ISBN 978-5-6050215-9-9

А. С. Климов, В. И. Быков *** СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

А. С. Климов
В. И. Быков

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

А. С. Климов, В. И. Быков

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Учебно-методическое пособие

Томск
Издательство ТУСУРа
2024

УДК 53(076.1)
ББК 22.3я72
К492

Рецензент:

Постникова Е. И., канд. пед. наук;
Чистякова Н. В., канд. физ.-мат. наук

Печатается по решению научно-методического совета ТУСУРа
(протокол № 5 от 01.06.2023 г.)

Климов, Александр Сергеевич

К492 Сборник задач по физике : учеб.-метод. пособие / А. С. Климов, В. И. Быков. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2024. – 218 с.

ISBN 978-5-6050215-9-9

Представлены краткая теория, законы и уравнения по основным разделам физики, примеры решения задач, задания к шести контрольным работам.

Для студентов заочной и вечерней форм обучения всех направлений подготовки.

УДК 53(076.1)
ББК 22.3я72

ISBN 978-5-6050215-9-9

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Самостоятельная учебная работа студента по изучению физики складывается из следующих основных элементов: изучения физики по учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебным пособиям

Самостоятельная работа по учебным пособиям является главной в процессе обучения студента-заочника.

Изучать курс физики следует систематически в течение всего учебного процесса. Изучение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний по физике.

Избрав какое-нибудь учебное пособие в качестве основного по определенной части курса физики, необходимо придерживаться его при изучении всей части курса или, по крайне мере, его раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными темами. Но если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

Чтение учебного пособия следует сопровождать составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и соотношения, выражающие законы, определения физических величин и единиц их измерения, делаются чертежи и выполняется решение типовых задач.

Физика – наука точная, и физические исследования связаны с измерением физических величин. Поэтому при изучении курса физики студент встретится с большим количеством единиц измерения, объединенных в особые системы. Следует твердо запомнить, что без основательного знания систем единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические знания на практике.

При решении задач следует преимущественно пользоваться Международной системой единиц (СИ).

Самостоятельную работу по изучению физики необходимо подвергать систематическому самоконтролю. С этой целью после изучения очередного раздела физики следует ставить вопросы, касающиеся формулировок законов, определений физических величин и единиц измерения, и отвечать на эти вопросы. При этом надо использовать рабочую программу курса физики.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Необходимо развивать умение самостоятельно делать выводы формул.

Студентам заочной формы обучения, проживающим вблизи своих учебных заведений или филиалов, рекомендуется прослушать курс лекций по физике, организуемый для студентов-заочников, а также использовать очные консультации преподавателей кафедры физики.

Студенты, проживающие вдали от учебных заведений, филиалов, могут пользоваться консультациями преподавателей путем переписки с ними по электронной почте или онлайн-семинарами.

Решение задач

Систематическое решение задач – необходимое условие успешного изучения курса физики. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

Решение задач необходимо выполнять в следующей последовательности.

1. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решене задачи, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул.

Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Изобразить чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно); выполнять его надо аккуратно при помощи чертежных принадлежностей.

3. Сопроводить решение задачи краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи и взятых из таблиц.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый рецепт их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде. При этом способе не производятся вычисления промежуточных величин; числовые значения подставляются только в окончательную (рабочую) формулу, выражающую искомую величину.

5. Подставить в рабочую формулу размерности или сокращенные обозначения единиц измерения величин и убедиться в правильности размерности искомой величины.

6. Выразить все величины, входящие в рабочую формулу, в единицах одной системы и выписать их для наглядности столбиком. Как уже указывалось, преимущественно следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

7. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах одной системы. ***Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату.*** Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы с одинаковыми показателями степени. Такие величины не обязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

8. Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений (приложение 1), записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины в той системе, в которой производилось вычисление.

9. При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую

степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\cdot10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29\cdot10^{-3}$ и т. д.

10. Оценить правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше элементарного заряда $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, а скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после освоения очередного раздела учебника внимательно разобрать помещенные в настоящем пособии примеры решения типовых задач, решить задачи из раздела «Задачи для самостоятельного решения», а также ряд задач из задачников по физике. Задачи для самостоятельного решения подобраны так, что содержат элементы задач, предлагаемых для контрольных работ. Поэтому их решение подготавливает студента к выполнению контрольной работы.

Выполнение контрольных работ

Выполнение контрольных работ студентом и рецензирование их преподавателем преследуют две цели: во-первых, осуществление высшим учебным заведением контроля за работой студента; во-вторых, оказание ему помощи в вопросах, которые оказались слабо усвоенными или непонятыми.

К выполнению контрольных работ по каждому разделу курса физики студент-заочник приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами решения задач и задач, предназначенных для самостоятельного решения.

Контрольные работы выполняются только по вариантам данного пособия. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, но другого года издания, не допускается.

Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради либо на листах формата А4. На обложке (титульном листе) приводятся сведения по следующему образцу:

Студент заочного и вечернего факультета (название вуза)

Фамилия имя отчество

№ зачетной книжки __________, № специальности

_____________ Адрес:

Контрольная работа №____ по физике

Контрольная работа выполняется ручным способом. Для замечаний преподавателя на страницах оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.

Решения задач должны сопровождаться исчерпывающими, но краткими объяснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и выполняться в соответствии с вышеизложенными правилами (см. п. «Решение задач»).

Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной работой.

Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. На экзамене студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольные работы.

Рабочая программа

Введение

Предмет физики и ее связи со смежными науками. Общие методы исследования физических явлений. Развитие физики и техники и их взаимное влияние друг на друга. Роль курса физики в данном втузе.

1 Физические основы механики

Механика, ее разделы и основные этапы развития. Учение диалектического материализма о формах движения материи. Физическое содержание механики. Классическая механика.

Механика частиц и твердых тел

1. Основные законы движения. Перемещение, скорость, ускорение, тангенциальная и нормальная составляющие ускорения. Связь между векторами линейных и угловых скоростей и ускорений.

Инерция, масса, импульс (количество движения), сила. Законы Ньютона, их физическое содержание и взаимная связь.

Инерциальные системы координат. Теорема сложения скоростей в классической механике. Механический принцип относительности. Преобразование координат Галилея.

Границы применимости классической механики.

2. Законы сохранения. Закон сохранения импульса. Работа. Работа переменной силы. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения энергии в механике. Закон сохранения массы. Консервативные и диссипативные системы. Применение законов сохранения к упругому и неупругому ударам.

3. Твердое тело как система частиц. Понятие абсолютно твердого тела. Центр инерции (массы). Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси, его момент инерции и кинетическая энергия. Второй закон динамики для вращательного движения. Закон сохранения момента импульса для системы тел.

4. Силы упругости и трения. Виды и категории сил в природе. Упругое тело. Закон Гука для основных видов деформаций. Энергия упругодеформированного тела. Сила трения. Виды трения.

5. Силы тяготения. Элементы теории поля. Движение в поле тяготения. Силы тяготения. Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера. Понятие поля. Центральные силы. Гравитационное поле и его напряженность.

Системы координат, обладающие ускорением. Силы инерции. Силы инерции во вращающейся системе координат и их проявления.

Механика жидкостей и газов

Давление в неподвижных жидкостях. Стационарное течение жидкости. Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. Давление в текущей жидкости. Уравнение Д. Бернулли и следствия из него. Вязкость жидкости и газа и методы ее измерения. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Движение тел в жидкостях и газах.

Колебания и волны в упругих средах

1. Колебания. Общий признак колебательного движения. Гармонические колебания. Сложение одинаково направленных и взаимно перпендикулярных гармонических колебаний. Биения. Свободные колебания. Маятники математический и физический. Энергия гармонического колебательного движения. Затухающие колебания. Логарифмический декремент затухания. Апериодическое движение. Вынужденные колебания. Резонанс.

2. Волны в упругих средах. Образование волн. Продольные и поперечные волны. Скорость распространения волн. Энергия волны. Образование стоячих волн. Узлы и пучности. Изменение фазы при отражении. Понятие об интерференции и о дифракции.

3. Акустика. Звуковые волны. Скорость их распространения. Ультразвуки, их свойства и методы генерирования. Эффект Доплера.

2 Молекулярная физика и термодинамика

Термодинамический и молекулярно-кинетический методы изучения макроскопических тел. Термодинамические параметры (объем, давление, температура).

Физические основы молекулярно-кинетической теории

Понятие идеального газа. Уравнение состояния идеального газа. Универсальная газовая постоянная. Смеси газов.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы, молекулярно-кинетическое толкование температуры, абсолютная температура. Постоянная Больцмана. Максвелловское распределение молекул по скоростям. Опыт Штерна. Эффективный радиус молекулы. Число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Явления переноса в газах: диффузия, теплопроводность и внутреннее трение.

Физические основы термодинамики

1. Первое начало термодинамики. Внутренняя энергия системы. Степени свободы молекул. Распределение энергии по степеням свободы. Внутренняя энергия идеального газа. Теплота. Способы передачи теплоты. Эквивалентность теплоты и работы. Первое начало термодинамики и его применение к различным изопроцессам. Работа, совершаемая газом в изопроцессах. Молекулярно-кинетическая теория теплоемкости газов. Адиабатический процесс.

2. Второе начало термодинамики. Круговые, необратимые и обратимые процессы. Принцип действия тепловой и холодильной машин. Идеальная тепловая машина Карно и ее коэффициент полезного действия. Абсолютная шкала температур. Энтропия. Второе начало термодинамики и его статистический смысл. Связь энтропии и вероятности состояния. Флуктуации.

Агрегатные состояния и фазовые переходы

1. Реальные газы. Отступление от законов идеальных газов. Реальные газы. Уравнение Ван дер Ваальса и его анализ.

Критическое состояние. Взаимодействие молекул. Силы притяжения и отталкивания. Внутренняя энергия реального газа.

2. Жидкости. Характеристика жидкого состояния, Поверхностный слой жидкости. Удельная поверхностная энергия (поверхностное натяжение). Явление смачивания. Формула Лапласа. Капиллярные явления.

3. Твердые тела. Кристаллические и аморфные тела. Моно- и поликристаллы. Кристаллизация. Плавление и испарение твердых тел. Тепловое расширение и теплоемкость. Атомная теплоемкость. Закон Дюлонга и Пти. Зависимость теплоемкости от температуры. Теплопроводность. Механические свойства твердых тел. Упругость, пластичность, прочность.

3 Электричество и магнетизм

Электростатика

1. Электрическое поле в вакууме. Атомистичность заряда. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Напряженность поля. Поле и вещество как две основные формы материи. Силовые линии поля. Поток вектора. Теорема Гаусса и ее применение к вычислению напряженности поля. Работа сил поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности. Градиент потенциала. Связь между напряженностью и потенциалом. Потенциал точечного заряда, системы точечных зарядов, диполя, заряженной сферы.

2. Электрическое поле в диэлектриках. Проводники и диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Напряженность поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике. Вектор поляризации. Диэлектрическая проницаемость и ее физический смысл. Полярные и неполярные диэлектрики. Поляризация ориентационная и деформационная. Зависимость диэлектрической проницаемости от температуры. Пьезоэлектрический и электрострикционный эффекты и их применение. Сегнетоэлектрики.

3. Проводники в электростатическом поле. Распределение зарядов в проводниках. Связь между напряженностью поля у поверхности проводника и поверхностной плотностью зарядов. Электроемкость проводников. Конденсаторы. Электростатический генератор.

4. Энергия электростатического поля. Энергия системы неподвижных точечных зарядов, заряженного проводника, электростатического поля. Объемная плотность энергии.

Постоянный ток

1. Законы постоянного тока. Сила тока. Разность потенциалов, электродвижущая сила и напряжение. Законы Ома и Джоуля – Ленца. Вектор плотности тока. Дифференциальная форма законов Ома и Джоуля–Ленца. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Законы Кирхгофа для разветвленных цепей.

2. Электропроводность металлов. Определение заряда электрона. Опыт Милликена. Классическая теория электропроводности. Экспериментальные доказательства электронной природы тока в металлах (опыт Мандельштама и Папалекси, Стюарта и Толмена). Вывод законов Ома, Джоуля – Ленца, Видемана – Франца из электронной теории. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Сверхпроводимость. Трудности классической теории.

3. Термоэлектронная эмиссия и контактные явления. Термоэлектронная эмиссия и ее практическое применение. Контактная разность потенциалов. Закон Вольта. Термоэлектричество. Явление Пельтье и Томсона. Применение контактных явлений.

4. Электропроводность газов. Электрический ток в вакууме. Роль объемного заряда. Закон Богуславского – Ленгмюра. Ионизация газов и рекомбинация ионов. Самостоятельный и несамостоятельный разряд. Вольт-амперная характеристика газового разряда. Виды разрядов: тихий, тлеющий, дуговой, искровой и коронный.

Электромагнетизм

1. Магнитное поле. Магнитное взаимодействие токов. Закон Ампера. Магнитная индукция. Магнитное поле движущихся зарядов. Опыты Эйхенвальда и Иоффе. Сила Лоренца. Эффект Холла.

Закон Био – Савара – Лапласа для элемента тока. Поле прямолинейного и кругового токов. Магнитный момент кругового тока. Поле соленоида. Вихревой характер магнитного поля. Циркуляция вектора индукции. Закон полного тока. Магнитный поток. Работа перемещения контура с током в магнитном поле.

2. Электромагнитная индукция. Возникновение индукционного тока. Электродвижущая сила индукции. Закон Фарадея и правило Ленца. Вывод э. д. с. индукции из закона сохранения энергии. Электронный механизм возникновения э. д. с. индукции. Самоиндукция и взаимоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Вихревые токи.

3. Магнитные свойства вещества. Намагничивание вещества. Напряженность магнитного поля. Намагниченность и ее связь с напряженностью. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Деление веществ на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Природа диамагнетизма. Парамагнетизм и зависимость парамагнитной восприимчивости от температуры. Закон Кюри. Опыты Эйнштейна – де Гааза и Иоффе – Капицы. Природа ферромагнетизма. Домены. Гистерезис. Температура Кюри. Ферриты.

4 Электромагнитные колебания и волны

1. Колебания. Колебательный разряд конденсатора. Собственные колебания контура. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Контур Томсона. Понятие о переменном токе. Контур с омическим сопротивлением, индуктивностью, емкостью.

2. Волны. Токи смещения, опыт Эйхенвальда. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Скорость распространения электромагнитных волн в средах. Вектор Умова – Пойнтинга. Опыты Герца. Открытие радиосвязи А. С. Поповым. Шкала электромагнитных волн. Распространение радиоволн в земной атмосфере. Радиолокация.

5 Оптика

1. Элементы волновой теории света и геометрической оптики. Корпускулярная и волновая теории света. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса. Вывод законов отражения и преломления света на основе волновых представлений. Полное внутреннее отражение. Оптическая система из двух линз. Недостатки изображения. Светосила. Яркость изображения.

2. Интерференция света. Принцип суперпозиции волн. Когерентность и монохроматичность световых волн. Способы получения интерференционных картин от двух источников (зеркала и бипризмы Френеля, щели Юнга). Оптическая разность хода лучей. Расчет интерференционной картины от двух источников. Полосы равной толщины и равного наклона. Просветление оптики. Интерферометры для измерения длин.

3. Дифракция света. Дифракция и условия ее наблюдения. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света. Пластинка зон. Дифракция на одиночных отверстиях и экранах. Разрешающая способность оптических инструментов. Дифракционная решетка и ее применение. Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа – Брэгга. Исследование структуры кристаллов.

4. Поляризация света. Естественный свет и различные типы поляризованного света. Анализ поляризованного света. Анализ поляризованного света при отражении и рассеянии.

Двойное лучепреломление и его объяснение. Одноосные кристаллы. Поляризующие призмы, поляроиды и их применение. Понятие об интерференции поляризованного света. Вращение плоскости поляризации.

5. Дисперсия света. Способы наблюдения дисперсии света. Призматический и дифракционный спектры. Электронная теория дисперсии света. Нормальная и аномальная дисперсии. Способы определения скорости света. Связь дисперсии с поглощением. Закон Бугера. Цвета тел и спектры поглощения.

6. Оптика движущихся тел и теория относительности. Аберрация и эффект Доплера. Опыты Майкельсона. Постоянство скорости света в различных инерциальных системах отсчета. Преобразования Лоренца. Релятивистские законы сложения скоростей. Понятие о релятивистской механике. Закон изменения массы со скоростью и взаимосвязь массы и энергии.

7. Тепловое излучение. Тепловое излучение. Равновесное излучение. Энергетическая светимость, спектральная плотность энергетической светимости. Поглощательная способность. Абсолютно черное тело. Вывод закона Кирхгофа. Закон Стефана – Больцмана. Закон смещения Вина. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела. «Ультрафиолетовая катастрофа». Квантовая гипотеза и формула Планка. Связь между формулой и законами Стефана – Вина. Оптическая пирометрия.

8. Фотоэлектрический эффект и давление света. Фотоэлектрический эффект (внешний и внутренний) и способы их наблюдения. Опыты Герца, Столетова, Иоффе. Основные законы фотоэффекта. Фотоны. Уравнение Эйнштейна. Фотоэлементы и их применение.

Опыты Лебедева по доказательству существования давления света. Масса и импульс фотона. Эффект Комптона и его теория.

6 Физика атомов и молекул

Краткий очерк о развитии представлений о строении атомов. Опыты Резерфорда по рассеянию веществом быстрых заряженных частиц. Ядерная модель атома.

1. Электронная оболочка атома и теория Бора. Постулаты Бора и происхождение линейчатых спектров. Дискретность энергетических уровней в атоме. Опыты Франка и Герца. Квантование как способ отбора стационарных состояний электронов атома. Атом водорода и его спектр по теории Бора. Квантовые числа. Затруднения теории Бора.

2. Элементы квантовой механики. Опытное обоснование корпускулярно-волнового дуализма материи. Формула де Бройля. Соотношение неопределенностей.

Волновая функция и ее статистический смысл. Уравнение Шредингера, его применение к «электрону в ящике».

3. Периодическая система элементов и спектры. Опыты Штерна и Герлаха. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме. Периодическая система элементов Менделеева. Спектральный анализ. Рентгеновские лучи. Сплошной спектр и его граница. Характеристические спектры. Закон Мозли.

7 Физика твердого тела

Основные виды твердых тел, их физические свойства и значение в технике.

1. Элементы теории кристаллической решетки. Типы кристаллических решеток. Идеальный и реальный кристаллы. Виды межатомных связей в твердых телах. Образование кристаллической решетки. Механизм и закономерности роста кристаллов. Понятие о теории кристаллической решетки. Основные виды дефектов кристаллов. Дислокации. Тепловые колебания решетки и тепловые свойства твердых тел.

2. Элементы зонной теории твердых тел. Расщепление энергетических уровней валентных электронов и возникновение энергетических зон при образовании кристаллической решетки атомов. Вырождение электронного газа. Понятие о статистике Ферми.

Деление твердых тел на изоляторы, металлы, полупроводники.

Квантовая теория электропроводности, теплопроводности и контактных явлений. Диамагнетизм. Парамагнетизм. Опыты Эйнштейна и де Гааза, Иоффе и Капицы как доказательство спиновой природы ферромагнетизма. Доменная структура ферромагнетиков.

Полупроводники. Собственная электронная и дырочная проводимости и их температурная зависимость. Примеси и механизм проводимости. Фотопроводимость. Фосфоресценция. Явления на границе полупроводника с металлом. Введение носителей тока в полупроводники. Транзисторы. Кристаллические диоды и триоды, их характеристики. Туннельные диоды.

8 Физика атомного ядра и элементарных частиц

1. Естественная радиоактивность. Радиоактивное излучение. Закон радиоактивного распада. Экспериментальные методы регистрации частиц, камера Вильсона – Скобельцына, счетчик Гейгера, толстослойные фотоэмульсии. Закон смещения. Закономерности α- и β-распада.

2. Состав атомного ядра. Масс-спектрометры и определение масс ядер. Изотопы. Механический и магнитный моменты ядер. Составные части атомного ядра по Иваненко и Гейзенбергу – нуклоны: протоны и нейтроны. Основные характеристики нуклонов: масса, спин. Взаимопревращение нуклонов. Нейтрино. Происхождение β-излучения. Взаимодействие нуклонов и понятие о ядерных силах. Дефект массы, энергия связи и устойчивость ядер.

3. Гамма-лучи и нейтроны. Возбужденное состояние ядра, происхождение γ-лучей и их спектры. Механизм поглощения γ-лучей веществом. Позитрон.

Открытие нейтронов. Прохождение нейтронов через вещество. Методы регистрации. Потери энергии при упругих столкновениях. Тепловые нейтроны. Практическое применение γ-лучей и нейтронов.

4. Ядерные реакции. Основные типы ядерных реакций. Искусственная радиоактивность. Радиоактивные изотопы и их применение. Реакция деления. Цепная реакция.

Коэффициент размножения нейтронов. Критический размер. Основные сведения о ядерной энергетике. Реакция синтеза. Водородно-углеродный цикл. Энергия солнца и звезд. Проблема управляемых термоядерных реакций.

5. Элементарные частицы. Космические лучи, методы исследования и состав. Методы ускорения частиц, линейный ускоритель, циклотрон, бетатрон. Взаимодействие быстрых частиц с веществом. Искусственные мезоны. Античастицы (антипротон, антинейтрон). Классификация и взаимная превращаемость элементарных частиц.

Список рекомендуемой литературы

Учебные пособия по основным разделам курса

1. Зисман, Г. А. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – 10-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2023. – 340 с. – ISBN 978-5-507-47026-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/320777 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Зисман, Г. А. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – 9-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 360 с. – ISBN 978-5-507-44379-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/222653 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Зисман, Г. А. Курс общей физики : учеб. пособие. В 3 т. Т. 3. Оптика. Физика атомов и молекул. Физика атомного ядра и микрочастиц / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – 7-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 504 с. – ISBN 978-5-8114-4103-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/206297 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 19-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2023. – 436 с. – ISBN 978-5-507-48093-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/341150 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И. В. Савельев. – 17-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2023. – 500 с. – ISBN 978-5-507-47163-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/333998 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и

элементарных частиц / И. В. Савельев. – 14-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2023. – 320 с. – ISBN 978-5-507-47045-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/322505 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Высш. шк., 2000. – 718 с.

Задачники и пособия по единицам измерений физических величин

1. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – 19-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2022. – 420 с. – ISBN 978-5-507-45369-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/329834 (дата обращения: 23.08.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Горлач, В. В. Физика. Задачи, тесты. Методы решения : учеб. пособие для вузов / В. В. Горлач. – 2-е изд. – М. : Юрайт, 2023. – 343 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12350-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/516750 (дата обращения: 23.08.2023).

3. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики : для студентов техн. вузов / В. С. Волькенштейн. – Изд. доп. и перераб. – СПб. : Специальная литература, 1999. – 327 с.

4. Чертов А. Г. Задачник по физике : учеб. пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2006. – 640 с.

5. Беклемишев А. В. Меры и единицы физических величин : учеб. пособие для вузов / А. В. Беклемишев. – 2-е изд., перераб. – М. : Физматгиз, 1963. – 296 с.

1 ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Примеры решения задач

Пример 1. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой*

$$\varphi = 10 + 20t - 2t^2 .$$

Найти по величине и направлению полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Решение

Точка вращающегося тела описывает окружность. Полное ускорение точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\overrightarrow{a_t}$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\overrightarrow{a_n}$ направленного к центру кривизны траектории:

$$\sqrt{a_t^2 + a_n^2} . \qquad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_t = \varepsilon r; \qquad (2)$$

$$a_n = \omega^2 r, \qquad (3)$$

где ω – угловая скорость тела; ε – угловое ускорение; r – расстояние точки от оси вращения.

Подставляя выражения a_t и a_n в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} . \qquad (4)$$

Угловая скорость ω вращающегося тела равна первой производной от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t .$$

---

* Здесь и далее в уравнениях движения все величины заданы в единицах СИ, а размерности числовых коэффициентов в целях упрощения опущены.

В момент времени $t = 4$ с угловая скорость

$$\omega = \left(20 - 4 \cdot 4\right) \text{ с}^{-1} = 4 \text{ с}^{-1}.$$

Угловое ускорение вращающегося тела равно первой производной от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4 \text{ с}^{-2}.$$

Это выражение углового ускорения не содержит времени, следовательно, угловое ускорение имеет постоянное значение, не зависящее от времени.

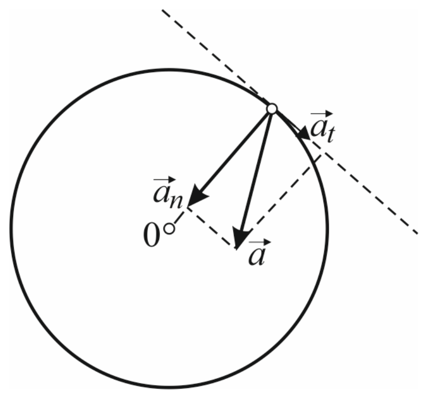
Подставляя найденные значения ω и ε и заданное значение r в формулу (4), получим

$$a = 0{,}1\sqrt{\left(-4\right)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1{,}65 \text{ м/с}^2.$$

Направление полного ускорения можно определить, если найти углы, которые вектор ускорения образует с касательной к траектории или с нормалью к ней (рисунок):

$$\cos\left(\vec{a},\ \vec{a}_t\right) = \frac{\left|a_t\right|}{a}; \tag{5}$$

$$\cos\left(\vec{a},\ \vec{a}_n\right) = \frac{\left|a_n\right|}{a}. \tag{6}$$



По формулам (2) и (3) найдем значения a_t и a_n:

$$a_t = -4 \cdot 0{,}1 \text{ м/с}^2 = -0{,}4 \text{ м/с}^2;$$

$$a_n = 4^2 \cdot 0{,}1 \text{ м/с}^2 = 1{,}6 \text{ м/с}^2.$$

Подставим эти значения и значение полного ускорения в формулы (5) и (6):

$$\cos\left(\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{a_t}\right) = \frac{0,4}{1,65} = 0,242;$$

$$\cos\left(\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{a_n}\right) = \frac{1,6}{1,65} = 0,97.$$

Пользуясь тригонометрическими таблицами, найдем значения искомых углов:

$$\cos\left(\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{a_t}\right) = 76°;$$

$$\cos\left(\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{a_n}\right) = 14°.$$

Пример 2. На спокойной воде пруда стоит лодка длиной L и массой M перпендикулярно берегу, обращенная к нему носом. На корме стоит человек массой m.

На какое расстояние S удалится лодка от берега, если человек перейдет с ее кормы на нос? Трением о воду и о воздух пренебречь.

Решение 1

Для простоты решения будем считать, что человек идет по лодке с постоянной скоростью. Лодка в этом случае будет двигаться равномерно. Поэтому путь S, пройденный относительно берега, определим по формуле

$$S = vt, \tag{1}$$

где v – скорость лодки относительно берега; t – время движения лодки.

Скорость v лодки найдем, пользуясь законом сохранения импульса (количества движения). Так как по условию задачи система «человек – лодка» изолированная и в начальный момент относительно берега была в покое, то по закону сохранения импульса, опустив минус, получим

$$Mv = mu, \tag{2}$$

где u – скорость человека относительно берега.

Отсюда

$$v = \frac{mu}{M}. \tag{3}$$

Время t движения лодки равно времени перемещения человека по ней, т.е.

$$t = \frac{S'}{u} = \frac{L - S}{u}, \tag{4}$$

где S – путь, пройденный человеком относительно берега.

Подставив полученные выражения v и t в формулу (1), найдем

$$S = \frac{mu}{M}\frac{L - S}{u} = \frac{m}{M}\left(L - S\right),$$

откуда

$$S = \frac{m}{m + M}L.$$

Заметим, что предположение о равномерности движения человека не является обязательным. В приведенном ниже более общем способе решения задачи такое предположение не используется.

Решение 2

Согласно следствию из закона сохранения импульса внутренние силы системы тел не могут изменить положение центра тяжести* системы.

Применяя это следствие к системе «человек – лодка», можно считать, что при перемещении человека по лодке центр тяжести системы не изменит своего положения, т. е. останется на прежнем расстоянии от берега.

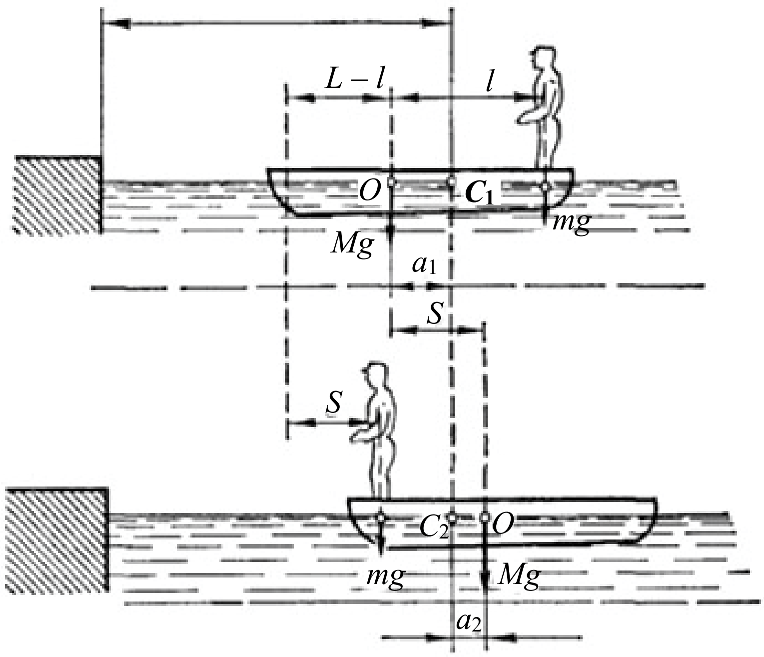
Пусть центр тяжести системы «человек – лодка» находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки, а после перемещения лодки через другую ее точку C_2 (рисунок).Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение S лодки относительно вертикали легко определить по перемещению центра тяжести O лодки. Как видно на рисунке, в начальный момент точка O находится от вертикали слева на расстоянии a_1, а после перемещения лодки – справа от нее на расстоянии a_2.

---

* Точнее было бы говорить о центре масс (центре инерции) системы. Но в случае, когда система твердых тел находится в однородном поле силы тяжести, центр масс и центр тяжести совпадают.

Следовательно, искомое перемещение лодки

$$S = a_1 + a_2. \qquad (1)$$



Для определения расстояний a_1 и a_2 воспользуемся тем, что относительно центра тяжести системы моменты сил тяжести лодки и человека должны быть равны.

Для точки C_1 имеем

$$Mga_1 = mg\left(l - a_1\right),$$

откуда после сокращения на g получим

$$a_1 = \frac{m}{M+m} l.$$

Для точки C_2 имеем

$$Mga_2 = mg\left(L - a_2 - l\right),$$

откуда

$$a_2 = \frac{m}{M+m}\left(L - l\right).$$

Подставив выражения a_1 и a_2 в формулу (1), получим

$$S = \frac{m}{M+m} l + \frac{m}{M+m}\left(L - l\right)$$

или

$$S = \frac{m}{M+m} L .$$

что совпадает с результатом первого решения.

Пример 3. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой $m = 20$ г поднялась на высоту $h = 5$ м.

Определить жесткость k пружины пистолета, если она была сжата на величину $s = 10$ см. Массой пружины и силами трения пренебречь.

Решение

Для решения задачи воспользуемся законом сохранения энергии в механике. Но прежде проследим за энергетическими превращениями, с которыми связан выстрел.

При зарядке пистолета сжимается пружина. При этом совершается работа A, в результате чего пружина приобретает потенциальную энергию $E_{п1}$. При выстреле потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию $E_{к2}$ пули, а затем при подъеме ее на высоту h превращается в потенциальную энергию $E_{п2}$ пули.

Если пренебречь потерями энергии в этой цепочке энергетических превращений, то на основании закона сохранения энергии можно записать

$$A = E_{п2} . \qquad (1)$$

Выразим работу A. Сила F_1, сжимающая пружину, является переменной: в каждый данный момент она по направлению противоположна силе упругости F и численно равна ей. Сила упругости, возникающая в пружине при ее деформации, определяется по закону Гука:

$$F = -kx, \qquad (2)$$

где x – абсолютная деформация пружины.

Работу переменной силы вычислим как сумму элементарных работ.

Элементарная работа при сжатии пружины на dx выразится формулой

$$dA = Fdx,$$

или

$$dA = kxdx.$$

Интегрируя в пределах от 0 до s, получим

$$A = k\int_0^s xdx = \left|\frac{1}{2}kx^2\right|_0^s = \frac{1}{2}ks^2. \qquad (3)$$

Потенциальная энергия пули на высоте h определяется по формуле

$$E_{\text{п}2} = mgh, \qquad (4)$$

где g – ускорение свободного падения.

Подставив в равенство (1) A (3) и $E_{\text{п}2}$ (4), найдем

$$\frac{1}{2}ks^2 = mgh,$$

откуда

$$k = \frac{2mgh}{s^2}. \qquad (5)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу измерения жесткости k. Для этого в правую часть формулы (5) вместо величин подставим единицы их измерения*

$$[k] = \frac{[m][g][h]}{[s]^2} = \frac{1\ \text{кг}\cdot 1\ \text{м}\cdot\text{с}^{-2}\cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{м}^2} = \frac{1\ \text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-2}}{1\ \text{м}} = 1\ \text{Н/м}.$$

Теперь можем подставить в формулу (5) числовые значения:

$$k = \frac{2\cdot 0{,}02\cdot 9{,}8\cdot 5}{(0{,}1)^2}\ \text{Н/м} = 196\ \text{Н/м} \approx 0{,}2\ \text{кН/м}.$$

Пример 4. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный.

---

* Единицу измерения какой-либо величины принято обозначать символом этой величины, заключенной в квадратные скобки.

Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение

Доля ε энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\varepsilon = \frac{E_{к2}}{E_{к1}} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2, \qquad (1)$$

где $E_{к1}$ – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и $E_{к2}$ – скорость и кинетическая энергия соответственно второго шара после удара.

Как видно из выражения (1), для определения ε надо найти скорость u_2.

При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения энергии в механике. Пользуясь этими законами, найдем u_2.

По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился, имеем

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \qquad (2)$$

По закону сохранения энергии в механике

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), найдем

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

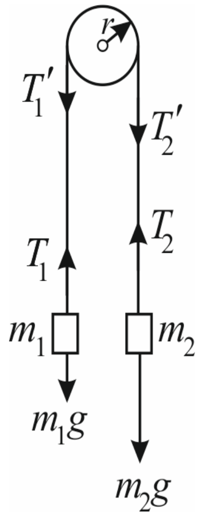
Подставив это выражение u_2 в соотношение (1) и сократив на v_1 и m_1, получим

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2 m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Как видно, доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Пример 5. Через блок в виде диска, имеющий массу $m = 80$ г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г (рисунок). С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

Решение



Применим к решению задачи основные законы поступательного и вращательного движения. На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести $P = mg$, направленная вниз, и сила натяжения нити T, направленная вверх. Так как ускорение a груза m_1 направлено вверх, то $T_1 > m_1 g$. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил, равная их разности, прямо пропорциональна массе груза и ускорению, с которым он движется, т. е.

$$T_1 - m_1 g = m_1 a,$$

откуда

$$T_1 = m_1 g + m_1 a. \qquad (1)$$

Ускорение $\vec{a}$ груза m_2 направлено вниз, следовательно, $T_2 < m_2 g$. Запишем формулу второго закона для этого груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a,$$

откуда

$$T_2 = m_2 g - m_2 a. \qquad (2)$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения вращающий момент M, приложенный к диску, равен произведению момента инерции J диска на его угловое ускорение ε:

$$M = J\varepsilon. \qquad (3)$$

Определим вращающий момент. Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на диск. По третьему закону Ньютона силы T_1' и T_2', приложенные к ободу диска, по величине равны соответственно силам T_1 и T_2, но по направлению противоположны им.

При движении грузов диск ускоренно вращается по часовой стрелке, следовательно, $T_2' > T_1'$. Вращающий момент, приложенный к диску, есть произведение разности этих сил на плечо, равное радиусу диска:

$$M = \left(T_2' - T_1'\right) r .$$

Момент инерции диска $J = \dfrac{mr^2}{2}$; угловое ускорение связано с линейным ускорением грузов соотношением $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$. Подставив в формулу (3) выражения M, J и ε, получим

$$\left(T_2' - T_1'\right) r = \frac{mr^2}{2}\frac{a}{r},$$

откуда

$$T_2' - T' = \frac{m}{2} \cdot a . \qquad (4)$$

Так как $T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$, то можно заменить силы T_1' и T_2' выражениями (1) и (2), тогда

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{m}{2} \cdot a$$

или

$$(m_2 - m_1) g = \left(m_2 + m_1 + \frac{m}{2} \right) a,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \dfrac{m}{2}} \cdot g . \qquad (5)$$

Отношение масс в правой части формулы (5) есть величина безразмерная. Поэтому числовые значения масс m_1, m_2 и m можно взять в граммах, как они даны в условии задачи. Числовое значение ускорения g надо взять в единицах СИ $\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$. После подстановки получим:

$$a = \frac{200-100}{200+100+\frac{80}{2}} \cdot 9{,}81 = 2{,}88\ \text{м}/\text{с}^2 .$$

Пример 6. Два маховика, выполненные в виде дисков радиусом 0,4 м и имеющие массу 100 кг каждый, раскручены до скорости вращения 480 об/мин и предоставлены самим себе. Под действием трения валов о подшипники первый маховик остановился через 1 мин 20 с; второй маховик до полной остановки сделал 240 оборотов.

Определить моменты сил трения вала о подшипники у каждого маховика и сравнить их между собой.

Решение

1. Найдем момент сил трения, действующих на первый маховик. Для этого воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$M_1 \Delta t = J\omega_2 - J\omega_1,$$

где M_1 – вращающий момент (в данном случае искомый момент силы трения); Δt – время действия вращающего момента; J – момент инерции маховика; ω_1 – начальная угловая скорость вращения маховика; ω_2 – его конечная угловая скорость.

Решая это уравнение относительно M_1, получим

$$M_1 = \frac{J(\omega_2 - \omega_1)}{\Delta t}.$$

Вычислим значения входящих в это выражение величин:

$$J = \frac{mr^2}{2} = \frac{100 \cdot (0{,}4)^2}{2} = 8\ \text{кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2 = 0;$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 480}{60} = 50\ \text{с}^{-1};$$

$$\Delta t = 1\ \text{мин}\ 20\ \text{с} = 80\ \text{с}.$$

Отсюда

$$M_1 = \frac{8 \cdot (0-50)}{80} = -5\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

(Знак «минус» означает, что момент M_1 – тормозящий.)

2. Найдем момент сил трения, действующих на второй маховик. Так как в условии задачи дано число оборотов, сделанных вторым маховиком до полной остановки, то воспользуемся уравнением, выражающим связь между работой и изменением кинетической энергии для вращательного движения:

$$M_2 \Delta\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2},$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота тела.

Решая это уравнение относительно M_2, получим

$$M_2 = \frac{J\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)}{2}.$$

Подставим в это выражение значения входящих в него величин и произведем вычисления:

$$J = 8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2 = 0;$$

$$\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi = 2\pi N = 2\pi \cdot 240 = 1507 \text{ рад};$$

$$M_2 = \frac{8 \cdot \left(0 - 50^2\right)}{2 \cdot 1507} = -6{,}64 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Чтобы сравнить полученные значения моментов сил трения, найдем отношение их абсолютных значений:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{6{,}64}{5} = 1{,}33.$$

Таким образом, момент сил трения, действующий на второй маховик, в 1,33 раза больше, чем действующий на первый.

Пример 7. Платформа в виде диска радиусом $R = 1{,}5$ м и массой $m_1 = 180$ кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси, делая $n = 10$ об/мин. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60$ кг.

Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение

По закону сохранения момента импульса

$$\left(J_1 + J_2\right)\omega = \left(J_1 + J_2{}'\right)\omega', \tag{1}$$

где J_1 – момент инерции платформы; J_2 – момент инерции человека, стоящего в центре платформы; ω – угловая скорость платформы с человеком, стоящим в ее центре; $J_2{}'$ – момент инерции человека, стоящего на краю платформы; ω' – угловая скорость платформы с человеком, стоящим на ее краю.

Линейная скорость человека, стоящего на краю платформы, связана с угловой скоростью соотношением

$$v = \omega' R. \tag{2}$$

Определив из уравнения (1) ω' и подставив полученное выражение в формулу (2), будем иметь

$$v = \frac{J_1 + J_2}{J_1 + J_2{}'}\omega R. \tag{3}$$

Момент инерции платформы рассчитываем, как для диска, следовательно,

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2.$$

Момент инерции человека рассчитываем, как для материальной точки. Поэтому

$$J_2 = 0;\ J_2{}' = m_2 R^2.$$

Угловая скорость платформы до перехода человека

$$\omega = 2\pi n.$$

Заменив в формуле (3) величины J_1, J_2, $J_2{}'$ и ω их выражениями, получим

$$v = \frac{0{,}5m_1R^2}{0{,}5m_1R^2 + m_2R^2} 2\pi nR.$$

После упрощения получим окончательно

$$v = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} 2\pi nR.$$

Сделав подстановку значений величин, вычислим искомую линейную скорость человека:

$$v = \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} 2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 = 1\ \text{м/с}.$$

Пример 8. С какой минимальной скоростью должна быть выброшена с поверхности Солнца частица, чтобы она могла удалиться в бесконечность? (При решении задачи пренебречь всеми силами, действующими на частицу, кроме сил гравитационного поля Солнца.)

Решение

Минимальной скорости $v_{\min}$, достаточной для удаления частицы с поверхности Солнца в бесконечность, соответствует кинетическая энергия $E_{\min}$ частицы, связанная с $v_{\min}$ соотношением

$$E_{\min} = \frac{mv_{\min}^2}{2},$$

откуда

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2E_{\min}}{m}}, \qquad (1)$$

где m – масса частицы.

Из формулы (1) видно, что для определения минимальной скорости $v_{\min}$ необходимо знать соответствующую ей кинетическую энергию частицы.

Так как по условию задачи система «частица – Солнце» изолированная и гравитационное поле потенциально, то для определения кинетической энергии $E_{\min}$ можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно этому закону сумма кинетической и потенциальной энергии изолированной системы есть величина постоянная. Применительно к нашей задаче

$$E_к + E_п = E'_к + E'_п, \tag{2}$$

где $E_к$ и $E_п$ – кинетическая и потенциальная энергия системы «частица – Солнце», когда частица находится вблизи поверхности Солнца; $E'_к$ и $E'_п$ те же величины, когда частица находится на бесконечно большом расстоянии от Солнца.

Если принять, что потенциальная энергия гравитационного взаимодействия бесконечно удаленных друг от друга тел

$$E'_п = 0, \tag{3}$$

то потенциальная энергия системы, когда частица находится вблизи поверхности Солнца, будет

$$E_п = -\gamma \frac{mM}{R}, \tag{4}$$

где γ – гравитационная постоянная; M – масса Солнца; R – радиус Солнца.

Для определения кинетических энергий $E_к$ и $E'_к$ выберем систему координат так, чтобы ее начало совпадало с центром масс системы «частица – Солнце». Так как масса частицы много меньше массы Солнца, то практически начало координат системы совпадает с центром Солнца. В такой системе координат кинетическая энергия Солнца равна нулю, следовательно, в формуле (2) кинетические энергии системы могут быть соответствующими кинетическими энергиями частицы.

Когда частица находится на поверхности Солнца, кинетическая энергия $E_к$ системы равна кинетической энергии частицы:

$$E_к = E_{min}. \tag{5}$$

Так как на поверхности Солнца частица по условию задачи обладала минимальной кинетической энергией, то в бесконечности эта энергия будет равна нулю, следовательно,

$$E'_к = 0. \tag{6}$$

С учетом выражений (3) – (6) формула (2) примет вид

$$E_{\min} - \gamma \frac{mM}{R} = 0,$$

откуда

$$E_{\min} = \gamma \frac{mM}{R}.$$

Подставив найденное выражение $E_{\min}$ в формулу (1) и сократив на m, получим

$$v_{\min} = \sqrt{2\gamma \frac{M}{R}}. \qquad (7)$$

Из справочных таблиц находим числовые значения гравитационной постоянной, радиуса и массы Солнца: $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м$^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$; $R = 6,95 \cdot 10^8$ м; $M = 1,98 \cdot 10^{30}$ кг.

Подставив числовые значения в формулу (7), рассчитаем минимальную скорость частицы:

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,98 \cdot 10^{30}}{6,95 \cdot 10^8}} = 6,15 \cdot 10^5 \text{ м/с} = 615 \text{ км/с}.$$

Пример 9. Материальная точка с массой $m = 0,01$ кг совершает гармонические колебания по закону синуса с периодом $\tau = 2$ с и начальной фазой, равной нулю. Полная энергия колеблющейся точки $E = 0,1$ мДж.

Требуется: 1) найти амплитуду A колебаний; 2) написать уравнение колебаний; 3) найти наибольшее значение силы $F_{\max}$, действующей на точку.

Решение

1. Запишем уравнение гармонических колебаний без начальной фазы:

$$x = A \sin \omega t.$$

Взяв первую производную смещения x по времени, найдем скорость колеблющейся точки:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t\,.$$

Кинетическая энергия колеблющейся точки

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\cos^2\omega t}{2}\,.$$

Полная энергия колеблющейся точки равна максимальному значению кинетической энергии точки:

$$E = E_{\max} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\,.$$

Отсюда находим выражение для амплитуды колебаний:

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E}{m}}\,. \qquad (1)$$

Циклическая частота ω связана с периодом колебаний τ соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}.$$

Подставим в формулу (1) выражение ω:

$$A = \frac{\tau}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}\,.$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} = 0{,}045 \text{ м}\,.$$

Найдем числовое значение циклической частоты:

$$\omega = \frac{2\pi}{2} = \pi\,.$$

2. Запишем уравнение гармонических колебаний для данной точки:

$$x = 0{,}045\sin\pi t\,.$$

3. Ускорение колеблющейся точки найдем, взяв производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin\omega t.$$

Отсюда максимальное ускорение

$$a_{\max} = A\omega^2.$$

Подставив это выражение максимального ускорения в формулу второго закона динамики, найдем максимальную силу, действующую на точку:

$$F_{\max} = mA\omega^2.$$

Произведем вычисления:

$$F_{\max} = 0{,}01 \cdot 0{,}045 \cdot 3{,}14^2 = 4{,}44 \cdot 10^{-3}\ \text{Н}.$$

Пример 10. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемые уравнениями

$$x_1 = \cos\pi\left(t + \frac{1}{6}\right);$$

$$x_2 = 2\cos\pi\left(t + \frac{1}{2}\right)$$

(длина измеряется в сантиметрах, время − в секундах).

Требуется: 1) определить амплитуды, периоды и начальные фазы складываемых колебаний; 2) написать уравнение результирующего колебания.

Решение

Запишем уравнение гармонического колебания в общем виде:

$$x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right). \tag{1}$$

Теперь преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

$$x_1 = \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right); \tag{2}$$

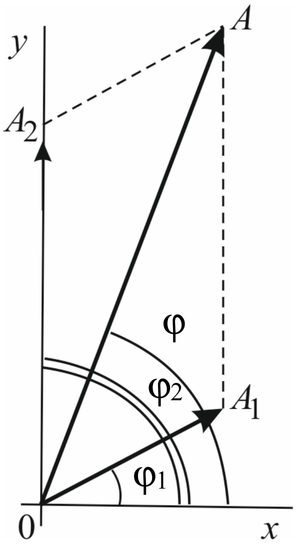
$$x_2 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{3}$$

и сравним уравнения (2) и (3) с уравнением (1). Из сравнения находим для первого колебания: амплитуда $A_1 = 1$ см, период $T_1 = 2$ с, начальная фаза

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ рад} = 30°;$$

для второго колебания: $A_2 = 2$ см, $T_2 = 2$ с, $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}$ рад $= 90°$.

Для того чтобы написать уравнение результирующего колебания, надо определить период T, амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания.



Из полученных результатов видно, что периоды складываемых колебаний одинаковы $(T_1 = T_2 = 2 \text{ с})$, следовательно, результирующее колебание будет иметь тот же период $T = 2$ с.

Для определения амплитуды результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой (рисунок). Согласно теореме косинусов получим

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}.$$

Подставим числовые значения входящих в эту формулу величин и произведем вычисления:

$$A = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2\cdot 1\cdot 2\cos(90° - 30°)} = \sqrt{7} \text{ см} = 2{,}6 \text{ см}.$$

Тангенс начальной фазы результирующего колебания определим непосредственно из диаграммы, показанной на рисунке:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Отсюда начальная фаза

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Подставим числовые значения:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{1\cdot\sin 30° + 2\cdot\sin 90°}{1\cdot\cos 30° + 2\cdot\cos 90°} = \operatorname{arctg} 2{,}88 = 71° = 0{,}4\pi \text{ рад}.$$

Таким образом, для результирующего колебания $T = 2$ с; $A = 2{,}6$ см; $\varphi = 0{,}4\pi$ рад.

Это позволяет написать уравнение результирующего колебания:

$$x = 2{,}6\cos\left(\frac{2\pi}{2}t + 0{,}4\pi\right),$$

или

$$x = 2{,}6\cos\pi(t + 0{,}4).$$

Пример 11. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых

$$x = \cos\pi t; \qquad (1)$$

$$y = 2\cos\frac{\pi}{2}t, \qquad (2)$$

(амплитуда измеряется в сантиметрах, время – в секундах). Определить траекторию точки и построить траекторию с соблюдением масштаба.

Решение

Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнений (1) и (2). Применив формулу косинуса половинного угла

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}},$$

запишем

$$y = 2\cos\frac{\pi t}{2} = \pm 2\sqrt{\frac{1+\cos\pi t}{2}}.$$

Так как согласно уравнению (1) $\cos\pi t = x$, то

$$y = \pm 2\sqrt{\frac{1+x}{2}},$$

или

$$y = \pm\sqrt{2x+2}. \qquad (3)$$

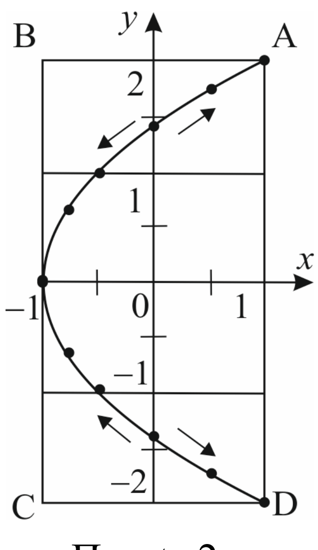
Полученное уравнение представляет собой уравнение параболы, ось которой лежит на оси *OX*. Как показывают уравнения (1) и (2), амплитуда колебаний точки по оси *OX* равна 1, а по оси *OY* – 2. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от –1 до +1, а ординаты – от –2 до +2.

Для построения траектории найдем по уравнению (3) значения y соответствующие ряду значений x, удовлетворяющих условию $|x| \le 1$ (таблица).

x	$y = \sqrt{2x+2}$	x	$y = \sqrt{2x+2}$
–1 –0,75 –0,5	0 ± 0,1 ± 1	0 0,5 1	± 1,41 ± 1,73 ±2

Начертив координатные оси и выбрав единицу длины, построим точки.

Соединив их плавной кривой, получим траекторию точки в результирующем колебании. Она представляет собой часть параболы, заключенной внутри прямоугольника амплитуд *ABCD* (рисунок).



Из уравнений (1) и (2) находим, что период колебаний точки по горизонтальной оси $T_x = 2$ с, а по вертикальной оси $T_y = 4$ с. Следовательно, когда точка совершит одно полное колебание по оси *OX*, она совершит только половину полного колебания по оси *OУ*. В начальный момент (при $t = 0$) имеем $x = 1$, $y = 2$. Точка находится в положении *A* (см. рисунок). При $t = 1$ с получим $x = -1$ и $y = 0$. Материальная точка находится в вершине параболы.

При $t = 2$ с получим $x = 1$ и $y = -2$. Материальная точка находится в положении *D*. После этого она будет двигаться в обратном направлении.

Пример 12. Волна распространяется по прямой со скоростью $v = 20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях

$x_1 = 12$ м и $x_2 = 15$ м от источника волн, колеблются по закону синуса с одинаковыми амплитудами $A = 0{,}1$ м и с разностью фаз $\Delta\varphi = 0{,}75\pi$.

Найти длину волны λ, написать уравнение волны и найти смещения указанных точек в момент времени $t = 1{,}2$ с.

Решение

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi .$$

Решая это равенство относительно λ, получим

$$\lambda = \Delta x \frac{2\pi}{\Delta\varphi} .$$

Расстояние Δx между указанными точками

$$\Delta x = 15 - 12 = 3 \text{ м} .$$

Подставляя числовые значения величин, входящих в выражение λ, и выполняя арифметические действия, найдем

$$\lambda = 3 \cdot \frac{2\pi}{0{,}75\pi} = 8 \text{ м} .$$

Скорость распространения волны v связана с длиной волны λ и периодом колебаний T соотношением

$$v = \frac{\lambda}{T} .$$

Решая это равенство относительно T и подставляя числовые значения входящих величин, получаем

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8}{20} = 0{,}4 \text{ с} .$$

Используя известное соотношение между циклической частотой ω и периодом колебаний T

$$\omega = \frac{2\pi}{T} ,$$

находим

$$\omega = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \frac{1}{\text{с}}.$$

Зная значения амплитуды колебаний, циклической частоты ω и скорости распространения волны v, можно написать уравнение волны для данного случая:

$$y = 0,1 \cdot \sin 5\pi \left(t - \frac{x}{20} \right),$$

где x измеряется в метрах; t – в секундах.

Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно в это уравнение подставить заданные значения t и x $\left(t = 1,2\ \text{с};\ x_1 = 12\ \text{м};\ x_2 = 15\ \text{м}\right)$, тогда

$$y_1 = 0,1 \cdot \sin 5\pi \left(1,2 - \frac{12}{20} \right) = 0,1 \cdot \sin 3\pi = 0,$$

$$y_2 = 0,1 \cdot \sin 5\pi \left(1,2 - \frac{15}{20} \right) = 0,1 \cdot \sin 2,25\pi = 0,1 \cdot \sin 0,25\pi = 0,071\ \text{м}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Точка движется по окружности радиусом 4 м. Закон ее движения выражается уравнением

$$s = 8 - 2t^2,$$

где s измеряется в метрах, t – в секундах.

Найти: 1) момент времени, когда нормальное ускорение точки будет $a_n = 9\ \text{м/с}^2$; 2) скорость, тангенциальное и полное ускорения точки в этот момент времени.

Ответ: 1,5 с; $-6\ \text{м/с}^2$; $-4\ \text{м/с}^2$; $9,84\ \text{м/с}^2$.

2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям

$$x_1 = 4t + 8t^2 - 16t^3 \text{ и } x_2 = 2t - 4t^2 + t^3,$$

где x измеряется в метрах; t – в секундах.

В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковыми? Найти скорости точек в этот момент.

Ответ: 0,235 с; $5{,}10\ \text{м/с}$; $0{,}286\ \text{м/с}$.

3. Шар массой $m_1 = 10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг. Скорость первого шара $v_1 = 4\ \text{м/с}$, второго – $v_2 = 12\ \text{м/с}$. Найти общую скорость шаров после удара в двух случаях: 1) когда малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) когда шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

Ответ: $6{,}28\ \text{м/с}$; $-0{,}572\ \text{м/с}$.

4. В лодке массой $M = 240$ кг стоит человек массой $m = 60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v = 2\ \text{м/с}$. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v = 4\ \text{м/с}$ (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

Ответ: $1\ \text{м/с}$; $3\ \text{м/с}$.

5. Человек, стоявший в лодке, сделал 6 шагов вдоль лодки и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если ее масса: 1) в два раза больше массы человека; 2) в два раза меньше?

Ответ: 2 шага; 4 шага.

6. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой $m = 5$ г. Жесткость пружины $k = 1{,}25\ \text{кН/м}$. Пружина была сжата на $\Delta l = 8$ см. Определить скорость пульки при вылете ее из пистолета.

Ответ: $v = 40\ \text{м/с}$.

7. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10\ \text{м/с}$, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после удара.

Ответ: $-6\ \text{м/с}$; $4\ \text{м/с}$.

8. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

Ответ: в 4 раза.

9. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1 = 12$ кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирю массой $m_2 = 1$ кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

Ответ: 1,4 м / с^2; 8,4 Н.

10. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. Массу колеса $M = 200$ г считать равномерно распределенной по его ободу, массой спиц пренебречь. Определить: 1) ускорение, с которым будут двигаться грузы; 2) силы натяжения нити по обе стороны блока.

Ответ: 3,27 м / с^2; 1,31 Н; 1,96 Н.

11. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость $\omega = 10$ об / с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения первый маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки $N = 360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

Ответ: у первого больше в 1,2 раза.

12. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h = 90$ см.

Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

Ответ: 3,55 м / с.

13. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом $r = 50$ см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M = 10$ кг, его радиус $R = 60$ см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой $m = 1$ кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельс со скоростью $v = 0{,}8$ м / с.

С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

Ответ: $0{,}195\ \text{с}^{-1}$.

14. Платформа в виде диска вращается по инерции вокруг вертикальной оси, делая $n_1 = 15$ об / мин. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, она стала делать $n_2 = 25$ об / мин. Масса человека $m = 70$ кг. Определить массу M платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

Ответ: 210 кг.

15. Искусственный спутник вращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $H = 3200$ км. Определить линейную скорость спутника.

Ответ: 6,45 км/с.

16. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, ее скорость $v = 20$ см / с и ускорение $a = -80$ см / с^2. Найти: 1) циклическую частоту; 2) период колебаний; 3) фазу колебаний в рассматриваемый момент времен; 4) амплитуду колебаний.

Ответ: $4\ \text{с}^{-1}$; $1{,}57$ с; $\dfrac{\pi}{4}$; $7{,}07$ см.

17. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 0{,}05 \sin 2t$ (длина – в метрах, время – в секундах). Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки $E_\text{п} = 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = +5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить фазу колебаний в этот момент времени.

Ответ: 2,04 с; 4,07 рад.

18. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

Ответ: 120° или 240°.

19. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = 4\cos\pi t$ и $y = 8\cos\pi(t+1)$. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

Ответ: $2x + y = 0$.

20. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м и $x_2 = 30$ м.

Ответ: 200°.

Контрольная работа 1

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	105	107	113	133	142	144	152	156
1	103	110	118	132	141	147	149	159
2	102	112	114	134	138	145	150	157
3	104	108	117	135	139	143	151	160
4	106	109	116	136	137	146	154	158
5	101	111	115	131	140	148	153	155
6	106	108	114	132	137	148	154	157
7	103	107	115	131	140	144	152	155
8	101	112	113	134	141	146	153	160
9	102	111	118	135	142	143	149	159

Задачи

101. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = 3t + 0{,}06t^3$ (длина – в метрах, время – в секундах). Найти скорость *v* и ускорение *a* точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения?

102. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 2$ м согласно уравнению $S = 8t - 0{,}2t^3$ (длина – в метрах, время – в секундах). Найти скорость *v*, тангенциальное нормальное a_n и полное *a* ускорения в момент времени $t = 3$ с.

103. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = 6t - \dfrac{t^3}{8}$ (длина – в метрах, время – в секундах). Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

104. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ и $x_2 = 2 + 2t + 0{,}5t^2$ (длина – в метрах, время – в секундах). В какой момент времени скорости точек будут одинаковыми? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

105. По дуге окружности радиусом $R = 10$ м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4{,}9$ м/с^2, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол $\alpha = 60°$. Найти скорость *v* и тангенциальное ускорение a_τ точки.

106. Диск радиусом $R = 0{,}2$ м вращается согласно уравнению $\varphi = 3 - t + 0{,}1t^3$ (угол – в радианах, время – в секундах). Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное *a* ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

107. Шарик массой $m = 200$ г ударился о стенку со скоростью $v = 10$ м/с и отскочил от нее с такой же скоростью. Определить импульс p, полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом $\alpha = 30°$ к плоскости стенки.

108. Шарик массой $m = 100$ г свободно падает с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту и подпрыгивает на высоту $h_2 = 0{,}5$ м. Определить импульс p (по величине и направлению), сообщенный плитой шарику.

109. На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью $v_1 = 3$ м/с, находится человек. Человек прыгает в сторону, противоположную движению тележки. После прыжка скорость тележки изменилась и стала равной $u_1 = 4$ м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки $m_1 = 210$ кг, масса человека $m_2 = 70$ кг.

110. На железнодорожной платформе установлено орудие. Орудие жестко скреплено с платформой. Масса платформы и орудия M=20 т. Орудие производит выстрел под углом $\alpha = 60°$ к линии горизонта в направлении пути. Какую скорость v_1 приобретает платформа с орудием вследствие отдачи, если масса снаряда $m = 50$ кг и он вылетает из канала ствола со скоростью $v_2 = 500$ м/с.

111. Снаряд, летящий со скоростью $v_o = 500$ м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 20 % от общей массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $v_1 = 200$ м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

112. Две одинаковые лодки массами M=200 кг (вместе с человеком, находящимся в лодке) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $v = 1$ м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебросили груз массой m=20 кг. Определить скорости лодок после перебрасывания грузов.

113. Боек свайного молота массой $m_1 = 0{,}6$ т падает с некоторой высоты на сваю массой $m_2 = 150$ кг. Найти к.п.д. бойка, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, затраченную на углубление сваи.

114. Молот массой $m = 10$ кг ударяет по небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне. Масса наковальни $M = 0{,}4$ т. Определить к.п.д. удара молота при данных условиях. Удар считать неупругим. Полезной в данном случае является энергия, затраченная на деформацию куска железа.

115. Шар массой $m_1 = 2$ кг движется со скоростью $v_1 = 4$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5$ кг. Определить скорости шаров после прямого центрального удара. Шары считать абсолютно упругими.

116. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $v_1 = 2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 3$ кг. Вычислить работу A, затраченную на деформацию шаров при прямом центральном ударе. Шары считать неупругими.

117. Вагон массой $m = 40$ т движется на упор со скоростью $v = 0{,}1$ м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на $\Delta l = 10$ см. Определить максимальную силу F сжатия буферных пружин и продолжительность Δt торможения.

118. Деревянный шар массой $M = 10$ кг подвешен на нити длиной $l = 2$ м. В шар попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 5$ г и застревает в нем. Определить скорость пули, если нить с шаром отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3°$.

119. На спокойной воде пруда находится лодка длиной $l = 4$ м, расположенная перпендикулярно берегу. На корме лодки стоит человек. Масса лодки с человеком $M = 240$ кг, масса человека $m = 60$ кг. Человек перешел с кормы на нос лодки. На какое расстояние переместились при этом относительно берега человек и лодка?

120. Какую максимальную часть своей кинетической энергии может передать частица массой $m_1 = 2 \cdot 10^{-22}$ г, сталкиваясь упруго с частицей массой $m_2 = 8 \cdot 10^{-22}$ г, находящейся в покое?

121. Атом распадается на две части массами $m_1 = 10^{-25}$ кг и $m_2 = 4 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетические энергии $E_{к1}$ и $E_{к2}$ частей атома, если их общая кинетическая энергия $E_{общ} = 6 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.

122. Абсолютно упругий шар массой $m_1 = 1{,}8$ кг сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы. В результате центрального прямого удара шар потерял 36 % своей кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара.

123. Лодка длиной $l = 3$ м и массой $M = 120$ кг стоит в спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами $m_1 = 60$ кг и $m_2 = 90$ кг. На сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки пройдут по лодке и поменяются местами?

124. Плот массой $M = 140$ кг и длиной $l = 3$ м плавает на воде. На плоту находится человек, масса которого $m = 70$ кг. С какой наименьшей скоростью v и под каким углом α к линии горизонта должен прыгнуть человек вдоль плота, чтобы попасть на его противоположный край?

125. Пружина жесткостью $k = 10^3$ Н/м была сжата на $x_1 = 5$ см. Какую нужно совершить работу, чтобы сжатие пружины увеличить до $x_2 = 15$ см?

126. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m = 10$ г со скоростью $v = 300$ м/с. Затвор пистолета массой $M = 200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k = 25$ кН/м. На какое расстояние Δl отойдет затвор после выстрела? (Считать, что пистолет жестко закреплен.)

127. Пружина жесткостью $k = 10^4$ Н/м сжата силой $F = 2 \cdot 10^2$ Н. Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta l = 1$ см.

128. Гиря, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает ее на $\Delta l = 1$ мм. На сколько сожмет пружину та же гиря, упавшая на конец пружины с высоты $h = 5$ см?

129. Две пружины жесткостью $k_1 = 3 \cdot 10^2$ Н/м и $k_2 = 5 \cdot 10^2$ Н/м скреплены последовательно. Определить величину работы по растяжению обеих пружин, если вторая пружина была растянута на $\Delta l = 3$ см.

130. Две пружины жесткостью $k_1 = 10^3$ Н/м и $k_2 = 3 \cdot 10^3$ Н/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 5$ см.

131. Маховик радиусом 10 см насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой m=800 г. Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние s=160 см за время t=2 с. Определить момент инерции J маховика.

132. Диск радиусом $R = 20$ см и массой $m = 5$ кг вращался, делая $n = 8$ об/с. При торможении он остановился через время t=4 с. Определить тормозящий момент M.

133. Сплошной однородный диск катится по горизонтальной плоскости со скоростью $v = 10$ м/с. Какое расстояние пройдет диск до остановки, если его предоставить самому себе? Коэффициент трения k при движении диска равен 0,02.

134. Сплошной цилиндр скатился с наклонной плоскости высотой $h = 15$ см. Какую скорость v поступательного движения будет иметь цилиндр в конце наклонной плоскости?

135. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массой $m_1 = 100$ г и $m_2 = 120$ г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса блока равна $m = 500$ г? Трение при вращении ничтожно мало.

136. Через неподвижный блок массой $m = 0,2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,5$ кг. Определить силы натяжения шнура T_1 и T_2 по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

137. Человек стоит на скамейке Жуковского и ловит рукой мяч массой $m = 0,4$ кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0,8$ м от вертикальной оси вращения скамейки. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамейка Жуковского с человеком, поймавшим мяч? Считать, что суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6$ кг$\cdot$м^2.

138. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом, $R = 2$ м стоит человек. Масса платформы $M = 200$ кг, масса человека $m = 80$ кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек пойдет вдоль ее края со скоростью $v = 2$ м/с относительно платформы.

139. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться вокруг вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную точку? Масса платформы $M = 240$ кг, масса человека $m = 60$ кг. (Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.)

140. Платформа в виде диска радиусом $R = 1$ м вращается по инерции, делая $n_1 = 6$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. Сколько оборотов будет делать платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы

$J = 120\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$. (Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.)

141. На скамейке Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1\ \text{об/с}$. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамейка с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$. Длина стержня $l = 2{,}4\ \text{м}$, его масса $m = 8\ \text{кг}$.

142. Человек стоит на скамейке Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамейка неподвижна, колесо вращается, делая $n = 10\ \text{об/с}$. С какой угловой скоростью будет вращаться скамейка, если человек повернет стержень на угол 180° и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамейки $J = 6\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$, радиус колеса $R = 20\ \text{см}$. Массу колеса $m = 3$ кг можно считать равномерно распределенной по ободу.

143. На какой высоте h над поверхностью Земли напряженность G поля тяготения равна 1 Н/кг?

144. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

145. Период обращения T искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте над поверхностью Земли движется спутник.

146. Стационарный искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь все время над одним и тем же пунктом земной поверхности. Определить угловую скорость ω спутника и радиус R его орбиты.

147. Определить работу A, которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой $m = 1$ кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности.

148. На какую высоту h над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость v_0 ракеты будет равна первой космической скорости?

149. Материальная точка массой $m = 0{,}1$ г колеблется согласно уравнению $x = 5\sin 20t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить максимальные значения возвращающей силы $F_{\max}$ и кинетической энергии $E_{\max}$ точки.

150. Материальная точка массой $m = 0{,}01$ кг совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 0{,}2\sin 8\pi t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Найти возвращающую силу F в момент времени $t = 0{,}1$ с, а также полную энергию E точки.

151. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 5\sin 2t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). В момент, когда на точку действовала возвращающая сила $F = 5$ мН, точка обладала потенциальной энергией $E_п = 0{,}1$ мДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу φ колебания.

152. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика – один в середине стержня, другой на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний. Массой стержня пренебречь.

153. Однородный диск радиусом $R = 30$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить период T колебаний диска.

154. Диск радиусом $R = 24$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить частоту ν колебаний такого физического маятника.

155. Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями $x_1 = \sin t$ и $x_2 = 2\cos t$ (амплитуда – в сантиметрах, время – в секундах). Найти амплитуду A сложного движения, его частоту ν и начальную фазу φ_0; написать уравнение движения.

156. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = \sin \pi t$ и $x_2 = \sin \pi(t + 0{,}5)$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнение.

157. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = \sin\frac{t}{2}$ и $y = \cos t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движение.

158. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям $x = \cos t$ и $y = \sin t$ (длина – в сантиметрах, время – в секундах). Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

159. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний $\nu = 25$ Гц.

160. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью $v = 50$ м/с. Период колебаний $T = 0{,}5$ с, расстояние между точками $x = 50$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

2 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Примеры решения задач

Пример 1. Сколько молекул содержится в 1 м^3 воды? Какова масса молекулы воды? Считая, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр молекул.

Решение

1. Число молекул n, содержащихся в некоторой массе m любого вещества, может быть найдено из следующих соображений. Число молекул в одном киломоле определяется числом Авогадро N_{A}. Число киломолей, содержащихся в массе m, определяется отношением $\frac{m}{\mu}$, где μ – масса одного киломоля. Следовательно,

$$n = \frac{m}{\mu} N_{\text{A}}.$$

Выразив в этой формуле массу воды как произведение ее плотности ρ на объем V, получим

$$n = \frac{\rho V}{\mu} N_{\text{A}}. \tag{1}$$

Подставим в эту формулу числовые значения величин (приложение 2) и произведем вычисления:

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$V = 1 \text{ м}^3;$$

$$\mu = 18 \text{ кг/моль};$$

$$N_{\text{A}} = 6{,}02 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1};$$

$$n = \frac{10^3 \cdot 1}{18} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26} = 3{,}34 \cdot 10^{23} \text{ молекул}.$$

2. Массу одной молекулы воды можно найти путем деления массы 1 кмоль воды на число Авогадро:

$$m = \frac{18}{6,02 \cdot 10^{26}} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

3. Пусть на протяжении 1 м укладывается вплотную ряд из Z молекул. Тогда в объеме $1\,\text{м}^3$ будет содержаться Z^3 молекул или, как было уже вычислено, $3,34 \cdot 10^{28}$ молекул.

Следовательно,

$$Z^3 = 3,34 \cdot 10^{28},$$

откуда находим

$$Z = \sqrt[3]{3,34 \cdot 10^{23}} = 3,22 \cdot 10^{9} \text{ молекул.}$$

Диаметр молекулы

$$d = \frac{1}{Z} = \frac{1}{3,22 \cdot 10^{9}} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Пример 2. Баллон содержит $m_1 = 80$ г кислорода и $m_2 = 300$ г аргона. Давление смеси $p = 10$ атм, температура $t = 15\,°\text{C}$.

Принимая данные газы за идеальные, определить емкость V баллона.

Решение

По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в ее состав. Парциальным давлением газа называется давление, которое производил бы этот газ, если бы он один находился в сосуде, занятом смесью.

По уравнению Менделеева – Клапейрона парциальные давления кислорода p_1 и аргона p_2 выражаются формулами

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V}; \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2}\frac{RT}{V}.$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов $p =$ $= p_1 + p_2$ или

$$p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

откуда емкость баллона

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{p}. \quad (1)$$

Выразим в единицах СИ числовые значения величин, входящих в эту формулу:

$$m_1 = 80 \text{ г} = 0{,}08 \text{ кг}; \ \mu_1 = 32 \text{ кг/моль}; \ \ m_2 = 300 \text{ г} = 0{,}3 \text{ кг};$$

$$\mu_2 = 40 \text{ кг/моль}; \ \ p = 10 \text{ атм} = 10 \cdot 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$$

$$T = 15\,°\text{C} + 273\,°\text{C} = 288 \text{ К}; \ R = 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кмоль} \cdot \text{К)}.$$

Подставим числовые значения в формулу (1):

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32} + \frac{0{,}3}{40}\right)\left(\frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 288}{10 \cdot 1{,}01 \cdot 10^5}\right) = 0{,}0237 \text{ м}^3 \approx 24 \text{ л}.$$

Пример 3. В баллоне объемом $V = 10$ л находится гелий под давлением $p_1 = 1 \text{ МН/м}^2$ и при температуре $t_1 = 27$ °С. После того как из баллона было взято $\Delta m = 10$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $t_2 = 17$ °С. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение

Для решения задачи следует воспользоваться уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его дважды к начальному и конечному состояниям. В начальном состоянии уравнение имеет вид

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T_1, \quad (1)$$

где m_1 – начальная масса гелия; μ – масса одного киломоля гелия; R – универсальная газовая постоянная; T_1 – начальная температура гелия в баллоне (по абсолютной шкале температур).

Объем, который будет занимать гелий в конечном состоянии, ограничен объемом сосуда V, т. е. остается прежним.

Применяя уравнение Менделеева – Клапейрона к гелию в конечном состоянии, получим

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2 . \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) можно записать

$$m_1 = \frac{\mu p_1 V}{R T_1}, \tag{3}$$

$$m_2 = \frac{\mu p_2 V}{R T_2} . \tag{4}$$

Вычитая из равенства (3) равенство (4), получим:

$$m_1 - m_2 = \frac{\mu p_1 V}{R T_1} - \frac{\mu p_2 V}{R T_2} . \tag{5}$$

Но так как $m_1 - m_2$ есть масса Δm гелия, взятого из баллона, то равенство (5) можно переписать в виде

$$\Delta m = \frac{\mu p_1 V}{R T_1} - \frac{\mu p_2 V}{R T_2} .$$

Отсюда искомое давление

$$p_2 = \frac{R T_2}{\mu V}\left(\frac{\mu p_1 V}{R T_1} - \Delta m \right),$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{\Delta m}{\mu} \frac{R T_2}{V} . \tag{6}$$

Выразим величины, входящие в формулу (6), в единицах СИ и произведем вычисления:

$$p_1 = 1 \text{ МН}/\text{м}^2 = 10^6 \text{ Н}/\text{м}^2 ;$$

$$\Delta m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг};$$

$$\mu = 4 \text{ кг}/\text{кмоль};$$

$$R = 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К});$$

$$T_1 = 27\ ^\circ\text{C} + 273\ ^\circ\text{C} = 300 \text{ К};$$

$$T_2 = 17\ °C + 273\ °C = 290\ K;$$

$$V = 10\ л = 10^{-2}\ м^3;$$

$$p_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4} \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{10^{-2}} 290 = 3{,}64 \cdot 10^5\ Н/м^2,$$

или

$$p_2 = 364\ кН/м^2.$$

Пример 4. Найти кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $t = 13$ °C, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в $m = 4$ г кислорода.

Решение

Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая энергия, выражаемая формулой

$$\omega_0 = \frac{1}{2} kT, \tag{1}$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода двухатомная) приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения молекулы кислорода выразится формулой

$$\omega = 2 \cdot \frac{1}{2} kT.$$

Подставив в формулу (2) значения $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К и $T = 13\ °C + 273\ °C = 286\ K$, получим

$$\omega = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 286 = 3{,}94 \cdot 10^{-21}\ Дж.$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа определяется из равенства

$$W = n\omega, \tag{3}$$

где n – число всех молекул газа.

Число молекул можно определить по формуле

$$n = N_A \nu, \tag{4}$$

где N_A – число Авогадро; ν – число киломолей газа.

Если учесть, что число киломолей

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где m – масса газа; μ – масса одного киломоля газа, то формула (4) примет вид

$$n = N_A \frac{m}{\mu}. \tag{5}$$

Подставив это выражение в равенство (3), получим

$$W = N_A \frac{m}{\mu} \omega. \tag{6}$$

Выразим величины, входящие в формулу (6), в единицах СИ:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1};$$

$$m = 4 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$\mu = 32 \text{ кг/кмоль};$$

$$\omega = 3{,}94 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Подставив эти значения в формулу (6), найдем

$$W = 6{,}02 \cdot 10^{26} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32} \cdot 3{,}94 \cdot 10^{-21} = 296 \text{ Дж}.$$

Пример 5. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме C_V и при постоянном давлении C_P неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение

Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}, \tag{1}$$

$$C_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu}, \quad (2)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; μ – киломоль газа.

Для неона (одноатомный газ) $i = 3$ и $\mu = 20$ кг/моль (см. приложение 2). Вычисляя по формулам (1) и (2), получим

$$C_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{20} = 6{,}24 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_P = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{20} = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $\mu = 2$ кг/моль. Вычисляя по тем же формулам, получим

$$C_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{2} = 1{,}04 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$C_P = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{2} = 1{,}46 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Пример 6. Вычислить удельные теплоемкости C_V и C_P смеси неона и водорода, если масса m_1 неона составляет 80 % массы смеси, масса m_2 водорода – 20 %. Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение

Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме C_V найдем путем следующих рассуждений.

Теплоту, требующуюся для нагревания смеси на Δt, выразим двумя способами:

$$Q = C_V (m_1 + m_2)\Delta t, \quad (1)$$

где C_V – удельная теплоемкость смеси;

$$Q = (C_{V1}m_1 + C_{V2}m_2)\Delta t, \quad (2)$$

где C_{V1} – удельная теплоемкость неона; C_{V2} – удельная теплоемкость водорода.

Приравняв правые части выражений (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на Δt, получим

$$C_V\left(m_1+m_2\right)=C_{V1}m_1+C_{V2}m_2,$$

откуда

$$C_V=C_{V1}\frac{m_1}{m_1+m_2}+C_{V2}\frac{m_2}{m_1+m_2}. \qquad (3)$$

Отношения $g_1=\dfrac{m_1}{m_1+m_2}$ и $g_2=\dfrac{m_1}{m_1+m_2}$ показывают, какую долю массы смеси составляет масса первого газа (неона) и второго газа (водорода)*. После подстановки g_1 и g_2 в равенство (3) получим

$$C_V=C_{V1}g_1+C_{V2}g_2. \qquad (4)$$

Подставив в формулу (4) числовые значения величин, найдем

$$C_V=6{,}24\cdot10^2\cdot0{,}8+1{,}04\cdot10^4\cdot0{,}2=$$
$$=2{,}58\cdot10^3\ \text{Дж}/\left(\text{кг}\cdot\text{К}\right).$$

Рассуждая таким же образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$C_P=C_{P1}g_1+C_{P2}g_2. \qquad (5)$$

Подставим в формулу (5) числовые значения:

$$C_P=1{,}04\cdot10^3\cdot0{,}8+1{,}46\cdot10^4\cdot0{,}2=$$
$$=3{,}75\cdot10^3\ \text{Дж}/\left(\text{кг}\cdot\text{К}\right).$$

Пример 7. Кислород массой $m=2$ кг занимает объем $V_1=1\ \text{м}^3$ и находится под давлением $p_1=2$ атм. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2=3\ \text{м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_3=5$ атм. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

---

* В теплотехнике величину g называют весовым содержанием газа в смеси.

Решение

Изменение внутренней энергии газа выражается формулой

$$\Delta U = C_V m \Delta T = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} m \Delta T, \qquad (1)$$

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$); μ – киломоль газа.

Начальную и конечную температуру газа найдем, используя уравнение Клапейрона – Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \qquad (2)$$

Решая его относительно T, получим

$$T = \frac{pV\mu}{mR}. \qquad (3)$$

Выпишем заданные величины в единицах СИ:

$$m = 2 \text{ кг};$$

$$\mu = 32 \text{ кг/моль};$$

$$R = 8{,}31 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К});$$

$$V_1 = 1 \text{ м}^3;$$

$$V_2 = V_3 = 3 \text{ м}^3;$$

$$p_1 = p_2 = 2 \text{ атм} = 2{,}02 \cdot 10^5 \text{ Н}/\text{м}^2;$$

$$p_3 = 5 \text{ атм} = 5{,}05 \cdot 10^5 \text{ Н}/\text{м}^2.$$

Подставляя эти значения в выражение (3) и выполняя арифметические действия, получим

$$T_1 = \frac{2{,}02 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3} = 389 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2{,}02 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3} = 1167 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5{,}05 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32}{2 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3} = 2917 \text{ К}.$$

Подставляя в выражение (1) числовые значения входящих в него величин и выполняя арифметическое действия, находим

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 10^3}{32} \cdot 2\left(2917 - 389\right) = 3{,}28 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A = R\frac{m}{\mu}\Delta T.$$

Подставив числовые значения величин, входящих в это выражение, получим:

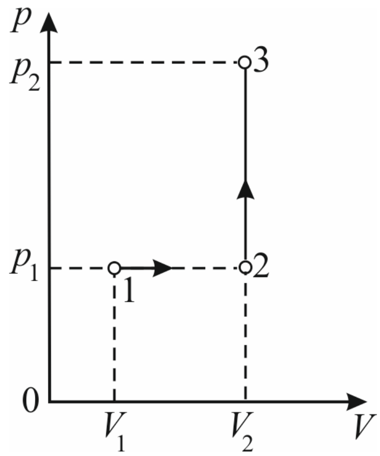
$$A_1 = 8{,}31 \cdot 10^3 \frac{2}{32} \cdot \left(1167 - 389\right) = 0{,}404 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е.

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершенная газом,

$$A = A_1 + A_2 = 0{,}404 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$



Согласно первому началу термодинамики теплота Q, переданная газу, равна сумме работы A и изменения внутренней энергии ΔU:

$$Q = \Delta U + A.$$

Следовательно,

$$Q = 0{,}404 \cdot 10^6 + 3{,}28 \cdot 10^6 = 3{,}68 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

График процесса приведен на рисунке.

Пример 8. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0{,}02$ кг при температуре $t = 27$ °C. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

Решение

Температуры и объемы газа, совершающего адиабатический процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},$$

где γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме (для водорода как двухатомного газа $\gamma = 1,4$).

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры T_2:

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Подставляя числовые значения заданных величин, находим

$$T_2 = (27+273)\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{1,4-1} = 300\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4}\ \text{К}.$$

Прологарифмируем обе части полученного выражения:

$$\lg T_2 = \lg 300 + 0,4(\lg 1 - \lg 5) = 2,477 + 0,4(-0,699) =$$
$$= 2,477 - 0,280 = 2,197.$$

Зная $\lg T_2$, по таблицам логарифмов находим искомое значение T_2:

$$T_2 = 157\ \text{К}.$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{\mu}C_V(T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R(T_1 - T_2).$$

Выпишем числовые значения величин:

$$R = 8,31\cdot 10^3\ \text{Дж}/(\text{кмоль}\cdot\text{К});$$

$i = 5$ (для водорода как двухатомного газа);

$$\mu = 2\ \text{кг/моль};$$

$$m = 0,02\ \text{кг};$$

$$T_1 = 300 \text{ К};$$

$$T_2 = 157 \text{ К}.$$

Подставим их в правую часть последней формулы и, выполняя арифметические действия, получим

$$A_1 = \frac{0{,}02 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3}{2 \cdot 2} = 300 - 157 = 2{,}98 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

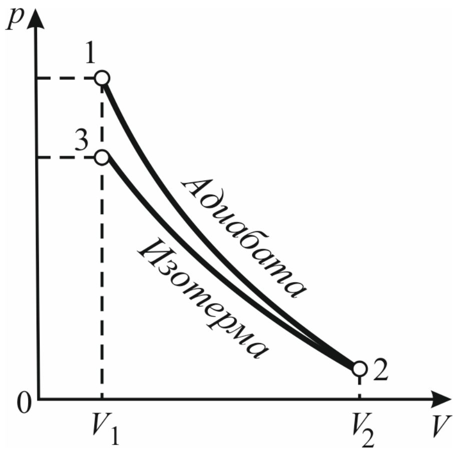
$$A_2 = RT_2 \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Подставляя известные числовые значения величин, входящих в правую часть этого равенства, и выполняя арифметические действия, находим

$$A_2 = 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 157 \cdot \frac{0{,}02}{2} \ln \frac{1}{5} =$$

$$= -2{,}10 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии газа работа совершается внешними силами. График процесса приведен на рисунке.



Пример 9. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя $T_1 = 227$ °С. Определить термический к.п.д. η цикла и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

Решение

Термический к.п.д. тепловой машины, называемый также коэффициентом использования теплоты, показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический к.п.д. выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 теплота, полученная от нагревателя; A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Подставив числовые значения в это выражение, получим

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0,35 = 35\ \%.$$

Зная к.п.д. цикла, можно по формуле

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

определить температуру охладителя:

$$T_2 = T_1(1-\eta).$$

Подставив сюда полученное значение к.п.д. $\eta = 0,35$ и температуру нагревателя

$$T_1 = 227 + 273 = 500\ \text{К},$$

найдем

$$T_2 = 500(1-0,35) = 325\,\text{К}$$

или

$$t_2 = 325 - 273 = 52\ °\text{C}.$$

Пример 10. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть пузырь?

Решение

Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности – внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$p = 2\frac{2\alpha}{r},$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения; r – радиус пузыря.

Так как $r = \dfrac{d}{2}$, то

$$p = \frac{8\alpha}{d}.$$

Коэффициент поверхностного натяжения мыльной воды $\alpha = 40 \cdot 10^{-3}$ Н/м, диаметр пузыря $d = 10$ см $= 0{,}1$ м.

Следовательно,

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0{,}1} = 3{,}2 \text{ Н/м}^2..$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS, выражается формулой

$$A = \alpha \Delta S = \alpha (S - S_0),$$

где S – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_0 – общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_0, получим

$$A \approx \alpha S = 2\pi d^2 \alpha.$$

Сделав подстановку числовых значений величин, получим

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить массу m атома азота.

Ответ: $2{,}33 \cdot 10^{-26}$ кг.

2. Плотность газа ρ при давлении $p = 720$ мм рт. ст. и температуре $t = 0$ °C равна 1,35 г/л. Найти киломоль μ газа.

Ответ: 32 кг/кмоль.

3. Каково будет давление газа, в объеме $V = 1$ см^3 которого содержится $N = 1$ млрд молекул, при температуре $T_1 = 3$ К и $T_2 = 1000$ К?

Ответ: $4{,}14 \cdot 10^{-8}$ Н/м^2; $1{,}38 \cdot 10^{-5}$ Н/м^2.

4. При температуре $t = 35$ °С и давлении $p = 7$ атм плотность некоторого газа $\rho = 12{,}2\ кг/м^3$. Определить относительную молекулярную массу M газа.

Ответ: 44,1.

5. Какой объем V занимает смесь азота массой $m_1 = 1$ кг и гелия массой $m_2 = 1$ кг при нормальных условиях?

Ответ: 6,4 м^3.

6. В баллоне емкостью $V = 15$ л находится смесь, содержащая $m_1 = 10$ г водорода, $m_2 = 54$ г водяного пара и $m_3 = 60$ г окиси углерода. Температура смеси $t = 27$ °С. Определить давление.

Ответ: $16{,}9 \cdot 10^5\ Н/м^2$.

7. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t = 27$ °С.

Ответ: $1{,}24 \cdot 10^{-20}$ Дж; $6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж.

8. Определить удельные теплоемкости C_V и C_P газообразной окиси углерода СО.

Ответ: $7{,}43 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К); $1{,}04 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

9. Определить удельные теплоемкости C_V и C_P газа, состоящего по массе из 85 % кислорода O_2 и 15 % озона O_3.

Ответ: $6{,}29 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К); $8{,}77 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К).

10. Определить удельные теплоемкости C_V и C_P смеси, содержащей $m_1 = 3$ кг азота и $m_2 = 1$ кг водяного пара, принимая эти газы за идеальные.

Ответ: $9{,}02 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К); $1{,}24 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

11. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна

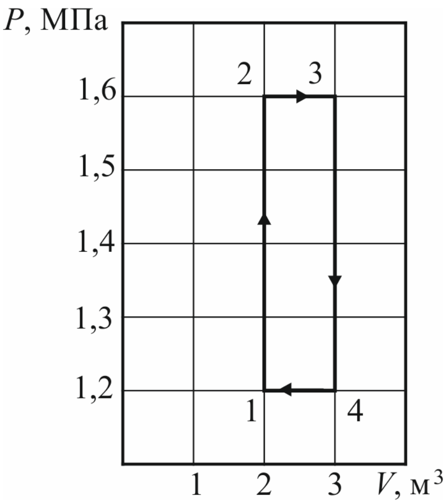
$0{,}0621$ кал/(г·К). Найти киломоль газа и его удельные теплоемкости C_V и C_P.

Ответ: 32 кг/кмоль; 910 Дж/(кг·К); 650 Дж/(кг·К).

12. Найти среднюю длину свободного пробега l молекулы водорода при давлении $p = 0{,}001$ мм рт. ст. и температуре $t = -173$ °С.

Ответ: 4,4 см.

13. Один киломоль двухатомного идеального газа совершает замкнутый цикл, график которого изображен на рисунке.



Определить: 1) теплоту Q_1, полученную от нагревателя; 2) теплоту Q_2, переданную охладителю; 3) работу A, совершаемую газом за один цикл; 4) термический к.п.д. η цикла.

Ответ: $7{,}61 \cdot 10^6$ Дж; $7{,}19 \cdot 10^6$ Дж; $0{,}4 \cdot 10^6$ Дж; 5,3 %.

14. Водород занимает объем $V_1 = 10$ м³ при давлении 10^5 Па. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}3$ МН/м². Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A, совершенную газом, и теплоту Q, сообщенную газу.

Ответ: $5 \cdot 10^6$ Дж; 0; $5 \cdot 10^6$ Дж.

15. Кислород при неизменном давлении $p = 8 \cdot 10^4$ Н/м² нагревается. Его объем увеличивается от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Определить изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу A, совершенную им при расширении, а также теплоту Q, сообщенную газу.

Ответ: $4 \cdot 10^5$ Дж; $1{,}6 \cdot 10^5$ Дж; $5{,}6 \cdot 10^5$ Дж.

16. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m = 0{,}6$ кг и занимающий объем $V_1 = 1{,}2$ м³ при температуре $T_1 = 560$ К. В результате нагревания газ расширился и занял объем

$V_2 = 4,2$ м^3, причем температура осталась неизменной. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту, сообщенную газу.

Ответ: 0; $1,26 \cdot 10^5$ Дж; $1,26 \cdot 10^5$ Дж.

17. В бензиновом автомобильном моторе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре $t_1 = 15$ °C. Найти температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ, процесс считать адиабатным.

Ответ: 324 °C.

18. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура охладителя. Нагреватель передал газу $Q_1 = 10$ ккал теплоты. Какую работу совершил газ?

Ответ: $2,81 \cdot 10^4$ Дж.

19. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря?

Ответ: $3,62 \cdot 10^{-3}$ Дж; $2,66$ Н/м^2.

20. Трубка имеет диаметр $d = 0,2$ см. На нижнем конце трубки повисла капля воды, имеющая вид шарика. Найти диаметр этой капли.

Ответ: 4,42 мм.

21. В сосуд со ртутью частично погружены две вертикально расположенные и параллельные друг другу стеклянные пластинки. Расстояние между пластинками $d = 1$ мм. Определить разность Δh уровней ртути в сосуде и между пластинками. Краевой угол принять равным 138°.

Ответ: $-5,57$ мм.

Контрольная работа 2

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	202	207	222	229	239	248	250	259
1	204	211	219	227	238	243	253	258
2	205	209	220	228	242	247	251	256
3	201	212	223	226	240	244	252	255
4	203	208	221	225	241	245	254	257
5	206	210	220	229	242	246	251	255
6	201	209	219	230	239	244	249	259
7	202	212	221	226	240	247	253	260
8	205	211	222	225	237	245	254	258
9	203	207	224	228	238	243	252	256

Задачи

201. Найти число n атомов, содержащихся в капельке ртути массой $m = 1$ г.

202. Определить массу m_1 одной молекулы воды.

203. Определить киломоль μ и массу m_1 одной молекулы поваренной соли.

204. Найти число ν киломолей и число n_0 молекул, содержащихся в объеме $V = 1$ см^3 воды при температуре $t = 4$ °С.

205. Определить массу m_1 одного атома водорода и число N атомов, содержащихся в одном грамме водорода.

206. Определить массу m_1 одной молекулы сероуглерода CS_2. Принимая, что молекулы в жидкости имеют шарообразную форму и расположены вплотную друг к другу, определить диаметр d молекулы.

207. Баллон емкостью $V = 50$ л заполнен кислородом. Температура кислорода $t = 20$ °С. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta\rho = 2$ атм. Определить массу Δm израсходованного кислорода.

208. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $p = 20$ атм. Температура азота $t = 17$ °С.

209. Некоторый газ находится под давлением $p = 7$ атм при температуре $t = 35$ °С. Определить относительную молекулярную массу M, если плотность газа $\rho = 12{,}2$ кг/м^3 .

210. Два сосуда одинаковой емкости содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 10$ атм и температура $t_1 = 120$ °С, в другом – $p_2 = 15$ атм и $t_2 = 70$ °С. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $t = 20$ °С. Определить установившееся давление p в сосудах.

211. В баллоне емкостью $V = 20$ л находится аргон под давлением $p_1 = 8$ атм и температуре $t_1 = 50$ °С. Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в нем понизилось до $p_2 = 6$ атм, а температура установилась $t_2 = 30$ °С. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

212. Давление p насыщенного водяного пара при температуре $t = 27$ °С равно 26,7 мм рт. ст. Определить плотность ρ водяного пара при этих условиях, принимая его за идеальный газ.

213. Сосуд емкостью $V = 0{,}01$ м^3 содержит азот массой $m_1 = 7$ г и водород массой $m_2 = 1$ г при температуре $t = 7$ °С. Определить давление p смеси газов.

214. Баллон емкостью $V = 15$ л содержит смесь водорода и азота при температуре $t = 27$ °C и давлении p=12,3 атм. Масса смеси $m = 145$ г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

215. Один баллон емкостью $V_1 = 20$ л содержит азот под давлением $p_1 = 25$ атм; другой баллон емкостью $V_2 = 44$ л содержит кислород под давлением $p_2 = 16$ атм. Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов в смеси и полное давление p смеси.

216. Найти плотность ρ газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении p=720 мм рт. ст. и температуре $t = 15$ °C.

217. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением p=19 атм. Считая, что масса кислорода составляет 20 % от массы смеси, определить парциальные давления p_1 и p_2 отдельных газов.

218. В баллоне емкостью $V = 11{,}2$ л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до $p = 1{,}5$ атм, а температура не изменилась. Определить массу гелия, введенного в баллон.

219. Найти среднюю кинетическую энергию $\omega_{пост}$ поступательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию U всех молекул, заключенных в одном моле и в одном килограмме гелия при температуре минус 200 °C.

220. Найти среднюю кинетическую энергию $\omega_{вр}$ вращательного движения одной молекулы водорода, а также суммарную кинетическую энергию U всех молекул в одном киломоле водорода при температуре $t = 17$ °C.

221. Определить среднюю кинетическую энергию $\omega_{вр}$ вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул 3,01 МДж/кмоль.

222. Газ занимает объем $V=1$ л под давлением p=2 атм. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме.

223. Сосуд емкостью $V=4$ л содержит $m=0{,}6$ г некоторого газа под давлением p=2 атм. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

224. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки $m_1=10^{-10}$ г. Температура газа $t=20$ °С. Определить средние квадратичные скорости $v_{кв}$, а также средние кинетические энергии $\omega_{пост}$ поступательного движения молекул азота и пылинок.

225. Вычислить киломольные (килоатомные) C_V и C_P и удельные c_V и c_P теплоемкости кислорода и аргона, принимая эти газы за идеальные.

226. Относительная молекулярная масса газа M=4. Отношение теплоемкостей $\dfrac{C_P}{C_V}=1{,}67$. Вычислить удельные теплоемкости газа.

227. Разность удельных теплоемкостей некоторого газа $c_P-c_V=2{,}08$ кДж$/($кг$\cdot$К$)$. Определить относительную молекулярную массу M газа.

228. Удельные теплоемкости некоторого газа $c_V=$ $=10{,}4$ кДж$/($кг$\cdot$К$)$ и $c_P=14{,}6$ кДж$/($кг$\cdot$К$)$. Определить киломольные теплоемкости.

229. Вычислить теплоемкость (при постоянном объеме) газа, заключенного в сосуд емкостью $V=20$ л при нормальных условиях. Газ одноатомный.

230. Некоторый газ находится при температуре T =350 K в баллоне емкостью $V = 100$ л под давлением p=2 атм. Теплоемкость этого газа при постоянном объеме $C = 140$ Дж/К. Определить отношение теплоемкостей $\frac{C_P}{C_V}$.

231. Каковы удельные теплоемкости c_P и c_V смеси газов, содержащей кислород массой $m_1 = 10$ г и азот массой $m_2 = 20$ г?

232. Найти отношение $\frac{c_P}{c_V}$ для смеси газов, состоящей из гелия массой $m_1 = 10$ г и водорода массой $m_2 = 4$ г.

233. Смесь состоит из двух молей одноатомного и трех молей двухатомного газов. Определить мольные теплоемкости C_P и C_V смеси.

234. При некоторых условиях 40 % молекул водорода распалось на атомы. Найти удельные теплоемкости c_P и c_V такого водорода при постоянном давлении.

235. Вычислить мольные и удельные теплоемкости газа, если его относительная молекулярная масса M=30, а отношение теплоемкостей $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$.

236. Молекулы двухатомного газа при некоторых условиях частично распадаются на отдельные атомы. Определить, сколько процентов молекул распалось, если отношение теплоемкостей такого газа $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}5$.

237. Определить среднюю длину свободного пробега l молекул водорода при температуре $t = +27$ °C и давлении $p = 3 \cdot 10^{-8}$ мм рт. ст.

238. Баллон емкостью $V = 10$ л содержит азот массой $m = 1$ г. Определить среднюю длину l свободного пробега молекул.

239. Средняя длина свободного пробега молекул кислорода при нормальных условиях $l = 10^{-5}$ см. Вычислить среднюю арифметическую скорость $v_{ср}$ молекул и число соударений z в секунду для одной молекулы.

240. Какова длина свободного пробега l молекулы гелия при температуре $t = 200$ °С и давлении $p = 0,01$ мм рт. ст.? Каково число соударений z в секунду каждой молекулы?

241. Найти диаметр d молекул водорода, если при нормальных условиях длина свободного пробега его молекул $l = 1,12 \cdot 10^{-5}$ см.

242. Определить плотность ρ водорода, если длина свободного пробега его молекул $l = 0,1$ см.

243. В цилиндре под поршнем находится азот массой $m = 20$ г. Газ был нагрет от температуры $t_1 = 20$ °С до температуры $t_2 = 180$ °С при постоянном давлении. Определить теплоту Q, переданную газу, совершенную газом работу A и приращение ΔU внутренней энергии.

244. При изотермическом расширении водорода массой $m = 1$ г объем газа V увеличился в два раза. Определить работу A расширения, совершенную газом, если температура газа $t = 15$ °С. Определить теплоту Q, переданную при этом газу.

245. Воздух, находившийся под давлением $p_1 = 1$ атм, был адиабатически сжат до давления $p_2 = 10$ атм. Каково будет давление p_3, когда сжатый воздух, сохраняя объем неизменным, охладится до начальной температуры?

246. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0,02$ кг при температуре $t = 20$ °С. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру t_2 в конце адиабатического расширения и полную работу A, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

247. Кислорол массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 2$ атм. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м^3, а затем его давление возросло до $p_2 = 5$ атм при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

248. Из баллона, содержащего водород под давлением $p_1 = 10$ атм при температуре $t_1 = 18$ °C, выпустили половину находившегося в нем газа. Считая процесс адиабатическим, определить конечную температуру t_2 и давление p_2.

249. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю теплоту $Q_2 = 4000$ Дж. Работа цикла $A = 1000$ Дж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя $t = 27$ °C.

250. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя теплоту $Q_1 = 1000$ Дж и совершил работу $A = 200$ Дж. Температура нагревателя $t_1 = 100$ °C. Определить температуру охладителя.

251. Газ совершает цикл Карно. Температура охладителя $t_2 = 0$ °C. Какова температура нагревателя, если за счет каждой килокалории теплоты, полученной от нагревателя, газ совершает работу $A = 1200$ Дж?

252. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю $2/3$ теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя $t_1 = 150$ °C.

253. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа $A = 5$ Дж. Определить работу изотермического сжатия, если термический к.п.д. цикла $\eta = 0,2$.

254. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя $t_1 = 200$ °C, охладителя $t_2 = -10$ °C. При изотермическом расширении газ совершил работу $A = 100$ Дж. Определить термический к.п.д. η

цикла, а также теплоту Q_2, которую газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

255. Воздушный пузырек радиусом $r = 0,002$ мм находится в воде у самой ее поверхности. Определить давление *p*, под которым находится воздух в пузырьке, если атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.

256. Какую работу *A* нужно совершить, чтобы, выдувая мыльный пузырь, увеличить его диаметр от $d_1 = 1$ см до $d_2 = 11$ см?

257. На сколько давление *p* воздуха внутри мыльного пузыря больше атмосферного давления p_0, если диаметр пузыря $d = 5$ мм?

258. Определить работу *A*, которую необходимо совершить при выдувании мыльного пузыря, увеличивая его объем от $V_1 = 10$ см^3 до $V_2 = 20$ см^3.

259. Две капли ртути радиусом $r = 1$ мм каждая слились в одну большую каплю без изменения температуры. Какая энергия *E* выделилась при этом слиянии?

260. Определить силу *F*, прижимающую друг к другу две стеклянные пластинки размерами 10×10 см, расположенные параллельно друг другу, если расстояние между пластинками $l = 0,02$ мм и пространство между ними заполнено водой. Считать мениск вогнутым с диаметром *d*, равным расстоянию между пластинками.

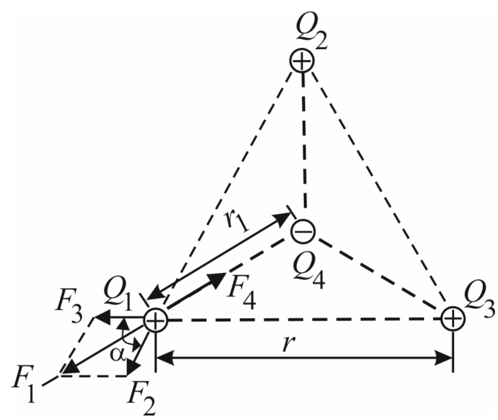
ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Примеры решения задач

Пример 1. Три одинаковых положительных заряда $q = 10^{-9}$ Кл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника (рисунок). Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах.

Решение

Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например q_1, находился в равновесии.



В соответствии с принципом суперпозиции на заряд q_1 действует каждый заряд независимо от действия остальных. Поэтому заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ – силы, с которыми действуют на заряд q_1 соответственно заряды q_2, q_3 и q_4; $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой, то векторное равенство (1) можно заменить скалярной суммой

$$F - F_4 = 0,$$

или

$$F_4 = F .$$

Выразив в последнем равенстве силу F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)} . \qquad (2)$$

Применяя закон Кулона и имея в виду, что $q_2 = q_3 = q_1$ найдем

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

откуда

$$q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \qquad (3)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30°} = \frac{r}{2\cos 30°} = \frac{r}{\sqrt{3}};$$

$$\cos\alpha = \cos 60° = \frac{1}{2}.$$

С учетом этого формула (3) примет вид

$$q_4 = \frac{q_1}{\sqrt{3}}.$$

Подставив сюда числовое значение q_1, получим

$$q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}} = 5{,}8\cdot 10^{-10}\,\text{Кл}.$$

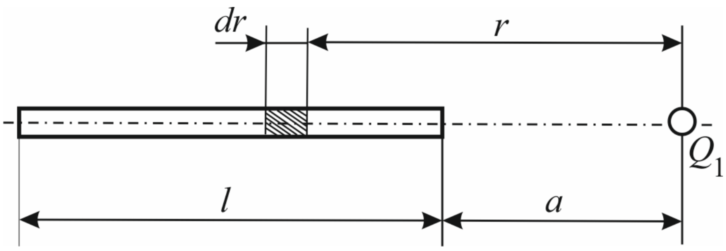
Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

Пример 2. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $q_1 = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Решение

Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом q_1 зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ. При вычислении силы взаимодействия заряженного стержня с точечным зарядом следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным. Поэтому закон Кулона непосредственно применить нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом. Выделить на стержне дифференциально малый участок dr с зарядом $dq = \tau dr$ (рисунок). Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда согласно закону Кулона

$$dF = \frac{q_1 \tau dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$



Интегрируя это выражение в пределах от a до $a+l$, получим

$$F = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)},$$

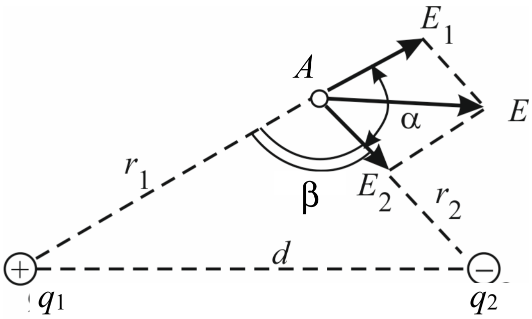
откуда интересующая нас линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{q_1 l}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: $q_1 = 4\cdot 10^{-8}$ Кл; $F = 6\cdot 10^{-6}$ Н; $l = 0{,}2$ м; $a = 0{,}1$ м; $4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{9\cdot 10^9}$ Ф/м. Подставим числовые значения в полученную формулу и произведем расчет:

$$\tau = \frac{0{,}1(0{,}1+0{,}2)\cdot 6\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}2} = 2{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{Кл/м} = 2{,}5\ \text{нКл/м}.$$

Пример 3. Два точечных электрических заряда $q_1 = 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -2\cdot 10^{-9}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке A (рисунок), если расстояние $r_1 = 9$ см, $r_2 = 7$ см.



Решение

Общая (результирующая) напряженность $\vec{E}$ в точке A равна сумме напряженностей двух полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2, т.е.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \tag{1}$$

где $\vec{E}_1$ – напряженность поля заряда q_1; $\vec{E}_2$ – напряженность поля заряда q_2.

На рисунке вектор $\vec{E}$ направлен от заряда q_1, так как этот заряд положительный, вектор $\vec{E}_2$ направлен в сторону заряда q_2, так как заряд отрицательный. Результирующий вектор $\vec{E}$ совпадает по величине и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на слагаемых векторах. Абсолютное значение этого вектора найдем по теореме косинусов из соотношения

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\beta}. \tag{2}$$

Абсолютную величину напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, а также $\cos\beta$ определим по формулам

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}, \tag{3}$$

$$\cos\beta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}. \tag{4}$$

Выразим числовые значения всех величин в единицах СИ:

$$q_1 = 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_2 = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$\varepsilon = 1;$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м};$$

$$r_1 = 9 \text{ см} = 0{,}09 \text{ м};$$

$$r_2 = 7 \text{ см} = 0{,}07 \text{ м};$$

$$d = 10 \text{ см} = 0{,}1 \text{ м}.$$

Подставив эти числовые значения в формулы (3), (4) и (2), получим

$$E_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{10^{-9}}{1 \cdot (0{,}09)^2} = 1{,}11 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot (0{,}07)^2} = 3{,}68 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

(при вычислении напряженности E_2 знак заряда опущен, так как он был учтен при графическом изображении вектора $\vec{E}_2$);

$$\cos\beta = \frac{(0{,}09)^2 + (0{,}07)^2 - (0{,}1)^2}{2 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}07} = 0{,}238;$$

$$E = \sqrt{\left(1{,}11 \cdot 10^3\right)^2 + \left(3{,}68 \cdot 10^3\right)^2 - 2 \cdot 1{,}11 \cdot 10^3 \cdot 3{,}68 \cdot 10^3 \cdot 0{,}238} =$$

$$= 3{,}58 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Потенциал φ_1 результирующего поля, созданного двумя зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \tag{5}$$

Потенциал φ_1 является положительным, так как поле создано положительным зарядом q_1; потенциал φ_2 является отрицательным, так как поле создано отрицательным зарядом q_2.

Численное значение потенциала поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r}. \tag{6}$$

Подставив сюда численные значения величин, получим

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{10^{-9}}{1 \cdot 0{,}09} = 100 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 0{,}07} = 257 \text{ В}.$$

Подставив в выражение (5) численное значение потенциалов φ_1, φ_2 с учетом их знаков, найдем

$$\varphi = 100 - 257 = -157 \text{ В}.$$

Пример 4. Точечный заряд $q = 25$ нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью $\sigma = 0{,}2$ нКл/см^2. Определить силу, действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра $r = 10$ см.

Решение

Численное значение силы $\vec{F}$, действующей на точечный заряд q, находящийся в поле, определяется по формуле

$$F = qE, \tag{1}$$

где E – напряженность поля.

Как известно, напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \tag{2}$$

где τ – линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ. Для этого выделим элемент цилиндра длиной l и запишем находящийся на нем заряд Q двумя способами:

$$Q = \sigma S = \sigma \cdot 2\pi R l;$$

$$Q = \tau l.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим

$$\tau l = 2\pi R l \sigma .$$

После сокращения на l найдем

$$\tau = 2\pi R \sigma .$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$E = \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение в формулу (1), получим искомую силу

$$F = \frac{qR\sigma}{\varepsilon_0 r}. \qquad (3)$$

Выпишем в единицах СИ числовые значения величин, входящих в формулу (3):

$$q = 25\ \text{нКл} = 2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл};$$

$$\sigma = 0{,}2\ \text{нКл}/\text{см}^2 = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}/\text{м}^2;$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф}/\text{м}.$$

Так как параметры R и r входят в формулу в виде отношения, то они могут быть выражены в единицах любой, но одной системы.

Подставим в равенство (3) числовые значения величин и найдем

$$F = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} = 5{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{Н} = 565\ \text{мкН}.$$

Направление силы $\vec{F}$ совпадает с направлением напряженности $\vec{E}$, а последняя в силу симметрии (цилиндр бесконечно длинный) направлена перпендикулярно цилиндру.

Пример 5. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20\ \text{нКл}/\text{м}$. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0{,}5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра в средней его части.

Решение

Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала

$$E = -\mathrm{grad}\varphi .$$

В случае поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

или

$$d\varphi = -Edr .$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстоянии r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr . \qquad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то можно воспользоваться формулой для напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение E в равенство (1), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1},$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (2)$$

Выразим входящие в формулу (2) величины в единицах СИ:

$$\tau = 20\ \text{нКл/м} = 2\cdot 10^{-8}\ \text{Кл/м};$$

$$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} = 1{,}8 \cdot 10^{10}\ \text{м/Ф}.$$

Так как величины r_1 и r_2 входят в формулу (2) в виде отношения, то их можно выразить в единицах любой, но одной системы:

$$r_1 = R + a_1 = 1{,}5\ \text{см};$$

$$r_2 = R + a_2 = 3\ \text{см}.$$

Подставим числовые значения в уравнение (2) и найдем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{10} \ln \frac{3}{1{,}5} = 3{,}6 \cdot 10^2 \cdot 2{,}3 \lg(2) = 250\ \text{В}.$$

Пример 6. Определить начальную скорость сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.

Решение

Между двумя протонами действуют силы отталкивания, вследствие чего их движение будет замедленным. Задачу можно решить как в инерциальной системе координат (связанной с центром масс двух протонов), так и в неинерциальной (связанной с одним из ускоренно* движущихся протонов). Во втором случае законы Ньютона не имеют места, а применение принципа Даламбера затруднительно из-за того, что ускорение системы будет переменным. Поэтому удобнее решать задачу в инерциальной системе отсчета.

Поместим начало координат в центр масс протонов. Поскольку мы имеем дело с одинаковыми частицами, то центр масс будет находиться в точке, делящей пополам отрезок, соединяющий частицы. Относительно центра масс частицы будут иметь в любой момент времени одинаковые по абсолютной величине скорости v_1 и v_2. Скорость каждой частицы будет равна половине скорости сближения:

$$v_1 = v_2 = \frac{v}{2}. \tag{1}$$

* Следует иметь в виду, что замедленное движение протона есть движение с отрицательным ускорением и в этом смысле является ускоренным.

Для решения задачи применим закон сохранения энергии, согласно которому полная механическая энергия E изолированной системы постоянна, т. е.

$$E = E_{к} + E_{п},$$

где $E_{к}$ – кинетическая энергия; $E_{п}$ – потенциальная энергия.

Выразим потенциальную энергию в начальный и конечный моменты движения.

В начальный момент согласно условию задачи протоны находились на большом расстоянии, поэтому потенциальной энергией можно пренебречь. Следовательно, для начального момента полная энергия будет равна кинетической энергии E_0 протонов, т. е.

$$E = E_0. \tag{2}$$

В конечный момент, когда протоны максимально сблизятся, их скорость и кинетическая энергия будут равны нулю, а полная энергия E равна потенциальной энергии $E_{кон}$:

$$E = E_{кон}. \tag{3}$$

Приравняв правые части формул (2) и (3), получим

$$E_0 = E_{кон}. \tag{4}$$

Кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий зарядов q_1 и q_2, находящихся в вакууме, и определяется по формуле

$$E_{к} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{5}$$

где r – расстояние между зарядами.

Воспользовавшись формулой (5), получим

$$E_{кон} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}. \tag{6}$$

С учетом выражений (5) и (6) формула (4) примет вид

$$\frac{mv_0^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}},$$

откуда

$$v_0 = \frac{e}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 m r_{\min}}}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$v_0 = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{\sqrt{3{,}14\cdot\frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 10^{-13}}} = 2{,}35\cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Пример 7. Электрон со скоростью $\upsilon = 1{,}83\cdot 10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном напряженности поля. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы обладать энергией ионизации водорода $E_i = 13{,}6$ эВ* ?

Решение

Электрон должен пройти такую разность потенциалов U, чтобы приобретенная при этом энергия W в сумме с кинетической энергией $E_к$, которой обладал электрон перед вхождением в поле, составила энергию ионизации водорода E_i, т. е.

$$W + E_к = E_i.$$

Выразив в этой формуле

$$W = eU \text{ и } E_к = \frac{mv^2}{2},$$

получим

$$eU + \frac{mv^2}{2} = E_i.$$

Отсюда

$$U = \frac{2E_i - mv^2}{2e}.$$

---

* Электрон-вольт (эВ) – энергия, которую приобретает частица, имеющая заряд, равный заряду электрона, прошедшая разность потенциалов 1 В. Эта единица энергии широко применяется в атомной и ядерной физике.

Произведем вычисления в единицах СИ:

$$E_i = 13{,}6 \text{ эВ} = 2{,}18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж};$$

$$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$v = 1{,}83 \cdot 10^{6} \text{ м/с};$$

$$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$U = \frac{2 \cdot 2{,}18 \cdot 10^{-18} - 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}83)^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 4{,}09 \text{ В}.$$

Пример 8. Конденсатор емкостью $C_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ Ф был заряжен до разности потенциалов 40 В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ Ф. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение

Энергия ΔW, израсходованная на образование искры,

$$\Delta W = W_1 - W_2, \tag{1}$$

где W_1 – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}, \tag{2}$$

где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов; U – разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив в равенстве (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \tag{3}$$

где C_1 и C_2 – емкости первого и второго конденсаторов; U_1 – разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор; U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив это выражение U_2 в формулу (3), получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{\left(C_1 + C_2\right) C_1^2 U_1^2}{2\left(C_1 + C_2\right)^2}.$$

После простых преобразований найдем

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

В полученное выражение подставим числовые значения:

$$C_1 = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{Ф};$$

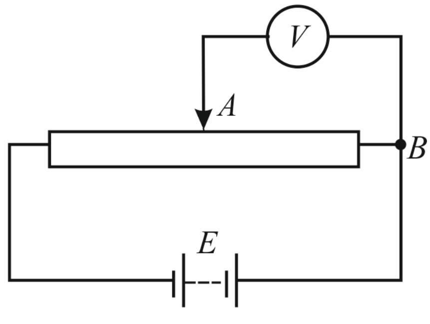
$$C_2 = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{Ф};$$

$$U = 40\ \text{В};$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 1600 = 1{,}5\ \text{Дж}.$$

Пример 9. Потенциометр с сопротивлением $r = 100$ Ом подключен к батарее, э. д. с. которой $E = 150$ В и внутреннее сопротивление $r_i = 50$ Ом.

Определить показание вольтметра с сопротивлением $r_\text{В} = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра (рисунок).



Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключения вольтметре?

Решение

Показание U_1 вольтметра, подключенного к точкам A и B (см. рисунок), определяется по формуле

$$U_1 = I_1 r_1, \tag{1}$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной части цепи; r_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{E}{r_e + r_i}, \tag{2}$$

где r_e – сопротивление внешней цепи.

Внешнее сопротивление r_e есть сумма двух сопротивлений:

$$r_e = \frac{r}{2} + r_1. \tag{3}$$

Сопротивление r_1 параллельного соединения может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_\text{В}} + \frac{1}{\frac{r}{2}},$$

откуда

$$r_1 = \frac{r r_\text{В}}{r + 2r_\text{В}}.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$r_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45{,}5\ \text{Ом}.$$

Подставив в выражение (2) правую часть равенства (3), определим силу тока:

$$I_1 = \frac{E}{\frac{r}{2} + r_1 + r_i} = \frac{150}{50 + 45{,}5 + 50} = 1{,}03\ \text{А}.$$

Пользуясь найденными значениями I_1 и r_1, по формуле (1) определим показание вольтметра:

$$U_1 = 1{,}03 \cdot 45{,}5 = 46{,}9 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра, т.е.

$$U_2 = I_2 \frac{r}{2}$$

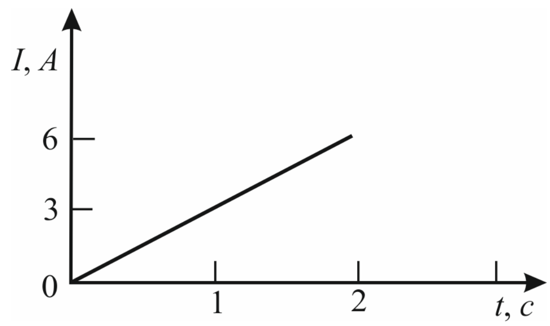
или

$$U_2 = \frac{E}{r + r_i} \frac{r}{2}.$$

Подставляя сюда числовые значения, получим

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$$

Пример 10. Сила тока в проводнике сопротивлением $r = 20$ Ом нарастает по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ A (рисунок). Определить выделившуюся в этом проводнике за первую секунду теплоту Q_1 и за вторую секунду теплоту Q_2, а также найти отношение Q_2/Q_1.



Решение

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = I^2 rt \tag{1}$$

применим в случае постоянного тока $(I = \text{const})$. Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 r dt. \tag{2}$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \tag{3}$$

где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т. е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

С учетом равенства (3) формула (2) примет вид

$$dQ = k^2 r t^2 dt\,. \tag{4}$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени Δt, выражение (4) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2 r \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 r \left(t_2^3 - t_1^3 \right).$$

При определении теплоты, выделившейся за первую секунду, пределы интегрирования будут $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с и, следовательно,

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2} \right)^2 \cdot 20 \left(1 - 0 \right) = 60 \text{ Дж}\,.$$

При определении теплоты Q_2 пределы интегрирования будут $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с и

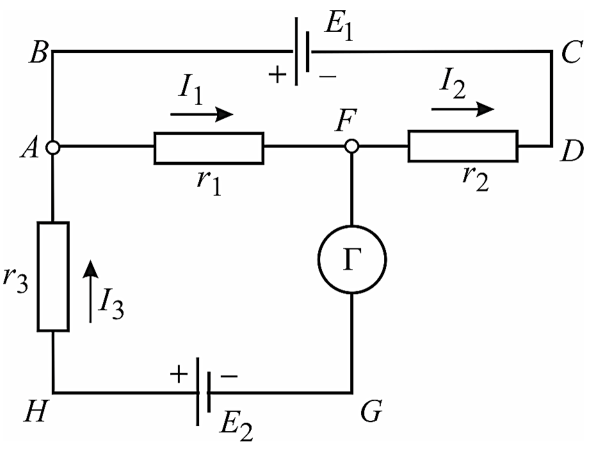
$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2} \right)^2 \cdot 20 \left(8 - 1 \right) = 420 \text{ Дж}\,.$$

Следовательно,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7,$$

т. е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую секунду.

Пример 11. Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра (рисунок).



В этой цепи $r_1 = 100$ Ом, $r_2 = 50$ Ом, $r_3 = 20$ Ом, э.д.с. элемента $E_1 = 2$ В. Гальванометр регистрирует ток $I_3 = 50$ мА, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить э.д.с. второго элемента E_2. Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

У к а з а н и е. Для расчета разветвленных цепей применяются законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum I = 0$.

Второй закон Кирхгофа. В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э.д.с., встречающихся в контуре.

На основании этих законов можно составить уравнения, необходимые для определения искомых величин (сил токов, сопротивлений и э.д.с.).

Применяя законы Кирхгофа, необходимо соблюдать следующие правила.

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать направления токов (если они не заданы по условию задачи) и указать их стрелками на чертеже; выбрать направление обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, положительными, а токи, отходящие от узла, отрицательными. Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа надо считать, что падение напряжения на участке цепи (т. е. произведение Ir) входит в уравнение со знаком «плюс», если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода

контура, в противном случае произведение Ir входит в уравнение со знаком минус; э.д.с. входит в уравнение со знаком «плюс», если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т. е. если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, в противном случае э.д.с. входит в уравнение со знаком «минус».

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющихся в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры необходимо выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному.

Решение

Выберем направления токов, как они показаны на рисунке, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому закону Кирхгофа для узла F имеем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

По второму закону Кирхгофа для контура $ABCDFA$

$$-I_1 r_1 - I_2 r_2 = -E_1$$

или после умножения обеих частей равенства на –1

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1. \qquad (2)$$

Соответственно для контура $AFGHA$ найдем

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = E_2. \qquad (3)$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (1), (2) и (3) получим

$$I_1 - I_2 - 0{,}05 = 0;$$
$$50 I_1 + 25 I_2 = 1;$$
$$100 I_1 + 0{,}05 \cdot 20 = E_2.$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, составим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 0{,}05; \\ 50I_1 + 25I_2 = 1; \\ 100I_1 - E_2 = -1. \end{cases}$$

Эту систему уравнений с тремя неизвестными можно решить обычными приемами алгебры, но так как по условию задачи требуется определить только одно неизвестное E_2 из трех, то воспользуемся методом определителей.

Составим и вычислим определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0{,}05\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -25 - 50 = -75.$$

Составим и вычислим определитель для E_2:

$$\Delta_{E_2} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0{,}05\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -25 - 50 - 100 - 125 = -300.$$

Следовательно,

$$E_2 = \frac{\Delta_{E_2}}{\Delta} = \frac{-300}{-75} = 4\ \text{В}.$$

Пример 12. Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объем $V = 375$ см^2 и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора $S = 250$ см^2. При каком напряжении U сила тока, протекающего через конденсатор, достигнет значения $I = 2$ мкА, если концентрация ионов в газе $n = 5{,}3 \cdot 10^7$ см$^{-3}$?

Решение

Напряжение U на пластинах конденсатора связано с напряженностью E электрического поля и расстоянием d между пластинами соотношением

$$U = Ed\,. \qquad (1)$$

Напряженность поля может быть найдена из выражения плотности тока:

$$\delta = qn_0\left(u_+ + u_-\right)E,$$

где q – заряд иона; n_0 – концентрация ионов; $u_+ + u_-$ – подвижности положительных и отрицательных ионов.

Отсюда

$$E = \frac{\delta}{qn_0\left(u_+ + u_-\right)} = \frac{I}{qn_0\left(u_+ + u_-\right)S}\,.$$

Так как объем пространства, заключенного между пластинами, равен $S \cdot d$, то

$$d = \frac{V}{S}\,.$$

Подставив выражения E и d в формулу (1), получим

$$U = \frac{IV}{qn_0\left(u_+ + u_-\right)S^2}\,.$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ и произведем вычисления:

$$I = 2\ \text{мкА} = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{А};$$

$$V = 375\ \text{см}^3 = 3{,}75 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^3;$$

$$q = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл};$$

$$n_0 = 5{,}3 \cdot 10^{7}\ \text{см}^{-3} = 5{,}3 \cdot 10^{13}\ \text{м}^{-3};$$

$$u_+ = 5{,}4 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2/(\text{с} \cdot \text{В});$$

$$u_- = 7{,}4 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2/(\text{с} \cdot \text{В});$$

$$S = 250\ \text{см}^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^2;$$

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3{,}75 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{13}\left(5{,}4 + 7{,}4\right) \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-4}} = 110\ \text{В}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Два шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $l = 10$ см.

Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60°$?

Ответ: $7{,}9 \cdot 10^{-8}$ Кл.

2. Расстояние между зарядами $q_1 = 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл составляет $d = 10$ см. Определить силу F, действующую на заряд $q_3 = 10^{-6}$ Кл, отстоящий на расстояние $r_1 = 12$ см от заряда q_1 и $r_2 = 10$ см от заряда q_2.

Ответ: $5{,}1 \cdot 10^{-2}$ Н.

3. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 1{,}5$ нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии $d = 12$ см от его конца находится точечный заряд $q = 0{,}2$ мкКл. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

Ответ: 2,25 мН.

4. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность поля на расстоянии $r = 0{,}5$ м от проволоки против ее середины $E = 2$ В/см.

Ответ: 5,55 нКл/м.

5. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2?

Ответ: 0,23 Н/м^2.

6. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы получить скорость $v = 8000$ км/с?

Ответ: 182 В.

7. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10\ \text{Н}/\text{м}^2$. Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние $a = 10$ см.

Ответ: 56,6 В.

8. Электрон с начальной скоростью $\upsilon_0 = 3\cdot 10^6\ \text{м/с}$ влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E = 150\ \text{В/м}$. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Найти: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона через $t = 0{,}1$ мкс.

Ответ: $2{,}4\cdot 10^{17}$ Н; $2{,}64\cdot 10^{13}\ \text{м/с}^2$; $4{,}0\cdot 10^6\ \text{м/с}$.

9. К батарее с э.д. с. $E = 300$ В подключены два плоских конденсатора емкостью $C_1 = 2$ пФ и $C_2 = 3$ пФ. Определить заряд q и напряжение U на пластинах конденсаторов: 1) при последовательном соединении; 2) при параллельном соединении.

Ответ: 0,36 нКл; 180 В; 120 В; 0,6 нКл; 0,9 нКл; 300 В.

10. Конденсатор емкостью $C_1 = 667$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 1500$ В и отключили от источника напряжения. Затем к этому конденсатору присоединили параллельно незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 444$ пФ. Сколько энергии, запасенной в первом конденсаторе, было израсходовано на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов?

Ответ: 0,3 мДж.

11. На концах медного провода длиной $l = 5$ м поддерживается напряжение $U = 1$ В. Определить плотность тока δ в проводе.

Ответ: $1{,}18\cdot 10^7\ \text{А/м}^2$.

12. Сопротивление $r_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 10$ В. Если заменить сопротивление на $r_2 = 12$ Ом, то вольтметр показывает напряжение $U_2 = 12$ В. Определить э.д.с. и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

Ответ: 14 В; 2 Ом.

13. Определить заряд, прошедший по проводу с сопротивлением $r = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2$ В до $U_2 = 4$ В в течение времени $t = 20$ с.

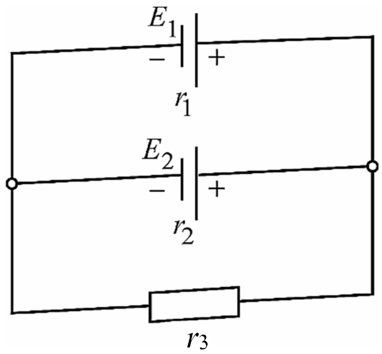
Ответ: 20 Кл.

14. Определить силу тока в цепи, состоящей из двух элементов с э.д.с. $E_1 = 1{,}6$ В, $E_2 = 1{,}2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}6$ Ом, $r_2 = 0{,}4$ Ом, соединенных одноименными полюсами.

Ответ: 0,4 А.

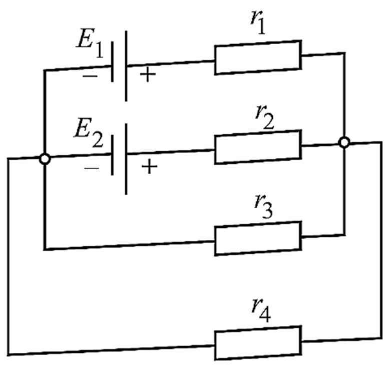
15. Три батареи $E_1 = 8$ В, $E_2 = 3$ В и $E_3 = 4$ В с внутренними сопротивлениями $r = 2$ Ом каждая соединены одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить токи, идущие через батареи.

Ответ: 1,5 А; 1 А; 0,5 А.



16. Определить напряжение на зажимах реостата (рисунок), если $E_1 = 5$ В, $r_1 = 1$ Ом, $E_2 = 3$ В, $r_2 = 0{,}5$ Ом, $r_3 = 3$ Ом.

Ответ: 3,3 В.



17. Определить напряжение на сопротивлениях $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = r_3 = 4$ Ом, $r_4 = 2$ Ом, включенных в цепь, как показано на рисунке, если $E_1 = 10$ В, $E_2 = 4$ В. Сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 6 В, 0; 4 В; 4 В.

18. Определить силу I и плотность δ тока насыщения в ионизационной камере с плоскими электродами площадью $S = 400\ \text{см}^2$ каждый, если в каждом кубическом сантиметре газа, заключенного между электродами, под действием ионизатора ежесекундно образуется

$n = 8 \cdot 10^6$ пар ионов. Объем газа в камере $V = 1{,}2$ л. Заряд каждого иона считать равным элементарному заряду.

Ответ: $1{,}54 \cdot 10^{-9}$ А; $3{,}85 \cdot 10^{-8}$ А/м^2.

Контрольная работа 3

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	304	313	319	326	336	339	349	356
1	301	317	321	327	334	342	354	357
2	305	315	323	330	335	337	350	355
3	302	318	320	328	333	338	353	359
4	303	314	322	325	331	340	351	358
5	306	316	319	329	334	341	352	360
6	305	314	320	327	331	340	350	357
7	302	318	322	328	335	337	349	358
8	306	316	322	325	336	338	352	356
9	304	313	321	329	334	339	354	360

Задачи

301. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло плотностью $\rho_0 = 1{,}6 \cdot 10^2$ кг/м^3.

Какова диэлектрическая проницаемость ε масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

302. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл равно 10 см. Определить силу, действующую на точечный заряд $q = 0{,}1$ мкКл, удаленный на расстояние $r_1 = 6$ см от первого и $r_2 = 8$ см от второго заряда.

303. Два одинаковых металлических заряженных шара находятся на расстоянии $r = 60$ см. Сила отталкивания шаров $F_1 = 7 \cdot 10^{-5}$ Н. После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла до $F_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Н. Вычислить заряды q_1 и q_2, которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

304. Два положительных точечных заряда q и $4q$ закреплены на расстоянии $l = 60$ см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

305. Три одинаковых заряда $q = 10^{-9}$ Кл каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым?

306. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $q = 3 \cdot 10^{-10}$ Кл каждый. Какой отрицательный заряд q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

307. Тонкий прямой стержень длиной $l = 10$ см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-7}$ Кл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $q = 10^{-8}$ Кл. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

308. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда $\tau = 1$ нКл/см, на расстоянии $a = 10$ см от конца стержня находится точечный заряд $q = 0{,}1$ мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

309. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ мкКл/см. Определить силу, действующую на точечный заряд $q = 10$ нКл, находящийся на расстоянии $r = 2$ см от стержня вблизи его середины.

310. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q_1 = 0{,}2$ мкКл. В центре кривизны полукольца находится точечный заряд $q_2 = 10$ нКл. Найти силу взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

311. Заряд $q_1 = 10$ нКл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см. Определить силу взаимодействия заряженного кольца с точечным зарядом $q_2 = 0{,}5$ нКл, находящимся на оси кольца на расстоянии $a = 10$ см от его центра.

312. На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда $\tau = 20$ нКл/см. Радиус кольца $R = 5$ см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $q = 40$ нКл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на расстояние: 1) $a_1 = 10$ см; 2) $a_2 = 2$ м.

313. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями $\tau_1 = -2$ нКл/см и $\tau_2 = 4$ нКл/см. Определить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от первой нити на расстояние $r_1 = 6$ см и от второй на расстояние $r_2 = 8$ см.

314. С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\tau = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м, находящиеся на расстоянии $r = 4$ см друг от друга?

315. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости $\sigma = 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой $m = 10$ г. Определить заряд q шарика, если нить образует с плоскостью угол $\varphi = 45°$.

316. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2?

317. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2, расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью $\tau = 10^{-8}$ Кл/м. Определить силу, действующую со стороны плоскости на единицу длины нити.

318. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 10$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на расстояние $a = 5$ см.

319. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов $q_1 = 10^{-7}$ Кл и $q_2 = 10^{-8}$ Кл, находящихся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга.

320. Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью, заряженной с линейной плотностью $\tau = 10^{-10}$ Кл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстояния $r_1 = 5$ см и $r_2 = 10$ см.

321. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-8}$ Кл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на расстояния $r_1 = 5$ см и $r_2 = 10$ см.

322. Две параллельные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0{,}2$ мкКл/м^2 и $\sigma_1 = -0{,}3$ мкКл/м^2, находятся на расстоянии $d = 0{,}5$ см друг от друга. Определить разность потенциалов между плоскостями.

323. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом $p = 10^{-10}$ Кл·м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии $r = 10$ см от центра диполя.

324. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau = 10^{-10}$ Кл/м. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей рамки.

325. Пылинка массой $m = 10^{-9}$ г, несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 3 \cdot 10^{6}$ В. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

326. Электрон, обладающий кинетической энергией $E_к = 5$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U = 2$ В?

327. Ион атома водорода H^{+} прошел разность потенциалов $U_1 = 100$ В, ион атома калия K^{+} – $U_2 = 200$ В. Найти отношение скоростей этих ионов.

328. Найти отношение скоростей ионов Ca^{++} и Na^{+}, прошедших одинаковую разность потенциалов.

329. Пылинка массой $m = 10^{-5}$ г, несущая на себе заряд $q = 10^{-8}$ Кл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 150$ В пылинка имела скорость $v = 20$ м/с. Какая была скорость пылинки до того, как она влетела в поле?

330. Электрон с энергией $E = 100$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R=5$ см. Определить минимальное расстояние, на которое электрон приблизится к поверхности сферы, если ее заряд $q=-10^{-9}$ Кл.

331. Два конденсатора емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ соединены последовательно и подключены к батарее с э.д.с. $E = 30$ В. Определить заряд и разность потенциалов между обкладками каждого конденсатора.

332. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: слоем стекла толщиной $d_1 = 1$ см и слоем парафина толщиной $d_2 = 2$ см. Разность потенциалов между обкладками $U = 3000$ В. Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев.

333. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 20$ см каждая. Расстояние между пластинами $d = 5$ мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения $U = 3000$ В. Определить заряд и напряженность поля конденсатора, если диэлектриком будет: а) воздух; б) стекло.

334. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U_1 = 500$ В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость ε стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_2 = 70$ В.

335. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 300$ см^2 каждая заряжен до разности потенциалов $U = 1000$ В. Расстояние между пластинами $d = 4$ см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.

336. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 6000$ В. Заряд каждой пластины $q = 10^{-8}$ Кл . Определить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

337. Определить плотность тока δ в железной проволоке длиной $l = 10$ м, если она находится под напряжением $U = 6$ В.

338. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $r = 2000$ Ом. Амперметр показывает $I = 0{,}25$ А, вольтметр – $U = 100$ В. Определить сопротивление катушки. Сколько процентов составит ошибка, если при определении сопротивления катушки не будет учтено сопротивление вольтметра?

339. В сеть с напряжением $U = 120$ В включили катушку с сопротивлением $r_1 = 5000$ Ом и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 50$ В. Определить сопротивление второй катушки.

340. Э.д.с батареи $E = 12$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\max} = 6$ А. Определить максимальную мощность $P_{\max}$, которая выделится во внешней цепи.

341. Э.д.с. батареи $E = 60$ В, внутреннее сопротивление $r_i = 4$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $N = 125$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление r.

342. Э.д.с. батареи $E = 8$ В. При силе тока $I = 2$ А к.п.д. батареи $\eta = 0{,}75$. Определить внутреннее сопротивление r_i батареи.

343. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании тока от $I_1 = 0$ А до $I_2 = 2$ А выделилось $Q = 2$ кДж теплоты. Найти сопротивление r проводника.

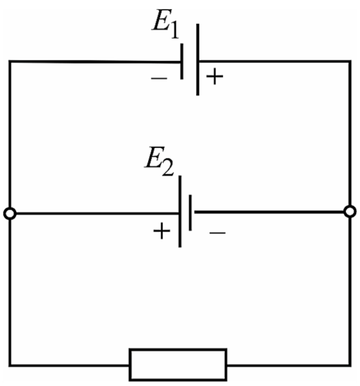
344. По проводнику сопротивлением $r = 3$ Ом течет равномерно возрастающий ток. За время $t = 8$ с в проводнике выделилась теплота $Q = 200$ Дж. Определить заряд q, протекающий за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, ток в проводнике равен нулю.

345. Ток в проводнике сопротивлением $r = 100$ Ом за время $t = 30$ с равномерно нарастает от $I_1 = 0$ А до $I_2 = 10$ А. Определить теплоту Q, выделившуюся за это время в проводнике.

346. Ток в проводнике сопротивлением $r = 15$ Ом за время $t = 5$ с равномерно возрастает от нуля до некоторого максимума. За это время в проводнике выделяется теплота $Q = 10^4$ Дж. Определить среднее значение силы тока $< I >$ в проводнике за этот промежуток времени.

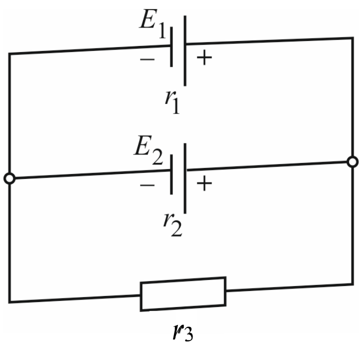
347. Ток в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение $t = 10$ с. За это время в проводнике выделяется теплота $Q = 10^3$ Дж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление $r = 3$ Ом.

348. Ток в проводнике сопротивлением $r = 12$ Ом равномерно убывает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 0$ в течение $t = 10$ с. Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.



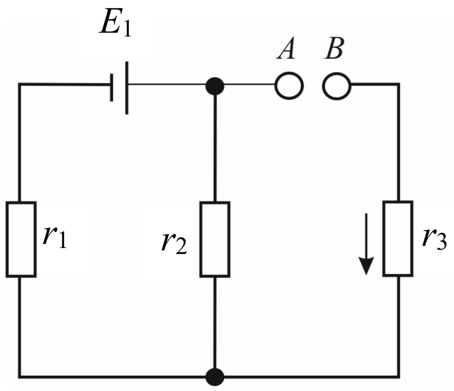
349. Два источника тока: $E_1 = 14$ В с внутренним сопротивлением $r_1 = 2$ Ом и $E_2 = 6$ В с внутренним сопротивлением $r_2 = 4$ Ом, а также реостат $r = 10$ Ом соединены, как показано на рисунке. Определить силы токов в реостате и в источниках тока.

350. Сопротивление $r = 4$ Ом подключено к двум параллельно соединенным источникам тока с э.д.с. $E_1 = 2{,}2$ В и $E_2 = 1{,}4$ В и внутренним сопротивлением $r_1 = 0{,}6$ Ом и $r_2 = 0{,}4$ Ом. Определить ток в сопротивлении r и напряжение на зажимах второго источника тока.

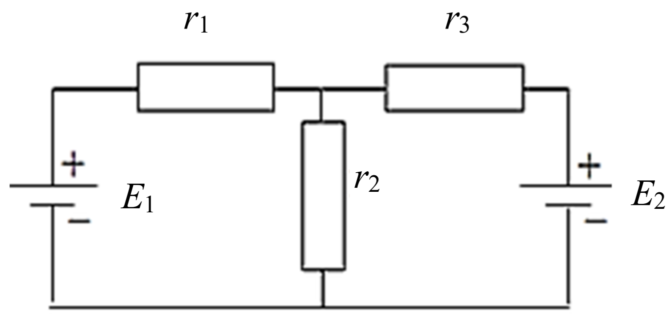


351. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах реостата (рисунок), если $E_1 = 8$ В, $r_1 = 1$ Ом, $E_2 = 4$ В, $r_2 = 0{,}5$ Ом и $r_3 = 50$ Ом.

352. Три сопротивления $r_1 = 5$ Ом, $r_2 = 1$ Ом и $r_3 = 3$ Ом, а также источник тока $E_1 = 1{,}4$ В соединены, как показано на рисунке. Определить э.д.с. источника, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении r_3 шел ток силой 1 А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.



353. Определить силу тока в сопротивлении r_3 (рисунок) и напряжение на концах этого сопротивления, если $E_1 = 4$ В, $E_2 = 3$ В, $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 6$ Ом, $r_3 = 1$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



354. Две батареи $E_1 = 10$ В, $r_1 = 1$ Ом; $E_2 = 8$ В, $r_2 = 2$ Ом и реостат $r = 6$ Ом соединены, как показано на рисунке в задаче 349. Определить силу тока в батареях и реостате.

355. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока, текущего через камеру, $I = 1{,}2\,\text{мкА}$. Площадь каждого электрода $S = 300\,\text{см}^2$, расстояние между ними $d = 2$ см, разность потенциалов $U = 100$ В. Определить концентрацию n_0 ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

356. Газ, заключенный в ионизационной камере между плоскими пластинами, облучается рентгеновскими лучами. Определить плотность тока насыщения, если ионизатор образует в каждом кубическом сантиметре газа $n = 4{,}5 \cdot 10^7$ пар ионов в секунду. Принять, что каждый ион несет на себе элементарный заряд. Расстояние между пластинами камеры $d = 1{,}5$ см.

357. На расстоянии $d = 2$ см друг от друга расположены две пластины площадью $S = 300\ \text{см}^2$ каждая. Воздух между пластинами ионизируют рентгеновскими лучами. При напряжении $U = 150$ В между пластинами идет ток насыщения $I_{\text{нас}} = 4\ \text{мкА}$. Определить концентрацию n ионов одного знака между пластинами. Заряд каждого иона считать равным элементарному заряду.

358. Объем газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, $V = 0{,}5$ л. Газ ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока насыщения $I_{\text{нас}} = 4\ \text{нА}$. Сколько пар ионов образуется за 1 с в 1 см^3 газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

359. Посередине между электродами ионизационной камеры пролетела альфа-частица, двигаясь параллельно электродам, и образовала на своем пути цепочку ионов. Спустя какое время после пролета альфа-частицы ионы дойдут до электродов, если расстояние между электродами $d = 4$ см, разность потенциалов $U = 5000$ В и подвижность ионов обоих знаков в среднем $U = 2\ \text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$?

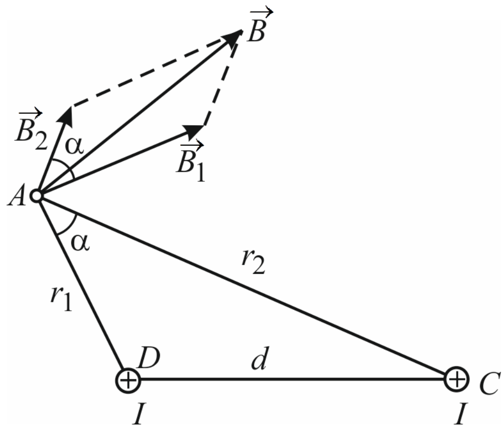
360. Азот ионизируется рентгеновскими лучами. Определить проводимость g азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия $n = 10^7$ пар ионов.

4 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Примеры решения задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга (рисунок). Определить индукцию магнитного поля в точке A, отстоящей от одного проводника на расстояние $r_1 = 5$ см и от другого на расстояние $r_2 = 12$ см.

Решение



Для нахождения индукции магнитного поля $\vec{B}$ в указанной точке A определим направления векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически (по правилу параллелограмма):

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 .$$

Абсолютное значение индукции B может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I, расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A, индукцию поля*:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1};$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

* Здесь и далее, если не указана среда, имеется в виду, что проводник находится в вакууме, следовательно, $\mu = 1$.

Подставляя выражения для B_1 и B_2 в формулу (1), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \tag{2}$$

Вычислим $\cos\alpha$. Заметим, что $\alpha = DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Поэтому по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

где d – расстояние между проводами.

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

Подставляя данные, вычислим значение косинуса:

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2\cdot 5\cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставляя в формулу (2) значения I, r_1 и r_2, выраженные в единицах СИ, и значение $\cos\alpha$, определим искомую индукцию:

$$B = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2} + \frac{1}{(0{,}12)^2} + \frac{2}{(0{,}05\cdot 0{,}12)^2}\cdot\frac{23}{40}} =$$

$$= 3{,}08\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

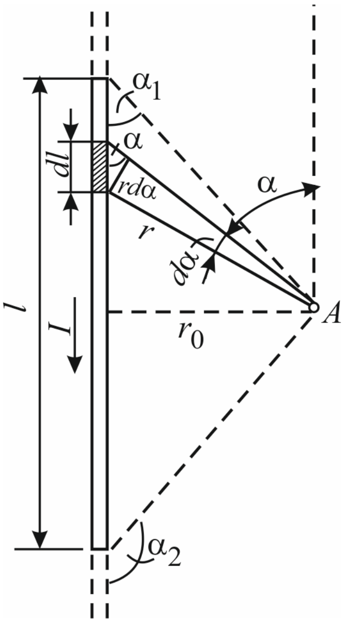
Пример 2. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии $r_0 = 20$ см от его середины. Сила тока, текущего по проводу, $I = 30$ А. Длина отрезка $l = 60$ см.

Решение

Для определения индукции магнитного поля, создаваемого отрезком провода, воспользуемся законом Био – Савара – Лапласа. Согласно этому закону индукция магнитного поля dB, создаваемого элементом проводника длиной dl, по которому течет ток силой I, выражается формулой

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl, \qquad (1)$$

где r – расстояние от середины элемента dl до точки, индукцию поля в которой надо найти; α – угол между направлением тока в элементе и направлением радиуса-вектора $\vec{r}$.



Радиус-вектор направлен от элемента провода к точке, в которой вычисляется индукция поля.

Прежде чем интегрировать выражение (1), следует его преобразовать так, чтобы можно было интегрировать по углу α.

Выразим длину элемента проводника dl через $d\alpha$ (рисунок):

$$dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}. \qquad (2)$$

Подставив это выражение dl в формулу (1), получим

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha r d\alpha}{4\pi r^2 \sin\alpha} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}.$$

Но r – величина переменная, зависящая от угла α:

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}.$$

Подставляя это выражение в предыдущую формулу, найдем

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha d\alpha. \qquad (3)$$

Чтобы определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком проводника, проинтегрируем выражение (3) в пределах от α_1 до α_2:

$$B = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha,$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \tag{4}$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$.

С учетом этого формула (4) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha_1. \tag{5}$$

Из рисунка следует, что

$$\cos\alpha_1 = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \tag{6}$$

Подставляя выражение (6) в формулу (5), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cdot\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \tag{7}$$

Выразим величины, входящие в выражение (7), в единицах СИ:

$$I = 30 \text{ А};$$

$$r_0 = 0{,}2 \text{ м};$$

$$l = 0{,}6 \text{ м};$$

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Подставим эти значения в формулу (7) и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 30}{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}2}\frac{0{,}6}{\sqrt{4\cdot(0{,}2)^2 + (0{,}6)^2}} = 2{,}49\cdot 10^{-5} \text{ Тл}.$$

Пример 3. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90°$; 2) $\varphi_2 = 3°$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение

Как известно, на контур с током в магнитном поле действует вращающий момент

$$M = p_m B \sin\varphi, \qquad (1)$$

где p_m – магнитный момент контура; B – индукция магнитного поля; φ – угол между вектором $\vec{p}_m$, направленным по нормали к контуру, и вектором $\vec{B}$.

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю $(M = 0)$, а значит, $\varphi = 0$, т. е. векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение.

Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу в дифференциальной форме

$$dA = Md\varphi.$$

Подставив сюда выражение (1) и учитывая, что

$$p_m = IS = Ia^2,$$

где I – сила тока в контуре; $S = a^2$ – площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi. \qquad (3)$$

1. Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \left| -\cos\varphi \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = IBa^2. \qquad (4)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ и подставим в формулу (4):

$$I = 100 \text{ А}; \quad B = 1 \text{ Тл}; \quad a = 10 \text{ см} = 0{,}1 \text{ м};$$

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot \left(0{,}1\right)^2 = 1 \text{ Дж}.$$

2. Работа при повороте на угол $\varphi_3 = 3°$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (3) $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \tag{5}$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в формулу (5) найдем

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot \left(0{,}1\right)^2 \cdot \left(0{,}0523\right)^2 = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1{,}37 \text{ мДж}.$$

Отметим, что задача могла быть решена и другим способом. Известно, что работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I\left(\Phi_1 - \Phi_2\right),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 – магнитный поток после перемещения контура.

В случае $\varphi_1 = 90°$ магнитные потоки $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$.

Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2,$$

что совпадает с полученным выше результатом (4).

Пример 4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400$ В, попал в однородное магнитное поле напряженностью $H = 10^3$ А/м. Определить радиус кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

Решение

1. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $F_{Л}$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости, следовательно, является в данном случае центростремительной силой, т. е.

$$F_{Л} = F_{ц.с}.$$

Подставляя известные выражения для $F_{Л}$ и $F_{ц.с}$, получим

$$evB \sin\alpha = \frac{mv^2}{R}, \qquad (1)$$

где e – заряд электрона; v – скорость электрона; B – индукция магнитного поля; m – масса электрона; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями вектора скорости $\vec{v}$ и вектора индукции $\vec{B}$ (в данном случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{mv}{eB}. \qquad (2)$$

Входящий в выражение (2) импульс может быть выражен через кинетическую энергию T электрона

$$mv = \sqrt{2mT}. \qquad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $T = eU$.

Подставив это выражение T в формулу (3), получим

$$mv = \sqrt{2meU}. \qquad (4)$$

Индукция B может быть выражена через напряженность H магнитного поля в вакууме соотношением

$$B = \mu_0 H, \qquad (5)$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Подставив выражения (4) и (5) в формулу (2), определим:

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 eH}. \qquad (6)$$

Выразим все величины, входящие в формулу (6), в единицах СИ:

$$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$U = 400 \text{ В};$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м};$$

$$H = 10^3 \text{ А/м}.$$

Подставим эти значения в формулу (6) и произведем вычисления:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} = 5{,}37 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

2. Для определения частоты обращения электрона воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$\nu = \frac{v}{2\pi R}. \qquad (7)$$

Подставив в формулу (7) выражение (2) для радиуса кривизны, получим

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{e}{m} B,$$

или

$$\nu = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{e}{m} H.$$

Все величины, входящие в эту формулу, ранее были выражены в единицах СИ. Подставим их и произведем вычисления:

$$\nu = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^3 = 3{,}52 \cdot 10^7 \text{ Гц}.$$

Пример 5. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков. Площадь рамки $S = 150 \text{ см}^2$.

Рамка делает 10 об/с. Определить мгновенное значение э.д,с., соответствующее углу поворота рамки 30°.

Решение

Мгновенное значение э.д.с. индукции E_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла

$$E_i = -\frac{d\psi}{dt}, \tag{1}$$

где ψ – потокосцепление.

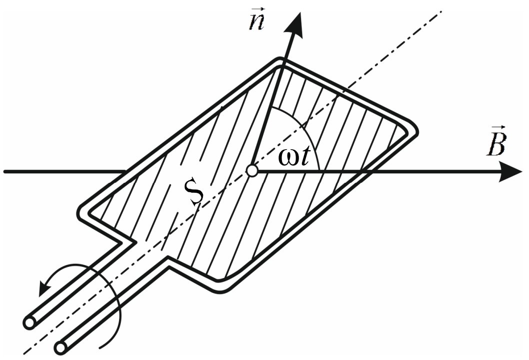
Потокосцепление ψ связано с магнитным потоком Φ соотношением

$$\psi = N\Phi, \tag{2}$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком.

Подставляя выражение (2) в формулу (1), получим

$$E_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \tag{3}$$



При вращении рамки (рисунок) магнитный поток Φ, пронизывающий ее в момент времени t, изменяется по закону

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (3) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение э.д.с. индукции:

$$E_i = NBS\omega\sin\omega t. \tag{4}$$

Круговая частота ω связана с числом оборотов в секунду соотношением

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Подставляя значение ω в формулу (4), получим

$$E_i = 2\pi\nu NBS\sin\omega t. \tag{5}$$

Выразим данные задачи в единицах СИ:

$$\nu = 10\ \text{c}^{-1};$$

$$N = 10^3;$$
$$B = 0{,}1 \text{ Тл};$$
$$S = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2;$$
$$\omega t = 30° = \frac{\pi}{6}.$$

Подставив эти значения в формулу (5), найдем

$$E_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5 = 47{,}1 \text{ В}.$$

Пример 6. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить: 1) индуктивность L соленоида; 2) энергию W магнитного поля соленоида.

Решение

1. Индуктивность L связана с потокосцеплением ψ и силой тока I соотношением

$$\psi = LI. \tag{1}$$

Потокосцепление в свою очередь может быть выражено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу) соотношением

$$\psi = N\Phi. \tag{2}$$

Из выражений (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \tag{3}$$

Выразим все величины в единицах СИ: $N = 1200$; $\Phi = 6 \cdot 10^{-6}$ Вб; $I = 4$ А. Подставим их в формулу (3) и произведем вычисления:

$$L = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 1{,}8 \text{ мГн}.$$

2. Энергия W магнитного поля соленоида с индуктивностью L при силе тока I, протекающего по его обмотке, может быть вычислена по формуле

$$W = \frac{1}{2} L I^2.$$

Подставим в эту формулу выражение (3):

$$W = \frac{1}{2} N \Phi I.$$

Произведем вычисления:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1{,}44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14{,}4 \text{ мДж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Напряженность магнитного поля $H = 100$ А/м. Вычислить индукцию B этого магнитного поля в вакууме.

Ответ: 126 мкТл.

2. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $a = 10$ см. Определить напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на расстояние $r_1 = 8$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

Ответ: 44,5 А/м.

3. Решить задачу 2 при условии, что токи текут в противоположных направлениях, точка удалена от первого проводника на расстояние $r_1 = 15$ см и от второго на $r_2 = 10$ см.

Ответ: 17,4 А/м.

4. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Определить индукцию магнитного поля в центре шестиугольника.

Ответ: 138 мкТл.

5. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d = 0{,}2$ мм. Определить индукцию B магнитного поля на оси соленоида, если по проводу течет ток $I = 0,5$.

Ответ: 6,28 мТл.

6. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл помещен прямой проводник длиной $l = 20$ см (подводящие провода находятся вне поля). Определить силу F, действующую на проводник, если по нему течет ток $I = 50$ А, а угол между направлением тока и вектором индукции $\varphi = 30°$.

Ответ: $5 \cdot 10^{-2}$ Н.

7. Рамка с током $I = 5$ А содержит $N = 20$ витков тонкого провода. Определить магнитный момент p_m рамки с током, если ее площадь $S = 10\ см^2$.

Ответ: 0,1 Дж/Тл.

8. По витку радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 50$ А. Виток помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Определить вращающий (механический) момент M, действующий на виток, если плоскость витка составляет угол $\varphi = 60°$ с линиями индукции.

Ответ: 0,157 Н·м.

9. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определить скорость протона, если индукция магнитного поля $B = 1$ Тл.

Ответ: $9,57 \cdot 10^6$ м/с.

10. Определить частоту ν обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл.

Ответ: $2,8 \cdot 10^{10}$ Гц.

11. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и с шагом h = 20 см. Определить скорость электрона, если индукция магнитного поля 0,1 мТл.

Ответ: $1,04 \cdot 10^6$ м/с.

12. Кольцо радиусом R = 10 см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}318$ Тл. Плоскость кольца составляет угол $\varphi = 30°$ с линиями индукции. Вычислить магнитный поток, пронизывающий кольцо.

Ответ: 5 мВб.

13. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определить работу A, которую необходимо совершить, чтобы удалить проводник за пределы поля. Индукция поля $B = 0{,}1$ Тл. Поле считать однородным.

Ответ: 0,02 Дж.

14. Проводник длиной $l = 1$ м движется со скоростью $v = 5\,\text{м/с}$ перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить индукцию B магнитного поля, если на концах проводника возникает разность потенциалов $U = 0{,}02$ В.

Ответ: $4 \cdot 10^{-3}$ Тл.

15. Рамка площадью $S = 50\,\text{см}^2$, содержащая N = 100 витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл. Определить максимальную э. д. с. индукции, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960\,\text{об/мин}$.

Ответ: 2,01 В.

16. Кольцо из проволоки сопротивлением $r = 0{,}001$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. Плоскость кольца составляет угол $\varphi = 90°$ с линиями индукции. Определить заряд, который протечет по кольцу, если его удалить из поля. Площадь кольца $S = 10\,\text{см}^2$.

Ответ: 0,4 Кл.

17. Соленоид содержит $N = 4000$ витков провода, по которому течет ток $I = 20$ А. Определить магнитный поток Ф и потокосцепление ψ, если индуктивность $L = 0{,}4$ Гн.

Ответ: 2 мВб; 8 Вб · вит.

18. На картонный каркас длиной $l = 50$ см и площадью сечения $S = 4\ \text{см}^2$ намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}2$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Определить индуктивность L получившегося соленоида.

Ответ: 6,28 мГн.

19. Определить силу тока в цепи через $t = 0{,}01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $r = 20$ Ом, индуктивность $L = 0{,}1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I = 50$ А.

Ответ: 6,75 А.

20. По обмотке соленоида с индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн течет ток $I = 10$ А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

Ответ: 10 Дж.

Контрольная работа 4

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	401	409	423	432	439	445	452	456
1	402	408	419	435	437	447	450	460
2	404	410	424	433	441	444	454	457
3	403	407	422	434	438	446	451	455
4	405	412	420	436	440	443	453	459
5	404	411	421	431	439	440	449	458
6	406	408	422	431	441	444	451	455
7	401	407	424	434	438	446	449	459
8	403	409	423	432	440	443	453	456
9	402	412	421	433	437	445	450	460

Задачи

401. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми a = 6 см, текут одинаковые токи $I = 12$ А. Определить индукцию B и напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние r = 6 см, если токи текут: 1) в одинаковом направлении; 2) в противоположных направлениях.

402. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности $H = 20$ А/м. Не изменяя силу тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

403. Проволочный виток радиусом $R = 20$ см расположен в плоскости магнитного меридиана Земли. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, которая может вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой $I = 12$ А? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной $B = 20$ мкТл.

404. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол $\varphi = 30°$ с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности $R = 10$ см. Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику потечет ток силой $I = 1{,}6$ А (дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной $B = 20$ мкТл.

405. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами a = 6 см и b = 10 см, течет ток силой $I = 20$ А. Определить напряженность H и индукцию B магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

406. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток $I = 40$ А. Сторона треугольника a = 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот треугольника.

407. По двум параллельным проводам длиной $l = 2{,}5$ м каждый текут одинаковые токи силой $I = 1000$ А. Расстояние между проводами d = 20 см. Определить силу F взаимодействия проводов.

408. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

409. Короткая катушка с площадью поперечного сечения $S = 150\ \text{см}^2$, содержащая N = 200 витков провода, по которому течет ток силой $I = 4$ А, помещена в однородное магнитное поле напряжённостью $H = 8000\ \text{А/м}$. Найти: 1) магнитный момент p_m катушки; 2) вращающий момент M, действующий на катушку со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\varphi = 60°$ с линиями поля.

410. Виток диаметром d = 20 см может вращаться вокруг вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток $I = 10$ А. Какой вращающий момент M нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении? Горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной $B = 20\ \text{мкТл}$.

411. Виток радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10^3$ А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол $\varphi = 60°$. Определить совершенную работу.

412. Прямой провод длиной $l = 20$ см, по которому течет ток силой $I = 50$ А, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл. Какую работу A совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на $S = 10$ см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине провода?

413. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать на чертеже направление векторов $\vec{p}_m$ и $\vec{L}$.

414. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m, обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L, если стержень имеет массу $m = 12$ г.

415. Диск радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q = 0{,}2$ мкКл. Диск равномерно вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Частота вращения $\nu = 20\ \text{с}^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L, если масса диска $m = 100$ г.

416. Из тонкой проволоки, масса которой $m = 2$ г, изготовлена квадратная рамка. Рамка свободно подвешена на неупругой нити и по ней пропущен ток $I = 6$ А. Определить период T малых колебаний рамки в магнитном поле с индукцией $B = 2$ мТл.

417. Тонкий проводник в виде кольца массой $m = 3$ г свободно подвешен на неупругой нити в однородном магнитном поле. По кольцу течет ток $I = 2$ А. Период T малых крутильных колебаний относительно вертикальной оси равен 1,2 с. Найти индукцию B магнитного поля.

418. На оси контура с током, магнитный момент которого $p_m = 10^{-2}\ \text{А} \cdot \text{м}^2$, находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить механический момент M, действующий на второй контур. Расстояние между контурами $r = 50$ см. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

419. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля $B = 0{,}1$ Тл, а радиус кривизны траектории электрона $R = 0{,}5$ см.

420. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2{,}5 \cdot 10^4$ А/м. Определить период T обращения электрона.

421. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл под углом $\alpha = 60°$ к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца $F_Л$, если скорость частицы $v = 10^6$ м/с.

422. Заряженная частица с энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Определить силу $F_Л$, действующую на частицу со стороны поля.

423. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла собой дугу окружности радиусом $R = 0{,}2$ мм.

424. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 1$ мТл по окружности радиусом $R = 0{,}5$ см. Какова кинетическая энергия $E_к$ электрона? Ответ дать в джоулях и электрон-вольтах.

425. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определить кинетическую энергию протона.

426. Заряженная частица прошла ускоряюшую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 100$ В/см) и магнитное ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Определить отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

427. Альфа-частица, находясь в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, движется по окружности. Определить силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением альфа-частицы.

428. Перпендикулярно магнитному полю напряженностью $H = 10^4$ А/м возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 1000$ В/см. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость v частицы.

429. Однородное электрическое $(E = 1000\ \text{В/см})$ и магнитное $(H = 1000\ \text{А/м})$ поля совпадают по направлению. Определить нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения протона, движущегося в этих полях по направлению силовых линий со скоростью $v = 8 \cdot 10^5$ м/с. Определить также a_n и a_τ в момент вхождения протона в поля с той же скоростью, если бы он двигался перпендикулярно силовым линиям.

430. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого $m = 16$ у.е., описал дугу окружности радиусом $R_1 = 4$ см. Определить массу (в углеродных единицах) другого иона, который описал дугу окружности радиусом $R_2 = 4{,}9$ см.

431. На длинный картонный каркас диаметром $D = 2$ см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0{,}5$ мм. Определить магнитный поток Ф, создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 4$ А.

432. Плоский контур площадью $S = 10\,\text{см}^2$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}02$ Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол $\varphi = 70°$ с направлением линий индукции.

433. В средней части соленоида, содержащего $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины, помещен круговой виток диаметром $d = 1$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 30°$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток $I = 10$ А.

434. Плоский контур с током $I = 10$ А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Площадь контура $S = 400\,\text{см}^2$. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 60°$. Определить совершенную при этом работу.

435. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 400\,\text{см}^2$. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 20$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0{,}2$ Дж.

436. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 50$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0{,}025$ Тл). Диаметр витка $d = 20$ см. Какую работу A нужно совершить, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi$?

437. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно к его оси. Определить разность потенциалов на концах стержня, если он делает $n = 16\,\text{об/с}$.

438. В однородном магнитном поле напряженностью $H = 2000$ А/м равномерно с частотой $\nu = 10$ $с^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 20$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стрежня разность потенциалов.

439. Рамка, содержащая N=1500 витков, площадью $S = 50\,см^2$ равномерно вращается в магнитном поле напряженностью $H = 10^5$ А/м, делая n=960 об/мин. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную э. д. с. индукции, возникающую в рамке.

440. Проволочный виток радиусом $R = 4$ см и сопротивлением $r = 0{,}01$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 0{,}05$ Тл). Плоскость витка составляет угол $\beta = 30°$ с линиями индукции. Какое количество электричества протечет по витку при выключении магнитного поля?

441. Рамка из провода сопротивлением $r = 0{,}01$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0{,}05$ Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 100\,см^2$. Определить заряд q, который протечет через рамку при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 30°; 2) от 30° до 60°; 3) от 60° до 90°.

442. Рамка площадью $S = 200\,см^2$ равномерно вращается с частотой $\nu = 10\,с^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}2$ Тл). Определить среднее значение э.д.с. индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

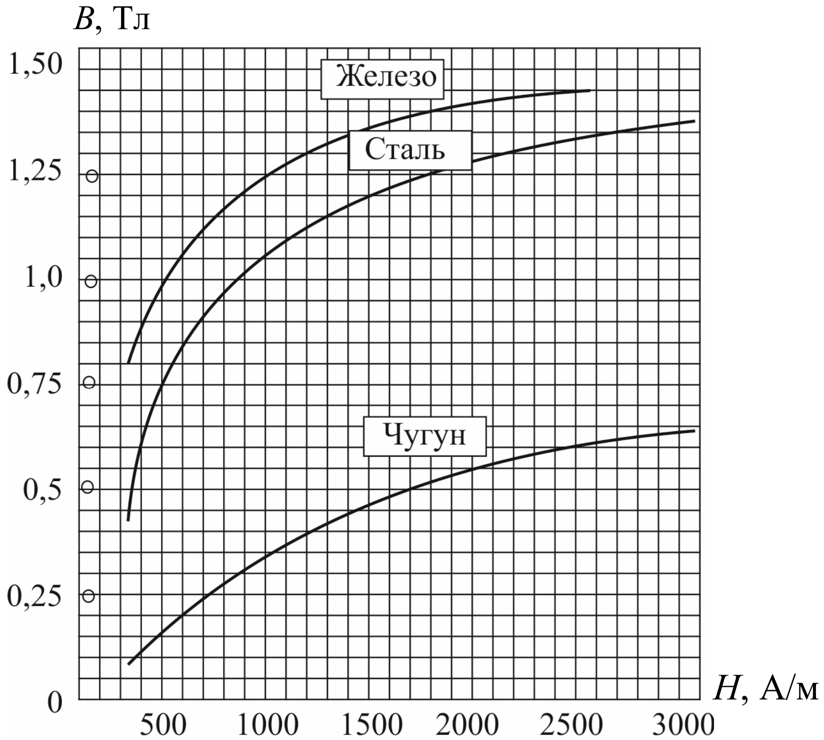
443. На картонный каркас длиной $l = 0{,}6$ м и диаметром $D = 2$ см намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}4$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида.

444. Индуктивность L соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 0,2 мГн. Длина соленоида l = 0,5 м, диаметр – $D = 1$ см. Определить число витков n, приходящихся на единицу длины соленоида.

445. Соленоид содержит N = 800 витков. При силе тока $I = 6$ А магнитный поток Ф = 30 мкВб. Определить индуктивность L соленоида.

446. Соленоид сечением $S = 6$ см^2 содержит N = 1500 витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при токе $I = 4$ А равна 0,08 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

447. На железный полностью размагниченный сердечник диаметром $D = 3$ см и длиной $l = 60$ см намотано в один слой N = 1200 витков провода. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида при силе тока $I = 0{,}5$ А, воспользовавшись зависимостью магнитной индукции от напряженности для железа (рисунок).



Зависимость магнитной индукции от напряженности

448. Соленоид имеет стальной полностью размагниченный сердечник объемом $V = 200\ \text{см}^3$. Напряженность магнитного поля H соленоида при силе тока $I = 0{,}5$ А равна $700\ \text{А/м}$. Определить индуктивность L соленоида (см. рисунок к задаче 447).

449. По катушке, индуктивность которой $L = 5\ \text{мГн}$, течет ток силой $I = 3$ А. При выключении тока он изменяется практически до нуля за время $\Delta t = 8\ \text{мс}$. Определить среднее значение э.д.с. самоиндукции, возникающей в контуре.

450. Силу тока в катушке равномерно увеличивают при помощи реостата на $\Delta I = 0{,}5$ А в секунду. Найти среднее значение э.д.с. самоиндукции, если индуктивность катушки $L = 2\ \text{мГн}$.

451. Соленоид содержит $N = 600$ витков. Сечение сердечника из немагнитного материала $S = 8\ \text{см}^2$. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 5$ мТл. Определить среднее значение э.д.с. самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0{,}6$ с.

452. В электрической цепи, содержащей сопротивление $r = 10$ Ом и индуктивность $L = 0{,}05$ Гн, течет ток $I = 60$ А. Определить силу тока в этой цепи через $\Delta t = 0{,}6$ с после ее размыкания.

453. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $r = 20$ Ом и индуктивностью $L = 0{,}4$ Гн. Через какое время сила тока в цепи достигнет 95 % предельного значения?

454. По замкнутой цепи, сопротивление которой $r = 23$ Ом, течет ток. Через 10 мс после размыкания цепи сила тока в ней уменьшилась в 10 раз. Определить индуктивность цепи.

В задачах 455–460 принять, что сердечник выполнен из немагнитного материала и магнитное поле во всем объеме однородно.

455. Обмотка соленоида содержит n = 10 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет $W = 1$ Дж/м^3?

456. Тороид диаметром (по средней линии) $D = 40$ см и с площадью сечения $S = 10\text{ см}^2$ содержит N = 1200 витков. Вычислить энергию магнитного поля тороида при силе тока $I = 10$ А.

457. Соленоид содержит N = 800 витков. При силе тока $I = 1$ А магнитный поток Ф = 0,1 мВб. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

458. Обмотка тороида имеет n = 8 витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии W магнитного поля при силе тока $I = 20$ А.

459. Магнитный поток Ф соленоида сечением $S = 20\text{ см}^2$ равен 10 мкВб. Определить объемную плотность W энергии магнитного поля соленоида.

460. Соленоид имеет длину $l = 1$ м и сечение $S = 20\text{ см}^2$. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток Ф = 80 мкВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида?

5 ОПТИКА

Примеры решения задач

Пример 1. В точку A экрана (рисунок 1) от источника S_1 монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм приходят два луча: непосредственно от источника перпендикулярный экрану луч S_1A и луч S_1BA, отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу S_1A. Расстояние от экрана до источника $l_1 = 1$ м, расстояние от луча S_1A до плоскости зеркала $h = 2$ мм. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление освещенности; 2) как изменится освещенность в точке A, если на пути луча S_1A перпендикулярно к нему поместить плоскопараллельную пластину стекла ($n = 1,55$) толщиной $d = 6$ мкм.

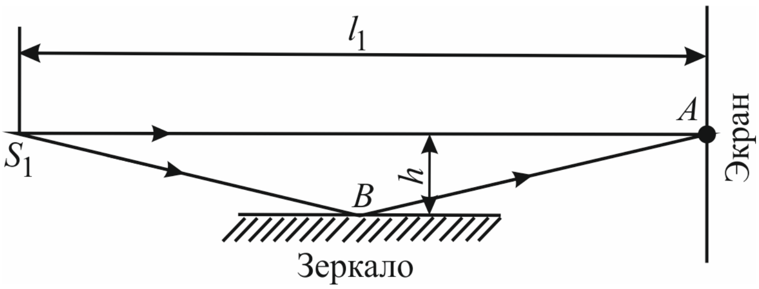


Рисунок 1

Решение

Построим мнимое изображение S_2 источника S_1 в зеркале (рисунок 2). Источники S_1 и S_2 являются когерентными, поэтому при сложении волн, приходящих от этих источников на экран, возникнет интерференционная картина. Усиление или ослабление освещенности в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода Δ интерферирующих лучей, другими словами, от числа m полуволн, укладывающихся на оптической разности хода:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2}. \quad (1)$$

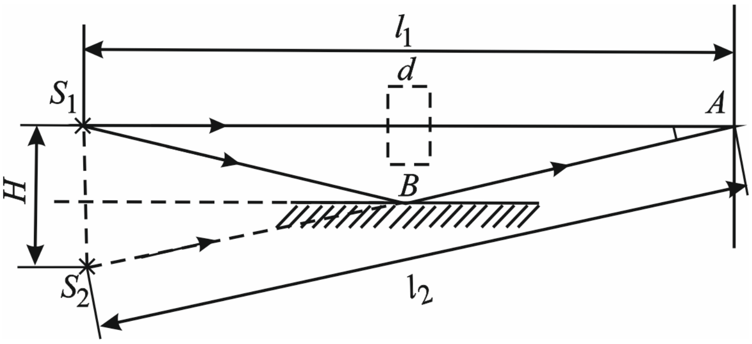


Рисунок 2

Если m целое четное число, то освещенность будет максимальной, если m целое нечетное, то освещенность минимальна. При дробном m происходит или частичное усиление (если m ближе к четному числу), или частичное ослабление (если m ближе к нечетному числу) освещенности.

1. Оптическая разность хода Δ_1 будет складываться из геометрической разности $l_2 - l_1$ (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности хода $\frac{\lambda}{2}$, обусловленной изменением фазы колебаний на π при отражении от оптически более плотной среды. Таким образом,

$$\Delta_1 = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Так как согласно рисунку 2

$$l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2},$$

то

$$l_2 - l_1 = l_1\sqrt{1+\left(\frac{H}{l_1}\right)^2} - l_1 = l_1\left[\sqrt{1+\left(\frac{H}{l_1}\right)^2} - 1\right].$$

Величина $\frac{H}{l_1} \ll 1$, поэтому для вычисления корня можно воспользоваться приближенной формулой

$$\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a \quad \text{при} \quad a \ll 1.$$

Применив ее, получим

$$l_2 - l_1 \approx l_1 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H}{l_1}\right)^2 - 1 \right] = \frac{H^2}{2l_1}.$$

Подставив это выражение $l_2 - l_1$ в формулу (2), найдем

$$\Delta_1 = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (3)$$

Зная Δ_1, можно по формуле (1) найти m_1:

$$m_1 = \frac{\dfrac{H^2}{2l_1} + \dfrac{\lambda}{2}}{\dfrac{\lambda}{2}} = \frac{H^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Так как $H = 2h$, то окончательно получим

$$m_1 = 4\frac{h^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Выразим h, l_1 и λ в микрометрах и произведем вычисления:

$$m_1 = 4\frac{\left(2 \cdot 10^3\right)^2}{1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}5} + 1 = 32 + 1 = 33.$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке A наблюдается минимум интенсивности.

2. Стеклянная пластина толщиной d, поставленная на пути луча S_1A (см. рисунок 2), изменит оптическую длину пути. Теперь оптическая длина пути l_1' будет складываться из геометрической длины пути $l_1 - d$ и оптической длины пути луча в самой пластине nd, т. е.

$$l_1' = \left(l_1 - d\right) + nd = l_1 + \left(n-1\right)d.$$

Оптическая разность хода лучей

$$\Delta_2 = l_2 - l_1' + \frac{\lambda}{2} = l_2 - \left[l_1 + \left(n-1\right)d\right] + \frac{\lambda}{2},$$

или с учетом формулы (2)

$$\Delta_2 = \Delta_1 - (n-1)d .$$

Пользуясь формулой (1), найдем

$$m_2 = \frac{\Delta_2}{\lambda/2} = \frac{\Delta_1 - (n-1)d}{\lambda/2} = m_1 - 2\frac{d(n-1)}{\lambda} .$$

Подставим числовые значения и произведем вычисления:

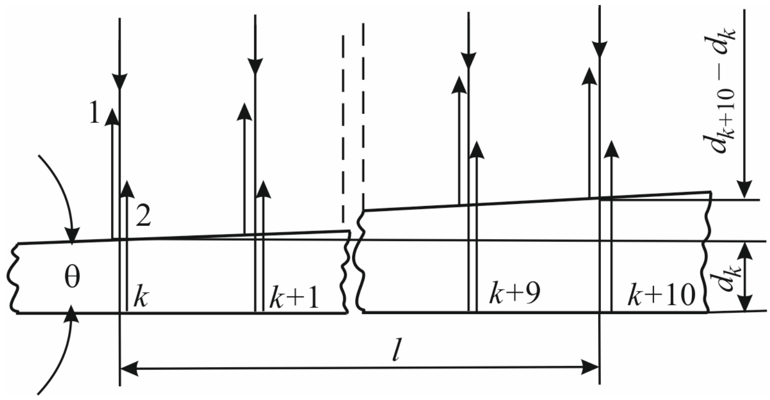
$$m_2 = 33 - 2\frac{6 \cdot (1{,}55-1)}{0{,}5} = 33 - 24 \cdot 0{,}55 = 19{,}8 .$$

Число длин полуволн оказалось дробным. Так как 19,8 ближе к целому четному числу 20, чем к целому нечетному числу 19, то в точке A будет частичное усиление освещенности.

Пример 2. На стеклянный клин нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм. Число интерференционных полос, приходящихся на $l = 1$ см, равно 10. Определить преломляющий угол α клина.

Решение

Лучи, падая нормально к грани клина, отражаются как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные лучи 1 и 2 будут практически параллельны (рисунок).



Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода кратна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где $k = 0, 1, 2...$

Разность хода Δ двух лучей складывается из разности оптических длин путей этих лучей $2dn\cos i_2$ и половины длины волны $\frac{\lambda}{2}$.

Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении волны от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) значение разности хода Δ, получим

$$2d_k n\cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где n – коэффициент преломления стекла ($n = 1{,}5$); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k; i_2 – угол преломления.

Согласно условию задачи угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления i_2 равен нулю, а $\cos i_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует толщина d_k клина, а темной полосе номера $k + 10$ – толщина d_{k+10} клина. Тогда по рисунку, учитывая, что десять полос укладывается на расстоянии $l = 1$ см, найдем

$$\sin\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{l}. \quad (4)$$

По формуле (3) выразим d_k и d_{k+10} и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что из-за малости угла α можно положить $\sin\alpha = \alpha$, получим

$$\alpha = \frac{\frac{k+10}{2\pi}\lambda - \frac{k}{2n}\lambda}{l} = \frac{5\lambda}{nl}.$$

Подставляя числовые данные, найдем

$$\alpha = \frac{5 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-4}}{1{,}5 \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Выразим угол α в градусах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой:

$$1 \text{ рад} = 206\,265'' = 2'',06 \cdot 10^5,$$

т.е.

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2'',06 \cdot 10^5 = 41'',2.$$

Пример 3. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки равен 2 мкм. Какого наибольшего порядка дифракционный максимум дает эта решетка в случае красного света $(\lambda_1 = 0{,}7 \text{ мкм})$ и в случае фиолетового $(\lambda_2 = 0{,}45 \text{ мкм})$?

Решение

На основании известной формулы дифракционной решетки напишем следующее выражение для порядка дифракционного максимума:

$$m = \frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda}, \tag{1}$$

где $a+b$ – период решетки; φ – угол между направлением на дифракционный максимум и нормалью к решетке; λ – длина волны монохроматического света.

Так как $\sin\varphi$ не может быть больше 1, то, как следует из формулы (1), число m не может быть больше $\frac{a+b}{\lambda}$, т.е.

$$m \le \frac{a+b}{\lambda}. \tag{2}$$

Подставив в формулу (2) числовые значения, получим:

– для красных лучей

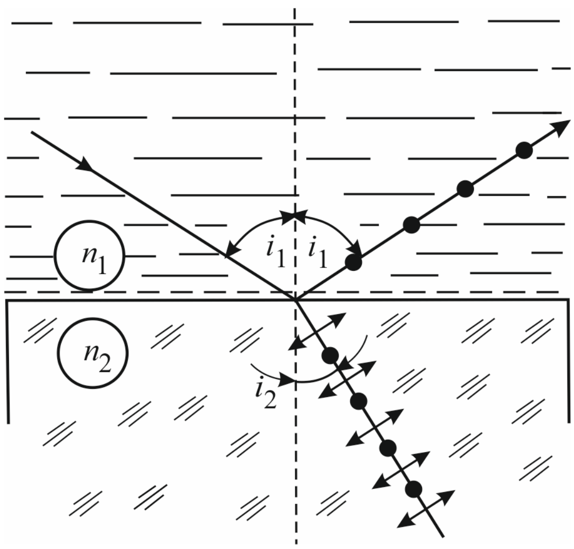
$$m \le \frac{2}{0{,}7} = 2{,}86;$$

– для фиолетовых лучей

$$m \le \frac{2}{0,45} = 4,44.$$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то найдем, что для красного света $m_{\max} = 2$, для фиолетового $m_{\max} = 4$.

Пример 4. Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком (рисунок). Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.



Решение

Согласно закону Брюстера луч света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения луча численно равен относительному показателю преломления:

$$\mathrm{tg}\, i_1 = n_{2,1},$$

где $n_{2,1}$ относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\mathrm{tg}\, i_1 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как угол падения луча равен углу отражения, то $i_1 = \frac{\varphi}{2}$, следовательно,

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}.$$

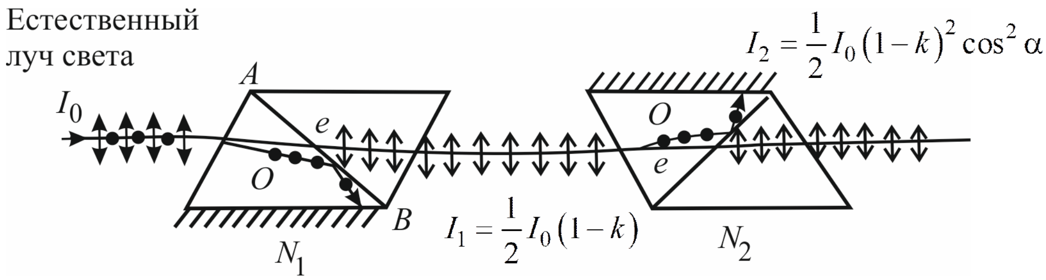
Сделав подстановку числовых значений, получим

$$n_1 = \frac{1,5}{tg\frac{97^\circ}{2}} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Пример 5. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между плоскостями колебаний составляет $60°$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 света: 1) при прохождении через один николь (N_1); 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$. Потери на отражение и поглощение света не учитывать.

Решение

1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя, расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два луча: обыкновенный и необыкновенный (рисунок). Оба луча одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний для необыкновенного луча лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний для обыкновенного луча перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный луч *O* вследствие полного внутреннего отражения от границы *AB* отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч *e* проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения.



Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \left(1-k\right).$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николь, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0 \left(1-k\right)} = \frac{2}{1-k}. \qquad (1)$$

Подставляя в формулу (1) числовые значения, найдем

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0{,}05} = 2{,}10.$$

Таким образом, интенсивность света уменьшается в 2,10 раза.

2. Плоскополяризованный луч света интенсивностью I_1 падает на второй николь N_2 и также расщепляется на два луча различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой, поэтому его интенсивность нас не интересует. Интенсивность необыкновенного луча I_2, вышедшего из призмы N_2, определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном луче и плоскостью колебаний, пропускаемых николем N_2 без ослабления.

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\alpha .$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{(1-k)\cos^2\alpha}.$$

Заменяя отношение $\frac{I_0}{I_2}$ выражением (1), получим

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2\cos^2\alpha}.$$

Подставляя данные, произведем вычисления

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2\cos^2 60^\circ} = 8,86 .$$

Таким образом, после прохождения света через два николя его интенсивность уменьшается в 8,86 раза.

Пример 6. Определить импульс p и кинетическую энергию E_k электрона, движущегося со скоростью $v = 0,9$ с, где c – скорость света в вакууме.

Решение

1. Импульсом частицы называется произведение массы частицы на ее скорость:

$$p = mv . \tag{1}$$

Так как скорость электрона близка к скорости света, то необходимо учесть зависимость массы от скорости, определяемую по формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{2}$$

где m – масса движущейся частицы; m_0 – масса покоящейся частицы; $\beta = \frac{v}{c}$ – скорость частицы, выраженная в долях скорости света.

Заменив в формуле (1) массу m ее выражением (2) и приняв во внимание, что $v = c\beta$, получим

$$p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (3)$$

Сделаем подстановку числовых значений величин, входящих в формулу (3):

$$p = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{1-0{,}81}} = 5{,}6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

2. В релятивистской механике кинетическая энергия $E_к$ частицы определяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы, т. е.

$$E_к = E - E_0. \qquad (4)$$

Так как $E = mc^2$ и $E_0 = m_0 c^2$, то, учитывая зависимость массы от скорости, получим

$$E_к = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \qquad (5)$$

Сделав подстановку числовых данных, выраженных в единицах СИ, найдем

$$E_к = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}81}} - 1 \right) =$$
$$= 8{,}18 \cdot 10^{-14} \left(2{,}29 - 1\right) = 1{,}06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Во внесистемных единицах энергия покоя электрона $m_0 c^2 =$ $= 0{,}51 \text{ МэВ}$. Подставив это значение в формулу (5), получим

$$E_к = 0{,}51 \cdot 1{,}29 = 0{,}66 \text{ МэВ}.$$

Пример 7. Определить импульс электрона, обладающего кинетической энергией $E_к = 5$ МэВ.

Решение

Импульс частицы определяется по формуле (см. пример 6)

$$p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

но так как в условии задачи дана не скорость электрона, а его кинетическая энергия, то ее решение в общем виде сведется к отысканию формулы, выражающей импульс непосредственно через кинетическую энергию.

Установим связь между импульсом и полной энергией частицы. Полная энергия E частицы прямо пропорциональна ее массе:

$$E = mc^2. \qquad (1)$$

Зависимость массы от скорости определяется формулой

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2)$$

Возведем обе части равенства (2) в квадрат, тогда

$$E^2 = \frac{E_0{}^2}{1-\beta^2},$$

откуда

$$E^2 - (E\beta)^2 = E_0{}^2. \qquad (3)$$

Очевидно, что

$$E\beta = mc^2 \frac{v}{c} = mvc = pc.$$

Поэтому равенство (3) можно переписать в виде

$$E^2 - p^2c^2 = E_0^2,$$

откуда

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2} = \frac{1}{c}\sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}.$$

Разность между полной энергией и энергией покоя есть кинетическая энергия $E_к$ частицы:

$$E - E_0 = E_к.$$

Легко убедиться, что $E + E_0 = E_к + 2E_0$. Поэтому искомая связь между импульсом и кинетической энергией частицы выразится формулой

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_к\left(E_к + 2E_0\right)}.$$

Вычисления удобно провести в два приема: сначала найти числовое значение радикала во внесистемных единицах, а затем перейти к вычислению в единицах СИ. Таким образом,

$$p = \frac{\sqrt{E_к\left(E_к + 2E_0\right)}}{c} = \frac{\sqrt{5\left(5 + 2\cdot 0{,}51\right)}}{c} = \frac{5{,}5}{c} =$$
$$= \frac{5{,}5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}}{3\cdot 10^{8}} = 2{,}93\cdot 10^{-21}\ кг\cdot м/с.$$

Пример 8. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\lambda_{max} = 0{,}58$ мкм. Определить: 1) энергетическую светимость $R_э$ поверхности тела; 2) спектральную плотность $r\lambda$ энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ нм, вблизи λ_{max}.

Решение

1. Энергетическая светимость $R_э$ абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры и выражается формулой

$$R_э = \sigma T^4, \qquad (1)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана; T – абсолютная температура.

Температуру T, входящую в формулу (1), можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{C'}{T}, \tag{2}$$

где C' – постоянная закона смещения Вина.

Выражая из формулы (2) температуру T и подставляя ее в формулу (1), получим

$$R_э = \sigma \left(\frac{C'}{\lambda_{\max}} \right)^4. \tag{3}$$

Выпишем величины, входящие в эту формулу:

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}\right);$$

$$C' = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\lambda_{\max} = 5{,}8 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Подставив эти значения в формулу (3), произведем вычисления:

$$R_э = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3{,}54 \cdot 10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

2. Максимум спектральной плотности энергетической светимости пропорционален пятой степени абсолютной температуры и выражается формулой

$$r_\lambda = C'' T^5, \tag{4}$$

где C'' – постоянная второго закона Вина.

В формулу (4) подставим температуру из выражения (2), тогда

$$r_\lambda = C'' \left(\frac{C'}{\lambda_{\max}} \right)^5. \tag{5}$$

В приложении 2 значение C'' дано в СИ, где единичный интервал длин волн равен 1 м. По условию задачи требуется вычислить спектральную плотность энергетической светимости на интервале длин волн 1 нм, поэтому выпишем значение C'' в единицах СИ и пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C'' = 1{,}30 \cdot 10^{-5}\ \text{Вт}\Big/\left(\text{м}^3 \cdot \text{град}\right) = 1{,}30 \cdot 10^{-5}\ \text{Вт}\Big/\left(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5\right) =$$

$$= 1{,}30 \cdot 10^{-14}\ \text{Вт}\Big/\left(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^5\right).$$

Подставляя полученное значение C'', а также значения C' и λ_{max} в формулу (5), произведем вычисления:

$$r_\lambda = 1{,}30 \cdot 10^{-14} \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}} \right)^5 = 4{,}06 \cdot 10^4\ \text{Вт}\Big/\left(\text{м}^2 \cdot \text{нм}\right).$$

Пример 9. Определить скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм; 2) γ-лучами с длиной волны $\lambda_2 = 0{,}01$ Å.

Решение

Скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T, \tag{1}$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; A – работа выхода; T – кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \tag{2}$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны.

Работа выхода для серебра $A = 4{,}7$ эВ.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле

$$T = \frac{m_0 v^2}{2}, \tag{3}$$

или по релятивистской формуле

$$T = E_0 \left(\frac{1}{1 - \beta^2} - 1 \right) \tag{4}$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону. Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона E_0, то можно использовать формулу (3), если же ε сравнима по величине с E_0, то вычисление по формуле (3) приводит к ошибке, во избежание которой необходимо кинетическую энергию фотоэлектрона вычислять по формуле (4).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетовых лучей по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1,55 \cdot 10^{-7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж},$$

или

$$\varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ эВ}.$$

Рассчитанная энергия фотона 8 эВ много меньше энергии покоя электрона 0,51 МэВ. Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 v^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_0}}. \qquad (5)$$

Выпишем числовые значения величин:

$$\varepsilon_1 = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж (вычислено выше)};$$

$$A = 4,7 \text{ эВ} = 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 0,75 \cdot 10^{-18} \text{ Дж};$$

$$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

Подставив числовые значения в формулу (5), найдем

$$v=\sqrt{\frac{2\left(1,28\cdot10^{-18}-0,75\cdot10^{-18}\right)}{9,11\cdot10^{-31}}}=1,08\cdot10^{6}\ \text{м/с}.$$

2. Вычислим энергию фотона γ-лучей:

$$\varepsilon_2=\frac{h_c}{\lambda}=\frac{6,62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{10^{-12}}=1,99\cdot10^{-13}\ \text{Дж},$$

или

$$\varepsilon_2=\frac{1,99\cdot10^{-13}}{1,6\cdot10^{-19}}=12,4\cdot10^{5}\ \text{эВ}=1,24\ \text{МэВ}.$$

Работа выхода электрона A = 4,7 эВ пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона, поэтому можно принять, что кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$T=\varepsilon_2=1,24\ \text{МэВ}.$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии (4).

Выполнив преобразования выражения (4), найдем

$$\beta=\frac{\sqrt{\left(2E_0+E_\text{к}\right)E_\text{к}}}{E_0+E_\text{к}}.$$

Сделав подстановку числовых значений величин, получим

$$\beta=\frac{\sqrt{\left(2\cdot0,51+1,24\right)1,24}}{0,51+1,24}=0,95,$$

откуда

$$v=c\beta=3\cdot10^{8}\cdot0,95=2,85\cdot10^{8}\ \text{м/с}=2,85\cdot10^{5}\,\text{км/с}.$$

Пример 10. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta=90°$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2=0,4$ МэВ. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Решение

Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\vartheta}{2}, \tag{1}$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне; h – постоянная Планка; m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме; ϑ – угол рассеяния фотона.

Формулу (1) преобразуем следующим образом.

Заменим в ней $\Delta\lambda$ на $\lambda_2 - \lambda_1$, выразим длины волн λ_2 и λ_1 через энергии ε_2 и ε_1 соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, умножим числитель и знаменатель правой части формулы на скорость света c. Тогда получим

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2}2\sin^2\frac{\vartheta}{2}.$$

Сократим hc и выразим из полученной формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2 \sin^2\frac{\vartheta}{2}}, \tag{2}$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв из справочных таблиц значение энергии покоя электрона в мегаэлектрон-вольтах и подставив числовые данные, получим

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4\cdot 0,51}{0,51 - 2\cdot 0,4\cdot\sin^2\frac{90^\circ}{2}} = 1,85\ \text{МэВ}.$$

Пример 11. Пучок параллельных лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 662$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_э = 0,6$ Вт. Определить: 1) силу давления F, испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов n, ежесекундно падающих на поверхность.

Решение

1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = pS. \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = \frac{E_э}{c}(\rho + 1), \quad (2)$$

где $E_э$ – энергетическая освещенность; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения.

Подставляя выражение давления света (2) в формулу (1), получим

$$F = \frac{E_э S}{c}(\rho + 1). \quad (3)$$

Энергетическая освещенность $E_э$ есть величина, численно равная энергии, падающей на единичную площадку в единицу времени. Произведение $E_э S$ есть величина, численно равная энергии, падающей на данную площадку S в единицу времени, т. е. поток излучения

$$\Phi_э = E_э S.$$

С учетом этого формула (3) примет вид

$$F = \frac{\Phi_э}{c}(\rho + 1). \quad (4)$$

Величины, входящие в формулу (4), выпишем в единицах СИ: $\Phi_э = 0,6$ Вт; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $\rho = 1$ (поверхность зеркальная).

После подстановки этих величин в формулу (4) получим

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8}(1 + 1) = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}.$$

2. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n, падающих на поверхность в единицу времени, равно мощности излучения, т. е. потоку излучения:

$$\Phi_э = \varepsilon n$$

или

$$\Phi_э = \frac{hc}{\lambda} n,$$

так как $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона.

Отсюда

$$n = \frac{\Phi_э \lambda}{hc}. \quad (5)$$

Выпишем величины, входящие в формулу (5), в единицах СИ: $\Phi_э = 0{,}6$ Вт; $\lambda = 6{,}62 \cdot 10^{-7}$ м; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с.

Подставим полученные значения в формулу (5) и произведем вычисления:

$$n = \frac{0{,}6 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-7}}{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. На пути луча света поставлена стеклянная пластинка толщиной $d = 1$ мм так, что угол падения луча $i_1 = 30°$. На какую величину изменится оптическая длина пути луча?

Ответ: 550 мкм.

2. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина пленки?

Ответ: 0,113 мкм.

3. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_2 = 0{,}4$ мм. Определить радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}64$ мкм.

Ответ: 125 мм.

4. На пластинку со щелью, ширина которой $a = 0{,}05$ мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}7$ мкм. Определить угол φ отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму.

Ответ: $1°12'$.

5. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi = 30°$. На какой угол она отклоняет спектр четвертого порядка?

Ответ: $41°50'$.

6. Угол преломления луча в жидкости $i_2 = 35°$. Определить показатель n преломления жидкости, если известно, что отраженный луч максимально поляризован.

Ответ: 1,43.

7. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10 %?

Ответ: на 55 %.

8. При какой скорости масса движущейся частицы в три раза больше массы покоя этой частицы?

Ответ: $2{,}83 \cdot 10^8$ м/с.

9. Определить скорость электрона, имеющего кинетическую энергию $T = 1{,}53$ МэВ.

Ответ: $2{,}91 \cdot 10^8$ м/с.

10. Электрон движется со скоростью $v = 0{,}6\,c$, где c – скорость света в вакууме. Определить импульс электрона.

Ответ: $2{,}05 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

11. Вычислить энергию, излучаемую за время $t = 1$ мин с площади $S = 1\ \text{см}^2$ абсолютно черного тела, температура которого $T = 1000$ К.

Ответ: 340 Дж.

12. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, $\lambda_{max} = 0,6$ мкм. Определить температуру тела.

Ответ: 4820 К.

13. Определить спектральную плотность r_λ энергетической светимости, рассчитанную на 1 нм для λ_{max} в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела $t = 727$ °C.

Ответ: $13 \text{ Вт}\big/\left(\text{м}^2 \cdot \text{нм}\right)$.

14. Определить энергию, массу и импульс фотона с длиной волны $\lambda = 12,4$ Å.

Ответ: $1,60 \cdot 10^{-16}$ Дж; $1,78 \cdot 10^{-33}$ кг; $5,33 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с.

15. На пластинку падает монохроматический свет $(\lambda = 0,42 \text{ мкм})$. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95$ В. Определить работу A выхода электронов с поверхности пластины.

Ответ: 2 эВ.

16. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетовых лучей $(\lambda = 0,2 \text{ мкм})$. Определить кинетическую энергию $E_к$ и скорость υ фотоэлектронов.

Ответ: 2,2 эВ; $8,8 \cdot 10^5$ м/с.

17. Определить максимальную скорость υ фотоэлектрона, вырванного с поверхности металла γ-квантом с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ.

Ответ: $2,91 \cdot 10^8$ м/с.

18. Определить угол ϑ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии $\Delta\lambda = 0,0363$ Å.

Ответ: 120°.

19. Фотон с энергией ε_1, равной энергии покоя электрона $\left(m_0c^2\right)$, рассеялся на свободном электроне на угол $\vartheta = 120°$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи (в единицах m_0c^2).

Ответ: $0{,}4\, m_0c^2$; $0{,}6\, m_0c^2$.

20. Поток энергии, излучаемый электрической лампочкой, $\Phi_э = 600$ Вт. На расстоянии $r = 1$ м от лампы перпендикулярно к падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром $d = 2$ см. Определить силу F светового давления на зеркальце. Лампочку рассматривать как точечный изотропный излучатель.

Ответ: $0{,}1$ нН.

21. Параллельный пучок монохроматических лучей с длиной волны $\lambda = 0{,}662$ мкм падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0{,}3$ мкН/м^2. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке.

Ответ: 10^{12} фотонов/м^3.

Контрольная работа 5

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	501	508	515	522	535	542	543	556
1	503	507	516	521	531	540	548	559
2	505	510	517	523	534	541	544	557
3	502	509	513	520	532	539	547	558
4	504	511	514	519	533	538	545	555
5	502	507	516	521	536	541	544	555
6	504	512	517	520	532	539	547	558

Вариант	Номера задач							
7	506	509	518	522	535	540	545	556
8	503	508	514	519	533	538	548	557
9	505	510	515	524	534	537	543	560

Задачи

501. На тонкий стеклянный клин падает нормально пучок лучей с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b = 0,4$ мм. Определить угол α между поверхностями клина. Показатель преломления стекла клина $n = 1,5$.

502. На стеклянную пластинку положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Найти радиус R линзы, если радиус восьмого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_8 = 2,4$ мм.

503. Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $f = 2$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 1,5$ мм. Определить длину световой волны.

504. На мыльную пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Отраженный от пленки свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,30$.

505. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1,4$. Пластинка освещается пучком параллельных лучей с длиной волны $\lambda = 540$ нм, падающих на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой вещества, чтобы отраженные лучи имели наименьшую яркость?

506. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_8 восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,7$ мкм равен 2 мм. Радиус кривизны линзы $R = 1$ м.

507. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $b = 5$ мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,56$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

508. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок лучей белого света. Спектры второго и третьего порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ($\lambda = 4000$ Å) спектра третьего порядка?

509. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 1,47$ Å. Расстояние между атомными плоскостями кристалла $d = 2,8$ Å. Под каким углом ϑ к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум второго порядка?

510. На непрозрачную пластинку с узкой щелью падает нормально плоская световая волна длиной $\lambda = 500$ нм. Угол отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму, $\varphi = 30°$. Определить ширину a щели.

511. На дифракционную решетку, содержащую $n = 500$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проектируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 4$ м. Границы видимого спектра $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

512. Какое наименьшее число штрихов должна содержать решетка, чтобы в спектре первого порядка можно было видеть раздельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 5890$ Å и $\lambda_2 = 5896$ Å? Какова длина такой решетки, если расстояние между штрихами $b = 10$ мкм?

513. Угол падения луча на поверхность жидкости $i_1 = 50°$. Отраженный луч максимально поляризован. Определить угол i_2 преломления луча.

514. Луч света, падающий в стеклянный сосуд с водой, отражается от дна сосуда. При каком угле i_1 падения отраженный луч максимально поляризован?

515. При прохождении света через трубку длиной $l_1 = 15$ см, содержащую десятипроцентный раствор сахара, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1 = 12°,9$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2 = 12$ см, плоскость поляризации повернулась на $\varphi_2 = 7°,2$. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

516. Между скрещенными николями поместили пластинку кварца толщиной $d = 3$ мм, в результате чего поле зрения поляриметра стало максимально светлым. Определить постоянную вращения α кварца для монохроматического света, использованного в опыте.

517. Пластинку кварца толщиной $d_1 = 1{,}5$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 27°$. Какой наименьшей толщины d_2 следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

518. Луч света последовательно проходит через два николя, главные плоскости которых образуют между собой угол $\varphi = 50°$. Принимая, что в каждом николе теряется 10 % падающего света, найти, во сколько раз луч, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с лучом, падающим на первый николь.

519. При какой скорости β (в долях скорости света) масса любой частицы вещества в пять раз больше массы покоя?

520. Полный поток энергии, излучаемой Солнцем, $\Phi_э = 3{,}8 \cdot 10^{23}$ кВт. На какую величину уменьшается каждую секунду масса Солнца вследствие излучения?

521. Во сколько раз масса m электрона, обладающего кинетической энергией $E_к = 1$ МэВ, больше массы покоя m_0?

522. Скорость электрона $v = 0{,}6\,c$ (где c – скорость света в вакууме). Зная энергию покоя электрона в мегаэлектронвольтах, определить в тех же единицах его кинетическую энергию $E_к$.

523. Какую скорость β (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия была равна энергии покоя?

524. Частица движется со скоростью $v = \frac{1}{2}c$ (где c – скорость света в вакууме). Какую долю энергии покоя составляет кинетическая энергия частицы?

525. Определить отношение импульса p электрона с кинетической энергией $E_к = 1{,}02$ МэВ к комптоновскому импульсу $m_0 c$ электрона.

526. Протон имеет импульс $p = 938$ МэВ/с*. Какую кинетическую энергию необходимо сообщить протону, чтобы его импульс возрос вдвое?

527. Альфа-частица с кинетической энергией $E_к = 10$ ГэВ при торможении потеряла половину своей энергии. Определить, во сколько раз изменился импульс α-частицы.

528. Электрон движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 2$ см. Индукция поля $B = 10$ Тл. Определить кинетическую энергию $E_к$ и импульс p электрона.

---

* 1 МэВ/с – единица измерения импульса: $1\ \text{МэВ/с} = 5{,}33 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с.

529. Два ускорителя выбрасывают навстречу друг другу частицы, кинетические энергии которых в n раз превосходят их энергии покоя. Определить относительную скорость υ сближения частиц для $n = 2$, воспользовавшись формулой сложения релятивистских скоростей.

530. Электрон движется по окружности радиусом $R = 1$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}171$ Тл. Определить скорость β электрона в долях скорости света, учитывая увеличение массы со скоростью.

531. Из смотрового окошечка печи излучается поток энергии $\Phi_э = 2040$ Дж/мин. Определить температуру t печи, если площадь отверстия $S = 6$ см^2.

532. Абсолютно черное тело имеет температуру $t_1 = 100$ °С. Какова будет температура t_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в четыре раза?

533. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра $(\lambda_1 = 780$ нм$)$ на фиолетовую $(\lambda_2 = 390$ нм$)$?

534. Определить температуру T и энергетическую светимость $R_э$ абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_0 = 400$ нм.

535. Поток излучения абсолютно черного тела $\Phi_э = 1$ кВт, максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_0 = 1{,}45$ мкм. Определить площадь S излучающей поверхности.

536. Температура абсолютно черного тела $T = 1000$ К. Определить длину волны λ_0, на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости $r\lambda_0$ для этой длины волны.

537. Красная граница фотоэффекта для цезия $\lambda_0 = 6400\,\text{Å}$. Определить максимальную кинетическую энергию $E_к$ фотоэлектронов в электронвольтах, если на цезий падают лучи с длиной волны $\lambda = 2000$ Å.

538. На металл падают рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 40$ Å. Пренебрегая работой выхода, определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

539. Какова должна быть длина волны λ лучей, падающих на цинковую пластинку, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $v_{max} = 1000$ км/с?

540. На поверхность лития падают лучи с длиной волны $\lambda = 2500\,\text{Å}$. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

541. На фотоэлемент с катодом из рубидия падают лучи с длиной волны $\lambda = 1000$ Å. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов U_{min}, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить эмиссию фотоэлектронов.

542. На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны $\lambda = 1500$ Å. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 2000$ Å. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

543. Определить максимальное изменение длины волны $(\Delta\lambda)_{max}$ при комптоновском рассеянии света на свободных электронах и свободных протонах.

544. Рентгеновские лучи ($\lambda = 1$ Å) рассеиваются электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны рентгеновских лучей в рассеянном пучке.

545. Фотон с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}126$ Å рассеялся на свободном электроне. Длина волны рассеянного фотона $\lambda_2 = 0{,}150$ Å. Определить угол ϑ рассеяния.

546. Фотон с импульсом $p_1 = 0{,}2$ МэВ/с испытал комптоновское рассеяние на угол $\vartheta = 90°$ на электроне. Определить импульс p_2 фотона после рассеяния.

547. В результате эффекта Комптона на свободных электронах фотон с энергией $\varepsilon_1 = 0{,}51$ МэВ был рассеян на угол $\vartheta = 120°$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона.

548. Фотон с энергией $\varepsilon_1 = 1{,}02$ МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол $\vartheta = 180°$. Определить кинетическую энергию $E_к$ электрона отдачи.

549. Гамма-квант с импульсом $p_1 = 0{,}51$ МэВ/с испытал комптоновское рассеяние на свободном электроне. Вычислить импульс p_2 рассеянного фотона, если электрон отдачи приобрел импульс $p = 0{,}51$ МэВ/с.

550. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол $\vartheta = 180°$? Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_1 = 0{,}255$ МэВ.

551. Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол $\vartheta = \pi$. Определить импульс p (МэВ/с), приобретенный электроном, если энергия фотона до рассеяния была $\varepsilon_1 = 0{,}51$ МэВ.

552. Определить угол ϑ, на который будет рассеян γ-квант с $\varepsilon_1 = 1{,}02$ МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи $E_к = 0{,}51$ МэВ.

553. Угол разлета электрона отдачи и рассеянного фотона при эффекте Комптона составляет $\beta = 90°$. Определить энергию ε_1 падающего фотона, если кинетическая энергия электрона отдачи $E_к = 0{,}255$ МэВ.

554. Квант с энергией $\varepsilon_1 = 0{,}51$ МэВ рассеялся под углом $\vartheta = 120°$. Определить угол φ вылета электрона отдачи.

555. Определить плотность потока излучения $E_э$, падающего на зеркальную поверхность перпендикулярно к ней, если давление, производимое излучением, $p = 10$ мкН/м^2.

556. На расстоянии $r = 10$ м от точечного изотропного источника излучения с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм расположена площадка $S = 10$ мм^2 перпендикулярно падающим лучам. Определить число n фотонов, ежесекундно падающих на площадку.

557. Давление света, производимое на зеркальную. Поверхность, $p = 1$ мН/м^2. Определить концентрацию n_0 фотонов вблизи поверхности, если длина волны падающего на поверхность света $\lambda = 0{,}6$ мкм.

558. На зеркальную поверхность площадью $S = 4$ см^2 падает нормально поток излучения $\Phi_э = 0{,}6$ Вт. Определить давление p и силу давления F света на эту поверхность.

559. Давление света с длиной волны $\lambda = 600$ нм, падающего нормально на черную поверхность, $p = 10^{-9}$ Н/м^2. Определить число n фотонов, падающих за время $t = 1$ с на площадь $S = 1$ см^2 этой поверхности.

560. Свет с длиной волны $\lambda = 700$ нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление $p = 10^{-7}$ Н/м^2. Определить число фотонов n, падающих в 1 с на 1 см^2 этой поверхности.

6 ФИЗИКА АТОМОВ И АТОМНОГО ЯДРА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Примеры решения задач

Пример 1. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.

Решение

Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \tag{1}$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ формула переходит в сериальную формулу для водорода); n_1 – номер орбиты, на которую перешел электрон; n_2 – номер орбиты, с которой перешел электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Энергия фотона ε выражается формулой

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}.$$

Поэтому, умножив обе части равенства (1) на hc, получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = RhcZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Так как величина Rhc есть энергия ионизации E_i атома водорода, то

$$\varepsilon = E_i Z^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Вычисления выполним во внесистемных единицах: $E_i = 13{,}6$ эВ; $Z = 1$ (заряд ядра атома водорода в относительных единицах, где за единицу заряда принято абсолютное значение заряда электрона); $n_1 = 2$; $n_2 = 4$, тогда

$$\varepsilon = 13{,}6 \cdot 1^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 13{,}6 \cdot \frac{3}{16} = 2{,}55 \text{ эВ}.$$

Пример 2. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов *U*. Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

Решение

Длина волны де Бройля λ частицы зависит от ее импульса *p* и определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где *h* – постоянная Планка.

Импульс частицы можио определить, если известна ее кинетическая энергия $E_к$. Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2 m_0 E_к}, \tag{2}$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{\left(2E_0 + E_к \right) E_к}, \tag{3}$$

где $E_0 = m_0 c$ – энергия покоя частицы.

Формула (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется в нерелятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 E_к}}; \tag{4}$$

в релятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{\left(2E_0 + E_к\right)E_к}}. \qquad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51\,B$ и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим вопрос, которую из формул (4) и (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется выражением

$$T = eU.$$

В первом случае $T_1 = eU_1 = 51$ эВ $= 0{,}51 \cdot 10^{-4}$ МэВ, что много меньше энергии покоя электрона $E_0 = m_0c^2 = 0{,}51$ МэВ. Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4).

Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4}\, m_0c^2$. Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0 10^{-4} m_0c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}}\frac{h}{m_0c}.$$

Учитывая, что $\dfrac{h}{m_0c}$ есть комптоновская длина волны Λ, получим

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}}\Lambda.$$

Так как $\Lambda = 0{,}0243$ Å, то

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}0243 = 1{,}71 \text{ Å}.$$

Во втором случае кинетическая энергия

$$T_2 = eU_2 = 510 \text{ кэВ} = 0{,}51 \text{ МэВ},$$

т. е. равна энергии покоя электрона. Следовательно, необходимо применить релятивистскую формулу (5).

Учитывая, что $T_2 = 0,51$ МэВ $= m_0c^2$, по формуле (5) найдем

$$\lambda_2 = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{\left(2m_0c^2 + m_0c^2\right)m_0c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c}$$

или

$$\lambda_2 = \frac{\Lambda}{\sqrt{3}}.$$

Подставляем значение Λ и произведем вычисления:

$$\lambda_2 = \frac{0,0243}{\sqrt{3}} = 0,014 \text{ Å}.$$

Пример 3. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar,$$

где Δx – неопределенность координаты частицы (в данном случае электрона); Δp – неопределенность импульса частицы (электрона); $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π.

Из соотношения неопределенностей следует, что, чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l, тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью

$$\Delta x = l. \qquad (1)$$

Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде

$$l\Delta p \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{\hbar}{\Delta p}. \tag{2}$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp, по крайней мере, не должна превышать значение самого импульса p, т. е.

$$\Delta p \leq p.$$

Импульс p связан с кинетической энергией T соотношением

$$p = \sqrt{2mT}.$$

Заменим Δp значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = \frac{\hbar}{\sqrt{2mT}}.$$

Подставим числовые значения и найдем

$$l_{\min} = \frac{1{,}05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}} = 6{,}2 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Пример 4. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной l. Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0{,}01\,l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки $(0 \leq x \leq \Delta l)$; 2) в средней части ящика $\left(\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}\right)$.

Решение

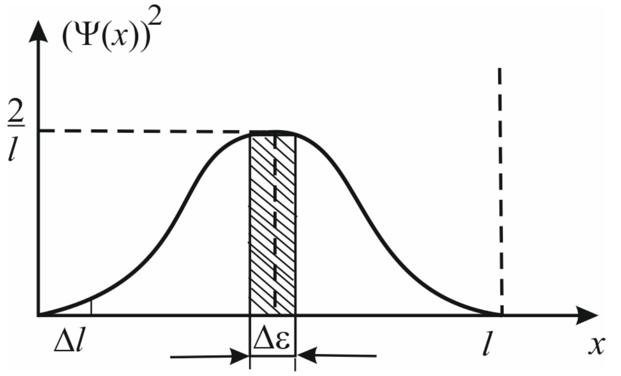
Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx (от x до $x + dx$), пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние:

$$d\omega = |\psi(x)|^2 dx.$$

В первом случае искомая вероятность определяется интегрированием в пределах от 0 до 0,01 l (рисунок):

$$\omega = \frac{2}{l}\int\limits_0^{0{,}01\,l} \sin^2\frac{\pi}{l}x dx\,. \tag{1}$$

Знак модуля опущен, так как ψ-функция в данном случае не является комплексной.



По условию x изменяется в интервале $\left(0 \le x \le 0{,}01\,l\right)$, следовательно, $\frac{\pi}{l}x \le 1$, поэтому справедливо приближенное равенство

$$\sin^2\frac{\pi}{l}x \approx \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2.$$

С учетом этого выражение (1) примет вид

$$\omega = \frac{2}{l}\int\limits_0^{0{,}01\,l}\left(\frac{\pi}{l}x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3}\int\limits_0^{0{,}01\,l} x^2 dx\,.$$

После интегрирования получим

$$\omega = \frac{2\pi^2}{3}\cdot 10^{-6} = 6{,}6\cdot 10^{-6}\,.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале $\left(\Delta l = 0{,}01\,l\right)$ практически не изменяется. Искомая вероятность определяется выражением

$$\omega = \left|\psi\left(\frac{l}{2}\right)\right|^2 \Delta x$$

или

$$\omega = \frac{2}{l}\left(\sin\frac{\pi}{l}\cdot\frac{l}{2}\right)^2 \Delta l = \frac{2}{l}0{,}01\,l = 0{,}02.$$

Пример 5. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}_3\mathrm{Li}^7$.

Решение

Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т. е.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m, \tag{1}$$

где Z – атомный номер (число протонов в ядре); A – массовое число (число нуклонов, составляющих ядро); m_p, m_n, m – соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса M нейтрального атома.

Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома:

$$M = m + Zm_e,$$

откуда

$$m = M - Zm_e.$$

Выразив в равенстве (1) массу ядра по последней формуле, получим

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M + Zm_e$$

или

$$\Delta m = Z\left(m_p + m_e\right) + (A - Z)m_n - M.$$

Замечая, что

$$m_p + m_e = M_{\text{н}},$$

окончательно найдем

$$\Delta m = ZM_{\text{н}} + (A - Z)m_n - M. \tag{2}$$

Подставив в выражение (2) числовые значения масс, получим:

$$\Delta m = \left[3 \cdot 1,00783 + (7-3) \cdot 1,00867 - 7,01601\right] = 0,04216 \text{ у.е.}$$

Энергией связи $E_{\text{св}}$ ядра называется энергия, которая в той или иной форме выделяется при образовании ядра из свободных нуклонов.

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta m, \tag{3}$$

где c – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности c^2 может быть выражен двояко:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2$$

или

$$c^2 = \frac{E_{\text{св}}}{\Delta m} = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг}.$$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то

$$c^2 = 931 \text{ МэВ/у.е.}$$

С учетом этого формула (3) примет вид

$$E_{\text{св}} = 931\, \Delta m. \tag{4}$$

Подставив ранее найденное значение дефекта массы ядра в формулу (4), получим

$$E_{\text{св}} = 931 \cdot 0,04216 = 39,2 \text{ МэВ}.$$

П р и м е ч а н и е. Термин «дефект массы» часто применяют в другом смысле, а именно дефектом массы Δ называют разность между массой нейтрального атома M_a данного изотопа и его массовым числом:

$$\Delta = M_a - A.$$

Эта величина особого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления.

В настоящем пособии всюду имеется в виду дефект массы Δm, определяемый формулой (1).

Пример 6. При соударении α-частицы с ядром бора ${}_5\mathrm{B}^{10}$ произошла ядерная реакция, в результате которой образовались два новых ядра. Одним из этих ядер было ядро атома водорода ${}_1\mathrm{H}^1$. Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергетический эффект.

Решение

Обозначим неизвестное ядро символом ${}_Z\mathrm{H}^A$. Так как α-частица представляет собой ядро гелия ${}_2\mathrm{He}^4$, запись реакции будет иметь вид

$${}_2\mathrm{He}^4 + {}_5\mathrm{B}^{10} \rightarrow {}_1\mathrm{H}^1 + {}_z\mathrm{X}^A.$$

Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение

$$4 + 10 = 1 + A,$$

откуда $A = 13$.

Применив закон сохранения заряда, получим уравнение

$$2 + 5 = 1 + Z,$$

откуда $Z = 6$.

Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома углерода ${}_6\mathrm{C}^{13}$.

Теперь можем записать реакцию в окончательном виде:

$${}_2\mathrm{He}^4 + {}_5\mathrm{B}^{10} \rightarrow {}_1\mathrm{H}^1 + {}_6\mathrm{C}^{13}.$$

Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = 931\left[\left(m_{\mathrm{He}} + m_{\mathrm{B}}\right) - \left(m_{\mathrm{H}} + m_{\mathrm{C}}\right)\right].$$

Здесь в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых круглых скобках – массы ядер продуктов реакции.

При вычислениях по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений.

Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z. Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода.

Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим

$$Q = 931\left[(4{,}00260 + 10{,}01294) - \left(1{,}00783 + 13{,}00335\right)\right] = 4{,}06 \text{ МэВ}.$$

Пример 7. Определить начальную активность радиоактивного препарата магния Mg^{27} массой $m = 0{,}2$ мкг, а также его активность через 6 ч.

Решение

Активность a препарата характеризует скорость радиоактивного распада и измеряется числом ядер, распадающихся в единицу времени:

$$a = -\frac{dN}{dt},$$

где N – число нераспавшихся ядер.

Согласно основному закону радиоактивного распада

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

где λ – постоянная радиоактивного распада.

Так как

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число нераспавшихся ядер в момент времени, принятый за начальный; e – основание натурального логарифма, то $a = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$.

Очевидно, что начальная активность (при $t = 0$)

$$a_0 = \lambda N_0 \ . \qquad (1)$$

Поэтому закон изменения активности со временем выражается формулой

$$a = a_0 e^{-\lambda t}. \qquad (2)$$

За единицу измерения активности в СИ принят 1 расп/с. На практике обычно активность измеряют во внесистемных единицах – кюри (Ки), $\text{Ки} = 3{,}700 \cdot 10^{10}$ расп/с.

Начальную активность определим по формуле (1). Входящая в эту формулу постоянная радиоактивного распада λ может быть выражена через период полураспада соотношением

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0{,}693}{T}.$$

Для Mg^{27} период полураспада $T = 10$ мин $=$ 600 с, следовательно,

$$\lambda = \frac{0{,}693}{600} = 1{,}15 \cdot 10^{-3}\ \text{с}^{-1}.$$

Число радиоактивных атомов N_0, содержащихся в препарате массой m, равно произведению числа Авогадро $N_\text{А}$ на число килограмм-атомов данного изотопа $\frac{m}{A}$, где A – масса одного килограмм-атома:

$$N_0 = \frac{m}{A} N_\text{А}.$$

Выразив в этой формуле значения величин в единицах СИ, получим

$$N_0 = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-9} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}{27} = 4{,}46 \cdot 10^{15}\ \text{ядер}.$$

Вычислим по формуле (1) начальную активность:

$$a_0 = \lambda N_0 = 1{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}46 \cdot 10^{15} = 5{,}13 \cdot 10^{12}\ \text{расп/с}$$

или

$$a_0 = \frac{5{,}13 \cdot 10^{12}}{3{,}7 \cdot 10^{10}} = 139\ \text{Ки}.$$

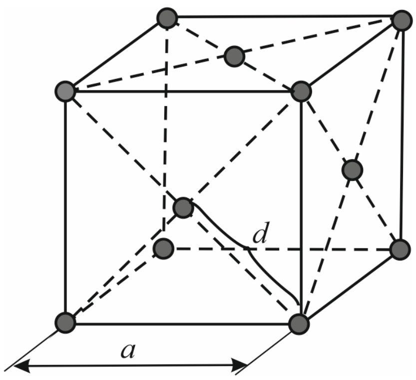
Активность через 6 ч (6 ч $= 2{,}16 \cdot 10^4$ с) получим по формуле (2):

$$a = a_0 e^{-\lambda t} = 139 \cdot e^{-1{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4} = 22{,}0 \cdot 10^{-10} \text{ Ки} = 2{,}20 \text{ нКи}.$$

Пример 8. Определить параметр a решетки и плотность ρ кристалла кальция, если расстояние d между ближайшими соседними атомами равно 3,93 Å. Решетка кубическая гранецентрированная.

Решение

Параметр a решетки и расстояние d между ближайшими соседними атомами связаны простым геометрическим соотношением, ясным из рисунка: $a = d\sqrt{2}$.



Подставляя в это выражение численное значение расстояния d, получим

$$a = 3{,}93\sqrt{2} = 5{,}56 \text{ Å} = 5{,}56 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Плотность ρ кристалла связана с килоатомом A и его объемом V_0 соотношением

$$\rho = \frac{A}{V_0}. \tag{1}$$

Объем V_0 найдем как произведение объема a^3 одной элементарной ячейки на число Z_0 элементарных ячеек в одном килоатоме:

$$V_0 = a^3 Z_0.$$

Учитывая, что число элементарных ячеек кристалла, состоящего из одинаковых атомов, можно найти, разделив число Авогадро N_A на число n атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку, последнее равенство можно записать в виде

$$V_0 = a^3 \frac{N_A}{n}. \qquad (2)$$

Подставив в формулу (1) выражение (2), получим

$$\rho = \frac{n\,A}{N_A a^3}.$$

Подставим данные, учитывая, что число n в случае кубической гранецентрированной решетки равно 4:

$$\rho = \frac{4 \cdot 40}{6{,}02 \cdot 10^{26}\left(5{,}56 \cdot 10^{-10}\right)^3} = 1{,}55 \cdot 10^3 \ \text{кг}/\text{м}^3.$$

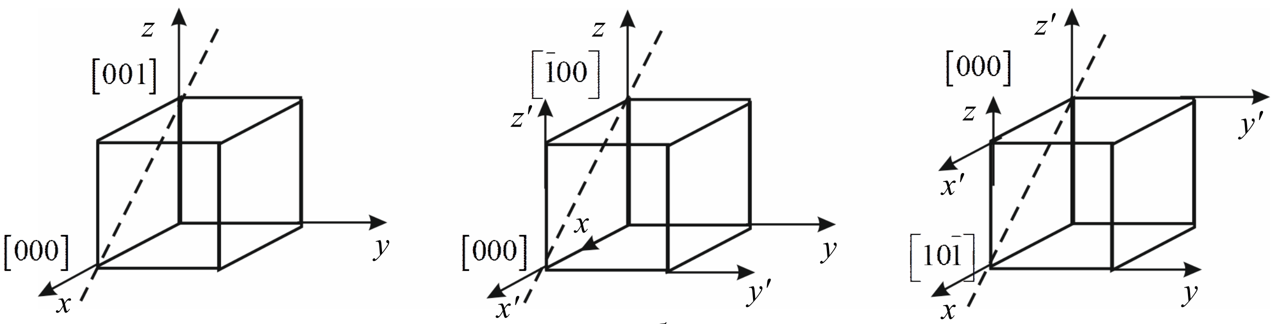
Пример 9. Написать индексы направления прямой, проходящей через узлы [[100]] и [[001]] кубической примитивной решетки.

Решение

Эту задачу можно решить двумя способами.

1. Изобразим кубическую примитивную ячейку, отметим на ней узлы с индексами [[100]] и [[001]] и проведем через эти узлы прямую (рисунок *а*).

Если бы прямая проходила через начало координат, то индексы ее направления совпадали бы с индексами узла, ближайшего к началу координат, через который проходит прямая. Заданная прямая не проходит через начало координат. Но этого можно достигнуть, перенеся начало координат в один из узлов, через которые проходит прямая.



а *б* *в*

Если перенести начало координат в узел $\left[\left[100\right]\right]$ (рисунок *б*), то узел, лежащий на той же прямой и ближайший к выбранному началу координат, будет иметь индексы $\left[\left[\bar{1}01\right]\right]$, а искомое направление в этом случае определится индексами $\left[\bar{1}01\right]$. Если же начало координат перенести в узел $\left[\left[001\right]\right]$ (рисунок *в*), то соответственно индексы искомого направления будут $\left[10\bar{1}\right]$. Итак, индексы искомого направления в кристалле $\left[\bar{1}01\right]$ или $\left[10\bar{1}\right]$.

2. Не всегда легко определить, как изменятся индексы узлов при переносе начала координат. Поэтому рассмотрим аналитический метод решения данной задачи.

Запишем в общем виде уравнение прямой, проходящей через узлы с индексами $\left[\left[m_1 n_1 p_1\right]\right]$ и $\left[\left[m_2 n_2 p_2\right]\right]$:

$$\frac{x - m_1}{m_2 - m_1} = \frac{y - n_1}{n_2 - n_1} = \frac{z - p_1}{p_2 - p_1}. \qquad (1)$$

Величины, стоящие в знаменателе, пропорциональны направляющим косинусам прямой. Но так как эти величины целочисленны, то они будут являться индексами направления.

Подставляя в знаменатели выражения (1) значения индексов узлов: $m_1 = 1$, $n_1 = 0$, $p_1 = 0$ и $m_2 = 0$, $n_2 = 0$, $p_2 = 1$, получим значения индексов направления:

$$m_2 - m_1 = 0 - 1 = -1;$$
$$n_2 - n_1 = 0 - 0 = 0;$$
$$p_2 - p_1 = 1 - 0 = 1.$$

Таким образом, искомые индексы направления $\left[\bar{1}01\right]$.

Из теории известно, что, если у всех трех индексов, определяющих направление прямой в решетке, изменить знаки на противоположные, то новые, полученные таким образом, индексы, будут определять то же самое направление. Поэтом индексы $\left[\bar{1}01\right]$ и индексы $\left[10\bar{1}\right]$, полученные при первом способе, определяют одно и то же направление в решетке и в этом смысле тождественны.

Пример 10. Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислить удельную теплоемкость c алюминия при постоянном объеме и температуре $T = 200$ К. Характеристическую температуру Эйнштейна принять для алюминия $\theta_{\mathrm{E}} = 300$ К.

Решение

Удельная теплоемкость c вещества может быть выражена через килоатомную теплоемкость C_A соотношением

$$c = \frac{C_A}{A}, \tag{1}$$

где A – килоатом.

Килоатомная теплоемкость при постоянном объеме по теории Эйнштейна выражается формулой

$$C_A = 3R\left(\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}\right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}} - 1\right)^2}. \tag{2}$$

Подставив в формулу (1) выражение (2) килоатомной теплоемкости, получим

$$c = \frac{3R}{A}\left(\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}\right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_{\mathrm{E}}}{T}} - 1\right)^2}. \tag{3}$$

Выпишем все величины, входящие в формулу (3), в единицах СИ: $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль · К); $A = 27$ кг/кмоль; $\theta_{\mathrm{E}} = 300$ К; $T = 200$ К.

Подставим эти значения в формулу (3) и произведем вычисления:

$$c = \frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3}{27}\left(\frac{300}{200}\right)^2 \frac{e^{\frac{300}{200}}}{\left(e^{\frac{300}{200}} - 1\right)^2} = 770 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}\cdot$$

Пример 11. Вычислить максимальную энергию μ_0 (энергию Ферми*), которую могут иметь свободные электроны в металле (медь) при абсолютном нуле. Принять, что на каждый атом меди приходится по одному электрону.

Решение

Максимальная энергия μ_0, которую могут иметь электроны в металле при абсолютном нуле, связана с концентрацией n свободных электронов соотношением

$$\mu_0 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{\frac{2}{3}}, \qquad (1)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π; m – масса электрона.

Концентрация свободных электронов по условию задачи равна концентрации атомов, которая может быть найдена по формуле

$$n = \rho\frac{N_{\text{A}}}{A},$$

где ρ – плотность меди; N_{A} – число Авогадро; A – килоатом.

Подставляя выражение концентрации в формулу (1), получим

$$\mu_0 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2\rho\frac{N_{\text{A}}}{A}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Подставим числовые значения величин в эту формулу и произведем расчет:

$$\mu_0 = \frac{\left(1{,}054\cdot10^{-34}\right)^2}{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}}\left[3\left(3{,}14\right)^2\cdot8{,}9\cdot10^3\,\frac{6{,}02\cdot10^{26}}{64}\right]^{\frac{2}{3}} =$$

$$= 1{,}18\cdot10^{-18}\ \text{Дж} = 7{,}4\ \text{эВ}.$$

Пример 12. Некоторый примесный полупроводник имеет решетку типа алмаза и обладает только дырочной проводимостью. Определить концентрацию дырок n_p и их подвижность μ_p, если

---

* Величина, называемая энергией Ферми или уровнем Ферми, в научной и учебной литетратуре обозначается буквами E_i, W_i, ε_i.

постоянная Холла $R_{\text{H}} = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл. Удельная проводимость полупроводника $\sigma = 110$ См/м.

Решение

Концентрация дырок n_p связана с постоянной Холла в случае полупроводников с решеткой типа алмаза, обладающих носителями только одного знака, формулой

$$R_{\text{H}} = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{en_p}, \tag{1}$$

где e – элементарный заряд.

Отсюда

$$n_p = \frac{3\pi}{8}\frac{1}{eR_{\text{H}}}. \tag{2}$$

Выпишем все величины в единицах СИ: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл; $R_{\text{H}} = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^3/Кл.

Подставим числовые значения величин в формулу (2) и найдем

$$n_p = \frac{3 \cdot 3{,}14}{8}\frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-4}} = 1{,}9 \cdot 10^{22}\ \text{м}^{-3}.$$

Удельная проводимость σ полупроводников выражается формулой

$$\sigma = e\left(n_n\mu_n + n_p\mu_p\right), \tag{3}$$

где n_n и n_p – концентрации электронов и дырок; μ_n и μ_p их подвижности.

При отсутствии электронной проводимости в формуле (3) первое слагаемое в скобках равно нулю, поэтому

$$\sigma = en_p\mu_p.$$

Отсюда искомая подвижность

$$\mu_p = \frac{\sigma}{en_p}. \tag{4}$$

Подставим в формулу (4) выражение (2):

$$\mu_p = \frac{8}{3\pi}\sigma R_{\text{H}}. \qquad (5)$$

Используя числовые значения в единицах СИ, по формуле (5) найдем

$$\mu_p = \frac{8}{3\pi}\cdot 110\cdot 3{,}8\cdot 10^{-4} = 3{,}6\cdot 10^{-2}\ \text{м}/(\text{В}\cdot\text{с}).$$

Пример 13. Киломольная магнитная восприимчивость окиси хрома Cr_2O_3 $\chi_{\text{кмоль}} = +5{,}8\cdot 10^{-5}$ $\text{м}^3/\text{кмоль}$. Определить магнитный момент молекулы Cr_2O_3 (в магнетонах Бора), если плотность окиси хрома $\rho = 5{,}2\cdot 10^3$ $\text{кг}/\text{м}^3$, температура $T = 300$ К.

Решение

Магнитная восприимчивость χ парамагнитных веществ выражается по теории Ланжевена формулой

$$\chi = \mu_0 n \frac{p_m^2}{3kT}, \qquad (1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; n – концентрация молекул; p_m – магнитный момент молекулы; T – температура по абсолютной шкале; k – постоянная Больцмана.

Учитывая, что

$$n = \rho\frac{N_{\text{A}}}{\mu},$$

из формулы (1) получим

$$\chi = \mu_0 \rho \frac{N_{\text{A}}}{\mu}\frac{p_m^2}{3kT}. \qquad (2)$$

Выражая магнитную восприимчивость χ через киломольную магнитную восприимчивость $\chi_{\text{кмоль}}$ $\left(\chi = \frac{\rho}{\mu}\chi_{\text{кмоль}}\right)$ и сокращая на ρ и μ, найдем

$$\chi_{\text{кмоль}} = \mu_0 N_{\text{A}}\frac{p_m^2}{3kT}.$$

Отсюда

$$p_m = \sqrt{\frac{3kT\chi_{\text{кмоль}}}{\mu_0 N_{\text{А}}}}. \qquad (3)$$

Проведем вычисления по формуле (3):

$$p_m = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 5{,}8 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}} = 3{,}09 \cdot 10^{-23}\,\text{А} \cdot \text{м}^2.$$

Выразим ответ в магнетонах Бора $(\mu_{\text{Б}})$. Так как $\mu_Б = 0{,}927 \cdot 10^{-23}$ $\text{А} \cdot \text{м}^2$, то

$$p_m = \frac{3{,}09 \cdot 10^{-23}}{0{,}927 \cdot 10^{-23}} \mu_{\text{Б}} = 3{,}34\mu_{\text{Б}}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.

Ответ: 12,1 эВ.

2. Определить первый потенциал возбуждения φ_1 атома водорода.

Ответ: 10,2 В.

3. Вычислить длину волны де Бройля λ для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 22{,}5$ В.

Ответ: 2,58 Å.

4. Вычислить длину волны де Бройля λ для протона, движущегося со скоростью $v = 0{,}6c$ (c – корость света в вакууме).

Ответ: $1{,}76 \cdot 10^{-5}$ Å.

5. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию $E_{\min}$ электрона, движущегося внутри сферической области диаметром $l = 1$ Å.

Ответ: 15 эВ.

6. Если допустить, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, то какова будет относительная неопределенность $\Delta p / p$ импульса этой частицы?

Ответ: 0,16.

7. Электрон находится в прямоугольном потенциальном ящике с непроницаемыми стенками. Ширина ящика $l = 2$ Å, энергия электрона в ящике E=37,8 эВ. Определить номер n энергетического уровня и значение волнового вектора k.

Ответ: 2; $3{,}14 \cdot 10^{10}$ м$^{-1}$.

8. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу: 1) в средней трети ящика; 2) в крайней трети ящика?

Ответ: $\dfrac{1}{0{,}609}$; $\dfrac{2}{0{,}195}$.

9. Вычислить энергию связи $E_{св}$ ядра дейтерия ${}_1\mathrm{H}^2$ и трития ${}_1\mathrm{H}^3$.

Ответ: 2,22 МэВ; 8,47 МэВ.

10. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_4\mathrm{Be}^9 + {}_2\mathrm{H}^4 \to$ $\to {}_6\mathrm{C}^{12} + {}_0 n^1$.

Ответ: 5,71 МэВ.

11. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_3\mathrm{Li}^6 + {}_1\mathrm{H}^1 \to$ $\to {}_2\mathrm{He}^3 + {}_2\mathrm{He}^4$.

Ответ: 4,03 МэВ.

12. Определить число N атомов радиоактивного препарата йода ${}_{53}\mathrm{J}^{131}$ массой $m = 0{,}1$ мкг, распавшихся в течение одной минуты и в течение одной недели.

Ответ: $1{,}38 \cdot 10^{11}$; $1{,}04 \cdot 10^{15}$.

13. Определить активность радиоактивного препарата ${}_{38}\mathrm{Sr}^{90}$ массой $m = 0{,}1$ мкг.

Ответ: $1{,}47 \cdot 10^{-5}$ Ки.

14. Сколько атомов приходится на одну элементарную ячейку кубической решетки: 1) примитивной (простой); 2) объемоцентрированной; 3) гранецентрированной?

Ответ: 1; 2; 4.

15. Определить плотность ρ кристалла неона при 20 К, если известно, что решетка гранецентрированная, кубической сингонии, а постоянная решетки $a = 4{,}52$ Å при той же температуре.

Ответ: $1{,}46 \cdot 10^3$ кг/м^3.

16. Плоскость в кубической решетке задана индексами Миллера $\left[0\bar{1}\bar{1}\right]$. Найти кристаллографические индексы, определяющие направление нормали к плоскости.

Ответ: $\left[011\right]$.

17. Определить частоту ν колебаний атомов серебра по теории теплоемкости Эйнштейна, если характеристическая температура серебра $\theta_E = 165$ К.

Ответ: $3{,}44 \cdot 10^{12}$ Гц.

18. Определить среднюю энергию $< \varepsilon >$ линейного одномерного квантового осциллятора при температуре $T = \theta_E$ $\left(\theta_E = 200 \text{ К}\right)$.

Ответ: $1{,}61 \cdot 10^{-21}$ Дж.

19. Определить теплоту Q, необходимую для нагревания меди массой $m = 100$ г от $T_1 = 10$ К до $T_2 = 20$ К. Характеристическая температура Дебая для меди $\theta_D = 320$ К. Считать условие $T_2 \ll \theta_D$ выполненным.

Ответ: 3,48 Дж.

20. Выразить среднюю квадратичную скорость $v_{кв}$ через максимальную скорость v_{max} электронов в металле при абсолютном нуле.

Ответ: $v_{кв} = \sqrt{3/5}\, v_{max}$.

21. Металл находится при абсолютном нуле. Определить относительное число электронов, энергии которых отличаются от энергии Ферми на 2 %.

Ответ: 0,03.

22. Подвижность электронов в германии n-типа $\mu_n = 3{,}7 \cdot 10^3 \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$. Определить постоянную Холла $R_\text{Н}$, если удельное сопротивление полупроводника $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ Ом $\cdot$ м.

Ответ: $7 \cdot 10^{-3}$ м^3/Кл.

23. Грамм-атомная магнитная восприимчивость марганца $\chi_{\text{ат}} = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ см^3/г $\cdot$ ат. Вычислить магнитную восприимчивость χ (на единицу объема) марганца в единицах СИ.

Ответ: $8{,}3 \cdot 10^{-4}$.

24. Определить магнитный момент p_m молекулы кислорода (в магнетонах Бора), если при нормальных условиях парамагнитная восприимчивость единицы объема $\chi = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ (в СИ).

Ответ: $2{,}8\mu_\text{Б}$.

Контрольная работа 6

Студент-заочник должен решить восемь задач того варианта, указанного в таблице, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

Вариант	Номера задач							
0	601	615	632	640	647	660	680	686
1	603	613	636	641	644	655	683	690
2	606	616	634	638	646	659	679	685
3	602	614	635	642	645	656	684	689
4	605	617	633	637	648	657	681	688
5	602	616	631	639	644	658	681	687
6	604	614	636	640	645	659	684	685

Вариант	Номера задач							
7	601	617	633	641	647	656	680	687
8	603	615	634	637	643	657	679	690
9	606	618	632	642	646	658	682	689

Задачи

601. Найти наибольшую λ_{max} и наименьшую λ_{min} длины волн в первой инфракрасной серии водорода (серия Пашена).

602. Определить энергию ε фотона, испускаемого атомом водорода при переходе электрона со второй орбиты на первую.

603. Определить максимальную энергию ε_{max} фотона серии Пашена в спектре излучения атомарного водорода.

604. Электрон в атоме водорода находится на втором энергетическом уровне. Определить кинетическую $E_к$, потенциальную $E_п$ и полную E энергии электрона. Ответ выразить в электронвольтах.

605. Вычислить по теории Бора частоту ν обращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом $n = 3$.

606. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 1215$ Å. Вычислить по теории Бора радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

607. В однозарядном ионе гелия электрон перешел со второго энергетического уровня на первый. Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом гелия.

608. Вычислить по теории Бора радиус r_1 первой боровской орбиты и скорость v_1 электрона на этой орбите для иона He^+.

609. Определить первый потенциал φ_1 возбуждения и энергию ионизации E_i иона He^+, находящегося в основном состоянии.

610. Сколько длин волн де Бройля уложится на третьей орбите однократно ионизированного возбужденного атома гелия?

611. Электрон обладает кинетической энергией $E_к = 0,51$ МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия $E_к$ электрона возрастет вдвое?

612. Определить кинетическую энергию $E_к$ электрона, дебройлевская длина волны которого равна комптоновской длине.

613. Определить длины волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 100$ В.

614. Электрон обладает кинетической энергией $E_к = 100$ эВ. Определить величину дополнительной энергии ΔE, которую необходимо сообщить электрону, чтобы дебройлевская длина волны уменьшилась вдвое.

615. Определить дебройлевскую длину волны λ электрона, кинетическая энергия которого $E_к = 1,02$ МэВ.

616. Определить скорость υ электрона, при которой длина волны де Бройля $\lambda = 0,01$ Å.

617. Вычислить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, равную: 1) 1 кВ; 2) 1 МВ.

618. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы дебройлевская длина волны λ была равна: 1) 1 Å; 2) 0,001 Å?

619. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью $\Delta x = 1$ мкм.

620. Определить неопределенность Δx координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $v = 2,0 \cdot 10^6$ м/с, если неопределенность скорости $\Delta v = 0{,}1\, v$. Сравнить полученную неопределенность с диаметром d атома водорода, вычисленным по теории Бора для основного состояния, и указать, применимо ли понятие траектории в данном случае.

621. Электрон с кинетической энергией $E_к = 10$ эВ находится в металлической пылинке диаметром $d = 1$ мкм. Оценить (в процентах) относительную неопределенность скорости электрона.

622. Если допустить, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, то какова будет относительная неопределенность $\Delta p_x / p_x$ импульса этой частицы?

623. Электрон находится в потенциальном ящике шириной $l = 2$ Å. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальную кинетическую энергию $E_{\min}$, которой может обладать электрон в этом ящике.

624. Используя соотношение неопределенностей $\Delta x \Delta p \geq \hbar$, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять диаметр атома $d = 1$ Å.

625. Частица находится в потенциальном ящике. Найти отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n,n+1}$ к энергии E_n частицы в трех случаях: 1) $n=3$; 2) $n=10$; 3) $n \to \infty$.

626. Электрон находится в потенциальном ящике шириной $l = 5$ Å. Определить в электронвольтах наименьшую разность ΔE энергетических уровней электрона.

627. Собственная функция, описывающая состояние частицы в потенциальном ящике имеет вид $\psi_n(x) = C \sin \frac{\pi n}{l} x$. Используя условие нормировки, вычислить постоянную C, если ширина ящика $l = 2$ Å.

628. Частица в потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии ($n=2$). Определить, в каких точках интервала

$(0 < x < l)$ плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значение.

629. Электрон находится в потенциальном ящике шириной l. В каких точках в интервале $(0 < x < l)$ плотность вероятности нахождения электрона на первом и втором энергетическом уровне одинакова? Вычислить значение плотности вероятности для этих точек. Решение пояснить графически.

630. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность ω обнаружить частицу в средней трети ящика?

631. Какова наименьшая энергия $E_{\min}$, которую нужно затратить для расщепления ядра ${}_4\mathrm{Be}^9$ на отдельные нуклоны?

632. Найти удельную энергию $E_{\text{уд}}$ связи (энергию связи, рассчитанную на один нуклон) ядра ${}_5\mathrm{Be}^{11}$.

633. Определить дефект массы Δm и энергию связи $E_{\text{св}}$ ядра, состоящего из четырех протонов и трех нейтронов.

634. Во сколько раз отличается удельная энергия связи (энергия связи, рассчитанная на один нуклон) для ядер ${}_2\mathrm{He}^3$ и ${}_1\mathrm{H}^3$?

635. Во сколько раз отличается удельная энергия связи (энергия связи, рассчитанная на один нуклон) для ядер ${}_3\mathrm{Li}^7$ и ${}_4\mathrm{Be}^7$?

636. Какую минимальную энергию $E_{\min}$ нужно затратить, чтобы удалить из ядра ${}_2\mathrm{He}^4$: 1) один нейтрон; 2) один протон? Объяснить, почему эти энергии различны.

637. Вычислить энергию ядерной реакции

$${}_3\mathrm{Li}^7 + {}_1\mathrm{H}^1 \rightarrow {}_4\mathrm{Be}^7 + {}_0n^1 .$$

Освобождается или поглощается эта энергия?

638. Вычислить энергию ядерной реакции

$$ {}_1\mathrm{H}^3 + {}_1\mathrm{H}^2 \to {}_2\mathrm{He}^4 + {}_0n^1 \ . $$

Освобождается или поглощается эта энергия?

639. Вычислить энергию ядерной реакции

$$ {}_8\mathrm{O}^{16} + {}_1\mathrm{H}^2 \to {}_7\mathrm{N}^{14} + {}_2\mathrm{He}^4 . $$

Освобождается или поглощается эта энергия?

640. Вычислить энергию ядерной реакции

$$ {}_3\mathrm{Li}^7 + {}_1\mathrm{H}^1 \to {}_2\mathrm{H}e^4 + {}_0\mathrm{He}^4 . $$

Указать, освобождается или поглощается энергия при этой реакции.

641. Вычислить энергию ядерной реакции

$$ {}_7\mathrm{N}^{14} + {}_0n^1 \to {}_1\mathrm{H}^1 + {}_6\mathrm{C}^{14} . $$

Указать, освобождается или поглощается энергия при этой реакции.

642. Вычислить энергию ядерной реакции

$$ {}_1\mathrm{H}^3 + {}_1\mathrm{H}^2 \to {}_2\mathrm{He}^4 + {}_0n^1 . $$

Указать, освобождается или поглощается энергия при этой реакции.

643. Определить массу m препарата изотопа кобальта-60, имеющего активность $a = 1$ Ки.

644. Определить число N ядер, распадающихся в радиоактивном препарате церия ${}_{53}\mathrm{Ce}^{144}$ массой $m = 1$ мг в течение времени: 1) $t_1 = 1$ сутки; 2) $t_2 = 1$ год.

645. Во сколько раз уменьшится активность препарата актиния-225 через 1 месяц?

646. Счетчик β-частиц, установленный вблизи препарата фосфора-32, при первом измерении регистрировал 6400 частиц в минуту, а через 10 суток – только 4000. Определить период T полураспада фосфора-32.

647. Из каждого миллиарда атомов препарата радиоактивного изотопа каждую секунду распадается 1600 атомов. Определить период T полураспада.

648. Активность a препарата некоторого изотопа за время $t = 5$ сут уменьшилась на 30 %. Определить период T полураспада этого препарата.

649. Определить энергию β-распада ядра трития ${}_1\mathrm{H}^3$.

650. Определить энергию β-распада ядра углерода ${}_6\mathrm{C}^{14}$.

651. Определить наименьшую энергию, необходимую для разделения ядра углерода ${}_6\mathrm{C}^{12}$ на три одинаковые части.

652. Фотон с энергией $\varepsilon = 5$ МэВ превратился в пару электрон – позитрон. Принимая, что кинетическая энергия частиц одинакова, определить кинетическую энергию каждой частицы.

653. Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии T = 0,24 МэВ, при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию ε каждого фотона и соответствующую ему длину волны λ.

654. Нейтральный π-мезон (π°), распадаясь, превращается в два одинаковых γ-фотона. Определить энергию γ-фотона. Кинетической энергией и импульсом мезона пренебречь.

655. Определить число Z элементарных ячеек в единице объема кристалла бария (решетка объемоцентрированная кубическая). Плотность ρ бария считать известной.

656. Определить число Z элементарных ячеек в единице объема кристалла меди (решетка гранецентрированная кубическая). Плотность ρ меди считать известной.

657. Найти плотность кристалла неона, если известно, что решетка гранецентрированная кубическая. Постоянная решетки $a = 4{,}51$ Å.

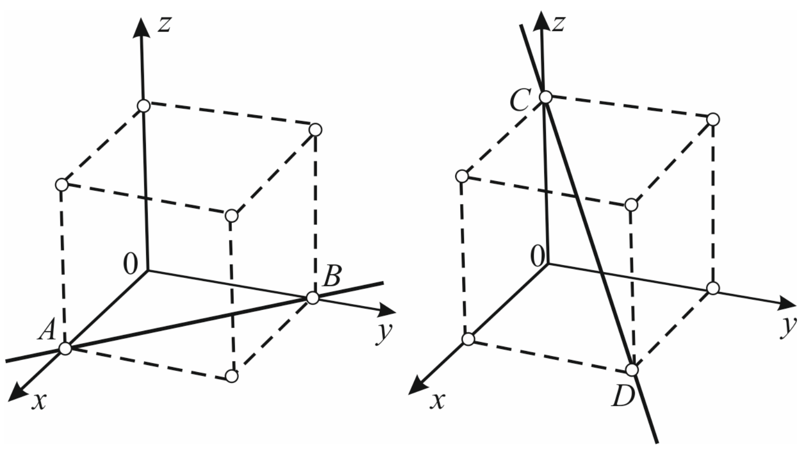
658. Определить плотность ρ кальция (решетка гранецентрированная кубическая), если расстояние d между ближайшими атомами равно 3,93 Å .

659. Никель имеет гранецентрированную кубическую решетку. Определить параметр a решетки и расстояние d между ближайшими соседними атомами. Плотность ρ никеля считать известной.

660. Ванадий имеет объемоцентрированную кубическую решетку. Определить параметр a решетки и расстояние d между ближайшими соседними атомами. Плотность ρ ванадия считать известной.

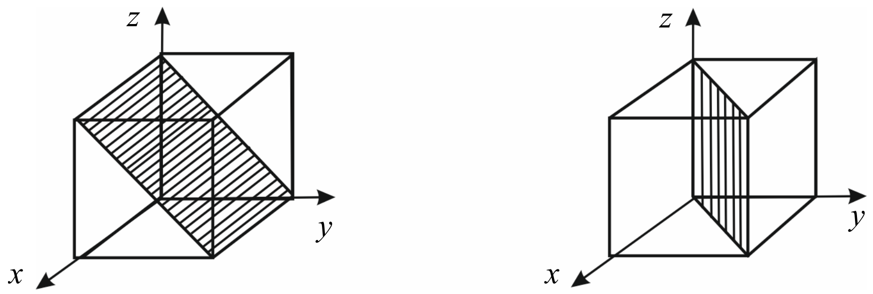
661. Написать индексы направления прямой, проходящей через два узла с кристаллографическими индексами $\left[\left[11\bar{1}\right]\right]$ и $\left[\left[111\right]\right]$.

662. Написать индексы направления прямых AB и CD, изображенных на рисунке. Решетка простоя кубическая.



а *б*

663. Написать индексы Миллера для плоскостей, изображенных на рисунке. Решетка простая кубическая.



664. Плоскость проходит через узлы $\left[\left[\bar{1}00\right]\right]$, $\left[\left[0\bar{1}0\right]\right]$, $\left[\left[00\bar{1}\right]\right]$ кубической решетки. Написать индексы Миллера для этой плоскости.

665. Система плоскостей в примитивной кубической решетке задана индексами Миллера (121). Найти наименьшие отрезки, отсекаемые плоскостью на осях координат, и изобразить эту плоскость графически.

666. Система плоскостей примитивной кубической решетки задана индексами (111). Определить расстояние между соседними плоскостями, если параметр решетки $a = 4$ Å.

667. Найти отношение средней энергии $<\varepsilon_{кв}>$ линейного одномерного осциллятора, вычисленной по квантовой теории, к энергии $<\varepsilon_{кл}>$ такого же осциллятора, вычисленной по классической теории. Вычисление произвести для двух температур: 1) $T = \theta_E$, 2) $T = \frac{1}{2}\theta_E$, где θ_E – характеристическая температура Эйнштейна.

668. Система, состоящая из $N = 10^{20}$ трехмерных квантовых осцилляторов, находится при температуре $T = \theta_E$ $\left(\theta_E = 250 \text{ К}\right)$. Определить энергию E системы.

669. Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, определить коэффициент β упругости связи атомов в кристалле алюминия. Принять для алюминия $\theta_E = 300$ К.

670. Вычислить по теории Эйнштейна теплоемкость C_V алмаза массой $m=1$ г при температуре $t=27\ ^\circ\mathrm{C}$. Принять для алмаза характеристическую температуру Эйнштейна $\theta_\mathrm{E}=1200$ К.

671. Вычислить по теории Дебая теплоемкость цинка массой $m=1$ г при температуре $T=10$ К. Принять для цинка характеристическую температуру Дебая $\theta_\mathrm{D}=300$ К. Считать условие $T \ll \theta_\mathrm{D}$ выполненным.

672. Определить теплоту Q, необходимую для нагревания кристалла калия массой $m=100$ г от температуры $T_1=2$ К до температуры $T_2=4$ К. Принять характеристическую температуру Дебая для калия $\theta_\mathrm{D}=100$ К и считать условие $T \ll \theta_\mathrm{D}$ выполненным.

673. Определить концентрацию свободных электронов в металле (при $T=0$), при которой уровень Ферми $\mu_0=1$ эВ.

674. Определить отношение $\dfrac{n_1}{n_2}$ концентрации свободных электронов (при $T=0$) в литии и цезии. Уровни Ферми в этих металлах соответственно $\mu_{01}=4{,}7$ эВ и $\mu_{02}=1{,}5$ эВ.

675. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ электронов в металле при абсолютном нуле, если уровень Ферми $\mu_0=5$ эВ.

676. Полагая, что на каждый атом меди в кристалле приходится по одному свободному электрону, определить максимальную энергию $E_{\max}$ электронов при абсолютном нуле.

677. Определить долю свободных электронов в металле при абсолютном нуле, энергии которых меньше $\dfrac{1}{2}E_{\max}$.

678. Найти среднее значение кинетической энергии $\langle E_\text{к} \rangle$ электронов в металле при абсолютном нуле, если уровень Ферми $\mu_0=8$ эВ.

679. Собственный полупроводник (германиевый) имеет при некоторой температуре удельное сопротивление $\rho = 0{,}5\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Определить концентрацию n носителей тока, если подвижность электронов $\mu_n = 0{,}38\ \text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и дырок $\mu_p = 0{,}18\ \text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

680. Удельное сопротивление ρ кремния с примесями равно $10^{-2}\ \text{Ом}\cdot\text{м}$. Определить концентрацию n_p дырок и их подвижность μ_p. Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью и постоянная Холла $R_\text{H} = 4\ \text{м}^3/\text{Кл}$.

681. Тонкая пластинка из кремния шириной $b=2$ см помещена перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B=0{,}5$ Тл). При плотности тока $\delta = 2\ \text{мкА}/\text{мм}^2$, направленной вдоль пластины, холловская разность потенциалов $U_\text{H} = 2{,}8\ \text{В}$. Определить концентрацию n носителей тока.

682. Концентрация n носителей тока в кремнии равна $5\cdot 10^{10}\ \text{см}^{-3}$, подвижность электронов $\mu_n = 0{,}15\ \text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и дырок $\mu_p = 0{,}05\ \text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Определить сопротивление r кремниевого стержня длиной $l=2$ см и сечением $S = 1\ \text{мм}^2$.

683. Подвижность электронов и дырок в кремнии соответственно $\mu_n = 1{,}5\cdot 10^2\ \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и $\mu_p = 5\cdot 10^2\ \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Вычислить постоянную Холла R_H для кремния, если его удельное сопротивление $\rho = 6{,}2\cdot 10^{-2}\ \text{Ом}\cdot\text{м}$.

684. Перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого $B=0{,}1$ Тл, помещена тонкая пластинка из германия. Ширина пластинки $b=4$ см. Определить плотность тока δ, при которой холловская разность потенциалов достигнет значения $U_\text{H} = 0{,}5\ \text{В}$. Постоянную Холла R_H для германия принять равной $0{,}3\ \text{м}^3/\text{Кл}$.

685. Определить намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора $\mu_Б$ и концентрация атомов $n = 6 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$.

686. Удельная магнитная восприимчивость висмута $\chi_{уд} = -1{,}3 \cdot 10^{-9}$ м^3/кг. Определить магнитную восприимчивость χ и килоатомную восприимчивость $\chi_{кат}$.

687. Грамм-атомная магнитная восприимчивость алюминия $\chi = 1{,}65 \cdot 10^{-5}$ см^3/г$\cdot$ат. Определить его магнитную восприимчивость χ и магнитную проницаемость μ.

688. Молекула NO имеет магнитный момент $p_m = 1{,}8\,\mu_Б$ ($\mu_Б$ – магнетон Бора). Определить удельную парамагнитную восприимчивость газообразной окиси азота при нормальных условиях.

689. Вычислить среднее число магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа, если при насыщении намагниченность железа $J_{нас} = 1{,}85 \cdot 10^6$ А/м.

690. При температуре $T_1 = 300$ К и магнитной индукции $B_1 = 0{,}5$ Тл была достигнута определенная намагниченность парамагнетика. Определить магнитную индукцию B_2, при которой сохранится та же намагниченность, если температуру повысить до $T_2 = 450$ К.

Приложение 1. О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, являются большей частью приближенными.

К таким величинам относятся, в частности, многие константы, приводимые в справочниках. Например, для нормального ускорения свободного падения в справочниках дается значение $981\,\text{см}/\text{с}^2$, для отношения длины окружности к диаметру – 3,14, для массы электрона – $9{,}1\cdot 10^{-28}$ г и т. п. При более точном вычислении или измерении эти величины составляют $g = 980{,}665\ \text{см}/\text{с}^2$, $\pi = 3{,}1416$, $m =$ $= 9{,}106\cdot 10^{-28}$ г. Однако и эти значения являются приближенными или в силу недостаточной точности измерения, или в силу того, что получены путем округления еще более точных значений.

Очень часто неопытные лица пытаются при вычислениях получить такую точность результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной трате труда и времени.

Рассмотрим пример. Пусть требуется определить плотность ρ вещества некоторого тела. При взвешивании тела на весах с точностью до 0,01 г определили его массу

$$m = (9{,}38 \pm 0{,}01)\ \text{г}.$$

Затем с точностью до $0{,}01\,\text{см}^3$ был измерен объем тела

$$V = (3{,}46 \pm 0{,}01)\ \text{см}^3.$$

Без критического подхода к вычислениям можно получить такой результат:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9{,}38}{3{,}46} = 2{,}71098...\ \text{г}/\text{см}^3.$$

Но числа 9,38 и 3,46 приближенные. Последние цифры в этих числах сомнительные. Эти числа при измерении могли быть получены такими: первое − 9,39 или 9,37, второе−3,45 или 3,47. В самом деле, при взвешивании с указанной выше точностью могла возникнуть ошибка на 0,01 как в сторону увеличения массы, так и в сторону ее уменьшения. То же самое в отношении объема.

Таким образом, плотность тела, если ее вычислять с точностью до пятого десятичного знака, как это сделано выше, могла оказаться

$$\rho = \frac{9,39}{3,45} = 2,70028... \text{ г}/\text{см}^3$$

или

$$\rho = \frac{9,37}{3,47} = 2,72174... \text{ г}/\text{см}^3 .$$

Сравнение всех трех результатов показывает, что они отличаются уже вторыми десятичными знаками и достоверным является лишь первый десятичный знак, а второй – сомнительным. Цифры, выражающие остальные десятичные знаки, совершенно случайны и способны лишь ввести в заблуждение пользующегося вычисленными результатами. Следовательно, работа по вычислению большинства знаков затрачена впустую.

Во избежание бесполезных затрат труда и времени принято вычислять, кроме достоверных знаков, еще только один сомнительный.

В рассмотренном примере надо было вести расчет до второго десятичного знака:

$$\rho = \frac{9,38}{3,46} = 2,71... \text{ г}/\text{см}^3 .$$

Приближенные вычисления следует выполнять с соблюдением следующих правил.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр* в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из приближенных данных.

---

* Значащими называются все цифры, кроме нуля, а также и нуль в двух случаях: 1) когда он стоит между значащими цифрами; 2) когда он стоит в конце числа и когда неизвестно, что единиц соответствующего разряда в данном числе не имеется.

Например, при сложении чисел

$$\begin{array}{r} 4,462 \\ + \\ 2,38 \\ + \\ 1,17273 \\ + \\ 1,0262 \\ \hline 9,04093 \end{array}$$

следует сумму округлить до сотых долей, т. е. принять ее равной 9,04.

2. При умножении следует округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр.

Например, вместо умножения чисел

$$3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846$$

следует умножать

$$3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2.$$

В окончательном результате необходимо оставлять такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления. В промежуточных результатах следует сохранять на одну значащую цифру больше. Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

3. При возведении в квадрат или в куб следует в степени брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.

Например,

$$1,32^2 \approx 1,74.$$

4. При извлечении квадратного или кубического корня в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении. Например,

$$\sqrt{1,17 \cdot 10^{-8}} \approx 1,08 \cdot 10^{-4}.$$

5. При вычислении сложных выражений следует применять указанные правила в соответствии с видом производимых действий.

Например, в выражении

$$\frac{(3,2+17,062)\sqrt{3,7}}{5,1\cdot 2,007\cdot 10^3}$$

сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две.

Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трех значащих цифр:

$$\frac{(3,2+17,062)\sqrt{3,7}}{5,1\cdot 2,007\cdot 10^3} \approx \frac{20,3\cdot 1,92}{10,3\cdot 10^3} \approx \frac{39,0}{10,3\cdot 10^3} \approx 3,79\cdot 10^{-3}.$$

После округления результата до двух значащих цифр получаем $3,8\cdot 10^{-3}$.

Полезно запомнить следующие приближенные равенства (для случая, когда $a \ll 1$) и пользоваться ими:

$$(1\pm a)^2 \approx 1\pm 2a;$$

$$(1\pm a)^3 \approx 1\pm 3a;$$

$$\sqrt{1\pm a} \approx 1\pm \frac{a}{2};$$

$$\sqrt[3]{1\pm a} \approx 1\pm \frac{a}{3}.$$

Приложение 2. Справочные таблицы

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Нормальное ускорение свободно падающих тел	g	$9{,}81\ \text{м/с}^2$
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2)$
Число Авогадро	$N_\text{А}$	$6{,}02\cdot10^{26}\ \text{кмоль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	$8{,}31\cdot10^{3}\ \text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{кмоль})$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}\ \text{Дж/К}$
Элементарный электрический заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}\ \text{м/с}$
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}\ \text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К}^4)$
Постоянная смещения Вина	C'	$2{,}89\cdot10^{-3}\ \text{м}\cdot\text{К}$
Постоянная второго закона Вина	C''	$1{,}30\cdot10^{-5}\ \text{Вт}/(\text{м}^3\cdot\text{К}^{-5})$
Постоянная Планка	h $\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$	$6{,}62\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}$ $1{,}05\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}$
Постоянная Ридберга (для атома водорода ${}_1\text{H}^1$).	R	$1{,}097\cdot10^{7}\ \text{м}^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	r_1	$0{,}529\cdot10^{-10}\ \text{м}$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43\cdot10^{-12}$ (0,0243 Å)
Магнетон Бора	$\mu_\text{Б}$	$0{,}927\cdot10^{-23}\ \text{Дж/Тл}$
Энергия ионизации атома водорода	E_1	$2{,}18\cdot10^{-18}\ \text{Дж}\ (13{,}6\ \text{эВ})$
Углеродная единица массы	у.е.	$1{,}660\cdot10^{-27}\ \text{кг}$
Коэффициент пропорциональности между энергией и массой	c^2	$9\cdot10^{16}\ \text{Дж/кг}=$ $=931\ \text{МэВ/у.е.}$

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Среднее значение
Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м

3. Плотности твердых тел

Металл	Плотность, кг/м^3	Металл	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}7 \cdot 10^{3}$	Медь	$8{,}9 \cdot 10^{3}$
Барий	$3{,}5 \cdot 10^{3}$	Никель	$8{,}9 \cdot 10^{3}$
Ванадий	$6{,}0 \cdot 10^{3}$	Свинец	$11{,}3 \cdot 10^{3}$
Висмут	$9{,}8 \cdot 10^{3}$	Серебро	$10{,}5 \cdot 10^{3}$
Железо	$7{,}8 \cdot 10^{3}$	Цезий	$1{,}9 \cdot 10^{3}$
Литий	$0{,}53 \cdot 10^{3}$	Цинк	$7{,}1 \cdot 10^{3}$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (4 °С)	$1{,}00 \cdot 10^{3}$
Глицерин	$1{,}26 \cdot 10^{3}$
Ртуть	$13{,}6 \cdot 10^{3}$
Спирт	$0{,}80 \cdot 10^{3}$
Сероуглерод	$1{,}26 \cdot 10^{3}$

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72
Мыльная вода	40
Ртуть	500
Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0\cdot10^{-10}$
Водород	$2{,}3\cdot10^{-10}$
Гелий	$1{,}9\cdot10^{-10}$
Кислород	$2{,}7\cdot10^{-10}$

8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0
Стекло	7,0
Вода	81
Масло трансформаторное	2,2

9. Удельное сопротивление

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$
Медь	$1{,}7\cdot10^{-8}$
Нихром	$1{,}1\cdot10^{-8}$
Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$

10. Энергия ионизации

Металл	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-8}$	10,4

11. Подвижность ионов в газах, $м^2/(В \cdot с)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1{,}27 \cdot 10^{-4}$	$1{,}81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$	$7{,}4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1{,}4 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$

12. Показатель преломления

Вещество	Показатель
Алмаз	2,42
Вода	1,33
Глицерин	1,47
Стекло	1,50

13. Работа выхода электронов

Металл	A, Дж	A, эВ
Калий	$3{,}5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4 \cdot 10^{-19}$	4,0

14. Относительные атомные массы A_r (округленные значения) и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7
Алюминий	Al	27	13
Аргон	Ar	40	18
Барий	Ba	137	56
Ванадий	V	60	23
Водород	H	1	1
Вольфрам	W	184	74
Гелий	He	4	2
Железо	Fe	56	26
Золото	Au	197	79
Калий	K	39	19
Кальций	Ca	40	20
Кислород	O	16	8
Магний	Mg	24	12
Марганец	Mn	55	25
Медь	Cu	64	29
Молибден	Mo	96	42
Натрий	Na	23	11
Неон	Ne	20	10
Никель	Ni	59	28
Олово	Sn	119	50
Платина	Pt	195	78
Ртуть	Hg	201	80
Сера	S	32	16
Серебро	Ag	108	47
Углерод	C	12	6
Уран	U	238	92
Хлор	Cl	35	17

15. Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^{0}_{1}n$	1,00867
Водород	${}^{1}_{1}\mathrm{H}$	1,00783
	${}^{2}_{1}\mathrm{H}$	2,01410
	${}^{3}_{1}\mathrm{H}$	3,01605
Гелий	${}^{3}_{2}\mathrm{He}$	3,01603
	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$	4,00260
Литий	${}^{6}_{3}\mathrm{Li}$	6,01513
	${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$	7,01601
Бериллий	${}^{7}_{4}\mathrm{Be}$	7,01693
	${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$	9,01219
Бор	${}^{10}_{5}\mathrm{B}$	10,01294
	${}^{11}_{5}\mathrm{B}$	11,00930
Углерод	${}^{12}_{6}\mathrm{C}$	12,00000
	${}^{13}_{6}\mathrm{C}$	13,00225
	${}^{14}_{6}\mathrm{C}$	14,00324
Азот	${}^{14}_{7}\mathrm{N}$	14,00307
Кислород	${}^{16}_{8}\mathrm{O}$	15,99491
	${}^{17}_{8}\mathrm{O}$	16,99913

16. Периоды полураспада изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	${}^{225}_{89}\mathrm{Ac}$	10 сут
Йод	${}^{131}_{53}\mathrm{I}$	8 сут
Кобальт	${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$	5,3 г.
Магний	${}^{27}_{12}\mathrm{Mg}$	10 мин
Радий	${}^{226}_{86}\mathrm{Ra}$	1620 лет
Радон	${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$	3,8 сут
Стронций	${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$	27 лет
Фосфор	${}^{32}_{15}\mathrm{P}$	14,3 сут
Церий	${}^{144}_{58}\mathrm{Ce}$	285 сут

17. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		F_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральный π-мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

18. Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
Основные единицы				
Длина	L	метр	м	
Масса	M	килограм	кг	
Время	T	секунда	с	
Сила электрического тока	I	ампер	А	
Термодинамическая температура	Θ	кельвин	К	
Количество вещества	N	моль	моль	
Сила света	J	кандела	кд	
Дополнительные единицы				
Плоский угол		радиан	рад	
Телесный угол		стерадиан	ср	
Производные единицы				
Частота	T^{-1}	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Давление, механическое напряжение	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	$L^{2}MT^{-2}$	джоуль	Дж	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность, поток энергии	$L^{2}MT^{-3}$	ватт	Вт	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3}$
Количество электричества (электрический заряд)	TI	кулон	Кл	$с \cdot А$

Электрическое напряжение, электрический потенциал, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	м^2·кг·с$^{-3}$·А$^{-1}$
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	м$^{-2}$·кг$^{-1}$·с^4·А^2
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	м^2·кг·с$^{-3}$·А$^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	м$^{-2}$·кг$^{-1}$·с^3·А^2
Магнитный поток	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	м^2·кг·с$^{-2}$·А$^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	кг·с$^{-2}$·А$^{-1}$
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	м^2·кг·с$^{-2}$·А$^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	кд·ср
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	м$^{-2}$·кд·ср
Активность изотопа (активность нуклида в радиоактивном источнике)	T^{-1}	беккерель	Бк	с$^{-1}$
Поглощенная доза излучения	L^2I^{-2}	грей	Гр	м^2·с$^{-2}$

Примечания

1. Кроме температуры Кельвина (обозначение T), допускается применять также температуру Цельсия (обозначение t), определяемую выражением $t = T - T_0$, где $T_0 = 273{,}15$ К. Температура Кельвина выражается в кельвинах, температура Цельсия – в градусах Цельсия (обозначение международное и русское °С). По размеру градус Цельсия равен кельвину.
2. Интервал или разность температур Кельвина выражают в кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия

19. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}
пэта	П	10^{15}
тера	Т	10^{12}
гига	Г	10^{9}
мега	М	10^{6}
кило	к	10^{3}
гекто	г	10^{2}
дека	да	10^{1}
деци	д	10^{-1}
санти	с	10^{-2}
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}
фемто	ф	10^{-15}
атто	а	10^{-18}

20. Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв
Α, α	альфа
Β, β	бета
Γ, γ	гамма
Δ, δ	дэльта
Ε, ε	эпсилон
Ζ, ζ	дзета
Η, η	эта
Θ, θ	тэта
Ι, ι	йота
Κ, κ	каппа
Λ, λ	ламбда
Μ, μ	мю
Ν, ν	ню
Ξ, ξ	кси
Ο, ο	омикрон
Π, π	пи
Ρ, ρ	ро
Σ, σ	сигма
Τ, τ	тау
ϒ, υ	ипсилон
Φ, φ	фи
Χ, χ	хи
Ψ, ψ	пси
Ω, ω	омега

Оглавление

Учебное издание

Климов Александр Сергеевич
Быков Виталий Иванович

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Учебно-методическое пособие

Подписано в печать 10.04.2024. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 12,79. Тираж 100 экз. Заказ № 60.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники»

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (3822) 533018.