

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **ИНТЕГРАЛЬНАЯ И ВОЛНОВОДНАЯ ФОТОНИКА**

Методические указания к практическим занятиям  
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

2012

## **Шангин, Александр Сергеевич**

Интегральная и волноводная фотоника = Интегральная и волноводная фотоника: методические указания к практическим занятиям для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика» / А.С. Шангин; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 72 с.

В данном учебно-методическом пособии представлен справочный материал и рассмотрены решения задач по всем разделам курса. В конце каждого раздела помещены вопросы и задачи для самостоятельной проработки, аналогичные включены в контрольные работы.

Пособие предназначено для студентов очной формы, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» по дисциплине «Интегральная и волноводная фотоника».

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлек-  
троники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

## ИНТЕГРАЛЬНАЯ И ВОЛНОВОДНАЯ ФОТОНИКА

Методические указания к практическим занятиям  
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

Разработчик  
\_\_\_\_\_ А.С. Шангин  
\_\_\_\_\_ 2012 г

2012

## Содержание

1 Введение .....	5
2. Цели и задачи дисциплины.....	5
3 Полупроводниковые лазеры .....	6
3.1 Основные понятия .....	6
3.2 Некоторые расчетные соотношения, используемые в технике ОКГ .....	16
3.3 Примеры решения типовых задач .....	21
3.4 Вопросы и задачи для самостоятельного решения .....	34
4 Фотоприемники.....	45
4.1 Параметры и характеристики фотоприемников .....	45
4.2 Примеры решения типовых задач.....	50
4.3 Задачи для самостоятельного решения .....	58
5 Расчет параметров оптического волокна .....	62
5.1 Основные теоретические сведения .....	62
5.2 Примеры решения типовых задач.....	69
5.3 Задачи для самостоятельного решения .....	70
6 Варианты контрольных работ .....	73

## 1 Введение

В данном учебно-методическом пособии представлен справочный материал и рассмотрены решения задач по всем разделам курса. В конце каждого раздела помещены вопросы и задачи для самостоятельной проработки, аналогичные включены в контрольные работы.

## 2. Цели и задачи дисциплины

Цель курса – сформировать у студентов умения и навыки в области волноводной фотоники для дальнейшего использования их при разработке и эксплуатации приборов и устройств современной интегральной и волноводной фотоники.

Студент должен получить базовые знания в области волноводной фотоники, включая физические принципы построения элементов и систем интегральной оптики, оптику планарных волноводов, физические эффекты и явления в волноводных структурах, конструирование и расчет пассивных и активных интегрально-оптических элементов и устройств фотоники.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные принципы и методы исследования, разработки и производства устройств и систем фотоники и оптоинформатики, а также оптических материалов и элементов;

- технологические процессы и основные виды оборудования для производства устройств и систем фотоники и оптоинформатики;

- фундаментальные основы волноводной оптики, свойства и характеристики световых полей, основные законы и модели распространения света, взаимодействие света с веществом и формирования оптических изображений.

Уметь:

- обоснованно планировать направление своей деятельности в области фотоники и оптоинформатики на основе анализа научно-технической литературы;

- анализировать информацию о новых приборах и устройствах интегральной и волноводной фотоники.

Владеть:

- методами оценки технико-экономической эффективности исследований, проектов, технологических процессов и эксплуатации новых приборов и систем фотоники и оптоинформатики;

- навыками анализа научно-технической литературы, проведения поисковых исследований и подготовки отчетов, презентаций, научных публикаций по результатам проведенного анализа и выполненных исследований.

## 3 Полупроводниковые лазеры

### 3.1 Основные понятия

В полупроводниковых лазерах используется инверсия населенностей, получаемая в полупроводниках с одним или различными типами проводимости (р-п- переход). В полупроводниках возможны следующие методы получения инверсии населенностей: инжекция носителей через р-п-переход (инжекционные лазеры), электронная и оптическая накачка. Наибольшее распространение получил метод инжекции носителей, а инжекционные п/п лазеры получили наибольшее распространение в силу своей простоты, надежности и высокого КПД.

Инжекционные лазеры. Распространенным является возбуждение полупроводника постоянным током, осуществляющим инжекцию электронов (е) и дырок (р) в область р-п-перехода полупроводникового диода, которые создаются путем образования внутри единого монокристалла нужного распределения донорной ( $N_d$ ) и акцепторной примесей ( $N_a$ ). Если эти примеси полностью ионизированы, то в левой части кристалла, где велика концентрация акцепторов, доминирует дырочная проводимость с концентрацией основных носителей  $P \approx N_a - N_d$ . В правой части кристалла преобладает электронная проводимость с концентрацией основных носителей  $n \approx N_d - N_a$ .

В переходном слое концентрации примесей резко изменяются по толщине слоя.

Если к переходу приложено прямое напряжение, то через переход течет прямой (положительный) ток. При этом дырки, пришедшие в п-область, и электроны, пришедшие в р-область, становятся неосновными носителями, они должны рекомбинировать с соответствующими им основными носителями. Так как время жизни носителей по отношению к рекомбинации ( $\tau_s \ll \tau_p$ ) конечно и рекомбинация происходит не сразу, поэтому вдоль по току в некотором объеме за пределами перехода концентрации электронов в р-области и дырок в п-области превышают их равновесные значения  $n_p$  и  $p_n$  в этих областях. Для компенсации объемного заряда из подводящих ток электродов в этот объем поступают в п-область электроны, а в р-область – дырки. В результате концентрация носителей двух типов по обе стороны увеличивается, т.е. вблизи перехода возникает квазинейтральная область повышенной проводимости.

В приближении малой по сравнению с длиной диффузии электронов и дырок толщины перехода концентрация инжектированных носителей на границах р-п-перехода составляет для невырожденных полупроводников:

$$n = n_p \cdot \exp\left[\frac{e \cdot U}{kT}\right], \quad p = p_n \cdot \exp\left[\frac{e \cdot U}{kT}\right], \quad (3.9)$$

где  $U$  - падение напряжения на переходе.

При  $T=300\text{ К}$   $e/kT \approx 40\text{ В-1}$ . Поэтому небольшое напряжение сильно меняет концентрацию неосновных носителей на границах р-п-перехода. При  $U \approx 0,25\text{ В}$  изменение составляет  $e^{10} \approx 10^4$  раз.

При инжекции носителей, когда на р-п-переход подается напряжение  $U$ , равновесие нарушается. Сдвиг запрещенных зон в р-п-областях по отношению друг к другу уменьшается на величину  $eU$ . Уровень Ферми разбивается на квазиуровни Ферми для дырок ( $F_p$ ) и электронов ( $F_n$ ). Квазиуровни Ферми в окрестности перехода существенно отличаются друг от друга. Вблизи перехода  $F_p - F_n = eU$ . В невырожденном, т.е. слабо легированном полупроводнике, даже при сильной инжекции неосновных носителей трудно раздвинуть квазиуровни Ферми  $F_p$  и  $F_n$  так, чтобы выполнялось условие:

$$F_p - F_n = E_g. \quad (3.10)$$

Только в сильно вырожденных кристаллах возможно выполнение этого условия.

$$\begin{aligned} \exp\{(E-F)/kT\} \gg 1 & - \text{нет вырождения;} \\ \exp\{(E-F)/kT\} \approx 1 & - \text{слабое вырождение;} \\ \exp\{(E-F)/kT\} \ll 1 & - \text{сильное вырождение.} \end{aligned}$$

Уровень Ферми должен лежать внутри зоны проводимости или валентной зоны.

Накачка в инжекционных лазерах осуществляется импульсами тока длительностью от нескольких микросекунд до нескольких десятых долей микросекунд. Напряжение прикладывается в прямом направлении. Частота повторения импульсов – приблизительно сотни кГц.

### Основные параметры и характеристики полупроводниковых лазеров. Спектральные свойства

Для продольной моды резонатора длина пробега световой волны в резонаторе туда и обратно равна целому числу длин волн. Если  $N$  порядок моды, то для этой моды имеем

$$N\lambda_N = 2nL,$$

где  $n$  - коэффициент преломления среды,  $L$  - длина резонатора,  $\lambda_N$  и  $\nu_N$  - длина и частота стоячей волны в резонаторе.

Для следующей соседней моды порядка  $N+1$  с длиной волны  $\lambda_{N+1}$  аналогично можно записать  $(N+1)\lambda_{N+1} = 2nL$ . Интервал между соседними модами определяется выражением  $\Delta\nu_N = \frac{c}{2Ln}$ . Так, при  $\lambda = 0,9\text{ мкм}$ ,  $n = 3,6$  и  $L = 300\text{ мкм}$  интервал между модами составляет  $\Delta\lambda = 0,4\text{ нм}$ . Обычно ширина спектральной линии много больше интервала между частотами соседних мод резонатора. В этом случае в пределах ширины спектральной линии среды размещается несколько продольных мод. Имеется ряд причин, по которым энергия фотона когерентного излучения полупроводникового лазера отлича-

ется от  $\Delta E$ . Более того, энергия непостоянна даже у лазерных диодов, изготовленных из одного материала, и зависит от легирования, способа изготовления и добротности резонатора. Для характеристики спектральных свойств лазера важно выяснить, какая происходит эволюция спектра при увеличении тока накачки. Для того чтобы установить спектральный интервал, можно воспользоваться спектрально-пороговой характеристикой. Такая характеристика представляет собой взаимосвязь между энергией фотона (или длиной волны) и пороговой плотностью тока. Поскольку пороговый ток определяется добротностью резонатора, эта характеристика дает в неявном виде спектральную зависимость максимального усиления.

При превышении порогового значения плотности тока накачки спектр излучения обогащается новыми типами колебаний, причем обычно генерация становится многомодовой, если и не самом пороге генерации, то при весьма значительном превышении (на несколько процентов). Несмотря на использование полосковой геометрии в ЛД, число генерируемых мод все-таки достаточно велико. Исключения представляют специальные селективные резонаторы, а также резонаторы очень малых размеров.

Влияние температуры на изменения частоты излучения. Оно связано, во-первых, с зависимостью показателя преломления от температуры, что приводит к изменению резонансных мод интерферометра Фабри-Перо. Последнее определяется соотношением

$$\frac{dE_m}{dT} = \left( \frac{n_0 - n}{n_0} \right) \cdot \frac{dE_q}{dT},$$

где  $E_m$  - энергия фотонов, соответствующая частоте  $m$ -го типа колебаний;

$n_0$  - показатель преломления при  $T = 0^\circ \text{K}$ ;

$$n = n_0 + v \frac{dn}{dv}; \quad E_q \equiv \Delta E, \text{ где } E_q = E_q(0) + \beta T^2, \text{ а } \beta = -1,21 \cdot 10^{-6} \frac{\text{эВ}}{^\circ \text{K}^2},$$

с учетом этого 
$$\frac{dE_m}{dT} = -2,42 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{(n_0 - n)T}{n_0} \right] \frac{\text{эВ}}{^\circ \text{K}}.$$

Для ОКГ на арсениде галлия изменение частоты имеет вид

$$\frac{dv}{dT} = 595 \left[ \frac{(n_0 - n) \cdot T}{n_0} \right] \frac{\text{мГц}}{^\circ \text{K}}. \quad (3.11)$$

Следовательно, для получения стабильной частоты излучения желательно работать при низкой и постоянной температуре.

Во-вторых, при изменении температуры изменяется ширина запрещенной зоны и область усиления сдвигается по шкале частот, причем этот сдвиг происходит в ту же сторону, но быстрее, чем сдвиг мод резонатора. Это приводит к скачкообразному изменению мод при импульсном режиме работы. Во

время импульса температура полупроводника меняется и изменяется частота излучения. Генерация на данной моде будет происходить до тех пор, пока усиление на данной моде будет превосходить потери. Когда из-за сдвига запрещенной зоны это условие нарушится, медленное изменение частоты должно превратиться в скачкообразное. Излучение будет происходить на другой моде, характеризующейся превышением усиления над потерями при измененной запрещенной зоне. Из условия частотного интервала между модами можно найти

$$\Delta E_m = \frac{hc}{2Ln_0}, \text{ где } L \text{ длина резонатора.} \quad (3.12)$$

Увеличение температуры из всего вышеописанного можно определить как

$$\Delta T = \frac{1,24 \cdot 10^{-4}}{4n_0\beta TL}, \text{ } ^\circ\text{K.} \quad (3.13)$$

Пороговая плотность тока. Для возникновения индуцированного излучения необходимо, чтобы потери энергии на поглощение компенсировались усилением. Выполнение этого условия характеризуется минимальным значением плотности тока, необходимого для перевода генератора на полупроводниковом диоде в режим когерентного излучения. Причем пороговая плотность тока сильно зависит от температуры. Так например, при изменении температуры от 4,2 до 125  $^\circ\text{K}$  величина плотности энергии возрастает в 25 раз. При высоких температурах изменения плотности порогового тока ( $J_{\text{пор}}$ ) пропорциональны  $T^3$ . При комнатной температуре в гомогенных лазерах пороговый ток достигает плотности  $10^5 \text{ A/см}^2$ . При температуре  $\rightarrow 0 \text{ } ^\circ\text{K}$   $J_{\text{пор}}$  может быть рассчитана по формуле:

$$J_{\text{пор}}(0) = \frac{8\pi 10^{-4} e n^2 E^2 \Delta E \cdot d \cdot \gamma}{\eta_{\text{вн.}} c^2 h^3} \left( \alpha + \frac{20}{L} \lg \frac{1}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \right), \quad (3.14)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $E$  – энергия перехода,  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны,  $h$  – постоянная планка,  $c$  – скорость света,  $\alpha$  – внутренние потери,  $\eta_{\text{вн}}$  – внутренний квантовый выход излучения,  $\gamma$  – некоторый множитель, зависящий от формы спектра и степени вырождения (т.е., в конечном счете, от формы энергетического спектра и от температуры),  $r_1$  и  $r_2$  – коэффициенты отражения от зеркал,  $n$  – плотность электронов,  $L$  – длина резонатора,  $d$  – толщина перехода.

При увеличении температуры пороговая плотность тока растет, причем эта зависимость может быть рассчитана:

$$J_{\text{пор}}(T) = J_{\text{пор}}(0) \exp\left(\frac{kT}{\varepsilon_0}\right), \quad (3.15)$$

где  $\varepsilon_0$  – характеристическая константа распределения плотности.

Для комнатной температуры оптимальное  $\varepsilon_0$  выходит за пределы доступного интервала. Если включить в рассмотрение еще один параметр – толщину активного слоя  $d$ , который в гетероструктурах является управляемым, то для комнатной температуры может быть найден другой оптимум слабого легирования, соответствующий малой толщине активного слоя и высокому значению концентрации избыточных носителей тока. Расчеты показали возможность снижения  $J_{\text{пор}}$  при  $300^\circ\text{K}$  до примерно  $500 \text{ A}/\text{cm}^2$  при весьма малой толщине активного слоя.

Резимируя анализ влияния энергетического спектра на пороговый ток лазера, можно сказать, что сильное легирование плотности состояний дает преимущество приборам, работающим при низкой концентрации избыточных носителей тока. Оно не имеет значения в лазерах, работающих при высокой концентрации избыточных носителей тока, таких как большинство гетеролазеров.

Для описания зависимости  $J_{\text{пор}}$  от  $d$  в GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As ДГС лазерах можно воспользоваться формулой

$$J_{\text{пор}} \left( \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \right) = \frac{J_0 \cdot d}{\eta} + \frac{d}{\eta \Gamma \beta} \cdot \left( \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right), \text{ где в области значительного усиления;}$$

$$q_{\text{max}} = \beta (J_{\text{ном}} - J_0) \quad \text{где} \quad J_0 = J_{\text{ном}} \quad \text{при} \quad \beta = 1 \quad \text{и} \quad q_{\text{max}} = 0;$$

$\Gamma$  – коэффициент оптического ограничения.

Расходимость лазерного излучения. Высокую направленность излучения и возможность фокусировки излучения в пятно чрезвычайно малых размеров обуславливает пространственная когерентность пучка. Направленность излучения характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Чем меньше телесный угол, тем больше направленность излучения. Часто в качестве параметра ОКГ применяется не телесный, а плоский угол расхождения пучка. Теоретически плоский угол расхождения пучка можно определить как угол дифракции на выходном отверстии. Так как размеры резонатора полупроводниковых лазеров малы, то дифракционная расходимость даже идеального лазера будет достаточно большой. Углы дифракционной расходимости в вертикальной  $\theta_v$  и горизонтальной  $\theta_r$  плоскостях равны

$$\theta_v = \frac{\lambda}{t} \quad \text{и} \quad \theta_r = \frac{\lambda}{d}, \quad (3.16)$$

где  $t$  – ширина активного слоя, а  $d$  – его толщина.

Детальное знание картины угловой расходимости и ширины лазерного излучения весьма важно для правильного применения полупроводниковых ОКГ. Распределение в дальней зоне лазера характеризует распределение поля внутри волновода.

Рассмотрим влияние толщины активного слоя на направленность излучения. Малая толщина диэлектрического волновода, образующегося около активного слоя, позволяет исключить возбуждение поперечных типов колебаний.

При больших  $W$  (приведенная толщина волновода) легко возбуждаются невыгодные для коллимирования поперечные типы колебаний высокого порядка, диаграмма направленности которых имеет много лепестков сравнимой интенсивности. Критическое значение толщины волновода составляет в лазерах на гомопереходах и в ОГС на GaAs около 1,5 мкм. В ДГС оно может быть меньше микрона.

Для одномодового инжекционного лазера хорошим приближением является гауссово распределение в пучке, для которого справедливо выражение

$$\Delta v = 2 \arctg \left[ \left( \frac{2}{kW} \right)^2 + (W / R_x)^2 \right]^{1/2},$$

где  $W$  - ширина излучающего пятна,  $R_x$  - радиус кривизны волнового фронта на зеркале,  $k$  - волновой вектор.

Вольт-амперная характеристика. Вольт-амперная характеристика описывает обычный диффузионный ток в гомопереходе. В гетеропереходе диффузионный ток определяется главным образом инжекцией из широкозонного в узкозонный полупроводник. Этот диффузионный ток, инжектированный в активную область, поддерживает излучательную рекомбинацию, необходимую для вынужденного излучения.

В идеальной модели, описывающей вольт-амперную зависимость, делаются следующие предположения: обедненный слой пространственного заряда имеет резкие границы, так что вне обедненного слоя полупроводник считается нейтральным; концентрации носителей могут быть представлены с помощью экспоненциального приближения функции Ферми-Дирака; концентрации неосновных носителей малы по сравнению с концентрациями основных носителей; в обедненной области нет токов генерации или рекомбинации, так что токи электронов и дырок постоянны в этой области. Уравнение, определяющее величину диффузионного тока, имеет вид:

$$I = I_0 \exp(eV_a / 2kT), \quad (3.17)$$

где  $I_0 = (eD_n n_i / L_n) s$ ,  $\exp(eV_a / 2kT)$  по сравнению с  $\exp(eV_a / kT)$

И в этом случае ток меняется с напряжением как для случая слабого возбуждения. В этих формулах:  $V_a$  - напряжение смещения,  $n_i$  - концентрация электронов,  $D_n$  - коэффициент диффузии электронов,  $L_n$  - длина диффу-

зии электронов,  $s$  – площадь поперечного сечения торца полупроводникового элемента.

Добротность резонатора в полупроводниковом лазере. Одной из самых основных характеристик резонатора является его добротность. Здесь потери энергии в резонаторе делятся на потери за счет связи с нагрузкой и потери, обусловленные неидеальностью резонатора. Добротность, учитывающая потери на зеркалах и дифракционные потери, определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1 - R + \frac{\lambda L}{D^2})}, \quad (3.18)$$

где  $R$  – коэффициент отражения от зеркал,  $L$  – длина резонатора,  $D$  – размер торца полупроводникового элемента.

Зная добротность резонатора, можно определить ширину резонансной кривой:

$$\Delta\nu_p = \frac{\nu_0}{Q}, \quad (3.19)$$

где  $\nu_0$  – резонансная частота.

Как уже отмечалось, ширина спектральной линии среды больше ширины резонансных линий. При наличии в резонаторе активной среды происходит компенсация потерь, что эквивалентно увеличению добротности и уменьшению ширины резонансной кривой  $\Delta\nu_p$  до величины  $\delta\nu$ . В случае генерации одной моды с частотой  $\nu_0$  ширина линии лазерного излучения может быть определена по формуле

$$\delta\nu_T = \frac{8\pi h\nu_0}{P} \Delta\nu_p^2, \quad (3.20)$$

где  $P$  – излучаемая мощность.

Теоретическое значение ширины излучения оказывается чрезвычайно малым. Однако в реальных условиях из-за акустических воздействий и колебаний температуры наблюдается нестабильность размеров резонатора, приводящая к нестабильности собственных частот резонатора и, следовательно, частот линий лазерного излучения, содержащего несколько линий излучения. Таким образом, можно ввести параметр монохроматичности ( $M$ ):

$$M = \frac{\delta\nu}{\nu_0} \text{ или } M = \frac{\delta\nu_{oc}}{\nu_0}. \quad (3.21)$$

Важным параметром для многих применений является длина когерентности, определяемая следующим выражением:

$$L_{\text{ког}} \approx \frac{c}{\Delta\nu} \approx c \cdot \tau, \text{ где } \tau = \frac{1}{2\pi\delta\nu}. \quad (3.22)$$

Мощность излучения полупроводниковых лазеров. Неосновные носители тока, инжектированные через р-п-переход, могут рекомбинировать как излучательным, так и безизлучательным способом. Рекомбинационное излучение может взаимодействовать с валентными электронами и поглощаться ими или взаимодействовать с электронами зоны проводимости и вызывать испускание идентичного фотона. Когда концентрация инжектированных носителей становится достаточно высокой, уровень вынужденного излучения может превысить уровень поглощения, в результате чего возникает оптическое усиление. Для возникновения генерации необходима положительная обратная связь. Эта обратная связь создается обычно за счет пары сколотых граней, перпендикулярных оси волновода. Генерация возникает тогда, когда усиление за один проход излучения между такими, полученными сколом, зеркалами сравнивается с суммой всех потерь на том же пути. Внутренние потери  $\alpha$  обычно обусловлены поглощением на свободных носителях и рассеянием на оптических неоднородностях. Поскольку полезный выход излучения во внешнюю среду может быть сосредоточен на концах резонатора или распределен по его длине, следует рассматривать разные варианты выполнения резонатора. Если выходной поток направлен вдоль оси резонатора, то в простейшем случае резонатора Фабри-Перо применима функция выхода  $f(\alpha, L) = [1 - 2\alpha L / \ln r_1 r_2]^{-1}$ .

При выводе этой формулы допущено, что коэффициент усиления постоянен по длине резонатора  $L$ . При этом мощность, снимаемая с элемента длины, изменяется вдоль оси резонатора. Видно, что эта функция убывает с ростом произведения  $\alpha L$ , так что при  $L > L_0 = 1/\alpha$  внутренние потери ( $\alpha$ ) существенно ограничивают К.П.Д. лазера. Это обстоятельство не позволяет снизить порог генерации за счет увеличения длины резонатора: при  $L > L_0$  порог стремится к постоянному значению, а  $f(\alpha, L)$  монотонно убывает. Физическая причина этого убывания состоит в том, что с ростом  $L$  усиление приближается к уровню внутренних потерь, в то время как доля внешних потерь уменьшается. Рассеяние света на внутренних дефектах полупроводника можно трактовать как некоторое поглощение на некоторой эффективной длине пути  $L$ . Этим потерям соответствует обратная добротность  $\frac{1}{Q_s} = \frac{\lambda}{2\pi L}$ .

Если учитывать дифракционные потери, боковое излучение, непараллельность граней, то полная обратная добротность равна сумме обратных парциальных добротностей

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda(1-R)}{2\pi L} + \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\beta}{2LD}}, \quad (3.23)$$

где  $\beta$  - коэффициент, учитывающий непараллельность зеркал.

При слишком малой добротности велика пороговая накачка и связанные с ней потери. Оптимизация параметров лазера для получения макси-

мальной эффективности преобразования мощности накачки в мощность когерентного излучения соответствует нахождению компромисса между противоречивыми требованиями к величине связи резонатора с внешней средой. Мощность излучения лазера  $P$  можно представить в следующем виде:

$$P = \frac{I - I_0}{e} \cdot h\omega \frac{\frac{1}{L} \ln 1/R}{\frac{1}{L} \ln 1/R + \alpha}, \quad (3.24)$$

где  $\alpha$  - внутренние потери,  $I_0$  – пороговый ток.

Светоизлучающие диоды. В светодиодных системах связи наряду с лазерным диодом широко используются светоизлучающие диоды.

Принцип работы светодиода, образование инверсии населенностей полностью схожи с лазерными диодами. Лишь особенности конструкции светодиода, обуславливающие отражение света внутри прибора от металлизированных поверхностей его наружных граней, формирование его активной зоны и т.д. могут обеспечить создание в диоде «окон», через которые будет выходить наружу наибольшая часть генерируемого в приборе излучения.

Процесс рекомбинации носителей при проникновении их в р-область происходит по экспоненциальному закону:  $\Delta n = \Delta n_0 \exp(-t / \tau)$ , где  $\tau$  – время жизни неравновесных носителей.

Это время обусловлено двумя процессами: рекомбинацией носителей, сопровождающейся излучением, и рекомбинацией носителей, обусловленных безызлучательными механизмами (рекомбинация на дефектах структуры, неконтролируемых примесях и др.)  $\tau$ , причем для генерации излучения такой носитель потерян. Следует отметить, что у хороших светодиодов  $1/\tau$  должно быть мало.

В качестве примера определим частоту, на которой работает светодиод на GaAs. Примем коэффициент диффузии ( $D$ ) равным 80, площадь отражающей поверхности  $s = 5 \cdot 10^3$  см<sup>2</sup>, время жизни неосновных носителей  $\tau_{\text{эф}} = 10^{-8}$ . Знание времени жизни позволяет оценить диффузионную длину ( $L_d$ ), так как  $L_d = (D\tau_{\text{эф}})^{1/2}$ . Диффузионная длина равна 1 мкм,  $\Delta\omega\tau_{\text{эф}} = 1$ , тогда  $\Delta\omega \cdot 10^{-8} = 1$ . Отсюда  $f = 15$  МГц. Реально светоизлучающие диоды работают на частотах  $f = 20 - 25$  МГц.

Особенностью работы СИД является использование для генерации спонтанного излучения.

Энергия выделяющихся фотонов равна:

$$\Delta E_g = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значение  $h$ ,  $c$ , а также зная, что  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж, можно определить  $\Delta E$  в эВ, необходимую для получения излучения  $\lambda$

(в мкм). Для получения видимого излучения  $\lambda=0,38 - 0,78$  мкм полупроводник должен иметь  $\Delta E > 1,7$  эВ.

Германий и кремний не пригодны для изготовления светодиодов, так как у них ширина запрещенной зоны слишком мала. Светодиоды обычно изготавливаются из фосфида галлия (GaP) и карбида кремния (SiC), а также некоторых тройных соединений Ga, Al и мышьяка (GaAlAs) или (GaAsP).

С точки зрения применения светодиодов, свойства их характеризуются длиной волны излучения  $\lambda_{\max}$ , полушириной спектра  $\Delta\lambda$ , мощностью излучения  $P_{\text{вых}}$  (при заданном токе накачки  $I_n$ ), предельной частотой и диаграммой направленности.

Выходная мощность светодиода пропорциональна току инжекции ( $I_n=100-400$  мА) и при больших токах испытывает насыщение:

$$P_{\text{вых}} \sim h\nu\eta_{\text{вн}} I_n \cdot (1 / 1 + j\omega\tau_{\text{эф}}).$$

Физически излучательная способность светодиода характеризуется внутренней эффективностью  $\eta_{\text{вн}}$  (отношение числа рожденных в базе фотонов к числу инжектированных в неё носителей) и внешней  $\eta_{\text{внеш}}$  (отношение числа фотонов, испущенных диодом, к полному количеству носителей заряда, протекающих через него).

Время жизни неосновных носителей ( $\tau_{\text{эф}}$ ) можно определить из соотношения  $1/\tau_{\text{эф}} = 1/\tau_n + 2s/d$ , где  $\tau_n$  - время жизни неосновных носителей за период излучательной и безизлучательной рекомбинации,  $\omega$  - частота изменения тока. С ростом частоты изменение тока  $P \sim P_0$  падает. При  $\omega\tau = 1$  излучение  $P \sim$  падает в  $\sqrt{2}$  раза. Обычно для светодиодов определяют  $\omega_{\max} = 1/\tau$  ( $f_{\max} = 1 / 2\pi\tau$ ). Так, для поверхностного типа светодиодов  $f_{\max} = 95$  МГц, для торцевых –  $f_{\max} = 100$  МГц.

Типичная для светодиодов эффективность излучения, характеризующая зависимость отношений мощности на выходе, составляет 500 мкВт/мА. Генерируемый светодиодами свет не поляризован; спектр излучения непрерывный; типичное значение полуширины спектра для светодиода, генерирующего свет с длиной волны 1,3 мкм, почти в два раза больше, чем для светодиода с  $\lambda = 0,85$  мкм.

Срок службы выпускаемых в настоящее время светодиодов от  $10^4$  до  $10^5$  часов. Это является достаточным для их использования при построении передающих оптических модулей.

Исключительно важной особенностью светоизлучающих диодов является присущая им деградация - постоянное уменьшение мощности излучения при длительном пропускании через прибор прямого тока. Обычно с ростом  $I_n$  увеличивается энергия деградации ( $E_{\text{дег}}$ ). При повышении температуры на 1 градус Цельсия  $P_{\text{изл}}$  светодиодов уменьшается на 2% .

### 3.2 Некоторые расчетные соотношения, используемые в технике ОКГ

Зависимость мощности (энергии) излучения от параметров ОКГ. Связь между выходной мощностью (или энергией в импульсе) ОКГ и его конструктивными параметрами получают решением уравнения переноса двух встречных потоков, распространяющихся в активной среде.

С учетом потерь изменение плотности потока  $E$  при его распространении вдоль оси  $z$  можно описать следующим уравнением:

$$dE = (\chi - \delta)Edz, \quad (3.25)$$

где  $\chi$  - показатель усиления;  $\delta$  - показатель распределенных потерь в рассматриваемой среде.

Зная плотность потока у выходного зеркала и его коэффициент пропускания  $\tau$ , легко найти величину излучаемой мощности:

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)} \left[ \frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}} - 1 \right], \quad (3.26)$$

где  $P$  - выходная мощность генерации;  $\tau$  - коэффициент пропускания выходного зеркала;  $\sigma$  - эффективное сечение среды;  $\eta$  - параметр насыщения;  $\rho$  - коэффициент отражения выходного зеркала;  $\chi_0$  - ненасыщенный показатель усиления среды;  $l$  - эффективная длина активного элемента;  $\delta$  - показатель распределенных потерь в среде (рассеяние);  $\rho_0$  - коэффициент отражения глухого зеркала.

Рассмотрим пороговые условия генерации. Нетрудно видеть, что выражение (3.26) дает положительные значения мощности только при условии

$$\left[ \chi_0 - \delta - \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2} \right] > 0, \quad (3.27)$$

поскольку все параметры, входящие в него, положительны и коэффициенты отражения меньше единицы. Условие (3.27) определяет порог генерации.

Рассмотрим несколько примеров использования порогового условия для анализа работы ОКГ.

Пример 1. Пусть имеется активный кристалл длиной 5 см, на котором было замерено полуторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки. Показатель рассеяния равен  $0,02 \text{ см}^{-1}$ . Можно ли получить генерацию на таком кристалле при использовании зеркал с коэффициентами отражения  $\rho_0 = 0,8$  и  $\rho = 0,5$ ?

Сравним усиление с потерями за один проход волны. В результате однократного отражения излучения на зеркалах в резонаторе остается относительная величина потока, равная  $\rho\rho_0$ . Поскольку однократному отражению на каждом зеркале соответствует два перехода, то условие возникновения генерации соответствует неравенству

$$K_0^2(\rho_0 \cdot \rho) > 1, \quad (3.28)$$

где  $K_0$  - ненасыщенный коэффициент усиления. В нашем случае  $K_0 = 1,5$ ;  $\rho\rho_0 = 0,4$ , поэтому генерация невозможна, ибо потери не компенсируются усилением:

$$1,5^2 \cdot 0,4 = 0,9 < 1.$$

Найдем показатель усиления среды. В линейном режиме работы

$$K_0 = \exp[(\chi_0 - \delta) \cdot l]. \quad (3.29)$$

Отсюда

$$(\chi_0 - \delta) = \frac{1}{l} \ln K_0 = \frac{\ln 1,5}{5} \approx 0,08 \text{ см}^{-1};$$

поскольку  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$ , то  $\chi = 0,10 \text{ см}^{-1}$ .

Используя пороговое условие (3.13)

$$0,08 - \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0,4}} = -0,01 < 0,$$

получим, что генерация в таком кристалле возникнуть не может.

Пример 2. Можно ли добиться генерации, выбирая более длинные кристаллы с теми же параметрами среды и отражающих покрытий (см. пример 1)?

Из (3.27) следует, что минимальная длина среды, при которой возникает генерация, равна

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{\chi_0 - \delta} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \quad (3.30)$$

В нашем случае

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{0,8} \cdot 0,457 \approx 5,7 \text{ см.}$$

Следовательно, необходимо выбирать кристаллы длиной более 5,7 см.

Пример 3. Предположим, что по конструктивным соображениям длину кристалла увеличивать нежелательно. Можно ли на кристаллах (см. пример 1) получить генерацию, уменьшив показатель рассеяния среды?

Из (3.27) следует, что минимальная величина разности –

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \quad (3.31)$$

В нашем случае

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{5} \cdot 0,457 = 0,091.$$

В первом случае  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$  и  $(\chi_0 - \delta) = 0,08 \text{ см}^{-1}$ . Следовательно, если уменьшить показатель рассеяния до величины меньшей, чем  $0,009 \text{ см}^{-1}$ , можно получить генерацию на кристалле длиной 5 см.

Из (3.26) следует, что мощность генерации возрастает с увеличением ненасыщенного показателя усиления  $\chi_0$  и уменьшается с увеличением параметра насыщения рабочего перехода  $\eta$ . Максимально возможное значение мощности генерации получается, если положить  $l \rightarrow \infty$  в выражении (3.26):

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)} \left[ \frac{\chi_0}{\delta} - 1 \right]. \quad (3.32)$$

Если основной характеристикой является КПД прибора, то длина должна быть такой, чтобы обеспечить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла. В этом случае оптимальная длина находится из условия:

$$l_{\text{опт}} = \frac{\ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}}{\sqrt{\chi_0 \delta} - \delta}. \quad (3.33)$$

Для рассмотренного примера 1

$$l_{\text{опт}} = \frac{0,457}{\sqrt{0,1 \cdot 0,02} - 0,02} = 18,5 \text{ см.}$$

Обратимся к зависимости мощности генерации от параметров выходного зеркала  $\rho$  и  $\tau$ . Из выражения (3.26) видно, что коэффициент отражения выходного зеркала не должен быть меньше некоторого минимального значения:

$$\rho_{\text{мин}} = \frac{1}{\rho_0} \exp[-2(\chi_0 - \delta)l]. \quad (3.34)$$

При  $\rho < \rho_{\text{мин}}$  генерация не возбуждается. Но при очень плотных зеркалах выход мощности из резонатора очень мал; в предельном случае, когда  $\rho=1$  и, следовательно,  $\tau=0$ , выходная мощность равна нулю.

С ростом потерь в резонаторе мощность генератора падает. Обычно интересуются зависимостью мощности излучения от какого-либо одного вида потерь на глухом зеркале. При этом, очевидно, в общей величине потерь будут присутствовать переменная  $\alpha$  и постоянная  $\alpha_0$  компоненты. Зависимость мощности излучения от переменной компоненты потерь можно записать так:

$$P_0 = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[ \frac{2\chi_0 l}{(\tau + \alpha_0) + \alpha} - 1 \right], \quad (3.35)$$

где  $\alpha$  - коэффициент анализируемых потерь. Генерация срывается при значении  $\alpha$ , равном

$$\alpha_{\text{пор}} = 2\chi_0 l - \tau - \alpha_0. \quad (3.36)$$

При очень малых значениях  $\tau$  мощность генерации растет приблизительно пропорционально  $\tau$ :

$$P = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[ \frac{2\chi_0 l}{\alpha} - 1 \right]. \quad (3.37)$$

Затем рост мощности замедляется, функция  $P(\tau)$  имеет максимум при некотором оптимальном значении коэффициента пропускания и, наконец, падает до нуля.

Оптимальное значение легко находится приравниванием к нулю производной  $dP/d\tau$ . Таким образом, для случая малых усилений

$$\tau_{\text{опт}} = \sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha. \quad (3.38)$$

Оптимальная величина мощности получается, если подставить значение в исходное выражение (3.37):

$$P_{\text{max}} = \frac{c}{2\eta} \left( \sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha \right) \left( \sqrt{\frac{2\chi_0}{\alpha}} - 1 \right). \quad (3.39)$$

Пространственные характеристики излучения ОКГ. Характеристики излучения ОКГ в значительной степени определяются резонатором.

В резонаторе, составленном из плоских зеркал ( $L/R \ll 1$ ) с прямоугольной апертурой, нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях для моды  $TEM_{mn}$  определяется выражением:

$$I_{mn}(x, y) = H_m^2 \left( \sqrt{2} \frac{x}{\omega} \right) H_n^2 \left( \sqrt{2} \frac{y}{\omega} \right) \exp \left( -2 \frac{x^2 - y^2}{\omega^2} \right), \quad (3.40)$$

где  $x$  и  $y$  - текущие прямоугольные координаты в сечении пучка;  $\omega$  - параметр, характеризующий масштаб распределения (расстояние от оси пучка до той точки, где интенсивность в сечении основной моды уменьшается в  $e^2$  раз (амплитуда в  $e$  раз, его еще называют «размером пятна»),  $H_m$  и  $H_n$  - полиномы Эрмита порядка, соответствующего индексу поперечной моды.

Для типов низших порядков полиномы Эрмита таковы:

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \\ H_1(\xi) &= 2\xi, \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 2, \\ H_3(\xi) &= 8\xi^2 - 12. \end{aligned} \quad (3.41)$$

В плоскопараллельном резонаторе с круглым сечением апертуры нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях имеет вид:

$$I_{pl}(r, \varphi) = \left\{ J_p \left[ \frac{v_{p,(l+1)} \cdot r}{a \left( 1 + \frac{\beta}{\sqrt{2\pi N}} \right)} \right] \right\}^2 \cos^2(l, \varphi), \quad (3.42)$$

где  $p$  и  $l$  - радиальный и угловой индексы;  $r$  и  $\varphi$  - текущие полярные координаты в сечении пучка;  $a$  - радиус сечения резонатора;  $N$  - число Френеля;  $J_p$  - функция Бесселя  $p$ -го порядка;  $v_{p,(l+1)}$  -  $(l+1)$ -й корень функции Бесселя  $p$ -го порядка.

Конфигурация резонатора и сечение пучка определяют «размер пятна». Пучок имеет сечение с минимальным размером пятна - так называемую «перетяжку». В резонаторе с одинаковыми зеркалами перетяжка совпадает с центральным сечением резонатора. Если зеркала резонатора разной кривизны, то перетяжка не совпадает с центральным сечением резонатора. Если одно зеркало плоское, то перетяжка совпадает с ним. Для выпукло - вогнутой конфигурации зеркал перетяжка находится вне резонатора. В общем случае перетяжка смещена от центрального сечения в сторону зеркала меньшей кривизны. Величину смещения перетяжки можно рассчитать по формуле

$$z_0 = \frac{1}{2} L \left[ \frac{1-v}{(1+v) - 2u\sqrt{v}} \right], \quad (3.43)$$

где  $L$  - расстояние между зеркалами;  $u$  и  $v$  - параметры конфигурации резонатора:

$$u = \sqrt{g_i g_k}, \quad v = \frac{g_k}{g_i}, \quad (3.44)$$

где  $g_i$  и  $g_k$  - обобщенные параметры резонатора, которые связаны с длиной резонатора и радиусами кривизны зеркал следующим образом:

$$g_i = 1 - L/R_i \quad \text{и} \quad g_k = 1 - L/R_k. \quad (3.45)$$

Минимальный размер пятна  $\omega_0$  определяется параметрами резонатора и длиной волны излучения генерации:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L}{k} \frac{\sqrt{1-u^2}}{\left( \frac{1+v}{2\sqrt{v}} \right) - u}}, \quad (3.46)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число, характеризующее излучение.

В практике расчетов принято пользоваться так называемым конфокальным параметром резонатора  $R_3$ :

$$R_3 = L \frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+v}{2\sqrt{v}}\right) - u}. \quad (3.47)$$

Минимальный размер пятна определяется через конфокальный параметр следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_3}{k}}. \quad (3.48)$$

Размер пятна по обе стороны от перетяжки увеличивается по закону

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{R_3}\right)^2}, \quad (3.49)$$

где  $z$  - текущая координата вдоль оси пучка, отсчитываемая от перетяжки.

### 3.3 Примеры решения типовых задач

Пример 4. Рассчитаем местоположение перетяжки (минимального сечения пучка). Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L = 0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал  $R_1 = 0,84$  м,  $R_2 = 2,0$  м.

Находим параметры резонатора:

$$\begin{aligned} g_1 &= 1 - \frac{0,45}{0,84} = 0,465, \\ g_2 &= 1 - \frac{0,45}{2,0} = 0,775, \\ u &= \sqrt{0,465 \cdot 0,775} = 0,6, \\ v &= \frac{0,465}{0,775} = 0,6. \end{aligned}$$

По формуле (3.43) вычислим

$$z_0 = \sqrt{\frac{0,45}{6 \cdot 10^6}} \sqrt{\frac{0,8}{\frac{1,6}{1,55} - 0,6}} = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,37 \text{ мм}.$$

Воспользовавшись формулой (3.47), нетрудно найти конфокальный параметр для рассматриваемого примера ( $L=0,45$  м;  $g_1 = 0,465$ ;  $g_2 = 0,775$ ):

$$R_3=0,45 \cdot 1,85=0,83 \text{ м.}$$

Зная конфокальный параметр, легко определить размер пятна в любом сечении пучка излучения. Так например, используя выражение (3.34), подсчитаем минимальный размер пятна в перетяжке:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0,83}{6 \cdot 10^6}} = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,37 \text{ мм.}$$

Сечение пучка на расстоянии 1 м от перетяжки определим, воспользовавшись выражением (3.49):

$$\omega = 0,37 \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot 1}{0,83}\right)^2} = 0,96 \text{ мм.}$$

Следует помнить, что величина  $\omega$  дает действительный радиус пятна только для основной моды. Моды высших порядков имеют больший радиус пятна, который может быть найден из (3.42). Например, индексам 1 и 2 при прямоугольной симметрии резонатора соответствует  $1,49\omega$  и  $1,73\omega$ . Каждый размер соответствует данному индексу моды. Если мода имеет два различных индекса, то и размер пятна в обоих измерениях разный. В рассматриваемом примере пятно моды  $TEM_{12}$ , на расстоянии 1 м от перетяжки имеет следующие размеры: по оси  $x$   $1,49 \cdot 0,96 = 1,43$  мм; по оси  $y$   $1,73 \cdot 0,96 = 1,66$  мм.

Пример 5. Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний конфокального резонатора, если  $\lambda = 1$  мкм, расстояние между зеркалами  $L = R_1 = -R_2 = 2$  м. Апертурный размер зеркал велик, и дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Угол расхождения пучка основного колебания определяется по формуле:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi \rho_0}, \quad (3.50)$$

где  $\rho_0$  - минимальный размер луча в резонаторе.

Воспользуемся формулой:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\lambda \omega_0}{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}, \quad (3.51)$$

тогда 
$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 2}} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1,9' . \quad (3.52)$$

Угол расхождения можно определить еще как

$$\theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\omega}{z} = \frac{2}{\sqrt{kR_3}}. \quad (3.53)$$

Пример 6. Найдем угол расхождения пучка основной моды для ОКГ со следующими параметрами. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии  $L = 0,45$  м. Радиусы кривизны зеркал  $R_1 = 0,84$  м,  $R_2 = 2,0$  м.

Используя выражение (3.53), получим

$$\theta' = \frac{2}{\sqrt{6 \cdot 10^6 \cdot 0,83}} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 3,7'.$$

Если апертурный размер резонатора положить  $a = 8$  мм, то дифракционная поправка составит  $\theta'' = \frac{3,83}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^6} = 0,08 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 0,275'$ .

Таким образом, полный угол расхождения в рассматриваемом случае равен  $\approx 4'$ .

Наличие линзы (роль линзы могут сыграть подложки сферических зеркал) на пути распространения излучения ОКГ может существенно изменить характеристики пучка за линзой; при этом линза не влияет на модовую структуру пучка, а изменяет размер пятна и радиус кривизны волнового фронта.

Линза с фокусом  $f$  преобразует пучок так, что выполняются следующие соотношения:

$$\frac{R_3'}{f} = \frac{R_3/f}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{2f}\right)^2}, \quad (3.54)$$

$$\left(1 - \frac{d'}{f}\right) = \frac{\left(1 - \frac{d}{f}\right)}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{2f}\right)^2}, \quad (3.55)$$

где  $d$  - расстояние перетяжки от линзы,  $R_3$  - конфокальный параметр для падающего пучка, а те же параметры для прошедшего через линзу пучка соответственно  $d'$  и  $R_3'$ .

Пример 7. Оценим фокусирующее действие линзы ( $f = 0,5$  м), установленной на расстоянии 1 м от перетяжки на пучок ОКГ со следующими параметрами:  $L=0,45$  м,  $R_1=0,84$  м,  $R_2=2$  м.

В рассматриваемом случае имеем

$$\frac{d}{f} = \frac{1}{0,5} = 2,$$

$$\frac{R_2}{f} = \frac{0,83}{0,5} = 1,66.$$

Используя выражения (3.54) и (3.55), получим:

$$\frac{R_3'}{f} = \frac{1,66}{(-1)^2 + (0,83)^2} = 0,98,$$

$$\left(1 - \frac{d}{f}\right) = \frac{(-1)}{(-1)^2 + (0,83)^2} = -0,59.$$

Отсюда параметры преобразованного линзой пучка таковы:

$$R_3' = 0,98 \cdot 0,5 = 0,49 \text{ м},$$

$$d' = (1 + 0,59) \cdot 0,5 = 0,8 \text{ м}.$$

Положительный знак  $d'$  показывает, что линза преобразует пучок ОКГ в сходящийся. Новая перетяжка образуется за линзой на расстоянии 0,8 м. Размер пятна в наименьшем сечении:

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{R_3'}{k}} = \sqrt{\frac{0,49}{6 \cdot 10^6}} = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,29 \text{ мм}.$$

Таким образом, линза фокусирует пучок основной моды ОКГ в пятно радиусом  $\approx 0,3$  мм.

Пример 8. Оценим выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой

$$P_{\text{вых}} = \frac{N_{2\text{пор}}}{t_1} (\alpha - 1) \frac{t_p}{t_c} h\nu. \quad (3.56)$$

где  $N_{2\text{пор}} = \frac{1}{2} N$  зависит от общей концентрации ионов хрома ( $\text{Cr}^{3+}$ ) в рубине ( $N = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ );  $t_p = Q/\nu$  – время затухания поля в резонаторе;  $t_c$  – время жизни фотона в резонаторе, обычно ( $t_p / t_c \approx 0,5$ ):

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{t_c} + \frac{1}{t_0}, \quad (3.57)$$

где за  $t_0$  принято время жизни, обусловленное всеми прочими видами потерь.

В четырехуровневых схемах выражение минимальной мощности накачки имеет вид:

$$P_{\min} = \frac{P}{Q\varphi} h\nu, \quad (3.58)$$

где

$$\varphi = \frac{t_2}{t_2 + t_{21}}, \quad (3.59)$$

$$P = \frac{4f^3}{c^3 g(\nu)}, \quad (3.60)$$

$t_2$  – время перехода из состояния 2 в любое другое состояние, отличное от состояния 1;  $t_{21}$  – время релаксации с верхнего уровня на нижний.

Выходную мощность для четырехуровневых систем можно определить также из уравнения (3.57). При оценке  $N_{2\text{пор}}$  нужно воспользоваться соотношением:

$$N_{2\text{пор}} = \frac{1}{\nu \cdot \tau_p}, \quad (3.61)$$

где  $\nu$  – вероятность индуцированных переходов, которую можно определить из условия:

$$\nu = z \frac{l \cdot \nu}{L \cdot N}, \quad (3.62)$$

зная длину активного элемента, среднюю скорость распространения волны в резонаторе  $\nu$ , длину резонатора  $L$ , общее число частиц  $N$  и параметр усиления  $z$  вещества.

**Пример 9.** Сделайте сравнительную оценку выходных параметров трех- и четырехуровневых схем, если  $P_{\text{вых}}$  для рубина при концентрации ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , при малых объемах рубиновых элементов, используемых в непрерывном ОКГ ( $L = 2 \div 5 \text{ см}$ ,  $d = 2 \div 3 \text{ мм}$ ), получается равным примерно около 10 Вт. Энергия 1 кванта на длине волны рубинового ОКГ ( $\lambda = 0,69 \text{ мкм}$ )  $h\nu \approx 10^{-19} \text{ Дж}$ ;  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$ ,  $\tau_p/\tau_c = 0,5$ . Достигнутые выходные мощности непрерывных ОКГ на  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Nd}^{3+}$  составляют сотни ватт.

Пороговая накачка для четырехуровневой схемы меньше, чем в трехуровневых. Но нужно отметить следующие обстоятельства.

Величина  $\tau$  для трехуровневых генераторов (рубин  $\tau=3,4 \cdot 10^{-3}$  в  $10 \div 30$  раз больше, чем  $\tau$  в четырехуровневых ОКГ (стекло с неодимом  $\tau=120 \cdot 10^{-6}$  с, иттрий-алюминиевые гранаты (АУГ) имеют  $\tau=200 \cdot 10^{-6}$  с).

Полосы поглощения в рубине шире полос поглощения  $\text{Nd}^{3+}$  в различных основах, так что эффективность накачки для рубинов является более высокой.

Пример 10. Чему равна  $\eta_{\text{кв.эф}}$  в %, если для атома Ne энергия верхнего рабочего уровня составляет 20 эВ, а энергия фотона для  $\lambda = 0,63$  мкм равна 2 эВ. Как определяется ширина неоднородной уширенной линии ( $\Delta w_{\text{д}}$ ).

Видно, что  $\eta_{\text{кв.эф}} \approx 10\%$ . В когерентное излучение преобразовано лишь 10 % общей энергии, сообщенной атому.

С другой стороны, в процессе возбуждения атома Ne до верхнего рабочего уровня эффективно могут участвовать только те  $e$ , энергия которых  $> 20$  эВ. Так как в He-Ne плазме наиболее вероятная энергия  $e$  составляет 6 – 8 эВ, то для возбуждения верхнего рабочего уровня используется лишь небольшая часть энергии, затрачиваемой на поддержание газового разряда. Поэтому КПД He-Ne лазера значительно меньше  $\eta_{\text{кван.эф}}$ .

Спектр излучения He-Ne ОКГ состоит из отдельных линий, соответствующих продольным и поперечным типам колебаний используемого открытого резонатора. Общая ширина спектра генерации определяется шириной линии усиления активной среды ОКГ, рис. 3.10. Линия усиления ОКГ определяется эффектом Доплера.

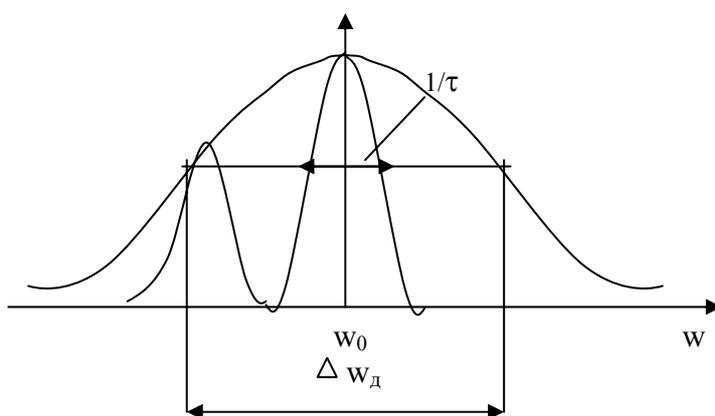


Рис. 3.10

$1/\tau$  - естественная ширина линии, обусловленная принципом неопределенности

$w_d$  – ширина неоднородной уширенной линии; растет с увеличением интенсивности накачки. Для перехода  $\lambda = 0,63$  мкм она достигает 2000 МГц, для  $\lambda = 1,152$  мкм она достигает 1000 МГц, для  $\lambda = 3,394$  мкм – 400 МГц.

При длине резонатора 1 м в ОКГ может генерировать на  $\lambda = 0,63$  мкм до 10 – 12, на  $\lambda = 1,152$  мкм до 5 – 6 продольных колебаний.

Пример 11. Определить оптимальный коэффициент пропускания зеркал  $T_p$  (зеркала одинаковые) резонатора, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\alpha_0 = 0,1 \frac{1}{\text{см}}$ , коэффициент потерь  $\beta = 0,01 \frac{1}{\text{см}}$ , длина резонатора  $L=10$  см. Активная среда заполняет весь резонатор. Дифракционными потерями пренебречь.

Стоячую волну в резонаторе лазера можно рассматривать как суперпозицию двух бегущих волн. Пусть каждая из волн характеризуется интенсивностью  $J$ . Выходная мощность лазерного резонатора:

$$P = T_p J . \quad (3.63)$$

Удобнее характеризовать потери за счет пропускания зеркал:

$$\alpha_{\text{зер}} = \frac{T_p}{\lambda} . \quad (3.64)$$

В лазере коэффициент усиления из-за насыщения имеет вид:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{J}{J_0}} , \quad (3.65)$$

где  $J_0$  -насыщенная интенсивность.

При генерации потери на проход плюс потери на зеркалах должны компенсироваться усилением на проход, т.е. должно выполняться равенство

$$\frac{\alpha_0}{1 + \frac{J}{J_0}} = \alpha_{\text{зер}} + \beta . \quad (3.66)$$

Выразим из (3.65):

$$\alpha_0 = \left(1 + \frac{J}{J_0}\right) \cdot (\alpha_{\text{зер}} + \beta) = \alpha_{\text{рез}} + \beta + \frac{J\alpha_{\text{рез}}}{J_0} + \frac{J\beta}{J_0} = \alpha_{\text{зер}} + \beta + J \left( \frac{\alpha_{\text{зер}}}{J_0} + \frac{\beta}{J_0} \right) ,$$

$$J = \frac{\alpha_0 - \alpha_{\text{зер}} - \beta}{\alpha_{\text{зер}} + \beta} \cdot J_0 = J_0 \cdot \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_{\text{зер}} + \beta} - 1 \right) . \quad (3.67)$$

Подставим (3.67) в (3.63), имеем:

$$P = T_p \cdot J = \alpha_{зер} L J_0 \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_{зер} + \beta} - 1 \right). \quad (3.68)$$

Оптимальный коэффициент пропускания зеркал определяется из условия нахождения экстремума выражения (3.64), т.е.  $\frac{\partial p}{\partial \alpha_{зер}} = 0$ ,

$$\frac{\partial p}{\partial \alpha_{зер}} = \frac{\partial p}{\partial \alpha_{зер}} \left( \frac{L J_0 \alpha_{зер} \alpha_0}{\alpha_{зер} + \beta} - \alpha_{зер} L J_0 \right) = 0.$$

Отсюда:

$$T_{p.онт} = L \alpha_{зеронт} = L (\sqrt{\alpha_0 \beta} - \beta).$$

Подставим численные значения

$$T_{p.онт} = 10 (\sqrt{0,1 \cdot 0,01} - 0,01) = 0,22.$$

Таким образом, оптимальный коэффициент пропускания зеркал резонатора равен:  $T_{p.онт} = 22\%$ .

Пример 12. Определить выходную мощность непрерывного рубинового лазера, если концентрация ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине при 0,05% весовом его содержании составляет  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , длина рубина 4см, диаметр  $d=1\text{мм}$ , длина волны  $\lambda = 0,69 \text{ мкм}$ ,  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  - время жизни частиц за счет спонтанного перехода  $\frac{\tau_p}{\tau_c} = 0,5$  ( $\tau_c$  - время жизни фотона в резонаторе,  $\tau_p = \frac{Q}{\omega}$  - время затухания поля в резонаторе).

Решение: Как следует из теории, полная мощность, рассеиваемая в резонаторе и излучаемая через зеркало, равна  $\frac{\hbar \omega \cdot m}{\tau_p}$ , где  $m$  - число фотонов в поле резонатора. Но только часть этой мощности является полезной, а именно та, которая теряется на излучение через зеркало.

Полезная мощность, развиваемая лазером, равна  $\frac{\hbar \omega}{\tau_c}$ . В результате для трехуровневого генератора имеем:  $P_{вых} = \frac{N_{2нор}}{2} \cdot (\alpha - 1) \cdot \frac{\tau_p}{\tau_c} \cdot \hbar \omega$ ,

где  $\alpha = \frac{W}{W_{\text{нор}}}$ ,  $W$ - вероятность вынужденного перехода, пропорциональная полю накачки,  $\alpha$  характеризует превышение энергии накачки над пороговой. Пусть превышение будет незначительным,  $\alpha = 1,1$ , тогда

$$N_{2\text{нор}} = \frac{1}{2} N = \frac{1}{2} 1,6 \cdot 10^{19} \frac{\pi d^2 l}{4} \approx 2,5 \cdot 10^{17}.$$

Энергия одного кванта на заданной длине волны:

$$\hbar\omega = 1,05 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0,69 \cdot 10^{-6}} \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Подставляя численные значения в выражение  $P_{\text{вых}}$ , получим:

$$P_{\text{вых}} = \frac{2,5 \cdot 10^{17}}{3,4 \cdot 10^{-3}} (1,1 - 1) \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 10^{-19} \approx 10 \text{ Вт}.$$

**Пример 13.** Рассчитать добротность  $Q_R$  и время жизни фотона  $\tau_p$  в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами полупроводникового лазера  $L=100\text{мкм}$ . В резонаторе возбуждается основной тип колебаний  $TEM_{00}$ , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ( $\lambda=1,16 \text{ мкм}$ ). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения  $\alpha = 0,001 \text{ см}^{-1}$ ). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в середине и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал  $r_{\text{отр}}=65\%$ . Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Решение: Добротность резонатора, определяемая потерями в активном элементе и потерями на зеркалах, записывается как

$$Q_R = \frac{2 \pi \nu L}{c [\alpha L + (1 - r_{\text{отр}})]}, \quad (3.69)$$

время жизни фотона  $\tau_p = Q_R / \nu$ ,  $\nu=c/\lambda=2,58 \cdot 10^{14}$ .

Поставляя заданные значения параметров из условия задачи, находим:

$$Q_R \approx 4640, \quad \tau_p \approx 1,8 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

Пример 14. Полупроводниковый лазер на р-п-переходе имеет площадь, определяемую размерами 0,3 см x 0,05 см. Пороговый ток через диод составляет 1,1А. При пятикратном превышении порогового значения по току и напряжению на диоде  $U_d = 1,8$  В излучаемая мощность составляет 9,2 мВт. Дифференциальная эффективность лазера равняется 0,7. Определить:

- 1) плотность тока в пороговом и рабочем режиме;
- 2) коэффициент полезного действия;
- 3) коэффициент потерь полупроводникового ОК.

Решение: Пороговая плотность тока определяется отношением тока к площади р-п-перехода. Следовательно, она будет равна  $j=I/S$ , а именно  $J=7,3 \cdot 10^5$  А/м<sup>2</sup>. При пятикратном превышении это будет  $36,6 \cdot 10^5$  А/м<sup>2</sup>.

Рабочий ток определяется по формуле (3.17):

$$I = I_0 \exp(eV_a / 2kT). \quad (3.70)$$

Коэффициент потерь находится из соотношения (3.24)

$$P = \frac{I - I_0}{e} \cdot h\omega \frac{\frac{1}{L} \ln 1/R}{\frac{1}{L} \ln 1/R + \alpha}. \quad (3.71)$$

Коэффициент полезного действия определен следующим соотношением.

$$\eta = \frac{I - I_0}{e(I \cdot U)} \cdot h \cdot \omega \cdot \eta_{\text{оуф}}. \quad (3.72)$$

Подставляя в (3.72) полученные выше значения, имеем коэффициент полезного действия равный 0,026.

Пример 15. Лазер на двойной гетероструктуре GaAs/GaAlAs имеет длину резонатора 500 мкм, коэффициент потерь  $\alpha_{\text{рас}} = 1 \text{ мм}^{-1}$  и коэффициент отражения граней 0,33. Рассчитать, насколько снизится пороговый коэффициент усиления в результате увеличения коэффициента отражения на одном торце до 0,5.

Решение: Используя соотношение (3.69):

$$\chi_{\text{аопт}} = \frac{1}{L} \ln \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}} + \alpha_a = \chi_{\text{а,пор}}^0,$$

легко рассчитываем коэффициент усиления:

$$\alpha_0 = \chi_{\text{а,пор}}^0 \left( 1 + \frac{J}{J_0} \right) \cdot (\alpha_{\text{зер}} + \beta) = \alpha_{\text{зер}} + \beta + J \left( \frac{\alpha_{\text{зер}}}{J_0} + \frac{\beta}{J_0} \right), \quad (3.73)$$

после чего выражаем пороговую плотность тока:

$$J = \frac{\alpha_0 - \alpha_{\text{зер}} - \beta}{\alpha_{\text{зер}} + \beta} \cdot J_0 = J_0 \cdot \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_{\text{зер}} + \beta} - 1 \right). \quad (3.74)$$

Пример 16. Определить углы дифракционной расходимости в вертикальной  $\theta_v$  и горизонтальной  $\theta_r$  плоскостях полупроводникового лазера, работающего на длине волны 0,85 мкм, если  $t$  – ширина активного слоя равна 20 мкм, а  $b$  – его толщина – 2 мкм.

Решение: Расходимость лазерного пучка при генерации на одной аксиальной моде близка к предельно достижимой расходимости, которая ограничивается явлениями дифракции. Дифракционная расходимость является следствием естественного расширения лазерного пучка по мере движения световых волн в пространстве. При использовании формул (3.16)

$$\theta_v = \frac{\lambda}{t} \quad \text{и} \quad \theta_r = \frac{\lambda}{b}$$

легко определяются требуемые параметры. Так, при  $t=20 \cdot 10^{-6}$ ,  $b=2 \cdot 10^{-6}$  имеем  $\theta_v=24,35$ , а  $\theta_r=2,435$ . Для полупроводниковых лазеров характерно большая расходимость, поэтому при конструировании делается все возможное для ее уменьшения.

В заключение следует отметить, что теоретически расходимость дифракционно-ограниченного пучка определяется выражением (3.74):

$$\theta_d = \frac{1,22\lambda}{d}, \quad (3.75)$$

где  $d$  – диаметр пучка (под  $d$  можно подразумевать либо размер диафрагмы, либо узкий участок пучка).

Расходимость  $\theta_d$  пространственно-когерентной волны можно определить и так:

$$\theta_d = \frac{\beta\lambda}{D}, \quad (3.76)$$

где  $\beta$  – числовой коэффициент, зависящий от необходимой степени когерентности (так при степени когерентности  $\approx 0,9$ ,  $\beta=0,3$ );

$$\theta_d = \frac{\beta\lambda f}{d}. \quad (3.77)$$

Благодаря высокой направленности лазерного луча можно осуществлять несколько каналов связи на одной несущей. Направленность излучения позволяет существенно уменьшить потребление энергии на питание передаваемой информации.

Пример 17. Определить ширину спектральной линии генерации инжекционного полупроводникового лазера, спектральную чистоту, допустимое отклонение длины резонатора от заданной, если лазер работает на длине волны  $\lambda=0,85$  мкм, длина резонатора  $L=0,5$  мм,  $P_{\text{вых}}=5$  мВт.

Решение: Определяем добротность резонатора по формуле (3.18):

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1 - R + \frac{\lambda L}{D^2})},$$

где  $R$  – коэффициент отражения от зеркал,  $L$  – длина резонатора,  $D$  – размер торца полупроводникового элемента ( $D=0,5 \text{ мм}^2$ ). Подставляя в формулу заданные значения, получаем  $Q \approx 920$ .

Ширина спектральной моды, выделяемой резонатором, определяется его добротностью:

$$\Delta\omega_p = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{t_\phi}, \quad (3.78)$$

где  $\omega_0$  – резонансная частота,  $t_\phi$  – время жизни фотона в резонаторе.

Как уже отмечалось, ширина спектральной линии среды больше ширины резонансных линий. При наличии в резонаторе активной среды происходит компенсация потерь, что эквивалентно увеличению добротности и уменьшению ширины линейной резонансной кривой  $\Delta\nu_p$  ( $\Delta\omega_p$ ) до величины  $\delta\nu$ . Резонатор лазера выполняет не только функции пассивного фильтра. Ширина спектральной линии, генерируемой лазером в одномодовом режиме, будет существенно меньше величины, определяемой соотношением (3.26) для пассивного резонатора. Если внутри резонатора активная среда, компенсирующая потери на частоте генерации, то для такой моды в режиме генерации  $Q \rightarrow \infty$  и  $\Delta\nu_p \rightarrow 0$ . Теоретический предел ширины спектральной линии лазерного излучения определяется двумя факторами:

- 1) шумами, обусловленными тепловым излучением в резонаторе;
- 2) шумами, связанными со спонтанным излучением активного вещества.

В случае генерации одной моды с частотой  $\nu_0$  ширина линии лазерного излучения может быть определена по формуле:

$$\delta\nu_T = \frac{8\pi h\nu_0}{P} \Delta\nu_p^2, \quad (3.79)$$

где  $P$  – излучаемая мощность.

В формуле (3.79) предполагается, что лазер генерирует в стационарном непрерывном режиме на одной моде и его параметры не изменяются во времени. Величину  $\Delta\omega$  можно рассматривать как теоретический предел ширины спектральной линии.

Теоретическое значение ширины излучения при  $\Delta\nu_p = 3,8 \cdot 10^{11}$  Гц оказывается чрезвычайно малым:

$$\delta\nu_T = \frac{8 \cdot 3,14 \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \cdot 3,53 \cdot 10^{14}}{5 \cdot 10^{-3}} \cdot 1,47 \cdot 10^{23} = 27,47 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$$

Однако в реальных условиях из-за акустических воздействий и колебаний температуры наблюдается нестабильность размеров резонатора, приводящая к нестабильности собственных частот резонатора и, следовательно, частот линий лазерного излучения, содержащего несколько линий излучения. Таким образом, можно ввести степень монохроматичности ( $M$ ), определяемую формулой (3.21):

$$M = \frac{\delta v}{v_0} \text{ или } M = \frac{\delta v_{oc}}{v_0}.$$

В нашем случае степень монохроматичности получилась равной  $7,8 \cdot 10^{-8}$ , а время жизни фотона в резонаторе  $\tau_{\phi} = 0,42 \cdot 10^{-12}$  с.

С монохроматичностью тесно связана когерентность. Рассмотрим понятие когерентности в применении к лазерам.

Любая негармоническая волна может быть представлена в виде суммы гармонических волн различных частот (гармоник). Гармонические волны одинаковой амплитуды и частоты  $\nu$  могут иметь различные фазы  $\phi_1$  и  $\phi_2$ . Разность фаз  $\Delta\phi$  во всех точках пространства в любой момент времени будет постоянной, если частоты равны. Если амплитуда, частота, фаза, направление распространения и поляризация электромагнитной волны постоянны или изменяются, но не хаотически, а упорядоченно, по определенному закону, то такая волна когерентна. Строго монохроматическая волна всегда когерентна.

Другим частным случаем когерентности является пространственная когерентность, благодаря которой наблюдается очень малая расходимость излучения. Чем лучше направленность пучка, тем выше степень пространственной когерентности, тем выше плотность светового пучка.

Под пространственной когерентностью понимают корреляцию фаз электромагнитных волн, испускаемых из двух различных точек источника в одинаковые моменты времени.

Для оценки степени когерентности вводят параметр, называемый длиной когерентности  $L$ . Это то расстояние, на которое распространяется волна, сохраняя, практически, полную когерентность. Длина когерентности определяется формулой:

$$L = \frac{c}{\Delta\omega} = \frac{\lambda^2}{2\pi \cdot \Delta\lambda} = \frac{Q \cdot \lambda}{2\pi}, \quad (3.80)$$

где  $\Delta\omega = \frac{1}{\tau}$  - ширина спектральной линии (т.е. характеризует степень размытия частотного спектра),  $\tau$  - постоянная времени (время когерентности),  $c$  - скорость света,  $Q$  добротность резонатора, а величина  $\frac{Q}{2\pi}$  является числом длин волн, укладываемых на расстоянии  $L$ . Из соотношения (2.32) получаем  $L = 6,28 \cdot 10^{-6}$ , т.е. для полупроводникового лазера с заданными параметрами очень мала длина когерентности.

Поскольку  $\Delta\lambda = \text{const}$ , т.е. от  $\lambda$  не зависит ( $\Delta\lambda = 10^{-4} \text{ \AA}$ ), когерентное расстояние пропорционально  $\lambda^2$ .

Для полностью когерентного излучения характерно соотношение между монохроматичностью и временем когерентности  $\tau \cdot \Delta\nu \geq 4 \cdot \pi$ .

Чтобы обеспечить такую спектральную частоту, допустимое отклонение длины резонатора от заданной длины должно составлять:

$$\Delta L = \frac{L \cdot \Delta\omega}{\omega_0} = 6,81 \cdot 10^{-8} \text{ нм}.$$

Ширина спектра генерации  $\Delta\lambda$  в силу спонтанности электронных переходов пропорциональна энергии теплового возбуждения  $kT$ .

Таблица 3.1

при $t = 300 \text{ K}$	$\Delta\lambda, \text{ нм}$	$E_g = f(T),$ $\Delta\lambda \sim kT,$ $\frac{d\lambda_{\text{max}}}{dT} = \text{const} \in (0,1; 0,2) \text{ нм}/^\circ\text{C}$
<i>GaAs, GaAlAs</i>	30 ÷ 40	
<i>GaP (N)</i>	80	
<i>GaP (Zn - O)</i>	120 ÷ 140	

В табл. 3.1 приведена ширина спектров для некоторых СД.

### 3.4 Вопросы и задачи для самостоятельного решения

3.4.1 Какие активные среды используются в ОКГ на твердом теле?

3.4.2 Почему для возбуждения ОКГ на стекле или на иттрий-алюминиевом гранате, активированными неодимом, требуется меньшая энергия, чем для ОКГ на рубине?

3.4.3 Какой вид имеет схема устройства ОКГ на твердом теле?

3.4.4 Чем различаются схемы устройства газовых ОКГ, возбуждаемых переменным и постоянным токами разряда?

3.4.5 Почему концы газоразрядной трубки газового He-Ne ОКГ скошены под углом Брюстера к оси резонатора?

3.4.6 Какие ОКГ и по каким причинам работают преимущественно в импульсном или в непрерывном режимах?

3.4.7 Какими достоинствами и недостатками обладают газовые, твердотельные и полупроводниковые ОКГ по величине выходной мощности, К.П.Д, направленности излучения, стабильности частоты, монохроматичности излучения, габаритам, весу и срокам службы?

3.4.8 Чему равна ширина дифракционного максимума на уровне половинной интенсивности для основной моды резонатора с плоскими зеркалами, диаметром 10 мм? Ответ:  $2\theta = 25 \cdot 10^{-21}$ .

3.4.9 Можно ли добиться генерации для активного кристалла длиной 8 см, который дает полуторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки?

3.4.10 Величина излучаемой мощности определена следующим уравнением

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+R_1)} \left[ \frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(R_1 R_0)^{-1/2}} - 1 \right],$$

где  $\tau$  - коэффициент пропускания выходного зеркала;  $\sigma$  - эффективное сечение среды;  $\eta$  - параметр насыщения;  $\chi_0$  - ненасыщенный показатель усиления среды;  $R_1$  - коэффициент отражения выходного зеркала;  $l$  - эффективная длина активного элемента;  $\delta$  - показатель распределенных потерь в среде;  $R_0$  - коэффициент отражения глухого зеркала.

При заданных значениях  $\chi_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}$ ,  $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$ ,  $l = 5 \text{ см}$ ,  $R_1 = R_0 = 0,4$  определить показатель рассеяния  $(\chi_0 - \delta)_{\min}$ , при котором возможна генерация в кристалле.

3.4.11 Пользуясь зависимостью (3.34), вывести выражение, определяющее минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, при значениях ниже которого генерация возбуждаться не будет.

3.4.12 Лазерный резонатор состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения  $R_1 = 0,5$ ;  $R_2 = 1$ . Длина активной среды  $l = 7,5 \text{ см}$ , а сечение перехода  $\sigma = 8,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ . Вычислите порог инверсной населенности.

3.4.13 1) Сколько мод может существовать в  $1 \text{ см}^3$  кристалла рубина ( $n = 1,76$ ) в пределах ширины линии ( $\Delta\nu = 330 \text{ ГГц}$ ) лазерного перехода ( $\lambda = 6943 \text{ А}$ )?

2) Сколько мод  $T_{\text{ооq}}$  существует в пределах линии лазерного перехода, если рассматриваются только те моды, для которых вектор  $\mathbf{K}$  направлен вдоль одного направления кристалла (например, вдоль оси  $z$ ; при  $K_x = K_y = 0$ )? Эти моды могут быть возбуждены, если имеются только две отражающие поверхности и уровень накачки кристалла превышает порог генерации.

3) Какова разность частот этих мод?

3.4.14 Определить коэффициент преобразования энергии трехуровневой квантовой системы, полагая, что длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}} = 0,56 \cdot 10^{-6}$  м, длина волны излучения  $\lambda_{\text{изл}} = 0,7 \cdot 10^{-6}$  м.

3.4.15. Провести сравнительную оценку длины когерентности для некоторых наиболее употребительных источников света:

1. для белого света  $\tau \leq 10^{-4}$  с;
2. для зеленой линии ртутной лампы ( $\lambda_0 = 0,546$  мкм) со спектральной шириной  $\Delta\lambda = 100$  А,  $\tau = 10^{-13}$  с;
3. для He-Ne лазера  $\lambda_0 = 0,63$  мкм,  $\Delta f = 1,5$  ГГц,  $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$  с – для многомодового режима;
4. для He-Ne лазера  $\lambda_0 = 0,63$  мкм,  $\Delta f = 15$  ГГц,  $\tau = 2 \cdot 10^{-2}$  с – для одномодового режима.

3.4.16. Определить коэффициент преобразования энергии трехуровневой квантовой системы, полагая, что длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}} = 0,56$  мкм, длина волны излучения  $\lambda_{\text{изл}} = 0,7$  мкм.

3.4.17. Определить энергию, поглощенную ионами хрома в рубиновом стержне длиной 120 мм, диаметром 8 мм, если избыток частиц на верхнем уровне перехода составляет  $4 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Принять, что статические веса верхнего и нижнего уровней соответственно  $g_2 = 2$ ,  $g_1 = 4$ ; длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}} = 0,48$  мкм, концентрация активных частиц в рубине  $N_0 = 3,8 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>.

3.4.18 Спектральная ширина линии излучения гелий-неонового лазера составляет 800 МГц. Центральная частота излучательного перехода  $\nu_0 = 4,74 \cdot 10^{14}$  Гц. Определить, какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере, если длина резонатора  $L = 50$  см. Оценить, при какой длине резонатора в лазере будет возбуждаться один продольный тип колебаний.

3.4.19 Построить зависимости мощности генерации лазера от длины активного элемента, коэффициента пропускания выходного зеркала и потерь при  $\delta = 0$ .

3.4.20 Определить, в каком случае будет одномодовый или многомодовый режим генерации для гелий-неонового лазера, если длина когерентности  $l = 2 \cdot 10^7$  см и  $\tau = 2 \cdot 10^{-2}$  с в одном случае и соответственно  $l = 20$  см и  $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$  с для второго случая.

3.4.21. Спектральная ширина линии излучения He-Ne лазера составляет 600 МГц, центральная частота излучательного перехода  $\nu_0 = 8,8 \cdot 10^{14}$  Гц. Определить какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в ла-

зере если длина резонатора  $L = 80$  см? Определить, при какой длине будет возбуждаться один продольный тип колебаний?

3.4.22 Определить К.П.Д. и пороговое напряжение рубинового лазера, параметры которого заданы в следующем виде:  $h = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $\omega_{31} = 2\pi \cdot 3,5 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_{21} = 2\pi \cdot 4,33 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>,  $l = 80$  мм, диаметр кристалла 6,5 мм,  $N_0 = 2 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>,  $\tau = 5 \cdot 10^{-3}$  с,  $n = 1,76$ ,  $\eta = 0,7$ ,  $\Delta\omega_{\text{л}} = 2\pi \cdot 300 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>,  $R_1 R_2 = 0,9$ ,  $\sigma = 0,25$ ,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с,  $\eta_{\text{Н}} = 50\%$ ,  $\eta_{\text{Л}} = 40\%$ ,  $\eta_0 = 40\%$ ,  $C_1 = 300$  мкф, если при  $U_0 = 1,4$  кВ излучаемая энергия равна  $P_{\text{изл}}$ .

3.4.23 Пусть имеется активный кристалл длиной 5 см, на котором было измерено полторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки. Показатель рассеяния равен  $0,02$  см<sup>-1</sup>. Можно ли получить генерацию на таком кристалле при использовании зеркал с коэффициентами отражения  $R_1 = 0,5$  и  $R_2 = 0,8$ ?

3.4.24 Определить оптимальную длину активного элемента, при которой можно получить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла, при следующих значениях параметров:  $\chi_0 = 0,1$  см<sup>-1</sup>,  $\delta = 0,02$  см<sup>-1</sup>,  $R_1 = 0,5$ ,  $R_2 = 0,8$ .

3.4.25 Вычислить оптимальный диаметр активного элемента в случае кристалла со следующими параметрами:  $\chi_0 = 0,1$  см<sup>-1</sup>,  $\delta = 0,02$  см<sup>-1</sup>,  $R_1 = 0,5$ ,  $R_2 = 0,8$ ,  $l = 20$  см,  $\chi_{\text{Н}} = 1,4$  см<sup>-1</sup>.

3.4.26 Определить интервал между пичками генерации в рубиновом лазере при следующих параметрах:  $\chi = 0,4$  см<sup>-1</sup>,  $\alpha = 2$ ,  $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3}$  с,  $L = 1$  м,  $l = 10$  см,  $V = 3 \cdot 10^{10}$  см/с.

3.4.27 Размер пятна в перетяжке гауссова пучка, излучаемого He-Ne лазером видимого диапазона, равен  $\omega_0 = 0,5$  мм. Вычислить размер пятна пучка и радиус кривизны поверхности равных фаз на расстоянии 10 м от перетяжки.

3.4.28 Гауссов пучок с  $\omega_0 = 0,5$  мм нужно сфокусировать таким образом, чтобы перетяжка пучка с размером 50 мкм образовалась на расстоянии 1 м от перетяжки исходного пучка. Какое фокусное расстояние должна иметь линза и где она должна быть расположена?

3.4.29 Лазер имеет полуконфокальный резонатор длиной 50 см. Для уменьшения расходимости выходного пучка за сферическим (выходным) зеркалом резонатора помещается линза. Какое фокусное расстояние должна

иметь эта линза, чтобы размер пятна в образованной за линзой перетяжке пучка составлял 0,95 размера пятна на сферическом зеркале?

3.4.30 В He-Ne лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$ , используется конфокальный резонатор длиной  $L=1 \text{ м}$ . Вычислите размер пятна в центре резонатора и на зеркалах.

3.4.31 Для резонатора, длиной  $L=1 \text{ м}$  на волне  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$  вычислите разность частот между двумя соседними продольными модами

$$\left( \nu = \frac{2n + (1 + m + l)}{4L} \right).$$

Ответ:  $\Delta\nu = \frac{c}{2L} = 150 \text{ МГц}$ .

3.4.32 Вычислите размер пятна на обоих зеркалах полуконфокального резонатора длиной  $L=2 \text{ м}$ , используемого в  $\text{CO}_2$ -лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6 \text{ мкм}$ .

3.4.33 Вычислите разность частот между двумя соседними модами  $T_{\text{ооq}}$  резонатора, описанного в задаче 4, 9, считая, что в  $\text{CO}_2$ -лазере ширина линий излучения, определённая по уровню 0,5 от максимального значения, равна 50 МГц. Найдите число мод  $T_{\text{ооq}}$ , частоты которых находятся в пределах этой линии.

3.4.34 В лазере, работающем на длине волны  $\lambda=0,6 \text{ мкм}$  и имеющем усиление по мощности за проход  $2 \cdot 10^{-2} \text{ 1/м}$ , используется симметричный резонатор длиной  $L=1 \text{ м}$ , радиус кривизны обоих зеркал резонатора  $R=10 \text{ м}$ . Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду  $T_{01}$  и сохранить при этом генерацию на моде  $T_{00}$ .

3.4.35 Имеется резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами радиусом 4 м и расстоянием между ними 1 м. Вычислите размер пятна моды  $T_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны  $\lambda=0,514 \text{ мкм}$  (излучение  $\text{Ag}^+$  лазера).

3.4.36 Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D = 1,5 \text{ мм}$ . Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 1,2 м диаметр пятна равен 3 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определяемой теорией дифракции. Длина волны излучения лазера 1)  $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ ; 2)  $\lambda = 1,15 \text{ мкм}$ ; 3)  $\lambda = 3,36 \text{ мкм}$ .

Зеркало круглое, плоское.

3.4.37 Определить энергию, поглощенную ионами неодима в стержне из стекла с неодимом, которое имеет длину 160 мм, диаметр 10 мм, если избыток частиц на верхнем уровне перехода составляет  $0,8 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Принять, что статистические веса верхнего и нижнего уровней соответственно  $g=2$ ,  $g=4$ ; длина волны накачки  $\lambda_{\text{нак}} = 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ , концентрация активных частиц в неодимовом стержне  $N_0 = 1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

3.4.38 Определить  $N_{2 \text{ пор}}$  для рубина, если концентрация ионов хрома  $\text{Cr}^{+3}$  в рубине при 0,05% весовом его содержании составляет  $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,  $l=5 \text{ см}$ , диаметр активного элемента  $d=3 \text{ мм}$ ,  $h\nu = 3 \cdot 10^{19} \text{ Дж}$ ,  $\tau=3,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , а  $\tau_p/\tau=0,5$ .

3.4.39 Диаметр светового пучка на выходе газового лазера составляет  $D=3 \text{ мм}$ . Оценить угол расхождения луча лазера, если на расстоянии 2 м диаметр пятна равен 5,4 мм. Сравнить вычисленный угол расхождения с величиной, определяемой теорией дифракции. Длина волны излучения лазера  $\lambda=0,63 \text{ мкм}$ . Зеркало круглое.

3.4.40 Спектральная ширина линии излучения гелий-неонового лазера составляет 800 МГц. Центральная частота излучательного перехода  $\nu_m = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ . Определить, какое число продольных типов колебаний может возбуждаться в лазере, если длина резонатора  $L=100 \text{ см}$ . Оценить, при какой длине резонатора в лазере будет возбуждаться один продольный тип колебаний.

3.4.41 Определить энергию, поглощенную ионами хрома в рубиновом стержне длиной 80 мм, диаметром 7 мм, если избыток частиц на верхнем уровне перехода составляет  $0,2 \cdot 10^{19} \text{ 1/см}^3$ . Принять, что статические веса верхнего и нижнего уровня соответственно равны  $q_1=2$ ;  $q_2=1$ ; длина волны накачки  $\lambda=0,56 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ , концентрация активных частиц в рубине  $N_0=1,6 \cdot 10^{19} \text{ 1/см}^3$ .

3.4.42 Лазерный кристалл имеет плоскость активных ионов  $N=10^{19} \text{ см}^{-3}$ , объем кристалла  $1 \text{ см}^3$ . Определить пороговую мощность накачки, необходимую для достижения инверсии населенностей, если заданы типы лазеров, длины оптических резонаторов  $L$  и коэффициенты отражения выходных зеркал  $R$ . Все параметры заданы в табл. 3.2.

Примечания: 1. Считать вероятности безызлучательных переходов для ОКГ на рубине (Р) и алюмоиттриевом гранате (Г) много больше вероятностей других переходов.

2. Другими видами потерь в резонаторе ОКГ пренебречь.

3. Справочные данные по кристаллам приведены в табл.3.3.

Таблица 3.2

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
Тип лазера	p	p	p	p	Г	Г	Г	Г
L, м	0,1	0,2	0,5	1	0,1	0,2	0,5	1
R, %	99	95	90	80	99	96	93	90

Таблица 3.3

Активное вещество	$\lambda_H$ , мкм	$\lambda_{из}$ , мкм	$\tau_1$ , с	$\Delta\omega$ , см <sup>-1</sup>	$\eta$
Рубин	0,48	0,69	$3,4 \cdot 10^{-3}$	10,0	0,70
Гранат	0,60	1,06	$2,4 \cdot 10^{-4}$	5,5	0,65

Примечание:  $\lambda_H$  – длина волны накачки;  $\lambda_{из}$  – длина волны излучения;  
 $\tau_1$  – время жизни на верхнем уровне рабочего перехода;  
 $\eta$  – квантовый выход;  
 $\Delta\omega = 1/\tau_2$  – ширина линии люминесценции рабочего перехода.

3.4.43 Электронно-дырочный переход полупроводникового лазерного диода имеет площадь, определяемую размерами 0,245x0,048 см. Пороговый ток через диод составляет 1,1 А. В рабочем режиме, при десятикратном превышении порогового значения по току и напряжению на диоде  $U_d = 1,7$  В, излучаемая мощность составляет 1,9 Вт. Определить:

- 1) плотность тока в пороговом и рабочем режимах;
- 2) коэффициент полезного действия полупроводникового ОКГ;
- 3) величину мощности, рассеиваемой в виде тепла, и плотность потока мощности в хладопроводе, если диод зажат между двумя охлаждающими поверхностями.

3.4.44 Какой шириной запрещенной зоны должен обладать полупроводник, чтобы излучение лазера наблюдалось на длине волны  $\lambda = 0,7$  мкм, лежащей в видимой части оптического диапазона?

3.4.45 Электронно-дырочный переход полупроводникового лазера имеет площадь, определяемую размерами 0,245 см x 0,048 см. Пороговый ток через диод составляет 1,1А. В рабочем режиме, при десятикратном превышении порогового значения по току и напряжению на диоде  $U_d = 1,7$  В излучаемая мощность составляет 2 Вт. Определить:

- 4) плотность тока в пороговом и рабочем режимах;
- 5) коэффициент полезного действия полупроводникового ОКГ;

б) величину мощности, рассеиваемой в виде тепла, и плотность потока мощности в хладопроводе, если диод зажат между двумя охлаждающими поверхностями.

3.4.46 Какой шириной запрещенной зоны должен обладать полупроводник, чтобы излучение лазера наблюдалось на длине волны  $\lambda = 0,84$  мкм, лежащей в инфракрасной части оптического диапазона.

3.4.47 Лазер на двойной гетероструктуре GaAs/GaAlAs имеет длину резонатора 0,3 мм, коэффициент потерь  $\alpha_{\text{рас}} = 1 \text{ мм}^{-1}$  и коэффициент отражения граней 0,33.

1) Рассчитать, насколько снизится пороговый коэффициент усиления в результате увеличения коэффициента отражения на одном торце до 100%.

2) Ширина активного слоя 10 мкм, глубина 0,4 мкм, внутренняя квантовая эффективность лазера 0,7. Рассчитать воздействие указанного изменения коэффициента отражения на пороговый ток.

3) Рассчитать влияние коэффициента отражения граней на время жизни фотона, с учетом полученного результата;

а) вычислить резонансную частоту модуляции  $f_0$  и отношение  $P(f_0)/P(0)$  для двух случаев, когда превышение над порогом составляет 1 и 10 %. Предположить  $\mu = 4$  ( $\mu$  - показатель преломления) и эффективное время жизни носителей 20 нс;

б) вычислить временную задержку  $t_3$  для скачков тока от 0 до 10 % превышения над порогом;

в) вычислить  $t_3$  для скачков тока от  $0,9 \cdot I_{\text{пор}}$  до 1 и 10 % превышения над порогом.

3.4.48 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников излучения:

а) He-Ne лазер при  $\lambda = 0,63$  мкм;

б) лазер на неодиме ( $\text{Nd}^{3+}$ ) при  $\lambda = 1,06$  мкм;

в) лазер на  $\text{CO}_2$  при  $\lambda = 10,6$  мкм.

3.4.49 Рассчитать суммарные потери и пороговую плотность тока в лазере на GaAs при следующих величинах:  $d = 0,5$  мкм;  $R_1 = 1$ ;  $R_2 = 0,33$ ;  $\Gamma = 0,8$ ;  $l = 0,4$  мм;  $\eta_{\text{внутр}} = 0,9$ ;  $\alpha_{\text{рас}} = 1 \text{ мм}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ;  $(J_{\text{эф}})_0 = 4,3 \cdot 10^{13} \text{ А} \cdot \text{м}^{-3}$ ;  $\beta = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ А}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$ .

3.4.50 1. Сколько мод может существовать в  $1 \text{ см}^3$  кристалла рубина (с показателем преломления  $n = 1,55$ ) в пределах ширины линии ( $\Delta\nu = 150$  ГГц) лазерного перехода ( $\lambda = 0,7$  мкм)?

2. Сколько мод  $T_{\text{ооq}}$  существует в пределах ширины линии лазерного перехода, если рассматриваются только те моды, для которых вектор  $\mathbf{K}$  на-

правлен вдоль одного направления кристалла (например, вдоль оси z)? Эти моды могут быть возбуждены, если имеются только две отражающие поверхности и уровень накачки кристалла превышает порог генерации лазера.

3. Какова разность частот этих мод?

3.4.51 Лазерный кристалл имеет плотность активных ионов  $N=10^{19} \text{ см}^{-3}$ , объем кристалла  $1 \text{ см}^3$ . Определить пороговую мощность накачки, необходимую для достижения инверсии населенности, если заданы: тип лазера, длина резонаторов  $L$  и коэффициентов отражения выходного зеркала  $R$ .

Примечания: 1. Считать вероятности безызлучательных переходов  $S_{32}$  для ОКГ на рубине (Р) и  $S_{41}, S_{21}$  для ОКГ на алюмоиттриевом гранате (Г) много больше вероятностей других переходов.

2. Другими видами потерь в резонаторе ОКГ пренебречь.

3. Справочные данные по лазерным кристаллам приведены в таблица 3.4.

Таблица 3.4

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
Тип лазера	Р	Р	Р	Р	Г	Г	Г	Г
$L, \text{ м}$	0,1	0,2	0,5	1	0,1	0,2	0,5	1
$R, \%$	99	95	90	80	99	96	93	90

3.4.52 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний  $T_{00}$  и  $T_{01}$  для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы, если  $L=100 \text{ см}$ ,  $\lambda=0,63 \text{ мкм}$ , апертурный размер зеркал  $a=0,5 \text{ см}$ .

3.4.53 Определить ширину спектральной линии генерации инжекционного полупроводникового лазера, спектральную чистоту, допустимое отклонение длины резонатора от заданной, если лазер работает на длине волны  $\lambda=0,67 \text{ мкм}$ , длина резонатора  $L=0,3 \text{ мм}$ ,  $P_{\text{вых}}=4,5 \text{ мВт}$ .

3.4.54 Определить степень монохроматичности ( $M$ ), время жизни фотона в резонаторе и  $\tau_{\text{ф}}$  инжекционного полупроводникового лазера, если лазер работает на длине волны  $\lambda=1,06 \text{ мкм}$ , длине резонатора  $L=1,3 \text{ мм}$ ,  $P_{\text{вых}}=6,5 \text{ мВт}$ .

3.4.55 Определить в вертикальной и горизонтальной плоскости расходимость дифракционно-ограниченного пучка инжекционного полупроводникового лазера, если лазер работает на длине волны  $\lambda=0,85 \text{ мкм}$ , длина резонатора  $L=0,5 \text{ мм}$ ,  $P_{\text{вых}}=5 \text{ мВт}$ .

3.4.56 Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал  $r_{отр}$  резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Начальный коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $\chi_{анор}^0 = 0,03 \text{ см}^{-1}$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha_a = 0,067 \text{ см}^{-1}$ , длина резонатора  $L = 200 \text{ мкм}$ ,  $v_{гр} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . Дифракционными потерями можно пренебречь. Активная среда заполняет весь резонатор.

3.4.56 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний  $TEM_{00}$  (основной тип) и  $TEM_{01}$  для резонатора с плоскими зеркалами, если лазер работает на длине волны  $\lambda = 0,85 \text{ мкм}$ . Длина резонатора  $L = 350 \text{ мкм}$ , длина волны излучения  $\lambda = 0,85 \text{ мкм}$ , апертурный размер зеркал  $a = 1,5 \text{ мм}$ .

3.4.57 Вычислить критический угол разъюстировки для ОКГ, если заданы следующие параметры установки: длина резонатора  $L = 500 \text{ мкм}$ , апертурный размер зеркал  $a = 1 \text{ мм}$ ,  $R_1 = R_2 = 2 \text{ м}$  (радиусы кривизны зеркал), параметр конфигурации резонатора  $g_1 g_2 = 0,82$ . Лазер работает на длине волны  $\lambda = 1,05 \text{ мкм}$ . Справочные данные:  $g_1 g_2 = 1 - \frac{L}{R}$ , радиус кривизны эквивалентного конфокального резонатора равен:

$$R_{\text{э}} = k \sqrt{\frac{1+g}{1-g}},$$

где  $k$  - волновое число  $2\pi/\lambda$ .

Размер пятна основной моды в плоскости торца кюветы определяется из формул:

$$\varpi_0 = \sqrt{\frac{R_{\text{э}}}{k}}$$

$$\text{и } \varpi_z = \varpi_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{R_{\text{э}}}\right)^2},$$

где  $z$  - текущая координата.

Критический угол разъюстировки определяется из соотношения

$$\varphi = \frac{(a - \varpi)}{\xi L},$$

где  $\xi = \frac{g_{1,2} - (L - R_{\text{э}})}{1 - g_1 g_2}$  - положительная безразмерная величина.

3.4.58 Определить частотные характеристики излучения квантового генератора со следующими параметрами: длина волны излучения  $\lambda = 1 \text{ мкм}$ ,

апертурный размер зеркал  $a = 8$  мм,  $R_1=0,84$ м,  $R_2=2$ м (радиус кривизны зеркал), длина резонатора  $L = 0,4500$  м, параметр конфигурации резонатора  $g_1g_2=0,77$ .

3.4.59 Рассчитать суммарные потери и пороговую плотность тока в лазере на GaAs при следующих величинах:  $d = 0,5$  мкм;  $R_1=0,95$ ;  $R_2=0,47$ ;  $\Gamma=0,9$ ;  $l=0,3$ мм;  $\eta_{\text{внутр}}=0,9$ ;  $\alpha_{\text{рас}}=10$  мм<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>;  $(J_{\text{эф}})_0=4,3 \cdot 10^{13}$  [А·м<sup>-3</sup>];  $\beta=4,8 \cdot 10^{-10}$  [А<sup>-1</sup>·м<sup>-2</sup>]. Справочные данные:

$$J_{\text{пор}} \left( \frac{\text{А}}{\text{см}^2} \right) = \frac{J_0 \cdot d}{\eta} + \frac{d}{\eta \Gamma \beta} \cdot \left( \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right), \quad z = R_1 \cdot R_2.$$

3.4.60 Оценить, как изменится угол расхождения пучка ОКГ со следующими параметрами:  $L = 0,45$  м,  $R_1 = 0,84$  м,  $R_2 = 2$  м, если учесть рассеивающее действие подложки зеркала  $R_1$ ,  $n=1,5$ . (Справочные данные: если одна из граней стеклянной подложки - вогнутая сфера с радиусом  $R$ , а другая - плоскость, то такая подложка эквивалентна рассеивающей линзе с отрицательным фокусным расстоянием  $f=-R/(n-1)$ .)

3.4.61 Передатчик открытой оптической системы связи состоит из диффузного источника излучения, работающего на длине волны  $0,85$  мкм, и оптической системы с апертурой  $\frac{f}{8}$ . Определить предельный диаметр источника излучения, при котором расходимость пучка будет дифракционно-ограниченной.

3.4.62 В открытой оптической системе связи в качестве источника излучения использован светодиод, который при нормальном смещении представляет собой диффузный источник диаметром  $0,1$  мм, излучающий в воздух  $10$  мВт. В приемнике в качестве детектора использован фотодиод с диаметром светочувствительной площадки  $1$  мм. Для обеспечения требуемых характеристик системы мощность падающего на фотодиод излучения должна быть не менее  $1$  нВт.

1. Определите энергетическую яркость источника излучения и его нормальную интенсивность.

2. Найти максимальную дальность связи, обеспечиваемую этой системой, если не используются никакие коллимирующие устройства в передатчике и фокусирующие устройства в приемнике.

3. Вычислите, во сколько раз увеличится дальность связи, если сначала установить в передатчике коллимирующую линзу диаметром  $50$  мм, а затем такую же линзу использовать для фокусировки принимаемого излучения на фотодетекторе.

4. Определите требуемую точность наведения луча на приемник, если упомянутая в п.3 линза передатчика имеет апертуру  $\frac{f}{4}$ .

## 4 Фотоприемники

Принципиальная особенность оптоэлектронных приборов состоит в использовании оптического излучения. Оптическое излучение – это электромагнитные волны с длиной волны от 10 нм до 1 мм<sup>-1</sup>.

Оптическое излучение характеризуется фотометрическими параметрами. Различают фотометрические параметры энергетические и световые. Энергетические параметры характеризуют излучение безотносительно к его действию на какой-либо приемник излучения и связаны с переносимой излучением энергией.

### 4.1 Параметры и характеристики фотоприемников

Рассмотрим явление фотоэффекта, излучение фотонов твердыми телами, а также основные параметры и характеристики фотоприемных устройств.

Чувствительность фотоприемников (ФП) – определяется тем, насколько сильно изменяются его характеристики при облучении светом:

а) токовая чувствительность – это:

$$S_i = \Delta I_{\phi} / \Delta \Phi, \quad (4.1)$$

где  $\Delta \Phi$  [Вт · лм] - изменение потока излучения, падающего на прибор;

б) вольтовая чувствительность – это:

$$S_v = U_{\phi} / \Phi.$$

Чувствительность зависит от  $G$  ( $G$  – скорость генерации пар).

Квантовый выход внутреннего фотоэффекта.  $\eta_1$  - определяет, сколько неравновесных носителей (пар), созданы каждым поглощенным фотоном.

Определение скорости генерации пар  $G$ . Пусть на единичную поверхность приемника по направлению  $x \perp$  этой поверхности, падает поток  $\Phi_1(x)$  (плотность потока излучения). Зная, что  $-d\Phi_1(x) = \alpha\Phi_1(x)dx$ , получим, что поглощаемая энергия в расчете на 1 см<sup>3</sup> составляет:

$$-\frac{d\Phi_1}{dx} = \alpha\Phi_1. \quad (4.2)$$

Число  $Q_1$  фотонов, поглощенных за 1с в 1 см<sup>3</sup> на глубине  $x$  таково:  $Q_1 = \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}$ . Число неравновесных носителей, возникающих в 1с в 1 см<sup>3</sup> (скорость образования носителей):

$$G(x) = \eta_1 Q_1(x) = \eta_1 \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}. \quad (4.3)$$

В области собственного поглощения  $\eta_1 = 1$ , а  $Q_1 \sim \frac{1}{\nu}$ , поэтому при  $\Phi_1 = \text{const}$  скорость генерации  $G$  уменьшается обратно пропорционально частоте, чем больше  $\nu$ , тем меньше  $G$ .

У ФП  $I_\phi = f(G)$ . В лавинных ФД, фоторезисторах, фототранзисторах  $I_\phi = f[G(x) \cdot K_{yc}(E)]$ ,  $K_{yc}(E)$  – коэффициент усиления, зависящий от  $E$ .

ФД инерционны. Инерционность характеризуется постоянной времени нарастания и спада фототока. Фототок уменьшается по закону:

$$I_\phi = I_M \exp(-t/\tau_2), \quad (4.4)$$

где  $\tau_2$  - постоянная времени нарастания.

Пороговая чувствительность – это уровень светового потока  $\Phi_n$ , когда сигнал равен шуму, т. е.  $\bar{I}_\phi^2 = \Delta \bar{I}^2$ . Т. к.  $\sqrt{\Delta \bar{I}^2}$  и  $\Phi_n$  могут зависеть от площади  $S$  приемника и полосы  $\Delta f$ , то

$$\Phi_n^* = \frac{\Phi_n}{\sqrt{S \cdot \Delta f}}, \quad (4.6)$$

где  $\Phi^*$  - приведенный пороговый ток.

Фотодиодные матрицы. При разработке видеодатчиков широко используются различные твердотельные преобразователи. Многоэлементные фотоприемники – один из таких преобразователей. Принцип восприятия изображения фотоприемниками сводится к следующему: распределение яркости объекта наблюдения превращается в оптическое изображение и фокусируется на фоточувствительную поверхность. Здесь световая энергия преобразуется в электрическую, отклик каждого элемента пропорционален его освещенности. Яркостная картина преобразуется в электрический рельеф. Схема сканирования производит периодический опрос каждого элемента и считывание содержащейся в нем информации. В конечном счете на выходе устройства мы получаем последовательность видеоимпульсов, в которой закодировано воспринимаемое изображение.

Самым простым из фотоприемников является фотодиодная матрица МФ-14. Она предназначена для преобразования оптических сигналов в электрические и для коммутации электрических сигналов. Фотоматрица представляет собой двухмерную решетку  $\{A_{i,j}\}$  фотоячеек  $A_{i,j}$ , объединенных системой вертикальных и горизонтальных шин, а также общих проводящих шин. Каждая горизонтальная и вертикальная шина имеет вывод. Всего у матрицы 32 вывода горизонтальных шин, 32 вывода вертикальных шин и пять выводов общих шин.

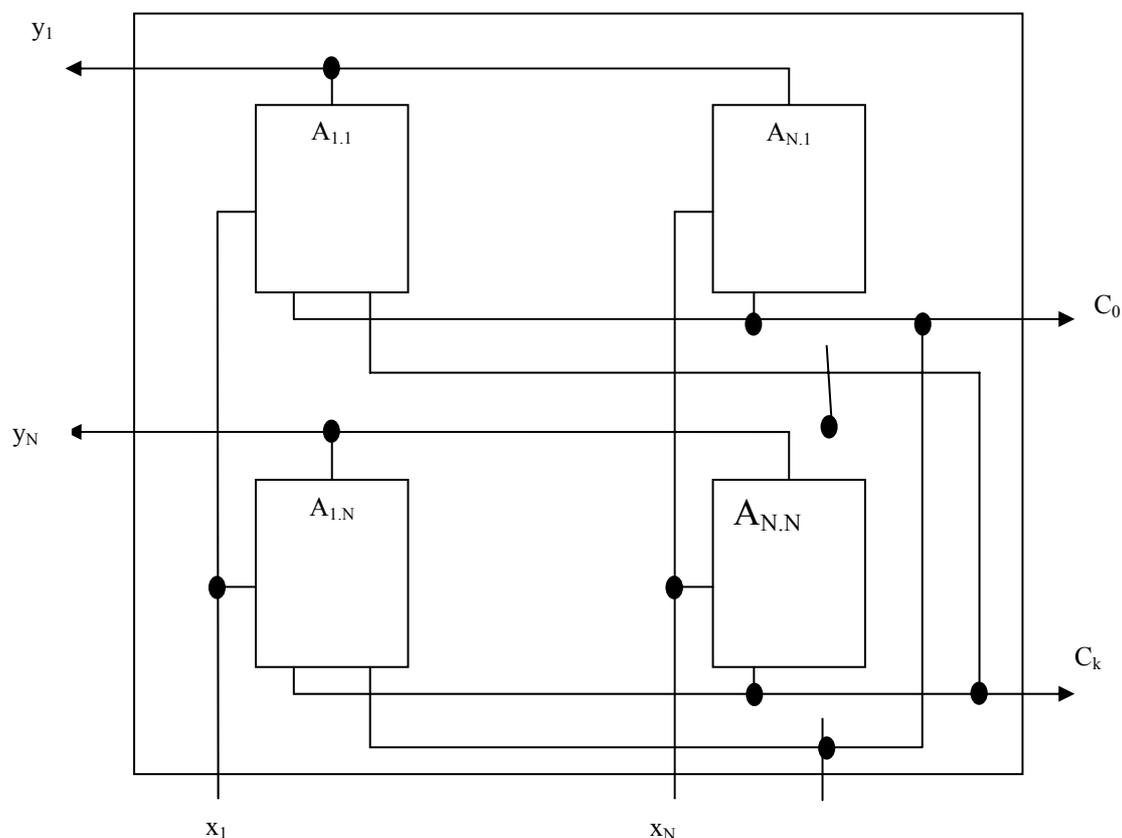


Рисунок 4.1 – Обобщенная структурная схема фото матрицы МФ-14

Фотоячейки матрицы представляют собой многофункциональные опто-электронные элементы, производящие преобразование оптических сигналов в электрические. Принцип работы ячейки фотоматрицы заключается в следующем: фотодиод Д и транзистор  $T_0$  образуют базовый многофункциональный элемент – фотодиодную – МДП-транзисторную структуру. Затвор и сток МДП-транзистора  $T_3$  соединены с анодом фотодиода, а сток – с общей шиной  $C_3$ . Стоки МДП-транзисторов  $T_0$  и  $T_2$  соединены с шинами  $C_1$  и  $C_2$ . В зависимости от способа подачи напряжения обратного смещения на фотодиод режим работы МДП-транзисторов и фотодиода может быть динамическим или статическим.

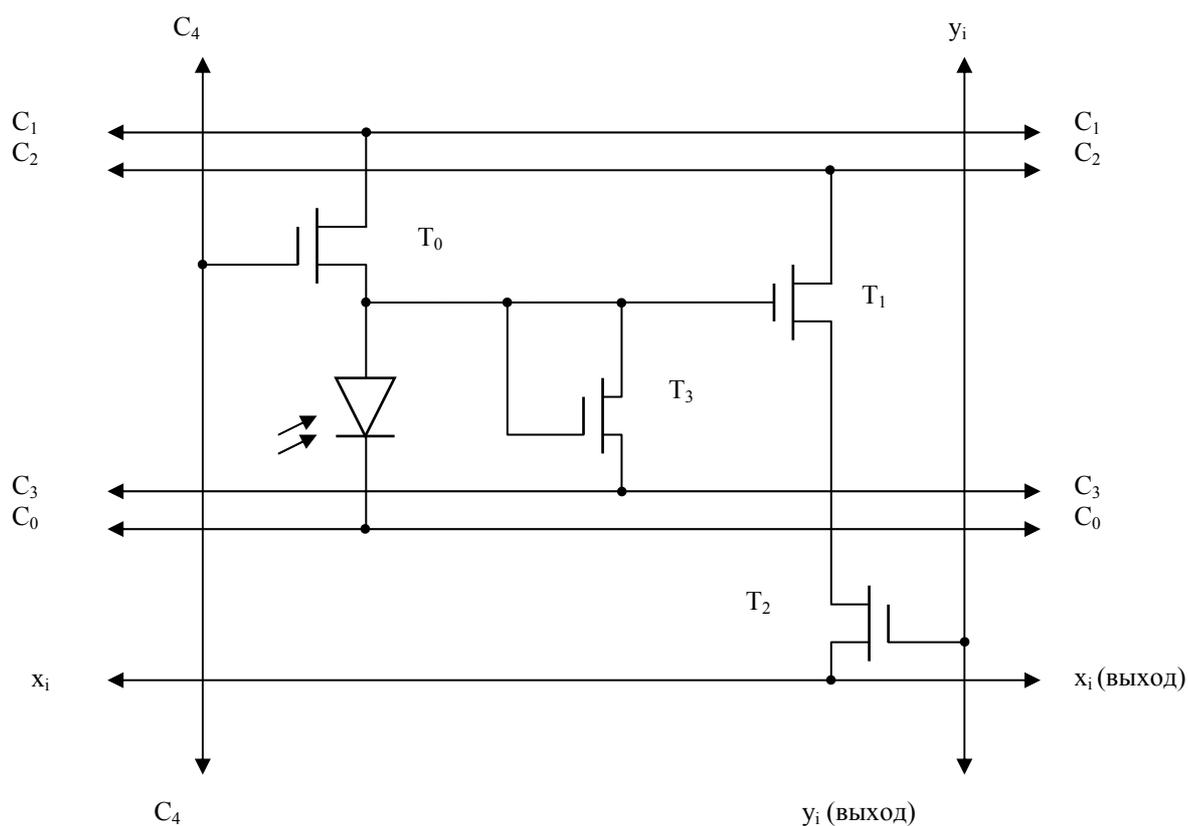


Рисунок 4.2 – Принципиальная схема фотоячейки матрицы МФ-14

Для работы в статическом режиме (рис. 4.3) на затворы МДП-транзисторов через общую шину подается постоянное напряжение. МДП-транзистор работает как источник тока  $I_1$ . В зависимости от освещенности меняется сопротивление фотодиода  $D$ , вследствие чего меняется и падение напряжения на диоде.

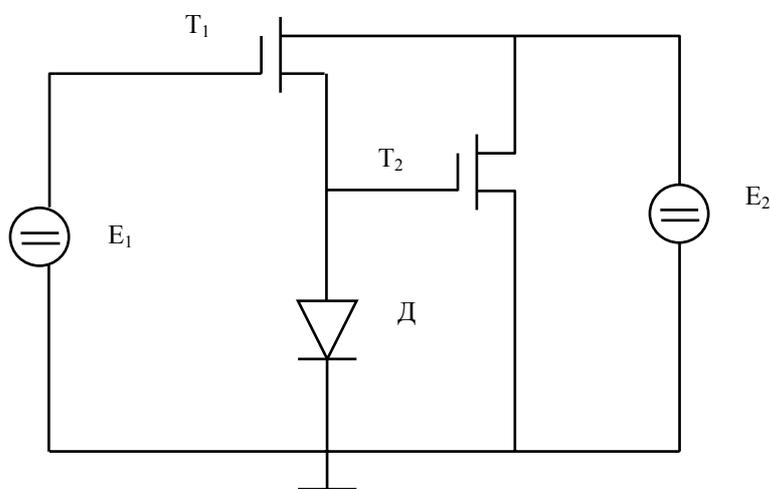


Рисунок 4.3 – Схема включения МДП-фотодиода в статическом режиме

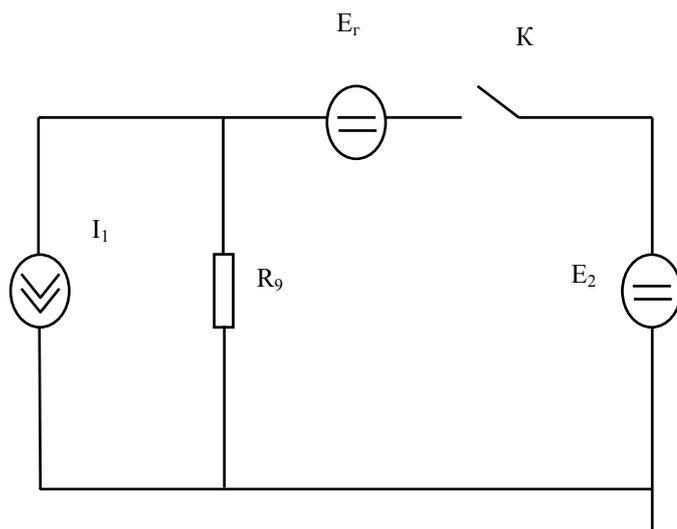


Рисунок 4.4 – Эквивалентная схема включения МДП-фотодиода в статическом режиме

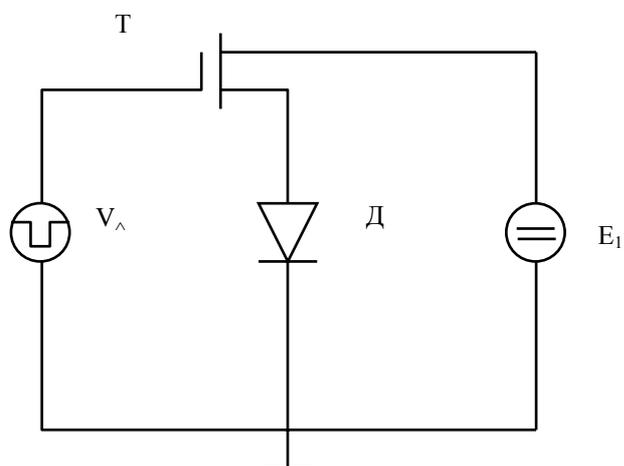


Рисунок 4.5 – Схема включения МДП-фотодиода в режиме с динамическим смещением

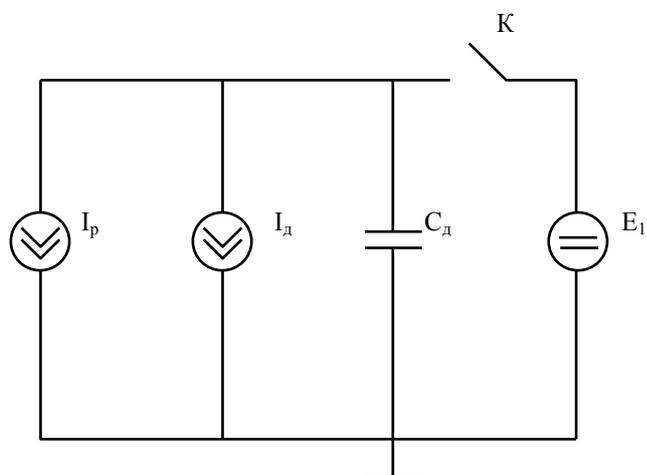


Рисунок 4.6 – Эквивалентная схема включения МДП-фотодиода в режиме

Для работы в динамическом режиме на затворы МДП-фотодиодов через общую шину  $C_4$  подается напряжение от генератора импульсов. Это напряжение должно быть больше, чем пороговое напряжение МДП-транзистора  $U_0$ , но меньше, чем максимально допустимое напряжение, ограниченное пробивным напряжением подзатворного диэлектрика  $U_{\max}$ :

$$U_0 < U_{\wedge} < U_{\max}.$$

На рисунке (4.5) приведена схема включения МДП-транзистора и фотодиода в режиме с динамическим смещением (РДС). В РДС МДП-транзистор  $T_0$  функционирует как ключ. При подаче импульса, отрицательного относительно подложки, ключ  $T_0$  отпирается и емкость  $C_d$  фотодиода, который смещается в обратном направлении, заряжается до напряжения питания  $E_1$ , подаваемого на общую шину  $C_1$ . По окончании импульса, если оптическое излучение отсутствует, емкость фотодиода разряжается током  $I_d$   $p^+n$ -перехода. Действие потока излучения, падающего на фотодиод, эквивалентно включению дополнительного генератора тока  $I_p$ , увеличивающего скорость разряда емкости фотодиода.

Таким образом, изменение заряда на емкости фотодиода:

$$Q_{рд} = (I_p + I_d) \cdot t_i, \quad (4.7)$$

где  $t_i$  - время воздействия потока излучения, отсчитываемое от момента окончания импульса на затворе транзистора  $T_0$ . Учитывая, что поток:

$$I_p = S_{io} \cdot P, \quad (4.8)$$

где  $S_{io}$  – токовая чувствительность фотодиода, А/Вт,

$P$  – мощность падающего излучения, Вт;

получаем:

$$Q_{рд} = (S_{io} \cdot P + I_d) \cdot t_i. \quad (4.9)$$

## 4.2 Примеры решения типовых задач

4.2.1 Вычислить энергию фотонов. Работа выхода. Уравнение фотоэффекта Эйнштейна.

Решение:

а) вычислим энергию фотонов в ультрафиолетовой (УФ) области спектра ( $\lambda=330$  и  $250$  Нм);

б) желтого света ( $\lambda=580$  Нм);

в) красного света ( $\lambda=644$  Нм).

Свет падает на поверхность натрия, работа выхода которого равна  $2,11$  эВ. Найдите максимальные скорости всех фотоэлектронов, если длина волны падающего света принимает указанные выше значения.

Решение:

Подставив в формулу  $E=h \cdot \nu = hc/\lambda = 1,24/\lambda$  значения, получим:

а)  $1,24/0,33=3,76$  эВ;

б)  $1,24/0,589=2,11$  эВ,  $1,24/0,25=4,96$  эВ;

в)  $1,24/0,644=1,93$  эВ.

Скорости фотоэлектронов, обладающих наибольшей энергией, определяется из уравнения Эйнштейна

$$(1/2)m \cdot v_{\max}^2 = h\nu - \phi, \quad (4.10)$$

где  $\phi$  - фотоэлектрическая работа выхода данного материала, а  $h\nu$ -энергия падающего излучения.

При освещении красным светом электроны испускаться не будут.

На длине  $\lambda$  желтого света энергии равны (хотя электроны имеют достаточную энергию выхода для преодоления потенциального барьера, но они остаются на поверхности).

В УФ электроны эмигрируют с максимальными скоростями:

для  $\lambda=0,33$  мкм

$$v_{\max} = \sqrt{2(h\nu - \phi)m} = \sqrt{2(3,76 - 2,11) \cdot 1,6^{-19} / 9,11 \cdot 10^{-31}} = 0,76 \cdot 10^6 \text{ м/с}, \quad (4.11)$$

для  $\lambda=0,25$  мкм

$$v_{\max}=1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с} \quad v_{\max}=1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

4.2.2 Уравнение фотоэффекта Эйнштейна. Фотоэлектрическая работа выхода для калия равна 2,0 эВ. На поверхность калия падает свет  $\lambda=0,35$  мкм.

Определить:

а) запирающий потенциал  $V_s$ ;

б) кинетическую энергию  $E_k$  самых быстрых электронов;

в) скорости этих электронов;

г) вычислить, насколько изменится запирающий потенциал, если длина волны уменьшится до 348 Нм.

$$\begin{aligned} \text{Решение: Энергия фотона} \quad E &= 1,24/\lambda \text{ эВ}, & (4.12) \\ E &= 1,24/0,35 = 3,54 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Энергия эмиттированного электрона ( $E_e$ ) представляет собой разность между энергией падающего излучения и работой выхода материала  $\phi$ , т.е.

$$E_e = E_{\text{изл}} - \phi = 3,54 - 2 = 1,54 \text{ эВ}.$$

Запирающий потенциал будет  $V_s = 1,54$  эВ.

$E_k$  наиболее быстрых электронов также равна 1,54 эВ.

Скорость наиболее быстрых электронов определяется как

$$(1/2)mv^2 = 2,46 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

$$v_{\max} = 0,74 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Уравнение Эйнштейна

$$\left(\frac{1}{2}\right)mv^2 = h\nu - \varphi \text{ или } e \cdot V_s = (hc/\lambda) - \varphi, \quad (4.13)$$

предполагая, что  $\lambda$  мало, запишем в дифференциальной форме:

$$\delta V_s = hc/\lambda - \delta\lambda/\lambda^2.$$

Поскольку  $\delta\lambda = 348-350$  Нм, а  $\lambda = 350$  Нм, получаем, что запирающий потенциал уменьшается на величину  $\delta V_s = 20,4$  мВ.

4.2.3 Здесь определяются следующие параметры: фотоэлектронная эмиссия, квантовый выход (Q), спектральная чувствительность (S), вывод соотношения  $S/Q = 1/h\nu$ , пороговая частота (длина волны).

Пусть фотодиод имеет работу выхода 2,08 эВ и спектральная чувствительность 20 мкА/пм при освещении его  $\lambda = 0,546$  мкм. Считая, что световой поток 0,625 мкм на этой  $\lambda$  эквивалентен 1Вт, вычислить:

- а) пороговую частоту,
- б) запирающий потенциал, при котором фототок равен нулю,
- в) квантовый выход.

Решение.

Работа выхода – это разница между падающей энергией излучения и энергией, характеризующей эмиссионные свойства материала. Квантовый выход (Q) – это есть отношение числа испускаемых электронов к числу падающих. Квантовый выход

$$Q = n_e/n_p = (I/l)/(P/h\nu) = I \cdot h\nu / lP,$$

где  $n_e$  – число фотонов, падающих на фотокатод в 1с, а излучение с частотой  $\nu$  несет мощность P. Спектральная чувствительность  $S = I/P$ ;  $S/Q = 1/h\nu$ .

Пороговая частота находится из условия  $\varphi = h\nu$  где  $\nu = \varphi/h = 502 \cdot 10^{12}$  Гц, а пороговая длина волны  $\lambda = c/\nu = 5,98$  Нм,  $V_s = h\nu - \varphi = 1,24/0,546 = 2,27$  эВ.

Запирающий потенциал, при котором фототок уменьшается до нуля, равен  $V_s = h\nu - \varphi/l = 2,27 - 2,08 = 0,19$  В.

Квантовый выход  $Q = I h\nu / lP = 0,03$ .

4.2.4 Дайте описание фотоэффекта и объясните, каким образом с его помощью можно определить работу выхода для некоторой поверхности. Вычислите максимальную скорость электронов, эмитируемых из фотокатода, имеющего работу выхода 1,9 эВ и освещаемого монохроматическим светом с длиной волны  $0,59 \cdot 10^{-6}$  м.

Решение.

При падении электромагнитных волн на металлическую поверхность некоторое количество электронов этой поверхности может поглотить энергию падающего излучения и превратить ее в кинетическую энергию своего

движения. Электрон поглощает энергию излучения квантами, равными  $h\nu$ , где  $\nu$  - частота излучения,  $h - 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

Электроны могут покидать поверхность только в том случае, если  $h\nu > \varphi$ , где  $\varphi$  - работа выхода материала. Работу выхода материала можно определить как минимальную величину энергии, необходимую для получения эмиссии с поверхности материала; эта величина измеряется в электронвольтах. Электронвольт равен энергии, приобретаемой электроном при ускоряющем напряжении 1 В ( $1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж). Для вольфрама

$$\varphi = 4,55 \text{ эВ} = 4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Каждому материалу соответствует максимальная длина волны, при длинах волн больше которой эмиссия электронов происходить не может; ее называют пороговой длиной волны.

Пороговую частоту  $\nu_0$  для вольфрама можно найти следующим образом:

$$h\nu_0 = 4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19},$$

$$\nu_0 = \frac{4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Пороговая длина волны  $\lambda_0$  определяется как

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,1 \cdot 10^{15}} = 272 \text{ нм.}$$

Полученная длина волны соответствует ультрафиолетовой области спектра.

Для цезия  $\varphi = 1,75$  эВ, а  $\lambda_0 = 0,707$  мкм, т.е. пороговая длина волны лежит в видимой области спектра (красная область).

Эйнштейн сформулировал основное уравнение фотоэффекта:

$$h\nu = \varphi + \frac{1}{2}mv^2, \quad (4.14)$$

или

$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = h\nu - h\nu_0. \quad (4.15)$$

Отсюда следует, что фотон с частотой  $\nu$  выше пороговой ( $\nu_0$ ) будет выбивать на поверхности электроны с кинетической энергией, определяемой уравнением (4.15), где  $h\nu_0$  – работа выхода,  $V_{\text{макс}}$  – максимальная скорость эмиттированных электронов,  $\nu$  - частота кванта света.

Два основных закона внешнего фотоэффекта гласят, что

1) кинетические энергии отдельных фотоэлектронов не зависят от интенсивности освещения;

2) число фотоэлектронов, испускаемых в 1 с, пропорционально интенсивности освещения. С помощью фотоэффекта можно определять работу выхода для некоторой поверхности методом Милликена. При измерении работы выхода используются две металлические пластины, одна из которых выполняет роль катода, а другая служит анодом, собирающим электроны, испускаемые металлической поверхностью катода (рис. 4.7).

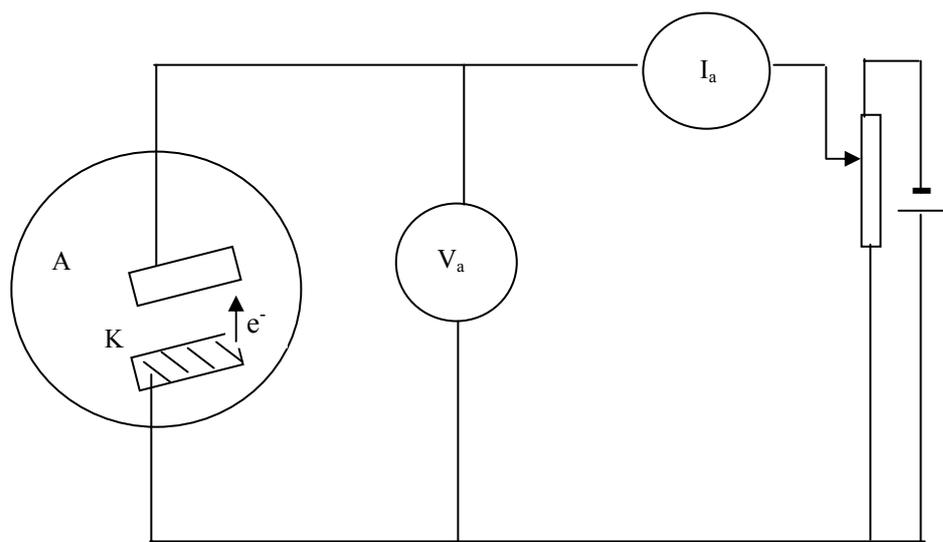


Рисунок 4.7 – Схема исследования внешнего фотоэффекта

Если анод А заряжен положительно по отношению к катоду, то он собирает все электроны. При этом анодный ток  $I$  пропорционален количеству фотоэлектронов, эмитируемых в 1 с.

Если анод заряжен по отношению к катоду отрицательно, то электроны достигают анода благодаря запасу кинетической энергии, с которой они вылетают из катода. При отрицательном потенциале анода  $V$  электрон, пройдя расстояние от катода к аноду, совершит работу  $eV$ . Пусть при некотором отрицательном потенциале анода  $V_a$  ток прекращается. Это условие определяет максимальную кинетическую энергию, которую будут иметь вылетающие из катода электроны:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = eV_s. \quad (4.16)$$

Потенциал  $eV_s$  называют запирающим потенциалом.

Пусть на катод падает свет с длинами волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ , а запирающий потенциал при этом равен  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$  и  $V_{s3}$ . Запишем уравнение Эйнштейна:

$$h\nu = \varphi = eV_s \quad (4.17)$$

и преобразуем его к виду

$$V_s = \left( \frac{h}{e} \right) \nu - \frac{\varphi}{e}, \quad (4.18)$$

что соответствует уравнению прямой линии.

Если в качестве осей координат выбрать  $V_s$  и  $\nu$ , то наклон прямой даст отношение  $h/e$ , а из него можно определить постоянную Планка. Пересечение этой прямой с осью координат дает величину  $-\varphi/e$ , из которой можно определить работу выхода. По условию задачи

$$\varphi = 1,9 \text{ эВ}, \quad \lambda = 0,59 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 590 \text{ нм},$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,59 \cdot 10^{-6}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Подставляя эти численные результаты в уравнение Эйнштейна

$$h\nu = \varphi + \frac{1}{2} m V_{\text{макс}}^2, \quad \text{имеем} \quad (4.19)$$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,1 \cdot 10^{14} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,9 + \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot V_{\text{макс}}^2,$$

откуда получаем максимальную скорость фотоэлектронов:

$$V_{\text{макс}}^2 = 2,73 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

4.2.5 На сурьмяно-цезиевый фотоэлемент с интегральной чувствительностью  $K=100$  мкА/лм падает световой поток  $\Phi$ , равный 0,15 лм. Последовательно с фотоэлементом включен резистор  $R=400$  кОм, с которого сигнал снимается на усилитель, управляющий реле с током срабатывания 10 мА при напряжении 220 В. Определить необходимые коэффициенты усиления по мощности и по напряжению, если входной нагрузкой усилителя является сопротивление  $R$  и темновой ток фотоэлемента равен нулю.

Решение.

Определяем ток фотоэлемента:

$$I_\Phi = K_\Phi \Phi = 100 \cdot 0,15 = 15 \text{ мкА}. \quad (4.20)$$

Входная мощность усилителя:

$$P_{\text{вх}} = I^2 R = (15 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 10^5 = 225 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}. \quad (4.21)$$

Мощность срабатывания реле:

$$P_p = 220 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2,2 \text{ Вт.}$$

Коэффициент усиления по мощности:

$$K_p = P_p / P_{вх} = 2,2 / 9 \cdot 10^{-5} = 2,44 \cdot 10^4. \quad (4.22)$$

Коэффициент усиления по напряжению:

$$K_U = U_p / U_R = U_p / (I_{фR}) = 220 / (15 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3) = 36,7. \quad (4.23)$$

Многоэлементные фотоприемники. Если надо преобразовать оптическое изображение, имеющее определенное распределение интенсивности света по плоскости, то используют экран, состоящий из множества миниатюрных ФП, которые преобразуют световые потоки в соответствующие электрические сигналы.

Записанная таким образом оптическая информация сохраняется, а затем считывается. Электрические сигналы от различных ячеек экрана могут быть последовательно переданы в другое место и использованы для воссоздания изображения объекта (фототелеграфия, телевидение).

В ряде систем записи оптических сигналов применяются полупроводниковые устройства, а при считывании информации используют электронный пучок, быстро обегаяющий миниатюрные фотодетекторы. Использование электронных пучков плохо согласуется с низковольтными полупроводниковыми схемами. Рассмотрим многоэлементные ФП, у которых запись, хранение и считывание информации осуществляется одними и теми же твердотельными элементами. В качестве такого элемента может быть использована структура металл-диэлектрик-полупроводник (МДП).

Если к структуре прикладывают напряжение  $U$  (- на металле), то часть примесных электронов выводится из полупроводника  $n$ -типа, что приводит к появлению слоя + объемного заряда толщиной  $d$ . Толщина этого слоя увеличивается с увеличением  $U$ . Возникающие при освещении МДП-структуры электроны отводятся в объем полупроводника, а дырки скапливаются у границы с диэлектриком. Число этих дырок (т. е. общий положительный заряд) зависит от интенсивности света и времени его действия. Накопленный заряд (т. е. информация, заданная светом) может длительное время сохраниться, если тепловая генерация пар незначительна.

На рис. 4.8 изображена цепочка МДП-структуры, являющейся частью многоэлементного фоточувствительного экрана.

В случае I на структуру не подано внешнее напряжение. Наличие обедненного слоя толщиной  $d_0$  связано с контактной разностью потенциалов  $U_k$ .

Позиция II соответствует случаю, когда присутствует внешнее напряжение и структура освещается через полупрозрачный металлический электрод (затвор). Накопленный за время освещения заряд дырок может быть

сдвинут вдоль цепочки структур, если на соседний элемент подано более высокое напряжение.

Позиция III. В этом случае глубина потенциальной ямы для дырок больше и они вследствие диффузии перейдут от второго элемента к третьему. В промежутке между затворами 2 и 3 присутствует ускоряющее дырки поле, которое проникает и в область скопления дырок, поэтому переход дырок к электрону 3 может быть быстрым.

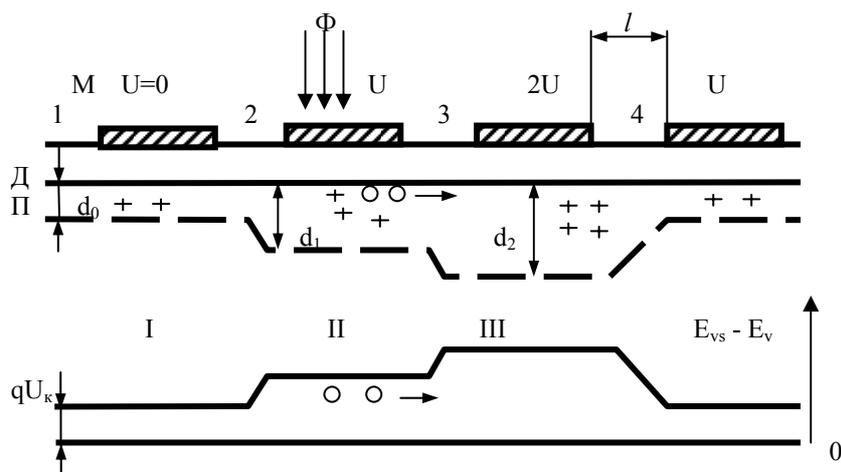


Рисунок 4.8 – Серия взаимодействующих элементов электрической схемы МДП-структуры, к которым приложены различные напряжения. Штриховая линия – граница области пространственного заряда.  $E_{vs} - E_v$  – глубины потенциальных ям и дырок

Электрический сигнал от элемента 2, пропорциональный интенсивности  $\Phi$  и времени действия света, падавшего на этот элемент, может быть проведен по цепочке элементов и выведен во внешнюю цепь. Аналогичным образом могут быть получены видеосигналы от других элементов строки и элементов других строк. Таким образом, микроскопические фотоэлементы (ФЭ) расположены в строке настолько близко ( $l \approx 3 \text{ мкм}$ ), что они могут взаимодействовать, передавая друг другу заряды. Отсюда название – приборы с зарядовой (или объемной) связью. Эта связь между МДП-структурами осуществляется через общую для всех структур толщу полупроводника.

Регистрирующие изображение устройства рассмотренного типа (из МДП-элементов) потребляют малую энергию во время считывания, требуют небольших  $U$  (10 – 20 В) и при числе элементов  $\sim 1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$  могут иметь хорошую разрешающую способность (140 линий на 1 мм).

Высокая чувствительность экрана определяется тем, что он работает в условиях накопления светового действия. Так как в чувствительных элемен-

тах используются поверхностные барьеры, то облегчается подбор области спектральной чувствительности прибора путем выбора материала с  $\Delta E \leq h\nu$ . Кремниевые ПЗС имеют срок службы  $1 \cdot 10^4$  ч и регистрируют изображения телескопов.

### 4.3 Задачи для самостоятельного решения

4.3.1 Нарисуйте графики зависимости фототока от светового потока для трех различных сопротивлений резисторов нагрузки  $R_n = 1, 10$  и  $20$  МОм, если напряжение источника  $E_a = 200$  В.

4.3.2 Фотоэлемент СЦВ-3, включенный в схему на рис. 4.2, имеет характеристики, изображенные на рис. 4.3. Параллельно с резистором нагрузки включается электронный ключ, обладающий бесконечно большим входным сопротивлением. Напряжение источника  $E_a = 200$  В. Определить: а) световой поток  $\Phi$ , при котором откроется ключ, если порог срабатывания ключа равен 50 В при сопротивлении нагрузки  $R_n = 5$  МОм; б) максимально возможное значение сопротивления нагрузки  $R_n$ , если порог срабатывания равен 100 В и максимальное значение светового потока  $\Phi = 0,15$  лм.

Ответ: а) 0,1 лм; б) примерно 6,7 МОм.

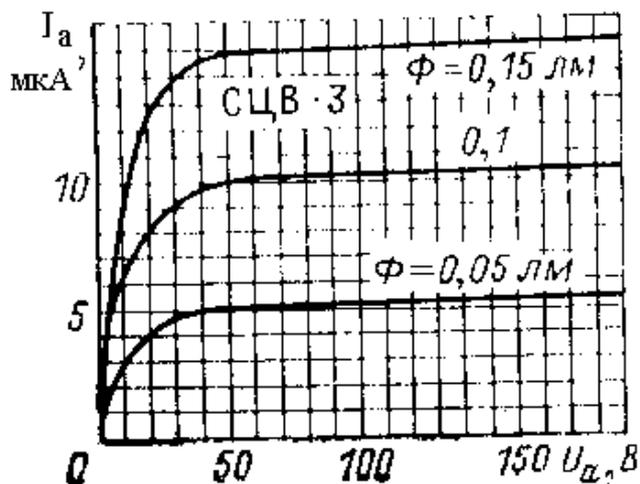


Рис. 4.2

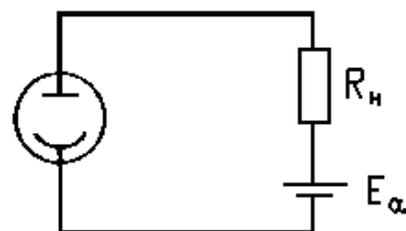


Рис. 4.3

4.3.3 Определить число каскадов фотоэлектронного умножителя для получения выходного тока 2 мА, если ток эмиссии фотокатода 0,01 мкА, а коэффициент вторичной эмиссии  $\sigma = 6$ .

Ответ: 7.

4.3.4 В девятикаскадном фотоэлектронном умножителе ток эмиссии фотокатода равен  $10^{-8}$  А, а выходной ток составляет 100 мА. Найти коэффициент вторичной эмиссии материала электродов.

Ответ: примерно 6.

4.3.5 Определить коэффициент усиления фототока в фотоэлектронном умножителе, если известно, что число эмиттеров в приборе равно 6, коэффициент вторичной эмиссии материала эмиттера  $\sigma = 4$ .

Ответ: 4096.

4.3.6 Определить коэффициент вторичной эмиссии одного эмиттера фотоумножителя ФЭУ-19, состоящего из 13 каскадов, если известно, что общий коэффициент усиления составляет  $10^6$ .

Ответ: примерно 3.

4.3.7 Чувствительность фотоэлемента при рабочем анодном напряжении равна 14 мкА/лм, площадь окна фотоэлемента  $\Pi = 10$  см<sup>2</sup>. Горизонтально направленная сила света лампы накаливания равна 100 кд. Определить: а) фототок, если фотоэлемент расположить на расстоянии  $l = 50$  см от лампы; б) значение анодного тока, если в приборе, помимо указанного фотокатода, будет помещено еще девять эмиттеров, каждый с коэффициентом вторичной эмиссии  $\sigma = 5$ . Принять, что коэффициент сбора электронов  $\alpha = 0,6$ .

Ответ: а)  $I_{\phi} = 5,6$  мкА, б)  $I_a = 110$  мА.

4.3.8 Пользуясь люкс-амперной характеристикой фоторезистора ФСК-1, изображенной на рис. 4.11, определить его удельную чувствительность, если темновой ток  $I_T = 15$  мкА, освещенность  $E = 800$  лк, напряжение на фоторезисторе  $U = 25$  В, площадь светочувствительной поверхности  $\Pi = 0,3$  см<sup>2</sup>.

Ответ: 3,98 А/(лм·В).

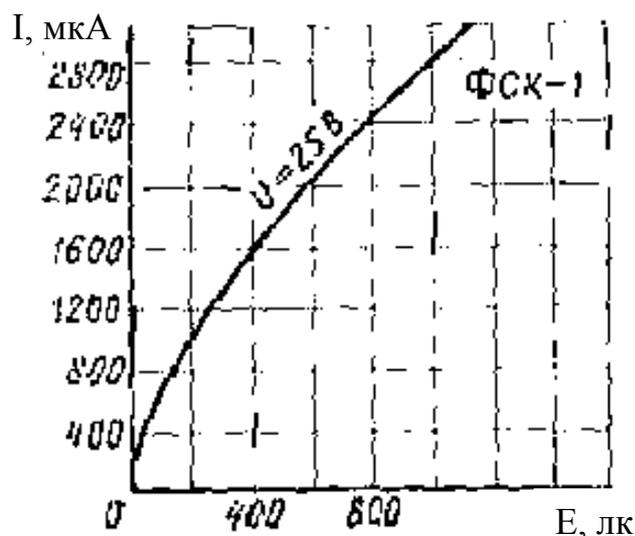


Рис. 4.11

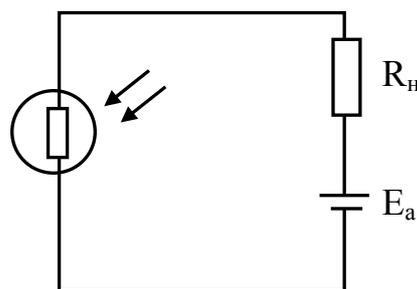


Рис. 4.12

4.3.9 Фоторезистор ФСК-1, люкс-амперная характеристика которого изображена на рис. 4.11, используется в схеме на рис. 4.12. Напряжение источника питания  $E = 50$  В, сопротивление резистора нагрузки  $R_H = 10$  кОм, максимально допустимая мощность, рассеиваемая фоторезистором,  $P_{\max} = 125$  мВт. Площадь светочувствительной поверхности  $\Pi = 0,3$  см<sup>2</sup>. Определить: а) световой поток  $\Phi$ , при котором падение напряжения на нагрузке  $U_R = 25$  В; б) мощность  $P$ , рассеиваемую фоторезистором в этом случае; в) минимальное значение сопротивления резистора нагрузки  $R_{H \min}$ , при котором мощность, рассеиваемая фоторезистором, не превышает максимально допустимую, если значение светового потока  $\Phi = 0,03$  лм.

Ответ: а)  $2,55 \cdot 10^{-2}$  лм; б) 62,5 мВт; в) 4,44 кОм.

4.3.10 Нарисуйте и объясните вольт-амперные и световые характеристики фотодиода в фотодиодном режиме. Приведите схему включения фотодиода, работающего в этом режиме.

4.3.11 Нарисуйте и объясните характеристики фотодиода в вентильном режиме для нескольких световых потоков. Укажите на характеристиках режимы холостого хода и короткого замыкания. Приведите схему включения фотодиода, работающего в этом режиме.

4.3.12 Какими физическими явлениями можно объяснить уменьшение фототока с ростом частоты модуляции светового потока?

4.3.13 Фотодиод ФД-1, вольт-амперные характеристики которого изображены на рис. 4.13, используется в схеме на рис. 4.14. Напряжение источника равно 100 В. Построить графики зависимости фототока от светового потока при сопротивлениях резисторов нагрузки  $R_H$ , равных 2 МОм, 100 кОм и 0. Площадь светочувствительной поверхности  $\Pi = 5$  мм<sup>2</sup>.

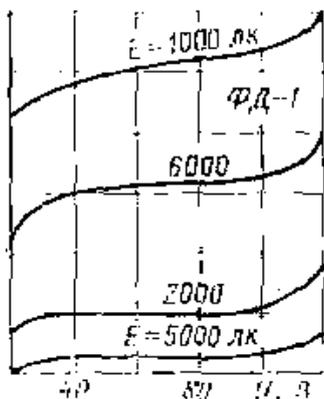


Рис. 4.13

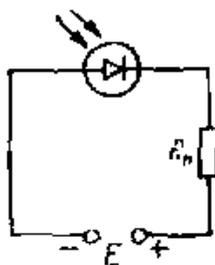


Рис. 4.14

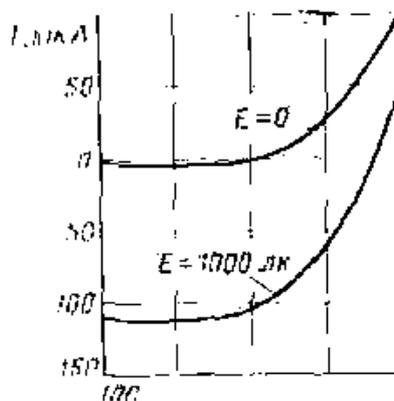


Рис. 4.15

4.3.14 По вольт амперным характеристикам фотодиода ФД-1, изображенным на рис. 4.15, определить предельное значение сопротивления нагрузки, при котором сохраняется еще фотодиодный режим, если напряжение источника питания  $E=60$  В.

Ответ: 60 кОм.

4.3.15 Пользуясь характеристиками фотодиода, работающего в вентильном (фотогальваническом) режиме (рис. 4.8), построить график зависимости выходной мощности от значения сопротивления нагрузки. Найти: а) оптимальное сопротивление нагрузки  $R_{н,опт}$ ; б) напряжение холостого хода  $U_0$ .

Ответ: а) 740 Ом; б) 80 мВ.

4.3.16 Чем ограничена максимальная фото-ЭДС фотодиода, работающего в вентильном режиме?

4.3.17 Электронно-дырочный переход площадью  $10^2$  см<sup>2</sup> германиевого фотодиода освещается источником света, который вызывает генерацию носителей заряда со скоростью  $4,6 \cdot 10^{18}$  1/(см<sup>3</sup>·с). Определить фототок короткого замыкания фотодиода при обратном напряжении, если концентрация примесей в областях р-п-перехода  $N_a=N_d=10^{15}$  см<sup>-3</sup>, время жизни носителей  $\tau - 10$  мкс. Сравните ток короткого замыкания с темповым фототоком при обратном напряжении. Вычислите напряжение холостого хода фотодиода при  $T=300$  К.

Ответ:  $I_{т0} = 3,9 \cdot 10^{-4}$  А;  $I_{обр} = 80 \cdot I_{т0}$ ;  $U_0 = 0,11$  В.

4.3.18 Какова связь между интегральными чувствительностями фототранзистора при включении его в схему с общей базой и с общим эмиттером?

Таблица 4.1. Типичные значения коэффициента усиления и времени быстройдействия

	$K_{yc}$	$t, c$
Фоторезистор	$1 - 10^5$	$10^{-2} - 10^{-7}$
ФД с р-п-переходом	1	$10^{-6} - 10^{-8}$
Д с р-і-п-переходом	1	$10^{-8} - 10^{-10}$
Д с поверхн. барьером	1	$10^{-10}$
ЛФД	$10^2 - 10^4$	$10^{-9}$
Фототранзистор	$10^2$	$10^{-6}$

4.3.19 Каков принцип восприятия изображения матричными фотоприемниками, что такое электрический рельеф?

4.3.20 Какими параметрами определяется изменение заряда на емкости фотодиода?

## 5 Расчет параметров оптического волокна

В разделе изложен материал по расчету характеристик и параметров волокна как многомодового, так и одномодового, как ступенчатого, так и градиентного. Приведено много практических примеров и рекомендаций.

### 5.1 Основные теоретические сведения

Луч будет распространяться по оптическому волокну при условии превышения угла падения над критическим углом ( $Q > Q_c$ ). Для этого необходимо, чтобы угол наклона луча к оптической оси  $\varphi$  был меньше  $\varphi_m$ , где  $\varphi_m = \pi/2 - Q_c$ .

Расчет показателя преломления сердцевины. Оптическое волокно представляет собой диэлектрическую среду, в которой содержится основная часть световой энергии, передаваемой по волокну. Рассмотрим два основных применяющихся типа волокна: волокно со скачкообразным изменением показателя преломления и волокно с градиентным показателем.

У первого типа волокна показатель преломления не меняется в сердцевине и распространение света обеспечивается за счет отражения на границе между сердцевиной и оболочкой.

Если показатель преломления изменяется в зависимости от расстояния  $r$  от оптической оси по параболическому закону вида

$$n(r) = n(o) - [n(o) - n(a)] \left( \frac{r}{a} \right)^2, \quad (5.1)$$

то такие волокна называют волокнами с градиентом показателя преломления или градиентными волокнами.

Многомодовые волокна это волокна, диаметр которых составляет несколько десятков микрон, а разница показателей преломления ( $\Delta_{\text{МОВ}}$ ) – порядка  $10^{-2}$ .

У одномодовых волокон, диаметр которых составляет несколько единиц микрон, а разница показателей преломления ( $\Delta_{\text{ООВ}}$ ) – порядка  $10^{-3}$ .

$$n_{1\text{МОВ}} = \frac{n_2}{1 - \Delta_{\text{МОВ}}}, \quad n_{1\text{ООВ}} = \frac{n_2}{1 - \Delta_{\text{ООВ}}}, \quad (5.2)$$

$$\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2n_1^2 \approx (n_1 - n_2) / n_1.$$

Расчет критического угла ввода. При прохождении луча вдоль сердцевины волокна с  $n_1$  будет наблюдаться полное внутреннее отражение от оболочки с  $n_2$ , если выполняется условие

$$\sin \alpha = n_1 \sin \varphi_m = n_2 \cos \theta_c.$$

При угле падения, равном критическому:

$$\cos \theta_c = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} / n_1, \quad \sin \alpha_m = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}, \quad \sin \alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2}.$$

Чем больше угол, тем большая часть падающего на торец волокна света может быть введена в волокно. Критический угол, определяющий границу полного внутреннего отражения, выразится следующим образом:

$$\theta_c = \arccos(\sin \alpha_m / n_1) = \arcsin(n_2 / n_1). \quad (5.3)$$

Расчет числовой апертуры. Луч, входящий в волокно с торца, из окружающего волокно воздуха (с показателем преломления  $n_a$ ) будет распространяться вдоль волокна путем многократных отражений от границы сердцевина – оболочка и не будет ослабляться при условии, что угол падения луча на границу раздела будет больше критического угла  $\theta_c$ . Число, выраженное через  $\sin \alpha_m$ , называют числовой апертурой волокна (NA).

$$(NA) = \sin \alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2}, \quad \Delta n = n_1 - n_2, \quad n = (n_1 + n_2) / 2, \quad (5.4)$$

$$\sin \alpha_m = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}.$$

Временная дисперсия в объемной среде. Слово «дисперсия» в системах связи связано с явлением уширения световых импульсов после прохождения через дисперсионную среду. Под дисперсией материала понимается величина  $\lambda d^2 n / d\lambda^2$ . Любая помеха или сигнал, налагаемые на световую волну, распространяются не с фазовой скоростью волны, равной

$$v_\phi = \omega / \beta, \quad (5.5)$$

а с групповой скоростью, определяемой соотношением

$$v_{gp} = d\omega / d\beta = 1 / (d\omega / d\beta) = v_\phi / (1 - (\omega / v_\phi) (dv_\phi / d\omega)). \quad (5.6)$$

Это обстоятельство важно, так как групповая скорость является скоростью распространения сигнала, с которой постоянно имеют дело в технике связи.

При прохождении сигнала через дисперсионную среду сигнал ослабляется и искажается.

Время прохождения  $t$  световым импульсом расстояния  $l$  равно

$$t = \frac{l}{v_{gp}} = \frac{Nl}{c} = \left[ n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right] \frac{l}{c}, \quad (5.7)$$

где  $N$  – групповой показатель преломления ( $N = c / v_{gp} = n - \lambda dn / d\lambda$ ).

Групповая скорость может быть изображена в виде

$$v_{gp} = \frac{c}{N} = c / \left[ n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right]. \quad (5.8)$$

Если свет имеет ширину спектра  $\Delta\lambda$  относительно  $\lambda$  и если среда дисперсионная, то световой импульс расширяется в процессе распространения и поступает на выход на протяжении интервала времени  $\Delta t$ , определяемого соотношением:

$$\Delta t = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \frac{1}{c} \frac{dN}{d\lambda} \Delta\lambda = -\frac{1}{c} \lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Delta\lambda. \quad (5.9)$$

Обычно ширину спектра источника излучения определяют как диапазон длин волн, в пределах которого излучаемая мощность превышает 50% максимального значения. Часто удобно использовать относительную ширину спектра излучения  $\gamma$ , равную

$$\gamma = |\Delta\lambda / \lambda| = |\Delta\omega / \omega|. \quad (5.10)$$

Таким образом, после прохождения световым импульсом расстояния  $l$  в дисперсионной среде импульс расширяется, причем его длительность  $\tau$  на уровне половинной мощности определяется выражением:

$$\tau = \frac{l}{c} \gamma \left| \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right|. \quad (5.11)$$

Длительность импульса можно записать в таком виде:

$$\tau/l = (\gamma/c) |Y_m|, \quad (5.12)$$

$$\text{где} \quad Y_m = \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (5.13)$$

представляет собой коэффициент дисперсии материала.

При  $\lambda_m = \lambda_0$  дисперсия в объеме материала становится минимальной и равной

$$\tau/l = (-) \frac{\gamma^2 \lambda^3}{8c} \left( \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \right)_{\lambda_0}. \quad (5.12a)$$

Ширина полосы частот связана с общей межмодовой дисперсией

$$\Delta f = 1/4\tau \quad \text{или} \quad \Delta f = 1/2\Delta T, \quad (5.14)$$

$$\text{где} \quad \Delta T/l = (N_1/n_2)(\Delta n/c) \quad (5.15)$$

определяет разницу времени распространения импульсов вдоль осевого и наиболее наклоненного лучей. Более простое определение:

$$\Delta T/l = \frac{n_0 \Delta}{c}. \quad (5.15a)$$

Влияние дисперсии материала и межмодовой дисперсии. При определении общей дисперсии оптического волокна необходимо обязательно учи-

тывать оба вида дисперсии: дисперсию в материале и межмодовую дисперсию. Например, уширение импульса происходит под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии. Оба механизма независимы друг от друга, и каждый из них приводит к появлению гауссова импульса длительностью  $\tau_1$  и  $\tau_2$  соответственно, измеренной на уровне 0,5. Тогда в результате их совместного влияния образуется импульс, который будет оставаться приближенно гауссовым по форме, а его длительность на уровне 0,5 будет определяться выражением  $\tau = (\tau_1^2 + \tau_2^2)^{1/2}$ . В конечном виде можно записать

$$\tau = \left[ (\tau_0^2 / l^2) + (\tau_1^2 / l^2) + (\tau_2^2 / l^2) \right]^{1/2} \cdot l. \quad (5.16)$$

Здесь  $\tau_0$  обозначает ширину передаваемого импульса на уровне половинной мощности, а величины  $(\tau_1/l)$  и  $(\tau_2/l)$  учитывают влияние межмодовой и материальной дисперсии соответственно.

Приведенные значения дисперсий можно отнести к ступенчатым волокнам. С градиентными волокнами необходимо разобраться поподробнее.

Межмодовую дисперсию для градиентных волокон запишем следующим образом:

$$\Delta T = \frac{n_0 l}{c} \frac{|\alpha - 2|}{(\alpha + 2)} \Delta, \quad (5.17)$$

где  $\Delta=0,01$ ,  $n_0$  - показатель преломления на оси волокна,  $\alpha = 2(1 - \Delta)$  - профиль показателя преломления.

$$\text{Или более простое определение: } \Delta T / l = \frac{n_0 \Delta}{c} (\Delta / 8). \quad (5.18)$$

Межмодовая дисперсия с учетом материальной дисперсии в градиентных волокнах. Оптимальный профиль показателя преломления с учетом дисперсионных свойств материала его сердцевины можно определять следующим образом:

$$\alpha_{\text{опт}} \approx 2(1 + 2\delta - \Delta),$$

$$\text{где } \delta = \frac{n_0}{2N_0} \frac{\omega}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\omega} = - \frac{n_0}{2N_0} \frac{\lambda}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\lambda}. \quad (5.19)$$

Среднеквадратичная длительность импульсов. Другой мерой длительности импульса является среднеквадратичная длительность импульсов  $\sigma$ , которая ценна при неизвестной форме импульса. Под среднеквадратической длительностью импульсов  $\sigma$  понимают величину, определяемую соотношением

$$\sigma^2 = \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \Phi(t) dt - t_0^2, \quad (5.20)$$

где за  $\Phi(t)$  принято распределение принимаемой мощности,  $t_0$  – среднее время прихода импульса.

Если импульс уширяется под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии и оба механизма уширения приводят к формированию приблизительно гауссовых импульсов, имеющих среднеквадратичные длительности, равные соответственно  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , то оба механизма будут объединяться, чтобы сформировать импульс, который по форме останется приблизительно гауссовым и среднеквадратичная длительность  $\sigma$  которого будет определяться выражением

$$\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}. \quad (5.21)$$

Покажем связь между среднеквадратичной длительностью импульса  $\sigma$  и его длительностью  $\tau$  на уровне 0,5, а также другими его параметрами. Приведенные соотношения получены простым вычислением по формуле (2.20) для каждого случая: а) прямоугольный импульс  $\tau = \Delta T$ ,  $\sigma = \Delta T / 2\sqrt{3}$ ,  $\tau$  – длительность импульса на уровне половинной мощности,  $\sigma = 0,289\tau = 0,289\tau$ ; б) треугольный импульс  $\tau = 0,5\Delta T$ ,  $\sigma = \Delta T / 2\sqrt{6}$ ,  $\sigma = 0,204\Delta T = 0,408\tau$ ; в) пилообразный импульс  $\tau = 0,5\Delta T$ ,  $\sigma = \Delta T / 3\sqrt{2}$ ,  $\sigma = 0,236\Delta T = 0,471\tau$ ; г) экспоненциальный импульс  $\tau = 0,693\tau_c$ ,  $\sigma = \tau_c = 1,44\tau$ ; д) усеченный лоренцевский импульс:

$$\sigma = \frac{\tau}{2} \left| X / \operatorname{tg}^{-1} \cdot X \right|^{1/2}, \quad (5.22)$$

где  $X = \Delta T / \tau$ . Отметим, что  $\sigma \rightarrow \infty$  при  $X \rightarrow \infty$ .

Расчет нормированной частоты. При распространении волноводных мод в идеальном ступенчатом волокне вводится такой параметр как нормализованный параметр частоты, определяемый соотношением:

$$V = \omega / \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{c}{\alpha} (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}. \quad (5.23)$$

Зная нормализованный параметр частоты, можно определить максимально допустимый параметр сердцевины для одномодового волокна по следующей формуле:

$$d_{\max} = \frac{V_{\max}}{\pi \sqrt{n_{\text{лоов}}^2 - n_2^2}}. \quad (5.24)$$

Для ступенчатого и градиентного волокна эта формула несколько изменятся. Так для ступенчатого волокна

$$d_{\text{ст}}(v) = \frac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}, \quad (5.25)$$

$$\text{для градиентного } d_{\text{гр}}(v) = \sqrt{2} \frac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}. \quad (5.26)$$

Определение числа мод. В большинстве многомодовых волокон, используемых в оптических системах связи, одновременно распространяется много мод. Рассмотрим кратко способ оценки числа распространяющихся в волокне мод. Большая часть оптической мощности переносится в сердцевине волокна с помощью мод высоких порядков. Приближенная формула, определяющая число мод, для ступенчатого изменения показателя преломления следующая:

$$M \approx \pi^2 Q^2 / 8. \quad (5.28)$$

Воспользовавшись формулой

$$Q = 2V / \pi, \quad (5.29)$$

получим

$$M_{\text{мод}} \approx \frac{\eta^2 Q^2}{8} = \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2 (n_{1\text{мод}}^2 - n_2^2) = 2\pi \frac{A_c}{\lambda^2} (\text{NA})^2, \quad (5.30)$$

где (NA) – числовая апертура волокна,  $A_c$  – площадь сердцевины,  $Q$  – число модовых групп ( $Q=2V/\pi$ ).

Потери в оптических волокнах. Материал, пригодный для изготовления оптического волокна, должен иметь высокую прозрачность для электромагнитного излучения в области 1 мкм. Поэтому нужно указать физические эффекты, которые вызывают потери света в диапазоне длин волн 0,5 ... 2,0 мкм. Это потери на поглощение в материале, на рассеяние, влияние ионизирующего излучения, оптимальная длина кварцевых оптических волокон. То есть в общем виде все потери можно разделить по подгруппам: обусловленные поглощением света, обусловленные рассеянием излучения, соединением световодов.

Собственное поглощение вызывается воздействием световой волны с одним или несколькими компонентами веществ, входящих в состав материала сердцевины и оболочки волокна ( $\alpha < 1$  дБ/км).

Несобственное поглощение обусловлено наличием примесей ионов металлов и равно  $\alpha = 0,2 - 0,35$  дБ/км.

Потери на рассеивание могут быть определены из следующего выражения:

$$\alpha_p = \frac{8\pi^3 (n_1^2 - 1)}{3\lambda^4} \cdot \beta kT, \quad (5.31)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  - постоянная Больцмана,  $\beta = 10,5 \cdot 10^{-11}$  - изотермический коэффициент сжимаемости  $\text{см}^2/\text{дин}$ ,  $T = 1500\text{К}$  – температура,  $n_1 = 1,4$ ,  $\lambda = 0,8$  мкм. Подставив эти значения в формулу (5.31), получим

$$\alpha_p \approx 11 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-1} = 4,7 \text{ дБ/км}, \quad \alpha_n = 0,2\alpha_p, \quad \text{тогда } \alpha = 5,64 \text{ дБ/км}.$$

Потери, полученные при соединении волокон. Рассогласование в волокне возникает из-за имеющихся в соседних волокнах различий в числовой апертуре ( $\Delta n$ ), профиле показателя преломления, диаметре сердцевины, ошибок при соединении. Потери в таких соединениях  $\approx 0,2$  дБ.

Способность одномодовых волокон «подключаться» к источникам света, а также жесткие допуски, которые должны выдерживаться в их соединении, - самые большие недостатки одномодовых волокон.

Если волокна строго соосны, без осевого зазора, но характеризуются разными значениями эффективного радиуса моды  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$  параметра  $\omega_0$ , то коэффициент передачи по мощности записывается в виде

$$T_w = \left( \frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2} \right)^2. \quad (5.32)$$

Потери будут ниже 0,5 дБ при  $\omega_{01}/\omega_{02} < 1,25$ .

Потери, связанные с рассогласованием апертур, могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\alpha_{NA} = 10 \cdot \log \left[ \left( \frac{NA_{nep}}{NA_{np}} \right)^2 \right], \quad (5.33)$$

где  $(NA)_{nep}$  - числовая апертура передающего волокна,

$(NA)_{np}$  - числовая апертура приемного волокна.

Если наблюдается угловое рассогласование, то для многомодовых волокон потери определяются выражением

$$\alpha_{MOB} = -10 \cdot \log \left( 1 - \frac{zn_1 \sqrt{2\Delta}}{4an} \right), \quad (5.34)$$

а для одномодовых -

$$\alpha_{OOB} = 10 \cdot \log \left( 4 \cdot \frac{(4z^2 + 1)(4 + z^2)}{(4z^2 + 2)^2} \right), \quad (5.35)$$

потери, вызванные кривизной поверхности торцов

$$\alpha = 10 \cdot \log \left( 1 - \frac{\left( \frac{n}{n_1} \right) (n-1)(d_1 + d_2)}{2n_1 d_1 \sqrt{2\Delta}} \right). \quad (5.36)$$

## 5.2 Примеры решения типовых задач

5.2.1 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при  $\lambda=0,63$  мкм; б) лазер на неодиме ( $\text{Nd}^{3+}$ ) при  $\lambda=1,06$  мкм; в) лазер на углекислом газе при  $\lambda=10,6$  мкм.

Решение. Частота при известной длине волны равна

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с;

$$\text{а) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 4,72 \cdot 10^{14} \text{ Гц,}$$

$$\text{б) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{1,06 \cdot 10^{-6}} = 2,85 \cdot 10^{14} \text{ Гц,}$$

$$\text{в) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{10,6 \cdot 10^{-6}} = 2,83 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

5.2.2 Определите энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при  $\lambda=0,63$  мкм; б) лазер на неодиме ( $\text{Nd}^{3+}$ ) при  $\lambda=1,06$  мкм; в) лазер на углекислом газе при  $\lambda=10,6$  мкм.

Решение.

Энергия фотона для каждого источника света определяется по формуле  $E = h\nu$ , где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, для перевода энергии фотона из [Дж] в [ЭВ] необходимо результат поделить на  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  К – заряд электрона. Получим:

$$\text{а) } \varepsilon = \frac{h \cdot f}{q} = \frac{4,74 \cdot 10^{14} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,96 \text{ (ЭВ); б) } \varepsilon = \frac{2,83 \cdot 10^{14} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,17 \text{ (ЭВ),}$$

$$\text{в) } \varepsilon = \frac{2,83 \cdot 10^{13} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,12 \text{ (ЭВ).}$$

5.2.3 Вычислить ширину полосы частот излучения на уровне 0,5 следующих источников:

а) лазер на GaAlAs, имеющий ширину спектральной линии 3нм, при средней длине волны излучения 0,82 мкм.

Решение.

Определим верхние и нижние длины волн, затем переведем их соответственно в  $f_v$  и  $f_n$ . Ширина полосы излучения определяется как разность  $f_v$  и  $f_n$ .

$$\lambda_v = \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} = 0,82 \cdot 10^{-6} - \frac{3 \cdot 10^{-9}}{2} = 8,185 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$f_v = \frac{c}{\lambda_{cp1}} = \frac{3 \cdot 10^8}{8,185 \cdot 10^{-7}} = 3,665 \cdot 10^{14} \text{ Гц},$$

$$f_n = \frac{c}{\lambda_{cp2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{8,215 \cdot 10^{-7}} = 3,6518 \cdot 10^{14} \text{ Гц},$$

$$\Delta f = f_v - f_n = 3,665 \cdot 10^{14} - 3,6518 \cdot 10^{14} = 1,32 \cdot 10^{12} \text{ Гц}.$$

### 5.3 Задачи для самостоятельного решения

5.3.1 Исходя из формулы  $\beta_c = kn_2 \leq kn_1$ , найдите максимальное значение критического угла ввода  $\theta_c$  из соотношения, за пределами которого постоянная распространения  $\beta$  меньше критического значения  $\beta_c = kn_2$  и распространение света в световоде становится невозможным.

5.3.2 Светоизлучающий диод с  $P_e=7\text{мВт}$ ,  $m=3$  и  $A_e$ , определяемой толщиной  $t=60\text{мкм}$  и шириной  $w=170\text{мкм}$ , соединен с волокном с  $NA=0,19$  и диаметром сердцевины 68 мкм. Определить мощность, введенную в волокно.

5.3.3 Ступенчатый волоконный световод имеет диаметр сердцевины 200 мкм и числовую апертуру  $NA = 0,19$ . Определить число направляемых мод при  $\lambda=1,16$  нм.

5.3.4 Найти нормализованные частоты  $V_c$ , ниже которых распространение света в волокне ограничивается единственной модой, для волокон со следующими видами профиля показателя преломления: а) ступенчатый профиль ( $a=\infty$ ); б) параболический профиль ( $a=2$ ); в) треугольный профиль ( $a=1$ ).

5.3.5 Определить диаметр одномодового волокна, работающего на длине волны 0,85 мкм, показатель преломления сердцевины которого  $n_1=1,47$ ,  $\Delta n=0,005$ .

5.3.6 Определить число мод в ступенчатом многомодовом и одномодовом волокне, у которого  $n_2=1,4$ ,  $2a_{\text{МОВ}} = 85$  мкм и  $\lambda = 0,85$  мкм,  $2a_{\text{ОВ}} = 8$  мкм,  $\Delta_{\text{МВ}}=0,05$ ,  $\Delta_{\text{ОВ}}=0,007$ .

5.3.7 Определить число мод в градиентном многомодовом волокне, если  $n_2=1,4$ ,  $d_{\text{МВ}}=85$  мкм,  $d_{\text{ОВ}}=8$  мкм и  $\lambda = 0,85$  мкм,  $\Delta_{\text{МВ}}=0,04$ .

5.3.8 Межмодовая дисперсия  $\Delta T/l$  для волокна со скачкообразным показателем преломления равна 34 нс/км и 2500 нс/км для волокна без оболочки. Определить полосу пропускания для этих волокон.

5.3.9 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при  $\lambda=0,6328$  мкм; б) лазер на неодиме ( $\text{Nd}^{3+}$ ) при  $\lambda=1,16$  мкм; в) лазер на углекислом газе при  $\lambda = 9,8$  мкм.

5.3.10 Вычислить ширину полосы частот излучения на уровне 0,5 следующих источников:

а) лазер на GaAlAs, имеющий ширину спектральной линии бнм, при средней длине волны излучения 1,26 мкм.

5.3.11 Найти расстояние, на котором оптическая мощность пучка уменьшится в 20 раз при распространении в волокнах, имеющих следующие коэффициенты потерь: а) 4000 дБ/км, б) 40 дБ/км, в) 0,34 дБ/км.

5.3.12 Чему равна дисперсия в объеме материала для чистого кварца  $\lambda_0 = \lambda_m = \lambda = 1,276$  мкм, если

$$\lambda_0^3 \left( \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \right)_{\lambda_0} = -0,048?$$

5.3.13 Светодиоды, излучение которых централизовано относительно  $\lambda_0$ , имеют  $\gamma=0,04$ . Это подразумевает разброс длин волн порядка 51 нм относительно 1,276 мкм, а также  $\tau/l = 32$  нс/км и  $(\Delta f) \cdot l = 8$  ГГц·км. Определить  $\tau/l$  и  $(\Delta f) \cdot l$  при использовании лазерного источника, работающего на этой же частоте с  $\Delta\lambda = 4$  нм.

5.3.14 Волокно из чистого кварца на длине волны  $\lambda=1,55$  мкм, лежащей в области минимальных потерь, имеет  $Y=-0,01$  и обеспечивает  $\tau/l = 3,4 \cdot 10^{-11}$  γ. Чему будут равны  $\tau/l$  и  $(\Delta f) \cdot l$  при  $\gamma=0,04$  и  $\gamma=0,004$ .

5.3.15. Ослабление оптической мощности  $P(x)$  при прохождении расстояния  $x$  можно выразить через коэффициенты поглощения  $\alpha$  с помощью

формулы  $P(x)=P_0 \exp(-ax)$ . Найти соотношение между  $a$  [ $\text{м}^{-1}$ ] и коэффициентом поглощения, выраженным в  $[\text{дБ/км}]$ . Исходя из этого, вычислить значения для трех типов стекол, имеющих следующие коэффициенты потерь: а) 300 дБ/км, б) 30 дБ/км, в) 0,3 дБ/км.

5.3.16 Определить и сравнить общую дисперсию ( $\tau/l$ ) нс/км ступенчатого волокна для лазера и светодиода при следующих значениях величин:  $\tau_0=0$ ,  $\lambda=0,9\text{мкм}$ ,  $\Delta\lambda=3\text{ нм}$  для лазера и  $\Delta\lambda=30\text{ нм}$  для светодиода.

5.3.17 Сравнить величины межмодовой дисперсии для ступенчатого и градиентных волокон, у которых  $n_0=1,5$ ,  $\Delta=0,01$ . На сколько увеличится произведение полосы пропускания на расстояние  $(\Delta f) \cdot l$ ?

5.3.18 Определить и сравнить общую дисперсию ( $\tau/l$ ) нс/км ступенчатого и градиентного волокон для лазера при следующих значениях величин:  $\tau_0=0$ ,  $\lambda=1,3\text{мкм}$ ,  $\Delta\lambda=3\text{ нм}$  для лазера.

5.3.19 Имеются два одинаковых волокна, соединенных без зазора. Центры их торцов совмещены, но оси составляют угловое несовпадение ( $\theta$ ). Для  $\lambda=1\text{ мкм}$ , апертурного размера  $\omega_0=5\text{ мкм}$ , показателя преломления  $n_2=1,465$  построить зависимость потерь  $T$  от  $\theta$  ( $T_\theta = \exp\left\{-\left(\frac{\pi n_2 \omega_0}{\lambda}\right)^2\right\}$ ).

5.3.20 Определить и сравнить общую дисперсию ( $\tau/l$ ) нс/км ступенчатого и градиентного волокон для лазера при следующих значениях величин:  $\tau_0=0$ ,  $\lambda=1,55\text{мкм}$ ,  $\Delta\lambda=5\text{ нм}$  для лазера.

5.3.21 Определить и сравнить общую дисперсию ( $\tau/l$ ) нс/км ступенчатого и градиентного волокон для лазера и светодиода при следующих значениях величин:  $\tau_0=0$ ,  $\lambda=1,3\text{мкм}$ ,  $\Delta\lambda=3\text{ нм}$  для лазера и  $\Delta\lambda=30\text{ нм}$  для светодиода.

5.3.22 Задавшись нормализованной частотой в пределах 1,8-2,5, определить диаметр сердцевины волокна при  $n_1=1,456$ ,  $n_2=1,453$ , построить график зависимости ступенчатого и градиентного волокон от нормализованной частоты.

5.3.23 Определить длину волны отсечки  $\Delta\lambda$  и  $\Delta\nu$  для  $\lambda=0,85\text{ мкм}$  и  $\lambda=1,54\text{ мкм}$ .

5.3.24 Рассчитать нормированные показатели преломления для ступенчатого и градиентного волокон при  $n_1=1,44$ ,  $n_2=1,4$  и  $\lambda=0,85$  мкм. Нормированный показатель преломления

$$b = (n_{эф}^2 - n_2^2) \cdot (n_1^2 - n_2^2)^{-1}.$$

5.3.25 Показатели преломления сердцевины и оболочки двух волокон соответственно равны 1,465 и 1,460. Диаметры их сердцевины  $d_1=50$  мкм  $d_2=10$  мкм. Вычислить для каждого волокна длины волн, соответствующие частотам отсечки мод самых низших порядков.

Длину волны отсечки можно найти по формуле

$$\lambda = \frac{2\sqrt{\pi \cdot s}}{V_{отс}} \cdot \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}.$$

5.3.26 Спроектировать волокно таким образом, чтобы в нем распространялась одна мода на длине волны 0,85 мкм при  $n_1=1,46$ .

## 6 Варианты контрольных работ

В процессе изучения дисциплины каждый студент должен выполнить две контрольных работы. Номер варианта, выполняемого студентом, формируется учебным отделом дистанционного центра.

При выполнении контрольной работы студент проверяет себя: насколько правильно им понят и освоен материал. Выполнять контрольные работы рекомендуется только после проработки лекционного материала и глубокого анализа предлагаемых задач. Желательно выполнить ход решения рассматриваемых задач самостоятельно. Примеры предлагаемых задач подобраны так, что они освещают практически все темы курса. Рекомендуется разобратить все.

На вопросы заданий должны быть даны исчерпывающие ответы и приведены необходимые для пояснения рисунки, схемы и графические зависимости. Необходимо при этом учесть, что по изложенному в контрольной работе материалу преподаватель оценивает не только готовность студента к экзамену, но и глубину проработки и правильность понимания материала. Преподаватель оценивает также умение излагать материал своими словами и правильно использовать техническую терминологию.

В первую – текстовую – контрольную работу вошли материалы всех тем, изложенных в методическом пособии. В каждый вариант входит по две задачи из первого раздела, по одной задачи из второго раздела, по три зада-

чи из третьего раздела и по две задачи из четвертого и пятого разделов. Варианты работ занесены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

№ вар- тов	Номера разделов									
	1.3. .		2.4. ...	3.6			4.3. ...		5.3. ...	
	Н о м е р а   в о п р о с о в и   з а д а ч									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	42	21	1	62	41	20	1	12	1	22
2	2	22	2	61	40	19	9	20	2	23
3	3	23	3	60	39	18	2	19	3	24
4	4	24	4	59	38	17	3	18	4	25
5	5	25	5	58	37	16	4	17	5	26
6	6	26	6	57	36	15	5	16	6	23
7	7	27	7	56	35	14	6	15	7	22
8	8	28	8	55	34	13	7	14	8	21
9	9	29	9	54	33	12	8	13	9	20
10	10	30	10	53	32	11	9	12	10	19
11	11	31	11	52	31	10	10	11	11	18
12	12	32	12	51	30	9	11	10	12	1
13	13	33	13	50	29	8	12	9	13	9
14	14	34	14	49	28	7	13	8	14	8
15	15	35	15	48	27	6	14	7	15	7
16	16	36	16	47	26	5	15	6	16	6
17	17	37	17	46	25	4	16	5	17	5
18	18	38	18	45	24	3	17	4	18	4
19	19	39	19	44	23	2	18	3	19	3
20	20	40	20	43	22	1	19	2	20	2
21	1	41	10	42	21	8	20	1	21	1

Учебное пособие

Шангин А.С.

Интегральная и волноводная фотоника  
Методические указания к практическим занятиям

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_ Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40