используемых для представления числа в компьютере; M – множитель, достаточно большое число, взаимно-простое с 2^r; z_i – i-е значение БСВ. Длина периода T последовательности $\{z_i\}$ равна $2^r - 2$. Последовательность A_i предварительно разбивается на подпоследовательности длины m, начинающиеся с чисел A_{km}, $k = 0, 1, 2, \dots$ (то есть с начальных значений последовательностей) и каждая подпоследовательность используется для построения соответствующих случайных чисел $A_{(k+1)m} = A_{km} \cdot M^m \pmod{2^r}$. Для моделирования k-й подпоследовательности $z_{km} = A_{km} \cdot 2^{-r}$ Множитель M для генератора, обеспечивающего "прыжки" с шагом длиной m, вычисляется на основе равенства $M = M^m \pmod{2^r}$.</p> |
| 3 | $x_{i+1} = \text{mod}(x_i + x_{i-k}, 2^m),$ $z_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{2^m},$ <p>где m – чётное число; k – целое число, $k > 16$. Начальные состояния x_0, \dots, x_{16} создаются случайными на интервале $[0, 2^m]$.</p> |
| 4 | $x_{i+1} = \text{mod}(x_{i-24} + x_{i-55}, 2^m),$ $z_{i+1} = \frac{x_i}{2^m},$ <p>где $i > 55$; m – чётное число; k – целое число, $k > 16$. Начальные состояния x_0, \dots, x_{54} создаются случайными на интервале $[0, 2^m]$. Числа 24 и 55 выбраны так, чтобы определялась последовательность с длиной периода 2^{55-1}. Числа 24 и 55 называют запаздыванием, а числа x_i – последовательностью Фибоначчи с запаздыванием.</p> |

2.5 Тема работы: «Моделирование дискретной случайной величины»

Цель работы: выполнить программную реализацию генератора дискретной случайной величины с заданным законом распределения.

2.5.1 Описание объекта моделирования

Всякая дискретная СВ x описывается конечным или счётным множеством возможных значений $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots$ и их вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_j, \dots$.

Для того чтобы сгенерировать дискретную СВ, принимающую заданные значения с требуемыми вероятностями, интервал $[0, 1]$ значений БСВ предварительно разбивается на отрезки, длины которых равны вероятностям $p_1, p_2, \dots, p_j, \dots$. Затем определяется номер j отрезка, в который попало значение БСВ, и соответствующее этому отрезку значение x_j выбирается в качестве сгенерированного выходного значения СВ x .

Пусть, например, требуется реализовать дискретную СВ x , принимающую значения $x_1 = 2; x_2 = 5; x_3 = 15; x_4 = -30$ и $x_5 = 3,14$ с вероятностями $p_1 = 0,1; p_2 = 0,15; p_3 = 0,45; p_4 = 0,2$ и $p_5 = 0,1$ соответственно. Если отрезки с длинами, равными перечисленным вероятностям, откладывать на числовой оси $[0, 1]$ вправо от нуля, то их правыми границами будут точки $t_1 = 0,1; t_2 = 0,25; t_3 = 0,7; t_4 = 0,9$ и $t_5 = 1$. Запишем следующую таблицу чисел.

Таблица 2.1 – Таблица ряда распределения случайной величины

| | | | | | |
|-------|-----|------|-----|-----|------|
| t_i | 0,1 | 0,25 | 0,7 | 0,9 | 1 |
| x_i | 2 | 5 | 15 | -30 | 3,14 |

Теперь для реализации датчика нужной дискретной СВ остается определить, между какими границами, указанными в верхней строке таблицы 2.1, попадает значение БСВ, и выбрать соответствующее значение СВ из нижней строки таблицы 2.1.

Математическое ожидание M_x и дисперсия D_x дискретной СВ определяются по формулам:

$$M_x = \sum_{j=1}^K p_j \cdot x_j, \quad (2.34)$$

$$D_x = \left(\sum_{j=1}^K p_j \cdot x_j^2 \right) - M_x^2, \quad (2.35)$$

где

K – число возможных значений дискретной СВ.

2.5.2 Порядок выполнения работы

1. Выполнить программную реализацию датчика заданной дискретной СВ и сгенерировать выборку из 500 значений дискретной СВ x_i .
2. Найти эмпирические оценки M_x и D_x и сравнить их с теоретическими значениями, найденными по (2.34) и (2.35).
3. Построить в одном графическом окне две гистограммы:
первая – распределение эмпирических вероятностей значений случайной величины x ,
и вторая – распределение теоретических вероятностей СВ.
4. Дать сравнительную оценку гистограммам распределения эмпирических и теоретических вероятностей случайной величины x .

2.5.3 Содержание отчёта

1. Листинг программной реализации датчика заданной дискретной СВ.
2. Первые 30 значений x_i .
3. Результаты эмпирических и теоретических значений M_x и D_x .
4. Гистограммы распределения эмпирических и теоретических вероятностей дискретной СВ.
5. Выводы по результатам сравнительной оценки распределений эмпирических и теоретических вероятностей дискретной СВ x .

2.5.4 Варианты заданий

Таблица 2.2 – Варианты законов распределения для моделирования непрерывной случайной величины

| № пп | Параметры | <i>j</i> | | | | | | |
|---------|-----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | x_j | -73,4 | -70,7 | -51,5 | -43,9 | 13,3 | 73,0 | 73,8 |
| | p_j | 0,241 | 0,023 | 0,166 | 0,078 | 0,272 | 0,192 | 0,028 |
| 2 | x_j | -50,7 | -21,8 | -14,4 | 23,5 | 34,7 | 55,0 | 85,3 |
| | p_j | 0,159 | 0,157 | 0,166 | 0,089 | 0,136 | 0,137 | 0,156 |
| 3 | x_j | -93,3 | -73,2 | -70,2 | -55,6 | -20,3 | 38,8 | 49,8 |
| | p_j | 0,099 | 0,061 | 0,160 | 0,159 | 0,171 | 0,176 | 0,174 |
| 4 | x_j | -80,1 | -77,2 | -11,6 | -11,3 | 36,2 | 42,4 | 79,1 |
| | p_j | 0,079 | 0,122 | 0,116 | 0,205 | 0,164 | 0,158 | 0,156 |
| 5 | x_j | -72,4 | -68,5 | -68,4 | -43,5 | -6,5 | 1,2 | 31,0 |
| | p_j | 0,005 | 0,240 | 0,251 | 0,003 | 0,271 | 0,049 | 0,181 |
| 6 | x_j | -21,4 | 4,6 | 17,1 | 20,1 | 37,1 | 39,1 | 93,4 |
| | p_j | 0,137 | 0,098 | 0,065 | 0,240 | 0,258 | 0,108 | 0,094 |
| 7 | x_j | -40,1 | -12,9 | -8,8 | 3,6 | 7,4 | 37,2 | 59,1 |
| | p_j | 0,128 | 0,157 | 0,185 | 0,014 | 0,217 | 0,056 | 0,243 |
| 8 | x_j | -96,9 | -87,4 | -55,7 | -54,5 | 59,7 | 83,5 | 99,3 |
| | p_j | 0,114 | 0,090 | 0,270 | 0,192 | 0,086 | 0,242 | 0,006 |
| 9 | x_j | -97,8 | -80,7 | -16,4 | 4,2 | 26,6 | 71,2 | 77,5 |
| | p_j | 0,050 | 0,248 | 0,206 | 0,124 | 0,127 | 0,186 | 0,059 |
| 10 | x_j | -58,2 | -57,7 | -47,3 | -30,2 | -13,1 | 20,0 | 76,1 |
| | p_j | 0,105 | 0,091 | 0,220 | 0,052 | 0,271 | 0,124 | 0,137 |

2.6 Тема работы: «Моделирование непрерывной случайной величины»

Цель работы: выполнить программную реализацию генератора непрерывной случайной величины с заданным законом распределения.

2.6.1 Описание объекта моделирования

Под *случайной величиной* (СВ) понимается величина, которая в результате эксперимента со случайным исходом принимает то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно. Возможные значения непрерывной СВ непрерывно заполняют некоторый промежуток (конечный или бесконечный).

Законом распределения СВ называется любая функция, устанавливающая связь между возможными значениями СВ и соответствующими им вероятностями.

Существует несколько методов моделирования непрерывной СВ, наиболее распространенным является метод обращений.

Пусть требуется реализовать непрерывную СВ x , которая имела бы заданную функцию распределения вероятностей $F(t) = P\{x \leq t\}$. Согласно методу обращения, это можно сделать с помощью БСВ z по следующей формуле

$$x = F^{-1}(z). \quad (2.36)$$

Выражение (2.36) для определения x через z можно получить следующим способом:

1. Записать формальное уравнение $F(x) = z$.
2. Разрешить его относительно x .

Рассмотрим моделирование СВ с законами распределения, наиболее часто применяемыми в практическом моделировании.

Моделирование экспоненциальной СВ

Экспоненциальная СВ x имеет функцию распределения вероятностей

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2.37)$$

где $x \geq 0$ и параметр $\lambda > 0$.

Для экспоненциальной СВ x

$$M_x = \frac{1}{\lambda}, \quad D_x = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Для построения генератора такой СВ используем метод обращения.

1. Записываем формальное уравнение $F(x) = z$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = z.$$

2. Решаем его относительно x :

$$x = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - z). \quad (2.38)$$

Формулу (2.38) можно упростить, заменив $(1 - z)$ на z , так как обе эти величины совпадают по распределению. Тогда получаем:

$$x = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(z), \quad (2.39)$$

где

z – базовая случайная величина.

Формула (2.39) собственно является генератором независимых значений экспоненциальной СВ. Частотная гистограмма, полученная при испытании этого генератора на периоде T , по форме должна совпадать с функцией распределения экспоненциальной СВ.

Моделирование равномерной СВ

Равномерная СВ x имеет функцию распределения вероятностей

$$F(x) = \frac{x - a}{b - a} \quad (2.40)$$

где a, b – левая и правая границы интервала $[a, b]$, на котором равномерно распределена случайная величина x .

Для равномерной СВ x

$$M_x = \frac{a + b}{2}, \quad D_x = \frac{(b - a)^2}{12}.$$

На основе формулы (2.40) получаем генератор равномерных на интервале $[a, b]$ значений СВ x

$$x = a + (b - a) \cdot z,$$

где

z – базовая случайная величина;

Частотная гистограмма, полученная при испытании этого генератора на периоде T , по форме должна совпадать с функцией распределения экспоненциальной СВ.

2.6.2 Порядок выполнения работы

1. Построить на основе БСВ генераторы следующих распределений:
 - экспоненциальное;
 - равномерное по формуле;
 - нормальное по формуле;
 - заданное вариантом (см. таблицу 2.1) ;
2. Для всех генераторов непрерывной СВ построить гистограмму распределения вероятностей СВ.
3. Оценить математическое ожидание M_x и дисперсия D_x для моделируемого распределения непрерывной СВ по формулам. Сравнить полученные значения M_x и D_x с эмпирическим.

2.6.3 Содержание отчета

1. Цель, задание и последовательность выполнения работы.
2. Гистограммы распределений непрерывной СВ.
3. Результаты сравнений M_x и D_x , полученных эмпирическим путем с соответствующими теоретическими значениями для распределений непрерывной СВ.
4. Выводы о результатах моделирования БСВ.

2.6.4 Варианты заданий

Таблица 2.3 – Варианты законов распределения для моделирования непрерывной случайной величины

| № пп | Задание |
|------|-----------------------------------|
| 1 | Бета-распределение |
| 2 | Распределение Вейбулла |
| 3 | Гамма-распределение |
| 4 | Распределение Гаусса |
| 5 | Распределение Рэля |
| 6 | Распределение Стьюдента |
| 7 | Парето-распределение |
| 8 | Геометрическое распределение |
| 9 | Биномиальное распределение |
| 10 | Распределение Пуассона |
| 11 | Показательное распределение |
| 12 | Гипергеометрическое распределение |
| 13 | Распределение Фишера |
| 14 | Распределение Райса |

3 ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Виды самостоятельной работы студентов и соответствующая форма контроля представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Виды самостоятельной работы и форма контроля

| № п/п | Наименование работы | Форма контроля |
|-------|------------------------------------|--|
| 1 | Проработка лекционного материала | Конспект самоподготовки, опрос на занятиях |
| 2 | Подготовка к практическим занятиям | Конспект самоподготовки, опрос на занятиях, тест |
| 3 | Подготовка к экзамену (зачёту) | Сдача экзамена (зачёта) |

Виды самостоятельной работы студентов описаны ниже.

3.1 Проработка лекционного материала

Материалы лекций и рекомендуемая литература являются основой для изучения и освоения дисциплины. Самостоятельная работа в части проработки лекционного материала состоит в непосредственном конспектировании материалов лекций с последующим изучением этих материалов с использованием рекомендуемой литературы.

Схема составления конспекта:

- Определить тему материала и цель составления конспекта.
- Разделить лекционный материал на смысловые части, выделив основные тезисы и выводы.
- Сформулировать положения лекционного материала.
- Выделить основные термины, определения и формулы.
- Сформулировать вопросы к конспекту лекций.

3.2 Подготовка к опросам на занятиях

Для самоподготовки к опросам на занятиях ниже представлены вопросы на самоподготовку:

1. Модель системы, параметры и характеристики.
2. Синтез и декомпозиция модели.
3. Моделирование случайных величин и случайных событий.
4. Метод, алгоритм, цель. Связь понятий для моделирования систем.
5. Моделирование сложных случайных событий.

3.3 Подготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям необходимо пользоваться приводимыми ниже рекомендациями, а также рекомендованной литературой.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо:

1. Вспомнить примеры решения задач, которые были разобраны на предыдущем практическом занятии.
2. Выполнить домашнее задание. В случае пропуска практического занятия узнать домашнее задание у старосты группы или одногруппников.
3. Познакомиться с темой следующего практического занятия.
4. Повторить материалы лекций в соответствии с темой следующего практического занятия, а также рекомендованные разделы из списка литературы.

Примерные темы практических занятий:

1. Аналитические модели безынерционных нелинейных квадратурных детекторов
2. Аналитические модели безынерционных усилителей мощности
3. Моделирование базовой случайной величины
4. Моделирование дискретной случайной величины
5. Моделирование непрерывной случайной величины

Отчёт по практическому занятию выполняется на бумажном или электронном носителе в виде электронного документа.

Отчёт о выполнении практического занятия должен содержать:

1. Тему работы.
2. Цель работы.
3. Исходные данные к выполнению домашнего задания или задач на самостоятельное решение.
4. Результаты решения к заданию с подробными пояснениями или расчётами.
- 5.

3.4 Подготовка к тестированию

При подготовке к тестированию необходимо заблаговременно повторить лекционный материал, а также, при необходимости, соответствующий материал из рекомендованной литературы.

Вопросы к тестированию представлены в разделе 4

3.5 Подготовка к экзамену (зачёту)

Самостоятельная подготовка к экзамену (зачёту) состоит в подготовке (изучении) ответов на вопросы к теоретическому минимуму и подготовке ответов на основные вопросы к экзамену.

Для самостоятельной подготовки к экзамену (зачёту) студенту необходимо подготовить ответы к следующим основным вопросам:

1. Модель системы, параметры и характеристики.
2. Синтез и декомпозиция модели.
3. Моделирование случайных величин и случайных событий.
4. Метод, алгоритм, цель. Связь понятий для моделирования систем.
5. Моделирование сложных случайных событий.

3.6 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Во время самоподготовки рекомендуется обращаться к базам данных, информационно-справочным и поисковым системам, к которым у ТУСУРа открыт доступ:

- Библиотека ТУСУР: <https://lib.tusur.ru/>.
- Электронно-библиотечная система Издательства Лань: e.lanbook.com.
- Электронно-библиотечная система Юрайт: urait.ru.
- zbMATH: zbmath.org.
- Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh>.
- Информационно-аналитическая система Science Index РИНЦ: <https://elibrary.ru/defaultx.asp>.

4 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Модель источника электродвижущей силы импульсной формы является
 - а) линейной
 - б) статической
 - в) стохастической
 - г) динамической
2. К теоретическим методам, используемым при функционально-логическом проектировании компонентов электронных средств не относятся
 - а) алгебра логики
 - б) методы математической физики
 - в) теория автоматического управления
 - г) теория цифровых автоматов
3. Определение показателей качества электрических, электромагнитных и электромеханических процессов и показателей использования устройств и их элементов - это задача
 - а) определения
 - б) анализа
 - в) синтеза
 - г) идентификации
4. Задача синтеза - это
 - а) определение изменений выходных параметров в зависимости от изменений внутренних или внешних параметров при известной постоянной структуре
 - б) создание описания еще не существующего технического объекта на основе требований к выходным параметрам при заданных внешних параметрах
 - в) определение структуры системы и ее параметров путем анализа входных и выходных данных данной системы
5. Устойчивость относительно погрешностей в исходных данных - это
 - а) адекватность
 - б) наглядность
 - в) продуктивность
 - г) робастность
 - д) универсальность
 - е) экономичность
6. Какая функция используется для построения двумерных графиков?
 - а) xlabel
 - б) legend
 - в) plot
 - г) lineto
7. С какого символа начинаются комментарии в MATLAB?
 - а) \\
б) *

- в) //
 - г) %
8. Какую размерность должны иметь матрицы при выполнении поэлементных операций в пакете MATLAB?
- а) одинаковую
 - б) различную
 - в) размерность n
 - г) размерность $n \times m$
9. С каким расширением сохраняется сеанс работы MATLAB?
- а) mat
 - б) db
 - в) mdb
 - г) txt
10. Для чего создаются m-файлы?
- а) Для сохранения всей программы, написанной в пакете MATLAB
 - б) Для хранения констант, переменных, выражений
 - в) Для записи отдельных команд, чтобы последовательно вызывать их на выполнение
 - г) Для хранения строковых данных, обработки текста

5 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После успешного изучения практических основ технологии математического моделирования студенты технических специальностей обладают компетенциями в части аналитического и имитационного моделирования систем. Студенты подходы к описанию прямой, обратной задачи моделирования, а также описанию задачи настройки параметров модели. Знакомы с аспектами аналитического и имитационного моделирования, в том числе при моделировании динамических систем и процессов, а также при мультиагентном моделировании. Кроме этого, студенты знакомы с основами метода Монте-Карло, статистического моделирования, моделирование случайных событий. Это составляет основу моделирования систем в задаче совершенствования радиотехнических и радиоэлектронных устройств.

Для углубленного изучения технологий математического моделирования в части теоретического освоения дисциплины рекомендуется литература [1 – 15], в части практического освоения дисциплины рекомендуется литература [16 – 20].

Технологии математического моделирования применяются в радиотехнических системах для анализа, проектирования и оптимизации работы различных устройств и оборудования. С их помощью можно предсказать поведение системы при различных условиях, оценить её производительность, определить оптимальные параметры работы и сделать принятие важных решений. Математические модели позволяют проводить эксперименты в имитационной среде, что существенно экономит время и ресурсы при разработке новых радиотехнических систем. Они также помогают улучшить качество связи, повысить эффективность использования радиочастотного спектра и снизить межсистемные помехи между различными устройствами.

6 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 292 с.
- 2 Калинин, С. В. Математическое моделирование устройств и систем : учебное пособие / С. В. Калинин, Н. В. Мальцев. – Новосибирск : НГТУ, 2022. – 152 с.
- 3 Колокольцов, В. Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации: учебное пособие / В. Н. Колокольцов, О. А. Малафеев. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 624 с.
- 4 Щукина, Н. В. Математическое моделирование : учебное пособие / Н. В. Щукина, Н. Д. Харитоновна. – Омск : Омский ГАУ, 2022. – 82 с.
- 5 Бехтин, Ю. С. Моделирование систем: математические модели : учебное пособие / Ю. С. Бехтин. – Рязань : РГРТУ, 2007. – 64 с.
- 6 Бехтин, Ю. С. Моделирование систем: имитационное моделирование : учебное пособие / Ю. С. Бехтин. – Рязань : РГРТУ, 2010. – 64 с.
- 7 Гуревич В. Э., Егоров С. Г. Нелинейные искажения группового сигнала в радиосистеме абонентского доступа // Инфокоммуникационные технологии. 2012. Т. 10. № 3. С. 79 – 82.
- 8 Математическое моделирование радиотехнических устройств : методические указания / составитель А. В. Останков. – Воронеж : ВГТУ, 2022. – 39 с.
- 9 Герасимова, М. М. Математическое моделирование : учебное пособие / М. М. Герасимова. – Красноярск : СибГУ им. академика М. Ф. Решетнёва, 2019. – 92 с.
- 10 Левицкий, А. А. Приборно-технологическое моделирование устройств микро-и наноэлектроники. Математические модели и программные средства : учебное пособие / А. А. Левицкий, П. С. Маринушкин, С. И. Трегубов. – Красноярск : СФУ, 2020. – 68 с.
- 11 Гуревич В. Э., Егоров С. Г. Исследование нелинейных искажений радиосигнала в системе CDMA с квадратурноамплитудной модуляцией // Информационно-управляющие системы. 2015. № 5(78). С. 106–115.
DOI:10.15217/ issn1684-8853.2015.5.106
- 12 Евтянов С.И. Радиопередающие устройства. М.: Связьиздат, 1950. 643 с.
- 13 Бруевич А.Н., Евтянов С.И. Аппроксимация нелинейных характеристик и

- 14 Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – 1971.
- 15 Чекушкин В. В. и др. Математическое моделирование и вычислительные алгоритмы в радиотехнических системах //Вестник Концерна ВКО Алмаз-Антей. – 2017. – №. 1 (20). – С. 98-104.
- 16 Кривошейкин А. В., Нурмухамедов Л. Х. Основы математического моделирования радиотехнических устройств и систем. – 2014.
- 17 Трухин М. П. Математическое моделирование радиотехнических устройств и систем. – 2014.
- 18 Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н. Особенности математического моделирования технических устройств //Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – №. 1. – С. 5-17.
- 19 Борисов Ю. П., Цветнов В. В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств. – 1985.
- 20 Кузнецов С. Н., Ушкар М. Н. Параметрическое моделирование радиотехнических устройств на этапе системного проектирования //Электросвязь. – 2017. – №. 5. – С. 60-63.

