

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Д.Н. Черепанов
Н.А. Ярушкина

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. СИСТЕМЫ ОДУ

Сборник задач к практическим занятиям и самостоятельной работе студентов всех форм
обучения технических направлений подготовки

Томск
2024

УДК 517
ББК 22.143
Ч-46

Рецензент:

Иванова О.В., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики ТГАСУ

Черепанов, Дмитрий Николаевич

Ч-46 Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы ОДУ: сборник задач к практическим занятиям и самостоятельной работе студентов всех форм обучения технических направлений подготовки / Д.Н. Черепанов, Н.А. Ярушкина – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2024. – 38 с.

Настоящий сборник задач по дисциплине «Математика», раздел «Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы ОДУ», составлен с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, основных профессиональных образовательных программ технических направлений подготовки.

Сборник содержит задачи для самостоятельного решения обучающимися на практических занятиях и внеаудиторно.

Одобрено на заседании кафедры промышленной электроники, протокол № 25 от 16.02.2024.

УДК 517
ББК 22.143

© Черепанов Д.Н., Ярушкина Н.А.,
2024

© Томск. гос. ун-т систем упр. и
радиоэлектроники, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка.....	6
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка.....	18
3. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.....	23
4. Системы линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме	32
Список рекомендуемой литературы.....	38

ВВЕДЕНИЕ

Приступая к выполнению заданий, обучающийся должен освоить теоретические материалы по данному разделу, в соответствии со следующим перечнем экзаменационных вопросов:

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) 1-го порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения, приводящиеся к однородным.
4. Линейные уравнения.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнение в полных дифференциалах.
7. Понятие об особом решении.
8. Понятие дифференциальных уравнений высших порядков.
9. Задача Коши. Понятие о краевой задаче для дифференциального уравнения.
10. Уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка.
11. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Понятие о линейном операторе.
12. Понятие о линейной независимости функций.
13. Определитель Вронского.
14. Структура общего решения линейного, однородного уравнения n -го порядка.
15. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений (ЛОДУ) n -го порядка с постоянными коэффициентами.
16. Структура общего решения линейного, однородного уравнения n -го порядка.
17. Решение линейных, однородных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
18. Линейные, неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с правой частью специального вида.
19. Решение линейных, неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
20. Понятие о нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений и её решения, задача Коши.
21. Решение нормальных систем дифференциальных уравнений методом исключения.
22. Решение системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, путём сведения к одному ЛОДУ 2-го порядка.
23. Решение системы трёх линейных однородных дифференциальных уравнений с использованием собственных чисел (решений характеристического уравнения) и собственных векторов матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных функциях.
24. Понятие устойчивости по Ляпунову решения ОДУ и системы ОДУ в нормальной форме.
25. Определение устойчивости решения системы ОДУ в нормальной форме по первому приближению.

Для освоения теоретического материала рекомендуется использовать литературу, приведенную в данном сборнике, презентации лекций по разделам и методические указания, размещенные в электронном курсе. Допускается использование дополнительных источников информации.

Студенты, использующие данный сборник задач, приобретут ряд следующих ЗУН:

1. Знание основных понятий, свойств и типов дифференциальных уравнений, а также методов их решения.
2. Знание специфики применения различных типов дифференциальных уравнений для моделирования и анализа инженерных систем.
3. Умение применять теорию для анализа и моделирования реальных процессов и явлений в профессиональных областях знаний.
4. Умение интегрировать знания из разных областей для решения комплексных инженерных задач.
5. Навыки применения численных методов для решения дифференциальных уравнений, а также работы с программным обеспечением.
6. Способность проводить анализ, сравнивать различные решения и оценивать адекватность полученных результатов.
7. Способность оценивать результаты и предлагать улучшения для систем, основанных на анализе дифференциальных уравнений.

Таким образом, использование сборника задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям и системам ОДУ поможет студентам не только улучшить свои знания в этой области математики, но и развить ценные навыки, которые пригодятся им в дальнейшем обучении и профессиональной деятельности.

1 ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 1-ГО ПОРЯДКА

Вариант 1

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(x/y)}$

2) $\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$

3) $y' + y \cos x = \cos x$

4) $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2 y + 4y^3) dy = 0$

5) $y' + y = x\sqrt{y}$

6) $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy, \quad y(1) = 0$

2) $x \cdot y' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 0$

3) $(x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 1$

4) $y' + xy = (1 + x)e^{-x} y^2, \quad y(0) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$$

Вариант 2

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $x \cdot y' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$

2) $\frac{dy}{x} - \frac{y dx}{x^2} = 0$

3) $y' = y^4 \cdot \cos x + y \cdot \operatorname{tg} x$

4) $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$

5) $1 + (1 + y') \cdot e^y = 0$

6) $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y^2 \ln x dx = (y - 1)x dy, \quad y(e) = 1$

2) $x \cdot y' - y = x \cdot \operatorname{tg}^2 x, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$

3) $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0, \quad y(1) = 0$

4) $2y' + y \cdot \cos x = \frac{\cos x(1 + \sin x)}{y},$
 $y(0) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2x}{y} \right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0$$

Вариант 3

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' \cdot \operatorname{ctg} x + y = 2$

2) $\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right) dx - \left(2y + \frac{1}{x}\right) dy = 0$

3) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

4) $y^2 dx + (xy + \sqrt{y}) dy = 0$

5) $x \cdot y' + y = -xy^2$

6) $y' - y = e^x \cdot \sin x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0$

2) $\frac{y'}{7^{y-x}} = 3, \quad y(-1) = -1$

3) $(x + 2y)dx + x dy = 0, \quad y(3) = 1$

4) $3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}, \quad y(0) = -1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$$

Вариант 4

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$

2) $x^2 + \frac{y^2}{2} + (xy - e^{2y})y' = 0$

3) $xy \cdot y' = \frac{1 + x^2}{1 + y^2}$

4) $y^2 dx = (xy - x^2) dy = 0$

5) $x \cdot y' + y = \sin x$

6) $e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $x \cdot y' = y - x \cdot e^{y/x}, \quad y(2) = 0$

2) $y' - y = e^x, \quad y(0) = 1$

3) $y' \sqrt{1 + y^2} = \frac{x^2}{y}, \quad y(4) = \sqrt{3}$

4) $2(x \cdot y' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 2$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right) dx - \left(2y - \frac{1}{x}\right) dy = 0$$

Вариант 5

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $x \cdot y' + y = y^2 \ln x$

2) $x \cdot y' \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$

3) $y' + 2y - y^2 = 0$

4) $\sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2 \sin^2 y + 2x) dy$

5) $\frac{1+xy}{x^2y} dx + \frac{1-xy}{xy^2} dy = 0$

6) $y' = \frac{y}{x+1} + x^2$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y' \cos x \ln y = y, \quad y(\pi) = e$

2) $x^2 y' = y(x+y), \quad y(1) = 1$

3) $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y, \quad y(0) = 0$

4) $2y' + 3y \cdot \cos x = \frac{e^{2x}(2+3\cos x)}{y},$
 $y(0) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(y^2 + \frac{y}{\cos^2 x} \right) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0$$

Вариант 6

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $(x+y^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$

2) $\ln(\cos y) dx + x \cdot \operatorname{tg} y dy = 0$

3) $x \cdot y' + x \cdot e^{y/x} - y = 0$

4) $xy^2 y' = x^2 + y^3$

5) $(x + \ln^2 y - \ln y) y' = y/2$

6) $\frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $x \cdot y' + y = 3, \quad y(1) = 5$

2) $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0$

3) $(y^2 x + y^2) dy + x dx = 0, \quad y(1) = 2$

4) $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(3x^2 y + 2y + 3) dx + (x^3 + 2x + 3y^2) dy = 0$$

Вариант 7

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|-----------------------|--|
| 1) $y' = 2^{x-5y}$ | 2) $y' = 1 + 4\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ |
| 3) $y' - y - e^x = 0$ | 4) $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$ |
| 5) $y' + 2xy = 2xy^3$ | 6) $(2y + x \cdot \operatorname{tg} y - y^2 \cdot \operatorname{tg} y)dy = dx$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|--|--|
| 1) $x^2 y' + (1 - 2x)y = x^2, \quad y(1) = 0$ | 2) $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - 1, \quad y(2) = 0$ |
| 3) $x \cdot y' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = 1/2$ | 4) $2y' + 3y \cdot \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x} y^{-1},$
$y(0) = 2$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0$$

Вариант 8

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|--|--|
| 1) $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$ | 2) $xy' \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$ |
| 3) $y' + 2y = y^2 \cdot e^x$ | 4) $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$ |
| 5) $(1 + 4y^2)dx - 8\sqrt{x} dy = 0$ | 6) $(2 \ln y - \ln^2 y)dy = y dx - x dy$ |

2. Найти частные решения уравнений:

$(y + \sqrt{xy})dx = x dy, \quad y(2) = 2$	$y' \sin x = y \ln y, \quad y(\pi/2) = e$
$x \cdot y' + y = 2 \ln x + 1, \quad y(1) = 1$	$x \cdot y' + y = -(2/3)y^4 \sin x, \quad y(0) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(\sin 2x - 2 \cos(x + y))dx - 2 \cos(x + y)dy = 0$$

Вариант 9

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $(\cos y - \sin y + 1)y' = \sin x + \cos x - 1$

2) $(13y^3 - x)y' = 4y$

3) $x \cdot y' - 3y = -(20x^2 + 12)y^2$

4) $x \cdot y' - y = x^3$

5) $x \cdot y' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg}(y/x)}$

6) $\left(y + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(1) = 5$

2) $y' = \frac{x}{y}e^{2x} + y, \quad y(0) = 2$

3) $(1 + e^{3y})x dx = e^{3y} dy, \quad y(2) = 0$

4) $(x + 2y)dx - x dy = 0, \quad y(-1) = 3$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right)dx + \left(x^2y - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0$$

Вариант 10

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $(y + y \ln x)dx + (x - xy)dy = 0$

2) $y' + y = \frac{x}{y^2}$

3) $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$

4) $y dx + x dy + \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2} = 0$

5) $x \cdot y' - y = x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$

6) $2y\sqrt{y} dx - (6x\sqrt{y} + 7)dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2}$

2) $x \cdot y' - 2x^2\sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1$

3) $x \cdot (y' - y) = e^x, \quad y(1) = e$

4) $x^2 \cdot e^{3y} dy = (x^3 + 1)dx, \quad y(2) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3}dy = 0$$

Вариант 11

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|--|--|
| 1) $x \cdot y' + y + x \cdot e^{-x^2} = 0$ | 2) $\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right) + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right) y' = 0$ |
| 3) $x(x-1)y' + y^3 = xy$ | 4) $3e^x \sin y dx + (1 - e^x) \cos y dy = 0$ |
| 5) $(x^2 + y^2) dx + 2xy dy = 0$ | 6) $2(x + y^4) y' = y$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|--|---|
| 1) $y' = \cos(y-x), \quad y(\pi/2) = \pi$ | 2) $x \cdot y' = y \ln(y/x), \quad y(1) = e^\pi$ |
| 3) $x \cdot y' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1$ | 4) $x \cdot y' + 2y = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi^2}$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^3 + y^2}} + y\right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x\right) dy = 0$$

Вариант 12

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|--|---|
| 1) $x \cdot y' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ | 2) $(x \cos^2 y - y^2) y' = y \cos^2 y$ |
| 3) $2x^2 y \cdot y' + y^2 = 2$ | 4) $x \cdot y' + y = x^2 \sin x$ |
| 5) $x \cdot y' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$ | 6) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} - 1\right) dx - \frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}} dy = 0$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|--|--|
| 1) $y' \cdot \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x, \quad y(0) = 0$ | 2) $3x \cdot y' - 3y = -(5x^2 + 3) y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}$ |
| 3) $x dx + 3^{x^2+y} dy = 0, \quad y(0) = 1$ | 4) $(x^2 - 2xy) y' = xy - y^2, \quad y(1) = 1$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} dx - \left(\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + 2y\right) dy = 0$$

Вариант 13

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$

2) $3^{y^2-x^2} = \frac{y \cdot y'}{x}$

3) $y' - \frac{y^2}{x^2} = 2$

4) $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2-1}$

5) $x \cdot y' + y = \ln x + 1$

6) $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x) dy$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $(y' - x \cos x)x = y, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

2) $2x \cdot y' - 3y = -(20x^3 + 12)y^3,$
 $y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

3) $(y^2 + 1)dx - (y + yx^2)dy = 0, \quad y(1) = 0$

4) $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0, \quad y(1) = 1$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\frac{1+xy}{x^2y} dx + \frac{1-xy}{xy^2} dy = 0$$

Вариант 14

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $\operatorname{arctg} x(1+y^2)dx = y(1+x^2)dy$

2) $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3}y^4 \sin x$

3) $y' = 2xy + x^4 e^{x^2}$

4) $\left(x \cdot e^x + \frac{y}{x^2}\right)dx - \frac{1}{x}dy = 0$

5) $2(y^3 - y + xy)dy = dx$

6) $(x^2 + y^2)dx = (y^2 + 2xy)dy$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y(y - x \cdot y') = \sqrt{x^4 + y^4}, \quad y(2) = 1$

2) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2 \ln x}{x}, \quad y(1) = 1$

3) $\sqrt{4-x^2} \cdot y' + xy^2 + x = 0, \quad y(0) = \pi/4$

4) $(x^2 - 1)(y' - x\sqrt{y}) = xy, \quad y(\sqrt{2}) = 1/3$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\frac{dx}{y} - \frac{x+y^2}{y^2} dy = 0$$

Вариант 15

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $2y' + \cos x = \frac{\cos x}{y}(1 + \sin x)$

2) $2y^2 dx + (x + e^{1/y}) dy = 0$

3) $3e^x \cdot \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x) \cos^{-2} y dy = 0$

4) $y' - \sin 2x = -y \cdot \cos x$

5) $xy^2 dx + y(x^2 + y^2) dy = 0$

6) $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y' \cdot \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x, \quad y(\pi/4) = \pi/4$

2) $x \cdot y' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$

3) $(5x^4 y^4 + 28x^6) dx + 4x^5 y^3 dy = 0, \quad y(1/2) = 2$

4) $y'(1 - x^2) - \cos^2 y = 0, \quad y(\pi/2) = \pi/4$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0$$

Вариант 16

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' + y \cdot \cos x = \cos x$

2) $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2 y + 4y^3) dy = 0$

3) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}$

4) $\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$

5) $y' + y = x\sqrt{y}$

6) $(y^4 e^y + 2x) y' = y$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $(1 + x^2) y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0$

2) $\frac{y'}{7^{y-x}} = 3, \quad y(-1) = -1$

3) $(x + 2y) dx + x dy = 0, \quad y(3) = 1$

4) $x \cdot y' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1/4$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(x \cdot e^x + \frac{y}{x^2}\right) dx - \frac{1}{x} dy = 0$$

Вариант 17

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|---|--|
| 1) $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$ | 2) $2 \sin x \cdot y' + y \cdot \cos x = y^3(x \cdot \cos x - \sin x)$ |
| 3) $e^y(1 + x^2)dy - 2x(1 + e^y)dx = 0$ | 4) $(2x \cdot e^{x^2+y^2} + 2)dx + (2y \cdot e^{x^2+y^2} - 3)dy = 0$ |
| 5) $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$ | 6) $x \cdot y' \cos \frac{y}{x} = y \cdot \cos \frac{y}{x} - x$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|---|--|
| 1) $(x^2 + y^2)dx = 2xy dy, \quad y(4) = 0$ | 2) $y' - 3x^2 y = x^2 + x^5, \quad y(0) = 1$ |
| 3) $y \ln y dx + x dy = 0, \quad y(1) = e$ | 4) $y^2 y' + y^3 = x, \quad y(0) = 0$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

Вариант 18

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|---|--|
| 1) $y' + \frac{y}{x+1} = \frac{1}{2} x^3 y^3$ | 2) $x\sqrt{1+y^2} + y \cdot y' \sqrt{1+x^2} = 0$ |
| 3) $2x \cdot \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0$ | 4) $x \cdot y' = \sqrt{y^2 - x^2}$ |
| 5) $dx + (2x + \sin 2y - 2 \cos^2 y) dy = 0$ | 6) $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|---|--|
| 1) $y' + 2y = x^2 + 2x, \quad y(0) = 0$ | 2) $y \cdot y' = y^2 + x \cdot e^{2x}, \quad y(0) = 1$ |
| 3) $(2x + y \cdot e^{xy}) dx + (1 + x \cdot e^{xy}) dy = 0, \quad y(0) = 1$ | 4) $4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0, \quad y(1) = 2$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx = \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

Вариант 19

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|---|--|
| 1) $x \cdot y' + y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ | 2) $8x \cdot y' - y = -\frac{1}{y^3 \sqrt{x+1}}$ |
| 3) $(x + \sin y) dx + (x \cos y + \sin y) dy = 0$ | 4) $8(4y^3 + xy - y) y' = 1$ |
| 5) $y - x \cdot y' = 1 + x^2 \cdot y'$ | 6) $y \cdot y' = 2y - x$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|---|---|
| 1) $y' \cdot x^3 \sin y = x \cdot y' - 2y, \quad y(0) = \pi/2$ | 2) $(x^2 - 3y^2) dx + 2xy dy = 0, \quad y(2) = 1$ |
| 3) $(2xy \cdot e^{x^2} + \ln y) dx + \left(e^{x^2} + \frac{x}{y} \right) dy = 0, \quad y(0) = 1$ | 4) $(1 + e^x) y \cdot y' = e^y, \quad y(0) = 0$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$e^y dx + (\cos y + x \cdot e^y) dy = 0$$

Вариант 20

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- | | |
|---|---|
| 1) $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x) y' = \sin 2y$ | 2) $(y^2 + xy^2) y' + x^2 - x^2 y = 0$ |
| 3) $x dy - \left(y - x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right) dx = 0$ | 4) $3x \cdot y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$ |
| 5) $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x) y' = \sin 2y$ | 6) $y' - 2xy = 2x \cdot e^{x^2}$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- | | |
|--|---|
| 1) $(x \cdot y' - 1) \ln x = 2y, \quad y(e) = 0$ | 2) $x \cdot y' - y = -y^2 (\ln x + 2) \ln x, \quad y(1) = 1$ |
| 3) $x \cdot \sin x dx - \cos^3 x dy = 0, \quad y(0) = 0$ | 4) $(x + e^{x/y}) dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0, \quad y(0) = 2$ |

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(y^3 + \cos x) dx + (3xy^2 + e^y) dy = 0$$

Вариант 21

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$

2) $2x \cdot y'(x^2 + y^2) = y(y^2 + 2x^2)$

3) $y' - \frac{1+2x}{x+x^2}y = \frac{1+2x}{x+x^2}$

4) $2y' + y = \frac{x}{y}$

5) $x dy - (1-\sqrt{x})^3 dx = 0$

6) $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1$

2) $y' + 4xy = 4(x^3 + 1) \cdot e^{-4x}y^2, \quad y(0) = 1$

3) $x\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0, \quad y(0) = 1$

4) $(x^2 + y^2 + y)dx + (2xy + x + e^y)dy = 0, \quad y(0) = 0$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$x \cdot e^{y^2} dx + (x^2 y \cdot e^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y) dy$$

Вариант 22

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' = x\sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}$

2) $x \cdot y' + y \left(\ln \frac{y}{x} - 1 \right) = 0$

3) $(12x^2 + 5y - 9 \ln x)dx + (5x + 2y^5 - 4 \cos y)dy = 0$

4) $\cos \sqrt{x} dx - \sqrt{x} dy = 0$

5) $(\cos 2y \cdot \cos^2 y - x)y' = \sin y \cdot \cos y$

6) $2x \cdot y' - y = 3x^2$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $(1-x^2)y' = x \cdot y^2, \quad y(0) = 1/2$

2) $2y\sqrt{3y-y^2} dx - (9-x^2)dy = 0, \quad y(0) = 3$

3) $(x+y)dx + (x-y)dy = 0, \quad y(0) = 0$

4) $y' + 2xy = 2x^3y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(5xy^2 - x^3)dx + (5x^2y - y)dy = 0$$

Вариант 23

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- 1) $x^2 y' + 2x^3 y = y^2(x^3 + x^5)$ 2) $2y dx + (y^2 - 6x) dy = 0$
3) $(\ln y - 2x) dx - \left(\frac{x}{y} - 2y\right) dy = 0$ 4) $x \cdot y' - y + 2 \ln x = 0$
5) $(1 + y^2)(e^{2x} dx - e^y dy) y' = (1 + y) dy$ 6) $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $(xy^2 + x) dx + (x^2 y - y) dy = 0, \quad y(0) = 1$ 2) $\cos \frac{y}{x} (y - x \cdot y') = x, \quad y\left(\frac{2}{\pi}\right) = 1$
3) $y' + y \cdot \cos x = \cos x \cdot \sin x, \quad y(0) = 1$ 4) $8x \cdot y' - 12y = -(5x^3 + 3)y^3,$
 $y(1) = \sqrt{2}$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(x^2 - 4xy - 2y^2) dx + (y^2 - 4xy - 2x^2) dy = 0$$

Вариант 24

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

- 1) $(\sin(xy) + xy \cdot \cos(xy)) dx + x^2 \cdot \cos(xy) dy = 0$ 2) $y'(x^2 + 1) + y\sqrt{1 + x^2} = xy$
3) $x \cdot y' - y = y \cdot \ln \frac{x+y}{x}$ 4) $(x \cdot y' - 1) \ln x = 2y$
5) $y'(x^2 + 1) = xy + x^2 y^2$ 6) $\cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy$

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $x \cdot y' - 2\sqrt{x^3 y} = y, \quad y(1) = 4$ 2) $\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right) dx - \frac{x dy}{x^2 + y^2} = 0, \quad y(1) = 2$
3) $x \cdot y' = x - y, \quad y(0) = 0$ 4) $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - 1, \quad y(0) = 0$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(1 + \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}}\right) dx + \left(1 - \frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}}\right) dy = 0$$

Вариант 25

1. Найти общие решения уравнений первого порядка:

1) $y' + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{y}{x}$

2) $(2x^2 y \ln y - x) y' = y$

3) $(3x^2 - 2x - y) dx + (2y - x + 3y^2) dy = 0$

4) $(x^2 - 1) y' - xy = x^3 - x$

5) $\cos y dx = (2 + \cos y) \sqrt{1 + x^2} dy$

6) $y' + 2xy = x \cdot e^{x^2}$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'(\sin^2 y + x \cdot \operatorname{ctg} y) = 1, \quad y(0) = \pi/2$

2) $(2x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 0$

3) $y^2 \ln x dx - (y - 1) x dy = 0, \quad y(1) = 1$

4) $x \cdot y' + 2y + x^5 y^3 \cdot e^x = 0, \quad y(1) = 1/\sqrt{2e}$

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\left(\sin y + y \cdot \sin x + \frac{1}{x}\right) dx + \left(x \cdot \cos y - \cos x + \frac{1}{y}\right) dy = 0$$

2 ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ N-ГО ПОРЯДКА

Вариант 1

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $2x \cdot y' \cdot y'' = (y')^2 - 1$

2) $y'' + y' = \cos x$

3) $y'' \cos^2 x = 1$

4) $y'' = y' \cdot e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

Вариант 2

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' \cdot x \ln x = 2y'$

2) $y'' = x \cdot e^x$

3) $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 0$

4) $y'' + \frac{1}{2y^3} = 0, \quad y(0) = 1/2, \quad y'(0) = \sqrt{2}$

Вариант 3

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

$$1) \quad y'' - \frac{y'}{x-1} = \frac{x}{x-1}$$

$$2) \quad y''' = \frac{1}{x}$$

$$3) \quad y'' = \sqrt{(1+(y')^2)^3}$$

$$4) \quad (y'')^2 = y', \quad y(0) = 2/3, \quad y'(0) = 1$$

Вариант 4

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

$$1) \quad y \cdot y'' - (y')^2 = y^4$$

$$2) \quad y'' = -\frac{x}{y}$$

$$3) \quad y''' \cdot \sin^4 x = \sin 2x$$

$$4) \quad y'' + y \cdot (y')^3 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

Вариант 5

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

$$1) \quad y'' = 2 \sin x \cdot \cos^2 x - \sin^3 x$$

$$2) \quad 2y \cdot y'' = (y')^2$$

$$3) \quad y'' \cdot \operatorname{tg} x = y' + 1$$

$$4) \quad y'' + 4y' = 2x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Вариант 6

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

$$1) \quad y'' + \frac{y'}{x} = x^2$$

$$2) \quad y'''(x-1) = y''$$

$$3) \quad y'''(x^2+1)^2 = 2x$$

$$4) \quad y'' = y' + (y')^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

Вариант 7

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

$$1) \quad y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x$$

$$2) \quad x \cdot y'' = 1$$

$$3) \quad y \cdot y'' = (y')^2$$

$$4) \quad y'' = 2 - y, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$$

Вариант 8

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1) $y'' \cdot x \ln x = y'$ | 2) $y''' = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^5}}$ |
| 3) $y'' = \sqrt{1-y'^2}$ | 4) $y \cdot \operatorname{ctg} x + y' = 2, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3$ |

Вариант 9

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

- | | |
|-------------------------|---|
| 1) $(x^2 + 9)y'' = x$ | 2) $(1-x^2)y'' - x \cdot y' = 2$ |
| 3) $y''(1+y) = 5(y')^2$ | 4) $y'' = \frac{y'}{\sqrt{y}}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$ |

Вариант 10

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

- | | |
|--|--|
| 1) $x \cdot y'' = y' \cdot \ln \frac{y'}{x}$ | 2) $y'' = \frac{1}{y^3}$ |
| 3) $y'' = x \cdot \cos^2 x$ | 4) $2(y')^2 = (y-1)y'', \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$ |

Вариант 11

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1) $2y \cdot y'' - (y')^2 = 0$ | 2) $y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x$ |
| 3) $y'' \cdot x = \ln x$ | 4) $(1+x^2)y'' = 2x \cdot y', \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 1$ |

Вариант 12

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

- | | |
|---|--|
| 1) $y^3 \cdot y'' - 3 = 0$ | 2) $\sqrt{4-x^2} \cdot y'' = 1$ |
| 3) $2x \cdot y' \cdot y'' = (y')^2 + 1$ | 4) $y \cdot y'' - (y')^2 = y^2 \ln y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ |

Вариант 13

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $2(y')^2 = (y-1)y''$

2) $y'' = y' + x$

3) $y'' = \cos^3 x$

4) $x^2 \cdot y'' = (y')^2, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=2$

Вариант 14

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' \cdot \sin^2 x = 3$

2) $x \cdot y'' - y' = 2x^2 \cdot e^x$

3) $y^3 \cdot y'' = 6$

4) $y'' \cdot \operatorname{tg} y = 2(y')^2, \quad y(1) = \pi/2, \quad y'(1) = 2$

Вариант 15

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' - 2y' \cdot \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$

2) $y'' = (2x+5)e^{3x}$

3) $y'' = 2 - y$

4) $(y'')^2 = 4(y' - 1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$

Вариант 16

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x$

2) $y''' = (\sqrt{x} - 5)^2$

3) $x \cdot y'' = y' + x \cdot \sin \frac{y'}{x}$

4) $y'' + 2y(y')^3 = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1/3$

Вариант 17

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' = 1$

2) $x \cdot y''' = 1$

3) $2y^2 \cdot y'' = 1$

4) $y'' + (y')^2 = 2 \cdot e^{-y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

Вариант 18

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' = x \cdot \sin x$

2) $2y \cdot y'' - 3(y')^2 = 4y^2$

3) $y''(e^x + 1) + y' = 0$

4) $y \cdot y'' = (y')^2 - (y')^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$

Вариант 19

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)(y')^2 = 0$

2) $(2 + x)^3 y'' = 1$

3) $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$

4) $y \cdot y'' + (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$

Вариант 20

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $x \cdot y'' = y'(\ln y' - \ln x)$

2) $y'' = x \cdot 3^{-4x}$

3) $y \cdot y'' - (y')^2 = y^2 \cdot y'$

4) $x \cdot y'' = y' + (y')^2, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 2$

Вариант 21

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' = ((y')^2 + 1)^{3/2}$

2) $y''' = 2(y'' - 1)\operatorname{ctg} x$

3) $y'' = x - \frac{1}{x}$

4) $(3 + 2y)y'' = 2(y')^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3$

Вариант 22

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $(x+1)y'' - (x+2)y' + x + 2 = 0$

2) $2y'(y'' + 2) = x \cdot (y'')^2$

3) $y''' = x \ln x$

4) $y \cdot y'' - (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$

Вариант 23

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y^4 - y^3 \cdot y'' = 1$

2) $y'' = \sqrt{x} \ln x$

3) $y'' = -\frac{x}{y'}$

4) $y'' = -\frac{1}{2y^3}, y(0) = 1/2, y'(0) = \sqrt{2}$

Вариант 24

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $y'' - x \cdot y''' + (y''')^3 = 0$

2) $x^3 \cdot y^{(4)} = 4$

3) $x(y'' + 1) + y' = 0$

4) $y'' = y' + (y')^2, y(0) = 0, y'(0) = 1$

Вариант 25

Найти общие и частные решения дифференциальных уравнений:

1) $x \cdot y'' + y' = \ln x$

2) $2x \cdot y' \cdot y'' = (y')^2 - 1$

3) $y''' = (y'')^2$

4) $y'' = x \cdot \sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 2$

3 ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Вариант 1

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}$

2) $y'' + 2y' + y = x \cdot e^x + \frac{1}{x \cdot e^x}$

3) $y'' + 2y' + y = (12x - 10)e^{-x}$

4) $y'' - 3y' = 2 \sin 3x - \cos 3x$

5) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$

6) $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$

7) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 6y = 12 \ln x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 2y' + 5y = -8 \cdot e^x \cdot \sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 6$

2) $y'' - 6y' + 25y = 9 \sin 4x - 24 \cos 4x, y(0) = 2, y'(0) = -2$

Вариант 2

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$

2) $y'' + y = \operatorname{tg} x$

3) $y'' - y = e^x \cdot \cos 2x$

4) $y'' + 2y' - 3y = (12x^2 + 6x - 4)e^x$

5) $y''' - y'' + 2y' = x^2 + x$

6) $y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^x$

7) $(2x+1)^2 y'' - 2(2x+1)y' + 4y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 4y = 10x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 4y' + 5y = 5x^2 - 32x + 5$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$

2) $y'' + 5y' + 6y = 52 \sin 2x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = -2$

Вариант 3

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - y' = \frac{e^x}{e^x + 1}$

2) $y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x$

3) $y'' - 4y = (-24x - 10)e^{2x}$

4) $y'' + 14y' + 49y = 144 \sin 7x$

5) $y^{(4)} - y''' = 5(x+2)^2$

6) $y''' - y'' - y' + y = (3x+7)e^{2x}$

7) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + 2y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 3y = 3 \ln^2 x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$

2) $y'' - 2y' + 37y = 36 \cdot e^x \cdot \cos 6x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 6$

Вариант 4

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + y = \operatorname{ctg} x$

2) $y'' + 4y' + y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$

3) $y'' + 4y' = (24 \cos 2x + 2 \sin 2x)e^x$

4) $y'' + 2y' + y = 9e^{2x} + x^2$

5) $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$

6) $y''' - 2y'' + y' = (2x+5)e^{2x}$

7) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 5y = 3x^2$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$

2) $y'' + 16y = 2 \cos 4x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

Вариант 5

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 2y' + y = 3 \cdot e^{-x} \sqrt{x+1}$

2) $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$

3) $y'' - 2y' + 5y = 5x^3 - 4x^2 + 2$

4) $y'' + y = x \cdot \sin 2x$

5) $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$

6) $y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$

7) $(4x-1)^2 y'' - 2(4x-1)y' + 8y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = \sin(2 \ln x)$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - y = (3x^2 + 8)e^x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$

2) $y'' + y = e^x + \cos 4x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Вариант 6

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 2y' + 2y = \frac{e^x}{\cos x}$

2) $y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1+e^x}$

3) $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$

4) $y'' - 2y' + y = 4 \sin x + 3x$

5) $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 2x(1-x)$

6) $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x-5)e^x$

7) $(x+1)^2 y'' - 2(x+1)y' + 2y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' + 3x \cdot y' + y = \frac{1}{x}$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$

2) $y'' + 6y' + 13y = x^3 - x^2 - 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Вариант 7

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

2) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

3) $y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$

4) $y'' - 6y' = x \cdot \cos 6x$

5) $y^{(4)} + 2y''' + y'' = x^2 + x - 1$

6) $y''' - 4y'' + 4y' = (x-1)e^x$

7) $x^2 \cdot y'' - 4x \cdot y' + 6y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + y = \frac{x^3}{2}$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$

2) $y'' - 6y' + 9y = -e^{3x} \cdot x^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Вариант 8

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|--|---|
| 1) $y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x$ | 2) $y'' - y = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$ |
| 3) $y'' + 7y' = (10 - 6x)e^{-7x}$ | 4) $y'' - 6y' + 10y = \cos x$ |
| 5) $3y^{(4)} + y''' = 6x - 1$ | 6) $y''' + 2y'' + y' = (18x + 1)e^{2x}$ |
| 7) $x^2 \cdot y'' - 9x \cdot y' + 21y = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = x^2$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' + y' - 6y = 6x^2 + x - 1$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$
- 2) $y'' + y = x \cdot \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

Вариант 9

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|---|--|
| 1) $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$ | 2) $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$ |
| 3) $y'' - 4y' = 8 - 16x$ | 4) $y'' + 36y = 24 \sin 6x - 12 \cos 6x$ |
| 5) $y''' + y'' = 5x^2 - 1$ | 6) $y''' + 2y'' + y' = (8x + 4)e^x$ |
| 7) $(x + 2)^2 \cdot y'' + 3(x + 2) \cdot y' - 3y = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = 4x$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' + y' - 2y = 9x \cdot \cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$
- 2) $y'' - 4y' + 4y = x^2 \cdot e^{2x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$

Вариант 10

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|---|---|
| 1) $y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$ | 2) $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$ |
| 3) $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$ | 4) $y''' + y'' = 49 - 24x^2$ |
| 5) $y^{(5)} - y^{(4)} = 2x + 3$ | 6) $y''' - 3y'' - 2y = -4x \cdot e^x$ |
| 7) $x^2 \cdot y'' + 5x \cdot y' = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' - 4x \cdot y' + 6y = x^5$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' - 3y' + 2y = -x \cdot e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$
- 2) $y'' + 6y' + 13y = \cos 8x \cdot e^{-3x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -4$

Вариант 11

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 2y' + y = 3 \cdot e^{-x} \sqrt{x+1}$

2) $y'' - y' = e^{2x} \cdot \sin(e^x)$

3) $y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^{-3x}$

4) $y'' + 9y = x \cdot \sin x$

5) $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 4x^2$

6) $y''' - 3y'' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$

7) $(x-3)^2 y'' + 3(x-3)y' - 3y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 4y = \frac{x^3}{2}$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 2y' - 24y = 6 \cos 3x - 33 \sin 3x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$

2) $y'' + y' - y = x^3 + 4x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$

Вариант 12

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$

2) $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$

3) $y'' - 2y' = e^{2x}(4x + 4)$

4) $y'' + 4y = x \cdot \sin 2x$

5) $y^{(4)} + 4y''' + 4y'' = x - x^2$

6) $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$

7) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 4y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' = \frac{3}{x} - x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - 8y' + 20y = 16(\sin 2x - \cos 2x)$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$

2) $y'' - 8y' + 16y = x^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

Вариант 13

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + y = \operatorname{tg}^2 x$

2) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$

3) $y'' + 8y' + 16y = (16x^2 - 16x + 66)e^{-4x}$

4) $y'' - 16y = 3 \cos 4x$

5) $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$

6) $7y''' - y'' = 12x$

7) $(3x + 2)^2 \cdot y'' - 3(3x + 2) \cdot y' + 2y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 6x \cdot \ln x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 5y' + 6y = 52 \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$

2) $y'' + 4y' + 5y = x^3 - 4x + 3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Вариант 14

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}$

2) $y'' - y = 4\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}}$

3) $3y'' - 5y' + 2y = 6 \cos 2x + 38 \sin 2x$

4) $9y'' + y = x^2 \cdot e^{3x} + 3x$

5) $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3$

6) $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$

7) $(x + 2)^2 \cdot y'' - 9(x + 2) \cdot y' + 21y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 8x^3$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + 4y' = 5x^2 - 32x$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$

2) $y'' + 4y' + 5y = x \cdot \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

Вариант 15

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$

2) $y'' + y = \frac{1}{\sin 2x \sqrt{\sin 2x}}$

3) $y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^3$

4) $y'' - 2y' + 5y = 10 \cdot e^{-x} \cdot \cos 2x$

5) $y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x$

6) $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^x$

7) $(1 - x)^2 \cdot y'' - 4(1 - x) \cdot y' + 6y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = 2x^3 - x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

2) $y'' - y' = 2 \cos x - 3 \sin x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$

Вариант 16

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

2) $y'' - y' = \frac{e^x(1-x)}{x^2}$

3) $y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x$

4) $y'' - 2y' - 8y = x^2 \cdot e^{2x}$

5) $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x$

6) $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^x$

7) $x^2 \cdot y'' + 7x \cdot y' - 7y = 0$

8) $(x - 2)^2 \cdot y'' - 3(x - 2) \cdot y' + 4y = x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

2) $25y'' + 9y = x \sin 3x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$

Вариант 17

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 2y' + y = x \cdot e^x + \frac{1}{x \cdot e^x}$

2) $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$

3) $y'' + 9y' = 2 \cos 9x$

4) $9y'' - 6y' + y = x \cdot e^{x/3}$

5) $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 2 - 3x^2$

6) $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^x$

7) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - 9y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = \cos(\ln x)$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - 4y' + 5y = (8 \cos x + 24 \sin x)e^{-2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

2) $y'' + 5y = 2 \cdot e^{-5x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$

Вариант 18

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' - 2y' + y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^3}$

2) $y'' + 2y' + 2y = \frac{1}{e^x \cdot \sin^2 x}$

3) $y'' + 9y' = 9x^3 + 12x^2 - 27$

4) $y'' + 9y = x \cdot \cos 2x$

5) $y^{(4)} + y''' = x$

6) $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$

7) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 9y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - y = \cos(\ln x)$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' + y = \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$

2) $y'' + y' - 2y = x^2 \cdot e^{4x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$

Вариант 19

1. Найти общие решения уравнений:

1) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$

2) $y'' - y = \frac{1}{e^x - 1}$

3) $y'' - y = (-24x - 10)e^{2x}$

4) $2y'' + 7y' + 3y = 222 \sin 3x$

5) $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$

6) $y''' - 4y'' = 32 - 384x^2$

7) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 16y = 0$

8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 4y = x^2 + x$

2. Найти частные решения уравнений:

1) $y'' - 14y' + 49y = 4 \sin 7x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$

2) $y'' + 4y' = x^3 - x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$

Вариант 20

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|---|--|
| 1) $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \cdot \ln x$ | 2) $y'' + 25y = \frac{1}{\sin 5x}$ |
| 3) $y'' + 2y' + y = (18x + 8)e^{-x}$ | 4) $y'' + y = e^x \cdot \sin x$ |
| 5) $y^{(4)} - 6y''' + 9y'' = 3x - 1$ | 6) $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{-x}$ |
| 7) $(4x + 3)^2 \cdot y'' + (4x + 3) \cdot y' - 16y = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 3y = -\ln x$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' - 6y' + 34y = x^2 - 8x - 6$, $y(0) = -4$, $y'(0) = 1$
- 2) $y'' - 2y' + 10y = 60 \sin 5x + 18 \cos 5x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$

Вариант 21

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|---|---|
| 1) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$ | 2) $y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}$ |
| 3) $y'' - 12y' + 40y = x^3 \cdot e^{6x}$ | 4) $y'' - 3y' = e^{3x} + \sin 3x$ |
| 5) $y^{(4)} + y''' = 12x + 6$ | 6) $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^x$ |
| 7) $(2 - x)^2 \cdot y'' - 4(2 - x) \cdot y' + 6y = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = \cos(2 \ln x)$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' + 25y = \cos 5x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$
- 2) $y'' + 10y' + 25y = x^3 + 5x - 10$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$

Вариант 22

1. Найти общие решения уравнений:

- | | |
|---|---|
| 1) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1 + x^2}$ | 2) $y'' + 9y = \operatorname{ctg} 3x$ |
| 3) $y'' + 4y' + 20y = 4 \cos 4x - 52 \sin 4x$ | 4) $y'' - 2y' = \sin 3x + e^{2x}$ |
| 5) $y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$ | 6) $y''' - 6y'' + 9y' = 4x \cdot e^x$ |
| 7) $(2x + 3)^2 \cdot y'' - 2(2x + 3) \cdot y' + 2y = 0$ | 8) $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 4y = 12x^2 - 3x$ |

2. Найти частные решения уравнений:

- 1) $y'' + 2y' + y = 4x^3 + 24x^2 + 22x - 4$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$
- 2) $y'' + y = (3x + 6)e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$

Вариант 23

1. Найти общие решения уравнений:

$$1) \quad y'' - 3y' = \frac{9 \cdot e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}$$

$$2) \quad y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x}{\sin^2 x}$$

$$3) \quad 4y'' + 3y' - y = 11\cos x - 7\sin x$$

$$4) \quad 16y'' + y = 2\cos(x/4)$$

$$5) \quad y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$$

$$6) \quad y''' - 13y'' + 12y' = 18x^2 - 39$$

$$7) \quad (4-x)^2 \cdot y'' + 3(4-x) \cdot y' + y = 0$$

$$8) \quad x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 5y = -4 \cdot \ln x$$

2. Найти частные решения уравнений:

$$1) \quad y'' + 2y' - 3y = (12x^2 + 6x - 4)e^{-x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

$$2) \quad y'' - 6y' + 13y = e^{-3x} \cdot \cos 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

Вариант 24

1. Найти общие решения уравнений:

$$1) \quad y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$$

$$2) \quad y'' + y = \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$3) \quad y'' + 2y' - 15y = x \cdot \sin 5x$$

$$4) \quad y'' - 8y' + 17y = 10 \cdot e^{2x}$$

$$5) \quad y''' - 5y'' + 6y' = (x-1)^2$$

$$6) \quad y''' + 4y'' + 3y' = 4(1-x)e^{-x}$$

$$7) \quad x^2 \cdot y'' + 7x \cdot y' + 9y = 0$$

$$8) \quad x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' = x^2 - 4x$$

2. Найти частные решения уравнений:

$$1) \quad y'' - 9y = (2x^2 - 5x)e^{3x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$$

$$2) \quad y'' - 4y' + 4y = 2x^4 + x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

Вариант 25

1. Найти общие решения уравнений:

$$1) \quad y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$$

$$2) \quad y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$$

$$3) \quad y'' + 169y = \cos 13x$$

$$4) \quad y'' + 49y' = x^3 + 4x$$

$$5) \quad y''' + 3y'' + 2y' = (x+1)^2$$

$$6) \quad y''' + y'' - 6y' = (20x+14)e^{2x}$$

$$7) \quad x^2 \cdot y'' - 9x \cdot y' + 25y = 0$$

$$8) \quad x^2 \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = \sin(\ln x)$$

2. Найти частные решения уравнений:

$$1) \quad 4y'' + 7y' - 2y = (x-1)\cos 2x, \quad y(0) = -4, \quad y'(0) = 2$$

$$2) \quad y'' - 2y' + 5y = e^{-4x}(x^2 - x + 1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

4 СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Вариант 1

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -8x + 4y, \\ y' = 3x - 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 5x - 2y, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 6x + 5y, & x(0) = 0, \\ y' = -x + 2y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 6x + 4y + 2t, \\ y' = -x + 10y - 1. \end{cases}$$

Вариант 2

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -3x + 2y, \\ y' = 6x + y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x - 2y, \\ y' = 2x + 5y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 7x - 5y, & x(0) = 0, \\ y' = 2x + 5y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 8x - 9y + 3t, \\ y' = 7x - 8y + 2t. \end{cases}$$

Вариант 3

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -2x + 3y, \\ y' = -x - 6y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 7y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 2x + 5y, & x(0) = -2, \\ y' = -x + 4y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 9x - 8y - 2 \cos t, \\ y' = 10x - 9y + 3 \sin t. \end{cases}$$

Вариант 4

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 5x + 2y, \\ y' = -x + 2y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 7x - 2y, \\ y' = 2x + 3y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 9x + 8y, & x(0) = 0, \\ y' = -2x + 9y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 7x - 5y + t^2, \\ y' = 10x - 7y - 3t. \end{cases}$$

Вариант 5

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = -4x - y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = -3x + y, \\ y' = 9x + 3y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 8x + 4y, & x(0) = 0, \\ y' = -4x + 8y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 10x - 9y + \cos t, \\ y' = 11x - 10y - \sin t. \end{cases}$$

Вариант 6

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 9x - 2y, \\ y' = -5x + 6y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 4x - 9y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -5x - 8y, & x(0) = -1, \\ y' = 2x - 5y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 12x - 11y + t, \\ y' = 13x - 12y - t. \end{cases}$$

Вариант 7

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -5x + 5y, \\ y' = 2x - 8y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 10x - 4y, \\ y' = x + 6y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -3x + 4y, & x(0) = 0, \\ y' = -x - 3y, & y(0) = -1. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = x - y + 4 \cdot e^{2t}, \\ y' = -y + 6 \cdot e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 8

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 6x - 2y, \\ y' = -5x + 3y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = -x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = x - 2y, & x(0) = 0, \\ y' = 2x + y, & y(0) = 3. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 11x - 10y + t^2, \\ y' = 12x - 11y - t^2. \end{cases}$$

Вариант 9

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = x - 2y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 3x - y, \\ y' = 4x + 7y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - y, & x(0) = 2, \\ y' = x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 3x + 4y - e^{-3t}, \\ y' = 4x - 3y - e^{4t}. \end{cases}$$

Вариант 10

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -3x + 4y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = 9x + 4y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 3x - y, & x(0) = 5, \\ y' = 5x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 6x - 5y + 3e^{2t}, \\ y' = 7x - 6y - 3e^{-2t}. \end{cases}$$

Вариант 11

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 6x - 8y, \\ y' = -x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x - 4y, \\ y' = 4x - 7y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - 4y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x + 2y, & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 4x - 5y + 3t - 1, \\ y' = 3x - 4y + e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 12

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 3x - 4y, \\ y' = -2x + y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 7x - y, \\ y' = 4x + 3y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 2x + 5y, & x(0) = 1, \\ y' = -4x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = x + 2y + t^2 + t - 2, \\ y' = 4x - y - 2t^2. \end{cases}$$

Вариант 13

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 2x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 7x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -3x - y, & x(0) = 4, \\ y' = 5x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 3x + y + 5 \cos 3t, \\ y' = -5x - 3y - 2 \sin 3t. \end{cases}$$

Вариант 14

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 6x + 2y, \\ y' = 2x + 9y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = -7x - 4y, \\ y' = 4x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - 4y, & x(0) = 1, \\ y' = 4x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 5x + 3y - 6t + 7, \\ y' = -3x - 5y - e^t. \end{cases}$$

Вариант 15

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -3x + y, \\ y' = 4x - 6y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = -x + 5y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - 4y, & x(0) = -2, \\ y' = 5x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 4x - 3y + 5t + 8, \\ y' = 3x - 2y + \cos t. \end{cases}$$

Вариант 16

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = x - 2y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 6x + 4y, \\ y' = -x + 10y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - y, & x(0) = 2, \\ y' = x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = y + 2 \cdot e^t, \\ y' = x + t^2. \end{cases}$$

Вариант 17

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -3x + 6y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = 4x - 2y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -8x + 3y, & x(0) = 0, \\ y' = -3x - 2y, & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = y - 5 \cos t, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

Вариант 18

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = -6x - 4y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 3x - y, \\ y' = 4x - y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 5x + 2y, & x(0) = 3, \\ y' = 4x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 5x - 3y + 2 \cdot e^{3t}, \\ y' = x + y + 5 \cdot e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 19

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 8x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = 4x - 3y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -10x + 9y, & x(0) = 0, \\ y' = -x - 4y, & y(0) = 4. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = x + 2y + 16t \cdot e^t, \\ y' = 2x - 2y. \end{cases}$$

Вариант 20

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 7x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = -3x + 7y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 4x + 2y, & x(0) = 5, \\ y' = x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 4x - 3y + \sin t, \\ y' = 2x - y - 2 \cos t. \end{cases}$$

Вариант 21

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = x - 7y, \\ y' = -3x + 5y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = -5x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 5x + y, & x(0) = 0, \\ y' = -10x + 7y, & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = x - y + 8t, \\ y' = 5x - y. \end{cases}$$

Вариант 22

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 7x - 2y, \\ y' = -x + 3y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = x + 9y, \\ y' = x - 5y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 6x + 5y, & x(0) = -1, \\ y' = -2x + 4y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = x + 2 \cdot e^t. \end{cases}$$

Вариант 23

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 4x - 5y, \\ y' = -2x + 7y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 3x + 4y, \\ y' = -4x - 5y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = x + y, & x(0) = -2, \\ y' = -5x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = -5x + 2y + 40 \cdot e^t, \\ y' = x - 6y + 9 \cdot e^{-t}. \end{cases}$$

Вариант 24

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 2x - 2y, \\ y' = x + 5y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = -5x + 4y, \\ y' = -4x + 3y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = -2x - 4y, & x(0) = 0, \\ y' = 4x - 2y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = 4x - y - 5t + 1, \\ y' = x + 2y + t - 1. \end{cases}$$

Вариант 25

Найти решения линейных систем:

$$1) \begin{cases} x' = 7x - 4y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x' = 9x - 4y, \\ y' = 4x + y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x' = 6x - 2y, & x(0) = -2, \\ y' = 8x + 6y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x' = y - \cos 2t, \\ y' = -x + \sin 2t. \end{cases}$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ельцов, А.А. Практикум по интегральному исчислению и дифференциальным уравнениям: Учебное пособие [Электронный ресурс] / А.А. Ельцов, Т.А. Ельцова – Томск: ТУСУР, 2005. – 204 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/39> (дата обращения: 06.06.2024).

2. Ильин, В.А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – 3-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 324 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-09085-7. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/536012/p.1> (дата обращения: 20.05.2024).

3. Потапов, А.П. Математический анализ. Дифференциальное исчисление ФНП, уравнения и ряды : учебник и практикум для вузов / А.П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 379 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08280-7. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/537210> (дата обращения: 10.06.2024).