

Черкашин М.В.

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ

учебно-методическое пособие

издание третье, переработанное и дополненное

Томск
2025

Министерство науки и высшего образования РФ

**Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники (ТУСУР)**

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании
(КСУП)

Черкашин М.В.

Модели и методы анализа проектных решений

учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных работ, самостоятельной работы и
курсового проекта

ТОМСК – 2025

УДК 004.94(07)
ББК 32.844
Ч 483

Черкашин, Михаил Владимирович
Ч 483 Модели и методы анализа проектных решений: учебно-методическое пособие, – 3-е изд. перераб. и доп. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2025. – 209 с.

Учебно-методическое пособие является руководством для выполнения самостоятельной и лабораторных работ, а также курсового проекта по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений».

В пособии представлено краткое описание программы схемотехнического моделирования Micro-CAP, а также даны теоретическая часть, задания, порядок выполнения и примеры выполнения лабораторных работ, самостоятельной работы и курсового проекта.

Предназначено для студентов высших учебных заведений технических специальностей.

УДК 004.94(07)
ББК 32.844

Черкашин Михаил Владимирович

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ
учебно-методическое пособие
по выполнению самостоятельной работы, лабораторных работ
и курсового проекта

Одобрено на заседании кафедры компьютерных систем в управлении и проектировании,
протокол № 11 от 14 мая 2025 года

© Черкашин М.В., 2025
© Том. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2025

Содержание

1	Введение.....	4
1.1	Порядок изучения дисциплины	4
1.2	Задачи изучения дисциплины	4
2	Лабораторные работы	5
2.1	Общие указания	5
2.2	Лабораторная работа 1 – Знакомство с пакетом программ схемотехнического моделирования Micro-Cap	5
2.3	Лабораторная работа 2 – Моделирование радиоэлектронного устройства (функционального узла) с помощью программы Micro-Cap	50
2.4	Лабораторная работа 3 – Расчет и моделирование усилительного каскада на биполярном транзисторе	65
2.5	Лабораторная работа 4 – Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях	114
2.6	Лабораторная работа 5 – Оценивание параметров математических моделей технических объектов на основе метода наименьших квадратов	167
3	Самостоятельная работа – Построение моделей цепей на основе прямых методов формирования систем уравнений.....	183
3.1	Общие указания	183
3.2	Пример выполнения расчетной работы.....	183
3.3	Варианты заданий к расчетной работе.....	190
4	Курсовая работа.....	198
4.1	Вводные указания	198
4.2	Общие требования к содержанию отчета к КР.....	199
4.3	Указания к оформлению отчета.....	200

1. Введение

1.1 Порядок изучения дисциплины

Цель изучения курса «Модели и методы анализа проектных решений» состоит в изучении общих принципов моделирования и методов построения математических моделей технических объектов в САПР, методов и алгоритмов анализа радиоэлектронных схем и устройств (РЭУ), современных средств моделирования и проектирования электронных устройств.

В ходе изучения дисциплины предусматривается изучение лекционного материала, выполнение самостоятельных (контрольных), лабораторных и курсовой работ.

1.2 Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины студенты должны:

- знать теоретические основы построения математических моделей объектов проектирования в САПР, алгоритмов и методов их анализа;
- уметь получать математические модели компонентов радиоэлектронных цепей и устройств, разрабатывать алгоритмы и программы для моделирования РЭУ;
- иметь навыки схемотехнического моделирования РЭУ с помощью специализированных программ, а также решения практических задач по расчету радиоэлектронных цепей и устройств, построению моделей элементов РЭУ с помощью специализированных математических пакетов.

2. Лабораторные работы

2.1 Общие указания

Целью выполнения лабораторных работ является закрепление на практике теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплины «Модели и методы анализа проектных решений», изучение основных принципов моделирования радиоэлектронных устройств, а также освоение программы схемотехнического моделирования Micro-Cap, как типичного представителя САПР для электронных цепей и устройств.

Данное методическое пособие содержит краткое описание программы Micro-CAP 12, которая рекомендуется для выполнения лабораторных работ. Данная версия Micro-CAP, доступна для скачивания на сайте (<https://gotroot.ca/spectrum/www.spectrum-soft.com/download/download.html>). Хотя эти версии Micro-Cap имеют ряд ограничений (так называемые evaluation-версии), они вполне подходят для освоения принципов работы с программой и выполнения контрольных и лабораторных работ.

По результатам выполнения каждой лабораторной работы оформляется отчет, который должен содержать:

- вариант и формулировку задания к работе;
- результаты моделирования в виде расчетов, графиков и необходимых пояснений;
- выводы о проделанной работе.

Отчет оформляется согласно требованиям ОС ТУСУР (<https://regulations.tusur.ru/#/documents/87>) в электронном виде с применением текстового редактора MS Word (или аналогичного).

2.2 Лабораторная работа 1 – Знакомство с программой схемотехнического моделирования Micro-Cap

Целью первой лабораторной работы является знакомство с программой схемотехнического моделирования Micro-Cap [1], освоение графического редактора для ввода электрической схемы и исследование частотных и переходных характеристик усилительного каскада на биполярном транзисторе.

Ограниченнную демо-версию программы Micro-Cap можно скачать с сайта фирмы-разработчика Spectrum-software (www.spectrum-software.com). Данная демо-версия не позволяет строить схемы с более чем 50 элементами, также отключены некоторые дополнительные возможности: параметрическая оптимизация, построение 3D графиков, синтез фильтров порядка выше, чем три и др. Однако для наших целей ее возможностей вполне достаточно. Кроме

того, она содержит большое количество примеров работы с системой Micro-Cap (вызывается через команду главного меню **Help>Demos...**)

Студентам предлагается выполнить данную работу самостоятельно.

2.2.1 Состав программы Micro-Cap

По умолчанию программа устанавливается на диск c:\, после установки дистрибутива Micro-Cap 12 (в дальнейшем MC12) программа располагается в трех каталогах, в которых размещаются следующие файлы:

1) Корневой каталог MC12:

- DEMO.MC12 – файл, в котором записаны демонстрационные примеры, помогающие начинающему пользователю освоить работу в среде программы. Они вызываются через меню **Help>Demos....**. Для правильной работы demo-примеров в подменю **File>Path** для файлов схем DATA должен быть установлен путь ...\\MC12\\DATA. Остановить работу demo-примера (для чтения поясняющих сообщений на английском языке можно с помощью нажатия клавиши <PAUSE>), возобновить воспроизведение – с помощью нажатия любой клавиши. Рассмотрев подробно работу demo-примеров в замедленном режиме (используя клавишу <PAUSE>), начинающий пользователь (предполагается лишь наличие у него знаний по основам электроники) может освоить все особенности работы с системой;
- DEMO.PKG – ограниченная библиотека упаковки компонентов (необходима для создания списков соединений схем, передаваемых в программы разработки печатных плат);
- DEMO.CMP – ограниченная библиотека компонентов;
- FILTER.BIN – бинарный файл, необходимый для синтеза фильтров.
- IMPORT.CMP – расширенная библиотека компонентов, здесь хранится и информация о компонентах, созданных пользователем в процессе работы с пакетом.
- IMPORT.SHP – расширенная библиотека условных графических обозначений (УГО) символов компонентов, здесь хранится и информация об УГО компонентов, созданных пользователем в процессе работы с пакетом;
- MC12DEMO.EXE (MC12.EXE) – собственно программа MC12, ее исполняемый модуль;
- MC12.CHM – встроенная помощь для программы MC12;
- MCAP.DAT – файл конфигурации программы MC12. Создается автоматически после первого запуска программы, в частности, в нем указываются полные имена подкаталогов, аналогичных подкаталогам \\DATA и \\LIBRARY, установленных с помощью подменю **File>Path** в которых

хранятся схемы, отчеты о результатах моделирования и файлы моделей компонентов;

- STANDARD.CMP – стандартная библиотека компонентов;
- STANDARD.PKG – стандартная библиотека упаковки компонентов (необходима для создания списков соединений схем, передаваемых в программы разработки печатных плат);
- STANDARD.SHP – стандартная библиотека условных графических обозначений (УГО) символов компонентов.

А также в данном каталоге содержатся некоторые другие вспомогательные файлы, необходимые для работы программы (их состав зависит от версии MC).

2) Подкаталоги DATA и LIBRARY:

В подкаталоге **MC12\DATA** хранятся файлы схем и результатов моделирования. По умолчанию принято следующее соглашение о расширениях имен файлов:

.AMC – текстовые файлы статистической обработки расчетов частотных характеристик при разбросе параметров по методу Монте-Карло;

.ANO – текстовый файл результатов расчета частотных характеристик, в который занесена информация о параметрах компонентов, режиме по постоянному току и таблице выходных переменных, отмеченных в меню **AC Analysis Limits**;

.ASA – бинарный файл результатов расчетов частотных характеристик;

.CIR – файлы описания схем в формате Micro-Cap. Именно такие файлы создаются пользователем при помощи графического редактора, и загружаются из каталога ...**MC12\DATA** для различных видов анализа;

.CKT – файлы описания схем и заданий на моделирование на языке SPICE;

.DMC – текстовые файлы статистической обработки расчетов передаточных функций по постоянному току при разбросе параметров по методу Монте-Карло;

.DNO – текстовый файл результатов расчета передаточных характеристик, в который занесена информация о параметрах компонентов, режиме по постоянному току и таблице выходных переменных, отмеченных в меню **DC Analysis Limits**;

.DSA – бинарный файл результатов расчетов передаточных характеристик;

.ERR – перечень ошибок упаковки компонентов;

.JED – файл программирования логических матриц в формате JEDEC;

.NET – текстовые файлы списков соединений для переноса схем на печатные платы;

.RES – значения сопротивлений резисторов, назначенных при проведении расчетов по методу Монте-Карло с учетом заданной величины разброса tolerance (формируется программой).

.S2P – текстовые файлы S-параметров линейных четырехполюсников;

.SEN – текстовый файл результатов расчета чувствительностей по постоянному току;

.STM – текстовые файлы цифровых сигналов;

.SVV – текстовые файлы значений переменных состояния, создаваемые редактором **State Variables Editor**;

.TMC – текстовые файлы статистической обработки расчетов переходных процессов при разбросе параметров по методу Монте-Карло;

.TNO – текстовые файлы результатов расчета переходных процессов, в который занесена информация о параметрах компонентов, режиме по постоянному току и таблице выходных переменных, отмеченных в меню **Transient Analysis Limits**;

.TSA – бинарные файлы результатов расчетов переходных процессов;

.USR – текстовые файлы дискретных отсчетов выборок сигналов.

В подкаталоге **MC12\LIBRARY** хранятся файлы математических моделей компонентов. По умолчанию принято следующее соглашение о расширениях имен файлов:

.CAP – значения емкостей конденсаторов, назначенных при проведении расчетов по методу Монте-Карло с учетом заданной величины разброса tolerance (формируется программой);

.CIR – макромодели электронных компонентов, оформленные в виде подсхем;

.INC – содержание этого текстового файла включается в задание на моделирование;

.INX – индексный файл библиотек математических моделей компонентов;

.LBR – сокращенные бинарные файлы библиотек математических моделей компонентов, созданных подпрограммой MODEL, без сохранения экспериментальных данных; просматриваются и редактируются с помощью программы MC12;

.LIB – текстовые файлы библиотек математических моделей компонентов в формате SPICE; просматриваются и редактируются программой MC12 и любым текстовым редактором;

.MAC – макромодели электронных компонентов, оформленные в виде подсхем (Аналогично .CIR);

.MDL – полные бинарные файлы библиотек математических моделей компонентов, созданных подпрограммой MODEL, с сохранением экспериментальных данных;

.MOD – текстовые файлы математических моделей отдельных компонентов в формате SPICE;

.USR – текстовые файлы дискретных отсчетов выборок сигналов.

NOM.LIB – файл с перечнем загружаемых по умолчанию библиотек математических моделей компонентов (текстовый файл, который создается при инсталляции программы MC12 и может быть отредактирован пользователем);

NOM_LIB.INX – индексный файл библиотек математических моделей компонентов (создается программой);

Запуск программы MC12 производится двойным щелчком мыши по



пиктограмме (ярлыку) на рабочем столе или из главного меню Windows «ПУСК».

2.2.2 Основное окно программы MC12

После запуска программы MC12 на экране появится основное окно программы, (см. рис. 2.1) сверху которого помещена строка системного меню, в которой размещены имена основных команд: **File, Edit, Component, Windows, Options, Analysis, Design, Model, Help**. Ниже под этой строкой расположены панели инструментов с пиктограммами кнопок команд. Вызов большинства команд может быть выполнен с помощью трех равноценных вариантов: с помощью команды меню, комбинации «горячих» клавиш или кнопки на панели инструментов.

Окно программы на рис. 2.1 разделено на две части выбором в меню **Windows** команды **Split Horizontal**, чтобы в нижнем окне просмотреть (и при необходимости отредактировать) текстовое описание математических моделей компонентов схемы: в данном примере в данном окне заданы параметры источника синусоидального сигнала my_sin и параметры модели биполярного транзистора 2N2222Z.

Для начала необходимо ознакомиться с примерами, которые имеются в составе demo-версии программы MC12. Для вызова демонстрации необходимо использовать команду системного меню **Help** (см. рис. 2.2). Перед выполнением данной работы настоятельно рекомендуется ознакомиться со

следующими примерами: **Schematic...** – основные принципы рисования схем в редакторе MC12; **Analysis...** – пример выполнения основных видов моделирования электронной схемы; **Stepping...** – пример многовариантного анализа при вариации параметров элементов схемы, а также **General...** в котором демонстрируются основные принципы работы в программе MC12. Для более подробного знакомства с Micro-CAP рекомендуется использовать дополнительную литературу.

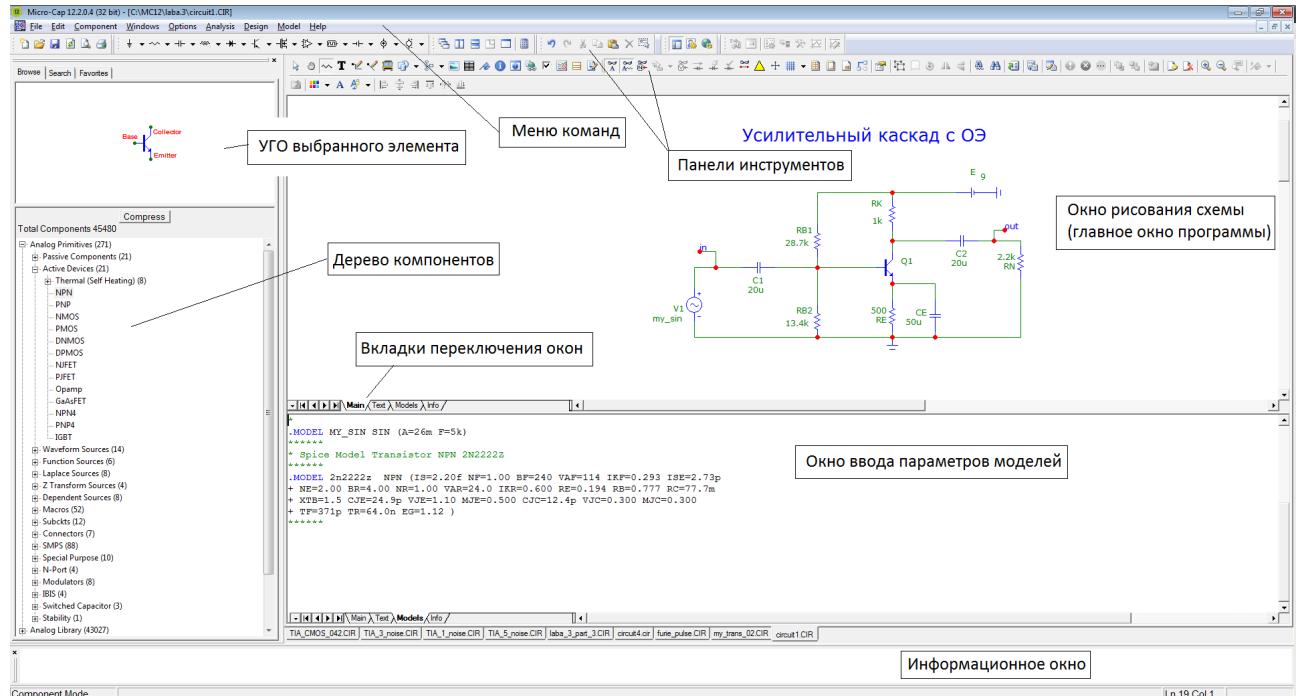


Рисунок 2.1 – Главное окно программы Micro-Cap 12

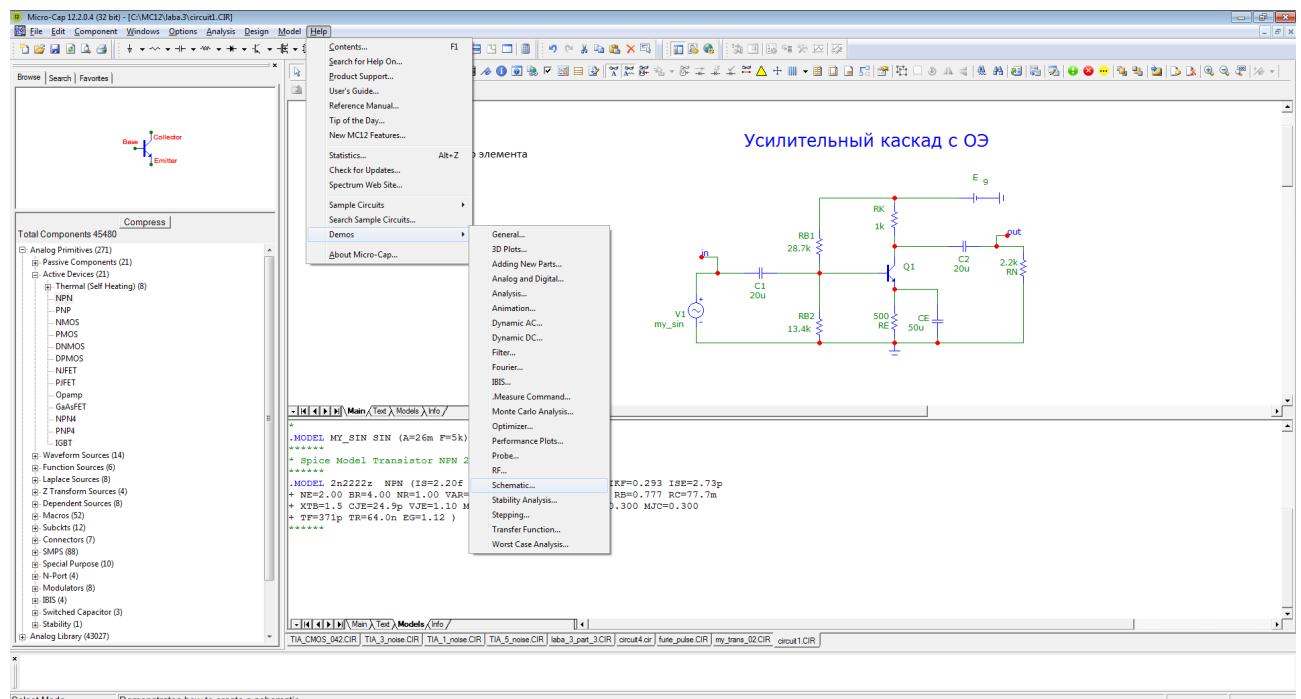


Рисунок 2.2 – Запуск demo-примера командой **Help>Demos>Schematic...**

2.2.3 Работа с редактором схемы

Начало работы с программой MC12. После загрузки программы в системном меню главного окна MC12 (см. рис. 2.1), необходимо выбрать команду системного меню **File > New... (Ctrl+N)**, которая вызывает диалоговое окно **New** (см. рис. 2.3) в котором предлагается сделать выбор для создания нового документа:

- **Schematic File (.cir)** – создание нового чертежа схемы, который заносится в файл с расширением .CIR;
- **Macro File (.mac)** – создание нового файла с описанием макромодели (файл с расширением .MAC);

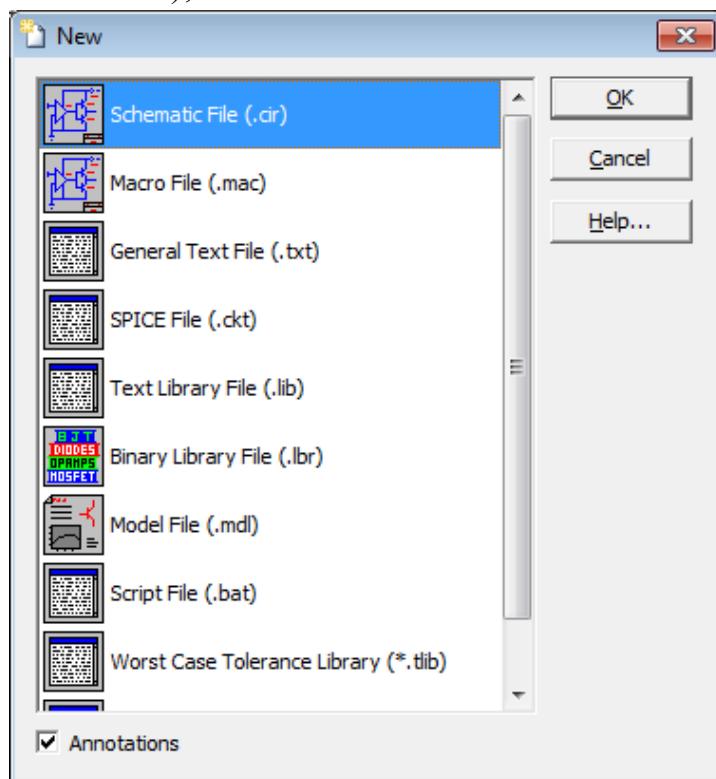


Рисунок 2.3 – Диалоговое окно **New**

- **General Text File (.txt)** – создание нового текстового файла с описанием схемы (файл будет иметь расширение .TXT);
- **SPICE File (.ckt)** – новый текстовый файл с описание схемы в формате языка SPICE;
- **Text Library File (.lib)** – создание нового файла с библиотеками компонентов в тестовом формате языка PSPICE (расширение файла будет .LIB);
- **Binary Library File (.lbr)** – создание нового бинарного файла библиотек (расширение файла будет .LBR). В этом файле размещаются модели биполярных транзисторов (BJT), полевых транзисторов (JFET), МОП-

транзисторов (MOSFET), арсенид-галлиевых полевых транзисторов (GaAsFET), биполярных транзисторов с изолированным затвором (IBGT), диодов (Diode), источников синусоидальных сигналов (Sinusoidal), источников импульсных сигналов (Pulse), операционных усилителей (Opamp), линий передачи с потерями (TRN), магнитных сердечников (Core), конденсаторов (Capacitor), индуктивностей (Inductor), резисторов (Resistor), ключей, управляемых напряжением (S) и током (W):

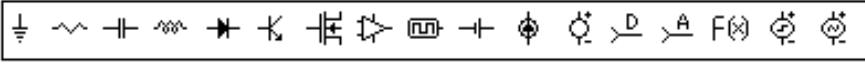
– **Model File (.mdl)** – новый файл для формирования и оптимизации параметров моделей компонентов MC12 (эти файлы создаются с помощью подпрограммы MODEL).

Загрузка существующей схемы. Для загрузки уже существующих документов (схем, моделей компонентов и др.) следует выбрать команду меню **File>Open (Ctrl+O)**. При этом в окне редактора схем будет показано содержимое документа, который планируется открыть.

Ввод новой схемы

Если создается новый файл, то необходимо выбрать пункт меню **File>New... (горячая клавиша – Ctrl+N)** или нажать на кнопку  . При этом появится новое окно в редакторе схем MC12 (см. рис. 2.1). После этого можно приступить к построению схемы.

Чертеж схемы создается добавлением в окно редактора компонентов цепи из панели элементов (или системного меню) и их объединением между собой с помощью проводников или других элементов. В качестве примера рассмотрим построение и анализ схемы усилительного каскада на биполярном транзисторе (см. рис. 2.1).

Компоненты, из которых строится схема, могут выбираться либо через главное системное меню **Components...**, либо через дерево компонентов (при этом можно пользоваться вкладкой поиска Search), либо через кнопки на панели инструментов:  которые содержат наиболее часто используемые компоненты.

При добавлении каждого компонента в схему необходимо задать его атрибуты: позиционное обозначение (наименование в схеме), которое осуществляется автоматически, но впоследствии его можно изменить, номинальное значение и (или) модель. Для задания этих параметров открывается специальное окно (см. рис. 2.4). Для всех компонентов Micro-Cap эти окна имеют примерно одинаковую структуру. Для большинства пассивных компонентов модель указывать не обязательно (хотя, возможно и такое). Если указана модель, то активными становятся поля с ее параметрами в нижней

части окна (на рис. 2.4 не показаны).

Особенность MC12 в отличие от более ранних версий – возможность задания паразитных параметров пассивных компонентов. Например, для резистора можно задать не только сопротивление, но также емкость и индуктивность (CP и LS). Эти параметры задаются в модели резистора. Если модель не указана, то паразитные емкость и индуктивность считаются равными нулю и не учитываются при моделировании.

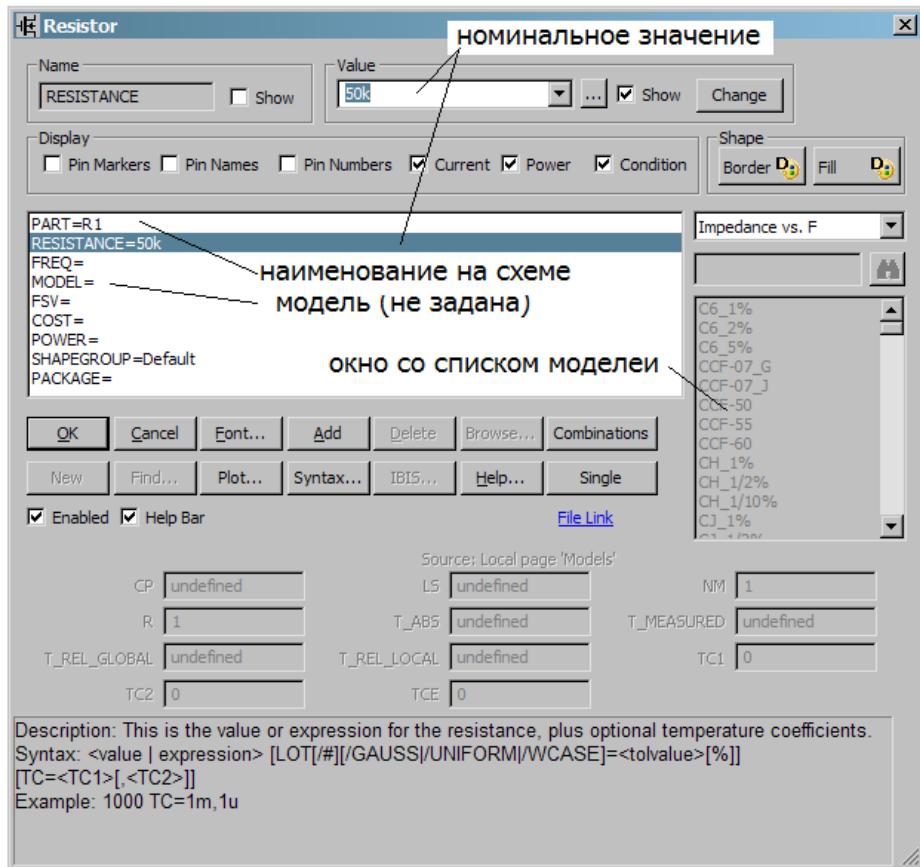


Рисунок 2.4 – Диалоговое окно для ввода параметров пассивных компонентов
(в данном случае компонент - **Resistor**)

В простейшем случае, например для резистора достаточно задать его сопротивление ($100 = 100 \text{ Ом}$, $2.3\text{k} = 2.3\text{E}3 = 2.3 \text{ кОм}$). Следует обратить внимание, что целая часть числа отделяется от дробной точкой, а не запятой!

Ввод номинальных значений компонентов осуществляется в системе СИ, за исключением катушки с магнитным (нелинейным) сердечником. Номинальные значения компонентов задаются либо непосредственно в численном виде (например, 2600 или 10.2), либо в показательной форме (2.3E3 или 2.3e-3), либо условными буквенными обозначениями (50k или 1.25MEG). Используются следующие буквенные обозначения для десятичных множителей (см. табл. 2.1).

Таблица 2.1 - Буквенные обозначения множителей (суффиксы) для численных значений

10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^3	10^6	10^9	10^{12}
фемто	пико	нано	микро	милли	кило	мега	гига	тера
F (f)	P (p)	N (n)	U (u)	M (m)	K (k)	MEG (meg)	G (g)	T (t)

Следует обратить внимание, что в Micro-Cap большая буква M означает не «мега» (как принято в ЕСКД), а «милли». Обозначение «микро» буквой u обусловлено наибольшим сходством ее начертания с греческой буквой μ , которая используется в западных стандартах для обозначения множителя 10^{-6} .

Для всех активных и некоторых пассивных компонентов обязательно нужно задавать модель. Модель выбирается из списка в правой части окна. Если на этапе построения схемы непонятно, какую модель нужно использовать или нужной модели нет в списке, можно использовать обобщенную модель для данного типа компонента — \$Generic (она, как правило, идет первой в списке). В дальнейшем ее можно будет заменить на любую другую.

Для построения схемы усилительного каскада нам понадобятся следующие компоненты:

- биполярный транзистор – компонент NPN (тип транзистора 2N2222Z);
- шесть резисторов – компонент Resistor;
- батарея питания – компонент Battery;
- три конденсатора – компонент Capacitor;
- источник гармонического сигнала – компонент Sine Source.

Выведите изображения этих элементов на экран, задав соответствующие параметры (номинальные значения), так как это показано на рис. 2.1. Для этого следует выполнить следующие действия:

1) Выберите на панели компонентов или в окне дерева компонентов биполярный транзистор **Analog Primitives>Active Devices>NPN** (биполярный транзистор n-p-n). Курсор мыши примет вид УГО транзистора. Затем перенесите изображение транзистора в центр окна редактора, нажатием на левую кнопку мыши изображение элемента фиксируется в выбранной точке экрана. Не отпуская левой кнопки мыши можно перемещать изображение компонента в окне редактора. Для изменения ориентации положения изображения, необходимо не отпуская левой кнопки мыши, нажать на правую кнопку. Это приводит к повороту УГО компонента на 90 градусов. При необходимости можно включить отображение сетки в окне редактора (кнопка на .

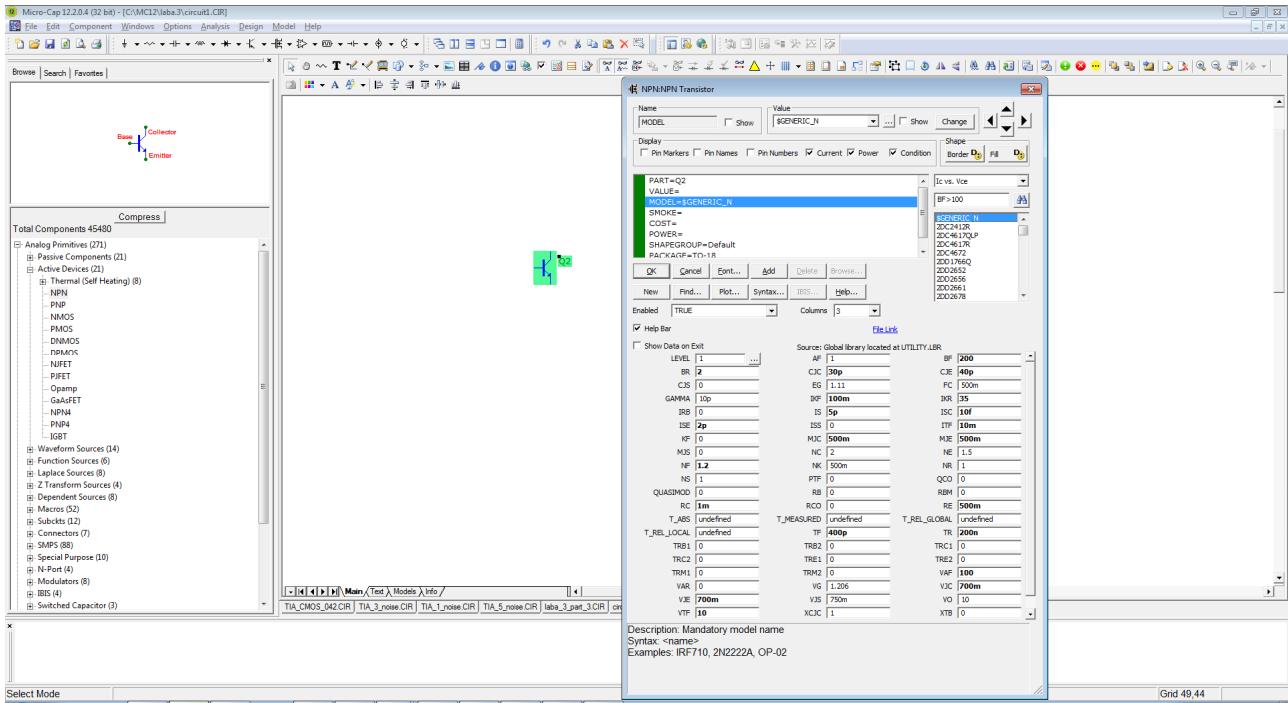


Рисунок 2.5 – Выбор биполярного транзистора из дерева компонентов

Зафиксируйте изображение транзистора в окне редактора. В появившемся диалоговом окне параметров модели транзистора (рис. 2.6) из списка доступных моделей транзисторов выберите \$Generic_N. При этом параметру MODEL будет присвоено имя выбранного из списка моделей (MODEL=\$Generic_N). Можно выбрать уже существующую модель транзистора из встроенной библиотеки (например, 2N2222A).

Необходимо также задать наименование элемента, т.е. присвоить параметру PART некоторой значение. Для этого необходимо выбрать строку PART= из списка параметров модели, и в поле ввода VALUE записать/выбрать необходимое значение, по умолчанию биполярные транзисторы имеют обозначение Q<N>, где N – номер транзистора в схеме (например, PART = Q2). Если в схеме устройства несколько транзисторов, то значения параметра PART у них должны быть разными (например, Q1, Q2, Q3 и т.д.). При этом все транзисторы могут быть одного типа, т.е. для них параметр MODEL= будет одинаковый.

При необходимости можно задать свою модель транзистора (или любого другого элемента). Для этого следует параметру MODEL= задать новое значение (не присутствующее в списке) и отредактировать (изменить) все параметры новой модели.

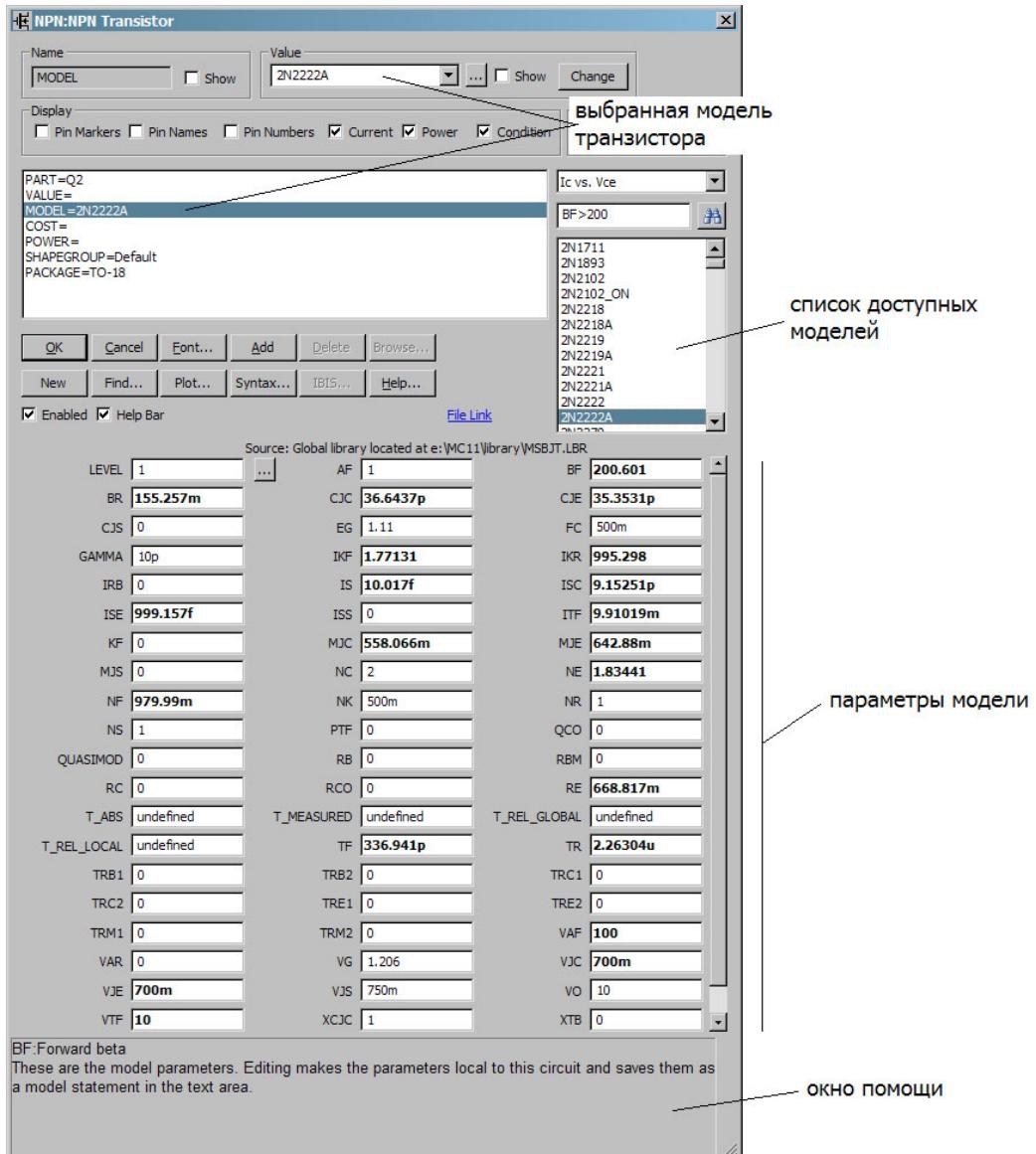


Рисунок 2.6 – Диалоговое окно ввода параметров модели транзистора

Также можно задать свою модель через текстовый файл формата SPICE. Для этого в окне **Models** (переключается с помощью вкладки внизу окна редактора) необходимо набрать (или скопировать) текстовое описание новой модели (см. рис. 2.7). Например, для транзистора 2N2222Z оно выглядит следующим образом (описание модели транзистора 2N2222 взято с сайта <http://www.centralsemi.com>):

```
*****
* Spice Model NPN 2N2222Z
*****
.MODEL 2n2222z NPN (IS=2.20f NF=1.00 BF=240 VAF=114 IKF=0.293 ISE=2.73p
+ NE=2.00 BR=4.00 NR=1.00 VAR=24.0 IKR=0.600 RE=0.194 RB=0.777 RC=77.7m
+ XTB=1.5 CJE=24.9p VJE=1.10 MJE=0.500 CJC=12.4p VJC=0.300 MJC=0.300
+ TF=371p TR=64.0n EG=1.12 )
*****
```

Если теперь снова открыть окно параметров модели транзистора (нажав два раза на его изображении в окне редактора), то в списке доступных моделей увидим новое имя – 2N2222Z. Однако данная модель будет доступна только при загрузке текущего документа (схемы). Если нужно, чтобы она по умолчанию присутствовала в списке доступных моделей при каждом новом запуске MC12, следует сохранить ее в отдельный текстовый файл с расширением .LIB и поместить его в каталог MC12\LIBRARY. Также следует добавить имя этого файла внутри списка подключаемых по умолчанию библиотек в файле NOM.LIB.

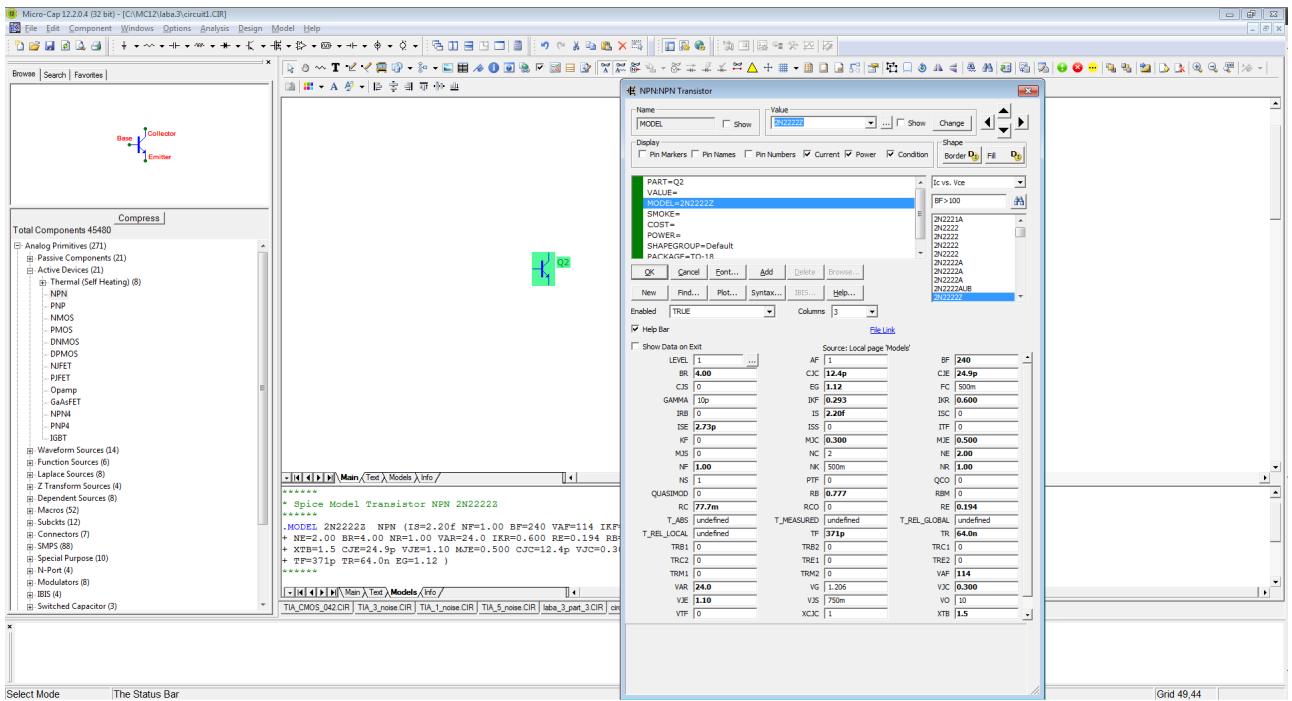


Рисунок 2.7 – Ввод собственной модели транзистора 2N2222Z

2) Далее на панели компонентов (или через команды меню **Component**) выберите элемент с именем **RESISTOR** (резистор), перенесите его в окно графического редактора и разместите относительно транзистора в соответствии со схемой, приведенной на рис. 2.1. В появившемся диалоговом окне параметров элемента (рис. 2.8) задайте номинальное значение выбранного резистора в соответствии со схемой на рис. 2.1. Также может быть изменено обозначение резистора на схеме, редактированием параметра **PART**.

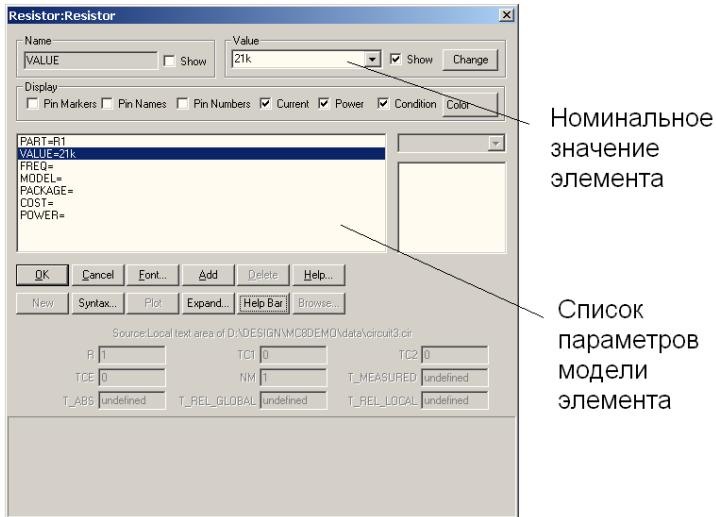


Рисунок 2.8 – Ввод номинального значения резистора R1

3) Аналогично введите все остальные резисторы, расположив их относительно транзистора в соответствии со схемой усилительного каскада.

4) Далее, выберите конденсатор (компонент **CAPACITOR**) и разместите его в окне редактора. Присвойте номинальное значение согласно схеме. Необходимо иметь в виду, что емкость конденсаторов в Micro-Cap задается в фарадах, поэтому необходимо использовать соответствующие префиксы, обозначающие десятичные множители, т.е. N или E–9 (нФ), U или E–6 (мкФ), P или E–12 (пФ) и т.д.

5) Выведите и расположите в соответствии со схемой в окне редактора остальные конденсаторы.

6) Выведите в окно редактора изображение батареи питания, выбрав компонент **BATTERY** с параметром VALUE=9 – величиной напряжения (9В).

7) Соедините все элементы схемы так, как это показано на рис. 2.1, установив режим рисования проводников **Wire mode** нажатием на кнопку или , а также с помощью комбинации клавиш Ctrl+W. Программа автоматически производит нумерацию узлов (точек схемы, имеющих одинаковый потенциал). Режим отображения номеров узлов можно включить/выключить нажатием на кнопку на панели инструментов

8) Заземлите схему, введя изображение «земли» (компонент **GROUND**). Если начать анализ незаземленной цепи, то система выдаст сообщение: *The circuit is a missing ground* (*Схема имеет ошибку при заземлении*). Заземленный узел всегда имеет нулевой номер и не отображается на экране.

9) Подключите ко входу усилителя источник гармонического сигнала (компонент **SINE SOURCE**). Для этого создайте новую модель источника с

именем модели MODEL = MY_SIN. Параметры источника следующие: частота сигнала F = 5 кГц, амплитуда A = 0,01 В, уровень постоянной составляющей DC = 0 В. Подробное описание других параметров модели источника гармонического сигнала приведено в приложении В. Форму сигнала, генерируемого источником, можно посмотреть, нажав на кнопку Plot в диалоговом окне параметров модели.

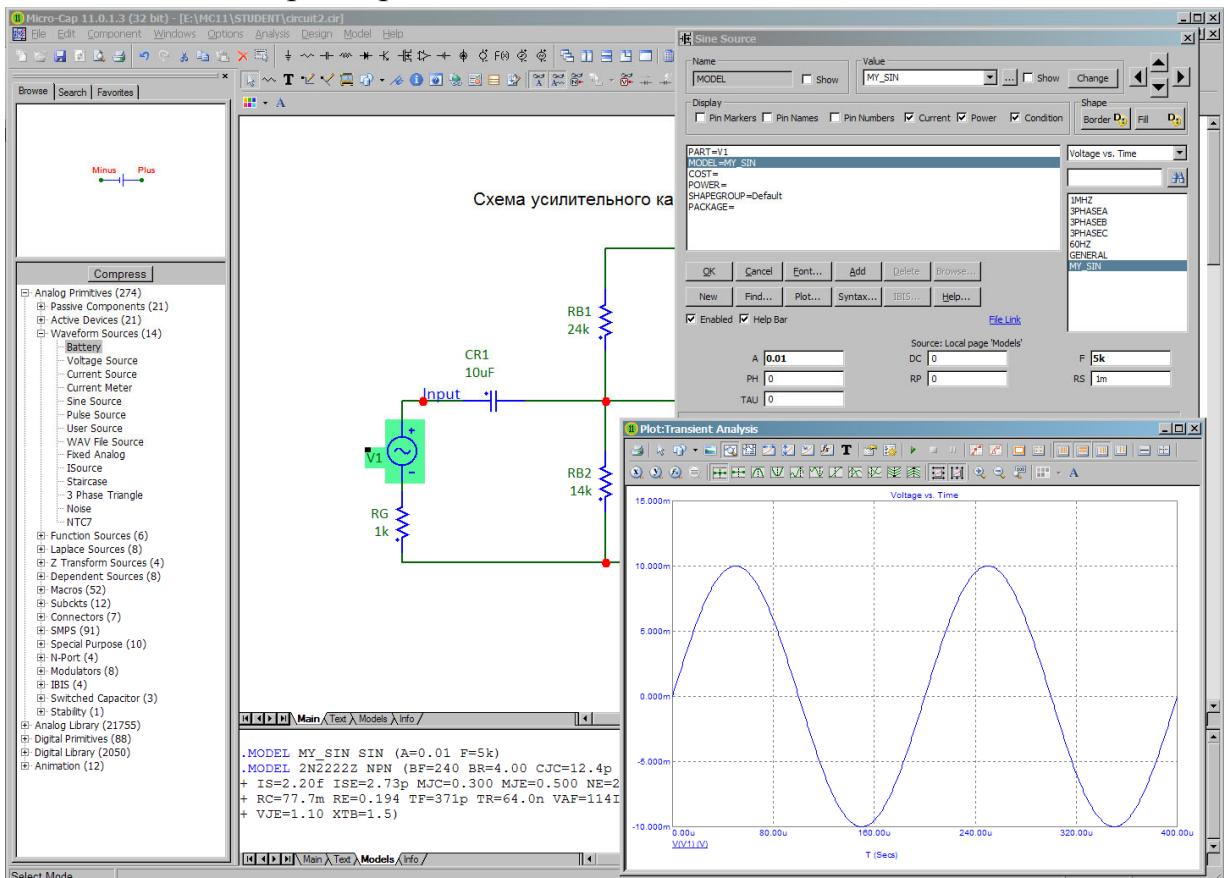


Рисунок 2.9 – Ввод параметров источника гармонического сигнала MY_SIN

При внесении текста в схему выбирается режим **Text Mode**, нажатием на кнопку **T** на панели инструментов или комбинации клавиш Ctrl+T. Курсор мыши устанавливается в то место экрана, где будет выводиться текст, и нажимается левая кнопка мыши. После этого появляется диалоговое окно, в котором пользователь может ввести текст.

Удалить любой выделенный объект (или группу объектов) в окне редактора можно с помощью клавиши **Del**.

Перемещение объектов производится с помощью мыши после их выделения, при этом связи (проводники) между элементами разрываются. Если включить режим **Rubberbanding** (кнопка или комбинация клавиш Ctrl+Shift+R), то при перемещении элементов проводники не будут разрываться.

Для переопределения параметров элементов схемы или текста необходимо подвести курсор к редактируемому объекту и дважды нажать левую кнопку мыши. В появившемся диалоговом окне можно ввести новые значения параметров или исправить текст.

После создания чертежа схемы его следует записать в файл, используя кнопку  или пункты горизонтального меню **File/Save** (Ctrl+S) или **File/Save as** Программа запрашивает имя файла, который при сохранении будет помещен в текущий каталог (по умолчанию это каталог **MC11\DATA**). Расширение .CIR система присваивает файлу схемы автоматически.

Внимание! Перед началом процесса моделирования рекомендуется сохранить полученную схему в файл.

2.2.4 Моделирование схемы усилителя

После того как в редакторе программы Micro-Cap была нарисована принципиальная схема устройства, переходят к расчету ее характеристик (анализу), выбирая в разделе главного меню **Analysis** один из доступных видов моделирования:

- **Transient** (Alt+1) – расчет переходных процессов (анализ во временной области);
- **AC** (Alt+2) – расчет малосигнальных частотных характеристик (анализ в частотной области);
- **DC** (Alt+3) – расчет передаточных функций по постоянному току (при вариации постоянной составляющей одного или двух источников сигналов, вариации температуры или параметров моделей компонентов);
- **Dynamic DC** (Alt+4) – расчет по постоянному току и динамическое отображение на схеме узловых потенциалов, токов ветвей и рассеиваемой мощности;
- **Dynamic AC** (Alt+5) – расчет по переменному току и динамическое отображение на схеме узловых потенциалов, токов ветвей и рассеиваемой мощности для некоторой заданной частоты;
- **DC OP Worst Case** (Alt+6) – режим расчета по постоянному току с учетом разброса параметров элементов (режим наихудшего случая);
- **Transfer Function** (Alt+7) – расчет малосигнальных передаточных функций по переменному току;
- **Harmonic Distortion** (Alt+8) – расчет нелинейных искажений в режиме большого сигнала;
- **Intermodulation Distortion** (Alt+9) – расчет нелинейных искажений

(интермодуляционных) при бигармоническом воздействии;

- **Stability** (Alt+0) – оценка устойчивости схемы (построение годографа Найквиста).

Тот или иной вид моделирования (анализа) доступен при активизации пункта горизонтального меню **Analysis** с выбором соответствующего режима моделирования. В этом случае программа MC11 переходит в режим моделирования. В горизонтальном меню появляются дополнительные команды для управления процессом моделирования. Каждый режим моделирования имеет свое дополнительное меню команд. Для возврата в режим редактирования схемы необходимо выйти из анализа с помощью команды системного меню ...\\Exit analysis или нажатием на клавишу F3. В первой работе мы изучим только два типа анализа схемы усилителя: расчет переходных процессов (**Transient**) и малосигнальный частотный анализ (**AC**).

Анализ частотных характеристик (режим AC)

В режиме моделирования по переменному току (режим AC) сначала выполняется расчет схемы по постоянному току, затем линеаризуются все нелинейные компоненты (пассивные компоненты с нелинейными параметрами, диоды, транзисторы, нелинейные управляемые источники) и выполняется расчет комплексных амплитуд узловых потенциалов и токов ветвей. При линеаризации цифровые компоненты заменяются их входными и выходными комплексными сопротивлениями, передача сигналов через них не рассматривается.

Ко входу схемы должен быть подключен источник синусоидального SIN, импульсного сигнала PULSE или сигнала USER, форма которого задается пользователем. Этот источник в данном режиме (AC) задает место подключения гармонического возмущения с частотой, значение которой варьируется согласно заданию на моделирование.

При расчете частотных характеристик комплексная амплитуда этого сигнала автоматически полагается равной 1 В, начальная фаза нулевая (независимо от того, какие заданы значения параметров модели источника сигнала), а частота меняется в пределах, задаваемых в параметрах диалогового окна **AC Analysis Limits**. Возможно также подключение независимых источников напряжения V или тока I в формате языка SPICE, для которых значения амплитуды и фазы могут быть заданы пользователем.

В режиме моделирования AC производится расчет малосигнальных частотных характеристик исследуемой цепи. Чаще всего в данном режиме

проводят расчет коэффициента передачи цепи $K(f) = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}(f)}{\dot{U}_{\text{вх}}(f)} = |K(f)| \cdot e^{-\varphi(f)}$ в виде амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) $|K(f)|$ и фазо-частотной характеристики (ФЧХ) $\varphi(f) = \arg K(f)$; группового времени запаздывания (ГВЗ) $GD = -d\varphi/df$ – данная характеристика показывает скорость изменения ФЧХ (для линейной зависимости фазы от частоты график ГВЗ представляет собой прямую линию); зависимости входного $Z_{\text{in}}(f)$ и выходного сопротивлений $Z_{\text{out}}(f)$ от частоты, а также шумовые характеристики схемы (шумовое напряжение VNOISE или шумовой ток INOISE).

Переход в режим расчета частотных характеристик осуществляется командой **Analysis>AC** (Alt+2). Задание на расчет формируется в диалоговом окне **AC Analysis Limits** (см. рис. 2.10), вызываемом также из текущего режима анализа с помощью нажатия клавиши **F9** или кнопки  на панели инструментов.

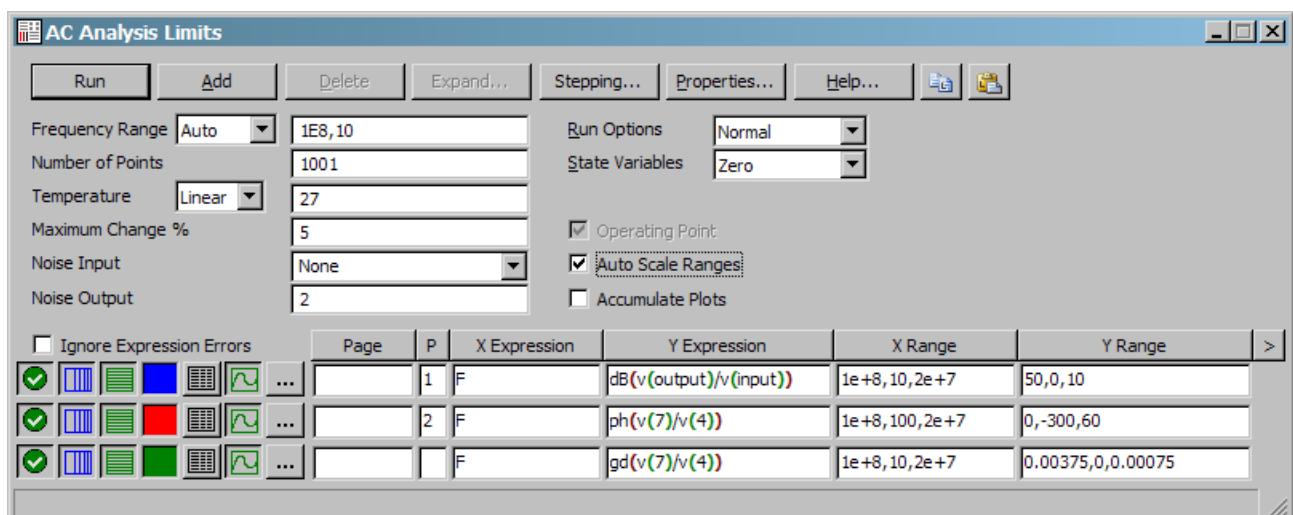


Рисунок 2.10 – Диалоговое окно задания параметров моделирования режима АС

В окне задания параметров расчета частотных характеристик, показанном на рис. 2.10, имеются следующие разделы.

К о м а н д ы (кнопки):

- **Run** – начало моделирование. Щелчок на пиктограмме  в панели инструментов или нажатие клавиши F2 также начинает моделирование. Моделирование может быть остановлено в любой момент нажатием на пиктограмму  или клавишу Esc. Последовательные нажатия на пиктограмму  : прерывают и затем продолжают процесс моделирования;

- **Add** – добавление еще одной строки спецификации вывода результатов после строки, в которой находится курсор. В этой строке устанавливается способ отображения результатов и аналитические выражения для построения графиков или таблиц. При наличии большого количества строк, не умещающихся на экране, появляется линейка прокрутки;
- **Delete** – удаление строки спецификации вывода результатов, отмеченной курсором;
- **Expand** – открытие дополнительного окна для ввода текста большого размера при расположении курсора в одной из граф, содержащих выражения, например Y Expression;
- **Stepping** – открытие диалогового окна задания вариации параметров;
- **Properties** – открытие диалогового окна задания свойств объектов (окон графиков, текстовых надписей, толщины и цвета линий и др.);
- **Help** – вызов раздела AC Analysis системы помощи.

Ч и с л о в ы е п а р а м е т р ы (п о л я в в о д а):

- **Frequency Range** – определение конечной и начальной частоты диапазона в котором выполняется моделирование по формату Fmax, Fmin. Отрицательные и нулевые значения частот не допускаются. Если значение Fmin не указано, то расчет не производится;
- **Number of Points** – количество точек по частоте (N_f), в которых производится расчет частотных характеристик. Минимальное значение равно 5. В связи с тем, что в режиме AC не производится интерполяция, то в таблицы и на графики выводятся все данные, полученные при расчете. Значения частот, на которых производится расчет характеристик, зависит от параметров, установленных в выпадающем списке слева от поля ввода *Frequency range*. Возможные значения: *Auto*, *Linear*, *Log*, *List*. В режиме *Auto* параметр *Number of Points* во внимание не принимается и количество точек определяется величиной допустимой ошибки *Maximum Change %*. Если принят линейный шаг (*Linear*), то шаг приращения частоты равен

$$F_{k+1} - F_k = (F_{\max} - F_{\min})/(N_f - 1).$$

Если принят логарифмический масштаб (*Log*), то отношение соседних частотных точек равно

$$F_{k+1}/F_k = (F_{\max}/F_{\min})/(N_f - 1).$$

При выборе параметра *List* указывается список частотных точек, разделяемых между собой запятыми.

- **Temperature** – диапазон изменения температуры в $^{\circ}\text{C}$. При выборе параметра *Linear* имеет формат High[,Low[,Step]]; если при этом параметр Step

(шаг) опущен, то выполняется анализ при двух значениях температуры Low (минимальной) и High (максимальной), если опущены оба параметра Low и Step, то расчет проводится при единственной температуре, равной High. При выборе параметра *List* указывается список температур, разделяемых запятыми. При изменении температуры изменяются параметры компонентов, имеющие ненулевые температурные коэффициенты ТС, а также ряд параметров полупроводниковых приборов. Значение установленной здесь температуры может использоваться в различных выражениях, она обозначается как переменная TEMP.

- **Maximum Change, %** – максимально допустимое приращение графика функции на интервале шага по частоте (в процентах от полной шкалы). Принимается во внимание только при выборе опции *Auto*. Если график функции изменяется быстрее, то шаг приращения частоты автоматически уменьшается;
- **Noise Input** – имя входного источника сигнала, используемого при расчете шумовых параметров. При указании переменной INOISE в окне Y expression выводится график квадратного корня спектральной плотности напряжения или тока внутренних шумов цепи, пересчитанной к этим зажимам. Если в качестве источника входного сигнала включается источник напряжения, то на вход пересчитывается спектральная плотность напряжения, а если источник тока, то спектральная плотность тока;
- **Noise Output** – номера узлов выходных зажимов цепи, в которых вычисляется спектральная плотность напряжения выходного шума цепи. Формат: узел 1[,узел2].

Вывод результатов моделирования (пиктограммы):

Ниже раздела «Числовые параметры» и слева от таблицы «Выражения» расположена группа пиктограмм. Нажатие каждой пиктограммы определяет характер вывода данных, задаваемых в этой же строке таблицы. Имеются следующие возможности:

- **Display Status** – переключение статуса отображения графика функции:
 зеленый – режимы сохранения и отображения включены;  желтый – режим сохранения включен, отображения – выключен;  - красный – режимы сохранения и отображения выключены);
- **X Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической  и линейной  шкалой по оси X;

-  **Y Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической  и линейной  шкалой по оси Y. При выборе логарифмической шкалы диапазон изменения переменной Y_Expression должен быть положительным;
-  **Color** – вызов меню для выбора цвета для окрашивания графиков функции. Линия графика окрашивается в цвет кнопки;
-  **Numeric Output** – при нажатии этой кнопки в текстовый выходной файл заносится таблица отсчетов функции, заданной в граfe Y_Expression. Запись производится в файл <имя схемы>.ANO. Таблицу можно просматривать в окне Numeric Output (открывается нажатием клавиши F5). Количество отсчетов функции (число строк в таблице) задается параметром *Number of Points* в разделе *Числовые параметры*;
-  **Rectangular** – вывод графиков в прямоугольной (декартовой) системе координат,
-  **Polar** – вывод графиков в полярной системе координат;
-  **Smith chart plot** – вывод графиков на круговой диаграмме (диаграмме Смита);
-  - кнопка вызова контекстного меню для управления строками таблицы «Выражения».

Выражения (таблица):

- **Page** – указывается номер страницы для вывода графика переменной (страницы переключаются вкладками внизу окна вывода графиков). По умолчанию (при пустом поле ввода Page) вкладка имеет название Main;
- **Plot Group** – в граfe P числами от 1 до 9 указывается номер графического окна, в котором должен быть построен график переменной. Все графики, отмеченные одним и тем же номером, выводятся в одном окне. Если это поле пустое, то график функции не строится;
- **X(Expression** – имя переменной, откладываемой по оси X. Обычно при анализе переходных процессов по этой оси откладывается частота (переменная F), однако это не обязательно. Так при расчете импульсной характеристики с помощью преобразования Фурье по этой оси откладывается время (переменная T), а при построении годографа для анализа устойчивости по методу Найквиста – действительная часть комплексного сигнала;
- **Y(Expression** – математическое выражение для функции, откладываемой по оси Y. Это может быть простая переменная типа напряжения в узле V(5), падение напряжения на двухполюсном компоненте V(L1) или тока ветви I(2,3),

$I(L1)$, произведения комплексных величин, например $V(VCC)*I(VCC)$, и другие выражения. Для расчета уровня внутреннего шума в графе **Y_Expression** помещают имена переменных **ONOISE**, **INOISE**; при этом графики других переменных нельзя одновременно выводить на экран;

В графе **Y_expression** указываются имена переменных для построения графиков частотных характеристик. Переменные при расчете частотных характеристик являются комплексными. Приведем несколько примеров их записи:

- $V(1)$ – модуль напряжения в узле с номером 1;
- $DB(V(1))$ – модуль напряжения в узле 1 в децибелах: $20 \cdot \log_{10}(V(1))$;
- $DB(V(out)/V(in))$ – модуль передаточной функции (отношение потенциала узла «out» к потенциальному узлу «in») в децибелах;
- $RE(V(3))$ – действительная часть напряжения в узле с номером 3;
- $IM(V(1))$ – мнимая часть напряжения в узле 1;
- $PH(V(1))$ – фаза напряжения в узле 1 в градусах;
- $PH(V(out)/V(in))$ – фаза передаточной функции по напряжению между узлами «out» и «in»;
 - $GD(V(1))$ – ГВЗ напряжения в узле 1;
 - $INOISE$ – корень квадратный из спектральной плотности напряжения шума, приведенного ко входу;
 - $ONOISE$ – корень квадратный из спектральной плотности выходного напряжения шума (графики **INOISE** и **ONOISE** нельзя строить одновременно с графиками других переменных), строятся в отдельном графическом окне.
- **X Range** – максимальное и минимальное значение переменной X на графике (шкале) по формату **High[,Low]**. Если минимальное значение **Low** равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой графике указывается значение **Auto**. В этом случае сначала выполняется моделирование, в процессе которого графики строятся в стандартном масштабе и затем автоматически перестраиваются. Удобно также использовать запись типа **Fmax,Fmin**, в этом случае не надо дублировать диапазон, указанный в **Frequency Range**;
- **Y Range** – максимальное и минимальное значение переменной Y на графике (шкале); если минимальное значение равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой графике также указывается значение **Auto**.

О п ц и и:

- **Run Options** – управление выдачей результатов расчетов:
Normal – результаты расчетов не сохраняются,
Save – сохранение результатов расчетов в бинарном дисковом файле <имя схемы>.ASA,
Retrieve – считывание последних результатов расчета из дискового файла <имя схемы>.ASA, созданного ранее. При этом производится построение графиков и таблиц, как после обычного расчета;
- **State Variables (Zero, Read, Leave)** – установка начальных условий;
- **Operation Point** – предварительное выполнение расчета режима по постоянному току (в режиме AC всегда включено);
- **Auto Scale Ranges** – присвоение признака автоматического масштабирования «Auto always» по осям X, Y для каждого нового варианта расчетов. Если эта опция выключена, то принимаются во внимание масштабы, указанные в графах X Range, Y Range таблицы «Выражения».

Заметим, что для обозначения узлов можно использовать не только номера, которые MC12 присваивает автоматически, но и собственные значения, в том числе и текстовые. Для этого нужно два раза нажать левой кнопкой мыши на проводе, номер узла которого вы хотите изменить. И в появившемся диалоговом окне Wire ввести новое имя узла, например Input.

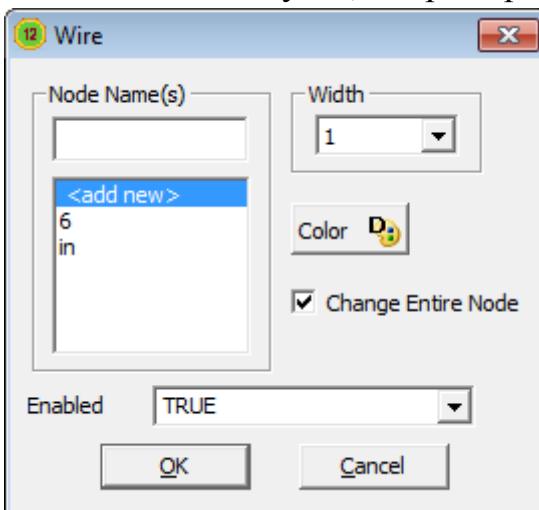


Рисунок 2.11 – Диалоговое окно Wire для изменения имени узла

Теперь узел 6 будет иметь два имени – числовой (6) и текстовый (input). Обращаться к переменным для этого узла можно, указывая либо его номер, либо его текстовую метку.

На рис. 2.12 показаны результаты расчета частотных характеристик усилительного каскада на рис. 2.1, согласно параметрам моделирования,

заданным в окне AC Limits на рис. 2.10. Здесь построены графики АЧХ и ФЧХ по напряжению.

Очень полезна возможность проведения многовариантного анализа при вариации любого параметра компонента схемы или его модели. Для этого в диалоговом окне задания параметров **Analysis Limits** нажатием на кнопку *Stepping* (F11) или на пиктограмму открывают диалоговое окно **Stepping...** для задания от 1 до 10 варьируемых параметров (см. рис 2.13). Сначала в графе *Parameter Type* выбирают тип варьируемого параметра:

- *Component* – значение параметра компонента схемы;
- *Model* – параметр математической модели компонента;
- *Symbolic* – значение параметра, определенного по директиве .define.

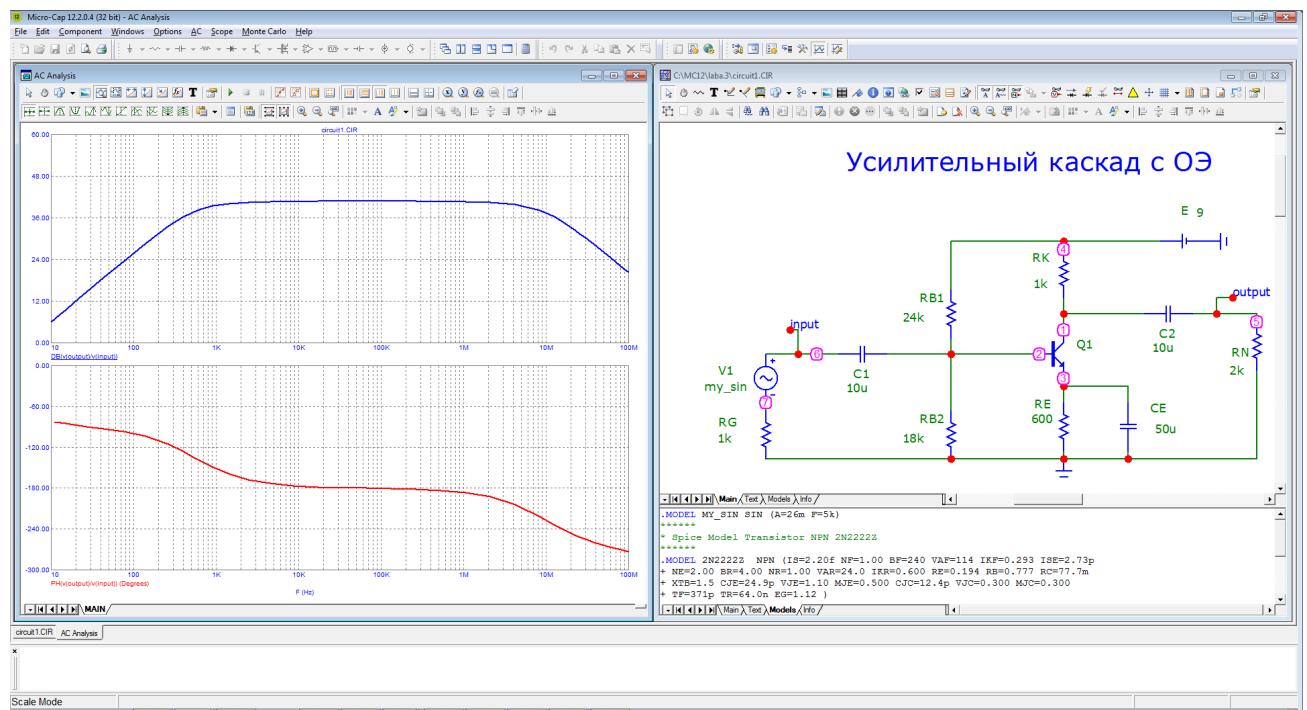


Рисунок 2.12 – Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) усилительного каскада

Затем в строке *Step What* указывают имя варьируемого компонента, на последующих строках пределы его изменений и в области *Step It* устанавливают флажок в положение *Yes*.

Для нашего усилителя для пошагового изменения был выбран резистор цепи обратной связи RE, величина которого будет меняться от 400 Ом до 2000 Ом с шагом 400 Ом. Таким образом, процесс моделирования будет запущен 5 раз (пока величина сопротивления RE не станет больше 2000 Ом) и на экране будет построено 5 графиков исследуемой переменной (в данном случае – АЧХ и ФЧХ) с разными значениями сопротивления резистора RE. При этом можно наглядно увидеть влияние резистора RE на частотные характеристики

усилительного каскада (см. рис. 2.14).

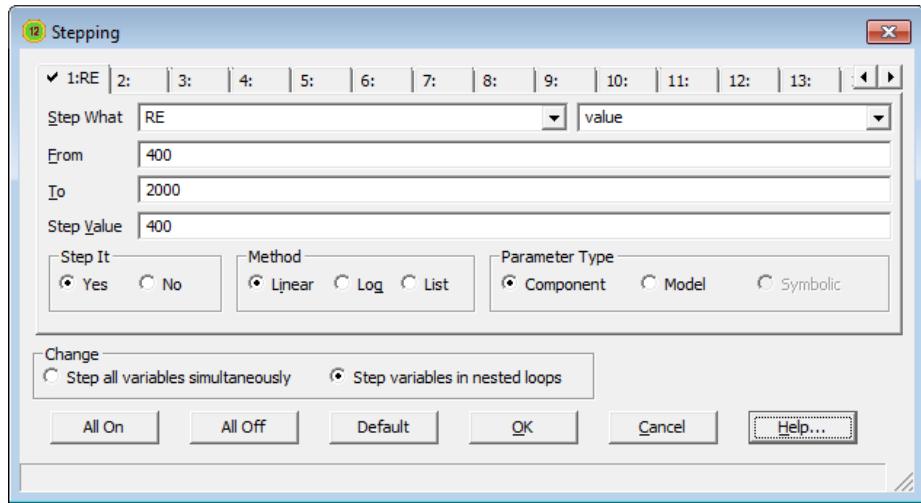


Рисунок 2.13 – Диалоговое окно Stepping ... для ввода параметров вариации компонентов

Для считывания координат графиков можно вызвать два курсора нажатием на кнопку или клавишей F8 (**Cursor Mode**). Управление курсорами выполняется с помощью мыши (левой и правой кнопкой), либо клавишами \rightarrow , \leftarrow для левого курсора и Shift+ \rightarrow или Shift+ \leftarrow для правого курсора. Клавишами \uparrow и \downarrow можно переключать курсор с одной кривой на другую в режиме многовариантного анализа **Stepping**.

Для наглядности на графики могут быть помещены текстовые надписи, которые могут быть выполнены двумя способами. Можно ввести текст, выполнив команду **Options/Mode/Text** (Ctrl+T), активизируемую также нажатием кнопки . Подписать графики, построенные в режиме многовариантного анализа можно также используя команду **Scope/Label Branches**.

Другие возможности обработки графиков могут быть самостоятельно исследованы пользователем или изучены по дополнительной литературе [1,2].

Они активизируются кнопками следующих групп:



и



на панели инструментов

окна для рисования графиков, а также командами в системном меню **Scope**.

По графику АЧХ усилителя можно определить максимальное значение коэффициента усиления, полосу пропускания (нижняя и верхняя граничные частоты полосы пропускания обычно измеряются на уровне -3 дБ от максимального значения АЧХ), а также неравномерность АЧХ в

заданной полосе частот (см. рис. 2.15). По графику ФЧХ и ГВЗ определяется нелинейность фазы в заданном интервале частот (отклонение от линейной зависимости).

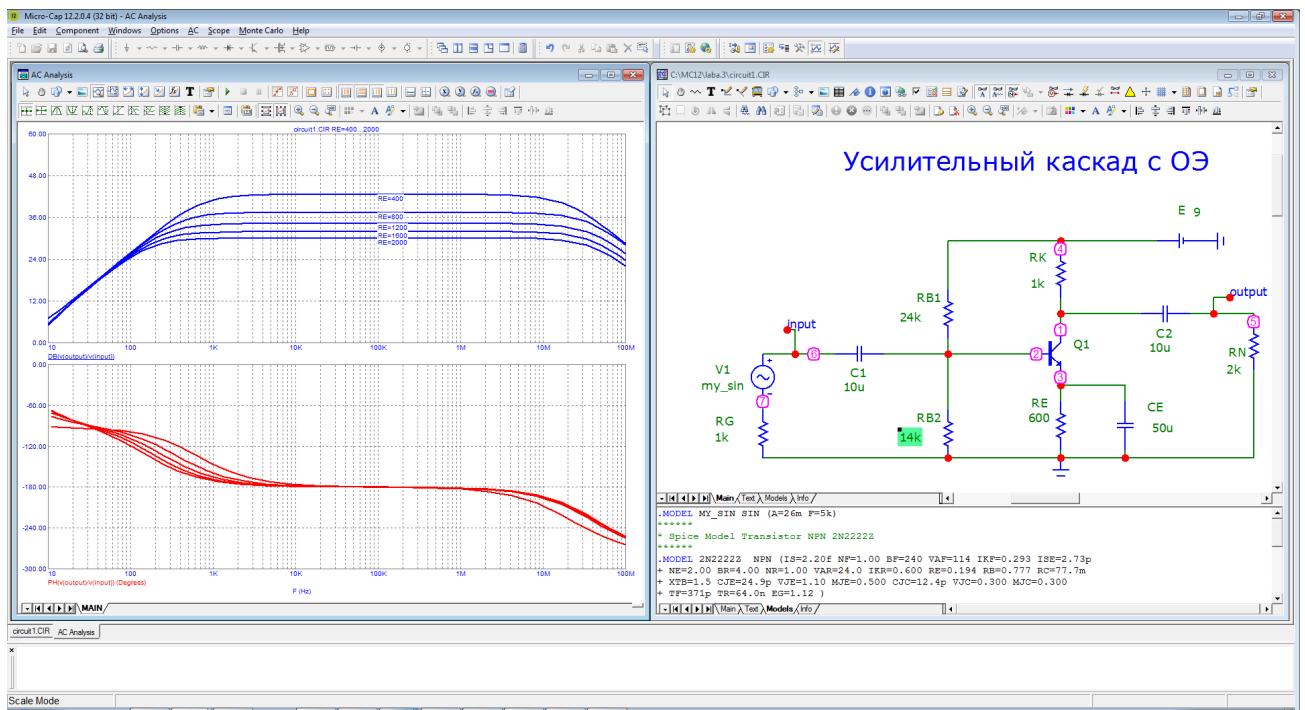


Рисунок 2.14 – Моделирование с применением режима Stepping
(при изменении резистора RE)

Анализ переходных процессов (режим Transient)

Режим анализа Transient запускается при выборе команды системного меню **Analysis>Transient** (Alt+1). В этом режиме производится анализ переходных процессов при воздействии на схему сигналов различной формы. Анализ переходных процессов позволяет наглядно проследить и исследовать физические процессы, происходящие в схеме (от начального до установившегося значения). Он основан на численном решении системы дифференциальных или конечноразностных уравнений, как правило, с автоматически меняющимся шагом во времени.

В качестве расчетных переменных принимаются напряжение в узлах (либо между двумя узлами), ток текущий через ветвь между двумя узлами, мощность или энергия в заданной ветви схемы.

Перед началом моделирования необходимо задать входной источник (или источники) сигнала, в нашем примере это генератор гармонических сигналов **MY_SIN**. При входе в режим анализа переходных процессов на экран выводится диалоговое окно **Transient Analysis Limits** для задания параметров моделирования (см. рис. 2.16). Данное диалоговое окно также можно вызвать

нажатием на кнопку  или клавишу F9.

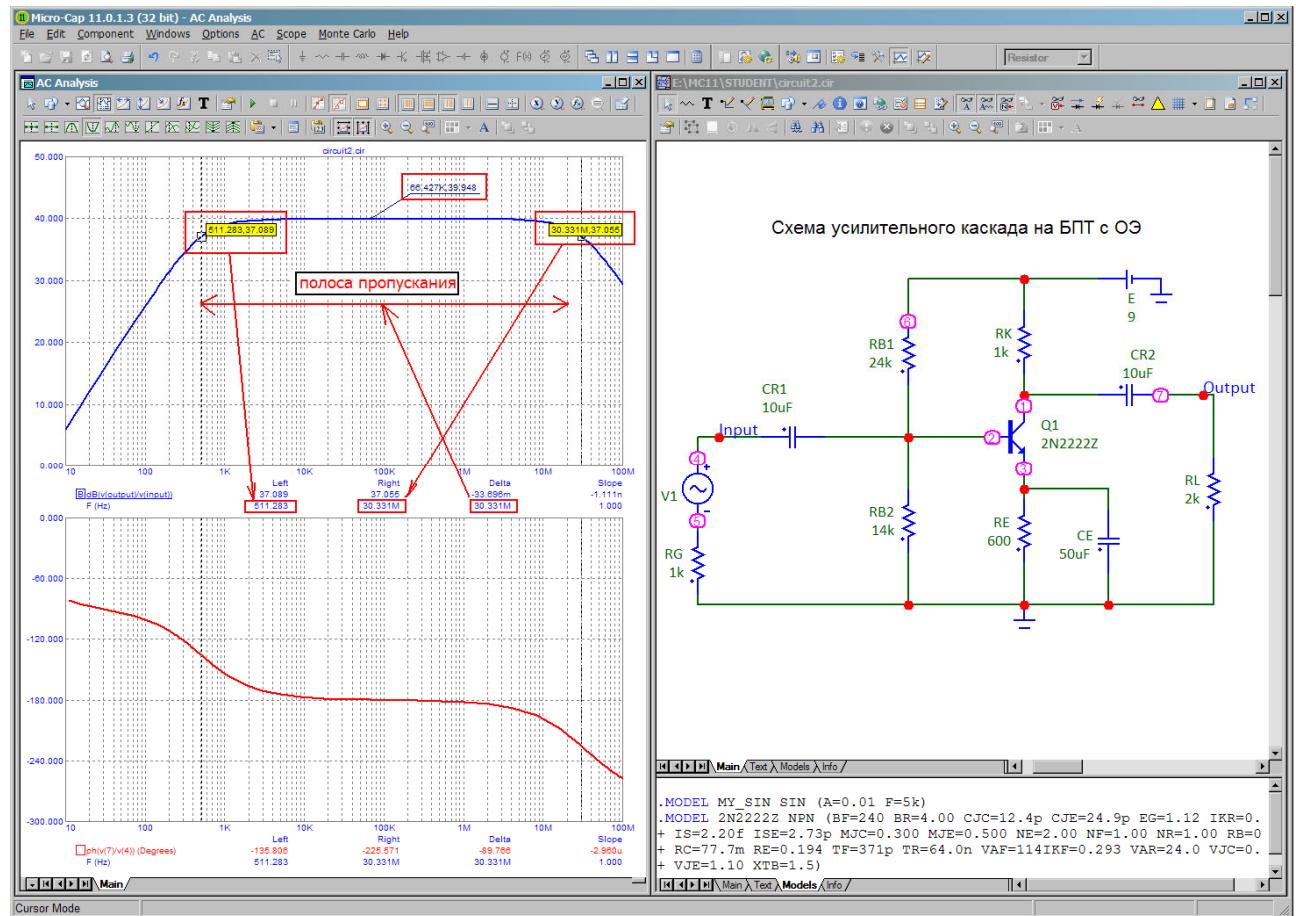


Рисунок 2.15 – Измерение полосы пропускания по графику АЧХ

Переходим в меню задания параметров моделирования переходных процессов **Transient Analysis Limits**.

В строке *Time Range* указывается длительность интервала времени моделирования; в графике *Operating Point* указывается на необходимость перед расчетом переходных процессов выполнить расчет режима по постоянному току; в строке *State Variables* – тип используемых начальных условий для расчета (*Zero* – нулевые, *Read* – считанные с диска, *Leave* – достигнутые в конце предыдущей стадии расчета); в нижней части окна указываются имена переменных, графики которых нужно построить. Имена аналоговых и цифровых переменных, откладываемых по оси *Y* графиков, указываются в графике *Y Expression*, при этом допускается применение математических выражений и функций. Приведем ряд примеров:

- $V(5)$ – потенциал узла 5;
- $V(7,4)$ – разность потенциалов между узлами 7 и 4;

- VBE(Q1) – напряжение база-эмиттер транзистора Q1;
- I(V1) – ток через источник сигнала V1;
- I(V1)*V(V1) – мгновенная мощность источника сигнала V1;
- CBC(Q1) – емкость перехода база-коллектор транзистора Q1;
- Q(C1) – заряд конденсатора C1;
- FFT(V(7)) – спектр напряжения в узле 7 (при этом по оси X будет показана частота F), который будет рассчитан на основе преобразования Фурье;
- D(QA) – логический уровень сигнала в цифровом узле QA.

Моделирование начинается после нажатия на кнопку **Run**, на пиктограмму

или на клавишу <F2>. Моделирование может быть остановлено в любой момент нажатием на пиктограмму или клавишу <Esc>. Запустив анализ, можно наблюдать на экране результирующие графики моделирования. Графики различаются цветом, который назначается в окне **Transient Analysis Limits** путем нажатия на цветную пиктограмму. В нашем примере изображены два графика: на одном размещаются входные напряжения V(input) и V(V1), на втором – напряжение на выходе каскада V(output) и на третьем графике – ток через транзистор Ic(Q1).

Номера графиков указываются цифрой в графе **P**. Масштабы графиков по осям X, Y указываются в явном виде в графах **X_Range**, **Y_Range** или выбираются автоматически, если установить флажок **Auto Scale Ranges**.

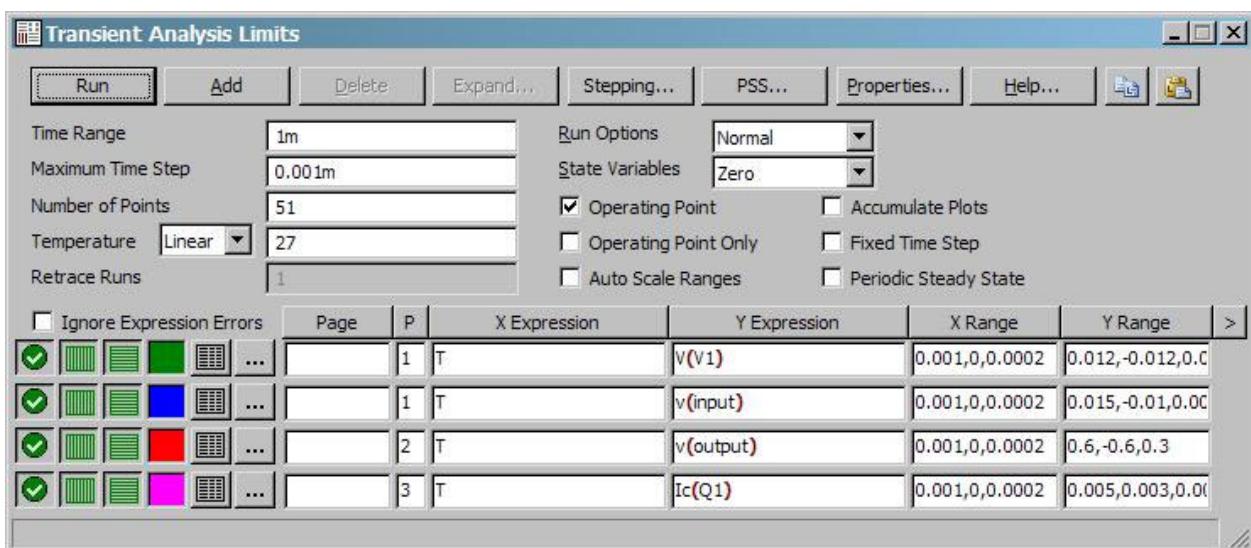


Рисунок 2.16 – Диалоговое окно параметров моделирования в режиме Transient

Задание параметров моделирования Transient Analysis Limits. В окне задания параметров расчета переходных процессов, показанном на рис. 2.16, имеются следующие разделы:

К о м а н д ы (кнопки) :

- **Run** – начало моделирования (щелчок на кнопке  в панели инструментов или нажатие F2 также начинает моделирование). Моделирование может быть остановлено в любой момент нажатием на пиктограмму  или клавишу Esc. Последовательные нажатия на пиктограмму  прерывают и затем продолжают моделирование;
- **Add** – добавление еще одной строки спецификации вывода результатов после строки, отмеченной курсором. На этой строке устанавливается способ отображения результатов и аналитические выражения для построения графиков. При наличии большого количества строк, не умещающихся на экране, появляется линейка прокрутки;
- **Delete** – удаление строки спецификации вывода результатов, отмеченной курсором;
- **Expand** – открытие дополнительного окна для ввода текста большого размера при расположении курсора в одной из граф, содержащих выражения, например Y Expression;
- **Stepping...** – открытие диалогового окна для ввода параметров расчета с варьированием параметров компонентов;
- **Properties** – открытие диалогового окна задания свойств объектов и окон, имеющего 9 закладок: *Plot* – управление выводом графиков на экран и на принтер, *Scales and Formats* – выбор масштабов по осям координат, *Colors*, *Fonts and Lines* – выбор цвета объектов, параметров шрифта и типа линий, *Scope* – выбор способов отображения графиков, *Fourier* – ввод параметров для преобразования Фурье, *Header* – нанесение заголовков в выходных числовых данных, *Save Curves* – выбор одной или нескольких переменных для сохранения в файлах User Source, работает только в режиме TRANSIENT, *Tool Bar* – выбор пиктограмм команд на панели инструментов;
- **Help** – вызов раздела Transient Analysis системы помощи.

Ч и с л о в ы е п а р а м е т р ы (поля ввода):

- **Time Range** – спецификация конечного и начального времени расчета переходных процессов по формату Tmax[,Tmin]; по умолчанию назначается Tmin=0 (отрицательные значения моментов времени недопустимы). Например, спецификация вида «1.2m,0.4m» задает интервал моделирования от 0.4 до 1.2 мс;
- **Maximum Time Step** – максимальный шаг интегрирования. Расчет переходных процессов ведется с переменных шагом, выбираемым

автоматически, величина которого определяется допустимой относительной ошибкой RELTOL. Максимальная величина шага интегрирования будет равна заданному в этом поле значению. Если этот шаг не задан (или задан равным нулю), то максимальный шаг интегрирования полагается равным $(T_{\max} - T_{\min}) / (\text{Number of Points} - 1)$;

- **Number of Points** – количество точек, выводимых в таблицы, т.е. количество строк в таблице вывода результатов по умолчанию принимается равным 51, минимальное значение 6. Если заданные моменты времени не совпадают со значениями, при которых проводился численный расчет, то производится интерполяция. Интервал вывода данных равен $(T_{\max} - T_{\min}) / (\text{Number of Points} - 1)$. Эта опция доступна, если нажатием на одну из пиктограмм выбран вывод переменных в текстовый выходной файл (Numeric Output).

- **Temperature** – диапазон изменения температуры в $^{\circ}\text{C}$; при выборе параметра Linear имеет формат High[,Low[,Step]]; если параметр Step (шаг) опущен, то выполняется анализ при двух значениях температуры Low (минимальной) и High (максимальной), если опущены оба параметра Low и Step, то расчет проводится при единственной температуре, равной High; при выборе параметра List указывается список температур, разделяемых запятыми.

Вывод результатов моделирования (кнопки):

Ниже раздела «Числовые параметры» и слева от таблицы «Выражения» расположена группа кнопок. Нажатие каждой из них определяет характер вывода данных, задаваемых в той же строке. Имеются следующие возможности:

- **Display Status** – переключение статуса отображения графика функции:
 зеленый – режимы сохранения и отображения включены; желтый – режим сохранения включен, отображения – выключен; красный – режимы сохранения и отображения выключены);
- **X Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической и линейной шкалой по оси X;
- **Y Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической и линейной шкалой по оси Y. При выборе логарифмической шкалы диапазон изменения переменной Y_Expression должен быть положительным;
- **Color** – вызов меню для выбора цвета для окрашивания графиков

функции. Линия графика окрашивается в цвет кнопки;

-  **Numeric Output** – при нажатии этой кнопки в текстовый выходной файл заносится таблица отсчетов функции, заданной в графе Y Expression. Запись производится в файл «<имя схемы>.TNO». Таблица просматривается в окне Numeric Output (открывается нажатием клавиши F5). Количество отсчетов функции (число строк в таблице) задается параметром Number of Points;
-  - кнопка вызова контекстного меню для управления строками таблицы «Выражения».

В ы р а ж е н и я (таблица) :

- **Page** – указывается номер страницы для вывода графика переменной (страницы переключаются вкладками внизу окна вывода графиков). По умолчанию (при пустом поле ввода Page) вкладка имеет название Main
- **Plot Group** – в графе P числом от 1 до 9 указывается номер графического окна, в котором должна быть построена данная функция. Все функции, помеченные одним и тем же номером, выводятся в одном окне. Если это поле пусто, график функции не строится;
- **X Expression** – имя переменной, откладываемой по оси X. Обычно при анализе переходных процессов по этой оси откладывается время (переменная T), однако это не всегда так. Так при расчете спектра сигнала с помощью преобразования Фурье (FFT) по оси X откладывается частота (переменная F, как показано на рис. 2.12), а при расчете петли гистерезиса ферромагнетика – напряженность магнитного поля, например H(K1);
- **Y Expression** – математическое выражение для переменной, откладываемой по оси Y. Это может быть простая переменная типа напряжения в узле V(5), падения напряжения на двухполюсном компоненте V(L1), тока ветви I(2,3), I(L1) или математическое выражение, например V(V1)*I(V1). После щелчка правой кнопки мыши при расположении курсора в любой графике Y Expression открывается всплывающее контекстное меню, позволяющее выбрать из предлагаемых списков переменные и константы, размещаемые в этих графах;
- **X Range** – максимальное и минимальное значение переменной X на графике по формату High[,Low]. Если минимальное значение Low равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой графике указывается Auto. В этом случае сначала выполняется моделирование, в процессе которого графики строятся в стандартном масштабе и затем автоматически перестраиваются. Удобно также с помощью открывающегося списка выбрать TMAX,TSTART, что избавляет от

необходимости при изменении диапазона времени моделирования, менять его для каждой интересующей переменной;

- **Y_Range** – максимальное и минимальное значение переменной Y на графике; если минимальное значение равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой графе указывается Auto.

О п ц и и :

- **Run Options** – управление выдачей результатов расчетов:

- *Normal* – результаты расчетов не сохраняются,

- *Save* – сохранение результатов расчетов в бинарном файле <имя схемы>.TSA,

- *Retrieve* – считывание последних результатов расчета из файла <имя схемы>.TSA, созданного ранее. При этом производится построение графиков и таблиц переходных процессов, как после обычного расчета.

- **State Variables** – установка начальных условий:

- *Zero* – установка нулевых начальных условий для потенциалов всех аналоговых узлов и токов через индуктивности и неопределенных логических состояний «X» для цифровых узлов,

- *Read* – чтение начальных условий из бинарного файла <имя схемы>.TOP, созданного с помощью State Variables Editor, перед каждым вариантом расчета при изменении температуры или другого параметра,

- *Leave* – установка в качестве начальных условий значений, полученных при окончании расчета предыдущего варианта. При расчете первого варианта они полагаются нулевыми. Если в предыдущем варианте рассчитывался только режим по постоянному току, то в качестве начальных значений будут приняты параметры этого режима.

- **Operation Point** – выполнение расчета режима по постоянному току перед началом каждого расчета переходных процессов. Данные этого режима заменяют значения всех начальных условий, если они были установлены;

- **Operation Point Only** – расчет только режима по постоянному току (расчет переходных процессов не производится);

- **Auto Scale Ranges** – присвоение признака автоматического масштабирования «Auto always» по осям X для каждого нового варианта расчетов. Если эта опция выключена, то принимаются во внимание масштабы, указанные в графах X_Range и Y_Range.

Использование клавиши P (PAUSE). После выполнения команды **Run** (F2) начинается моделирование схемы, и в процессе получения результатов на экран выводятся графики заданных функций. После нажатия на клавишу P

(Pause) в нижней части графического окна справа от обозначения каждой переменной выводятся их текущие численные значения. Этот способ удобен для контроля за моделированием медленно протекающих процессов, диапазон изменения которых заранее не известен (так что текущие результаты могут быть не видны на экране). Однако моделирование при этом значительно замедляется, поэтому после просмотра наиболее интересного фрагмента данных следует выключить этот режим повторным нажатием клавиши P.

Результаты моделирования усилительного каскада в режиме Transient представлены на рис. 2.17. Здесь приведены напряжения на входе V(input) каскада, напряжение источника сигнала V(V1), напряжение на выходе каскада V(output), а также ток коллектора транзистора Ic(Q1).

Так как реальный источник сигнала всегда имеет некоторое внутреннее сопротивление, которое представлено на схеме резистором RG=1k, то напряжение на входе усилителя V(input) отличается от напряжения V(V1), выдаваемого источником сигнала V1.

Далее изменим тип воздействия на схему. Вместо источника гармонического сигнала подключим источник импульсного сигнала, параметры которого указаны в таблице приложения Б.

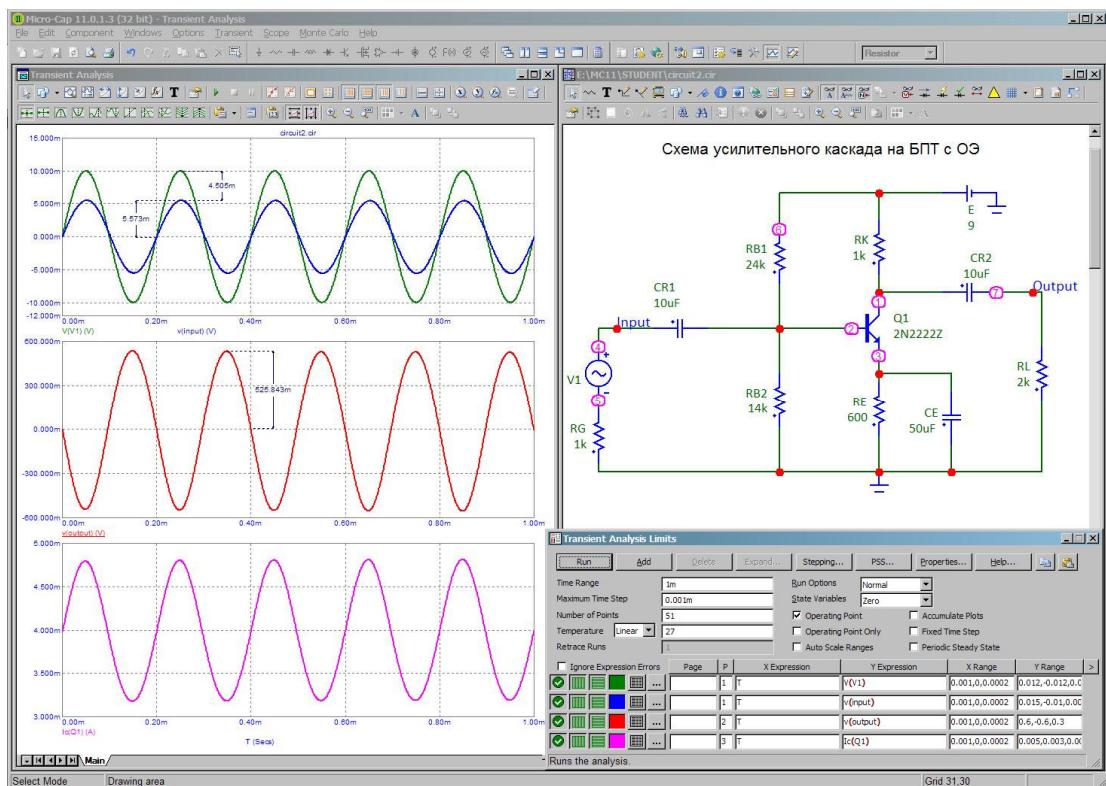


Рисунок 2.17 – Вид переходных процессов в усилительном каскаде при гармоническом воздействии (источник сигнала MY_SIN)

На рис.2.18 показано диалоговое окно для ввода параметров импульсного

источника с именем STEP. Форму сигнала можно посмотреть, нажав на кнопку Plot...

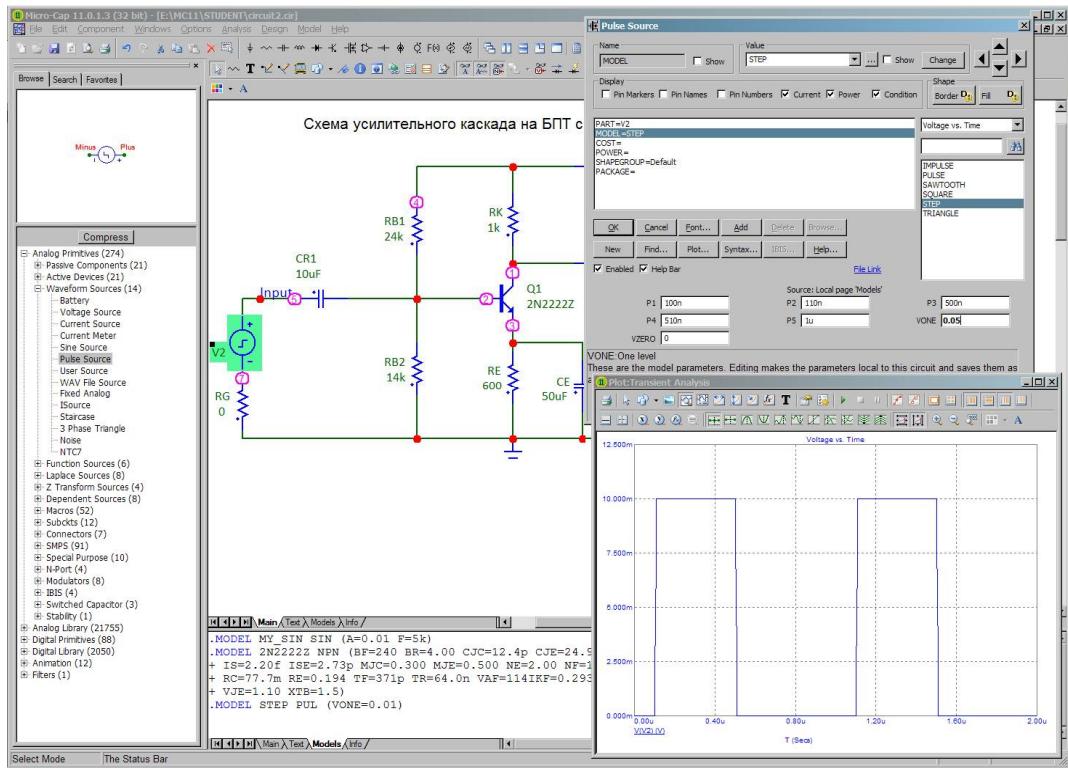


Рисунок 2.18 – Ввод параметров импульсного источника STEP

При моделировании переходных процессов теперь в окне **Transient Analysis Limits** нужно ввести новые параметры моделирования с учетом параметров входного сигнала (например, время моделирования следует выбирать таким образом, чтобы на экране помещалось 5-6 импульсов, т.е. значение Tmax в поле Time Range должно быть равным 5..6 периодов повторения импульсов источника STEP).

Результаты моделирования показаны на рис. 2.19. Здесь приведены графики напряжений на входе и выходе каскада. Следует обратить внимание на то, что сопротивление источника сигнала V2 теперь мало, задано RG = 0.

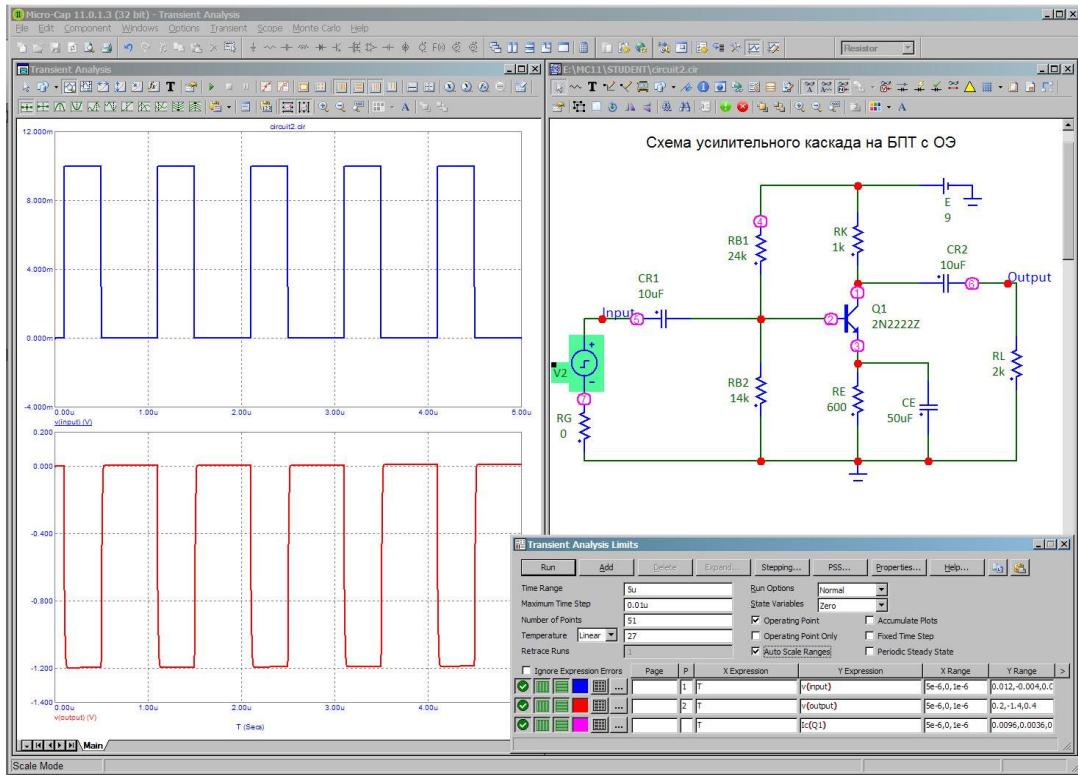


Рисунок 2.19 – Вид переходных процессов в усилительном каскаде при подключении импульсного источника STEP

По графику временных зависимостей напряжения на выходе каскада можно определить время нарастания переходного процесса (обычно измеряется от уровня 0.1 до 0.9 относительно установившегося значения), число и величину выбросов (переколебаний), время затухания выбросов и др. Для примера на рис. 2.20 показано измерение времени переднего фронта импульса на выходе усилителя.

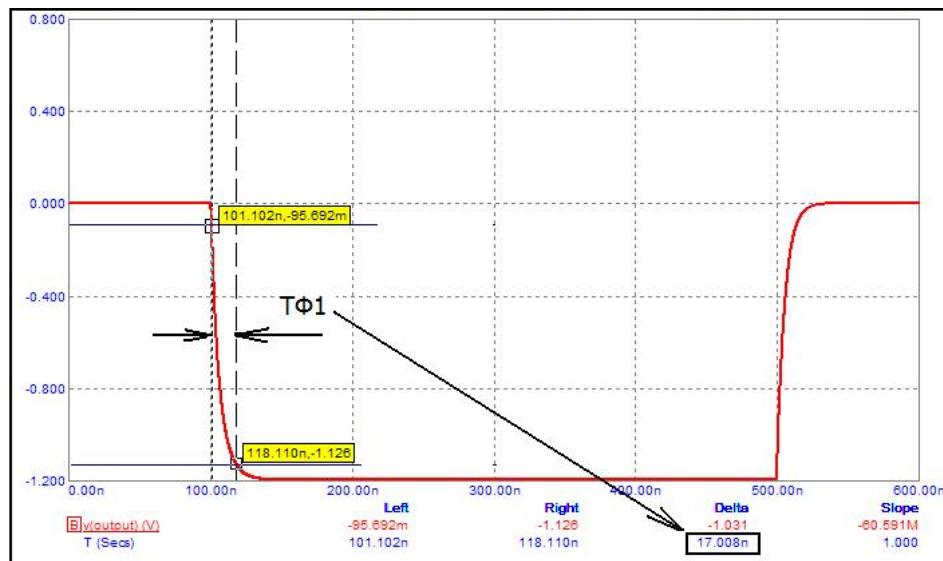


Рисунок 2.20 – Определение времени нарастания переднего фронта импульса по графику переходного процесса

Многовариантный анализ (Stepping...)

При выполнении моделирования в режимах Transient, AC и DC имеется возможность вызова диалогового окна Stepping... командой Transient ... системного меню (оно также вызывается нажатием кнопки  на панели инструментов или клавишей F11), с помощью которого производится изменение (варьирование) от 1 до 10 параметров компонентов схемы.

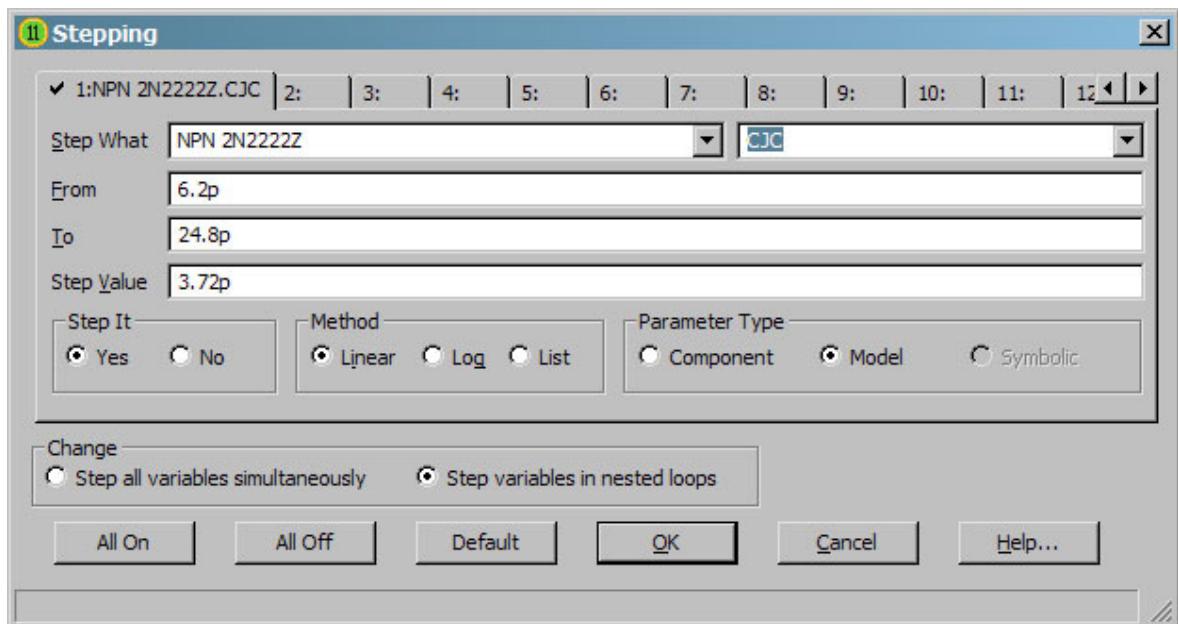


Рисунок 2.21 – Диалоговое окно Stepping... для изменения величины емкости CJC в модели транзистора 2N2222Z

В окне Stepping... (см. рис. 2.21) можно задавать следующие параметры:

- **Step What** – на верхней строке указывается имя компонента и имя его варьируемого параметра. Содержание этой строки зависит от выбранного ниже типа параметра: Component, Model или Symbol.
- **Parameter Type** – тип вариации параметров. Если выбран тип Component, то нажатие на кнопку  в первой строке открывает список имен компонентов, содержащихся в схеме, например, C1, C2, C3, D1, L1, R1, V1, E. Если в этом списке выбрать простой компонент, имеющий единственный параметр, например конденсатор, то справа на первой строке появится стандартное имя Value (обозначающее значение параметра). Если же выбранный компонент имеет модель или макромодель (описываемую по директивам .MODEL или .SUBCKT), то справа на первой строке нужно выбрать имя ее параметра.

Если компонент входит в состав макромодели, то используется составное имя: сначала указывается имя макромодели, затем после десятичной точки имя входящего в нее компонента, например X1.D13, X2.DIN555. Причем если в

окне **Global Settings** включены опции PRIVATEANALOG и PRIVATEDIGITAL, то варьироваться будут только параметры индивидуально выбранного компонента; параметры других компонентов, имеющих те же модели, варьироваться не будут. При выключении этих опций варьироваться будут параметры всех компонентов, имеющих ту же модель. При вариации параметров моделей все подобные модели, содержащие параметр AKO, варьироваться не будут и вариация температур T_MEASURED, T_ABS, T_REL_GLOBAL, T_REL_LOCAL недоступна.

Если выбран тип **Model**, то нажатие на кнопку в первой строке открывает список имен моделей, и справа на первой строке нужно выбрать имя варьируемого параметра выбранной модели. Например, в первой строке слева можно указать тип модели NPN 2N2222Z (n-p-n транзистор), а справа – имя одного из его параметров, например CJC (емкость коллекторного перехода). По этому способу варьируются параметры емкости CJC всех транзисторов, имеющих модель 2N2222Z.

Если выбран тип **Symbolic**, то становится доступен список параметров, определенных по директиве .define.

- **From** – начальное значение параметра. При выборе логарифмической шкалы оно должно быть больше нуля.
- **To** – конечное значение параметра. При выборе логарифмической шкалы оно должно быть больше нуля.
- **Step Value** – величина шага параметра. При линейной шкале она прибавляется к начальному значению, а при логарифмической шкале умножается на текущее значение параметра.
- **Step It** – включение режима вариации параметров (Yes) или его выключение (No).
 - **Method** – характер изменения варьируемого параметра:
 - *Linear* – линейная шкала;
 - *Log* – логарифмическая шкала;
 - *List* – список значений.
 - **Change** – метод изменения нескольких параметров:
 - *Step all variables simultaneously* – одновременное изменение всех варьируемых параметров, в этом случае количества вариаций всех параметров должны быть равны между собой
 - *Step variables in nested loops* – поочередное (вложенное) изменение варьируемых параметров, в этом случае во внешнем цикле изменяется переменная на первой закладке.

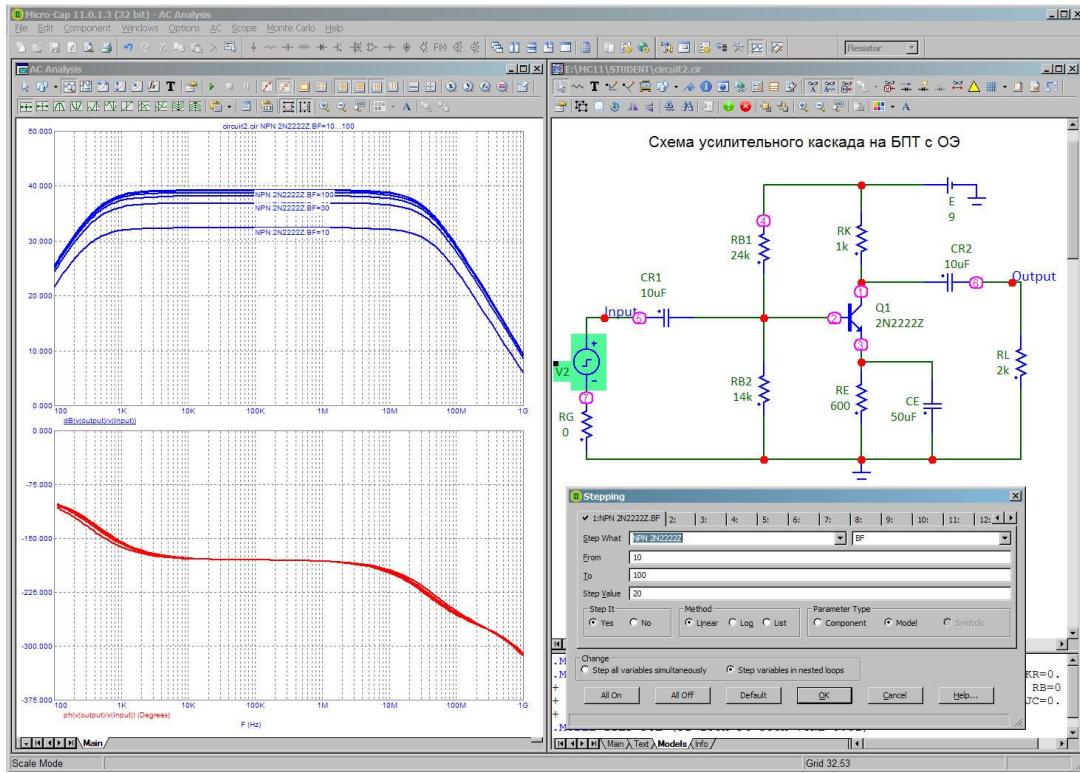


Рисунок 2.22 – Моделирование в режиме АС при изменении параметра BF в модели транзистора Q1 (2N2222Z)

Перед выполнением вариации параметров рекомендуется убедиться, что моделирование выполняется без ошибок при номинальных значениях параметров элементов. Одновременная вариация параметров в режиме Stepping и статистический анализ по методу Монте-Карло невозможен.

Пример многовариантного расчета частотных характеристик усилительного каскада при вариации параметра BF для модели транзистора 2N222Z приведен на рис. 2.22.

Ограничения на вариации параметров: нельзя варьировать параметры компонентов Transformer, User source, Laplace source, Function source, зависимых источников в формате языка SPICE (компоненты типа E, F, G и H).

В заключение отметим, что графики, полученные путем многовариантного анализа можно пометить, чтобы знать какому значению варьируемого параметра соответствует каждая кривая. Определяется это с помощью команды Scope>Label Branches.

2.2.5 Задание на лабораторную работу 1

1) Ввести в графическом редакторе Micro-CAP схему усилительного каскада (принципиальная схема которого представлена в приложении А (рис. А.1)).

2) Выполнить анализ усилительного каскада по переменному току (режим

АС) Исследовать влияние отдельных элементов схемы на частотные характеристики, используя процедуру Stepping... (варьируемые элементы см. в табл. Б.2 Приложения Б). По графикам качественно оценить влияние варьируемых элементов на АЧХ и ФЧХ каскада.

3) Получить вид переходных процессов на входе и выходе каскада (режим Transient) при подключении ко входу источника синусоидального напряжения с параметрами: частота $F = 5$ кГц; амплитуда сигнала $A = 0,01$ В; уровень постоянной составляющей $DC = 0$ В; внутреннее сопротивление источника $RG = 1$ кОм.

4) Построить переходные процессы на входе и выходе каскада (режим Transient) при подключении ко входу усилителя источника импульсных сигналов (параметры источника задаются в соответствии с вариантом в табл. Б.1 Приложения Б, сопротивление источника сигнала нужно принять равным 0 Ом). Исследовать влияние заданных варьируемых элементов схемы на форму переходного процесса, используя процедуру Stepping.

5) Оформить отчет. Отчет должен включать в себя:

- цель работы, вариант задания;
- краткую информацию о программе Micro-CAP и используемых режимах моделирования АС и Transient;
- схему исследуемого устройства (из редактора схем программы Micro-CAP);
- результаты моделирования в режимах АС и Transient виде графиков, в том числе в режиме многовариантного анализа (**Stepping ...**);
- результаты измерений полосы пропускания АЧХ и времени нарастания переднего фронта импульса;
- выводы по результатам моделирования.

Приложение А

Схема усилительного каскада на биполярном транзисторе

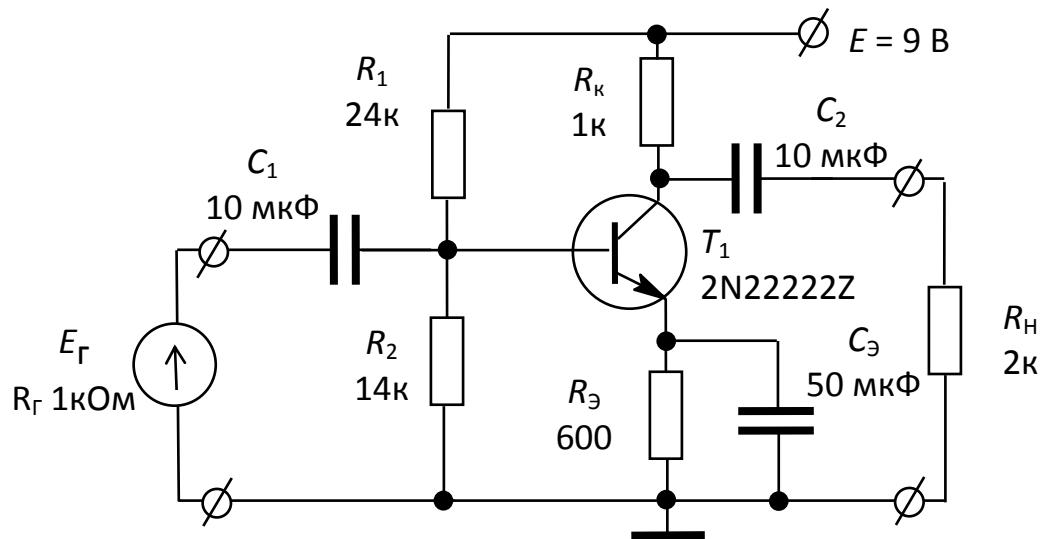


Рисунок А.1 – Схема усилительного каскада на биполярном транзисторе

Модель транзистора 2N2222Z:

```
.MODEL 2N2222Z NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p
+ CJE=24.9p EG=1.12 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00
+ NF=1.00 NR=1.00 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n AF=114
+ IKF=0.293 VAR=24.0 VJC=0.300 VJE=1.10 XTB=1.5)
```

Приложение Б

Варианты заданий на лабораторную работу 1

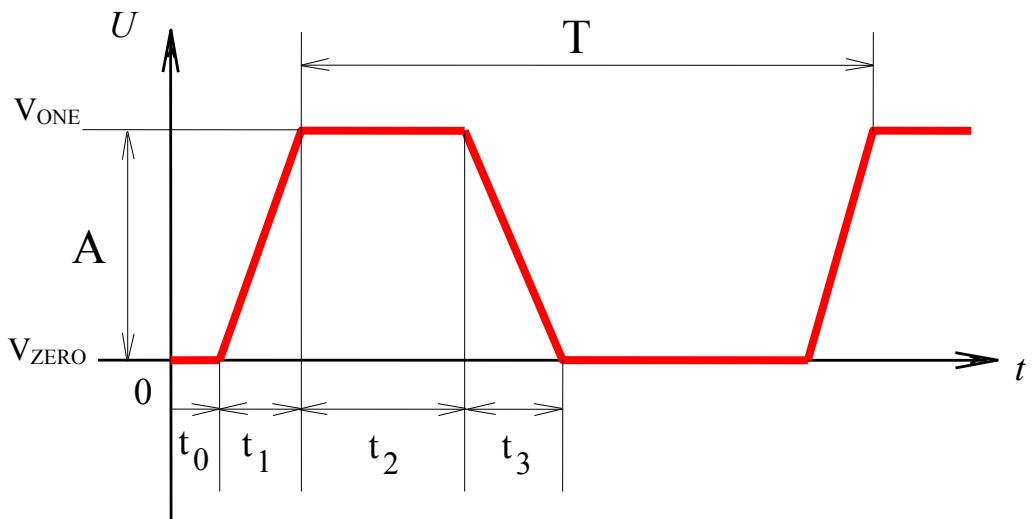


Рисунок Б.1 – Форма напряжения импульсного источника STEP
(компонент PULSE)

Таблица Б.1– Параметры источника импульсных сигналов STEP

Вариант задания	Задержка начала импульсов t_0 , (мкс)	Длительность переднего фронта t_1 , (мкс)	Длительность плоской вершины импульса t_2 , (мкс)	Длительность заднего фронта t_3 , (мкс)	Период повторения импульсов T , (мкс)	Амплитуда импульсного сигнала A , (В)
1	1	0.1	1	0.2	4	0.01
2	1.5	0.2	2	0.3	5	0.02
3	2	0.3	3	0.1	7	0.03
4	0.5	0.4	4	0.4	9	0.04
5	1	0.5	5	0.2	12	0.05
6	1.5	0.1	1	0.3	5	0.04
7	2	0.2	2	0.2	6	0.03
8	0.5	0.3	3	0.1	7	0.02
9	1	0.4	4	0.5	9	0,01
10	1.5	0.5	5	0.2	12	0.02
11	2	0.1	1	0.1	7	0.03
12	0.5	0.2	2	0.2	6	0.03
13	1	0.3	3	0.4	8	0.04
14	1.5	0.4	4	0.3	10	0.05
15	2	0.5	5	0.2	12	0.04
16	0.5	0.1	1	0.1	4	0.03
17	1	0.2	2	0.2	7	0.02
18	1.5	0.3	3	0.4	8	0.01
19	2	0.4	4	0.5	11	0.03
20	0.5	0.5	5	0.3	12	0.05

Замечание: В таблице Б.1 параметры импульсного сигнала заданы в виде длительностей. Для ввода параметров импульсного источника STEP в библиотеке устройств Library devices необходимо пересчитать их в соответствующие задержки от начала импульсов:

P1 = t0 – задержка до начала переднего фронта импульса;

P2 = t0 + t1 – задержка до конца переднего фронта импульса;

P3 = t0 + t1 + t2 – задержка до конца плоской вершины импульса (начало заднего фронта);

P4 = t0 + t1 + t2 + t3 – задержка до конца заднего фронта;

P5 = T.

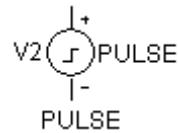
Таблица Б.2 – Варьируемый элемент схемы

Вариант задания		Варьируемый элемент схемы	Начальное значение	Конечное значение	Шаг
1	11	C_1	1n	1u	50n
		C_3	1u	5u	5u
2	12	C_2	1n	1u	50n
		C_3	1u	50u	5u
3	13	R_K	200	1000	100
		C_3	1u	50u	5u
4	14	R_K	100	1000	100
		C_1	1n	1u	50n
5	15	R_K	50	1000	50
		C_2	1n	1u	50n
6	16	R_3	10	1000	200
		C_1	1n	1u	50n
7	17	R_H	100	2000	200
		C_1	1n	1u	50n
8	18	R_3	10	1000	200
		C_3	1u	50u	5u
9	19	C_1	1n	1u	50n
		R_H	100	2000	200
10	20	R_H	100	2000	200
		C_3	1u	50u	5u

Приложение В

Источник импульсного напряжения (Pulse source)

Формат схем MC:



Атрибут PART: <имя>

Атрибут MODEL: <имя модели>

Параметры модели этого источника задаются по директиве:

.MODEL <имя модели> PUL ([список параметров])

Параметры модели источника импульсного напряжения приведены в табл. B.1, а его форма – на рис. B.1, окно задания параметров – на рис. B.2.

Таблица B.1 – Параметры модели источника импульсного сигнала в формате Micro-Cap

Обозначение	Параметр	Размерность	Значение по умолчанию
VZERO	Начальное значение	В	0
VONE	Максимальное значение	В	5
P1	Начало переднего фронта	с	0
P2	Начало плоской вершины импульса	с	P1 + 0,1 нс
P3	Конец плоской вершины импульса	с	0,5 мкс
P4	Момент достижения с уровня VZERO	с	P3 + 10нс
P5	Период повторения	с	1 мкс

Примечание. Амплитуда сигнала в режиме AC принимается равной 1 В.

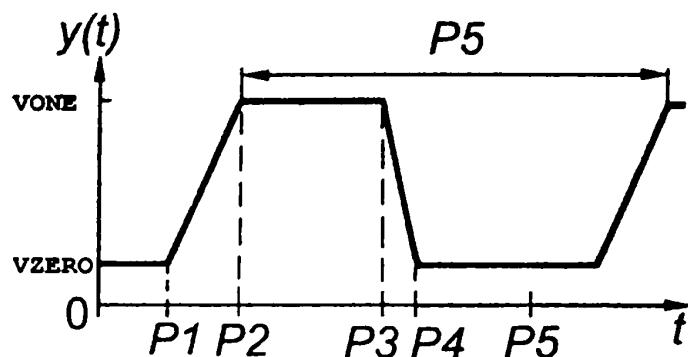


Рисунок B.1 – Описание импульсного сигнала в формате Micro-Cap

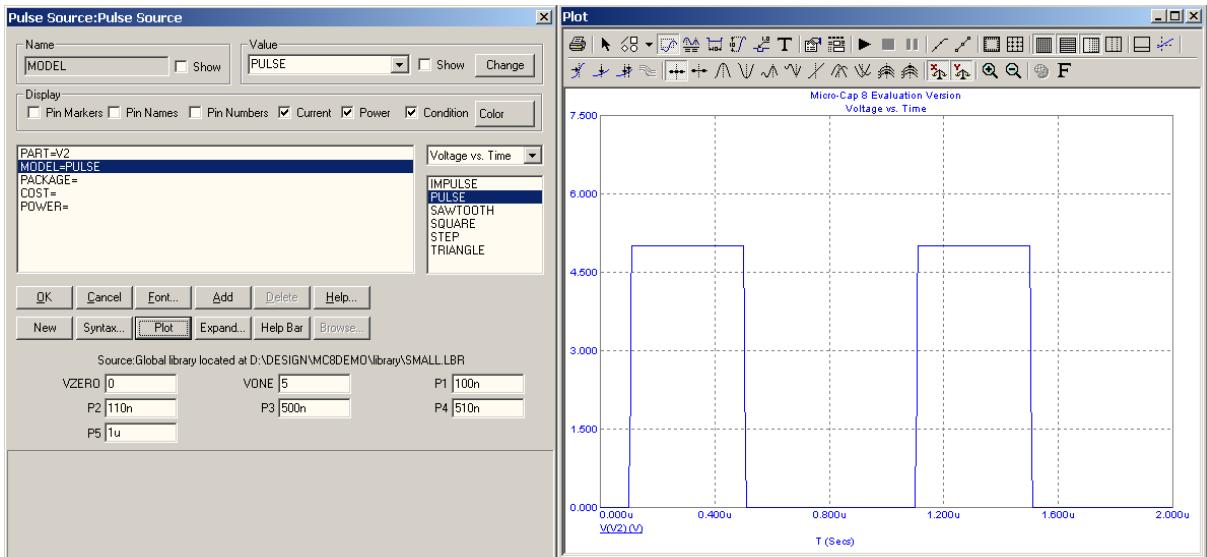


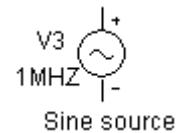
Рисунок В.2 – Окно задания параметров импульсного сигнала

Источник синусоидального напряжения (Sine source)

Формат схем MC:

Атрибут PART: <имя>

Атрибут MODEL: <имя модели>



Параметры модели этого источника задаются по директиве:

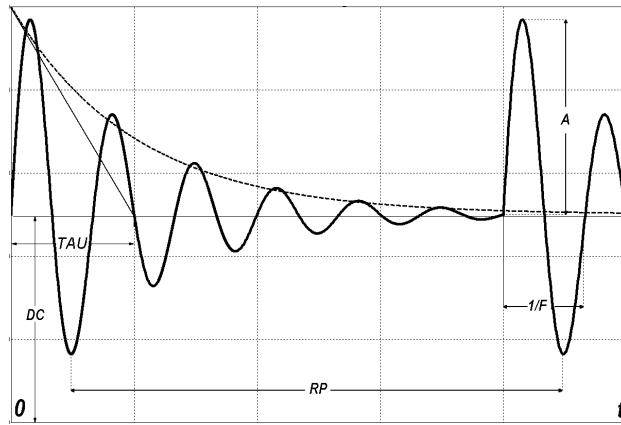
.MODEL <имя модели> SIN ([список параметров])

Параметры модели источника синусоидального напряжения приведены в табл. В.2, а его форма на рис. В.3, окно задания параметров – на рис В.4.

Таблица В.2 – Параметры модели источника гармонического сигнала

Обозначение	Параметр	Размерность	Значение по умолчанию
F	Частота	Гц	10^6
A	Амплитуда	В	1
DC	Постоянная составляющая	В	0
PH	Начальная фаза	радиан	0
RS	Внутреннее сопротивление	Ом	0.001
RP	Период повторения затухающего сигнала	сек	0
TAU	Постоянная времени изменения амплитуды сигнала по экспоненциальному закону	сек	0

Примечание. по умолчанию, амплитуда сигнала в режиме моделирования AC принимается равной 1 В.



$$V_{\sin} = DC + A \cdot e^{\frac{-t}{TAU}} \cdot \sin[2\pi \cdot F \cdot t + PH]$$

Рисунок В.3 – Синусоидальный сигнал в программе MC11

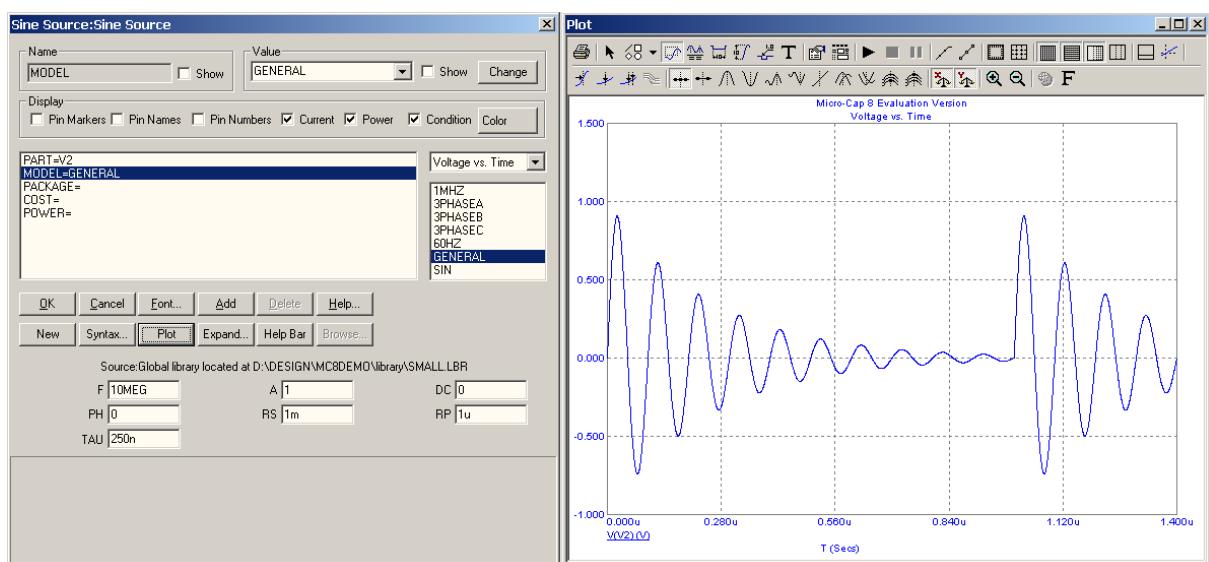


Рисунок В.4 – Окно для ввода параметров источника синусоидального напряжения

2.3. Лабораторная работа 2 – Моделирование радиоэлектронного устройства (функционального узла) с помощью программы Micro-Cap

2.3.1 Вводная часть

Данная лабораторная работа преследует своей целью закрепление навыков моделирования радиоэлектронных устройств с помощью пакета схемотехнического моделирования Micro-Cap.

Студенты должны самостоятельно выполнить установки параметров различных режимов моделирования в программе Micro-Cap для получения требуемых характеристик. Кроме того, следует исследовать влияние отдельных элементов схемы на рабочие характеристики устройства. Выбор варьируемых элементов (2-3 элемента) также остается за студентом. Следует остановить свой выбор на тех элементах, варьирование параметров которых оказывает наибольшее изменение характеристик моделируемого устройства.

По результатам работы оформляется отчет, который должен содержать следующие разделы:

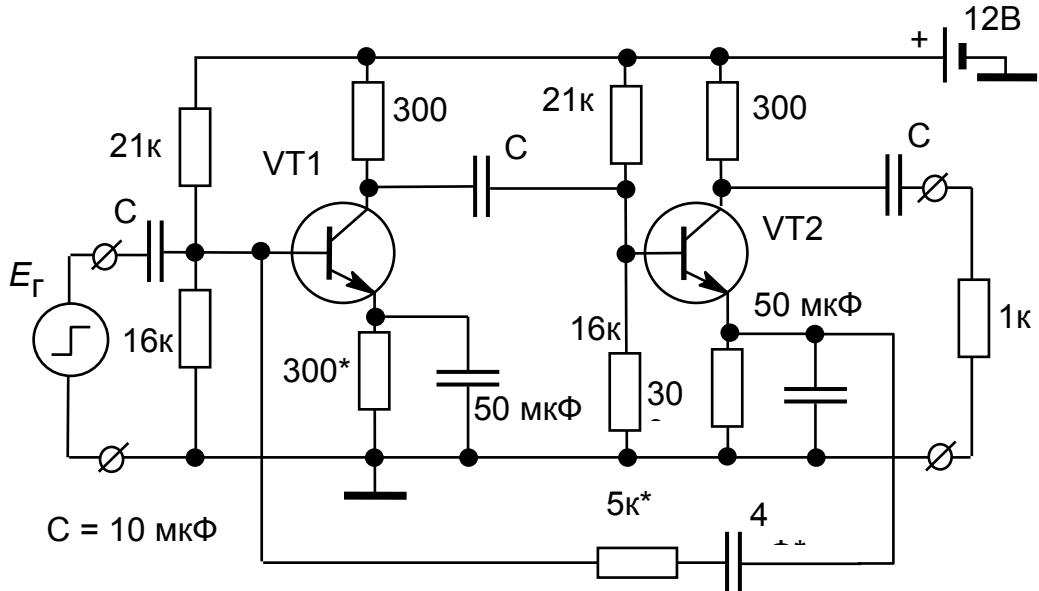
- цель работы, вариант задания;
- принципиальная схема исследуемого устройства, нарисованная в редакторе схем программы Micro-CAP;
- результаты моделирования в виде графиков и таблиц;
- выводы по результатам моделирования.

Студентам предлагается выполнить данную работу самостоятельно.

2.3.2 Варианты заданий на лабораторную работу 2

Вариант № 1. Усилитель импульсных сигналов ОЭ-ОЭ

VT1-VT2: 2N2222Q



Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJЕ=24.9p EG=1.12
IKF=0.293 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00
NR=1.00 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0
VJC=0.300 VJE=1.10 XTB=1.5).

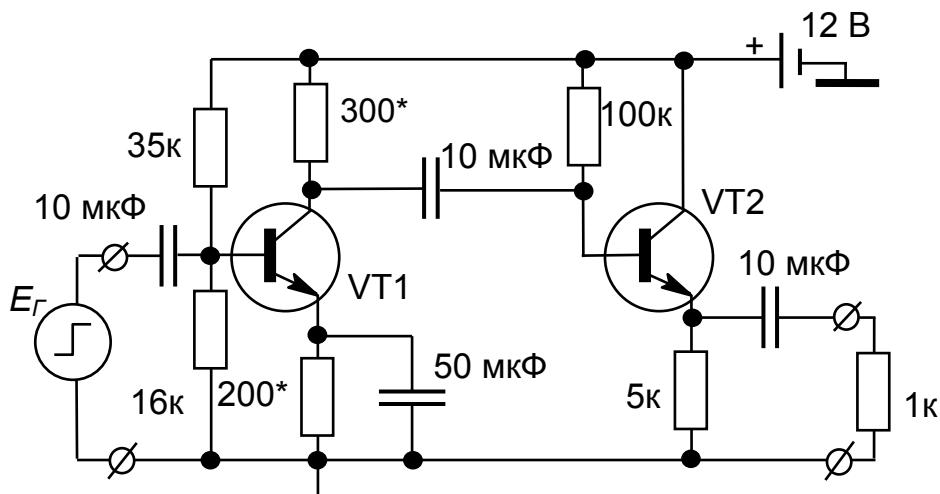
Параметры импульсного источника: задержка до начала импульса $\tau_0 = 1$ мксек; длительность импульса $\tau_{имп} = 2$ мксек; период повторения $T = 5$ мксек; длительность переднего и заднего фронтов $\tau_{ф1,2} = 0,1$ мксек; амплитуда импульса $U_{max} = 10$ мВ; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: 1) в режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) каскада, по АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания;

2) в режиме **Transient** получить графики переходных процессов при подключении на вход источника импульсных сигналов, измерить длительность переднего и заднего фронтов импульса на выходе усилителя;

3) в режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить варьирование значений 2-3 элементов).

Вариант № 2. Усилитель импульсных сигналов ОЭ-ОК



VT1-VT2: 2N2222Q

Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12
IKF=0.293 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00
NR=1.00 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0
VJC=0.300 VJE=1.10 XTB=1.5).

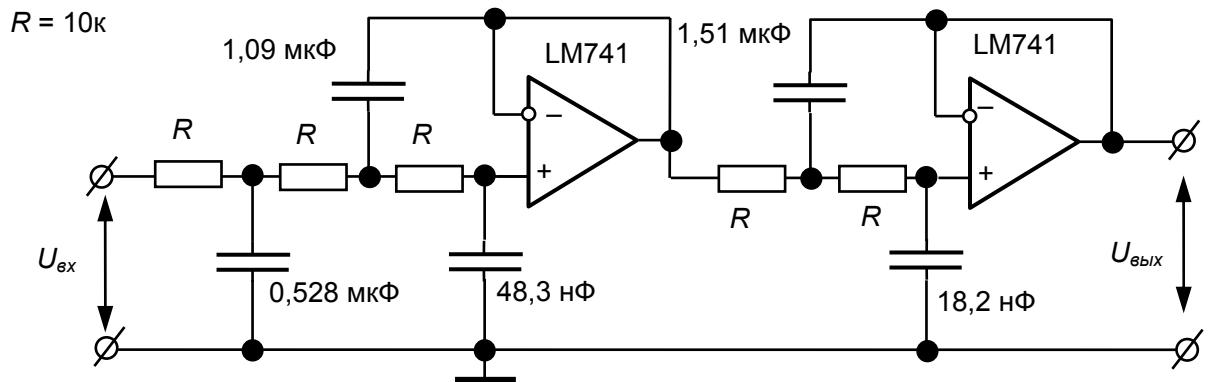
Параметры импульсного источника: задержка до начала импульса $\tau_0 = 1$ мкеск; длительность импульса $\tau_{имп} = 3$ мкеск; период повторения $T = 7$ мкеск; длительность фронтов $\tau_{ф1,2} = 0,1$ мкеск; амплитуда импульса $U_{max} = 10$ мВ; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: 1) в режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) каскада, по АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания;

2) режиме **Transient** получить графики переходных процессов при подключении на вход источника импульсных сигналов, измерить длительность переднего и заднего фронтов импульса на выходе усилителя

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов схемы).

Вариант № 3. Фильтр нижних частот (ФНЧ) Чебышева на операционных усилителях (ОУ)



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры ФНЧ: частота среза 100 Гц .

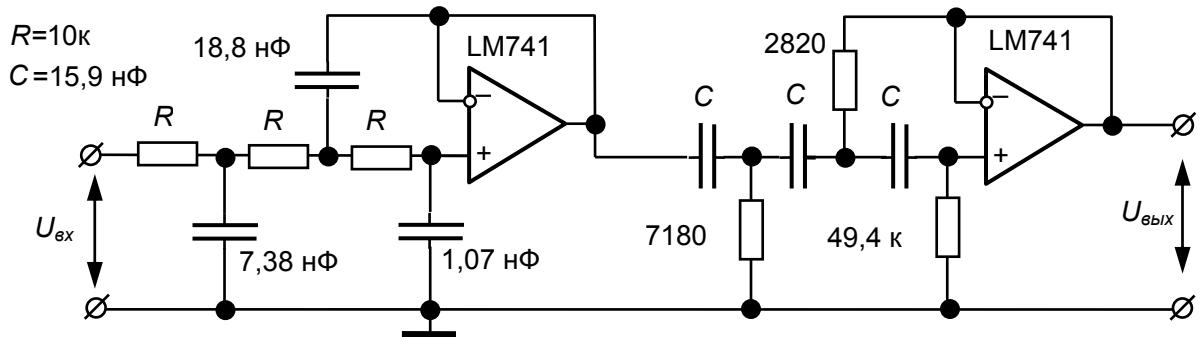
Параметры гармонического источника: амплитуда $U_m = 1 \text{ В}$; уровень постоянной составляющей $U_m = 0 \text{ В}$, внутренне сопротивление источника сигнала 0 Ом .

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) ФНЧ, измерить частоту среза.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов с частотой 50 Гц и 200 Гц . Определить величину затухания сигнала (в дБ) на частоте 200 Гц .

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 4. Полосовой фильтр (ПФ) Баттерворта на операционных усилителях (ОУ)



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры ПФ: центральная частота полосы пропускания ~ 2 кГц, ширина полосы пропускания – 2 кГц.

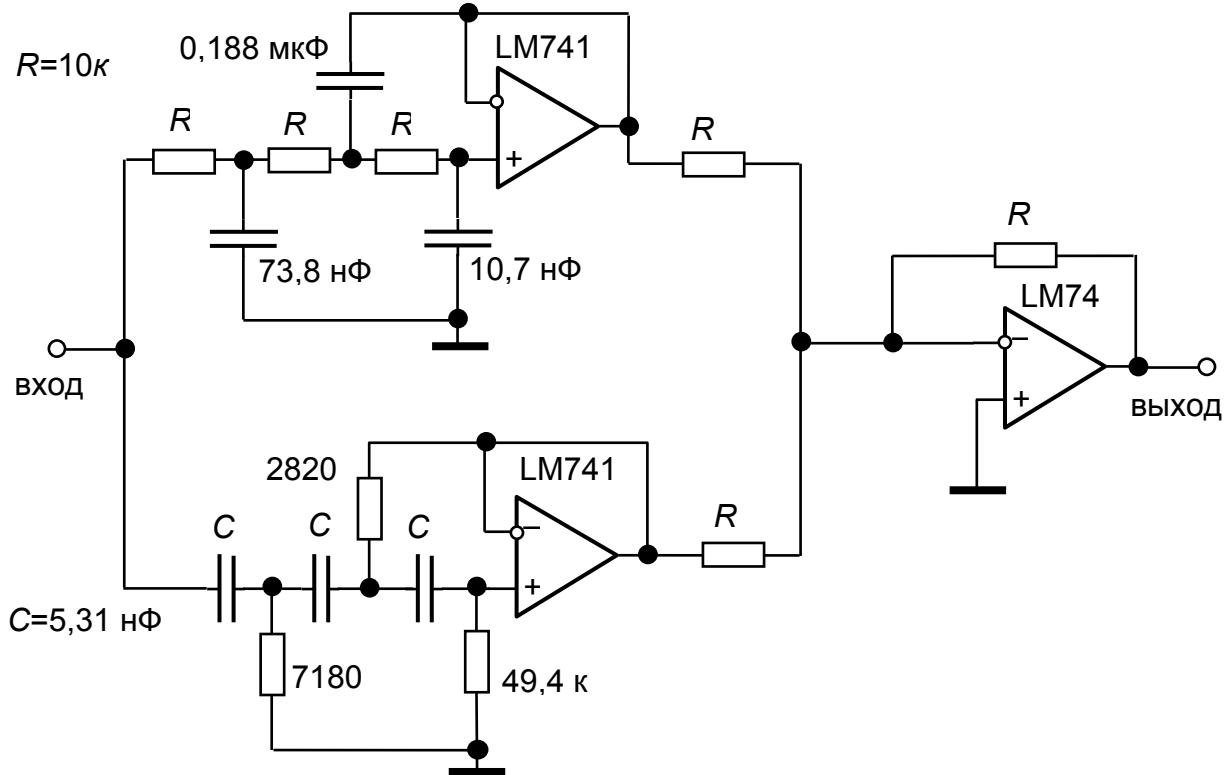
Параметры гармонического источника: амплитуда $U_{\max} = 1$ В; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) ПФ. По полученным характеристикам измерить центральную частоту и ширину полосы пропускания ПФ.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход ПФ источника гармонических сигналов с частотой 1 кГц и 5 кГц. Оценить затухание сигнала на частоте 5 кГц (в дБ).

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики фильтра (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 5. Режекторный фильтр (РФ) на операционных усилителях ОУ



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры РФ: центральная частота ~ 1 кГц, ширина полосы задержания ~ 2 кГц.

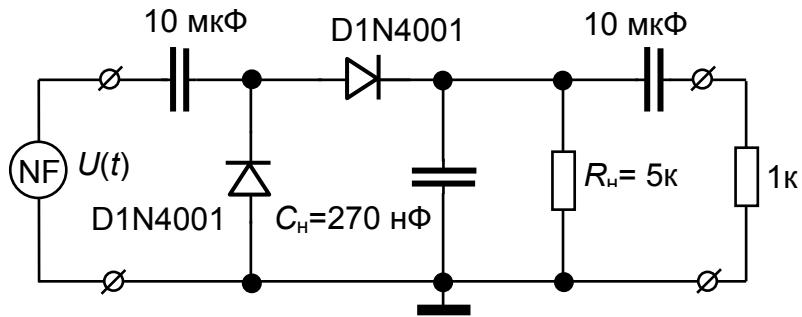
Параметры гармонического источника: амплитуда $U_{\max} = 1$ В; уровень

постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: в режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) РФ. В режиме **Transient** посмотреть вид переходных процессов при подключении на вход РФ источника гармонических сигналов с частотой 1 кГц и 5 кГц.

В режиме Stepping исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики фильтра (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 6. Диодный детектор АМ колебаний



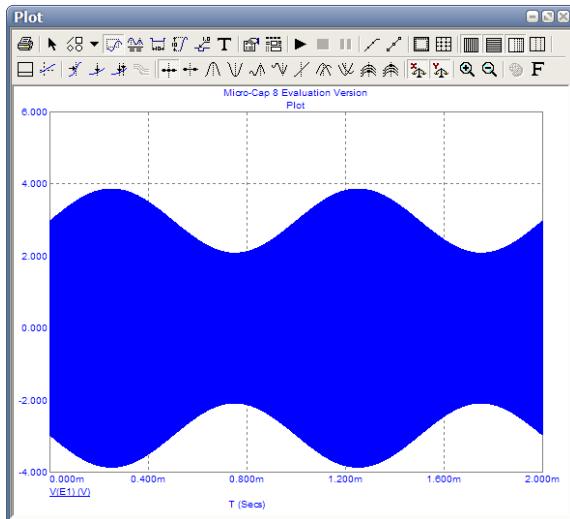
Параметры модели для диода:

```
.MODEL D1N4001 D (IS=1.10065p N=1.14668 BV=500 RS=158.398m
TT=4.76089n CJO=50.3997p VJ=408.893m M=386.137m RL=10MEG)
```

Необходимо задать амплитудно-модулированное (АМ) колебание с помощью функционального источника напряжения NFV с параметром VALUE = $U_F = U_{\max} * [1 + m * \sin(2 * \pi * F * T)] * \cos(2 * \pi * f * t)$, где $U_{\max} = 3$ В, глубина модуляции АМ колебания $m = 0,5$; $F = 1e3$ Гц – частота модулирующего сигнала, $f = 1e6$ Гц – частота несущего сигнала. Вид АМ колебания, заданного данным уравнением, показан на рисунке ниже

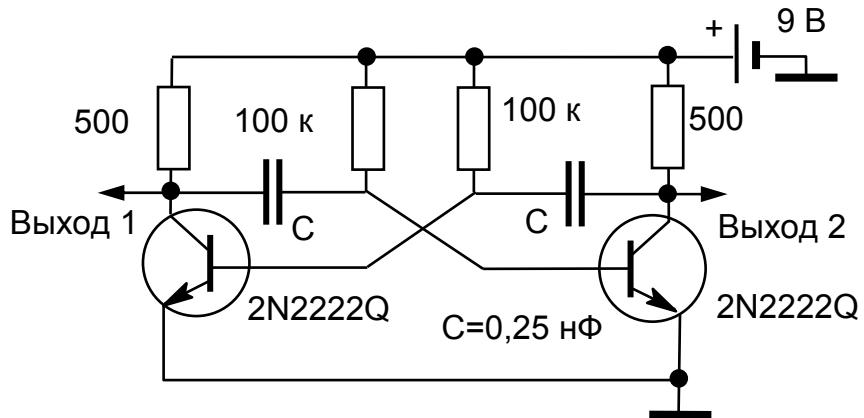
Задача моделирования: В режиме **Transient** получить на выходе детектора огибающую АМ сигнала (продетектированный сигнал). Анализ выполняется в режиме Transient. Исследовать влияние емкости C_h и сопротивления R_h нагрузки на сигнал на выходе детектора.

Замечание: при плохой сходимости расчетов измените точность моделирования вручную (т.е. необходимо задать параметр моделирования Maximum Time Step $\neq 0$ в окне Transient Analysis Limits).



Сигнал с АМ при гармоническом модулирующем воздействии

Вариант № 7. Мультивибратор на биполярных транзисторах



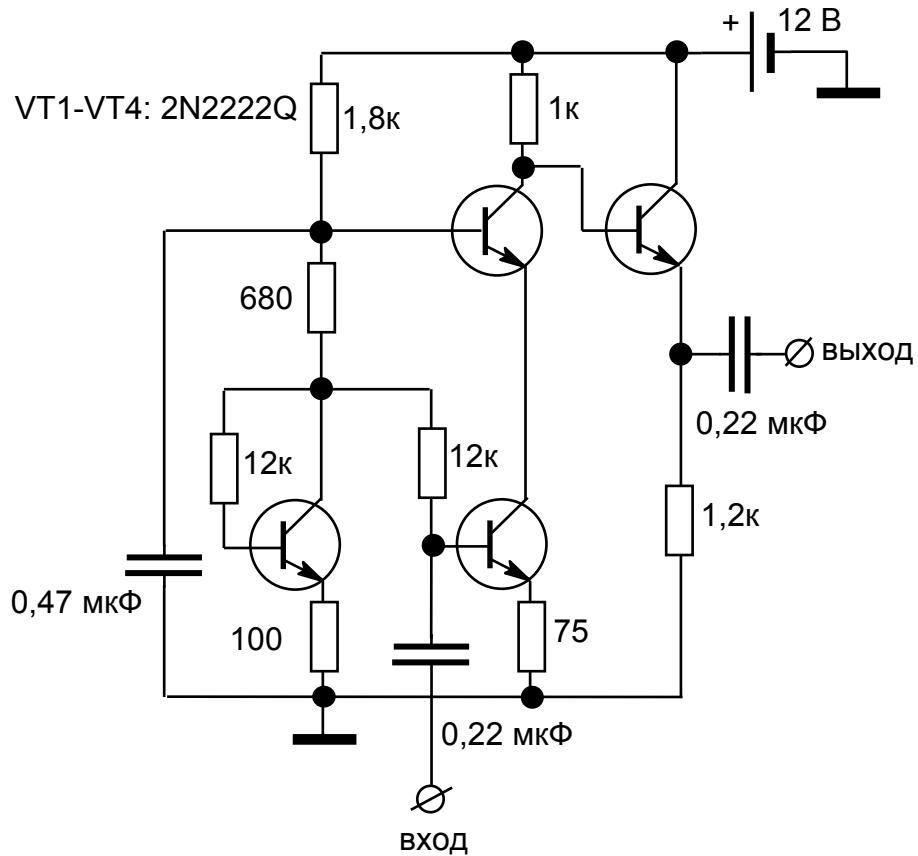
Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12
 $I_{KF}=0.293$ $I_{KR}=0.600$ $I_S=2.20f$ $I_{SE}=2.73p$ $MJC=0.300$ $MJE=0.500$ $NE=2.00$ $NF=1.00$
 $NR=1.00$ $R_B=0.777$ $R_C=77.7m$ $R_E=0.194$ $T_F=371p$ $T_R=64.0n$ $V_{AF}=114$ $VAR=24.0$
 $V_{JC}=0.300$ $V_{JE}=1.10$ $X_{TB}=1.5$).

Задача моделирования: получить вид переходных процессов на выходах мультивибратора (прямоугольные импульсы $\tau_{имп} \approx 5,7$ мкс и скважностью $Q = T/\tau_{имп} = 2$), а также форму напряжения на емкости C . Моделирование выполняется в режиме **Transient**. Исследовать влияние емкости C и сопротивления в цепи коллектора транзистора на длительность и скважность генерируемых мультивибратором импульсов.

Замечание: при необходимости установите точность моделирования решения вручную (параметр моделирования Maximum Time Step $\neq 0$ в окне Transient Analysis Limits).

Вариант № 8. Каскодный усилитель звуковой частоты



Параметры модели транзистора: .MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12 IKF=0.293 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00 NR=1.00 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0 VJC=0.300 VJE=1.10 XTB=1.5).

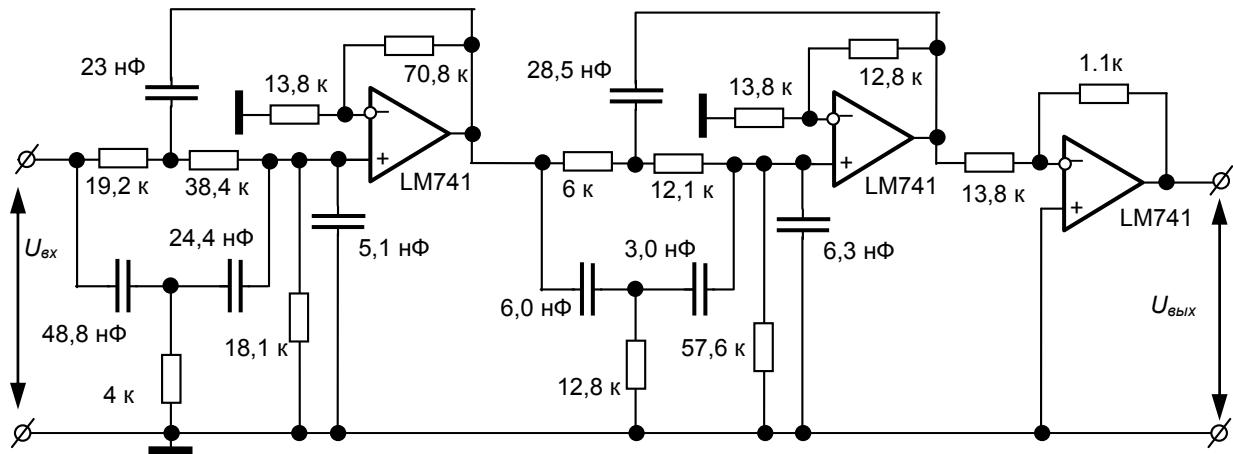
Параметры гармонического источника сигнала: амплитуда $U_{\max} = 10 \text{ мВ}$; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0 \text{ В}$; частота $f = 2 \text{ кГц}$.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) усилителя. По АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания усилителя.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов. Оценить динамический диапазон усилителя, т.е. найти максимальное значение входного напряжения U_{\max} при котором сигнал на выходе не искажается.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 9. Эллиптический полосовой фильтр (ПФ)



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры ПФ: центральная частота ~ 1 кГц и ширина полосы пропускания ~ 1 кГц.

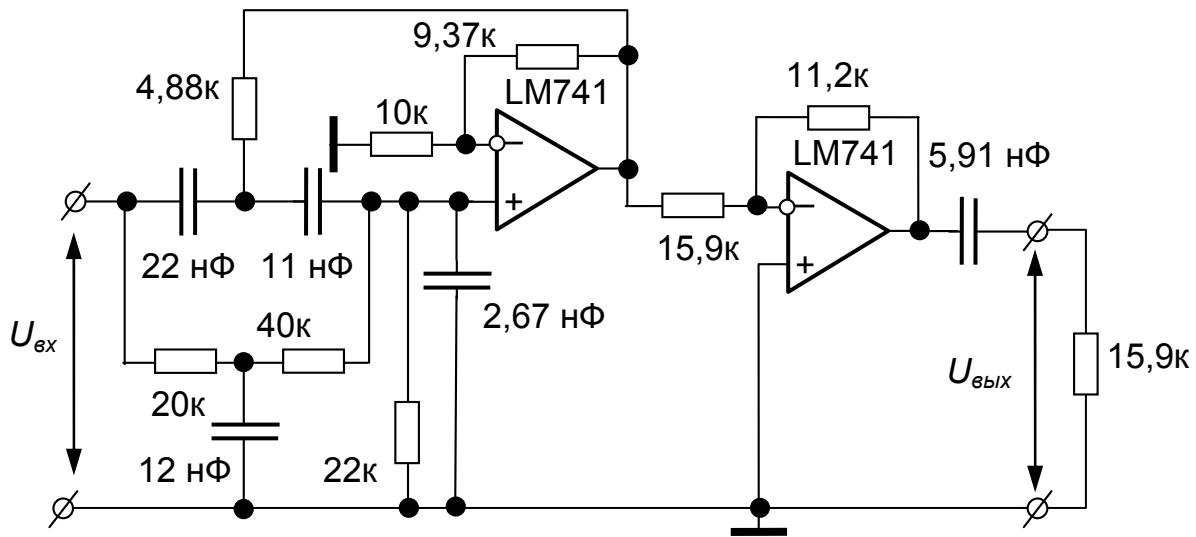
Параметры гармонического источника: амплитуда $U_{\max} = 1$ В; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ). По полученной АЧХ измерить центральную частоту и ширину полосы пропускания ПФ.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов с частотой 1 кГц и 3 кГц. Определить затухание амплитуды сигнала на частоте 3 кГц в дБ.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 10. Эллиптический фильтр верхних частот (ФВЧ)



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры ФВЧ: частота среза ФВЧ 1 кГц.

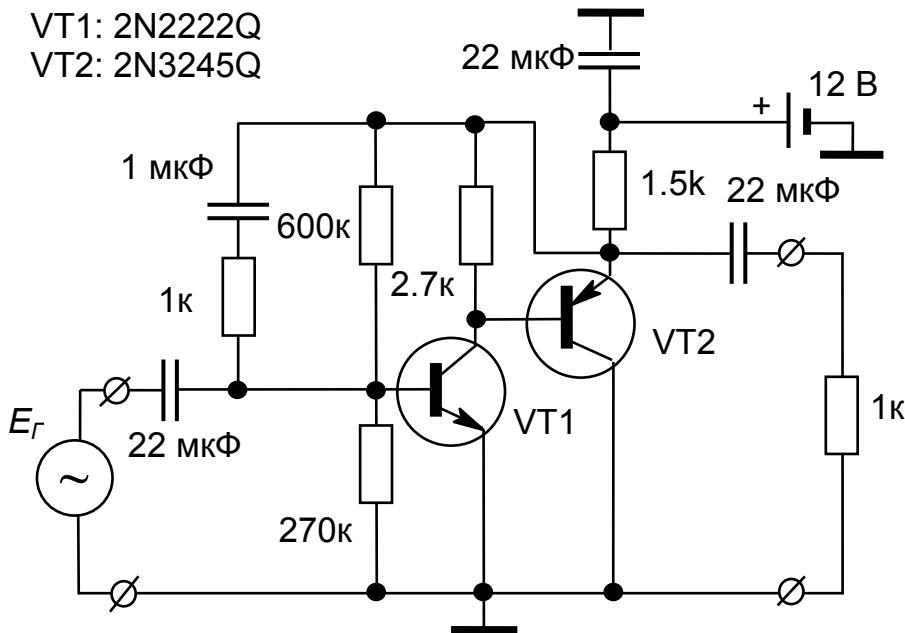
Параметры гармонического источника: амплитуда $U_{\max} = 1$ В; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0$ В.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) ФВЧ, измерить частоту среза на уровне -1 дБ.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов с частотой 5 кГц и 200 Гц. Определить величину затухания сигнала на частоте 200 Гц (в дБ).

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики фильтра (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 11. Усилитель звуковой частоты на биполярных транзисторах разной проводимости



Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12 IKF=0.293
IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00 NR=1.00
RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0 VJC=0.300
VJE=1.10 XTB=1.5).

.MODEL 2N3245Q PNP (BF=200 BR=868.867m CJC=114.512p CJE=141.412p
IKF=400m IKR=1.17266 IS=2.61563f ISC=1.599p ISE=1.07945p ITF=11.071m
MJC=558.067m MJE=642.876m NE=1.54334 NF=1.00847 RE=1.28457 TF=674.678p
TR=372.873n VAF=100 VJC=700m VJE=700m VTF=10 XTF=500.031m)

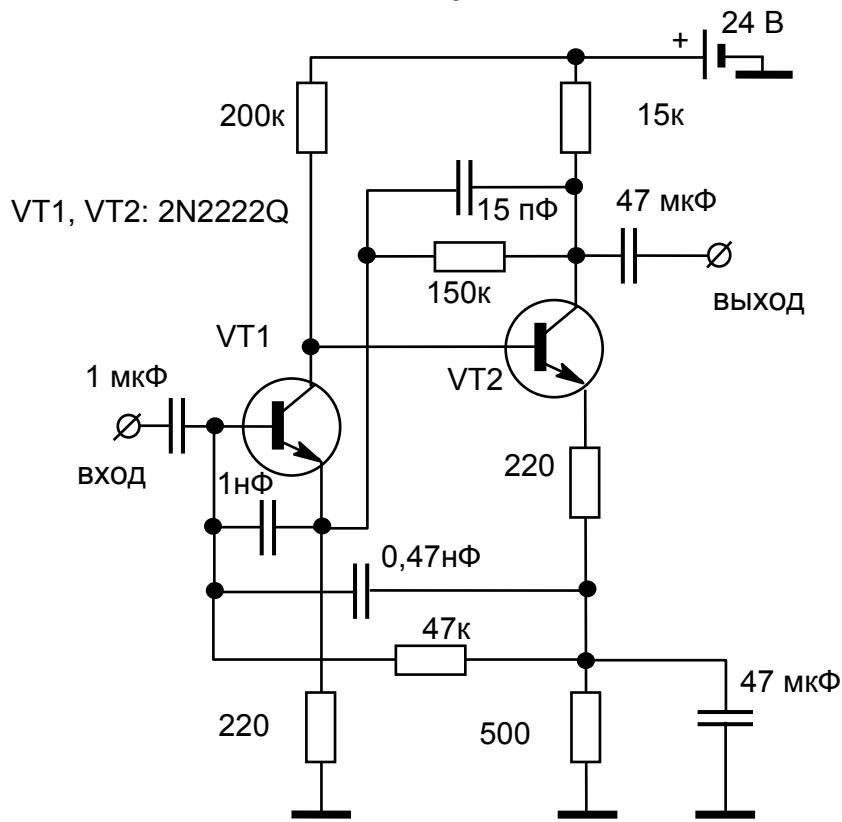
Параметры гармонического источника сигнала: амплитуда $U_{\max} = 1 \text{ мВ}$; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0 \text{ В}$; частота $f = 10 \text{ кГц}$.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) усилителя. По АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания усилителя.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов. Оценить динамический диапазон усилителя, т.е. найти максимальное значение выходного напряжения $U_{\text{вых}}$ при котором сигнал на выходе еще не искажается.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 12. Усилитель звуковой частоты на биполярных транзисторах одной проводимости



Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12 IKF=0.293
IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00 NR=1.00
RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0 VJC=0.300
VJE=1.10 XTB=1.5).

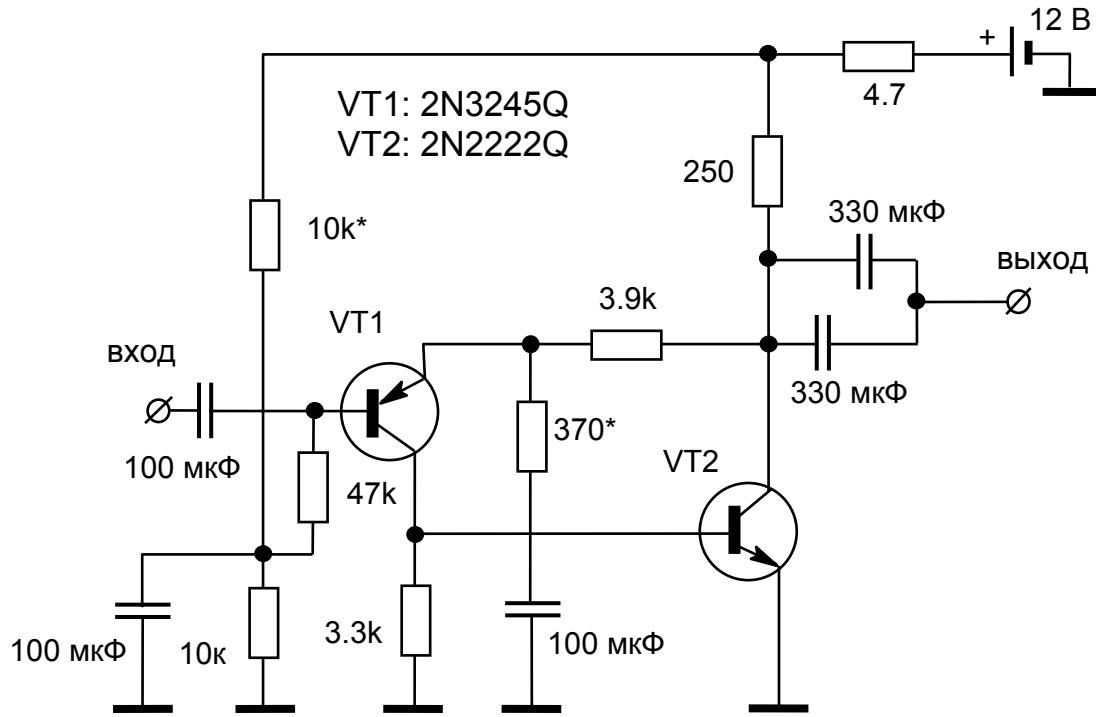
Параметры гармонического источника сигнала: амплитуда $U_{\max} = 1 \text{ мВ}$; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0 \text{ В}$; частота $f = 10 \text{ кГц}$.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) усилителя. По АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания усилителя.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов. Оценить динамический диапазон усилителя, т.е. найти максимальное значение входного напряжения U_{\max} при котором сигнал на выходе не искажается.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 13. Усилитель звуковой частоты на биполярных транзисторах разной проводимости



Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12 IKF=0.293
 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00 NR=1.00
 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0 VJC=0.300
 VJE=1.10 XTB=1.5).
 .MODEL 2N3245Q PNP (BF=200 BR=868.867m CJC=114.512p CJE=141.412p
 IKF=400m IKR=1.17266 IS=2.61563f ISC=1.599p ISE=1.07945p ITF=11.071m
 MJC=558.067m MJE=642.876m NE=1.54334 NF=1.00847 RE=1.28457 TF=674.678p
 TR=372.873n VAF=100 VJC=700m VJE=700m VTF=10 XTF=500.031m)

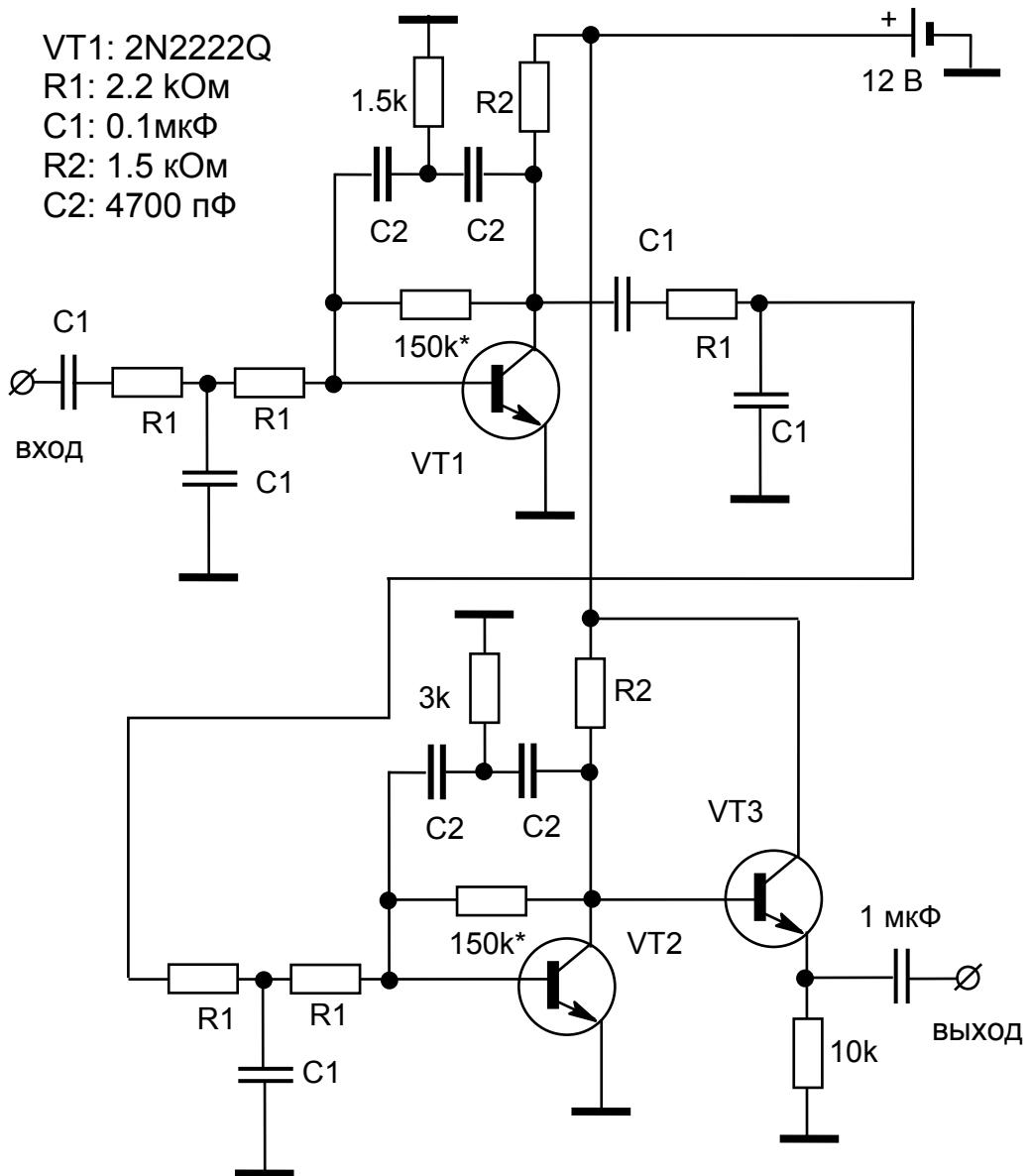
Параметры гармонического источника сигнала: амплитуда $U_{m.\text{вх}} = 0.25\text{ В}$; уровень постоянной составляющей $U_0 = 0\text{ В}$; частота $f = 5\text{ кГц}$, $R_s=1\text{ Ом}$.

Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) усилителя. По АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания усилителя.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов. Оценить динамический диапазон усилителя, т.е. найти максимальное значение входного напряжения $U_{\text{вх},\text{max}}$ при котором сигнал на выходе не искажается.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы (обозначенные звездочкой) на характеристики устройства.

Вариант № 14. Активный полосовой фильтр (ПФ) на биполярных транзисторах



Параметры модели транзистора:

.MODEL 2N2222Q NPN (BF=240 BR=4.00 CJC=12.4p CJE=24.9p EG=1.12 IKF=0.293
 IKR=0.600 IS=2.20f ISE=2.73p MJC=0.300 MJE=0.500 NE=2.00 NF=1.00 NR=1.00
 RB=0.777 RC=77.7m RE=0.194 TF=371p TR=64.0n VAF=114 VAR=24.0 VJC=0.300
 VJE=1.10 XTB=1.5).

Параметры ПФ: полоса пропускания $\sim 200\ldots2000$ Гц, коэффициент усиления ~ 40 дБ.

Параметры гармонического источника: амплитуда $U_{m,вх} = 1$ мВ; уровень постоянной составляющей $U_{0,вх} = 0$ В, $R_s=1$ мВ.

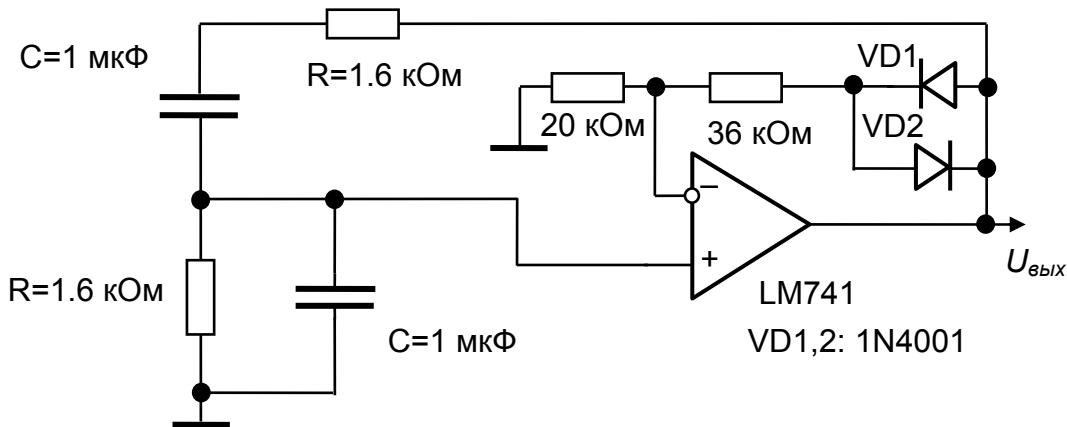
Задача моделирования: В режиме АС получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ). По полученной АЧХ измерить центральную

частоту и ширину полосы пропускания ПФ.

В режиме **Transient** построить графики переходных процессов при подключении на вход источника гармонических сигналов с частотой 1 кГц и 10 кГц. Определить затухание амплитуды сигнала на частоте 10 кГц в дБ.

В режиме **Stepping** исследовать влияние отдельных элементов схемы на характеристики устройства (выполнить вариацию 2-3 элементов).

Вариант № 15. Генератор синусоидального сигнала на ОУ с мостом Вина



Замечание: на схеме не показан источник питания для ОУ.

Параметры модели для диода:

.MODEL 1N4001 D (IS=1.10065p N=1.14668 BV=500 RS=158.398m TT=4.76089n
CJO=50.3997p VJ=408.893m M=386.137m RL=10MEG)

Задача моделирования: получить вид переходных процессов на выходе генератора. Моделирование выполняется в режиме **Transient**. Исследовать влияние емкости C и сопротивления R на частоту генерируемых колебаний.

Измерить частоту синусоиды, сравнить с расчетной $f = \frac{1}{2\pi RC}$.

Замечание: при необходимости установите точность моделирования решения вручную (параметр моделирования Maximum Time Step ≠ 0 в окне Transient Analysis Limits).

2.4 Лабораторная работа 3 - Расчет и моделирование усилительного каскада на биполярном транзисторе

2.4.1 Вводные замечания

В процессе преобразования и обработки информации, заложенной в электрических колебаниях, часто оказывается, что уровень мощности этих колебаний недостаточен для работы потребителя и возникает необходимость его увеличения. С этой целью используются электронные усилители.

Усилителем электрических колебаний называется устройство, которое позволяет при наличии на входе колебаний с некоторым уровнем мощности получить на выходной нагрузке колебания той же формы, но с большим уровнем мощности. Любой усилитель содержит в себе активный элемент, источник питания и некоторые пассивные цепи. Усиление происходит за счет того, что схема усилителя преобразует энергию источника питания в энергию полезных колебаний.

Наибольшее распространение в качестве активных элементов (АЭ) при построении усилителей нашли биполярные транзисторы. Вопросам проектирования электронных усилителей на транзисторах посвящено огромное количество литературы. Основой для большинства типов усилителей на биполярных транзисторах служит усилительный каскад с общим эмиттером. Расчет режима АЭ по постоянному току является первым этапом при проектировании усилительного устройства. Выбор и расчет схемы обеспечения стабилизации электрического режима транзистора по постоянному току является достаточно важным, так как от качества стабилизации режима АЭ зависят важнейшие рабочие характеристики усилителя – коэффициент усиления, частотные и нелинейные искажения полезного сигнала.

Применение систем моделирования радиоэлектронных устройств (РЭУ) с помощью ЭВМ позволяет посмотреть характеристики проектируемого устройства без проведения дорогостоящих экспериментов на реальных образцах. Это позволяет избежать ошибок на ранних стадиях проектирования РЭУ, сокращает время и затраты на проектирование и изготовление. Основным недостатком моделирования РЭУ с помощью компьютера является ограниченная точность машинного эксперимента, так как используются приближенные математические модели компонентов и объектов, из которых строится полная модель устройства. Однако современные системы автоматизированного проектирования и моделирования большинства классов РЭУ обладают достаточной для реального применения точностью. Проектирования же некоторых типов РЭУ (например, интегральных и

цифровых микросхем) вообще не может обойтись без компьютерного моделирования.

Целью лабораторной работы является изучение работы усилительного каскада на биполярном транзисторе в схеме включения с общим эмиттером. В качестве инструмента для моделирования характеристик как АЭ, так и усилителя в целом используется пакет схемотехнического моделирования Micro-CAP фирмы Spectrum Software.

2.4.2 Классификация усилителей и их основные характеристики

Классификацию усилительных устройств (УУ) можно проводить по различным признакам. Рассмотрим наиболее распространенные типы УУ. Усилители могут быть:

- по виду используемого АЭ – ламповые, транзисторные усилители, на туннельных или параметрических диодах, на операционных усилителях и т.д.;
- по диапазону усиливаемых частот – усилители постоянного тока (УПТ), звуковой частоты (УЗЧ), низкой частоты (УНЧ), радио- или промежуточной частоты (УРЧ, УПЧ), высокой частоты (УВЧ), сверхвысокой частоты (СВЧ);
- по ширине полосы усиливаемых частот – узкополосные (до октавы), широкополосные, сверхширокополосные (более 10 октав) усилители;
- по характеру усиливаемого сигнала – усилители непрерывных и импульсных сигналов;
- по усиливающей электрической величине – усилители напряжения, тока, мощности;
- по типу нагрузки – резистивные (апериодические) и резонансные (избирательные) усилители.

Работу УУ принято оценивать рядом характеристик и показателей:

Коэффициент усиления.

Коэффициентом усиления называется отношение выходной величины, характеризующей уровень сигнала, ко входной. В качестве таких величин могут употребляться напряжение, ток или мощность. В соответствии с этим различают коэффициенты усиления по напряжению \dot{K}_U , по току \dot{K}_I или по мощности K_P .

Коэффициентом усиления по напряжению (току) называется отношение выходного напряжения $\dot{U}_{m\text{ых}}$ (тока $\dot{I}_{m\text{ых}}$) к входному напряжению $\dot{U}_{m\text{вх}}$ (току $\dot{I}_{m\text{вх}}$): $\dot{K}_U = \dot{U}_{m\text{ых}} / \dot{U}_{m\text{вх}}$, $\dot{K}_I = \dot{I}_{m\text{ых}} / \dot{I}_{m\text{вх}}$.

Коэффициент усиления по мощности K_P показывает, во сколько раз

активная мощность $P_{\text{вых}}$, отдаваемая усилителем в нагрузку, больше активной мощности $P_{\text{вх}}$ подводимой ко входным зажимам: $K_P = P_{\text{вых}} / P_{\text{вх}}$. Коэффициент усиления по мощности часто выражают в логарифмических единицах - децибелах: $K_P, \text{дБ} = 10 \lg K_P$.

Коэффициенты усиления \dot{K}_U и \dot{K}_I являются комплексными величинами, а коэффициент усиления по мощности K_P – вещественный, все они, как правило, зависят от частоты усиливаемого сигнала.

Наиболее часто усилители непрерывных сигналов характеризуются коэффициентом усиления по напряжению, поэтому в дальнейшем для коэффициента \dot{K}_U индекс U будем опускать и писать просто K .

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики

Усиление сигнала в УУ сопровождается искажениями его формы. Поэтому усилитель характеризуют не только коэффициентом усиления, но и мерой искажений выходного сигнала по сравнению со входным. Искажения могут быть линейными и нелинейными.

Линейные искажения обусловлены наличием в УУ реактивных элементов, сопротивление которых зависит от частоты. Отдельные гармонические составляющие сложного сигнала усиливаются не одинаково, нарушается их взаимный фазовый сдвиг относительно друг друга и, следовательно, форма сигнала на выходе УУ искажается. Линейные искажения оценивают по амплитудно-частотной, фазочастотной и переходной характеристикам.

Поскольку коэффициент усиления по напряжению (току) в общем случае является комплексной величиной, то можно записать

$$\dot{K}(j\omega) = |\dot{K}(\omega)| e^{j\varphi(\omega)},$$

где $|\dot{K}(\omega)|$ – модуль коэффициента усиления, $\varphi(\omega)$ – аргумент коэффициента усиления (фаза).

Под *амплитудно-частотной характеристикой* (АЧХ) УУ понимается зависимость модуля коэффициента усиления от частоты усиливаемого сигнала. При анализе усилителей часто пользуются нормированной АЧХ: $k(\omega) = |\dot{K}(\omega)| / K_0$, где K_0 – максимальное значение модуля коэффициента усиления.

Фазочастотной характеристикой (ФЧХ) усилителя называется зависимость фазового сдвига выходного гармонического сигнала относительно

входного при изменении частоты входного воздействия.

Примерный вид АЧХ и ФЧХ линейных усилителей показан на рис. 2.23. В логарифмическом масштабе коэффициент усиления определяется как $|\dot{K}(\omega)|$, $\text{дБ} = 20 \lg |\dot{K}(\omega)|$.

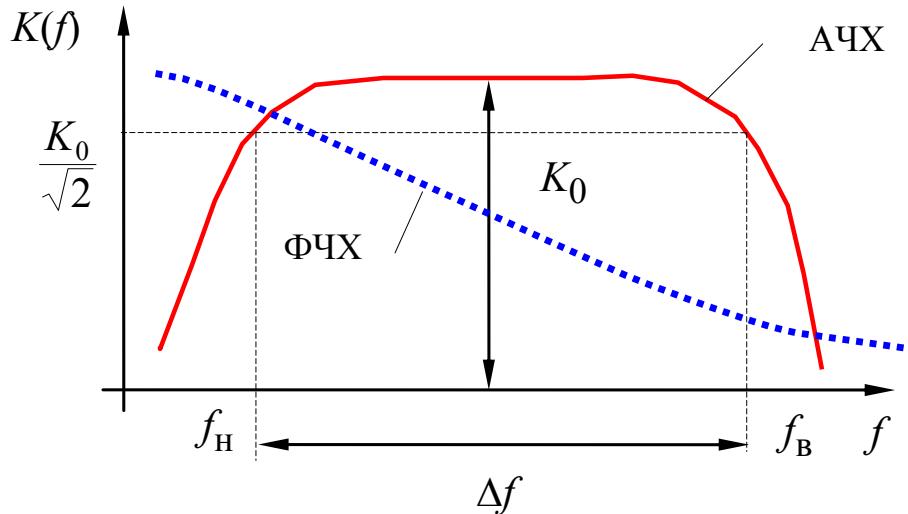


Рисунок 2.23 – Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) линейного усилителя

Диапазон частот, в котором величина модуля коэффициента усиления не уменьшается ниже определенного значения, называют *полосой рабочих частот* или *полосой пропускания* УУ. Обычно используется уровень $1/\sqrt{2} \approx 0,707 K_0$ от максимального значения коэффициента усиления в полосе. В логарифмическом (в дБ) масштабе этот уровень соответствует уменьшению коэффициента усиления на 3 дБ.

Переходная характеристика

Переходной характеристикой усилителя называется зависимость мгновенного значения выходного напряжения от времени $U_{\text{вых}}(t)$ при единичном скачкообразном изменении входного сигнала (т.е. реакция цепи на единичный «скачок» напряжения на входе). Эта характеристика отражает переходные процессы в схеме и позволяет судить об искажении усиливаемого импульсного сигнала. На практике чаще используется нормированная переходная характеристика $h(t)$: $h(t) = U_{\text{вых}}(t)/K_0$.

Выходной импульс реального УУ по форме всегда отличается от входного. Можно оценить искажения, вносимые усилителем, сравнивая выходной импульс с идеальным прямоугольным импульсом, амплитудой $U_0 = K_0 U_{\text{вх}}$, где $U_{\text{вх}}$ — амплитуда прямоугольного входного импульса. Количественно искажения импульсного сигнала (см. рис. 2.24) оцениваются

временем нарастания фронта t_ϕ , выбросом δU , временем запаздывания t_3 и величиной спада (скола) плоской вершины импульса ΔU .

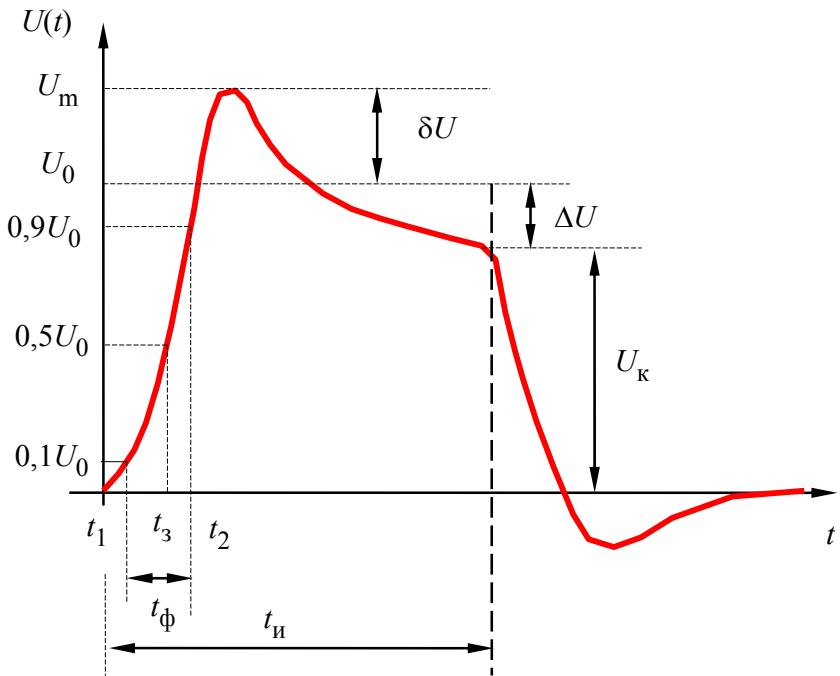


Рисунок 2.24 – Искажения прямоугольного сигнала в УУ

Временем нарастания (установления) переднего фронта t_ϕ называется отрезок времени, в течение которого выходное напряжение изменяется от $0,1U_0$ до $0,9U_0$, т.е. $t_\phi = t_2 - t_1$.

Под *выбросом* δU понимается разность $U_m - U_0$, где U_m – максимальное значение импульса в моменты времени, близкие к началу входного импульса.

Временем запаздывания t_3 считается время, в течение которого передний фронт импульса достигает величины $0,5U_0$. *Спадом плоской вершины импульса* ΔU называется разность $U_0 - U_k$, где U_k – значение амплитуды выходного сигнала в момент окончания входного импульса.

Нелинейные искажения

Нелинейными искажениями называются искажения формы выходного сигнала, вызванные нелинейностью вольт-амперных характеристик АЭ, используемых в усилителе. Нелинейные искажения приводят к появлению на выходе усилителя напряжений (токов) с частотами, являющимися высшими гармониками составляющих входного сигнала, которых не было в спектре входного колебания. При усилении гармонического сигнала нелинейные искажения принято оценивать коэффициентом гармоник (*нелинейных искажений*) K_g . Этот коэффициент определяется на выходе УУ при подаче на

вход гармонического сигнала и определяется соотношением

$$K_{\Gamma} = \frac{P_2 + P_3 + \dots + P_n}{P_1} \cdot 100\%,$$

где $P_i, i = \overline{1, n}$ - мощности второй, третьей и т.д. гармоник выходного сигнала.

При чисто резистивной нагрузке усилителя отношение мощностей можно заменить отношением квадратов амплитуд напряжений или токов, тогда

$$K_{\Gamma} = \frac{\sqrt{U_{m2}^2 + U_{m3}^2 + \dots + U_{mn}^2}}{U_{m1}} \cdot 100\%.$$

Допустимый уровень нелинейных искажений определяется назначением усилителя. Например, для высококачественных усилителей звуковой частоты *Hi-Fi* класса K_{Γ} не должен превышать величины 0,1...0,01 %.

Коэффициент полезного действия

При оценке мощных выходных усилителей существенную роль играет коэффициент полезного действия (КПД) η , который определяется как отношение мощности полезного сигнала $P_{\text{вых}\sim}$ в нагрузке усилителя к мощности P_0 , потребляемого от источника питания: $\eta = \frac{P_{\text{вых}\sim}}{P_0}$.

Помимо названных параметров УУ, существует и ряд других характеристик: например, устойчивость, входная и выходная проводимость (или сопротивление), температурная стабильность, коэффициент шума, шумовая температура, амплитудная характеристика, конструктивные и эксплуатационные параметры и др. Однако их обсуждение выходит за рамки данного пособия

Классы усиления (линейный режим усиления)

Режимы работы линейных УУ принято делить на следующие классы: А, В, АВ, С и D. Все эти режимы рассмотрим, опираясь на вид сквозной ВАХ биполярного транзистора.

При работе транзистора в режиме класса А (рис. 2.25,*a*) переменный ток протекает в выходной цепи АЭ в течение всего периода, т.е. в процессе работы не происходит запирание АЭ (так называемой, «отсечки» выходного тока). От источника питания непрерывно, независимо от уровня входного сигнала, потребляется примерно одна и та же мощность, пропорциональная току в рабочей точке (току покоя) АЭ. Поэтому КПД при этом невелик (не превышает 25 % даже при идеальной нагрузке). Режим класса А используется, как правило,

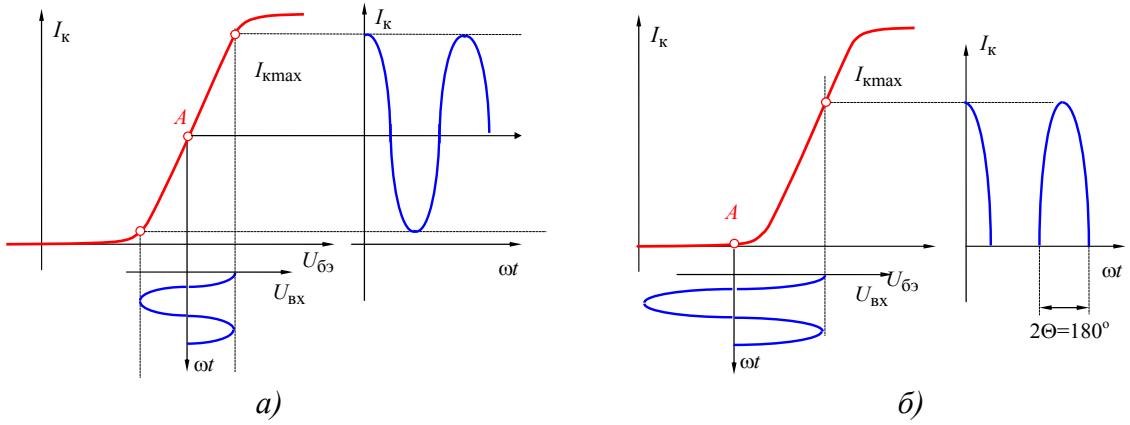


Рисунок 2.25 – Положение РТ на сквозной ВАХ для УУ разных классов усиления
а) УУ класса А; б) УУ класса В

в маломощных линейных усилителях, где важны малые нелинейные искажения сигнала.

При работе УУ в режимах В, АВ и С ток покоя мал или вообще равен нулю, поэтому АЭ работает с отсечкой выходного тока, т.е. в некоторые промежутки времени транзистор закрывается. Выходной ток протекает в течение части периода, равного 2Θ (здесь Θ – угол отсечки). В режиме класса А отсечка тока отсутствует, что соответствует значениюю $\Theta=180^\circ$.

Режим класса В характерен тем, что ток покоя равен нулю, угол отсечки $\Theta=90^\circ$, выходной ток протекает в течение одного полупериода входного сигнала (рис. 2.25, б). При отсутствии сигнала на входе усилитель не потребляет мощности от источника питания. При наличии входного сигнала потребляемая от источника питания мощность пропорциональна среднему значению выходного тока. Режим класса В характеризуется более высоким КПД, чем класса А и применяется в мощных усилителях или усилителях импульсных сигналов.

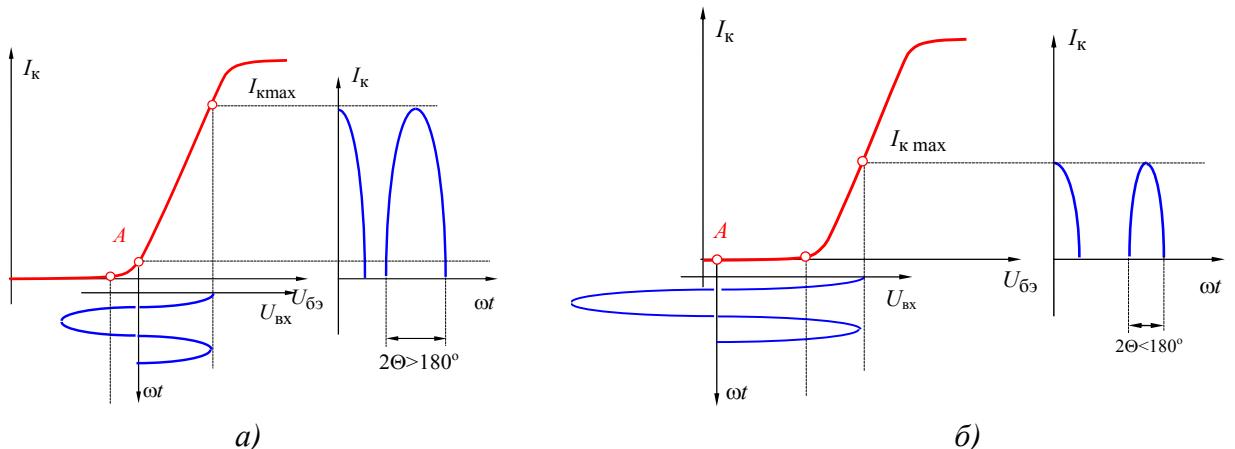


Рисунок 2.26 – Положение РТ на сквозной ВАХ для УУ разных классов усиления:
а) УУ класса АВ; б) УУ класса С

Режиму АВ соответствует угол отсечки $90^\circ < \Theta < 180^\circ$ (рис. 2.26, а). Энергетические показатели режима АВ уступают показателям режима В, но значительно лучше, чем показатели режима класса А. Режимы В и АВ приводят к сильному искажению формы сигнала, поэтому они обычно используются в двухтактных усилителях, в которых уменьшение тока одного АЭ компенсируется увеличением тока другого. Уменьшение нелинейных искажений в двухтактных усилителях происходит в режиме АВ, близком к режиму В. Малые нелинейные искажения и экономичность послужили причиной широкого применения режима АВ в выходных двухтактных каскадах даже при относительно малых уровнях выходной мощности.

Режим С еще более экономичен, так как $\Theta < 90^\circ$ (рис. 2.26, б), но применяется только в случае, когда нелинейные искажения сигнала не играют существенной роли.

В режиме класса Д транзистор поочередно или открыт и находится в насыщении, или полностью закрыт, т.е. работает в режиме электронного ключа. Усилители класса Д в настоящее время почти не используются из-за значительной сложности схемы. Однако они весьма перспективны для построения мощных УУ, выполняемых на маломощных АЭ, а также при построении высококачественных мощных усилителей звука.

2.4.3 Расчет усилительного каскада по постоянному току

Статические вольтамперные характеристики биполярного транзистора в схеме включения с ОЭ

При включении биполярного транзистора по схеме с ОЭ входными являются ток базы i_b и напряжение база-эмиттер $U_{b\bar{e}}$, а выходными ток коллектора i_k и напряжение коллектор-эмиттер $U_{k\bar{e}}$. При этом АЭ описывается следующими статическими (в предположении, что сигнал изменяется достаточно медленно) вольтамперными характеристиками (ВАХ):

Входная ВАХ. Под входной ВАХ транзистора понимают зависимость входного тока i_b от входного напряжения $U_{b\bar{e}}$, при фиксированном напряжении на выходе $U_{k\bar{e}}=\text{const}$ (рис. 2.27), т.е.

$$i_b = f(U_{b\bar{e}}) \Big|_{U_{k\bar{e}}=\text{const}}.$$

Величина i_b уменьшается при $U_{k\bar{e}} = \text{const} > 0$, так как переход база-коллектор смещен в обратном направлении (т.е. закрыт) и его ток уменьшается до величины I_{k0} (I_{k0} – неуправляемый ток закрытого коллекторного перехода). При этом прямой ток базы i_b обусловлен только процессами рекомбинации носителей в базе. С увеличением напряжения $U_{k\bar{e}}$ ширина закрытого перехода база-коллектор растет и, следовательно, уменьшается ширина активной области базы. При этом количество актов рекомбинации носителей в ней также уменьшается.

Выходные ВАХ. Выходной ВАХ транзистора называют зависимость выходного тока i_k от выходного напряжения $U_{k\bar{e}}$, при фиксированном значении входного тока $i_b = \text{const}$, т.е. $i_k = f(U_{k\bar{e}}) \Big|_{i_b=\text{const}}$. Изменяя входной ток i_b с некоторым шагом, можно получить семейство выходных ВАХ (рис. 2.28).

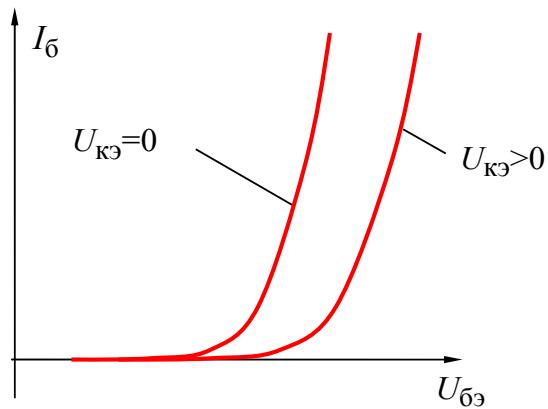


Рисунок 2.27 – Входная ВАХ транзистора

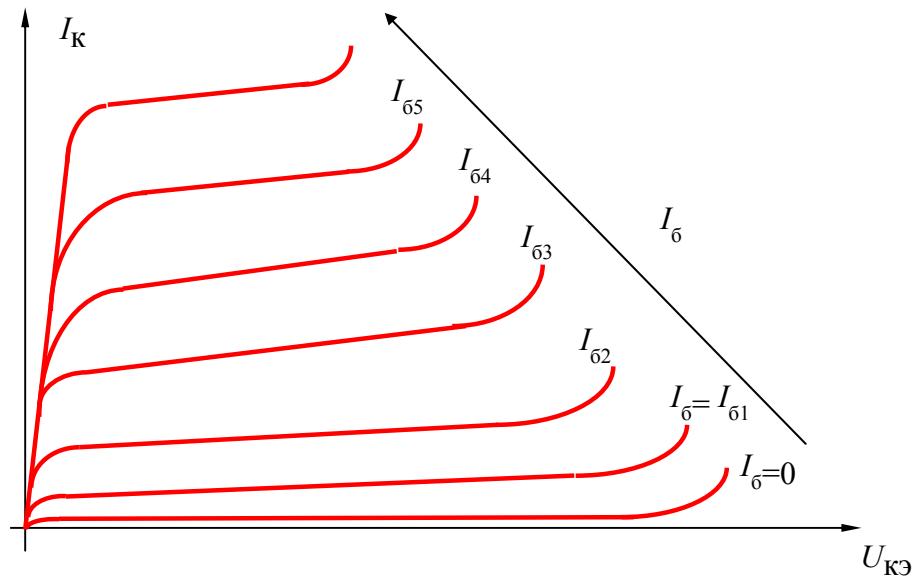


Рисунок 2.28 – Семейство выходных ВАХ транзистора

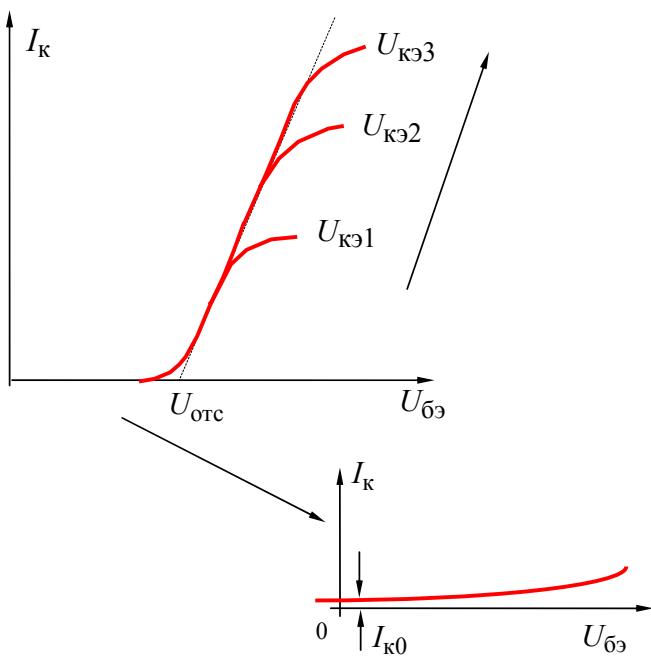


Рисунок 2.29 – Сквозная (проходная) ВАХ транзистора

При $i_b = 0$ и $U_{ce} > 0$ величина тока коллектора равна $I_k^* = (1 + \beta)I_{k0}$, где β – статический коэффициент усиления тока базы в схеме включения транзистора с ОЭ. При $U_{be} < 0$, $i_b = -I_{k0}$ оба перехода АЭ смешены в обратном направлении (транзистор закрыт и находится в режиме отсечки) и ток коллектора равен $I_k = I_{k0}$. Превышение величины допустимой рассеиваемой на транзисторе мощности $P_{k,\text{доп}}$ приводит к электрическому, а затем и к тепловому пробою перехода.

Проходная ВАХ. Проходной (сквозной) ВАХ транзистора называют зависимость выходного тока i_k от входного напряжения U_{be} , при фиксированном значении выходного напряжения $U_{ce} = \text{const}$ (рис. 2.29), т.е.

$$i_k = f(U_{ce})|_{U_{ce}=\text{const}}.$$

Величина U_{ots} при котором происходит открытие АЭ равна 0.6...0.7 В кремниевых транзисторов и 0.4...0.6 В для германиевых. По сквозной ВАХ для заданного режима можно оценить величину выходного тока при котором АЭ еще является линейным прибором. В справочниках по транзисторам чаще всего приводятся выходная и входная ВАХ, по которым далее уже можно построить проходную (сквозную) ВАХ.

Анализ усилительного каскада по постоянному току. Выбор рабочей точки транзистора.

В режиме класса А работают УУ на вход которых поступают сигналы с достаточно малыми амплитудами. В этом случае усилитель можно считать линейным устройством и представлять его в виде линейного активного четырехполюсника. В режиме А исходная рабочая точка (РТ) должна находиться в активной (рабочей) области ВАХ транзистора. Активная область на семействе выходных ВАХ биполярного транзистора, включенного по схеме с ОЭ, ограничена кривыми, определяющими области насыщения, отсечки, и

линиями допустимых значений коллекторного тока $I_{\text{к,доп}}$, коллекторного напряжения $U_{\text{к,доп}}$ и допустимой рассеиваемой мощности $P_{\text{к,доп}}$ (см. рис. 2.30). В областях насыщения и отсечки транзистор теряет усилительные свойства, превышение значений $U_{\text{к,доп}}$ и $P_{\text{к,доп}}$ приводит к выходу транзистора из строя (электрическому или тепловому пробою), а превышения значения $I_{\text{к,доп}}$ значительно ухудшает его усилительные свойства.

Для того, чтобы выбрать положение РТ для биполярного транзистора нужно задать величины $I_{0\text{k}}$, $U_{0\text{k3}}$, $I_{0\text{б}}$ и $U_{0\text{б3}}$. Значения токов $I_{0\text{б}}$, $I_{0\text{k}}$ и напряжения $U_{0\text{б3}}$ однозначно взаимосвязаны, как это следует из входной и проходной ВАХ.

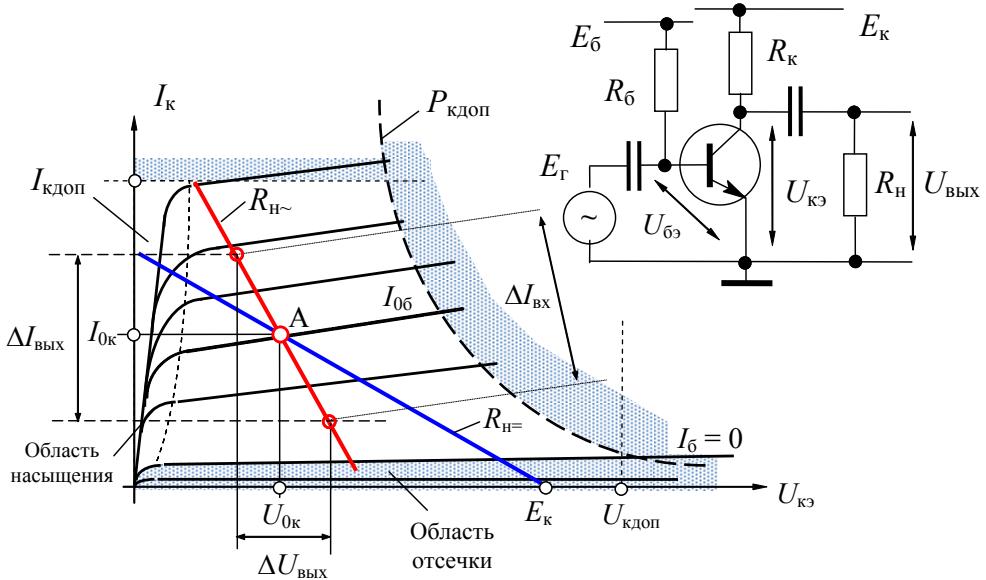


Рисунок 2.30 – Выбор рабочей точки УУ класса А на выходных ВАХ

Выбор РТ начинают с задания тока коллектора $I_{0\text{k}}$, так как от него зависят практически все параметры транзистора. Обычно следует ориентироваться на режим, рекомендованный в справочниках, хотя в ряде случаев отступления от этого режима не только допустимы, но и необходимы. Положение РТ выбирается, исходя из заданных величин сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$, выходного напряжения $U_{\text{вых}}$ и, связанного с ним, тока $I_{\text{вых}} = U_{\text{вых}} / (R_{\text{н}} \parallel R_{\text{k}})$ в нагрузке. Для линейного каскада выбор РТ осуществляется исходя из следующих соотношений: $U_{0\text{k}} > U_{\text{мых}}$, $I_{0\text{k}} > I_{\text{мых}}$.

Эти неравенства должны выполняться достаточно сильно, чтобы параметры транзистора могли считаться постоянными даже для максимального сигнала. Кроме того, РТ должна удовлетворять условиям $U_{0\text{k}} + U_{\text{вых}} < U_{\text{к,доп}}$ и $U_{0\text{k}} I_{0\text{k}} < P_{\text{к,доп}}$, т.е. РТ должна лежать левее значения $U_{\text{к,доп}}$ и ниже гиперболы допустимой рассеиваемой мощности $P_{\text{к,доп}}$. Обычно рекомендуется 20...30 % запас по напряжению и 30...40 % запас по току коллектора при выборе

положения РТ на выходных ВАХ.

С помощью входной (или проходной) ВАХ определяют значение $U_{0б}$ (см. рис. 2.31). После того как РТ выбрана, нужно обеспечить ее в реальной схеме с помощью источников питания и резисторов (или индуктивностей), устанавливающих режим работы АЭ по постоянному току.

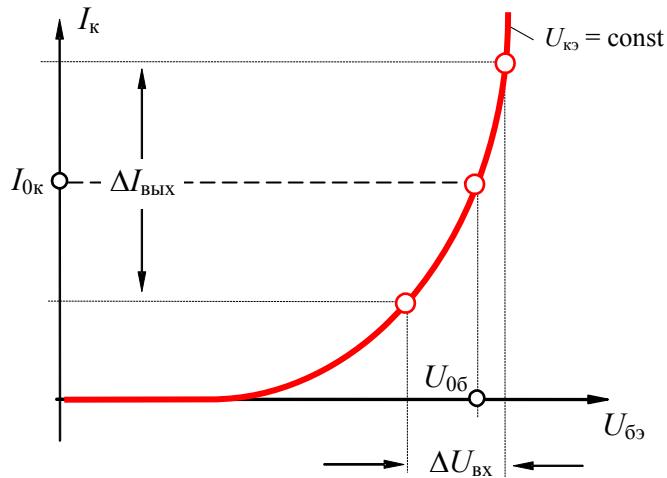


Рисунок 2.31 – Положение рабочей точки на сквозной ВАХ

Динамические характеристики АЭ. Энергетические показатели каскада.

Анализ работы АЭ в схеме на рис. 2.30 проводят с помощью динамических характеристик. *Динамической характеристикой* (*ДХ*) называют зависимость между током и напряжением на электродах АЭ, с учетом реакции внешней нагрузки при постоянном напряжении питания. Различают динамические характеристики по постоянному и переменному токам.

Выходная ДХ по постоянному току. Простейшая схема, позволяющая установить выбранный режим транзистора, показана на рис. 2.33. Для коллекторной цепи этой схемы справедливо уравнение:

$$E_k = U_{0к} + I_{0к}R_k \text{ или } I_{0к} = \frac{E_k - U_{0к}}{R_k}.$$

На плоскости семейства выходных статических ВАХ это уравнение представляет собой прямую линию, проходящую через точки E_k на оси напряжений и E_k/R_k на оси токов под углом $\alpha = \arctg(1/R_k)$ к оси напряжений (см. рис. 2.32). Эта линия называется *нагрузочной прямой по постоянному току* (обозначается $R_{H=}$). Нагрузочная прямая $R_{H=}$ проходит через рабочую точку А. При изменении температуры (или при наличии других дестабилизирующих факторов) РТ может смещаться вдоль нагрузочной прямой $R_{H=}$ вверх или вниз.

Выходная ДХ по переменному току. В качестве сопротивления нагрузки

по переменному току для АЭ выступает $R_{h\sim} = R_k \parallel R_h = (R_h R_k) / (R_h + R_k)$. Уравнение выходной ДХ по переменному току имеет следующий вид: $\Delta I_k = -\Delta U_k R_{h\sim}$. На плоскости семейства выходных статических ВАХ оно представляет собой прямую, проходящую через РТ А под углом $\alpha_\sim = \arctg(1/R_{h\sim})$ к оси напряжений. Данная прямая носит название *нагрузочной прямой по переменному току* (обозначается как $R_{h\sim}$).

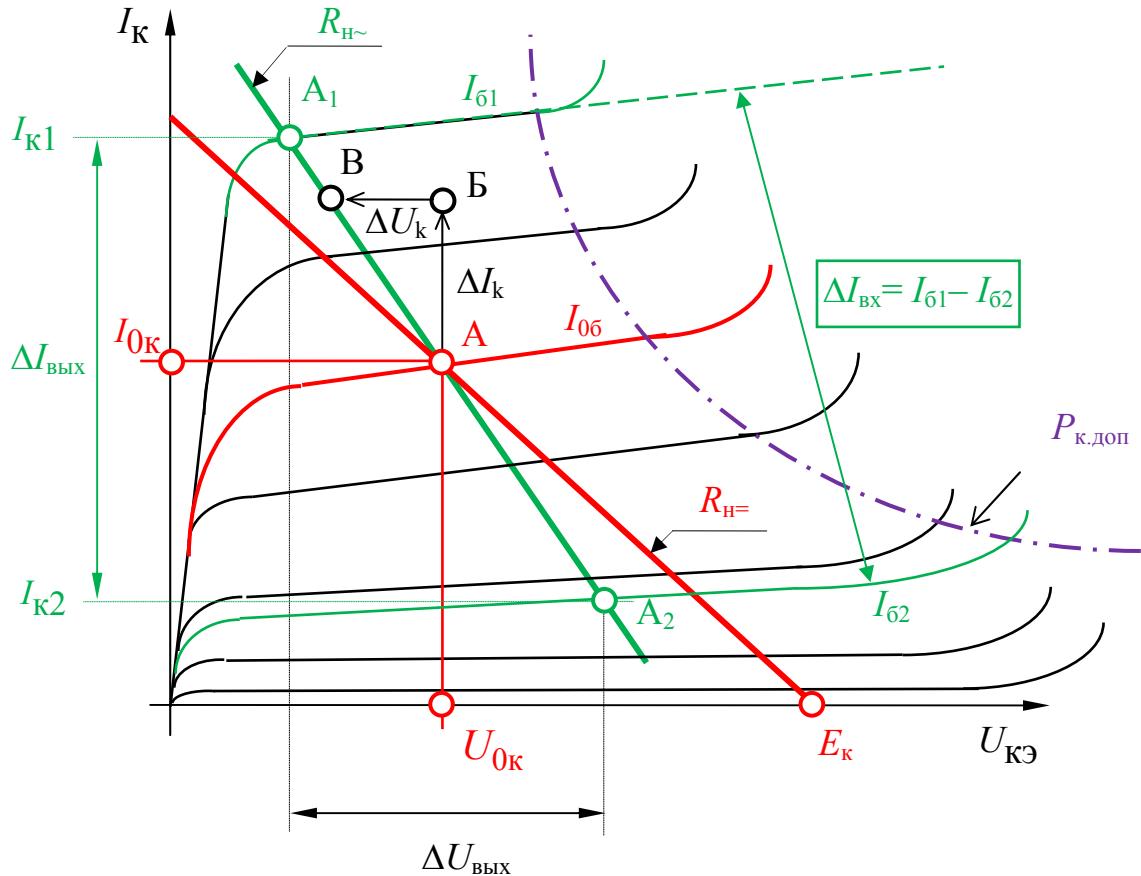


Рисунок 2.32 – Построение нагрузочной прямой по переменному току на выходной ВАХ

При построении нагрузочной прямой $R_{h\sim}$ используется метод приращений (рис. 2.32): а) задается произвольная величина приращения тока коллектора ΔI_k и откладывается вверх от РТ А, в результате получаем точку Б; б) определяется соответствующее приращение напряжения $\Delta U_k = \Delta I_k / R_{h\sim}$, которое откладывается влево от точки Б; в) в результате построений на плоскости выходных статических ВАХ получим точку В, прямая проходящая через точки А и В является нагрузочной прямой по переменному току $R_{h\sim}$. С помощью нагрузочной прямой $R_{h\sim}$ (см. рис. 2.32) можно определить размах выходного тока $\Delta I_{вых}$ и оценить требуемый размах входного тока $\Delta I_{вх}$: $\Delta I_{вх} = \Delta U_{вых} / R_{h\sim}$. При изменении (в результате влияния различных дестабилизирующих

факторов) положения РТ А, происходит соответствующее смещение нагрузочной прямой по переменному току $R_{h\sim}$ относительно нагрузочной прямой по постоянному току $R_{h=}$.

Входная ДХ по переменному току. По входной ДХ определяют размах входного управляющего сигнала ΔU_{bx} , соответствующий максимальному линейному размаху выходного сигнала ΔI_{vykh} . В качестве входной ДХ можно использовать входную статическую ВАХ транзистора при $U_{ke} = \text{const}$.

Сквозная ДХ по переменному току. Сквозная ДХ показывает зависимость выходного тока АЭ от входного напряжения. По сквозной ДХ можно оценить диапазон линейности АЭ и определить уровень нелинейных искажений сигнала. Обычно сквозную ДХ строят с использованием нагрузочной прямой по переменному току $R_{h\sim}$ и входной ДХ. В качестве сквозной ДХ можно использовать проходную статическую ВАХ транзистора (при $U_{ke} = U_{0k}$), если ограничиться уровнем входного сигнала при котором транзистор можно считать линейным элементом. По сквозной ВАХ (рис. 2.33) можно определить величину входного сигнала ΔU_{bx} , необходимого для получения на выходе требуемой величины выходного тока ΔI_{vykh} .

Используя, полученные с помощью ДХ, значения размахов входного напряжения ΔU_{bx} , выходного тока ΔI_{vykh} и параметры РТ, можно определить следующие характеристики усиленного каскада:

- потребляемую от источника питания мощность $P_0 = E_k I_{0k}$;
- рассеиваемую на АЭ мощность по постоянному току $P_k = I_{0k} U_{0k}$, при этом необходимо учесть условие $P_k < (0.7 \dots 0.8) P_{k,\text{доп}}$;
- полезную мощность сигнала, отдаваемую в нагрузку $P_{\sim} = \frac{1}{8} \Delta U_{vykh} \Delta I_{vykh}$;
- коэффициент полезного действия АЭ $\eta = \frac{P_{\sim}}{P_0} \cdot 100\%$;
- максимальный коэффициент усиления сигнала в полосе рабочих

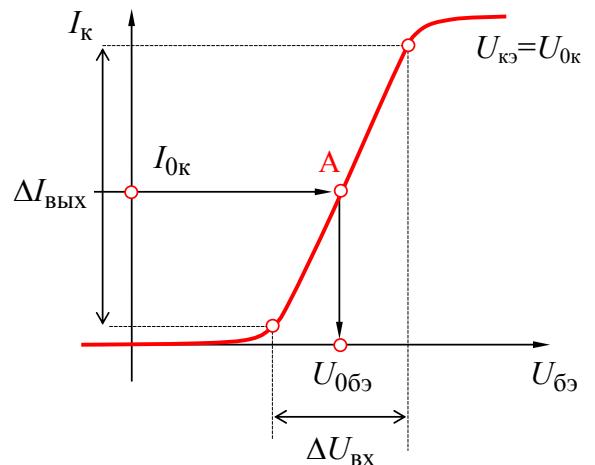


Рисунок 2.33 – Определение размаха входного сигнала по сквозной ВАХ

$$\text{частот} K_0 = \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{\Delta U_{\text{вх}}}.$$

Влияние температуры на характеристики транзистора.

При изменении температуры кристалла транзистора изменяются его характеристики и электрический режим. Изменение электрического режима АЭ проявляется в смещении РТ по нагрузочной прямой постоянного тока $R_{\text{н.}}$. Смещение рабочей точки (а значит и сигнала) приводит к нелинейным искажениям выходных сигналов при работе усилителя. При изменении электрического режима АЭ меняется коэффициент усиления и полоса рабочих частот УУ, так как коэффициент усиления и граничная частота транзистора зависят от значения постоянного тока коллектора. В многокаскадном усилителе увеличение усиления в промежуточных каскадах может вызвать нелинейные искажения в оконечных каскадах, где уровень сигнала достаточно велик.

Влияние изменений температуры на характеристики транзисторов вызвано зависимостью электрических свойств полупроводниковых материалов и $p-n$ переходов от температуры: подвижности носителей заряда, контактной разности потенциалов, величины неуправляемого тока переходов.

Температура $p-n$ переходов биполярных транзисторов зависит от температуры окружающей среды, от мощности, рассеиваемой на переходах, от эффективности теплопередачи (теплового сопротивления) от переходов транзистора к окружающей среде. При включенном питании на переходах возникает падение напряжения и протекает постоянный ток, т.е. на переходах рассеивается определенная мощность. В результате температура переходов оказывается больше температуры окружающей среды. Разница между температурами переходов транзистора и окружающей среды тем больше, чем больше мощность, рассеиваемая на транзисторе и чем больше тепловое сопротивление (хуже передача тепла переход-окружающая среда).

Температуру перехода можно определить по формуле $T_{\text{п}} = T_{\text{ср}} + P_{\text{k}}R_{\text{т}}$, где $T_{\text{п}}$ – температура $p-n$ перехода; $T_{\text{ср}}$ – температура окружающей среды; P_{k} – мощность, рассеиваемая на переходе коллектор-база транзистора; $R_{\text{т}}$ – тепловое сопротивление переход-окружающая среда. Величину теплового сопротивления обычно указывают в справочных данных на транзистор.

Изменение температуры переходов вызывает температурную нестабильность ВАХ, ДХ и электрического режима транзистора. Различают три основных фактора температурной нестабильности биполярных транзисторов:

- зависимость неуправляемого тока коллекторного перехода I_{k0} от

температуры;

- зависимость контактной разности потенциалов $U_{бэ}$ на переходе база-эмиттер от температуры;
- зависимость статического коэффициента усиления тока транзистора $\beta_0 = I_k/I_b$ от температуры.

Неуправляемый ток коллекторного перехода I_{k0} возникает вследствие генерации неосновных носителей в области перехода и утечки по поверхности кристалла транзистора. Величина тока I_{k0} зависит от типа полупроводника, от степени легирования (количества примесей), от площади перехода (мощности транзистора) и равна при нормальной температуре $10^{-9} \dots 10^{-6}$ мА. Зависимость неуправляемого тока перехода I_{k0} от температуры перехода можно аппроксимировать формулой вида:

$$I_{k0T} = I_{k0} e^{a\Delta T},$$

где $\Delta T_{п} = T_{п} - T_0$ – разность температур;

T_0 – нормальная температура (27°C);

a – температурный коэффициент, равный $0,063 \dots 0,091$ для германия и $0,083 \dots 0,12$ – для кремния.

Контактная разность потенциалов $U_{бэ}$, образующаяся на границе р-п-перехода при отсутствии внешнего смещения, изменяется на $2,2 \text{ мВ/}^{\circ}\text{C}$ для германия и на $3 \text{ мВ/}^{\circ}\text{C}$ – для кремния. Изменение контактной разности потенциалов $U_{бэ}$ с температурой влияет на электрический режим эмиттерного перехода, которое проявляется в смещении входной ВАХ к началу координат и увеличению входной проводимости транзистора по постоянному току.

При изменении температуры переходов транзистора изменяется подвижность носителей заряда (электронов и дырок). Следствием этого является изменение статического коэффициента усиления тока β . Величина коэффициента усиления β изменяется на $0,003 \dots 0,01 \text{ л/}^{\circ}\text{C}$.

Рассмотренные выше факторы температурной нестабильности приводят к увеличению тока коллектора при повышении температуры переходов транзистора (смещению РТ вверх по нагрузочной прямой $R_{H=}$) и к уменьшению тока коллектора (смещению РТ вниз) – при уменьшении температуры.

Схемы цепей терmostабилизации режима транзистора по постоянному току

Электрический режим транзистора в усилительном каскаде устанавливается при помощи специальных цепей, обеспечивающих необходимый ток базы и коллектора. Однако обеспечить стабильность

электрического режима в интервале температур оказывается труднее, чем установить электрический режим при фиксированной температуре. Поэтому схемы цепей термостабилизации (ТС) электрического режима сложнее. Принцип действия цепей ТС режима основан на применении отрицательной обратной связи (ООС) по постоянному току или напряжению. Задача расчета цепи ТС усилителя заключается в выборе оптимальной схемы, т.е. такой, которая обеспечивает заданное качество ТС при минимальной потребляемой от источника питания мощности.

Существует несколько схем ТС, различных по стабилизирующему действию. Стабилизирующее действие цепи ТС тем больше, чем больше элементов она содержит. Для одинаковых схем ТС стабилизирующее действие зависит от величины сопротивлений элементов цепи.

Рассмотрим наиболее часто используемые на практике схемы ТС режима биполярного транзистора: схему стабилизации тока базы (рис. 2.34); схему коллекторной стабилизации (рис. 2.35); схему эмиттерной стабилизации (рис. 2.36).

Схема стабилизации тока базы. Это самая простая схема ТС. Для установления выбранного электрического режима транзистора достаточно двух элементов R_b и R_k , см. схему на рис. 2.34. При помощи резистора R_b устанавливается требуемый ток базы I_{0b} и, следовательно, ток коллектора транзистора. Резистор R_k определяет напряжение на транзисторе U_{0k} при заданном токе коллектора.

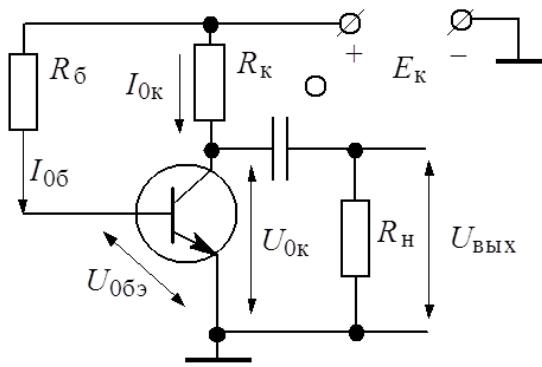


Рисунок 2.34 – Базовая схема стабилизации режима по постоянному току

Данная схема не обеспечивает высокую стабильность коллекторного тока при изменении температуры переходов транзистора, т.к. ослабляет влияние только одного фактора нестабильности коллекторного тока – температурной зависимости контактной разности потенциалов эмиттерного перехода. Значения резисторов на схеме рис. 2.34 рассчитываются по формулам

$$R_k = \frac{E_k - U_{0k}}{I_{0k}}, \quad R_b = \frac{E_k - U_{0b}}{I_{0b}}. \quad (2.1)$$

Схема коллекторной стабилизации. Принцип действия коллекторной стабилизации (рис. 2.35) основан на применении ООС по напряжению.

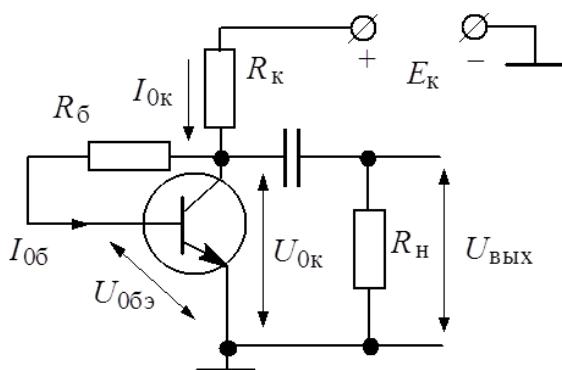


Рисунок 2.35 – Коллекторная схема стабилизации режима по постоянному току

Напряжение обратной связи снимается с R_K и подается через резистор R_6 на базу транзистора. При увеличении тока коллектора транзистора с повышением температуры переходов возрастает падение напряжения на R_K и, следовательно, уменьшается напряжение смещения на базе $U_{0бэ}$, препятствуя росту тока транзистора. Для повышения уровня

стабилизации необходимо увеличивать значение R_K и уменьшать величину R_6 . Однако в реальной схеме должно выполняться условие $R_6 \gg R_K$, что ограничивает степень достигаемой ТС. Величина сопротивления резистора R_K также рассчитывается по формуле (2.1), а значение R_6 на схеме рис. 2.35 можно определить по формуле

$$R_6 = \frac{U_{0K} - U_{0бэ}}{I_{0б}}. \quad (2.2)$$

Схема эмиттерной стабилизации. Наибольшее распространение при проектировании усилительных каскадов на биполярных транзисторах нашла схема эмиттерной стабилизации

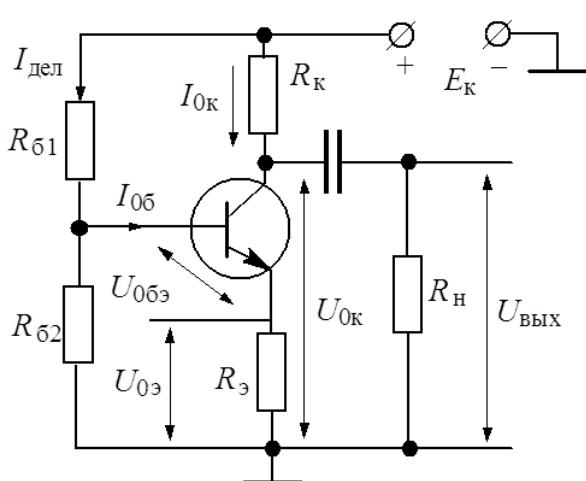


Рисунок 2.36 – Эмиттерная схема стабилизации режима по постоянному току

режима АЭ (рис. 2.36), обладающая лучшими стабилизирующими свойствами из рассмотренных выше схем ТС. Высокая стабильность режима обеспечивается применением последовательной ООС по постоянному току. Напряжение обратной связи образуется на резисторе R_3 ,

включенном в цепь эмиттера. Изменение тока эмиттера ΔI_3 , вызванное ростом температуры переходов АЭ, вызывает на резисторе R_3 приращение напряжения $\Delta U_3 = \Delta I_3 R_3$, которое меняет потенциал эмиттера относительно «земли». Если потенциал базы будет фиксированным (сопротивление R_{62} не зависит от

температуры), то появление ΔU_3 вызовет приращение напряжения смещения между базой и эмиттером на величину $\Delta U_{б3} = -\Delta U_3$. Причем это напряжение изменяется так, что противодействует первоначальной причине, вызвавшей изменение коллекторного тока, т.е. при увеличении тока I_3 напряжение смещения $U_{0б3}$ уменьшается, при увеличении тока – увеличивается (принцип отрицательной ОС). В результате реальное изменение тока коллектора $I_{0к}$ оказывается значительно меньше, чем для случая $R_3 = 0$. Чем больше сопротивление R_3 (больше глубина ООС), тем выше стабильность коллекторного тока транзистора.

Потенциал базы фиксируется с помощью делителя напряжения R_{61}, R_{62} , по которому протекает ток $I_{дел} = E_k / (R_{61} + R_{62})$. Чем меньше сопротивление резисторов R_{61} и R_{62} , тем больше ток делителя и тем меньше оказывается изменение тока базы $I_{0б}$ на потенциал базы, и, следовательно, выше стабильность установленного режима. Однако чрезмерное снижение сопротивлений R_{61} и R_{62} уменьшает входное сопротивление каскада, так как оба резистора включены параллельно входу усилителя по переменному току. Кроме того, уменьшение R_{61}, R_{62} увеличивает потребление тока от источника питания, т.е. тем самым уменьшает общий КПД каскада. Обычно величину тока делителя выбирают в пределах $I_{дел} = (3\dots 10)I_{0б}$.

Последовательность расчета схемы эмиттерной ТС (схему эмиттерной ТС см. на рис. 2.36). Исходными данными для расчета являются параметры РТ:

- постоянные токи коллектора $I_{0к}$ и базы $I_{0б}$, постоянное напряжение смещения база-эмиттер $U_{0б3}$ и коллектор-эмиттер $U_{0к}$;
- величина неуправляемого тока коллекторного перехода $I_{кб0}$;
- статический коэффициент усиления тока базы $\beta = I_k / I_6$;
- тепловое сопротивление перехода транзистор - окружающая среда R_T .

Порядок расчета:

1) выбирается величина падения напряжения на сопротивлении в цепи эмиттера U_{03} , как l -я часть напряжения на транзисторе. Величину l рекомендуется выбирать в пределах 0,02…0,2 для транзисторов большой мощности и 0,1…0,5 для транзисторов малой мощности, (т.е. $U_{03} = lU_{0к}$). Обычно величина U_{03} для маломощных усилителей составляет 10-20 % от напряжения питания E_k .

2) выбирается величина тока делителя $I_{дел} = kI_{0б}$, где коэффициент k рекомендуется брать в пределах 1…3 для транзисторов большой мощности и 3…10 для транзисторов малой мощности;

3) вычисляются величины сопротивлений цепи эмиттера и базового

делителя по формулам

$$R_3 = \frac{U_{03}}{I_{03}} = \frac{l \cdot U_{0k}}{I_{06} + I_{0k}}, \quad (2.3)$$

$$R_{62} = \frac{U_{03} + U_{06}}{I_{\text{дел}}} = \frac{l \cdot U_{0k} + U_{06}}{k \cdot I_{06}}, \quad (2.4)$$

$$R_{61} = \frac{E_k - (U_{03} + U_{06})}{I_{\text{дел}} + I_{06}} = \frac{E_k - U_{03} - U_{06}}{(1+k)I_{06}}, \quad (2.5)$$

где $E_k = (1+l)U_{0k} + U_{R_k}$ - напряжение электропитания усилительного каскада.

Для резонансных усилителей $U_{R_k} = 0$, для резисторного каскада $U_{R_k} = I_{0k}R_k$, величина R_k определяется по формуле (2.1);

4) определяется величина отклонения температуры переходов транзистора от нормальной $\Delta T = T_{\text{ср.макс}} - T_0 + R_t P_k$, здесь $T_{\text{ср.макс}}$ максимальное (минимальное) значение температуры окружающей среды, T_0 – нормальная температура (27°C);

5) определяют параметры транзистора при изменении температуры на ΔT :
а) входное сопротивление АЭ будет равно величине

$$R_{\text{вх.}T} = (U_{06} - \delta U_{06} \Delta T) / I_{06}, \quad (2.6)$$

где величина δU_{06} равна $2,2 \text{ мВ/}^{\circ}\text{C}$ для германия и $3 \text{ мВ/}^{\circ}\text{C}$ для кремния;

б) значение β_T определяется по справочным данным транзистора или по эмпирической формуле

$$\beta_T = \beta(1 + \delta\beta \cdot \Delta T), \quad (2.7)$$

где $\delta\beta_T$ – равно $0,008 \dots 0,01 \text{ } 1/\text{}^{\circ}\text{C}$;

в) величину неуправляемого тока коллекторного перехода I_{k60T} при изменении температуры на ΔT для маломощных транзисторов можно рассчитать по формуле

$$I_{k60T} = I_{k60} \cdot e^{a\Delta T}, \quad (2.8)$$

где коэффициент a равен $0,08$ для германиевых и $0,12$ – для кремниевых транзисторов.

Замечание: значение I_{k60T} транзисторов средней и большой мощности следует определять по справочным данным, а при расчете по формуле (2.8) следует брать значение I_{k60} равное $I_{k60\text{min,справ}}$, т.к. большую часть неуправляемого тока коллекторного перехода составляет ток утечки по поверхности кристалла, который не зависит от температуры.

6) полный постоянный ток коллектора транзистора при изменении температуры на величину ΔT можно определить по формуле:

$$I_{0KT} = \frac{E_K \beta_T}{D_T} + I_{K0T} \left(1 + \frac{R_{bx,T} (\beta_T + R_{61}/R_{62}) + R_{61}\beta_T}{D_T} \right), \quad (2.9)$$

$$D_T = (1 + R_{61}/R_{62})(R_{bx,T} + (1 + \beta_T)R_3) + R_{61}.$$

7) если $I_{0KT} > I_{0K, доп}$, то следует увеличить коэффициент l и вновь выполнить расчет по формулам (2.3)-(2.5), (2.9). Процедура расчета заканчивается при достижении необходимой стабильности ($I_{0KT} < I_{0K, доп}$). Величину $I_{0K, доп}$ можно определить по выходным ДХ или (для маломощных каскадов) по эмпирической формуле $I_{0K, доп} = (U_{0K} - 2...4 - U_{вых})/(R_K + R_3)$.

Для жесткой ТС электрического режима транзисторов при изменении температуры в широких пределах применяется *термокомпенсация*. Основная идея термокомпенсации состоит в том, что в цепь базы или эмиттера включается термозависимый элемент (терморезистор, р-п-переход и пр.). Этот элемент включается таким образом, чтобы при его нагреве уменьшалось напряжение база-эмиттер. Термозависимый элемент с положительным температурным коэффициентом включается вместо резистора R_{61} , с отрицательным – вместо R_{62} (см. рис. 2.37).

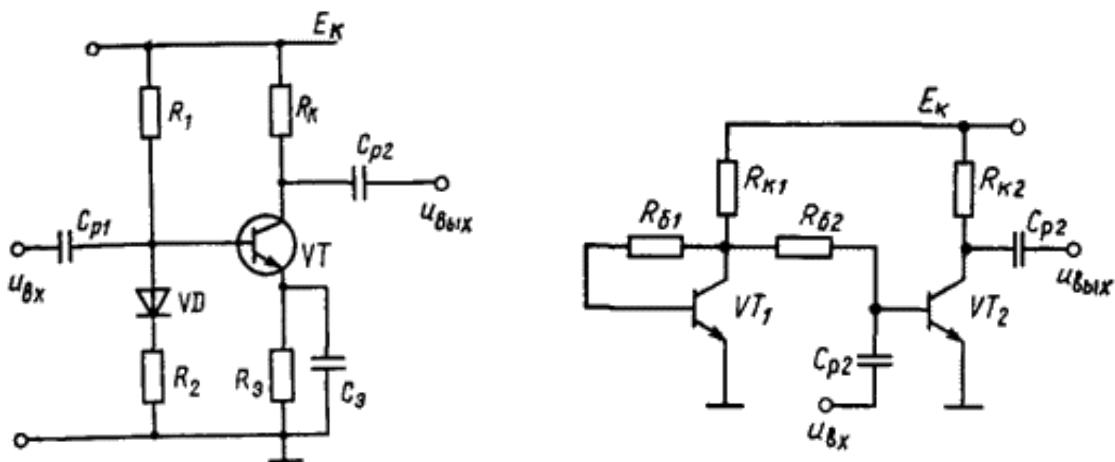


Рисунок 2.37 – Практические схемы активной термокомпенсации

Выбор схемы терmostабилизации режима транзистора

Электрическому расчету предшествует выбор схемы ТС. Чем больше интервал изменений температуры и чем меньше допустимое отклонение тока транзистора $I_{0K, доп}$, тем более сложную схему ТС следует выбирать.

При выборе схемы ТС следует учитывать, что чем лучше стабилизация, тем больше рассеивание мощности источника электропитания в пассивных цепях ТС. В мощных усилителях в результате рассеивания значительной мощности в цепях ТС повышается температура в корпусе УУ и сдвигается

интервал изменений температуры. Поэтому возможно применение пассивного или принудительного охлаждения мощных транзисторов за счет использования радиаторов или обдува АЭ воздухом.

Потери мощности в цепях ТС зависят не только от выбранной схемы, но и от величины сопротивлений цепи. Поэтому нецелесообразно обеспечивать более жесткую ТС электрического режима транзисторов, чем это требуется условиями работы усилителя. Правильно рассчитанная цепь ТС должна обеспечивать требуемую стабильность режима АЭ в заданном интервале температур при минимально возможной рассеиваемой мощности.

2.4.4 Расчет передаточных функций цепей по постоянному току (режим DC Analysis)

В режиме DC в Micro-CAP рассчитываются передаточные функции цепей по постоянному току. К схеме подключаются один или два независимых виртуальных источника постоянного напряжения или тока. В качестве выходного сигнала может рассматриваться разность узловых потенциалов (напряжение в узле) или ток через ветвь, в которую включен резистор или индуктивность. При расчете режима DC программа «закорачивает» индуктивности, исключает из схемы конденсаторы и затем рассчитывает режим по постоянному току при пошаговом изменении значений входных сигналов. Таким образом, при подключении одного источника постоянного напряжения (тока) рассчитывается передаточная функция схемы по постоянному току, при подключении двух источников – семейство передаточных характеристик, где значения напряжения (тока) второго источника выступают в качестве параметра. Обычно режим анализа DC используют для расчета статических ВАХ различных полупроводниковых приборов (диодов, транзисторов и пр.).

Для запуска анализа цепи по постоянному току необходимо выбрать команду **Analysis/DC** (или комбинацию клавиш Alt+3) системного меню. Перед запуском анализа DC программа Micro-CAP проверяет схему на наличие ошибок. При отсутствии таковых, программа составляет ее топологическое описание, выполняет подготовку к численному расчету нелинейных уравнений итерационным методом Ньютона-Рафсона и открывает окно задания параметров моделирования DC Analysis Limits (см. рис. 2.38). Кроме этого в горизонтальном меню появляются дополнительные команды режима **DC**.

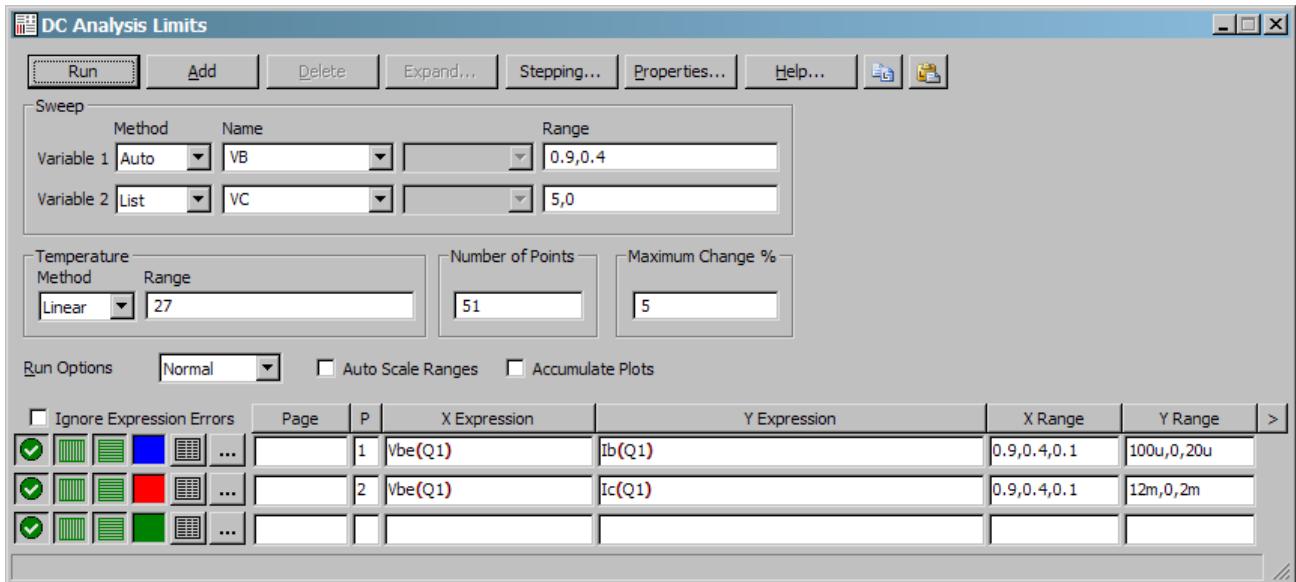


Рисунок 2.38 – Диалоговое окно DC Analysis Limits

В открывшемся следом окне DC Analysis Limits в полях ввода *Variable 1*, *Variable 2* указываются имена варьируемых источников, а диапазоны их изменений – в полях *Range*.

Схема для получения входной и сквозной ВАХ транзистора показана на рис. 2.39. Значения источников постоянного напряжения VB и VC необходимо изначально установить равными нулю.

Задание параметров моделирования DC Analysis Limits

В окне DC Analysis Limits для ввода параметров расчета передаточных характеристик по постоянному току, показанном на рис. 2.38, имеются следующие разделы.

К о м а н д ы (кнопки):

- **Run** – начало моделирования. Щелчок на пиктограмме в строке инструментов или нажатие F2 также начинает моделирование. Моделирование может быть остановлено в любой момент времени нажатием на пиктограмму или клавишу Esc. Последовательные нажатия на пиктограмму прерывают и затем продолжают моделирование;

• **Add** – добавление еще одной строки спецификации вывода результатов после строки, отмеченной курсором. На этой строке устанавливается способ отображения результатов и аналитические выражения для построения графиков. При наличии большого количества строк, не умещающихся на экране, появляется линейка прокрутки;

- **Delete** – удаление строки спецификации вывода результатов, отмеченной

курсором;

- **Expand** – открытие дополнительного окна для ввода текста большого размера при расположении курсора в одной из граф, содержащих выражения, например Y Expression;
- **Stepping** – открытие диалогового окна задания вариации параметров;
- **Properties** – открытие диалогового окна задания параметров вывода результатов моделирования (окон графиков, текстовых надписей, толщины и цвета линий и др.);
- **Help** – вызов раздела DC Analysis системы помощи.

Числовые параметры (поля ввода):

- **Variable 1** – задание первой варьируемой переменной.

В графе Method из выпадающего списка выбирается метод варьирования переменной (*Auto* – выбираемый автоматически; *Linear* – линейный, задаваемый в графе Range по формату *Final[,Initial[,Step]]*, если опустить параметр Step (шаг), то шаг будет принят равным $(\text{Final} - \text{Initial})/50$, если опустить параметр Initial, то начальное значение будет положено равным нулю, если изменяется только один источник, то можно оставить строку пустой; *Log* – логарифмический; *List* – в виде списка значений, разделяемых запятыми).

В графе Name из списка, открываемого нажатием на кнопку , выбирается имя варьируемой переменной – величины источника постоянного напряжения или тока, температуры или имени одного из компонентов, имеющих математические модели; при выборе в графе Name имени такого компонента в расположеннном справа окне выбирается варьируемый параметр его математической модели.

- **Variable 2** – задание второй варьируемой переменной. Если она отсутствует, то в графе Method выбирается None.

• **Number of Points** – количество точек, выводимых в таблицы, т. е. количество строк в таблице вывода результатов, минимальное значение равно 5. При выводе в таблицы применяется линейная интерполяция.

• **Temperature** – диапазон изменения температуры в градусах Цельсия; при выборе параметра Linear имеет формат *High[,Low[,Step]]*; если параметр Step (шаг) опущен, то выполняется анализ при двух значениях температуры Low (минимальной) и High (максимальной), если опущены оба параметра Low и Step, то расчет проводится при единственной температуре, равной High, при выборе параметра List указывается список температур, разделяемых запятыми. При изменении температуры изменяются параметры компонентов, имеющие ненулевые температурные коэффициенты ТС, а также ряд параметров

полупроводниковых приборов. Значение установленной здесь температуры может использоваться в различных выражениях, она обозначается как переменная TEMP.

- **Maximum change, %** – максимально допустимое приращение графика первой функции на одном шаге (в процентах от полной шкалы). Если график функции изменяется быстрее, то шаг приращения первой переменной автоматически уменьшается.

О п ц и и:

- **Run Options** – управление выдачей результатов расчетов:
 - *Normal* – результаты расчетов не сохраняются,
 - *Save All* – сохранение результатов расчетов в бинарном дисковом файле <имя схемы>.DSA,
 - *Save V and I* – сохранение напряжений и токов в бинарном дисковом файле <имя схемы>.DSA,
 - *Retrieve* – считывание последних результатов расчета из дискового файла <имя схемы>.DSA, созданного ранее. При этом производится построение графиков и таблиц, как после обычного расчета.
 - *Auto Scale Ranges* – вкл.\выкл. режима автоматического масштабирования «Auto» по осям X, Y для каждого нового варианта расчетов. Если эта опция выключена, то принимаются во внимание масштабы, указанные в графах X Range, Y Range,
 - *Accumulate Plots* – вкл.\выкл. режима наложения графиков при различных запусках моделирования.

Вывод результатов моделирования (кнопки):

Ниже раздела «Числовые параметры» и слева от таблицы «Выражения» расположена группа кнопок. Нажатие каждой из них определяет характер вывода данных, задаваемых в той же строке. Имеются следующие возможности:

- **Display Status** – переключение статуса отображения графика функции:
 зеленый – режимы сохранения и отображения включены; желтый – режим сохранения включен, отображения – выключен; красный – режимы сохранения и отображения выключены);
- **X Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической и линейной шкалой по оси X;
- **Y Log/Linear Scale** – переключение между логарифмической и

линейной  шкалой по оси Y. При выборе логарифмической шкалы диапазон изменения переменной Y_Expression должен быть положительным;

-  **Color** – вызов меню для выбора цвета для окрашивания графиков функции. Линия графика окрашивается в цвет кнопки;
-  **Numeric Output** – при нажатии этой кнопки в текстовый выходной файл заносится таблица отсчетов функции, заданной в графе Y Expression. Запись производится в файл «<имя схемы>.TNO». Таблица просматривается в окне Numeric Output (открывается нажатием клавиши F5). Количество отсчетов функции (число строк в таблице) задается параметром Number of Points;
-  - кнопка вызова контекстного меню для управления строками таблицы «Выражения».

Выражения вывода (таблица):

- **Page** – указание номера страницы для вывода графика (по умолчанию графики выводятся на страницу с именем **Main**);
- **Plot Group** – в графе P числом от 1 до 9 указывается номер графического окна, в котором должна быть построена данная функция. Все функции, помеченные одним и тем же номером, выводятся на одной странице. Если это поле пусто, график функции не строится.
- **X Expression** – математическое выражение переменной, откладываемой по оси X.
- **Y Expression** – математическое выражение переменной, откладываемой по оси Y.
- **X Range** – максимальное и минимальное значение переменной X на графике по формату High[,Low]. Если минимальное значение Low равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой граfeе указывается Auto. В этом случае сначала выполняется моделирование, в процессе которого графики строятся в стандартном масштабе и затем автоматически перестраиваются;
- **Y Range** – максимальное и минимальное значение переменной Y на графике; если минимальное значение равно нулю, его можно не указывать. Для автоматического выбора диапазона переменных в этой граfeе указывается Auto.

Для построения входных характеристик по оси X – напряжение база-эмиттер Vbe(Q1), по оси Y – ток базы Ib(Q1). Для построения сквозной характеристики по оси X откладывается напряжение база-эмиттер транзистора Vbe(Q1), по оси Y – ток коллектора Ic(Q1). Для построения выходных характеристик по оси X откладывается напряжение коллектор-эмиттер

транзистора $V_{ce}(Q1)$, по оси Y – ток коллектора $I_c(Q1)$. Вид программы Micro - CAP после запуска режима DC для построения входной и сквозной BAX показан на рис. 2.39.

2.4.5 Получение статических BAX транзистора

Для получения BAX транзистора необходимо «собрать» схему, показанную на рис. 2.39 или рис. 2.41. В зависимости от места включения источников линейно изменяющегося напряжения (или тока) и вида выходной зависимости, можно получить все три статических BAX: входную, выходную и сквозную.

Приведем пример построения сквозной BAX транзистора. Параметры, которые необходимо установить в окне **DC Analysis limits**, для схемы, показанной на рис. 2.39, приведены на рис. 2.38, а полученная по ним сквозная BAX – на рис. 2.40,а.

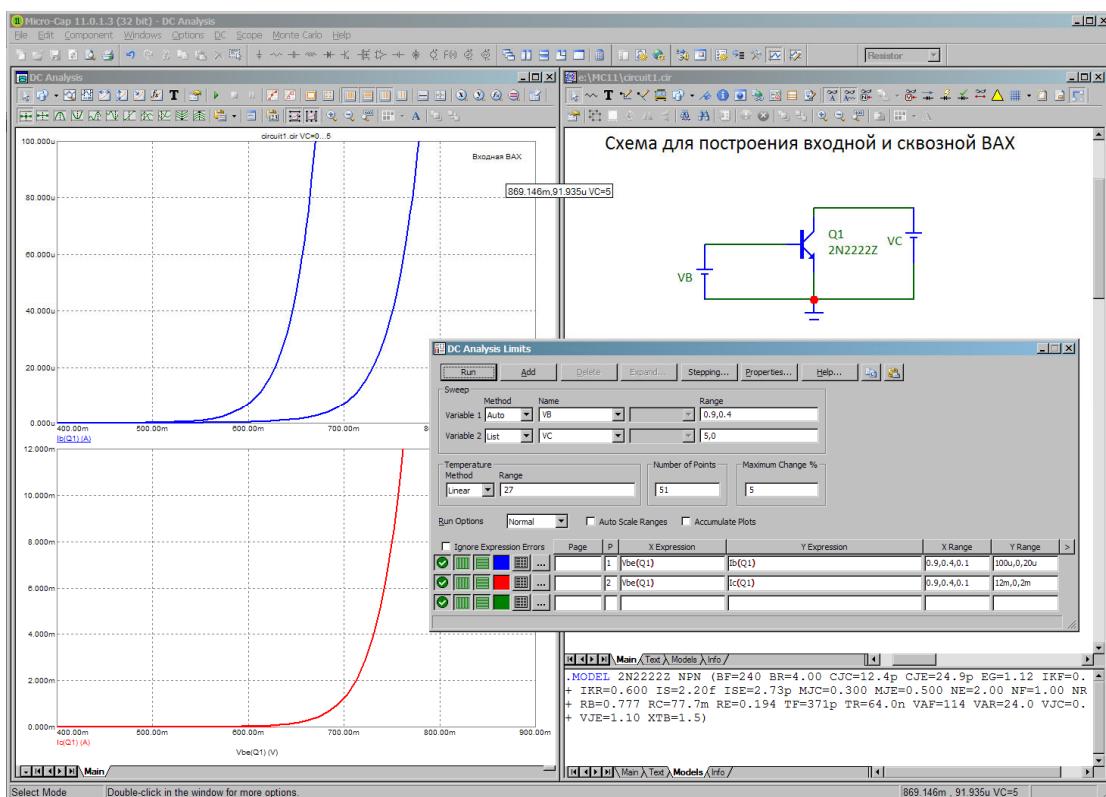


Рисунок 2.39 – Вид экрана Micro-Cap в режиме анализа DC

Замечания:

1. Масштабы по осям X и Y лучше выставлять в «ручном» режиме (т.е. нужно отключить опцию Auto Scale Ranges), так как нам для расчета нужны будут только начальные участки BAX. Рекомендуемые масштабы показаны в окне **DC Analysis Limits** на рис. 2.38.
2. Для сохранения BAX в виде картинки в графическом формате следует

воспользоваться командой системного меню **Edit/Copy to Clipboard/Copy the Visible Portion of Windows in BMP Format**, затем вставить сохраненный график из буфера в любой графический редактор, например Paint.

Аналогично можно построить входную ВАХ (см. рис.2.40, б). Значение источника напряжения VC можно менять, используя строку *Variable 2* с параметром изменения *List*. Нам необходимо получить входную ВАХ для двух значений источника VC равных 0 и 5 В.

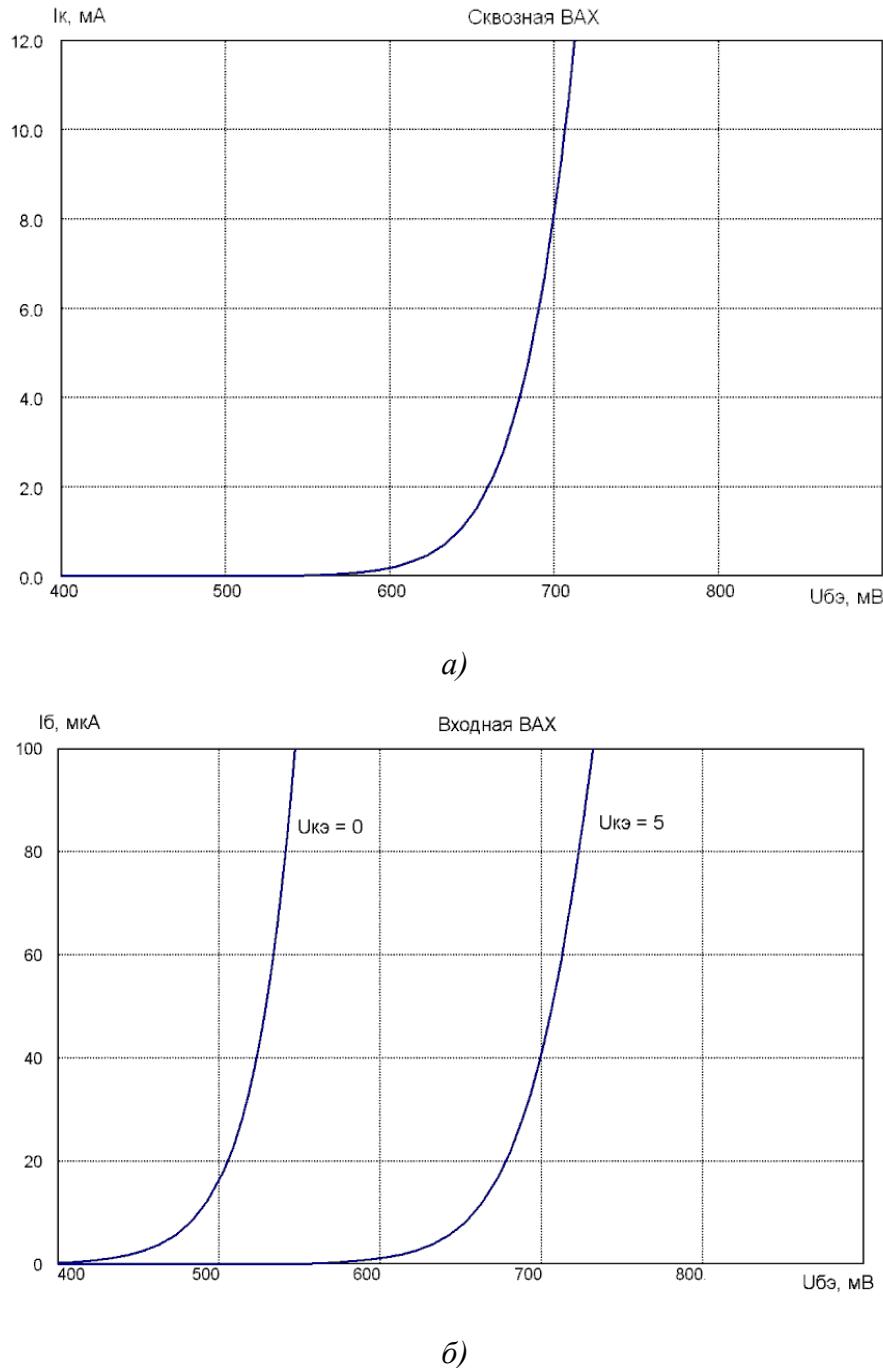


Рисунок 2.40 – Сквозная (а) и входная (б) ВАХ биполярного транзистора 2N2222Z

Для получения семейства выходных ВАХ необходимо подключить на

входе транзистора источник тока IB (компонент CurrentSource из вкладки Waveform Sources системного меню Components/Analog Primitives) со значением параметра VALUE = 0. Количество ветвей на выходных BAX регулируется значением тока IB для второго источника Variable 2 в окне DC Analysis Limits, т.е. если указано, что источник IB будет менять свое значение от 0 до 50u с шагом 10u, то это означает, что будет построено 5 линий тока IC на графике выходных BAX.

Схема для получения выходных BAX и пример задания параметров на моделирование приведены на рис. 2.41. Здесь же показан график семейства выходных BAX. *Замечание:* желательно, чтобы масштаб графика по оси Y совпадал с масштабом, заданным при построении сквозной BAX.

Подписать графики и поставить пояснительные надписи можно в режиме **Text Mode**, вызываемого при нажатии на кнопку **T** или клавиш Ctrl+T.

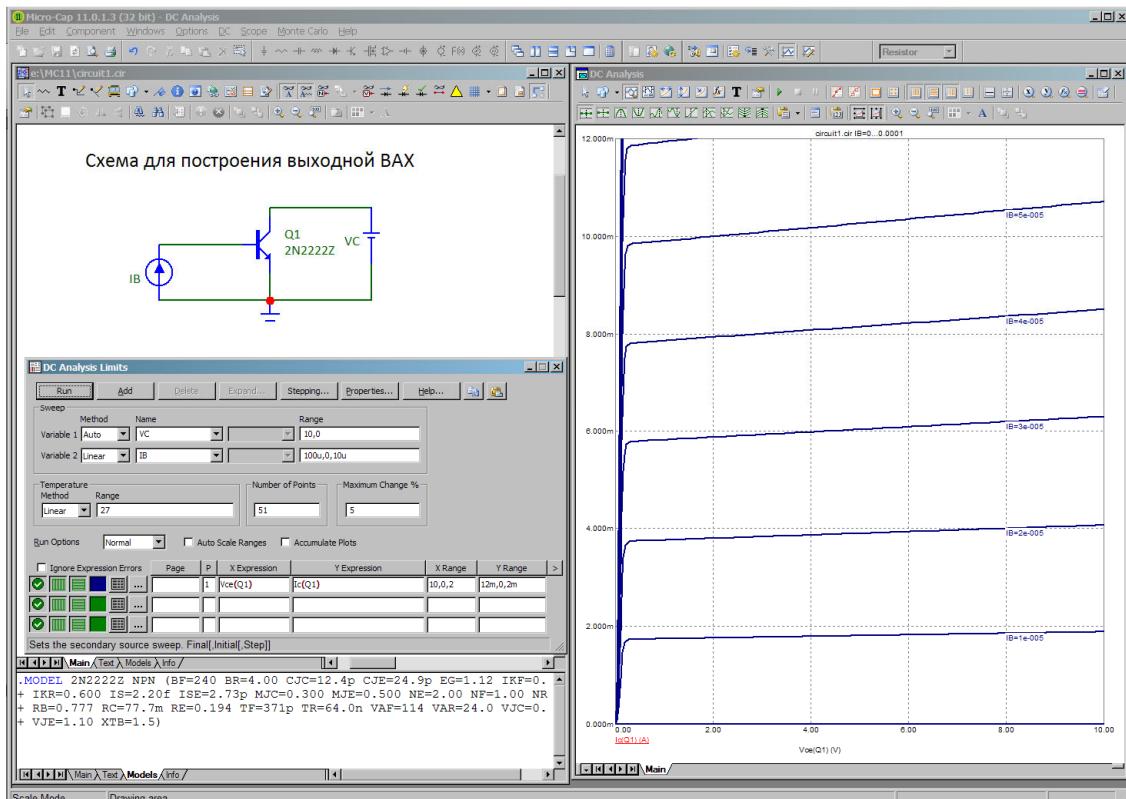


Рисунок 2.41 – Построение выходных BAX в режиме DC

Графики полученных BAX необходимо сохранить в графическом формате (лучше всего для этого использовать графический редактор Paint), в дальнейшем они нам понадобятся для выполнения расчетов режима транзистора по постоянному току.

2.4.6 Задание на лабораторную работу 3

В ходе выполнения данной лабораторной работы студентам необходимо выполнить следующие пункты:

- 1) для заданного транзистора получить входную, сквозную и выходную ВАХ, используя режим DC программы Micro-CAP;
- 2) для указанного варианта (см. табл. 2.2) по полученным ВАХ выполнить выбор рабочей точки и построение нагрузочных линий для усилительного каскада с ОЭ, сделать расчет рабочих параметров (коэффициент усиления, КПД);
- 3) рассчитать три схемы (базовую, коллекторную и эмиттерную) температурной стабилизации положения рабочей точки;
- 4) провести моделирование частотных характеристик рассчитанных схем (в режиме AC), сравнить расчетный коэффициент усиления с результатами, полученными в ходе моделирования;
- 5) оценить смещение тока коллектора при изменении температуры для каждой рассчитанной схемы. Для этого следует провести моделирование схем в режиме Transient при разной температуре (см. табл. 2.2);
- 6) выполнить моделирование переходных процессов усилителя при гармоническом воздействии (частоту входного сигнала принять равной 5 кГц). Оценить форму выходного сигнала $U_{\text{вых}}(t)$ для заданного значения $\Delta U_{\text{вых}}$,
- 7) выполнить анализ спектров для входного и выходного сигналов, рассчитать коэффициент гармоник;
- 8) сделать выводы по полученным результатам (указать схему обеспечения режима по постоянному току, имеющую лучшие стабилизирующие свойства);
- 9) оформить отчет по лабораторной работе.

Отчет должен содержать следующие обязательные разделы:

- постановку задачи (исходные данные, цель проведения работы);
- результаты расчета транзистора в режиме DC в виде графиков ВАХ;
- расчет положения рабочей точки и рабочих параметров выбранного режима (коэффициент усиления и КПД); *замечание:* при расчете рабочей точки использовать полученные ВАХ – на них необходимо указать положение рабочей точки, размахи входного и выходного сигналов, нагрузочные прямые по постоянному и переменному току;
 - расчет трех схем термостабилизации (базовой, коллекторной и эмиттерной) для выбранного режима;
 - результаты моделирования рассчитанных схем в режиме Dynamic DC

в виде карты постоянных токов и напряжений – по ней убедиться, что обеспечивается выбранный режим по постоянному току для транзисторов;

- результаты моделирования рассчитанных схем в режиме АС в виде графиков частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) – по АЧХ определить коэффициент усиления и полосу пропускания для каждого каскада;

- результаты моделирования рассчитанных схем в режиме Transient при разной температуре – необходимо оценить смещение тока коллектора для каждой схемы;

- графики входного и выходного сигналов и их спектры в режиме Transient, значения коэффициента гармоник для выходного сигнала;

- выводы по полученным результатам.

Перед выполнением данной лабораторной работы настоятельно рекомендуется самостоятельно выполнить ЛР1 и ЛР2, чтобы ознакомиться с программой Micro-CAP и основными режимами моделирования РЭУ в ней.

Таблица 2.2 – Варианты заданий на лабораторную работу

Вариант	Транзистор	Выходное напряжение $\Delta U_{\text{вых}}$, В	Сопротивление нагрузки R_h	Температура среды T, °C
0	2N2222Z	2	2 кОм	-10...40
1		3	2,5 кОм	0...50
2		4	1,7 кОм	-20...40
3		5	3 кОм	-10...60
4		6	3,5 кОм	0...45
5		7	4,2 кОм	-20...45
6		6	3,3 кОм	0...50
7		5	1,2 кОм	-40...40
8		4	2,7 кОм	0...60
9		3	4,5 кОм	-20...50
10		2	3,1 кОм	-20...30
11		3	2,7 кОм	0...40
12		4	4,2 кОм	-20...50
13		5	2,6 кОм	-10...40
14		6	4,1 кОм	-30...30
15		7	3,2 кОм	0...50
16		6	3,3 кОм	-10...50
17		5	2,8 кОм	-20...50
18		4	2,5 кОм	0...60
19		3	1,5 кОм	-20...40
20		2	3,1 кОм	-30...40

Параметры Spice-модели транзистора 2N2222Z

```
.MODEL 2N2222Z NPN (IS=2.20f NF=1.00 BF=240 VAF=114 IKF=0.293 ISE=2.73p
+ NE=2.00 BR=4.00 NR=1.00 VAR=24.0 IKR=0.600 RE=0.194 RB=0.777 RC=77.7m
+ XTB=1.5 CJE=24.9p VJE=1.10 MJE=0.500 CJC=12.4p VJC=0.300 MJC=0.300
+ TF=371p TR=64.0n EG=1.12 )
```

2.4.7 Пример выполнения лабораторной работы 3

Постановка задачи.

Целью данной лабораторной работы является расчет режима усилительного каскада по постоянному току в схеме включения с общим эмиттером (ОЭ).

Исходные данные к расчету:

$$R_h = 2.2 \text{ кОм}; \Delta U_{\text{вых}} = 5 \text{ В}; \Delta T = -20 \dots 60^\circ\text{C}.$$

Получение статических ВАХ транзистора.

Для расчета режима транзистора нам потребуются входная, сквозная и выходная ВАХ. Используем режим DC в программе Micro-CAP для получения данных характеристик. Процесс получения ВАХ подробно описан выше в п. 4.3.5.

Все дальнейшие построения можно выполнять непосредственно в системе Micro-Cap в режиме рисования графических фигур (кнопка ), либо в любом графическом редакторе с использованием полученных файлов с изображениями ВАХ.

Расчет режима каскада по постоянному току.

Выполним расчет рабочей точки каскада с ОЭ в режиме класса A, используя графо-аналитическую методику. На выходной ВАХ выберем положение рабочей точки (РТ). Примерно положение РТ можно оценить по эмпирическим формулам

$$U_{0K} \geq U_{\min} + \Delta U_{\text{вых}}/2 + (0,2 \dots 0,5) \Delta U_{\text{вых}}/2;$$

$$I_{0K} \geq I_{\min} + \Delta U_{\text{вых}}/R_h + (0,3 \dots 0,7) \Delta U_{\text{вых}}/R_h;$$

$$E \geq U_{\min} + \Delta U_{\text{вых}} + (0,1 \dots 0,3) \Delta U_{\text{вых}},$$

где $U_{\min} = 1 \dots 2 \text{ В}$ – запас по напряжению; $I_{\min} = 1 \dots 2 \text{ мА}$ – запас по току; Выбор «хорошего» расположения РТ на ВАХ во многом зависит от опыта разработчика. Указанные выше выражения не являются универсальными, но в нашем случае являются достаточно удобными для начальной оценки положения РТ на выходных ВАХ.

Выберем: $U_{\min} = 1$ В; $I_{\min} = 1$ мА, тогда

- $U_{0k} \geq 1 + 5/2 + 0,5 \cdot 5/2 = 4,75$ В $\rightarrow 5$ В (округляем в большую сторону до целого числа);
- $I_{0k} \geq 1 + 5/2,2 + 0,2 \cdot 5/2,2 = 3,73$ мА $\rightarrow 4$ мА (округляем в большую сторону до целого числа);
- $E \geq 1 + 5 + 0,5 \cdot 5 = 8,5$ В $\rightarrow 9$ В (округляем в большую сторону до целого числа).

Нанесем положение РТ на выходную ВАХ и построим нагрузочную прямую по постоянному току $R_{H=}$: она проходит через рабочую точку А (U_{0k} , I_{0k}) и напряжение питания E – точка ($E, 0$).

Рассчитаем величину сопротивления нагрузки по постоянному току

$$R_k = R_{H=} = \frac{E - U_{0k}}{I_{0k}} = \frac{9 - 5}{4 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ кОм.}$$

Далее рассчитываем сопротивление по переменному току

$$R_{H\sim} = R_k \| R_H = R_k \cdot R_H / (R_k + R_H) = 1 \cdot 2,2 / (1 + 2,2) = 687,5 \text{ Ом.}$$

Строим нагрузочную прямую по переменному току $R_{H\sim}$. Для этого рассчитаем размах выходного тока

$$\Delta I_{\text{вых}} = \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{R_{H\sim}} = \frac{5}{687,5} = 7,27 \text{ мА.}$$

Размах выходного напряжения $\Delta U_{\text{вых}} = 5$ В отложим симметрично относительно значения U_{0k} , а размах тока $\Delta I_{\text{вых}} = 7,3$ мА – относительно значения I_{0k} . В результате получим две точки A_1 ($U_{0k} - 0,5\Delta U_{\text{вых}}$, $I_{0k} + 0,5\Delta I_{\text{вых}}$) и A_2 ($U_{0k} + 0,5\Delta U_{\text{вых}}$, $I_{0k} - 0,5\Delta I_{\text{вых}}$), через которые проходит нагрузочная прямая по переменному току $R_{H\sim}$. Результат выполненных построений показан на рис. 2.42.

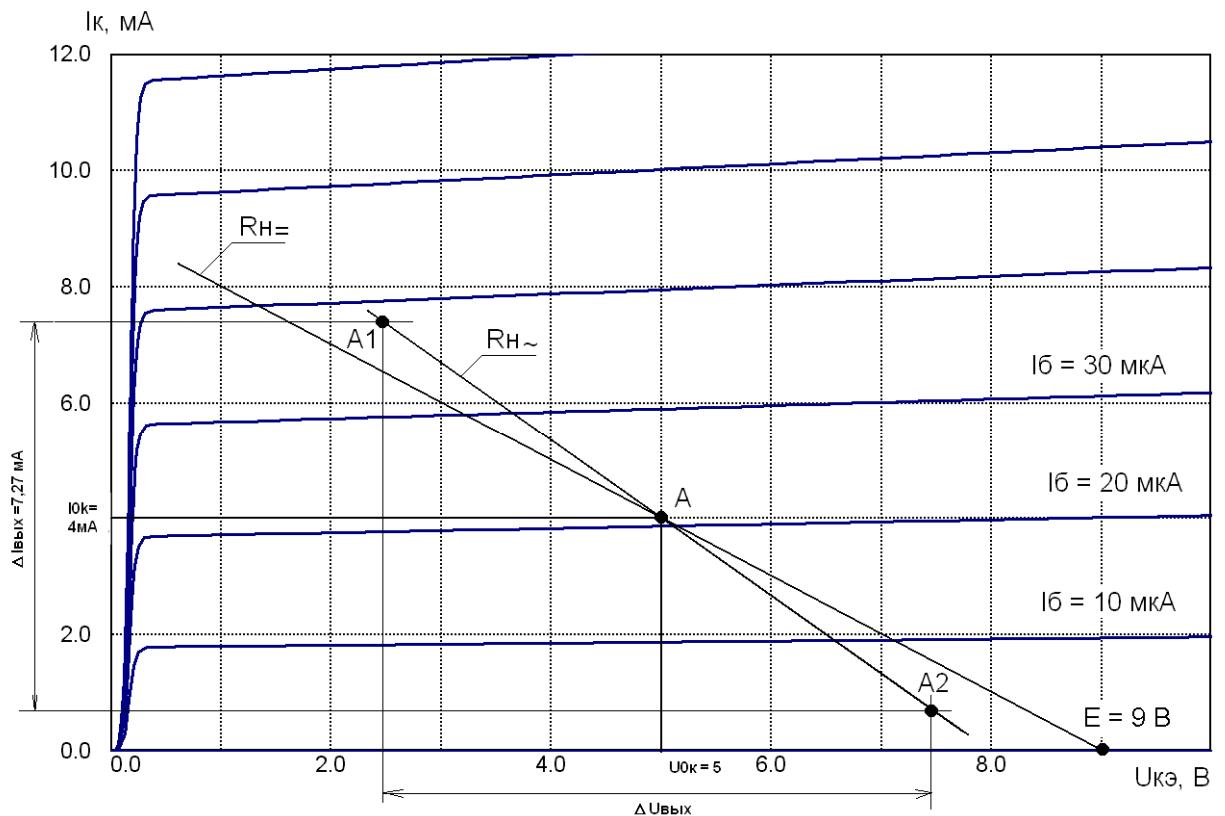


Рисунок 2.42 – Выбор РТ на выходных ВАХ

Теперь можно рассчитать КПД выбранного режима. Полезная мощность, отдаваемая в нагрузку, будет равна $P_{\sim} = \frac{1}{8} \Delta U_{\text{вых}} \Delta I_{\text{вых}} = 0,125 \cdot 5 \cdot 7,3 \approx 4,56 \text{ мВт}$.

Мощность, потребляемую от источника питания можно определить по выражению $P_0 = E \cdot I_{0k} = 9 \cdot 4 = 36 \text{ мВт}$. Коэффициент полезного действия АЭ будет равен $\eta = \frac{P_{\sim}}{P_0} = \frac{4,56}{36} \cdot 100 \% = 0,127 \cdot 100 \% = 12,7 \%$.

Нанесем положение РТ на сквозную ВАХ. Кроме того, по сквозной ВАХ можно определить значение входного напряжения $\Delta U_{\text{вх}}$, соответствующего заданному размаху напряжения на выходе $\Delta U_{\text{вых}} = 5 \text{ В}$. Выполненные построения показаны ниже на рис. 2.43.

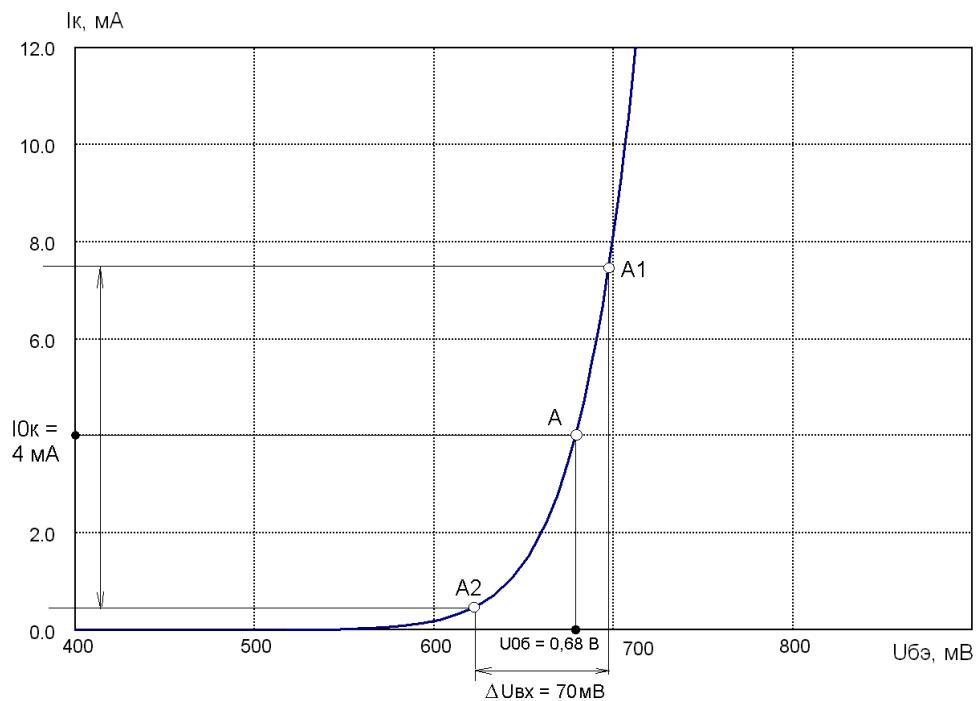


Рисунок 2.43 – Положение РТ на сквозной ВАХ

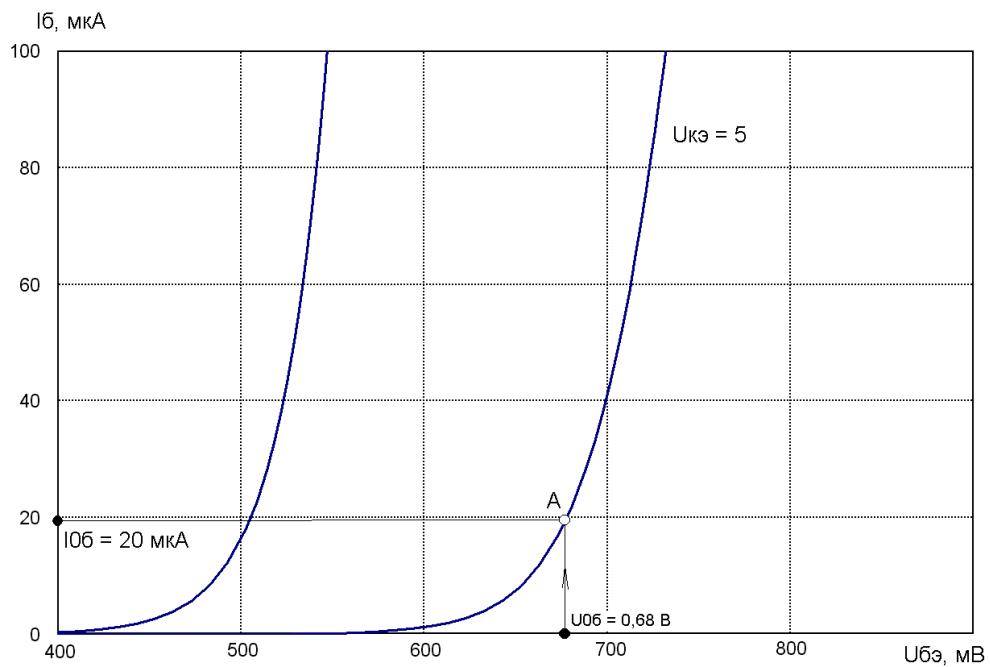


Рисунок 2.44 – Положение РТ на входной ВАХ

По найденному значению входного напряжения $\Delta U_{\text{вх}}=70$ мВ можно оценить коэффициент усиления каскада в полосе рабочих частот по формуле
 $K_0 = \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{\Delta U_{\text{вх}}} = \frac{5}{0,07} = 71,4$ раз или $K_0, \text{ дБ} = 20 \log_{10}(71) \approx 37,1$ дБ.

Осталось отметить положение РТ на входной ВАХ и определить значение входного тока в РТ $I_{0б}$. Результат показан на рис. 2.44. Как видно из рисунка

величина тока базы в рабочей точке равна $I_{0б} \approx 20$ мкА. Также можно найти требуемое напряжение генератора сигнала для получения заданного $\Delta U_{вых}$:

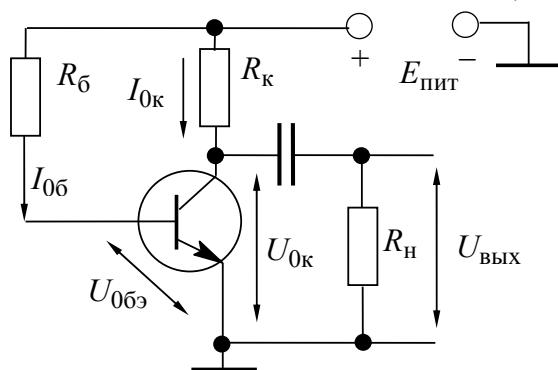
$$E_g = U_{m.вх} (R_g + R_{вх}) / R_{вх} = U_{m.вых} (R_g + R_{вх}) / (K_0 R_{вх}) = \Delta U_{вых} (R_g + R_{вх}) / (2 K_0 R_{вх}).$$

На этом расчет режима каскада по постоянному току можно считать законченным.

Расчет схем стабилизации положения рабочей точки

Выполним расчет трех схем стабилизации режима каскада по постоянному току. Подробно об этих схемах было рассказано ранее в п. 2.9.5 данного руководства. Здесь же приведем только основные формулы.

Схема базовой стабилизации режима по постоянному току. Схема базовой стабилизации показана на рис. 2.45. Величина резистора в цепи базы рассчитывается по формуле



$$R_b = \frac{E - U_{0бэ}}{I_{0б}} = \frac{9 - 0,68}{20 \cdot 10^{-6}} = 416 \text{ кОм.}$$

Величину разделительных емкостей примем равными 20 мкФ.

Рисунок 2.45 – Схема базовой стабилизации положения РТ

Схема коллекторной стабилизации режима по постоянному току. Схема коллекторной стабилизации представлена на рис. 2.46. Величину резистора ООС можно найти по формуле

$$R_b = \frac{U_{0к} - U_{0бэ}}{I_{0б}} = \frac{5 - 0,68}{20 \cdot 10^{-6}} = 216 \text{ кОм.}$$

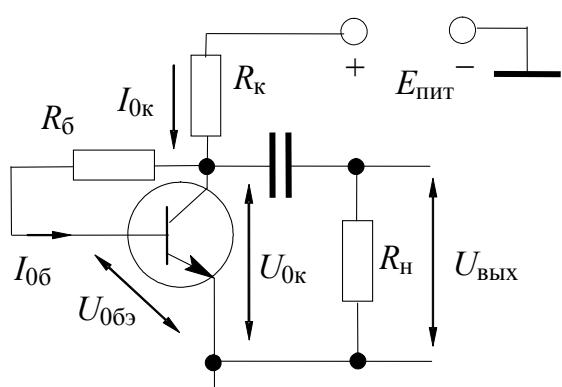


Рисунок 2.46 – Схема коллекторной стабилизации положения РТ

Схема эмиттерной стабилизации режима по постоянному току. Схема каскада с эмиттерной стабилизацией представлена на рис. 2.47. Существуют разные методики расчета элементов данной схемы. Одна из них была описана

ранее в п. 2.9.3. Здесь же мы выполним упрощенный расчет схемы эмиттерной стабилизации режима (без учета предварительного температурного отклонения РТ).

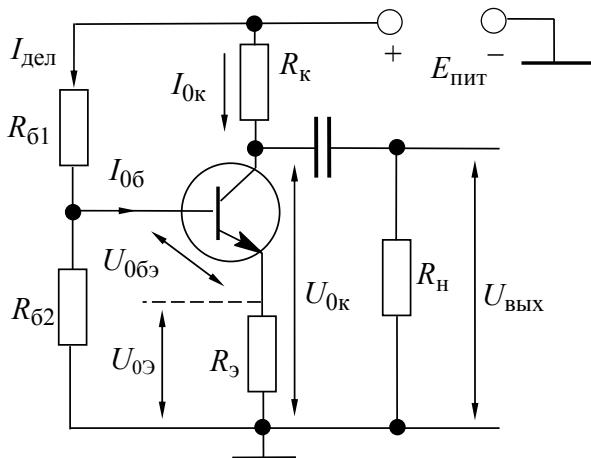


Рисунок 2.47 – Схема эмиттерной стабилизации режима

Порядок расчета:

- 1) выбирается величина падения напряжения на сопротивлении в цепи эмиттера, как l -я часть напряжения на транзисторе. Величину l рекомендуется выбирать в пределах 0,01...0,2 для транзисторов большой мощности и 0,1...1,0 для транзисторов малой мощности. В нашем случае выберем $l = 0,4$. (рекомендуется выбирать значение U_0 в пределах 10-20 % от напряжения питания E). Получим

$$U_{0\Theta} = l \cdot U_{0k} = 0,4 \cdot U_{0k} = 0,4 \cdot 5 = 2,0 \text{ В.}$$

2) выбирается величина тока делителя $I_{\text{дел}} = k \cdot I_{0b}$, где коэффициент k рекомендуется брать в пределах 1...3 для транзисторов большой мощности и 3...10 для транзисторов малой мощности. Возьмем $k = 10$.

$$\text{Получим } I_{\text{дел}} = k \cdot I_{0b} = 10 \cdot I_{0b} = 10 \cdot 20 \text{ мкА} = 200 \text{ мкА.}$$

3) вычисляются величины сопротивлений цепи эмиттера и базового делителя по формулам

$$R_9 = \frac{U_{0\Theta}}{I_{0\Theta}} = \frac{l \cdot U_{0k}}{I_{0k} + I_{0b}} = \frac{2}{4 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^{-6}} = 497,5 \text{ Ом} \approx 500 \text{ Ом};$$

$$R_{62} = \frac{U_{0\Theta} + U_{0b}}{I_{\text{дел}}} = \frac{l \cdot U_{0k} + U_{0b}}{k \cdot I_{0b}} = \frac{2,0 + 0,68}{200 \cdot 10^{-6}} = 13,4 \text{ кОм};$$

$$R_{61} = \frac{E - (U_{0\Theta} + U_{0b})}{I_{\text{дел}} + I_{0b}} = \frac{E - (U_{0\Theta} + U_{0b})}{(k+1) \cdot I_{0b}} = \frac{9 - (2 + 0,68)}{200 \cdot 10^{-6} + 20 \cdot 10^{-6}} = 28,7 \text{ кОм.}$$

4) Емкость C_9 , шунтирующую сопротивление ООС R_9 возьмем равной 50 мкФ.

Моделирование усилительного каскада

Далее необходимо выполнить моделирование каждого каскада с целью определения его частотных характеристик и оценки температурной стабильности положения заданной РТ.

Выполним построение рассчитанных ранее схем в редакторе программы Micro-Cap. Установим внутреннее сопротивление источника гармонического

сигнала (параметр RS) равным 1 кОм. Общий вид окна редактора с «собранными» схемами показан на рис. 2.48.

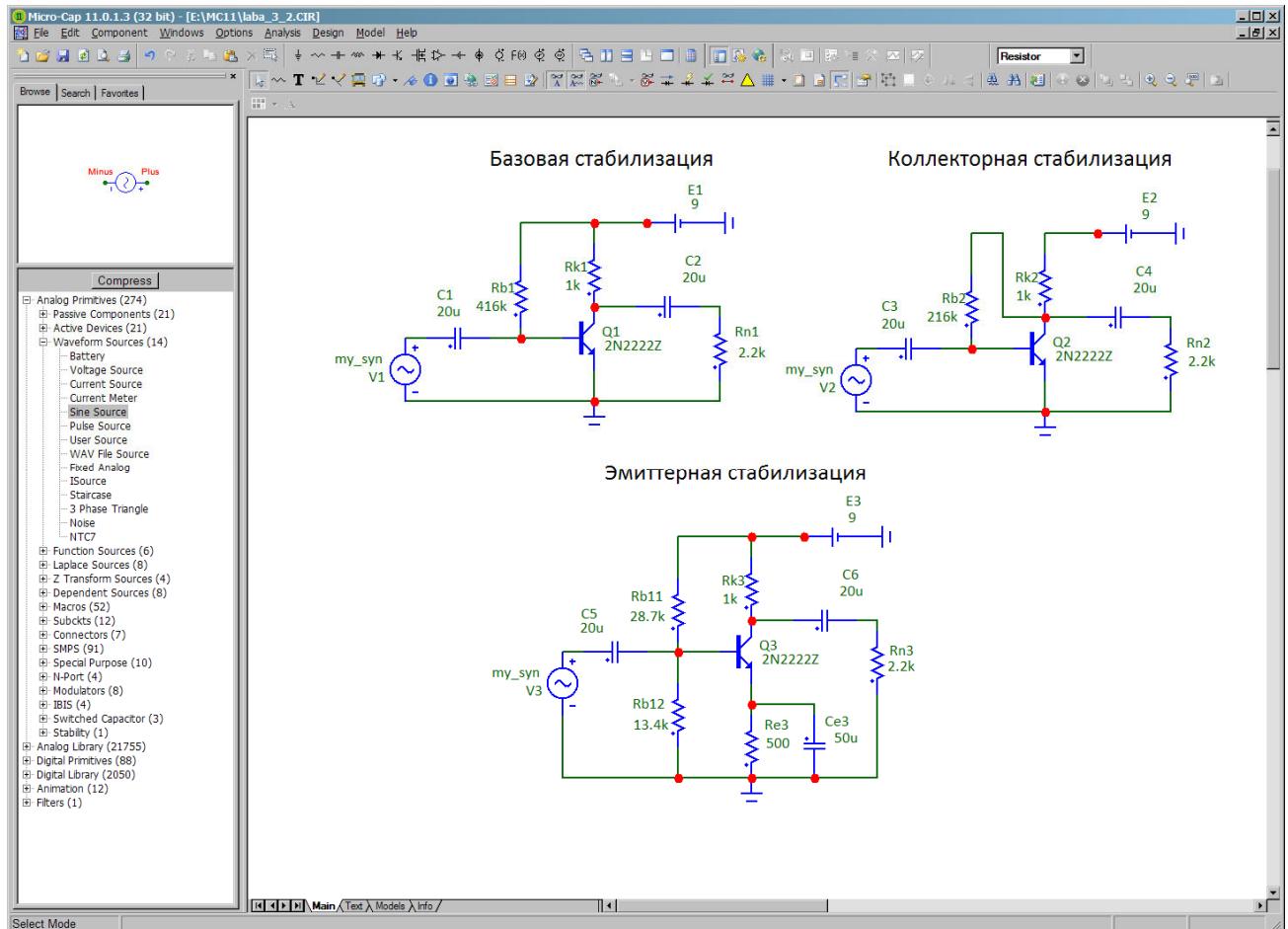


Рисунок 2.48 – Рассчитанные схемы усилительных каскадов в редакторе схем Micro-CAP

Выбрав режим моделирования **Dynamic DC** (Alt+4) можно проверить значения постоянных токов и напряжений в схеме (см. рис. 2.49).

Перед тем как перейти к расчету АЧХ каскадов, следует убедиться в том, что все три схемы **имеют одинаковый режим по постоянному току** (т.е. значение тока коллектора у всех транзисторов должно быть одинаковым). При необходимости следует подкорректировать значения элементов (базовых резисторов), чтобы выровнять ток транзисторов.

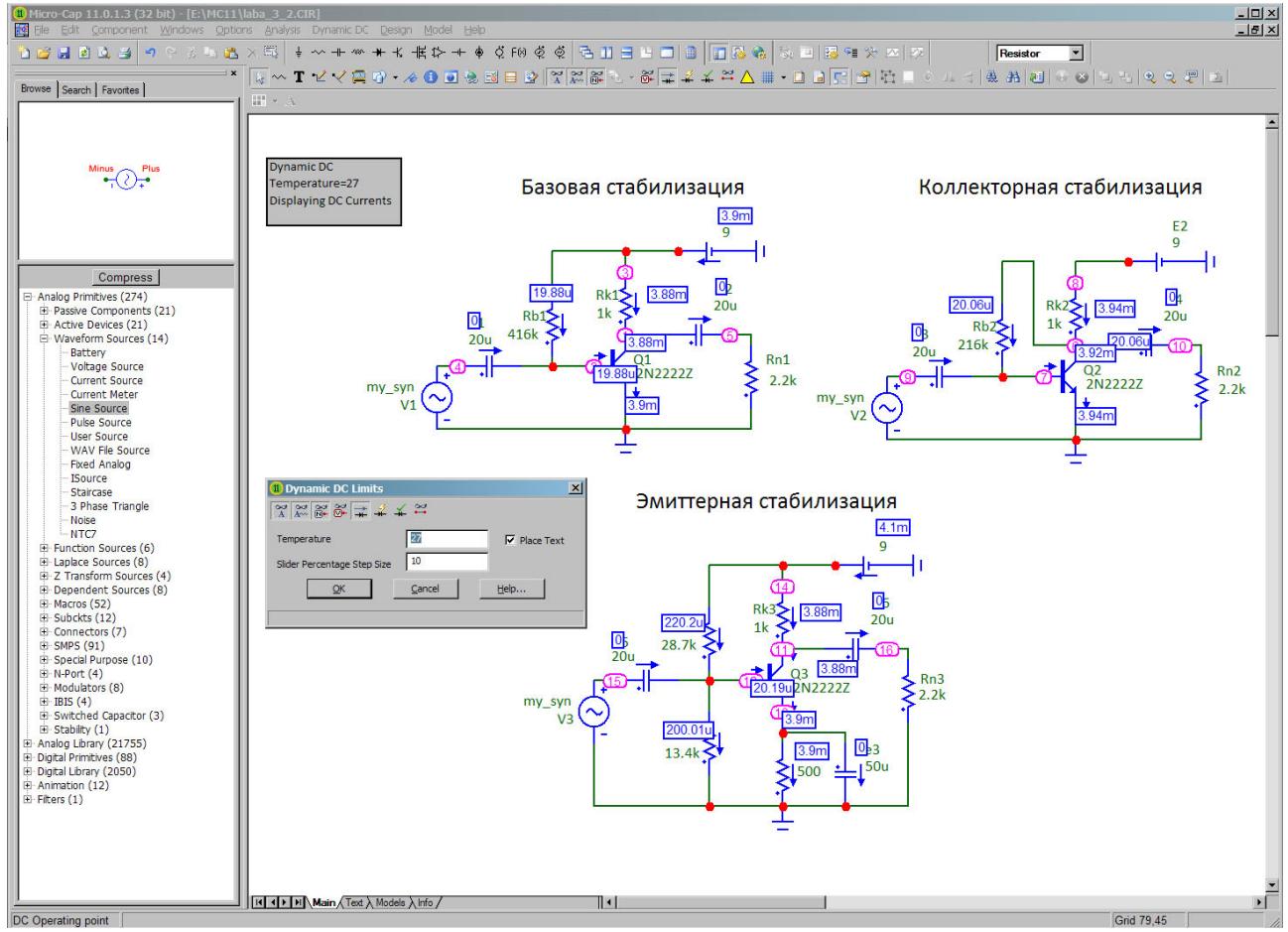


Рисунок 2.49 – Анализ схем в режиме Dynamic DC

Частотные характеристики каскадов.

Далее выполним моделирование частотных характеристик рассчитанных схем с помощью режима АС пакета Micro-Cap. Результаты расчета АЧХ схем в режиме АС и установки в окне AC Analysis Limits представлены на рис. 2.50 и 2.51.

Для считывания показаний с графика АЧХ используется режим **Scope** (вызывается кнопкой F8). В этом режиме, используя два курсора, можно считывать показания с графиков (один управляется левой кнопкой мыши, второй – правой). Нас интересует величина коэффициента усиления в полосе пропускания и значения нижней граничной частоты f_n и верхней граничной частоты f_v . Границные частоты АЧХ измеряются на уровне -3 дБ от максимального значения (см. рис. 2.52). Выполним измерение коэффициента усиления и полосы пропускания для всех трех схем и результаты сведем в табл. 2.3.

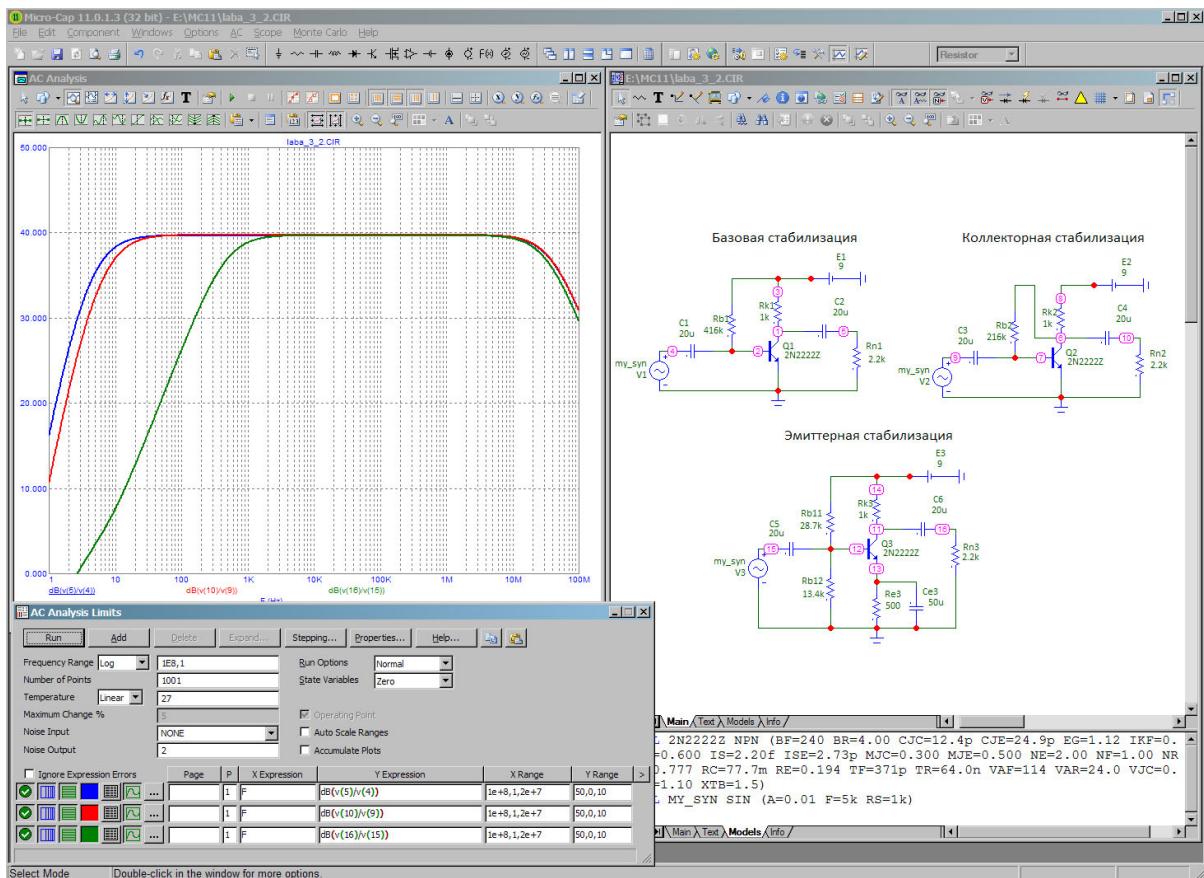


Рисунок 2.50 – Вид окна программы Micro-CAP в режиме моделирования АС

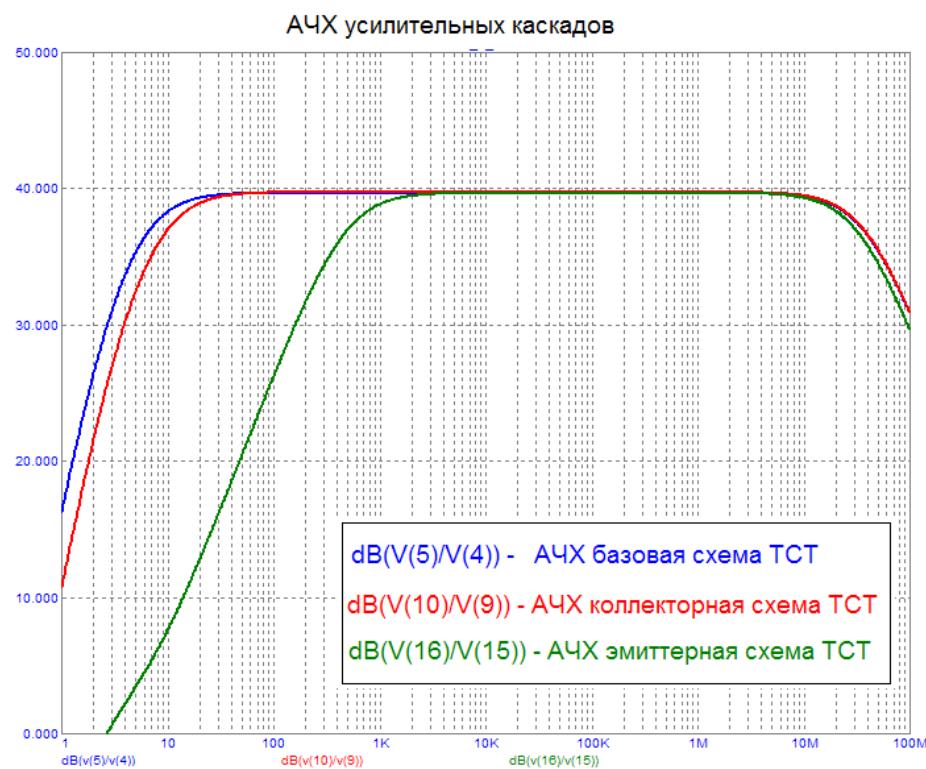


Рисунок 2.51 – АЧХ усилительных каскадов, полученные в режиме АС

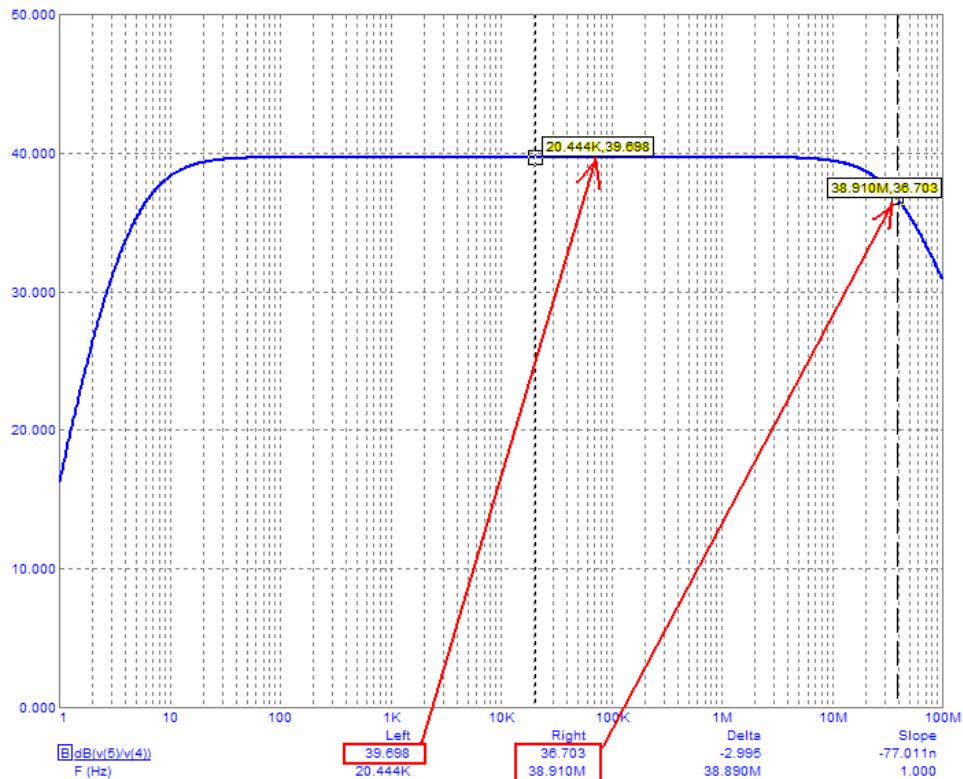


Рисунок 2.52 - Измерение коэффициента усиления и верхней граничной частоты по АЧХ в режиме Scope (базовая схема ТСТ)

Таблица 2.3 – Частотные характеристики усилительных каскадов

Схема стабилизации	Коэффициент усиления K_0 , дБ	Нижняя граничная частота f_n , Гц	Верхняя граничная частота f_v , МГц
Базовая	39,7	6,4	38,9
Коллекторная	39,7	9,3	38,9
Эмиттерная	39,7	468	32,7

Из табл.2.3 видно, что все три схемы имеют одинаковый коэффициент усиления в полосе пропускания, равный 39,7 дБ (расчетное значение коэффициента усиления для выбранного нами режима было равно 37,1 дБ) .

Также видно, что значение нижней граничной частоты у схемы эмиттерной ТСТ больше, чем у базовой и коллекторной схем ТСТ. Это объясняется наличием в схеме конденсатора в цепи эмиттера, который вносит дополнительные линейные искажения.

Определение температурного смещения рабочей точки

Для определения смещения рабочей точки при изменении температуры необходимо использовать режим TRANSIENT. При этом в качестве выходной характеристики нужно взять ток в цепи коллектора транзистора (см. рис. 2.53) и

выполнять моделирование при разной температуре. Для считывания показания с графиков также можно использовать режим **Scope** (F8).

Замечание: амплитуду входного гармонического источника сигнала необходимо обнулить, чтобы наблюдать каскад только по постоянному току, т.е. задать для него параметр $A = 0$.

Вид окна **Transient Analysis Limits** для задания параметров моделирования в режиме TRANSIENT показан на рис. 2.53.

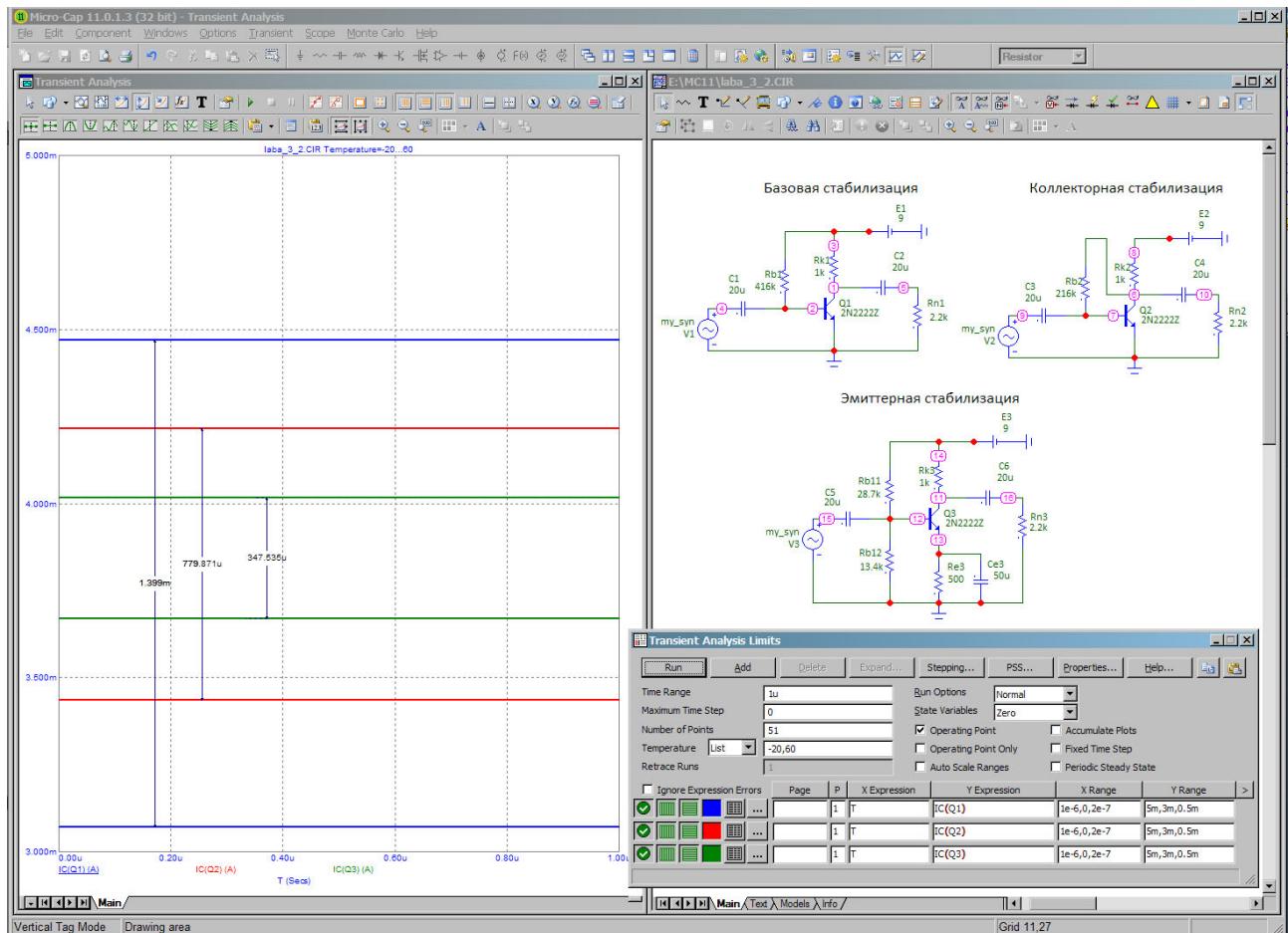


Рисунок 2.53 – Моделирование схем в режиме Transient при изменении температуры от -20 до +60 °C

Для считывания данных с графиков (см. рис. 4.41) можно воспользоваться режимом установки меток, вызываемых нажатием на кнопки на панели инструментов окна вывода результатов.

Результаты моделирования усилительных каскадов в режиме TRANSIENT с учетом изменения температуры показаны на рис. 2.53, 2.54 и сведены в табл. 2.4.

Зависимость тока коллектора от температуры

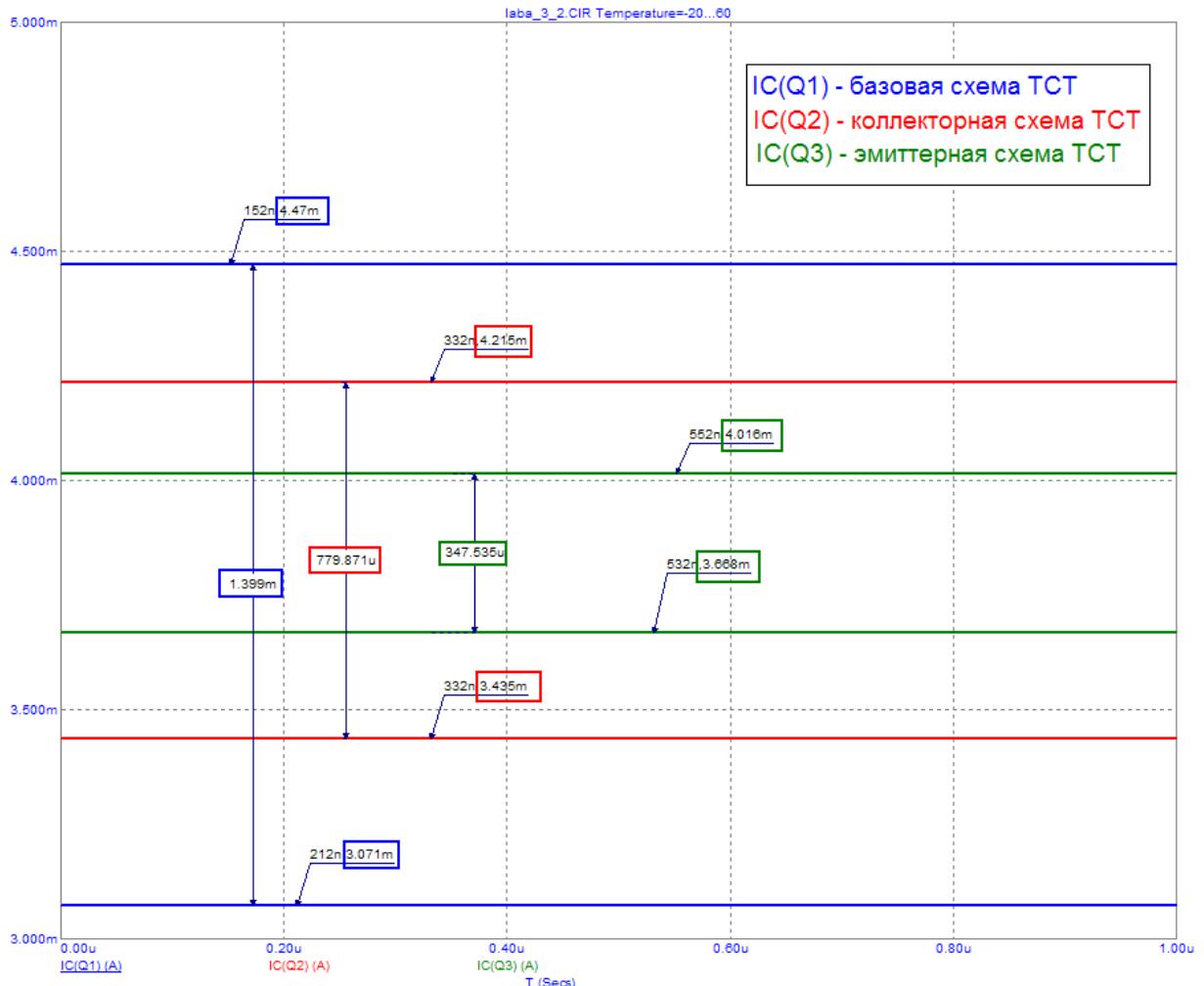


Рисунок 2.54 – Результаты измерений (смещение тока коллектора) в режиме Transient при изменении температуры от -20 до +60 °C

Таблица 2.4 – Температурный «уход» рабочей точки

Схема стабилизации	Ток коллектора при $T = 60^{\circ}\text{C}$, мА	Ток коллектора при $T = -20^{\circ}\text{C}$, мА	Величина смещения тока ΔI_{0K} , мкА
Базовая	4.47	3.071	1399
Коллекторная	4.215	3.435	779.9
Эмиттерная	4.016	3.668	347.5

Из табл. 2.4 видно, что «уход» рабочей точки (т.е. величина смещения тока коллектора ΔI_{0K}) при изменении температуры, меньше всего у схемы с эмиттерной стабилизацией. Таким образом, эмиттерная схема ТСТ обладает лучшими стабилизирующими свойствами.

Моделирование во временной области.

Оценим качество выходного сигнала при достижении заданного размаха выходного напряжения $\Delta U_{\text{вых}} = 5$ В. Для этого необходимо определить требуемое напряжение на входе усилителя. Так как наш каскад имеет коэффициент усиления равный $K_0 = 39,7$ дБ (см. таблицу 2.3) или $10^{39.7/20} = 96.6$ раз, то амплитуда входного воздействия (при сопротивлении источника сигнала R_G равным нулю) должна быть $\Delta U_{\text{вых}}/(2 \cdot K_0) = 5/(2 \cdot 96.6) = 0.0259 \approx 26$ мВ. Частоту входного сигнала выберем равную $f_g = 10$ кГц. При этом помимо графиков входного и выходного напряжений усилителя построим также спектры этих сигналов, чтобы оценить нелинейные искажения. Для этого в Micro-CAP служит функция HARM(), которая выполняет преобразование Фурье для указанного сигнала во временной области и выводит его спектр.

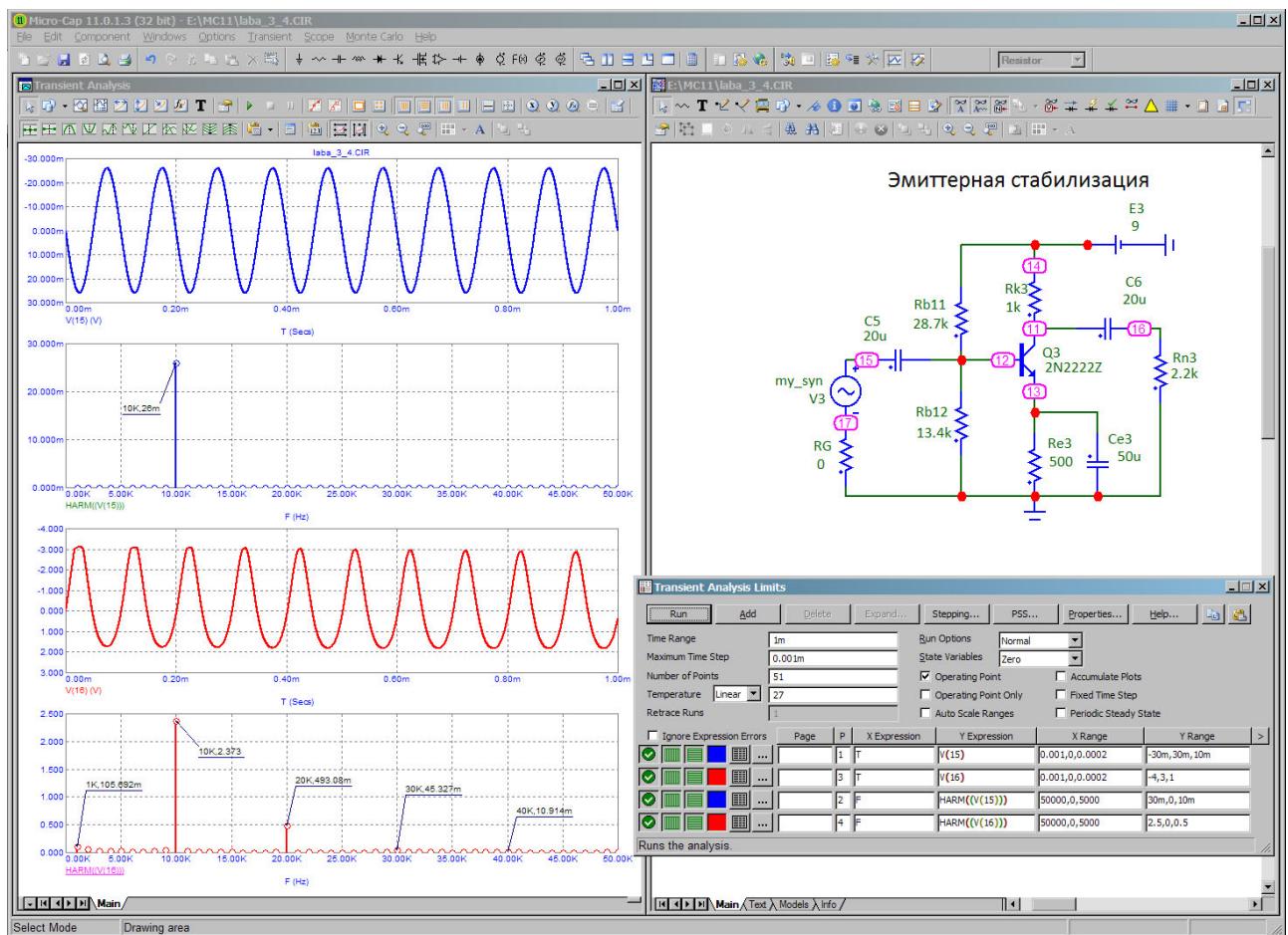


Рисунок 2.55 – Моделирование схемы в режиме Transient для оценки нелинейных искажений выходного сигнала

Для примера построим графики входного и выходного напряжений и их

спектры для усилительного каскада с эмиттерной стабилизацией (см. рис. 2.55). Масштабирование графического окна, в котором построены спектры сигналов, выполнено для диапазона от 0 до $5f_1$.

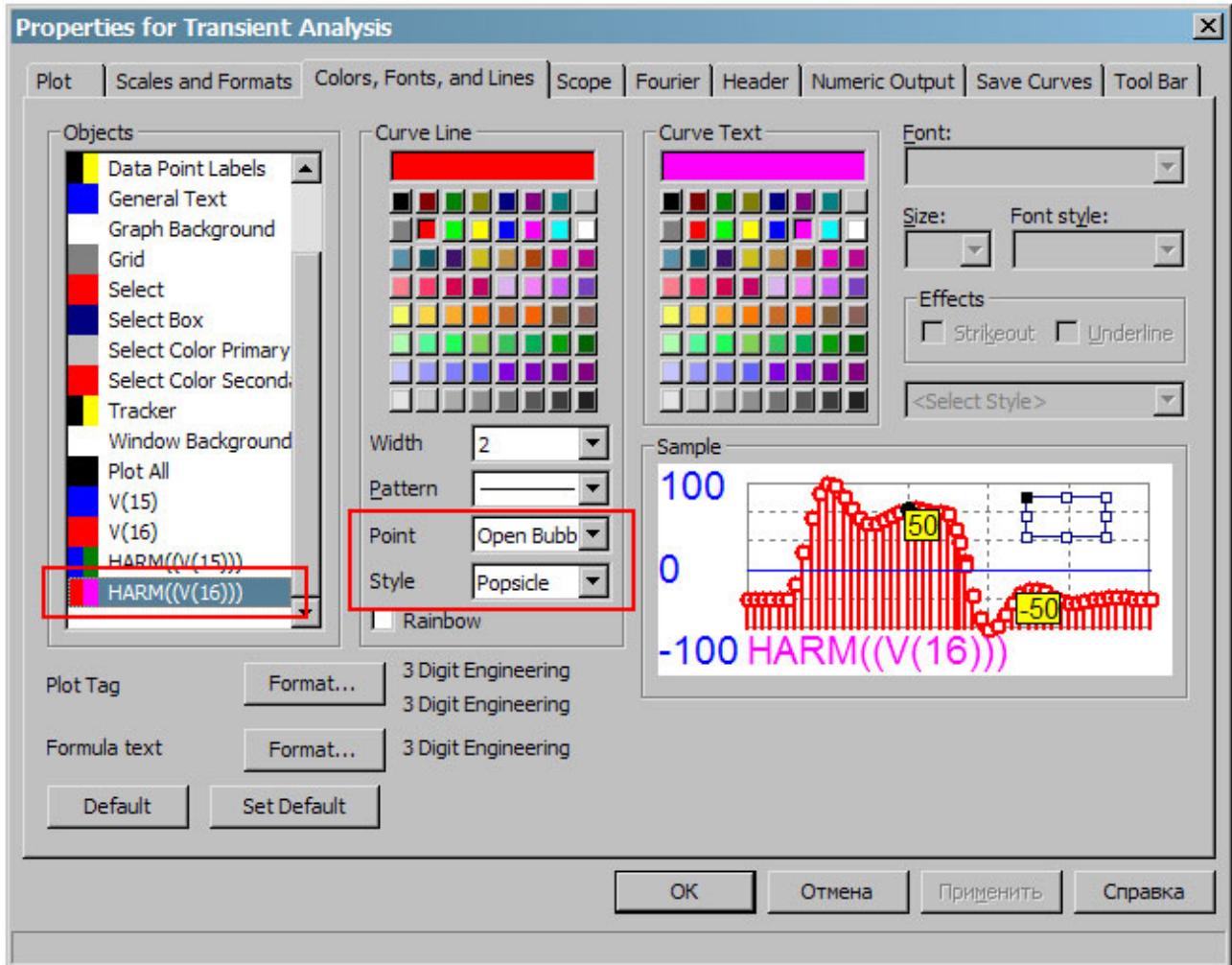


Рисунок 2.56 – Выбор типа линии для графика выходного спектра

Замечание: для графика спектров следует изменить тип линии на линейчатый в окне **Properties for Transient Analysis** (рис.2.56), вкладка Colors, Fonts and Lines, поля ввода Point и Style.

Также следует задать число гармоник выходного сигнала (Auto Scale First Harmonics) для вывода на график (в окне **Properties for Transient Analysis** (рис.2.57), вкладка FFT), равным 50, а также количество точек для анализа (Number of Points) равным 65536.

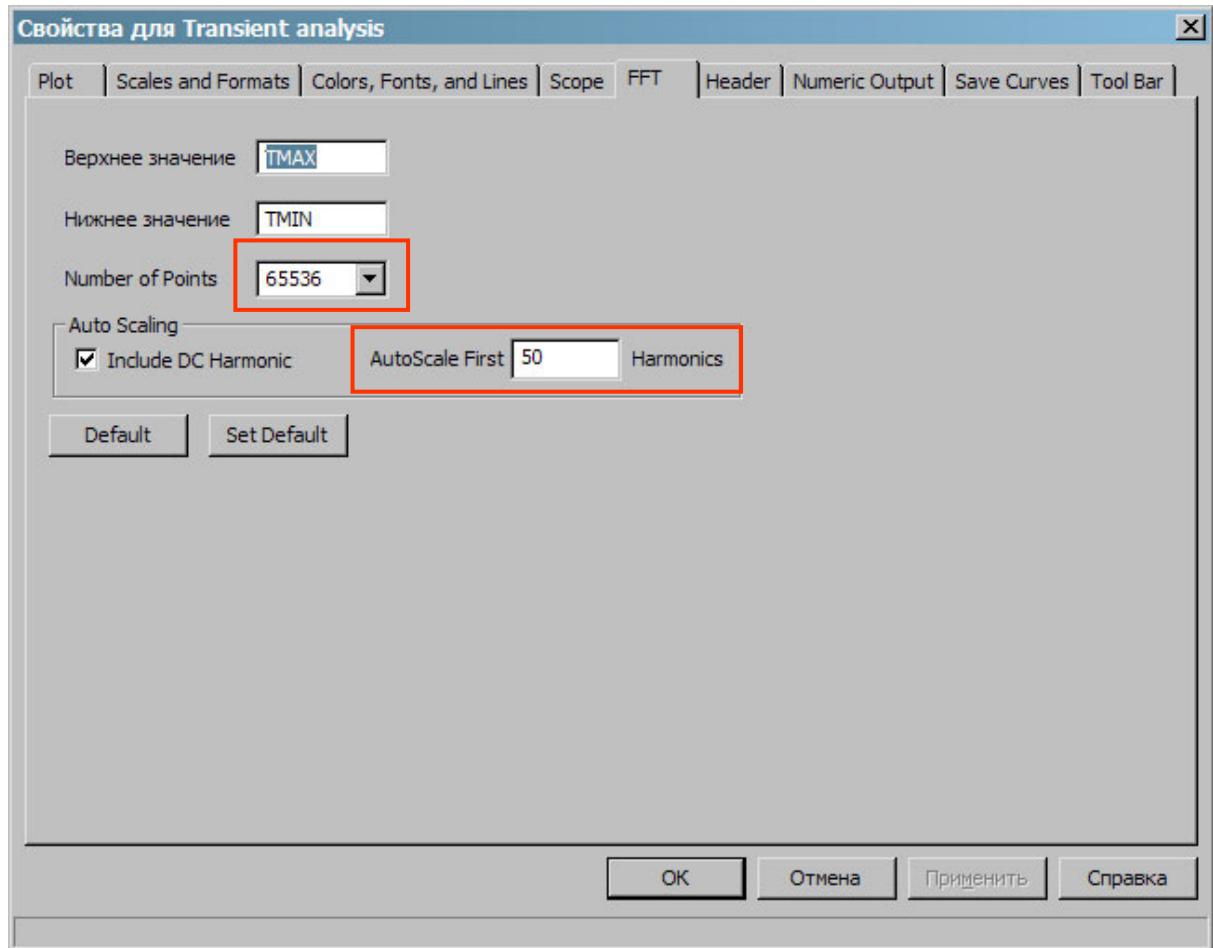


Рисунок 2.57 – Параметры преобразования Фурье

Измерив величину дополнительных гармоник в спектре выходного сигнала (из графиков на рис. 2.55), можно оценить уровень нелинейных искажений по формуле:

$$K_r = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^n U_{mi}^2}}{U_{m1}} = \frac{\sqrt{105.7^2 + 493.1^2 + 45.3^2 + 10.9^2}}{2373} = 0.213 \text{ или } 21.3\%.$$

Аналогичным образом можно исследовать оставшиеся две схемы усилительных каскадов и рассчитать для них коэффициент гармоник, а также заполнить таблицу 2.5.

Для расчета коэффициента гармоник в Micro-CAP также можно использовать функцию THD(HARM()).

Таблица 2.5 – Уровень искажений выходного сигнала на частоте 10 кГц

Схема стабилизации	Амплитуда входного сигнала, $U_{m1\text{вх}}$, мВ	Уровень первой гармоники на выходе, $U_{m1\text{вых}}$, мВ,	Коэффициент гармоник, K_g %
Базовая	26		
Коллекторная	26		
Эмиттерная	26	2373	21.3

Таким образом, выходной сигнал претерпевает значительные нелинейные искажения из-за влияния нелинейностей передаточной ВАХ транзистора. Это также можно увидеть на рис. 2.43 и в табл. 2.5. Чтобы уменьшить величину нелинейных искажений нужно сместить рабочую точку на более линейный участок передаточной ВАХ, т.е. увеличить ток рабочей точки I_{0k} .

Другой способ снижения нелинейных искажений выходного сигнала – это уменьшение амплитуды входного воздействия. Например, уменьшив амплитуду входного воздействия в 2 раза, получим коэффициент гармоник выходного сигнала равный (см. рис. 2.58):

$$K_g = \frac{\sqrt{21.705^2 + 134.803^2 + 7.784^2 + 0.482^2}}{1234} = 0.1108 \text{ или } 11.1 \text{ \%}.$$

Таким образом, коэффициент гармоник также уменьшился практически в 2 раза.

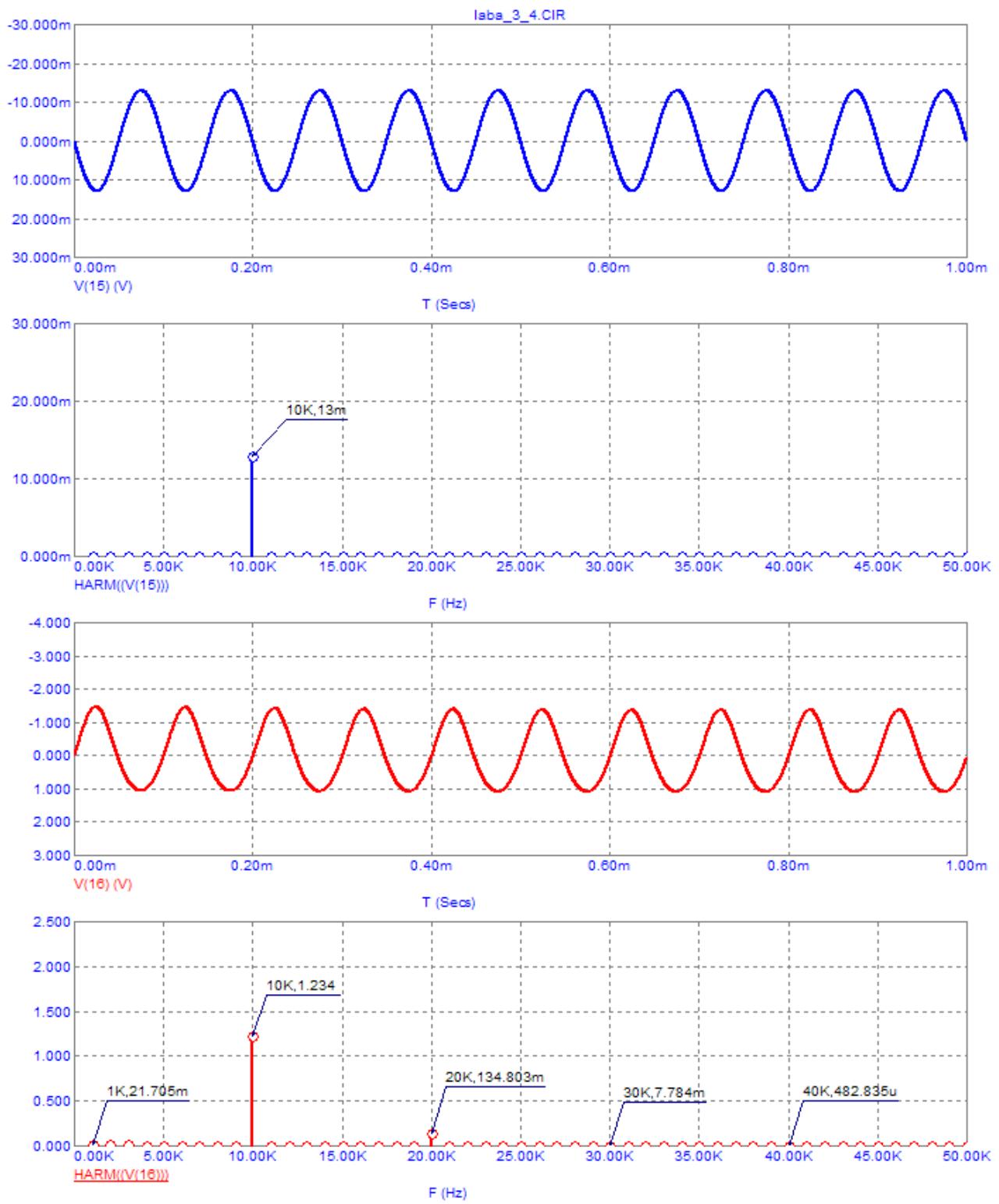


Рисунок 2.58 – Графики входного и выходного сигналов
и их спектры при $U_{mbx}=13$ мВ

Выводы по лабораторной работе 3

В результате выполнения лабораторной работы был выполнен расчет и моделирование линейного (в режиме класса А) усилительного каскада, выполненного по схеме включения с ОЭ. В ходе работы была выбрана рабочая точка, рассчитаны и исследованы три схемы обеспечения температурной стабилизации режима: базовая, коллекторная и эмиттерная, выполнена оценка нелинейных искажений выходного сигнала при заданном входном воздействии.

Были получены следующие результаты (см. табл. 2.3 и 2.4):

1) коэффициент усиления каскада K_0 , дБ ≈ 39 дБ близок к расчетному $K_{0\text{расч}}$, дБ $\approx 37,1$ дБ. Полоса пропускания каскада с эмиттерной стабилизацией несколько уже, чем у двух других схем, что определяется влиянием цепи обратной связи по току в области низких частот. Для расширения полосы пропускания следует изменить значение блокирующего конденсатора.

2) температурный уход тока коллектора транзистора меньше всего у схемы с эмиттерной стабилизацией. Худшие стабилизирующие свойства имеет схема с базовой стабилизацией режима.

3) выбранная рабочая точка (ток покоя равен $I_{0k} = 4$ мА) не позволяет нам получить сигнал на выходе с размахом 5 В без искажений его формы из-за влияния нелинейности сквозной ВАХ транзистора (см. табл. 2.5). Для того, чтобы уменьшить нелинейные искажения выходного сигнала следует сместить рабочую точку на более линейный участок передаточной ВАХ, например, увеличив ток покоя I_{0k} транзистора.

2.5 Лабораторная работа 4 – Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях

2.5.1 Цель исследования переходных процессов

Переходные процессы возникают в электрических цепях при переходе из одного режима в другой вследствие подключения источников в цепь, отключения от нее, изменения параметров цепи или ее топологии. Любая причина, вызывающая переходный процесс, называется *коммутацией*.

В большинстве случаев переходные процессы возникают после срабатывания механического или электронного переключателя, работу которого сопровождают весьма сложные явления – горение дуги, перенос носителей в полупроводнике, пробой изоляции и другие. Учет всех этих факторов представляет собою трудную и часто практически неразрешимую задачу. Поэтому при анализе переходных процессов реальное устройство представляется некоторой схемой замещения, отражающей рассматриваемые физические процессы с достаточной для практики точностью. В результате получают идеализированную расчетную модель цепи, содержащую сосредоточенные параметры – активное сопротивление, индуктивность, емкость, взаимную индуктивность и идеализированный ключ мгновенного действия и др. Предполагается, что процесс переключения таким ключом совершается мгновенно за время $t = 0$, в течение которого его сопротивление изменяется мгновенно от бесконечности до нуля при включении, и от нуля до бесконечности – при выключении.

Задача исследования переходных процессов состоит в определении мгновенных значений напряжений $u(t)$, токов $i(t)$, потокосцеплений $\psi(t)$, заряда $q(t)$ и других электрических (или магнитных) величин после коммутации. Обычно момент коммутации совмещается с началом отсчета времени $t = 0$. Момент времени непосредственно предшествующий коммутации обозначают $t = 0^-$ и непосредственно после коммутации $t = 0^+$, причем $\Delta t = t(0^+) - t(0^-) = 0$.

На рис. 2.59 представлена кривая некоторой переменной (например, напряжения, тока и пр.) $x_k(t)$ до и после коммутации. Расчету подлежит функция $x_k(t)$ при $t = 0^+$. Она определяется как решение системы интегрально-дифференциальных уравнений цепи образующихся после коммутации, с учетом состояния цепи, предшествующего коммутации $x_k(0^-)$.

Классический метод анализа переходных процессов состоит в формировании и последующем решении системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений цепи. Они должны составляться для цепи после

коммутации на основе законов Кирхгофа или с применением методов токов связей, узловых напряжений с использованием уравнений элементов, приведенных в табл. 2.6.

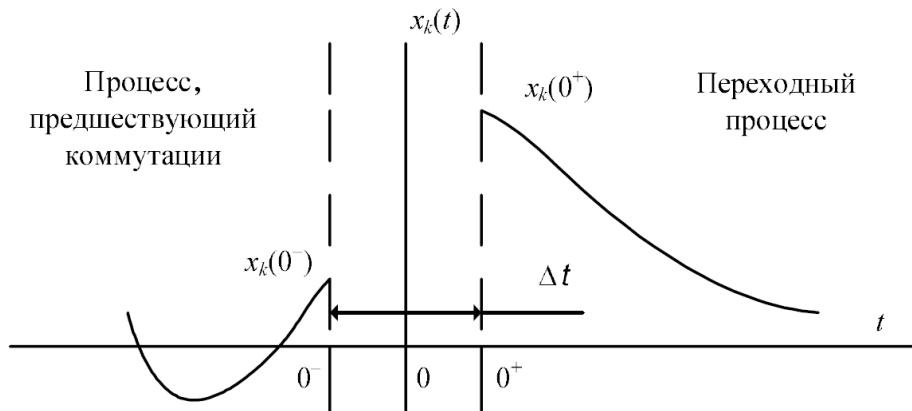


Рисунок 2.59 – Переходный процесс некоторой величины $x(t)$

Таблица 2.6 – Уравнения элементов РЭС

Обозначение элемента	Изображение элемента	Зависимость напряжения от тока	Зависимость тока от напряжения
R, G		$u_R = Ri_R$	$i_R = Gu_R$
L		$u_L = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$	$i_L = i_L(0^+) + \frac{1}{L} \int_{0^+}^t u_L dt$
C		$u_C = u_C(0^+) + \frac{1}{C} \int_{0^+}^t i_c dt$	$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$
M		$u_M = \frac{d\psi_M}{dt} = M \frac{di}{dt}$	$i_M = i_M(0^+) + \frac{1}{M} \int_{0^+}^t u_M dt$
Ключ		$u \neq 0, I = 0$ – разомкнут	$i \neq 0, u = 0$ – замкнут

2.5.2 Дифференциальные уравнения линейной цепи со сосредоточенными параметрами

Система дифференциальных уравнений, описывающая переходный процесс, может быть представлена в различных видах. В любом случае, полученные уравнения могут быть приведены к одному дифференциальному уравнению относительно искомой переменной. В результате будем иметь неоднородное дифференциальное уравнение n -го порядка, линейное с постоянными коэффициентами

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d^1 x}{dt} + a_0 = f(t). \quad (2.10)$$

Уравнение вида (2.10) – это неоднородное уравнение, так как правая часть $f(t) = 0$. Как известно из математики, решение неоднородного уравнения вида (2.10) складывается из двух составляющих:

$$x(t) = x'(t) + x''(t), \quad (2.11)$$

где $x'(t) = x_{\text{уст}}(t)$ – частное решение неоднородного уравнения, которое в электротехнике носит понятие установившейся (вынужденной) составляющей; $x''(t) = x_{\text{св}}(t)$ – общее решение однородного дифференциального уравнения

$$a_n \frac{d^n x_{\text{св}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{св}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d^1 x_{\text{св}}}{dt} + a_0 = 0 \quad (2.12)$$

Для определения установившейся составляющей $x_{\text{уст}}(t)$ необходимо рассчитать цепь любым методом расчета в новом установившемся режиме.

Для нахождения свободной составляющей $x_{\text{св}}(t)$ необходимо определить корни характеристического уравнения $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ и постоянные интегрирования A_1, A_2, \dots, A_n , так как общее решение однородного уравнения записывается следующим образом:

$$x''(t) = x_{\text{св}}(t) = A_n e^{\alpha_n t} + A_{n-1} e^{\alpha_{n-1} t} + \dots + A_1 e^{\alpha_1 t}. \quad (2.13)$$

Составим характеристическое уравнение для выражения (2.13). Для этого необходимо первую производную заменить на α , вторую на α^2 , а n -ю производную – на α^n . В соответствии с выражением (2.13) имеем

$$a_n \alpha^n + a_{n-1} \alpha^{n-1} + \dots + a_1 \alpha + a_0 = 0. \quad (2.14)$$

Решая (2.14), найдем корни характеристического уравнения. Свободная составляющая всех реакций с течением времени затухает, $\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\text{св}}(t) \rightarrow 0$, так как энергия электрических полей емкостей и магнитных полей индуктивностей цепи убывает при выключенных источниках. Для этого необходимо, чтобы вещественные части всех корней характеристического уравнения (2.14) были отрицательны $\operatorname{Re} \alpha_k < 0$, т. е. корни должны быть либо отрицательными вещественными, либо комплексно-сопряженными с отрицательной вещественной частью.

Произвольные постоянные интегрирования A_1, A_2, \dots, A_n находятся с использованием начальных условий – значений переменных или их производных в момент времени $t = 0^+$, т. е. сразу после коммутации. Требуемое число начальных условий равно числу определяемых постоянных интегрирования или порядку цепи n . Постоянные интегрирования A_1, A_2, \dots, A_n определяются из условий Коши, т.е. необходимо знать выражения и начальные

значения (числа) для функции и ($n-1$) ее производных. При этом используются так называемые **законы коммутации**.

2.5.3 Законы коммутации

Законы коммутации отражают тот физический факт, что энергия как магнитного поля индуктивности, так и электрического поля емкости мгновенно (скакком) измениться не может. В противном случае мощность в такой цепи $P(t) = dW/dt$ при скачкообразном изменении энергии должна быть бесконечно большой, что не может быть с точки зрения закона сохранения энергии. Таким образом, энергия магнитного поля индуктивности и электрического поля емкости изменяются во время коммутации непрерывно. Энергия магнитного поля в индуктивности $W_m = L_i^2/2$. Если во время коммутации $L = \text{const}$, то чтобы не изменилась энергия достаточно выполнения условия

$$i_L^- = i_L^+, \quad (2.15)$$

т.е. ток в индуктивности во время коммутации скакком измениться не может (ток в индуктивности до коммутации равен току индуктивности после коммутации). Условие (2.15) выражает закон коммутации тока в индуктивности. Если во время коммутации меняется величина индуктивности, то необходимо рассматривать более общий закон коммутации, гласящий, что потокосцепление контура во время коммутации скакком измениться не может

$$\psi_L^- = \psi_L^+. \quad (2.16)$$

Энергия электрического поля емкости, как известно, равна $W_e = CU_C^2/2$. Поэтому имеем следующий закон коммутации для емкости:

$$U_C^- = U_C^+. \quad (2.17)$$

Напряжение емкости во время коммутации скакком измениться не может (напряжение на емкости до коммутации равно напряжению емкости после коммутации). В случае, если емкость меняется во время коммутации, то говорят о более общем законе: заряд узла, содержащего емкости, скакком измениться не может

$$Q_C^- = Q_C^+, \quad (2.18)$$

Определив свободную и установившуюся составляющие, окончательно записывают решение дифференциального уравнения в соответствии с выражением (2.13). В некоторых случаях для оценки сложности решаемой задачи представляет интерес определение порядка цепи n .

2.5.4 Определение порядка цепи

Как известно из курса математики, порядок цепи (порядок системы дифференциальных уравнений) равен числу независимых начальных условий.

Отсюда следует, что порядок цепи может быть определен по числу независимых начальных условий.

Так как напряжения на индуктивностях $U_{Lk} = d\psi_k / dt = L_k di_k / dt$ и токи в емкостях $i_{Ck} = dq_k / dt = C_k dU_{Ck} / dt$ определяются первыми производными по времени, то наибольший порядок цепи равен суммарному числу индуктивностей и емкостей, включенных в цепь. Обозначим это число N_{LC} . Однако индуктивности и емкости могут соединяться между собой так, что их начальные токи и напряжения окажутся зависимыми. Рассмотрим сечение цепи, которое включает в себя только ветви с индуктивностями и с источниками тока (рис. 2.60).

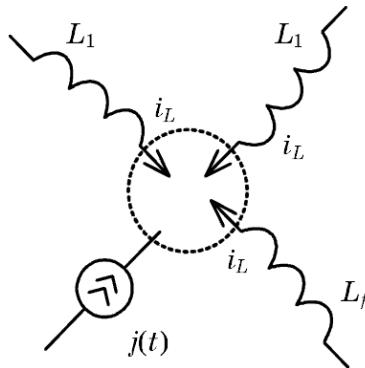


Рисунок 2.60 – Схема с индуктивностями и источником тока (индуктивное сечение)

В соответствии с первым законом Кирхгофа для тока для него можем записать уравнение в момент времени $t = 0^+$, из которого следует, что

$$i_{L_1}^+ + i_{L_2}^+ - i_{L_3}^+ + J^+ = 0 \quad (2.19)$$

одно из начальных условий является зависимым и такая подцепь имеет порядок не третий (по числу индуктивностей), а второй. Такое сечение, содержащее только ветви с индуктивностями и с источником тока, называют индуктивным. Если цепь содержит N_{LI} таких сечений, то порядок цепи $n = N_{LC} - N_{LI}$.

Рассмотрим контур схемы, состоящей из емкостей и источников напряжения, изображенный на рис. 2.61, и запишем для него уравнение по второму закону Кирхгофа для напряжений в момент времени $t = 0^+$:

$$U_{C_1}^+ + U_{C_2}^+ - U_{C_3}^+ + e^+ = 0. \quad (2.20)$$

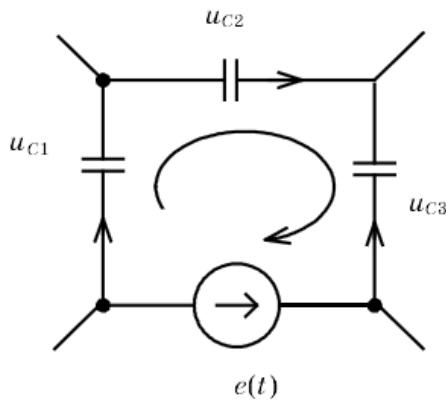


Рисунок 2.61 – Емкостной контур

Из уравнения (2.20) следует, что одно из начальных условий зависит и рассматриваемая подцепь имеет порядок не третий (по числу емкостей), а второй. Такой контур, образованный только емкостями и источниками напряжений, называют емкостным. Если цепь содержит N_{CE} таких контуров, то порядок уменьшается на это число. Итак, в общем случае порядок цепи

$$n = N_{LC} - N_{LI} - N_{CE}. \quad (2.21)$$

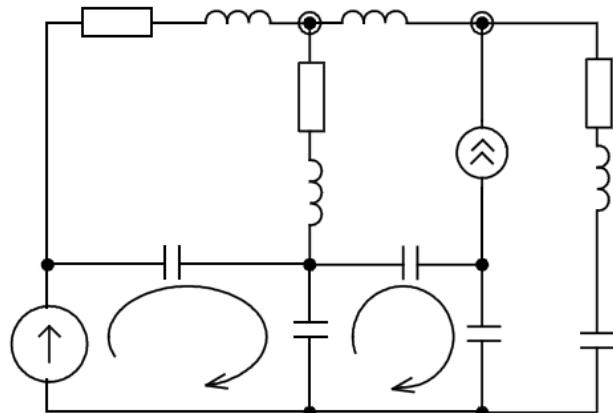


Рисунок 2.62 – Пример схемы с индуктивными сечениями и емкостными контурами

В качестве примера определим порядок цепи, изображенной на рис. 2.62. Здесь имеем $N_{LC} = 9$, два емкостных контура и два индуктивных сечения. Поэтому получим $n = 9 - 2 - 2 = 5$. Заметим, что порядок цепи может оказаться еще меньше, чем вычисленный по (2.21), вследствие определенного соотношения параметров схемы.

2.5.5 Анализ цепей первого порядка классическим методом

Общий случай

Цепь первого порядка с одним независимым источником описывается уравнением

$$a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 = f(t). \quad (2.22)$$

Общее решение уравнения (2.22) можно представить в виде

$$x(t) = x_{\text{уст}}(t) + x_{\text{св}}(t), \quad (2.23)$$

Приравнивая правую часть в (2.23) к нулю, получим однородное уравнение $a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 = 0$, а затем из характеристического уравнения найдем его корень

$$a_1 \alpha + a_0 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{a_0}{a_1}, \quad (2.24)$$

т.е. корень характеристического уравнения один, и он обязательно отрицательный, что характерно для пассивной цепи. Величина, обратная корню характеристического уравнения, взятого по модулю, носит название *постоянной времени* $\tau = \frac{1}{|\alpha|}$.

Записывая свободную составляющую в виде

$$x_{\text{св}}(t) = A \cdot e^{\alpha t} \quad (2.25)$$

и подставляя (2.25) в (2.23), получим

$$x(t) = x_{\text{уст}}(t) + A \cdot e^{(-t/\tau)}. \quad (2.26)$$

Решение (2.26) должно удовлетворять начальным значениям при $t = 0$.

$$x(t)_{t=0} = x_{\text{уст}}^+ + A = x^+, \quad (2.27)$$

где $x_{\text{уст}}^+$ – значение установившейся составляющей реакции в начальный момент; x^+ – начальное значение реакции.

Откуда постоянная интегрирования

$$A = x^+ - x_{\text{уст}}^+. \quad (2.28)$$

Подставляя (2.28) в (2.23), записываем окончательно решение неоднородного дифференциального уравнения:

$$x(t) = x_{\text{уст}}(t) + (x^+ - x_{\text{уст}}^+) \cdot e^{(-t/\tau)}. \quad (2.29)$$

В соответствии с выражением (2.29) определяется решение для любой цепи первого порядка. Как видно из (2.29), в цепи первого порядка переходный процесс полностью характеризуется постоянной времени τ .

Рассмотрим подробнее понятие постоянной времени цепи. Для этого рассчитаем и построим график кривой свободной реакции в цепи первого порядка $x_{\text{св}} = A \cdot e^{\alpha t}$. В табл. 2.7 приведены расчетные значения для конкретных значений времени t , кратных постоянной времени τ , а на рис. 2.61 в соответствии с данными табл. 2.7 построен график сводной реакции.

Таблица 2.7 – Значения функций $\exp(-t/\tau)$ и $1 - \exp(-t/\tau)$

t	0	τ	2τ	3τ	4τ
$\exp(-t / \tau)$	1	0,368	0,87	0,95	0,98
$1 - \exp(-t / \tau)$	0	0,632	0,13	0,05	0,02

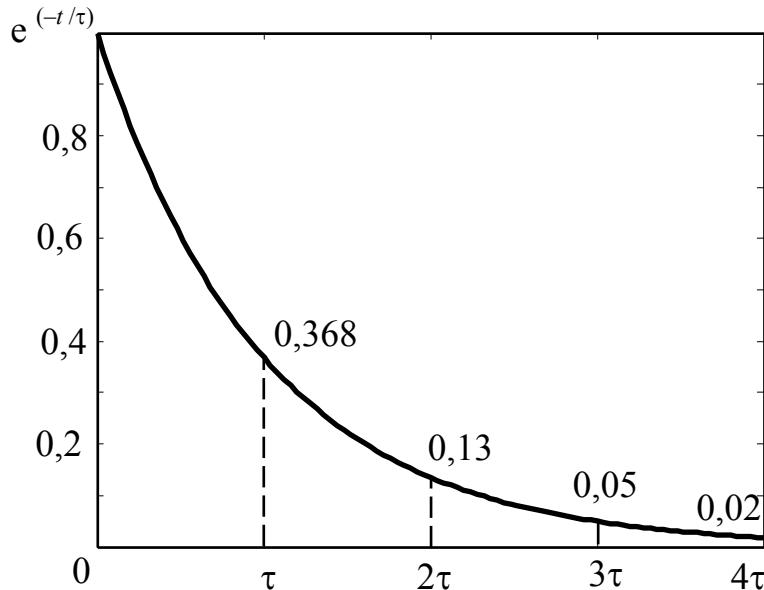


Рисунок 2.61 – Вид функции $\exp(-t / \tau)$

Как видно из рис 2.61 и табл. 2.6, при $t = 3\tau$ сводная реакция составляет 0,05, т.е. 5% от начального значения, при $t = 4\tau = 0,02$, т. е. 2% от начального значения, т. е. с погрешностью 5% для первого случая и 2% для второго случая можно считать, что сводная составляющая равна нулю и в цепи имеет место установившийся режим работы. Поэтому постоянная времени характеризует длительность переходного процесса. Теоретически переходный процесс продолжается бесконечно долго, но обычно длительность переходного процесса T_n при расчетах принимается равной $3\dots 4\tau$, т. е. $T_n = (3\dots 4)\tau$.

Итак, в цепи первого порядка вид и длительность переходного процесса полностью определяется постоянной времени τ . Причем при включении цепи одной и той же топологии (конфигурации) на источник постоянного или переменного, гармонического напряжения постоянная времени одинакова, так как является величиной, обратной корню характеристического уравнения, взятыму по модулю. Рассмотрим конкретные случаи переходных процессов для цепи первого порядка.

Включение RL-цепи на источник постоянного напряжения

Определим закон изменения тока и напряжения во время переходного процесса в цепи, изображенной на рис. 2.62. Поэтому для цепи после

коммутации составим уравнение по второму закону Кирхгофа для напряжений. Получим, что $u_R + u_L = E$ или

$$L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R = E. \quad (2.30)$$

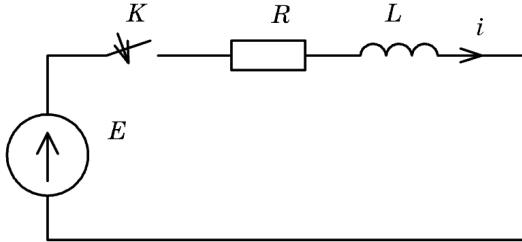


Рисунок 2.62 – Последовательная RL -цепочка

Общее решение в соответствии с выражением (2.23) имеет вид

$$i(t) = i_{\text{уст}}(t) + (i^+ - i_{\text{уст}}^+) e^{(-t/\tau)}. \quad (2.31)$$

Найдем установившуюся составляющую тока. Для этого составим эквивалентную расчетную схему для цепи в новом установившемся режиме работы. Если источник ЭДС постоянный $e(t) = E$, то необходимо закоротить ветви с индуктивностями (напряжение индуктивности $u_L = 0$ для постоянного тока) и разомкнуть ветви с емкостями (ток емкости $i_C = 0$ – постоянный ток через емкость не проходит). Из расчета полученной схемы находят установившуюся составляющую

$$i_{\text{уст}}(t) = \frac{E}{R}.$$

Начальное значение установившейся составляющей при $t = 0$:

$$i_{\text{уст}}^+ = i_{\text{уст}}(t) = \frac{E}{R}.$$

Начальное значение тока в цепи по закону коммутации: $i_L^- = i_L^+ = 0$, так как ток в цепи до коммутации не протекал. Найдем постоянную времени τ_{RL} заданной цепочки (рис. 2.62). Характеристическое уравнение имеет вид: $a \cdot L + R = 0$.

Откуда постоянная времени для цепи с индуктивностью будет равна $\tau_{LR} = \left| \frac{1}{\alpha} \right| = \frac{L}{R}$. Исходя из (2.31) с учетом полученных выражений запишем окончательное выражение для тока (реакции индуктивности) во время переходного процесса $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{(-t/\tau_{LR})})$.

Найдем также изменение напряжения на индуктивности

$$U_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{E}{R} \left(\frac{1}{\tau_{RL}} \right) \cdot e^{(-t/\tau_{RL})} = E \cdot e^{(-t/\tau_{RL})}.$$

В соответствии с полученными выражениями на рис. 2.63,*a* и *б* построены зависимости тока и напряжения индуктивности во время переходного процесса при включении *RL*-цепи на источник постоянного напряжения E .

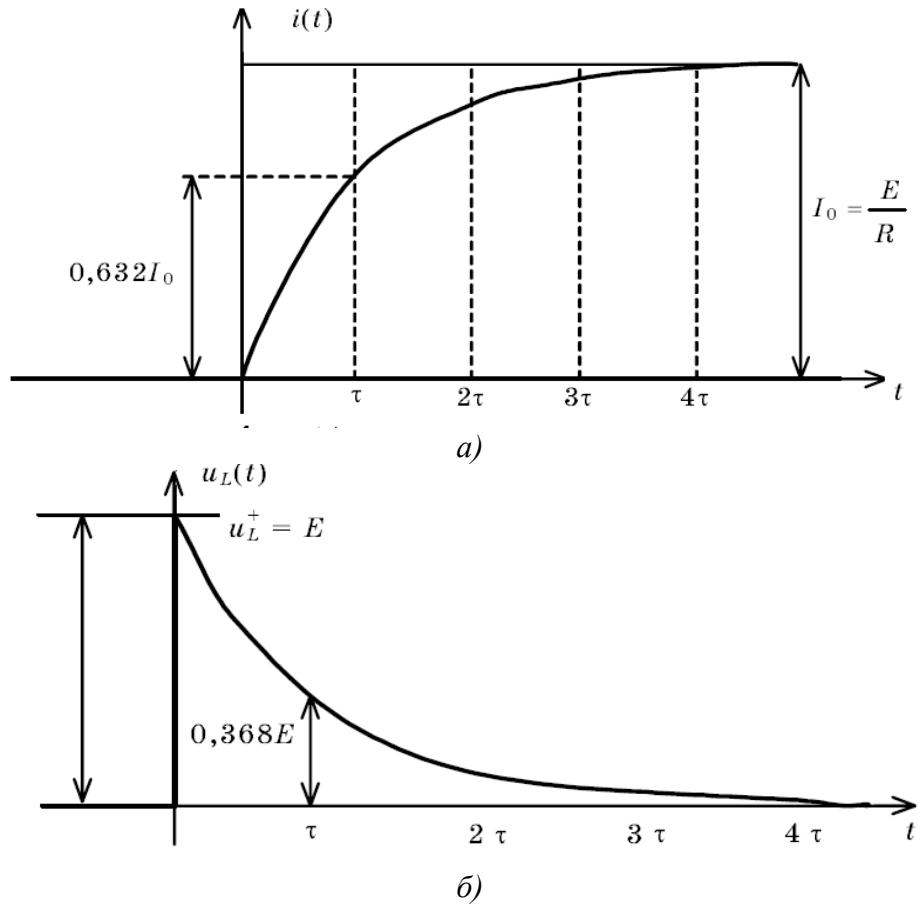


Рисунок 2.63 – Реакция *RL*-цепи на единичный скачок напряжения

Ток и напряжение индуктивности изменяются по экспоненциальным законам. При этом ток индуктивности изменяется непрерывно, а напряжение индуктивности в момент коммутации имеет скачок напряжения $U_L^+ = E$, равный напряжению источника ЭДС. Постоянная времени τ_{RL} может быть найдена по кривой тока (возрастающей экспоненциальной зависимости) как абсцисса точки, ордината которой равна 0,632 от установившегося значения тока I_0 (рис. 2.63,*а*), а для убывающей экспоненциальной зависимости – как абсцисса точки, ордината которой равна 0,368 от начального значения E (рис. 2.63,*б*).

Переходный процесс в *RL*-цепи при включении ее на синусоидальное напряжение

Пусть напряжение источника ЭДС E на входе цепи (см. рис. 2.64)

изменяется по следующему закону: $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$, где ψ – начальная фаза колебания, определяющая момент коммутации и называемая *фазой включения*.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для напряжений, составленного для цепи после коммутации, имеем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R = E_m \sin(\omega t + \psi),$$

либо в нормальной форме

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E_m}{L} \sin(\omega t + \psi) \quad (2.32)$$

Как известно общее решение (2.11) можно записать в виде

$$i(t) = i_{\text{уст}}(t) + (i^+ - i_{\text{уст}}^+) e^{(-t/\tau)}. \quad (2.33)$$

Установившуюся составляющую тока найдем из расчета цепи (рис. 2.64) методом комплексных амплитуд.

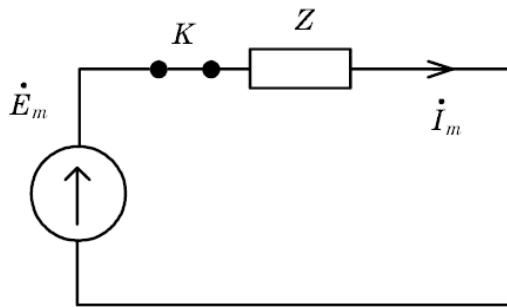


Рисунок 2.64 – *RL*-цепочка в частотной области

На основе закона Ома:

$$I_m = \frac{\dot{E}_m}{Z} = \frac{\dot{E}_m}{z e^{j\varphi}} = \frac{\dot{E}_m}{z} e^{j(\psi-\varphi)}, \quad (2.34)$$

где $Z(\omega) = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j\varphi} = z e^{j\varphi}$ – комплексное сопротивление цепи; $\varphi = \arctg(\frac{\omega L}{R})$ – угол сдвига между напряжением и током (фаза комплексного сопротивления).

Исходя из (2.34), записываем мгновенное значение установившейся составляющей тока

$$i_{\text{уст}}(t) = \frac{E_m}{z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = I_m (\omega t + \psi - \varphi) \quad (2.35)$$

и ее значение при $t = 0$: $i_{\text{уст}}^+ = i_{\text{уст}}|_{t=0} = I_m \sin(\psi - \varphi)$.

В соответствии с законом коммутации ток индуктивности скачком

измениться не может, поэтому начальное значение тока в цепи $i^+ = i^- = 0$, так как до коммутации ток в цепи не протекал.

Найдем постоянную времени τ . Из уравнения (2.35), приравнивая правую часть нулю, получим однородное уравнение $\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{L} = 0$, которому соответствует характеристическое уравнение $\alpha + \frac{R}{L} = 0$. Откуда постоянная времени будет равна $\tau = \left| \frac{1}{\alpha} \right| = \frac{L}{R}$.

Записывая окончательно решение уравнения в соответствии с выражением (2.33), получим

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) - I_m \sin(\psi - \varphi) e^{-t/\tau}. \quad (2.36)$$

Вид переходного процесса в этом случае определяется не только постоянной времени, но и существенно зависит от фазы включения ψ . Если $(\psi - \varphi) = 0$, то свободный ток $i_{cb}(t) = I_m \sin(\psi - \varphi) e^{-t/\tau} = 0$ и переходный процесс отсутствует, т. е. сразу после включения наступает установившийся режим. Если же $(\psi - \varphi) = \pi/2$, то свободная составляющая $i_{cb}(t) = I_m e^{-t/\tau}$ имеет наибольшее значение в начальный момент времени $t = 0$. В этом случае ток в цепи во время переходного процесса

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) - I_m e^{-t/\tau}.$$

Кривая тока при условии, что $\tau \gg T = 2\pi/\omega$, приведена на рис. 2.65, из которой видно, что в цепи образуется сверхток $I_{mm} \leq 2I_m$.

Величина сверхтока I_{mm} тем больше, чем больше постоянная времени τ . Электродинамическая сила, как известно, пропорциональна квадрату тока. Поэтому во время переходного процесса она может возрасти до четырех раз по сравнению со значением в установившемся режиме работы. Для нелинейной индуктивности (трансформатора) сверхток возрастает в десятки раз, следовательно, электродинамическая сила в сотни раз. Поэтому, чтобы исключить механические повреждения обмоток и шихтованного магнитопровода, необходим специальный бандаж для обмоток и для магнитопровода (стяжки).

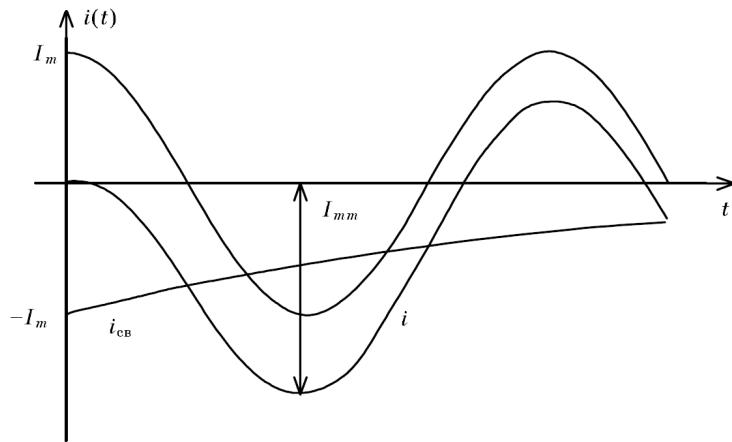


Рисунок 2.65 – Зависимость тока $i(t)$ в RL -цепи при гармоническом воздействии

Поэтому мощные трансформаторы (индуктивности) стараются включать при фазе включения $(\psi - \varphi) = 0$, чтобы отсутствовал переходный процесс и сразу наступал установившийся режим работы.

Включение RC -цепи на постоянное напряжение

Рассмотрим переходный процесс в последовательной RC -цепи при ее замыкание на источник ЭДС E (см. рис. 2.66).

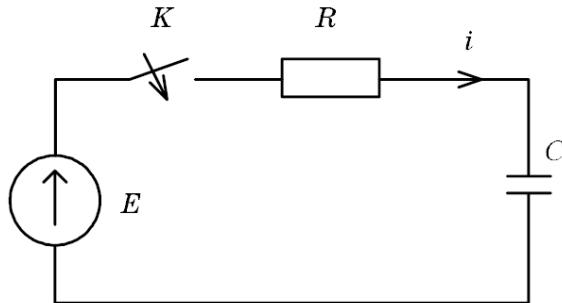


Рисунок 2.66 – RC -цепочка

В соответствии с законом Кирхгофа для напряжений $i(t)R + u_C(t) = E$ и учитывая, что ток $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$, имеем следующее неоднородное дифференциальное уравнение для цепи:

$$CR \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E(t),$$

или в нормальной форме

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}. \quad (2.37)$$

Общее решение для (4.28) запишем в следующем виде:

$$u_C(t) = u_{C_{\text{уст}}}(t) + (u_C^+ - u_{C_{\text{уст}}}^+) e^{(-t/\tau)}. \quad (2.38)$$

Напряжение на емкости в новом установившемся режиме и его значение при $t = 0$ равны соответственно $u_{C_{\text{уст}}}(t) = E$, $u_{C_{\text{уст}}}^+(t) = E$. В соответствии с законом коммутации напряжение емкости во время коммутации скачком измениться не может, поэтому

$$u_C^- = u_C^+ = U_0, \quad (2.39)$$

т. е. пусть до коммутации на емкости имелось начальное значение напряжения U_0 . Составляя характеристическое уравнение $a + 1/(RC) = 0$ найдем постоянную времени RC -цепи

$$\tau = \left| \frac{1}{\alpha} \right| = RC. \quad (2.40)$$

Напряжение на емкости во время переходного процесса изменяется по закону

$$u_C(t) = E + (U_0 - E) e^{-t/\tau}. \quad (2.41)$$

При этом ток

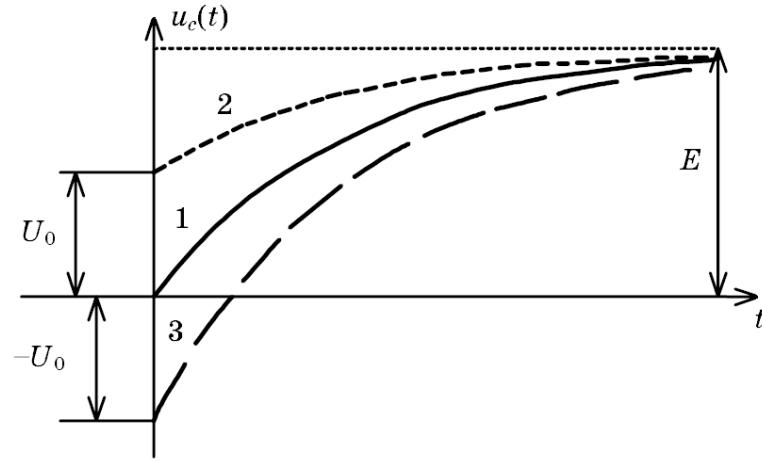
$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = C(U_0 - E)(-\frac{1}{\tau}) e^{-t/\tau} = -\frac{U_0 - E}{R} e^{-t/\tau}. \quad (2.42)$$

На рис. 2.66 в соответствии с (2.41) и (2.42) построены напряжение на емкости и ток в цепи для трех случаев в зависимости от начального напряжения U_0 .

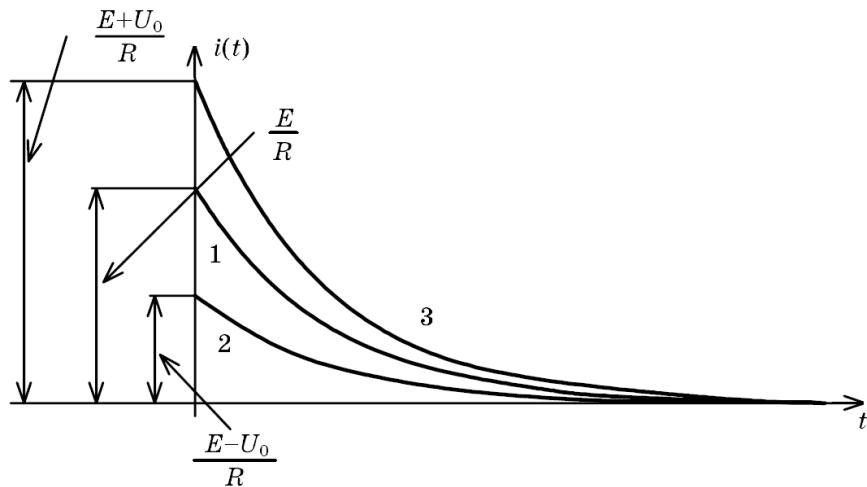
1. Заряд емкости. Пусть напряжение $U_0 = 0$, из выражений (2.41) и (2.42) получим $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$, $i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$.

2. Дозаряд емкости. Начальное напряжение емкости $0 < U_0 < E$, тогда напряжение и ток изменяются в соответствии с выражениями (2.41) и (2.42). При этом, как видно из выражения (2.42), ток при дозаряде будет минимальный.

3. Перезаряд емкости. В этом случае напряжение емкости $U_0 < 0$, т. е. отрицательное, но по модулю $|U_0| < E$. Как видно из рис. 2.66, в начальный момент времени при включении в RC -цепи имеет место скачок тока $i^+ = \frac{U_0 + E}{R}$, величина которого определяется значением источника ЭДС E , начальным напряжением на емкости U_0 и активным сопротивлением цепи R . Наибольшее значение скачок тока имеет место при перезаряде емкости, что необходимо учитывать при включении конденсаторов. Для ограничения тока заряда емкости необходимо подключать ограничительные сопротивления.



a)



б)

Рисунок 2.66 – Поведение тока и напряжения в RC -цепи

Замечание. Если рассмотреть энергетические процессы при включении RC -цепи на источник постоянного напряжения, то окажется, что за время переходного процесса 50% энергии источника выделяется на активном сопротивлении в виде тепла, а 50% запасается в виде энергии электрического поля емкости. При этом КПД такого устройства составляет 50 %. Другими словами, если необходимо запасти в конденсаторе энергию 1 Дж, то от источника будет потреблена энергия в 2 Дж. Энергия в 1 Дж будет выделена в виде потерь на соединительных проводах.

2.5.6 Анализ цепей второго порядка классическим методом

Включение RLC -цепи на источник постоянного напряжения

Рассмотрим теперь анализ RLC -цепочки. В этом случае мы будем иметь цепь второго порядка, так как в ней два реактивных элемента. По второму закону Кирхгофа для RLC -цепи (рис. 2.67) после коммутации имеем

$$i(t) R + u_C(t) + u_L(t) = E. \quad (2.43)$$

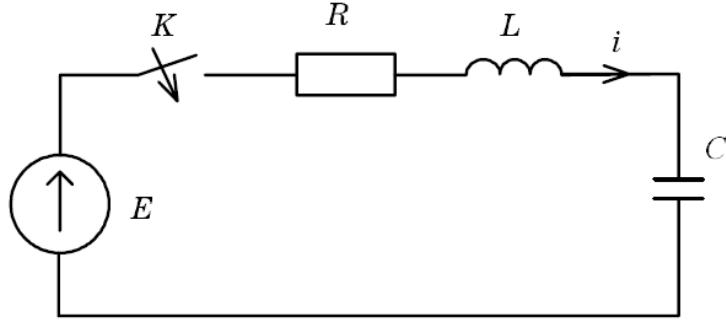


Рисунок 2.67 – RLC- цепочка

Выражая напряжения на индуктивности и емкости через ток

$$u_L = L \frac{di(t)}{dt}; u_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt,$$

получим интегрально-дифференциальное уравнение следующего вида

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E.$$

Для его решения продифференцируем левую и правую части по времени поменяем местами слагаемые первое со вторым, и, разделив на L , будем иметь линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{LC} = 0. \quad (2.44)$$

Введем следующее обозначение: $\delta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания;

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – частота свободных незатухающих колебаний. С учетом введенных параметров из выражения (2.44) получим однородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{di(t)}{dt} + \omega_0^2 i(t) = 0 \quad (2.45)$$

Как известно, решение уравнения (2.44) имеет вид

$$i(t) = i_{cb}(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}, \quad (2.46)$$

где A_1, A_2 – постоянные интегрирования; α_1, α_2 – корни характеристического уравнения.

Запишем характеристическое уравнение

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0 \quad (2.47)$$

и найдем его корни

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (2.48)$$

В зависимости от вида корней характеристического уравнения получим

три случая:

1. Если $\delta > \omega_0$ или $R > 2\rho$ ($\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$). Тогда корни характеристического

уравнения α_1, α_2 обязательно отрицательные, вещественные и разные. Переходный процесс имеет апериодический вид, т. е. ток не меняет своего направления;

2. Если $\delta = \omega_0$, тогда $\alpha_1 = \alpha_2 = -\sigma$, т. е. корни отрицательные вещественные и равные. В этом случае имеем предельный апериодический режим работы цепи.

3. Если $\delta < \omega_0$ или $R < 2\rho$, то из (3.6) получаем, что корни характеристического уравнения комплексно-сопряженные с отрицательной вещественной частью

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta \pm j\omega_{cb},$$

где $\omega_{cb} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – частота свободных затухающих колебаний. Переходный процесс в цепи в этом случае – колебательный, ток в цепи каждый полупериод меняет свое направление.

Рассмотрим *апериодический режим*. Найдем постоянные интегрирования. Как известно, в соответствии с условиями Коши для определения постоянных интегрирования необходимо знать выражение для функции и ее производной в начальные моменты времени, приравненные к начальным условиям (числам). Найдем выражение для первой производной

$$\frac{di(t)}{dt} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}. \quad (2.49)$$

Определим начальные условия, исходя из законов коммутации

$$i^+ = i^- = 0, U_C^+ = U_C^- = 0$$

и второго закона Кирхгофа для напряжений на элементах цепи

$$i^+ R + U_L^+ + U_C^+ = E$$

тогда получаем, что

$$U_L^+ = E. \quad (2.50)$$

Положим $t = 0$ в выражениях (2.46) и (2.49) и учтем начальные значения, в результате получим

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = i^+ = 0, \\ \left. \frac{di(t)}{dy} \right|_{t=0} = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 = \frac{U_L^+}{L} = \frac{E}{L}. \end{cases}$$

Откуда определим постоянные интегрирования

$$A_1 = -A_2,$$

$$A_1 = \frac{E}{L(\alpha_1 - \alpha_2)}. \quad (2.51)$$

Подставив (2.51) в общее решение (4.46), получим

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{E}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}), \\ u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = \frac{E(\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t})}{(\alpha_1 - \alpha_2)}, \\ u_C(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) dt + E = \frac{E(\alpha_2 e^{\alpha_1 t} - \alpha_1 e^{\alpha_2 t})}{(\alpha_1 - \alpha_2)} + E, \end{aligned} \quad (2.52)$$

На рис. 2.68 приведены кривые тока, напряжения на индуктивности и емкости для апериодического режима работы. Так как $|\alpha_1| < |\alpha_2|$, тогда $(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) > 0$ в любой момент времени, исходя из (2.52) $i(t) > 0$, не меняет своего направления, поэтому режим работы RLC -цепи – апериодический.

Переходный процесс при $\delta < \omega_0$ называется апериодическим. В момент времени $t_m = \frac{\ln(\alpha_1 / \alpha_2)}{\alpha_1 - \alpha_2}$ ток достигает максимального значения, при этом напряжение на индуктивности – нулевое.

Рассмотрим *пределенный апериодический режим*, когда $\delta = \omega_0$ (или $R = 2\rho$); $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta$. Выражения для тока и напряжений можно получить из (2.52) путем раскрытия пределов, например ток будет равен

$$i = \lim_{\alpha_1 \rightarrow \alpha_2} \frac{E \cdot \sin \omega_{cb} t}{L \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)} e^{-\delta t} = \frac{E}{L} t e^{-\delta t}.$$

Кривые подобны рис. 2.68, при этом время, когда ток достигает максимального значения $t_m = 1/\delta$.

Рассмотрим теперь *колебательный режим* $\delta < \omega_0$ ($R < 2\rho$), корни характеристического уравнения в этом случае должны быть комплексно-сопряженные (см. выражение (2.47)). Выражение для токов и напряжений получим из соответствующих выражений для апериодического режима с учетом следующих преобразований:

$$\alpha_1 = -\delta + j\omega_{cb}; \alpha_2 = -\delta - j\omega_{cb}; \alpha_1 - \alpha_2 = (-\delta - j\omega_{cb}) - (-\delta + j\omega_{cb}) = 2j\omega_{cb};$$

$$\alpha_1 = -\delta + j\omega_{cb} = \sqrt{\delta^2 + \omega_{cb}^2} e^{j\gamma} = \omega_0 e^{j\gamma}; \gamma = \arctg\left(\frac{\omega_{cb}}{-\delta}\right); \frac{\pi}{2} < \gamma < \pi;$$

$$\alpha_2 = -\delta - j\omega_{cb} = \sqrt{\delta^2 + \omega_{cb}^2} e^{-j\gamma} = \omega_0 e^{-j\gamma};$$

$$i_L(t) = \frac{E}{\alpha} \frac{e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{E}{L} \frac{e^{-\delta t} e^{+j\omega_{cb} t} - e^{-\delta t} e^{-j\omega_{cb} t}}{2j\omega_{cb}} = \frac{E}{\omega_{cb} L} e^{-\delta t} \frac{e^{+j\omega_{cb} t} - e^{-j\omega_{cb} t}}{2j} = \frac{E}{\omega_{cb} L} e^{-\delta t} \sin \omega_{cb} t.$$

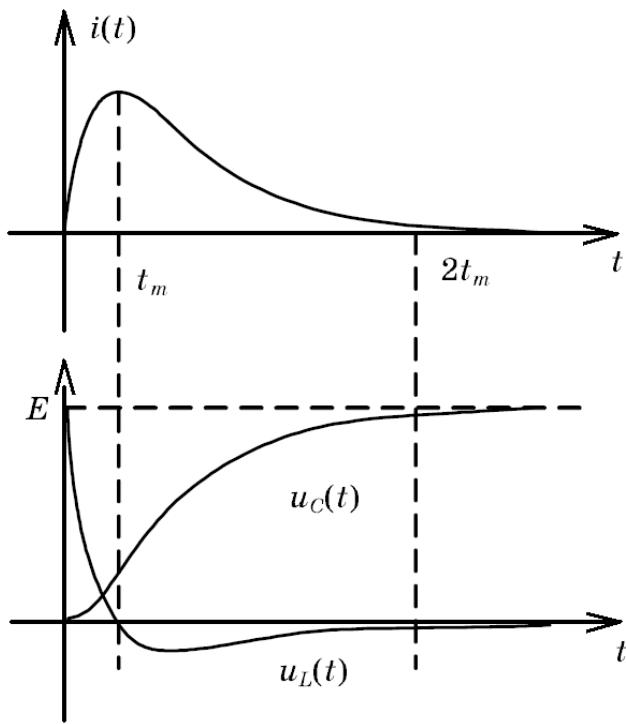


Рисунок 2.68 – Поведение тока и напряжений в RLC-цепи в апериодическом режиме

Итак, выражение для тока в колебательном режиме

$$i_L(t) = \frac{E e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{E}{\omega_{cb} L} e^{-\delta t} \sin \omega_{cb} t. \quad (2.53)$$

На рис. 2.69 изображена кривая тока в цепи $i_L(t)$, имеющая вид затухающей по амплитуде синусоидальной функции. Переходный процесс такого вида называется *колебательным*. Ток каждый полупериод меняет свое направление.

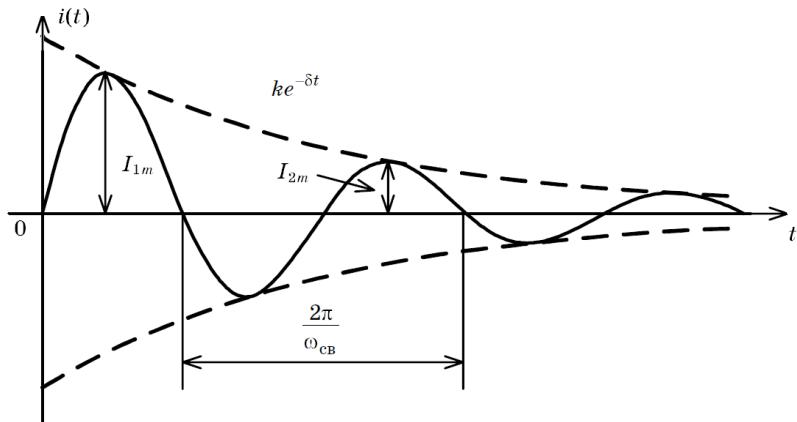


Рисунок 2.69 – Поведение тока в RLC-цепи в колебательном режиме

Рассмотрим так называемый декремент колебаний, т. е. отношение амплитуд двух соседних максимумов или минимумов тока (двух значений токов, взятых через период)

$$\Delta = \frac{I_{m1}}{I_{m2}} = \frac{E}{\omega L} e^{-\delta t_1} \frac{1}{\frac{E}{\omega L} e^{-\delta(t_1+T)}} = e^{\delta T} = e^{\delta t}.$$

Видно, что декремент колебаний определяется коэффициентом затухания и периодом затухающих колебаний. Поэтому декремент колебаний характеризует скорость затухания тока и тем самым определяет длительность переходного процесса в цепи второго порядка. Также часто используют логарифмический декремент затухания, равный $\nu = \ln \Delta = \ln \frac{I_{m1}}{I_{m2}} = \delta t$.

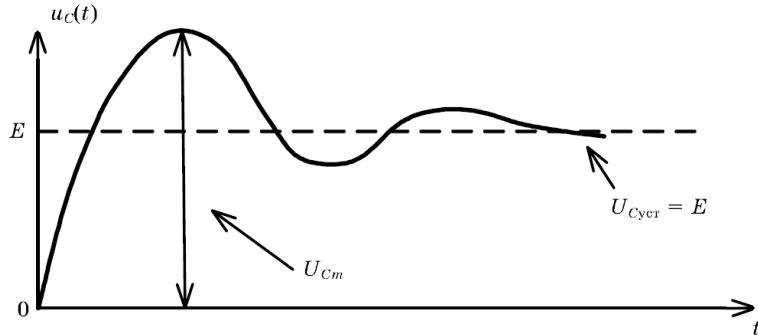


Рисунок 2.70 – Поведение напряжения на емкости в RLC-цепи

Если рассмотреть напряжение на емкости (см. рис 2.70), то его максимальное значение U_{Cm} при $t = T/2$ превосходит значение источника тем больше, чем меньше декремент колебаний, однако U_{Cm} не превосходит удвоенного значения источника $U_{Cm} < 2E$. Это используется на практике в электронных схемах, когда необходимо получить удвоенное напряжение источника.

2.5.7 Расчет переходных процессов в сложных цепях

В общем случае методика расчета переходных процессов классическим методом включает следующие этапы:

1. Запись выражения для искомой переменной в виде

$$x(t) = x_{\text{уст}}(t) + x_{\text{св}}(t) \quad (2.54)$$

2. Определение установившейся составляющей $x_{\text{уст}}(t)$ общего решения на основании расчета цепи в новом установившемся режиме работы.

3. Составление характеристического уравнения и определение его корней для цепей, описываемых дифференциальными уравнениями первого порядка, вместо корней можно находить постоянную времени t .

4. Запись выражения свободной составляющей $x_{\text{св}}(t)$ в форме, определяемой типом найденных корней.

5. Подстановка полученных выражений установившейся $x_{\text{уст}}(t)$ и

свободной $x_{cb}(t)$ составляющих в выражение (2.54).

6. Определение начальных условий и на их основе – постоянных интегрирования.

7. Окончательная запись общего решения с учетом найденных постоянных интегрирования.

Как видно из приведенной методики расчета переходных процессов, она однотипна для цепей различной сложности. При этом всегда необходимо составлять характеристическое уравнение. Как известно, характеристическое уравнение составляется для цепи после коммутации. Оно может быть получено следующими способами:

1) непосредственно на основе дифференциального уравнения аналогичного (2.44), т. е. путем исключения из системы уравнений по законам Кирхгофа, составленных для цепи после коммутации, всех неизвестных величин, кроме одной, относительно которой и записывается уравнение (2.44);

2) путем использования выражения для входного сопротивления цепи на синусоидальном токе;

3) на основе главного определителя системы уравнений.

Ранее было получено дифференциальное уравнение относительно тока в последовательной RLC -цепи, на базе которого дальше записывается характеристическое уравнение.

Следует отметить, что поскольку линейная цепь охвачена единым переходным процессом, корни характеристического уравнения являются общими для всех свободных составляющих напряжений и токов ветвей схемы, параметры которых входят в характеристическое уравнение. Поэтому по первому способу составления характеристического уравнения в качестве переменной, относительно которой оно записывается, может быть выбрана любая переменная состояния (ток через катушку индуктивности или напряжение на конденсаторе).

Применение второго и третьего способов составления характеристического уравнения рассмотрим на примере цепи рис. 2.71.

Составление характеристического уравнения по методу входного сопротивления заключается в следующем:

- записываем входное сопротивление цепи на переменном токе;
- заменяем в выражении входного сопротивления частоту $j\omega$ на оператор p ;
- приравниваем входное сопротивление $Z(p)$ к нулю.

Уравнение $Z(p) = 0$ совпадает с характеристическим уравнением цепи. Следует подчеркнуть, что входное сопротивление может быть записано

относительно места разрыва любой ветви схемы. При этом активный двухполюсник заменяется пассивным по аналогии с методом эквивалентного источника напряжения (генератора) или тока.

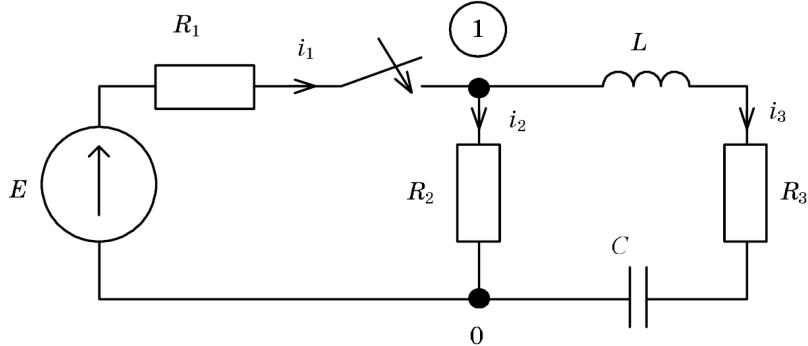


Рисунок 2.71 – Схема RLC -цепи 2-го порядка

Несмотря на то, что входные сопротивления различны для разных ветвей данной схемы, характеристическое уравнение получается одним и тем же, если нет короткозамкнутых ветвей. Объясняется это тем, что входные сопротивления разветвленных цепей представляют собой дроби, отличающиеся только знаменателями, числители у них одинаковые. Каждый числитель равен определителю системы алгебраизованных уравнений, полученных при решении системы на основе формул Крамера. Поэтому равенство нулю любого входного сопротивления эквивалентно равенству нулю определителя системы.

Иногда проще исходить из представления о внешнем источнике тока. В этом случае характеристическое уравнение аналогично выражению для входной проводимости относительно любой пары узлов $Y_{\text{вх}}(p) = 0$. Данный способ составления характеристического уравнения на основе входного сопротивления либо проводимости предполагает отсутствие в схеме магнитосвязанных ветвей; при наличии таковых необходимо осуществить их предварительное развязывание.

Для цепи на рис. 2.71 относительно зажимов источника входное сопротивление равно

$$Z(j\omega) = R_1 + \frac{R_2(j\omega L + R_3 + \frac{1}{j\omega C})}{R_2 + R_3 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Заменив в выражении входного сопротивления $j\omega$ на p и приравняв полученное выражение к нулю, получим характеристическое уравнение

$$CL(R_1 + R_2)p^2 + C(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)p + (R_1 + R_2) = 0$$

или в каноническом виде

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0, \quad (2.53)$$

где $\delta = \frac{1}{2L}(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})$ – коэффициент затухания; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – частота свободных колебаний.

Входная проводимость между узлами 1 и 0 равна

$$Y_{10} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + pL + \frac{1}{pC}}.$$

Приравнивая входную проводимость $Y_{10} = 0$, получим выражение, аналогичное характеристическому уравнению (2.47).

Рассмотрим теперь составление характеристического уравнения на основе выражения главного определителя. Число алгебраических уравнений, на базе которых он записывается, равно числу неизвестных свободных составляющих токов. Алгебраизация исходной системы интегрально-дифференциальных уравнений, составленных, например, на основании законов Кирхгофа или по методу токов связей, осуществляется заменой символов дифференцирования и интегрирования, соответственно, на умножение и деление на оператор p . Характеристическое уравнение получается путем приравнивания записанного определителя к нулю. Поскольку выражение для главного определителя не зависит от правых частей системы неоднородных уравнений, его составление можно производить на основе системы уравнений, записанных для полных токов.

Для цепи на рис. 2.71 алгебраизованная система уравнений на основе метода токов связей имеет вид

$$\begin{aligned} i_1(R_1 + R_2) - i_2R_2 &= 0; \\ -i_1R_2 + [R_2 + R_3 + pL + 1/(pC)] &= 0, \end{aligned}$$

Отсюда выражение для главного определителя этой системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + pL + \frac{1}{pC} \end{vmatrix} = (R_1 + R_2)(R_2 + R_3 + pL + \frac{1}{pC}) - R_2^2 = 0.$$

Приравнивая определитель к нулю и раскрывая скобки, получим выражение, аналогичное характеристическому уравнению цепи (2.47).

Таким образом, аналогично трем рассмотренным выше случаям, можно получить выражение и корни характеристического уравнения для RLC -цепей любой сложности.

2.5.8 Метод переменных состояния

При анализе переходных процессов необходимо выбрать переменные так,

чтобы их число было минимальным, но и достаточным для анализа электромагнитных процессов в цепи. В качестве таких переменных удобно выбрать переменные, характеризующие энергетический запас в цепи. Будем называть энергетическое состояние цепи просто состоянием цепи, а переменные, характеризующие это состояние – переменными состояния.

Переменные состояния – потокосцепление, ток индуктивности и заряд, либо напряжение емкости. Если во время коммутации емкость и индуктивность не меняется, то в качестве переменных берут ток индуктивности i_L и напряжение емкости U_C , в противном случае потокосцепление индуктивности Ψ_L и заряд емкости Q_C .

Уравнения, составленные в нормальной форме относительно переменных состояний, называются уравнениями переменных состояния (слева первые производные от каких-то функций, справа – функции реакций и возмущений с некоторыми постоянными коэффициентами). Для цепи второго порядка уравнения переменных состояния имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}e_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{21}e_2, \end{cases} \quad (2.54)$$

где x_1, x_2 – реакции; e_1, e_2 – возмущения; $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ – некоторые постоянные коэффициенты, зависящие от параметров и конфигурации цепи.

Система уравнений (2.54) в матричном виде имеет вид

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ – матрица коэффициентов переменных состояния; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ –

вектор коэффициентов источников.

Для составления уравнений переменных состояния необходимо: для цепи после коммутации составить уравнения по законам Кирхгофа, затем исключить токи и напряжения резистивных ветвей, т. е. выразить их через переменные состояния. После этого необходимо найти напряжение индуктивности и ток емкости через переменные состояния и записать через соответствующие производные: $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}; i_C(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}$.

Так поступают, если схема простая по топологии, если схема «сложная», то для составления уравнений необходимо воспользоваться графом с емкостным деревом. При составлении графа необходимо, чтобы ветви дерева

содержали только емкости, активное сопротивление и источники, т. е. ветви дерева не должны содержать индуктивности. Затем составляют уравнения по законам Кирхгофа для главных сечений и главных контуров и опять исключают токи резистивных элементов.

Выбор емкостного дерева позволяет избежать математических трудностей при исключении токов и напряжений резистивных ветвей.

Составим уравнения переменных состояния для схемы на рис 2.72.

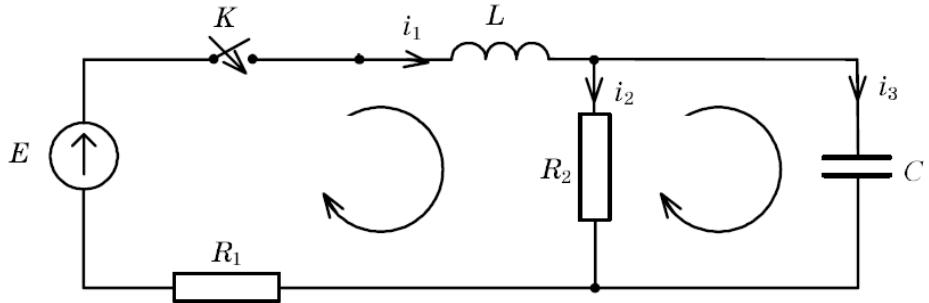


Рисунок 2.72 – Случай RLC-схемы 2-го порядка

Составим уравнения по законам Кирхгофа для схемы после коммутации.

$$\begin{cases} -i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0, \\ u_L(t) + i_1(t)R_1 + i_2(t)R_2 = E, \\ u_C(t) - i_2(t)R_2 = 0; \end{cases} \quad (2.55)$$

здесь $i_1(t) = i_L(t)$ и $u_C(t)$ – переменные состояния, так как они характеризуют запасы энергии в цепи.

Определяем из системы (2.55) напряжение индуктивности и ток емкости через переменные состояния, чтобы найти уравнения переменных состояния. Из третьего уравнения системы (2.55) имеем $i_2(t) = \frac{u_C(t)}{R_2}$. Из второго уравнения системы (2.55)

$$u_L(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} = E - i_1(t) R_1 - i_2(t) R_2 = E - i_1(t) R_1 - u_C(t)$$

или

$$\frac{di_1(t)}{dt} = -\frac{R_1}{L} i_1(t) - \frac{1}{L} u_C(t) + \frac{1}{L} E. \quad (2.56)$$

Из первого уравнения системы (2.55)

$$\begin{aligned} i_3(t) &= C \frac{du_C(t)}{dt} = i_L(t) - i_2(t) = i_L(t) - \frac{u_C(t)}{R_2}, \\ \frac{du_C(t)}{dt} &= \frac{1}{C} i_1(t) - \frac{1}{CR_2} u_C(t). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Записывая (2.56) и (2.57) в виде системы, получим уравнения переменных состояния

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{R_1}{L}i_L(t) - \frac{1}{L}u_C(t) + \frac{1}{L}E, \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C}i_L(t) - \frac{1}{CR_2}u_C(t) + 0. \end{cases} \quad (2.58)$$

Обозначим вектор переменных состояния через $x(t) = [i_L(t), u_C(t)]^T$. Вектор нереактивных токов и напряжений обозначим через $y(t)$. Тогда полную систему уравнений можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \mathbf{A} \cdot x(t) + \mathbf{B} \cdot e(t); \\ y(t) = \mathbf{C} \cdot x(t) + \mathbf{D} \cdot e(t), \end{cases} \quad (2.59)$$

где \mathbf{C} – матрица коэффициентов для резистивной части схемы; \mathbf{D} – вектор коэффициентов источников тока и напряжения, входящих в рассматриваемую схему.

Для схемы на рис.2. 72 можно записать

$$\begin{cases} i_1(t) = 1 \cdot i_L(t) + 0 \cdot u_C(t), \\ i_2(t) = 0 \cdot i_L(t) + \frac{1}{R_2} \cdot u_C(t), \end{cases}$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} + \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\text{где } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Система уравнений вида (2.59) может быть решена:

1. аналитически;
2. численно с помощью компьютера.

Для аналитического решения необходимо найти так называемые собственные числа матрицы \mathbf{A} , другими словами – корни характеристического уравнения. Для этого необходимо составить выражение типа

$$\det[\alpha \cdot [1] - [\mathbf{A}]] = 0, \quad (2.60)$$

где $[\mathbf{A}]$ – матрица коэффициентов переменных состояний; $[1]$ – единичная матрица того же порядка, что и матрица \mathbf{A} ; α – характеристическое число; \det – главный определитель матрицы \mathbf{A} .

Раскрывая выражение (2.60) и приравнивая его к нулю, получаем характеристическое уравнение, находим корни и записываем решение, например для цепи 2-го порядка, аналогично вышеприведенному (см. пред.

раздел). Затем определяем постоянные интегрирования, также как и в классическом методе.

Для численного решения уравнения переменных состояний используются стандартные программы численного интегрирования: методы Эйлера, Рунге-Кутты и т.д.

Отдельную роль играет вопрос точности и устойчивости, т.е. каким должен быть шаг интегрирования: с одной стороны – достаточно малым (для повышения точности расчетов), но при этом увеличивается время расчетов, с другой стороны – при увеличении шага интегрирования возрастает накопленная погрешность и процесс расчета может быть расходящимся (потеря числовой устойчивости).

Метод переменных состояний применим для расчета как линейных, так и нелинейных цепей, поэтому его часто используют для расчетов переходных процессов в современных САПР электронных цепей и устройств.

2.5.9 Методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений

Простые методы интегрирования

Дифференциальными называются уравнения, содержащих одну или несколько производных. Инженеру часто приходится сталкиваться с ними при проектировании различных технических устройств, так как большая часть законов физики (электротехники) формулируется в форме интегрально-дифференциальных уравнений. В сущности, большинство задач проектирования, связанных с расчетом потоков энергии или движения тел, в конечном счете сводится к решению дифференциальных уравнений. К сожалению, лишь небольшую часть из них удается решить в аналитическом виде, поэтому численные методы решения дифференциальных уравнений играют важную роль в практике инженера.

В зависимости от числа независимых переменных дифференциальные уравнения делятся на две существенно различные категории: обыкновенные дифференциальные уравнения, содержащие одну независимую переменную, и уравнения в частных производных, содержащие несколько независимых переменных. Данная глава посвящена методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

Обыкновенное дифференциальное уравнение в нормальной форме Коши, разрешенное относительно производной, можно записать в следующем виде:

$$x' = \partial x / \partial t = f(x, t), \quad (2.61)$$

где $x = x(t)$ – функция времени t .

Решение данного уравнения в виде интеграла можно записать в виде

$$x(t) = x(a) + \int_a^b f(x, t) dt, \quad (2.62)$$

где a, b – нижний и верхний пределы интегрирования; $x(a)$ – значение функции $x(t)$ в точке $t = t_0 = a$, так называемое начальное условие.

Задача численного интегрирования дифференциального уравнения на каждом шаге интегрирования сводится к нахождению отсчета функции $x_{n+1} = x_{n+1}(t_{n+1})$ в момент времени t_{n+1} при известном значении функции $x_n = x_n(t_n)$ в предыдущий момент времени t_n и заданном шаге интегрирования $h = \Delta t = t_{n+1} - t_n$. Естественно, что задача интегрирования предполагает задание начального значения функции $x_0 = x_0(t_0) = x(a)$ в начальный момент времени $t_0 = a$.

Начальные значения в задачах интегрирования называются *начальными условиями* или, при использовании других переменных интегрирования, *граничными условиями* и позволяют однозначно определить функцию $x(t)$, удовлетворяющую этим условиям.

При численном методе интегрирования и заданных начальных условиях найденное значение функции $x_{n+1} = x_{n+1}(t_{n+1})$ в момент времени t_{n+1} , естественно, будет отличаться от истинного значения. Причем ошибка интегрирования будет зависеть от размера шага и выбранного метода интегрирования. Проиллюстрируем на рис. 2.73 вывод простых формул численного интегрирования и происхождение присущих им погрешностей.

По известному значению функции x_n в момент времени t_n найдем приближенное значение x_{n+1} в момент времени t_{n+1} , предполагая, что на малом интервале $h = t_{n+1} - t_n$ наклон функции не изменяется. Тогда в соответствии с рис. 4.18, учитывая, что $x' = \tan \alpha$, можно записать

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot x'_n. \quad (2.63)$$

Выражение (2.63) представляет собой *прямую формулу Эйлера*. Здесь значение функции в следующей t_{n+1} точке вычисляется через значение функции x_n и ее производную x'_n в предыдущей точке t_n . Как видно из рис. 2.73, ошибка вычисления Δx^* тем больше, чем больше шаг интегрирования h .

Можно выразить значение функции в следующей точке t_{n+1} через ее значение в предыдущей точке x_n и значение производной в искомой точке x'_{n+1} . Как и прежде, полагаем, что наклон (т.е. производная) функции на интервале h остается неизменным. Тогда согласно рис. 4.18, учитывая, что $x' = \tan \alpha$, можно записать

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot x'_{n+1}. \quad (2.64)$$

Выражение (2.64) описывает *обратную формулу Эйлера*. Ошибка метода Δx^{**} в этом случае также зависит от величины шага интегрирования h .

Обратим внимание на то, что здесь значение функции x_{n+1} в точке t_{n+1} входит как в правую, так и в левую части уравнения (2.64), так как $x'_{n+1} = f(x_{n+1}, t_{n+1})$. Трансцендентный характер формулы (2.64) требует для вычислений итерационные методы расчета, причем значение функции в предыдущей точке должно быть известно, а приближенное значение функции в искомой точке предсказано, например, по прямой формуле Эйлера. Тогда в результате итераций по известному приближенному значению функции в искомой точке x_{n+1} и выражению для производной $x'_{n+1} = f(x_{n+1}, t_{n+1})$ определяется ее новое значение с требуемой точностью.

Обратную формулу Эйлера можно интерпретировать как выражение значения функции в предыдущей точке через неизвестные значения функции и ее производной в последующей точке, т.е.

$$x_n = x_{n+1} - h \cdot x'_{n+1}.$$

При использовании приближенных методов важным является *вопрос о сходимости*. Применительно к разностным методам, к которым относится и метод Эйлера, наибольшее распространение получило понятие сходимости при $h \rightarrow 0$. Оно означает следующее: зафиксируем конечную точку T и построим последовательность сеток $t_i = i \cdot h$, $i = 0, 1, \dots, n$. Говорят, что метод сходится в точке t_i , если погрешность аппроксимации $\varepsilon_i = |x(t_i) - X(t_i)| \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$, здесь $X(t_i)$ – точное значение искомой функции в точке t_i . Метод сходится на отрезке $(0, T]$, если он сходится в каждой точке отрезка.

Говорят, что *метод имеет p -й порядок точности*, если существует положительное число $p > 0$ такое, что $|\varepsilon_i| = O(h^p)$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$ при $h \rightarrow 0$.

Из разностной схемы (2.63) следует, что погрешность аппроксимации является величиной порядка $O(h^2)$ при $h \rightarrow 0$. При этом погрешность аппроксимации состоит из двух частей: $\varepsilon_i = \varepsilon_i^{'} + \varepsilon_i^{''}$.

Составляющая $\varepsilon_i^{'}$ – определяется погрешностью начального значения $\varepsilon_0 = x_0 - X(t_0)$. Как правило, начальное значение задается точно, т.е. $x_0 = X(t_0)$. и тогда $\varepsilon_0 = 0$ и следовательно, равна нулю та часть погрешности решения $\varepsilon_i^{'}$, которая связана с ε_0 .

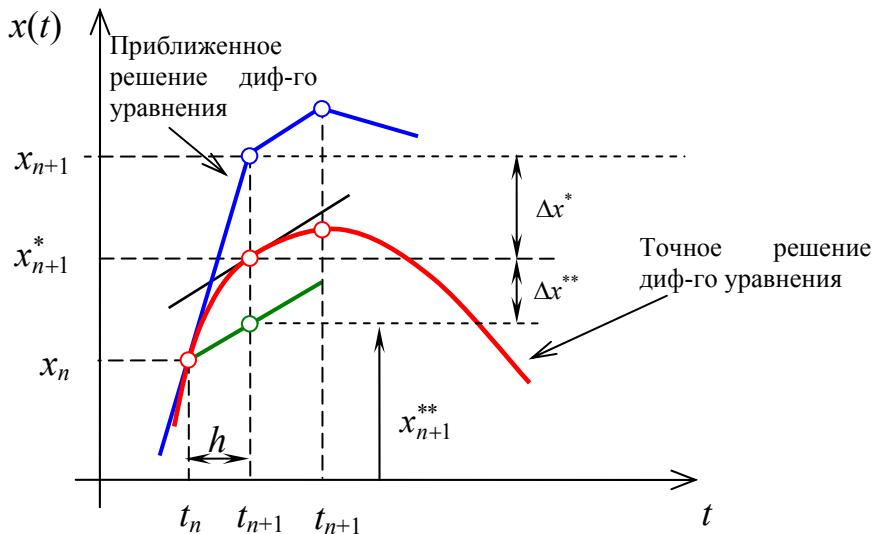


Рисунок 2.73 – Иллюстрация численных методов интегрирования (метод Эйлера)

Погрешность ε_i , обусловлена отброшенными членами ряда в разложении по формуле Тейлора. На каждом шаге эта погрешность имеет порядок $O(h^2)$, так как именно члены такого порядка отброшены.

При нахождении решения в точке t_n отстоящей на конечном расстоянии T от точки t_0 погрешность, в чем легко убедиться, суммируется. Суммарная погрешность, очевидно, равна $nO(h^2)$.

Если учесть, что $h = T/n$, то для суммарной погрешности получаем окончательное выражение:

$$nO(h^2) = T/h O(h^2) = O(h).$$

Таким образом, мы показали, что метод Эйлера имеет первый порядок точности относительно шага h .

Прямую (2.63) и обратную (2.64) формулы Эйлера также можно записать в виде

$$(x_{n+1} - x_n)/h = x'_n,$$

$$(x_{n+1} - x_n)/h = x'_{n+1}.$$

Из этих выражений следует, что приращение искомой функции на шаге интегрирования определяется значением производной этой функции в начале или в конце интервала $h = t_{n+1} - t_n$. Такая интерпретация прямой и обратной формул Эйлера подводит к выводу о возможности вывода других конечно-разностных формул интегрирования. Так, определив приращение искомой функции на каждом шаге интегрирования в виде линейной комбинацией производных x'_n и x'_{n+1}

$$(x_{n+1} - x_n)/h = b_0 x'_n + b_1 x'_{n+1}$$

и принимая $b_0 = b_1 = 1/2$, получаем известную формулу *трапеций* (также называемую, *модифицированной формулой Эйлера*)

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot \frac{(x'_n + x'_{n+1})}{2} = x_n + h \cdot \frac{[f(t_n, x_n) + f(t_{n+1}, x_{n+1})]}{2}. \quad (2.65)$$

Формула трапеций является простейшей из многошаговых формул, когда для определения значения функции в текущей точке используются значения функции и ее производных в предыдущих точках. Если рассматривать метод трапеций как комбинацию прямого и обратного методов Эйлера, которые имеют ошибки разных знаков (см. рис. 2.73), очевидно, что формула (2.65) будет иметь большую точность, так как она представляет собой среднее арифметическое значение между ними. Можно показать, что если методы Эйлера имеют первый порядок точности относительно величины шага h , то метод трапеций имеет второй порядок точности.

В обратной формуле Эйлера и формуле трапеций для вычисления значений функции в текущей точке используются значения производных в искомой точке. Для нахождения решения в данной ситуации используются итерационные методы, которые требуют начальное приближение значения функции.

В качестве начального значения можно либо использовать значение функции в предыдущей точке, либо определить ее по прямой формуле Эйлера. Таким образом, мы приходим к понятию *прогноза*, когда предсказывается значение искомой функции в следующей точке.

На основе предсказания значения функции по исходному соотношению $x'_{n+1} = f(x_{n+1}, t_{n+1})$ можно определить значение производной в этой точке и скорректировать («уточнить») – это значение, используя обратную формулу Эйлера или формулу трапеций. Отсюда следует понятие *коррекции*. По уточненному значению функции можно найти уточненное значение производной и скорректировать значение функции еще раз и т.д. Уточнение выполняется до тех пор, пока значение функции не установится с заданной точностью. После этого по прямой формуле Эйлера предсказывается новое значение функции в следующей точке и вновь выполняется процесс уточнения и т. д.

Описанная методика численного интегрирования, когда для предсказания используются прямые методы, а для коррекции – обратные, получила название *метода прогноза-коррекции*. Итерации уточнения позволяют фиксировать ошибку и адаптировать шаг численного интегрирования по мере необходимости для вычислений с требуемой точностью.

Полученные формулы численного интегрирования пригодны как для линейных, так и для нелинейных дифференциальных уравнений. Получим выражения этих формул интегрирования для систем линейных дифференциальных уравнений.

Пусть имеем систему линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши и векторно-матричном представлении:

$$\mathbf{X}'(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}(t), \quad (2.66)$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор искомых функций времени t ;

\mathbf{A} – матрица коэффициентов системы уравнений;

$\mathbf{B}(t)$ – вектор воздействий (источников) в виде известных функций от времени.

Применив прямую формулу Эйлера (2.63) к системе (2.66), в конечно-разностном представлении получим

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + h \mathbf{X}'_n = \mathbf{X}_n + h (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_n + \mathbf{B}_n).$$

Откуда, приводя подобные, можно записать матричную форму прямой формулы Эйлера:

$$\mathbf{X}_{n+1} = (1 + h \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}_n + h \cdot \mathbf{B}_n. \quad (2.67)$$

Формула (2.67) имеет итерационный характер, т.е. по известному на предыдущем шаге вектору неизвестных находим его текущее значение, затем, подставляя в правую часть, находим следующее значение и т.д.

Используя обратную формулу Эйлера (2.64) и выражение (2.66), получим

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + h \mathbf{X}'_{n+1} = \mathbf{X}_n + h (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_{n+1} + \mathbf{B}_{n+1}).$$

Приведя подобные, запишем матричную форму для обратной формулы Эйлера:

$$(1 - h \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + h \cdot \mathbf{B}_{n+1}. \quad (2.68)$$

Как видно из (2.68), в случае линейных систем дифференциальных уравнений трансцендентность обратной формулы Эйлера исчезла, как и выражение (2.67), она теперь имеет итерационный характер. Решая на каждом шаге систему (2.68), находим очередное значение вектора неизвестных, затем, подставляя его в правую часть, вычисляем новое значение и т.д.

Так как левая часть СЛАУ $(1-h \mathbf{A})$ не зависит от времени, для нахождения решения системы (2.68) лучше пользоваться методами, основанными на LU -или QR -факторизации (разложении) исходной матрицы коэффициентов. При этом, выполнив один раз разложение матрицы на сомножители и зафиксировав их при повторных итерациях, будем решать факторизованные системы уравнений с новым вектором свободных членов, не выполняя обращение матрицы на каждом шаге итерации.

В случае формулы трапеций матричное уравнение для ОДУ имеет вид:

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + 0,5 \cdot h (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_n + \mathbf{B}_n + \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_{n+1} + \mathbf{B}_{n+1}).$$

Перегруппировывая компоненты этого выражения, получим новое уравнение:

$$(1 - 0,5 \cdot h \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}_{n+1} = (1 + 0,5 \cdot h \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}_n + 0,5 \cdot h \cdot (\mathbf{B}_n + \mathbf{B}_{n+1}). \quad (2.69)$$

Уравнение (2.69) решается аналогично (2.68), т.е. путем решения системы при заданных начальных условиях \mathbf{X}_n , подстановки найденного решения \mathbf{X}_{n+1} в правую часть на место \mathbf{X}_n , нахождения нового решения и т.д.

Можно построить и более сложные методы численного расчета дифференциальных уравнений, основанных на объединении одно- и многошаговых явных и неявных формул. Наиболее известным является метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Метод эффективен, надежен и легко реализуется программными средствами, однако он требует на каждом шаге четырехкратного вычисления правой части уравнения $f(t, x)$. Несмотря на то, что метод Рунге-Кутты требует большого объема вычислений, по сравнению с методами Эйлера и трапеций, это окупается его повышенной точностью, что дает возможность проводить расчёт с большим шагом. Описание алгоритма метода Рунге-Кутты можно найти в дополнительной литературе, поэтому здесь мы не будем его рассматривать.

Применение методов численного интегрирования для расчета переходных процессов в RLC-цепях

Рассмотрим решение задачи расчета переходных процессов в RLC-цепях методом переменных состояний с помощью рассмотренных методов численного решения ОДУ. Для примера возьмем цепь второго порядка из раздела 2.5.8 (см. рис. 2.74).

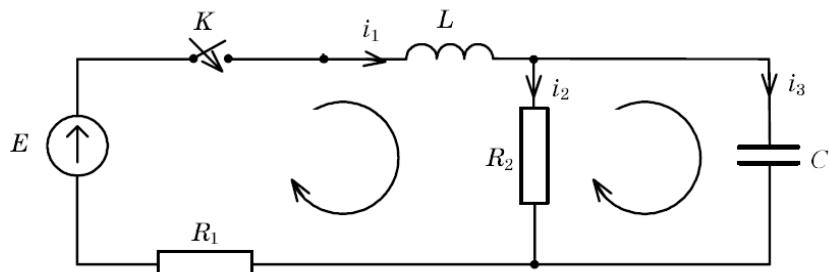


Рисунок 2.74 – RLC-цепь для примера

Система уравнений для расчета переменных состояния $i_L(t)$ и $u_C(t)$ имеет следующий вид

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{R_1}{L}i_L(t) - \frac{1}{L}u_C(t) + \frac{1}{L}E, \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C}i_L(t) - \frac{1}{CR_2}u_C(t) + 0. \end{cases}$$

Эту систему необходимо дополнить двумя уравнениями для расчета токов через резисторы

$$\begin{cases} i_1(t) = 1 \cdot i_L(t) + 0 \cdot u_C(t), \\ i_2(t) = 0 \cdot i_L(t) + \frac{1}{R_2} \cdot u_C(t). \end{cases}$$

Таким образом, результирующая система уравнений примет вид

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \mathbf{A} \cdot x(t) + \mathbf{B} \cdot e(t); \\ y(t) = \mathbf{C} \cdot x(t) + \mathbf{D} \cdot e(t), \end{cases} \quad (2.70)$$

$$\text{где } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix}; \quad e(t) = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix};$$

Первое уравнение в (2.70) – это система из двух ОДУ, а второе – СЛАУ из двух уравнений.

Запишем итерационный процесс для этой системы на основе модифицированного метода Эйлера.

Для первого уравнения из (2.70)

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{du_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

В соответствии с обратной формулой Эйлера (2.68) для заданной системы дифференциальных уравнений с действительными коэффициентами

$$(1 - h \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + h \cdot \mathbf{B}_{n+1},$$

$$\text{где } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix}.$$

$$\text{Соответственно, учитывая, что } (1 - h \cdot \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} 1 + h \frac{R_1}{L} & \frac{h}{L} \\ -\frac{h}{C} & 1 + \frac{h}{CR_2} \end{bmatrix},$$

получим следующую систему линейных уравнений (здесь верхний индекс определяет номер итерации):

$$\begin{bmatrix} 1+h\frac{R_1}{L} & \frac{h}{L} \\ -\frac{h}{C} & 1+\frac{h}{CR_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L^{(k+1)} \\ u_C^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_L^{(k)} \\ u_C^{(k)} \end{bmatrix} + h \cdot \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для вычисления токов через резисторы R_1 и R_2 , на каждом шаге нужно также рассчитывать второе уравнение из системы (4.61), т.е.

$$\begin{bmatrix} i_1^{(k)} \\ i_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L^{(k)} \\ u_C^{(k)} \end{bmatrix}.$$

Решение ОДУ в системе MATLAB

Для решения ОДУ и систем ОДУ в системе инженерных и математических расчетов MATLAB присутствуют специализированные решатели ОДУ.

ODE23,
ODE45

Решение задачи Коши для систем ОДУ

Синтаксис:

```
[t, X] = ode23('<имя_функции>', tspan, X0)
[t, X] = ode23('<имя_функции>', tspan, X0, tol, options)
[t, X] = ode23('<имя_функции>', tspan, X0, tol, options, P1, P2, ...)
[t, X] = ode45('<имя_функции>', tspan, X0)
[t, X] = ode45('<имя_функции>', tspan, X0, tol, options)
[t, X] = ode45('<имя_функции>', tspan, X0, tol, options, P1, P2, ...)
```

Описание:

Функции `ode23` и `ode45` предназначены для численного интегрирования систем ОДУ. Они применимы как для решения простых дифференциальных уравнений, так и для моделирования сложных динамических систем.

Любая система нелинейных ОДУ может быть представлена как система дифференциальных уравнений 1-го порядка в явной форме Коши:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t),$$

где x – вектор состояния; t – время; f – нелинейная (в общем случае) вектор-функция от переменных x, t .

Функции `[t, X] = ode23('<имя_функции>', [t0, tf], X0, tol, options)` и

`[t, X] = = ode45('имя_функции', t0, tf, x0, tol, options)` интегрируют системы ОДУ, используя формулы Рунге-Кутты соответственно 2-го и 3-го или 4-го и 5-го порядка.

Эти функции имеют следующие параметры:

1) Входные параметры:

`<имя_функции>` – строковая переменная, являющаяся именем М-файла, в котором вычисляются правые части системы ОДУ (т.е. вектор-функция $y = f(x,t)$). Параметр `<имя_функции>` также может быть задано неявно с применением префикса `@`.

`tspan = [t0, tf]` – интервал интегрирования по времени, где

`t0` – начальное значение времени;

`tf` – конечное значение времени;

`X0` – вектор начальных условий;

`tol` – задаваемая точность решения (по умолчанию для `ode23 tol = 1e-3`, для `ode45 tol=1e-6`);

`options` – вектор параметров, определяемый функцией `odeset`;

`P1, P2, ...` – дополнительные параметры, передаваемые в функцию `<имя_функции>`. ($y = <\text{имя_функции}>(t,x,P1,P2,...)$)

2) Выходные параметры:

`t` – текущее время;

`X` – массив значений функции $x(t)$, где каждый столбец соответствует одной переменной.

Функции `ode23` и `ode45` реализуют методы Рунге - Кутты с автоматическим выбором шага. Такие алгоритмы используют тем большее количество шагов, чем медленнее изменяется функция. Поскольку функция `ode45` использует формулы более высокого порядка, обычно требуется меньше шагов интегрирования и результат достигается быстрее. Для сглаживания полученных процессов можно использовать функцию `interp1`.

Пример. Рассмотрим дифференциальное уравнение 2-го порядка, известное как уравнение Ван дер Поля,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (x^2 - 1) \frac{dx}{dt} + x = 0.$$

Это уравнение может быть представлено в виде системы из двух ОДУ в явной форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = (1 - x_1^2)x_2 - x_1 = 0. \end{cases}$$

Первый шаг процедуры интегрирования – это создание функции для вычисления правых частей ОДУ; присвоим ей имя vdpol.

```
function y = vdpol(t, x)
y = [x(2); x(2).*(1 - x(1).^2) - x(1)];
```

Чтобы проинтегрировать систему ОДУ, определяемых функцией vdpol в интервале времени $0 \leq t \leq 20$, вызовем функцию ode23:

```
t0 = 0; tf = 20; % - диапазон интегрирования
x0 = [0 0.25]'; % Начальные условия
[t, x] = ode23('vdpol', [t0 tf], x0); % вызов решателя ОДУ
plot(t, x), grid, hold on % отображение график
```

В результате получим решение в виде вектора X, который можно отобразить на графике (рис. 2.75)

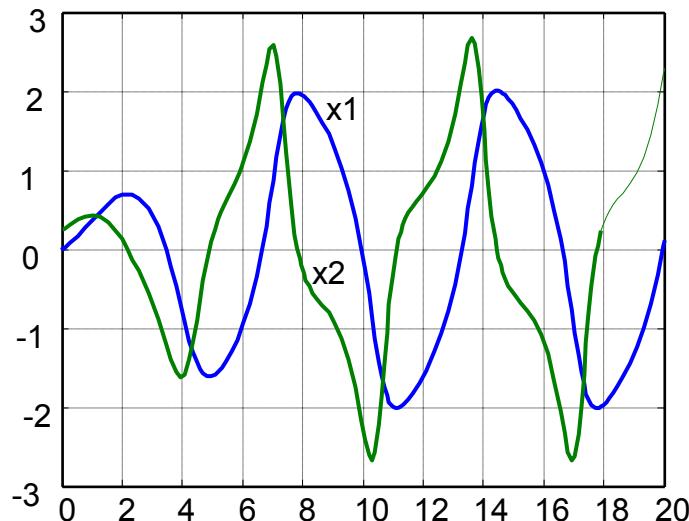


Рисунок 2.75 – Решение уравнения Ван дер Поля

Управлять параметрами решения можно через вектор параметров options, задавать который можно непосредственно при вызове решателя ODE или с помощью специальной функции odeset. Вызов этой функции выглядит следующим образом

```
OPTIONS = odeset('Name1',Value1,'Name2',Value2,...)
```

где Name1, Name2, ... – наименование параметров; Value1, Value2, ... – соответствующие значения управляющих параметров.

Список устанавливаемых параметров и их значения по умолчанию приведены в таблице ниже.

Таблица 2.8 – Параметры ODE, задаваемые с помощью `odeset`

Параметр	Значение по умолчанию	Описание
RelTol	Положительное число {1e-3}	Относительная ошибка решения, которая рассчитывается по всем элементам вектора решения. $\epsilon(i) \leq \max(\text{RelTol} * \text{abs}(y(i)), \text{AbsTol}(i))$
AbsTol	Положительное число или вектор {1e-6}	Абсолютная ошибка решения, которая рассчитывается по каждому из элементов вектора решения.
NormCotrol	on {off}	Контроль ошибки на основе нормы вектора решения. По умолчанию выключен, так как алгоритм использует более строгий контроль ошибок
NonNegative	Вектор целых чисел {[]}	Определяет какие элементы вектора решения должны быть неотрицательными. По умолчанию [].
OutputFcn	Указатель на выходную функцию {[]}	Имя функции, которая будет вызвана после окончания работы решателя ODE
OutputSel	Вектор индексов {[]}	Определяет, какие компоненты вектора решения будут переданы в выходную функцию
Refine	Положительное целое число	Коэффициент увеличение числа выходных точек.
Stats	on {off}	Флаг вывода статистики решателя ODE в главное окно MATLAB.
InitialStep	Положительное число	Установка начального шага интегрирования
MaxStep	Положительное число {0.1*abs(t0-tf)}	Максимальное значение величины шага
Events	Указатель на функцию	Указатель на событийные функции

Полный список параметров `options` для решателей ODE можно найти в `help` для системы MATLAB (`help odeset`, `help ode45`).

В качестве примера рассмотрим программу, которая рассчитывает переходные процессы в *RLC*-цепи на рис 2.74 с помощью стандартного решателя MATLAB `ODE45`.

Пример 1. Расчет переходных процессов в RLC-цепи

```
% Расчет переходных процессов в RLC-цепях методом переменных
% состояния для схемы
% =====
%   o---- [L] --- o --- [R2] --|
%   |           |           |
% [E (t) ]       [C]           |
% |           |           |
% | _____ [R1] _____ o      |
% |           |           |
% где E(t) = 10

function my_transient_01
clc
clear all
close all
% -- задаем значения элементов цепи
R1 = 1; R2 = 5;
C = 1; L = 1; E = 10;

% Формируем матрицы системы ОДУ
A = [-R1/L -1/L; 1/C -1/(C*R2)];
B = [1/L; 0];

tspan = [0 10]; % Задаем интервал интегрирования от 0 до 10 сек
X0 = [0;0]; % начальные условия в точке t0

[T,Y] = ode45(@my_ode,tspan,X0,[],A,B,E); % Решение ОДУ – вызов ODE45

% отображение графиков
subplot(211)
plot(T, Y(:,1), '-r');
title('i_L(A)');

subplot(212)
plot(T, Y(:,2), '-b');
title('u_C(V)');
xlabel('Time in sec');

% -- функция правой части ОДУ
function dydt = my_ode(t,y,A,B,E)

E_t = my_e(t,E); % -- вычисление значений источника e(t)
dydt = A*y + B*E_t;

function y = my_e(t,E)
y = E;
```

Результат работы программы показан на рис. 2.76. Для сравнения на рис. 2.77 показан расчет переходного процесса, выполненный в программе

схемотехнического моделирования Micro-CAP. Видно, что расчеты выполненные с помощью системы MATLAB и в программе Micro-CAP, совпадают.

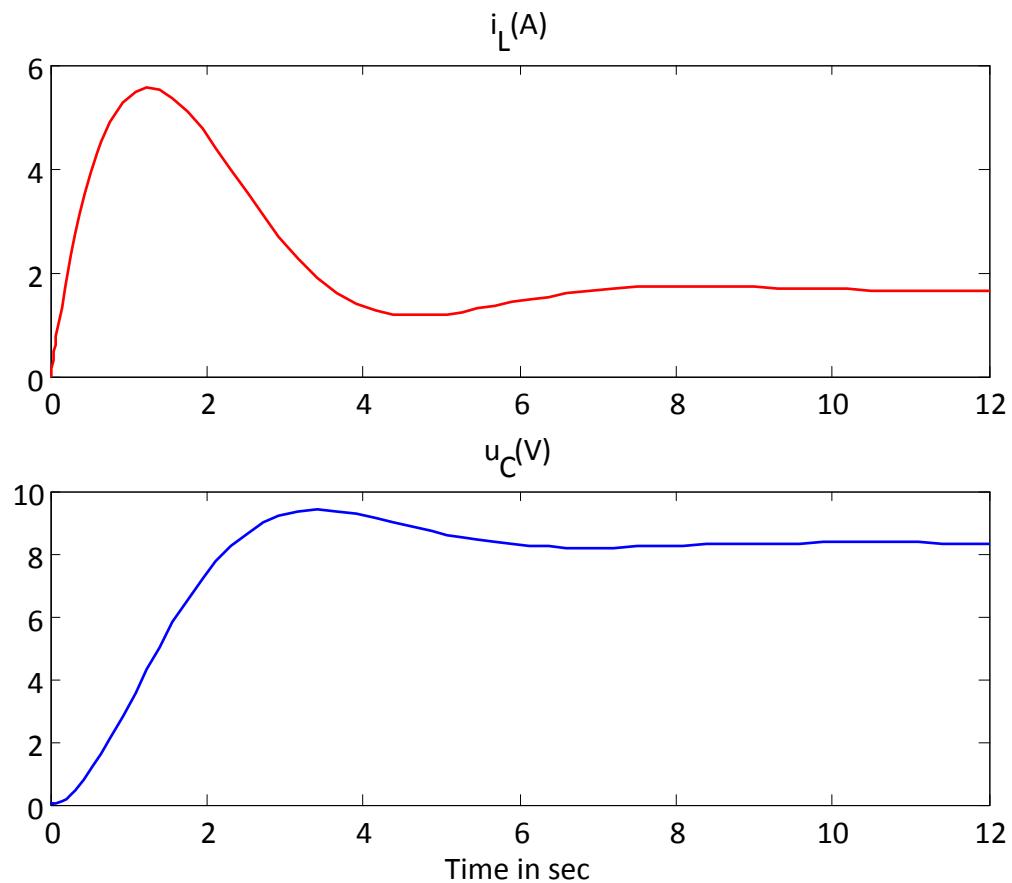


Рисунок 2.76 – Переходные процессы в RLC -цепи на рис. 2.74

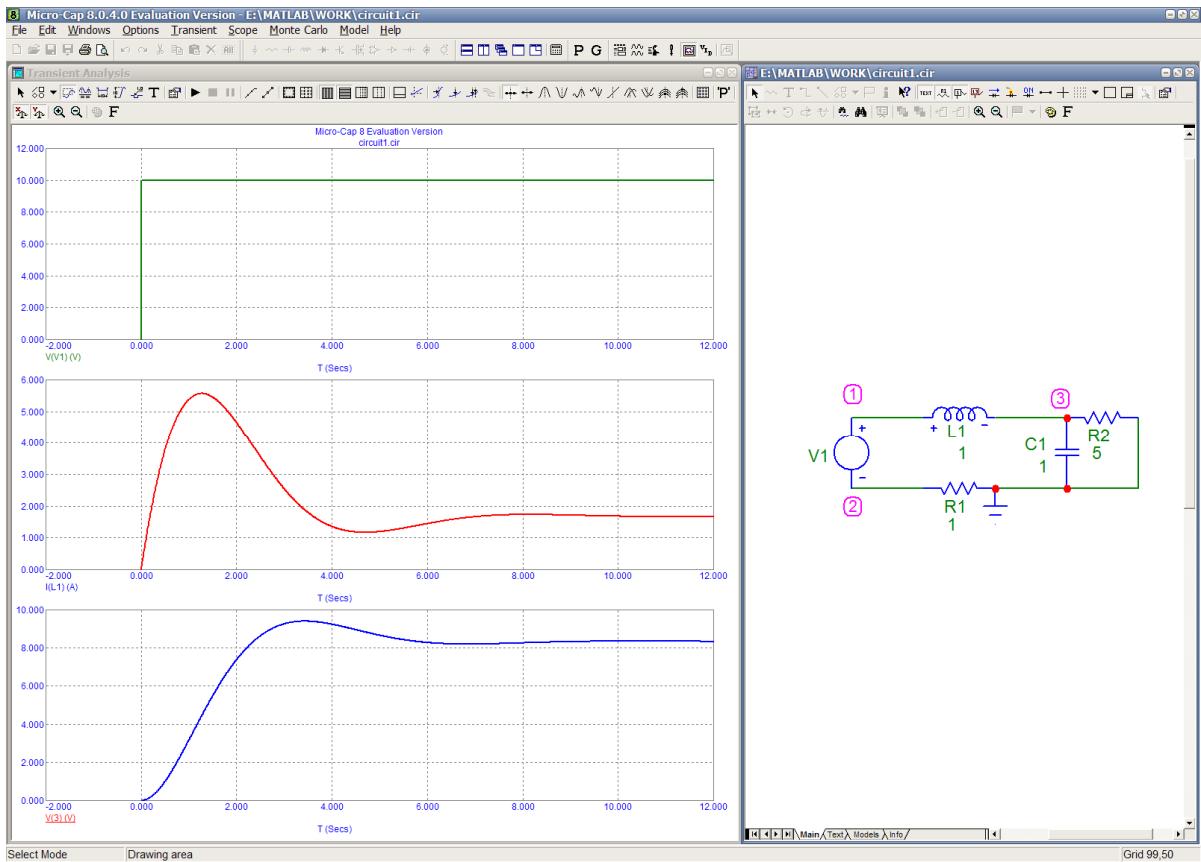


Рисунок 2.77 – Расчет переходных процессов в RLC-цепи в программе Micro-CAP

Пример 2. Переходные процессы в RLC-цепи при импульсном сигнале $E(t)$

Если источники сигнала также зависят от времени, то это необходимо учитывать при решении ОДУ. Модифицируем программу, добавив функцию, которая описывает поведение источника сигнала $E(t)$. В данном примере, в качестве входного воздействия на цепь пусть будут прямоугольные импульсы амплитудой 10 В и периодом Т=20 сек, скважностью $Q = 2$.

```
% Расчет переходных процессов в RLC-цепях методом переменных
% состояния для схемы
%
% =====
%
%   o--- [L] --- o --- [R2] -- |
%   |           |           |
% [E(t)]       [C]         |
% |           |           |
% |_____ [R1] _____ o_____|_
%
% где E(t) - прямоугольный сигнал 0...10 В

function my_transient_02
clc
clear all
close all
```

```

% -- задаем значения элементов цепи
R1 = 1; R2 = 5;
C = 1; L = 1; E = 10;

% Формируем матрицы системы ОДУ
A = [-R1/L -1/L; 1/C -1/(C*R2)];
B = [1/L; 0];

tspan = [0 25]; % Задаем интервал интегрирования от 0 до 25 сек
X0 = [0;0]; % начальные условия в точке t0
TT = 10; % -- период импульсов
[T,Y] = ode45(@my_ode,tspan,X0,[],A,B,E,TT); % Решение ОДЕ

for k=1:length(T)
    E_T(k) = my_e(T(k),E,TT); % - расчет значений источника E(t)
end

% отображение графиков
subplot(211);
plot(T, Y(:,1), '-r');
title('i_L(t) in A');

subplot(212);
plot(T, Y(:,2), '-b', T, E_T, '-m');
title('E(t) and u_C(t) in V');
xlabel('Time in sec');

% -- функция правой части ОДУ
function dydt = my_ode(t,y,A,B,E,TT)
E_t = my_e(t,E,TT);
dydt = A*y + B*E_t;

% --- зависимость источника сигнала от времени E(t)
function y = my_e(t,E,TT)

% y = E;
y = E*(2 - sign(mod(t,TT)-TT/2));

```

Результаты работы программы приведены на рис. 2.77.

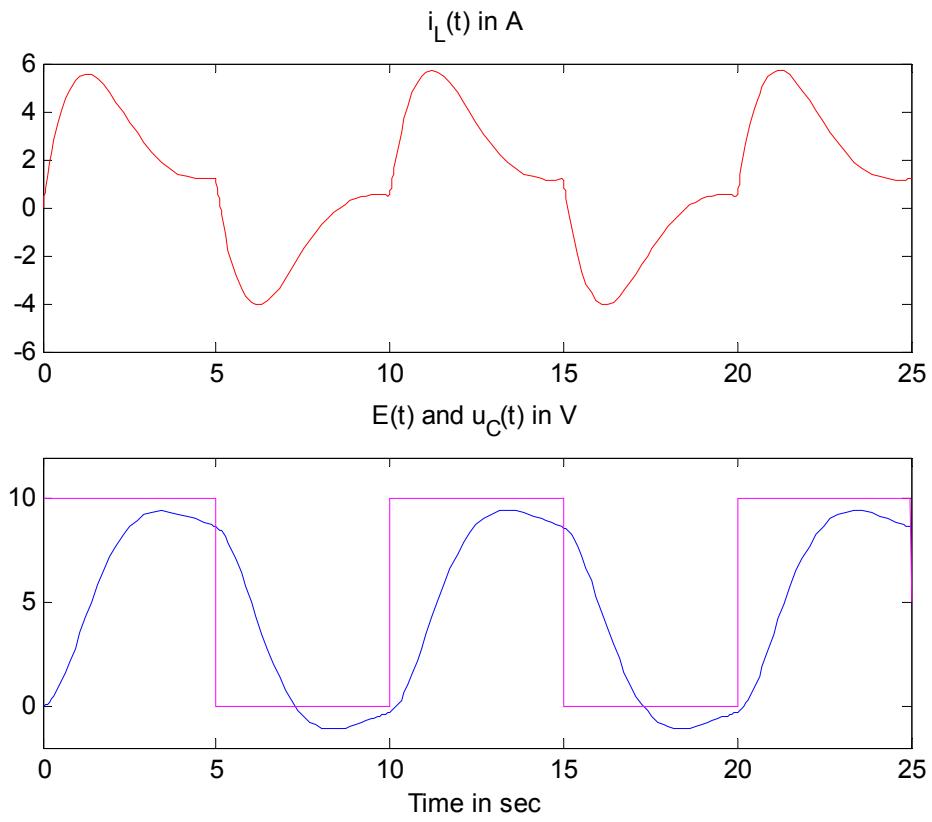


Рисунок 2.77 – Переходный процесс в RLC -цепи при импульсном воздействии

Сравнив полученные диаграммы с результатами расчетов в Micro-CAP (см. рис. 2.78), видно, что форма сигналов совпадает.

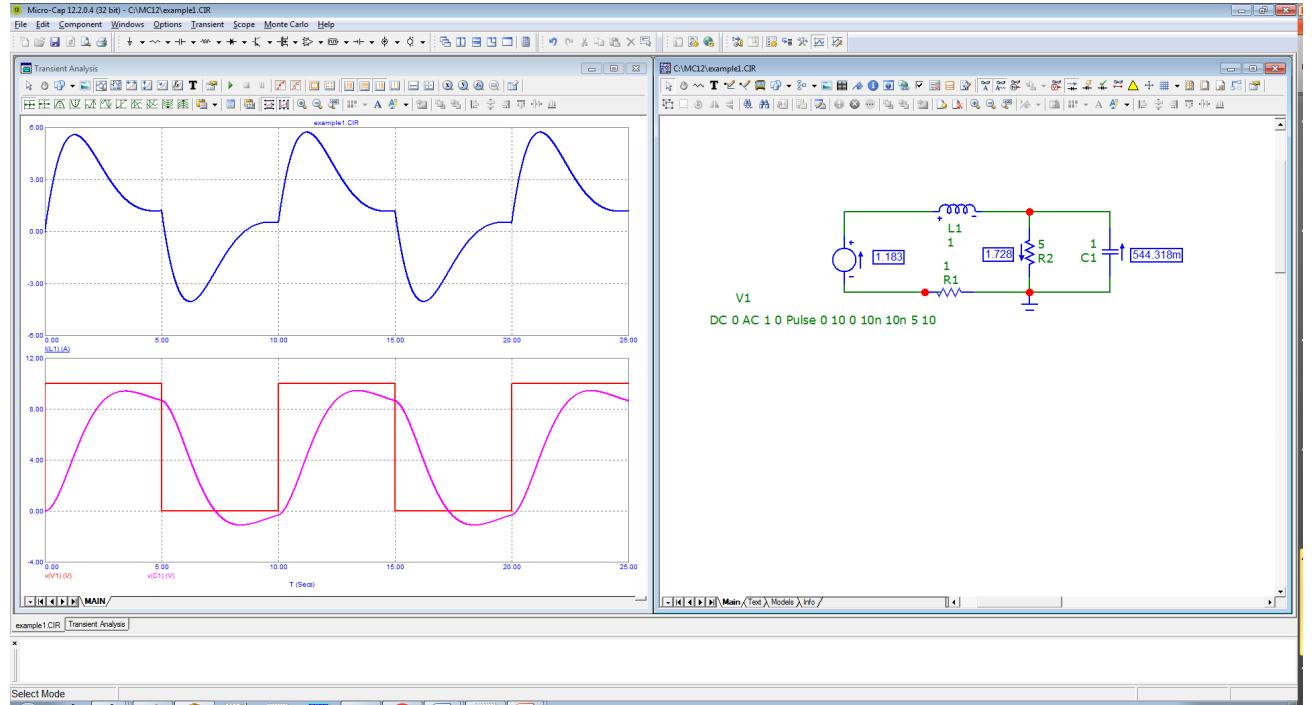


Рисунок 2.78 – Расчет переходных процессов в RLC -цепи в программе Micro-CAP

Расчет переходных процессов в RLC-цепях на основе простых методов численного решения ОДУ

На основе материала, изложенного ранее, можно реализовать собственную процедуру расчета переходных процессов одним из простых методов численного интегрирования. Для примера, приведем текст программы для MATLAB для расчета переходных процессов в RLC-цепи на рис. 2.67 методом трапеций с автоматическим контролем величины шага на основе применения двухшаговой схемы прогноза-коррекции.

Можно переписать математическую модель цепи на рис. 2.67, которая представляет собой систему из двух ОДУ 1-го порядка относительно тока через индуктивность $i_L(t)$ и напряжения на емкости $u_C(t)$

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} + u_C(t) + u_R(t) = E; \\ C \frac{du_C(t)}{dt} = i_C(t) = i(t). \end{cases} \quad (2.71)$$

Преобразуем (2.71) в систему уравнений вида (2.70), чтобы можно было применить стандартный решатель ODE45. Получим

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L}[E - R \cdot i(t) - u_C(t)] = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{1}{L}u_C(t) + \frac{1}{L}E; \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C}[i(t) + 0 \cdot u_C(t) + 0]; \\ u_L(t) = E - R \cdot i(t) - u_C(t) = -R \cdot i(t) - u_C(t) + E. \end{cases}$$

Или в матричной форме

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{di(t)}{dt} \\ \frac{du_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} + \mathbf{B}; \\ u_L(t) = \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} i(t) \\ u_C(t) \end{bmatrix} + \mathbf{D}, \end{cases}$$

где $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{C} = [-R \quad -1]$; $\mathbf{D} = E$.

Формула метода трапеций имеет следующий вид $x_{n+1} = x_n + h \cdot \frac{(x'_n + x'_{n+1})}{2} = x_n + h \cdot \frac{[f(t_n, x_n) + f(t_{n+1}, x_{n+1})]}{2}$. При этом предварительный расчет значения $x'_{n+1} = f(t_{n+1}, x_{n+1})$ (прогноз) выполним методом Эйлера.

Пример 3. Программа для расчета RLC-цепи методом трапеций с контролем точности

```
% Расчет переходных процессов в RLC-цепях методом переменных
% состояний

function my_transient_03
clc
clear all;
close all;
% -- задаем значения элементов цепи
R = 0.8; C = 1; L = 1; E = 2;
% Формируем матрицы системы ОДУ
A = [-R/L -1/L; 1/C 0]; B = [1/L; 0];
C = [-R -1]; D = [1];

tspan = [0 10]; % Задаем интервал интегрирования от 0 до 15 сек
x0 = [0;0]; % начальные условия в точке t0 [iL=0; uC=0]

% ----- Метод Трапеций с автоматическим шагом
tol = 1e-2; % - требуемая точность решения
t1 = tspan(1);
t2 = tspan(2);
h = abs(t2-t1)/49; % - начальный шаг

% -- начальные условия
x1 = 0;
x2 = 0;
X = [x1;x2];

t = t1;
T = t1;
E_t = my_e(t,E);
Y = C*X + D*E_t;
k = 2;
while t<=t2 % - цикл по времени
    t = t + h;
    T(k) = t;
    E_t(k) = my_e(t,E);
% --- прогноз по методу Эйлера
    dydt1 = my_ode(T(k-1),[x1; x2],A,B,E_t(k-1));
    k1 = x1 + h*dydt1(1);
    k2 = x2 + h*dydt1(2);
% - коррекция по методу трапеций
    dydt2 = my_ode(T(k),[k1; k2],A,B,E_t(k));
    x1 = x1 + 0.5*h*(dydt1(1) + dydt2(1));
    x2 = x2 + 0.5*h*(dydt1(2) + dydt2(2));
% -- оценка точности и выбор шага h
    if abs(k1-x1)<tol/2 && abs(k2-x2)<tol/2
        h = 2*h; % - увеличиваем шаг
    elseif abs(k1-x1)>2*tol & abs(k2-x2)>2*tol
        h = h/2; % - уменьшаем шаг
```

```

else % - делаем итерацию
    X(:,k) = [x1;x2];
    Y(:,k) = C*X(:,k) + D*E_t(k);
    k = k + 1;
end
end
UL = Y;
IL = X(1,:);
UC = X(2,:);
% -- построение графиков
subplot(211)
plot(T,IL,'.-b')
title('i_L(t) in A')
subplot(212)
plot(T,UC,'-r',T,UL,'-g')
title('u_C(t) and u_L(t) in V')
xlabel('time in sec')

% -- функция правой части ОДУ
function dydt = my_ode(t,y,A,B,E)
dydt = A*y + B*E;
function y = my_e(t,E)
y = E;

```

Результаты работы программы показаны на рис. 2.79.

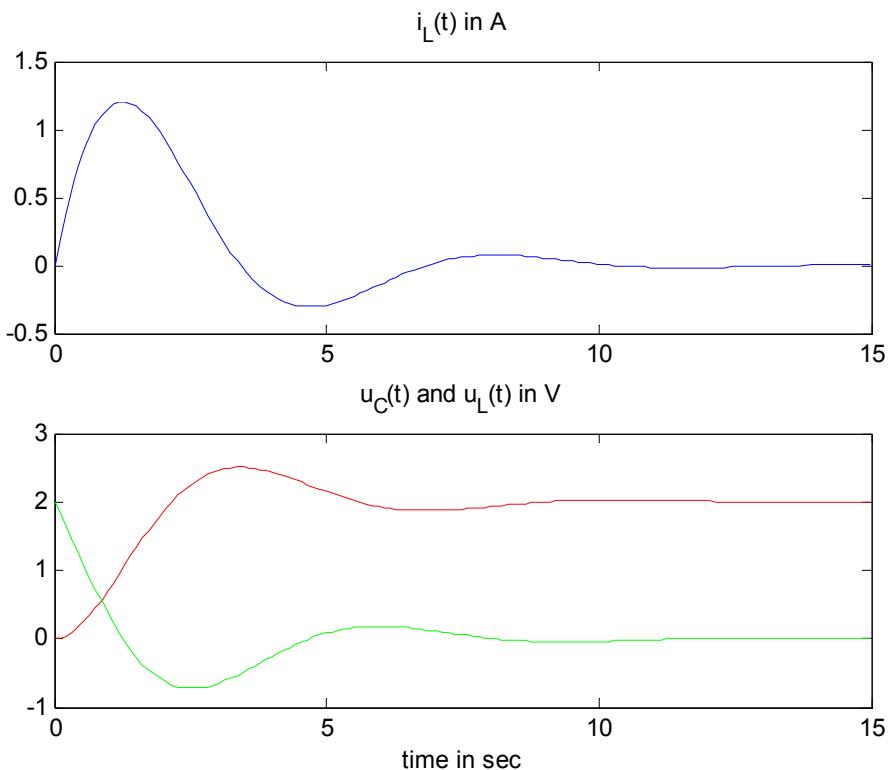


Рисунок 2.79 – Расчет переходных процессов методом трапеций

Пример 4. Программа для расчета RLC-цепи обратным методом Эйлера

Также приведем код программы для расчета переходных процессов методом трапеций, когда вычисления выполняются на основе преобразованной формулы $(1 - 0.5 \cdot h \cdot A) \cdot X_{n+1} = (1 + 0.5 \cdot h \cdot A) \cdot X_n + 0.5 \cdot h \cdot B \cdot (E_n + E_{n+1})$.

```
% Расчет переходных процессов в RLC-цепях методом переменных
% состояний

function my_transient_02
clc
clear all;
close all;
% -- задаем значения элементов цепи
R = 0.8; C = 1; L = 1; E = 2;
% Формируем матрицы системы ОДУ
A = [-R/L -1/L; 1/C 0]; B = [1/L; 0];
C = [-R -1]; D = [1];

tspan = [0 20]; % Задаем интервал интегрирования от 0 до 15 сек
X0 = [0;0]; % начальные условия в точке t0 [iL=0; uC=0]

% ----- Метод Трапеций
t1 = tspan(1);
t2 = tspan(2);
% -- начальные условия
x1 = 0;
x2 = 0;
% начальные условия в точке t0 X = [iL=0; uC=0]
X = [x1;x2];
E_t = my_e(t1,E);
Y = C*X + D*E_t;

% ----- Метод трапеций
AA = inv(eye(size(A)) - 0.5*h*A); % -- решение СЛАУ
BB = (eye(size(A)) + 0.5*h*A);
T = linspace(t1,t2,50) % -- вектор точек времени

% цикл по времени
for k=2:length(T)
    E_t(k) = my_e(T(k),E);
    X(:,k) = AA*(BB*X(:,k-1) + 0.5*h*B*(E_t(k-1) + E_t(k))) ;
    Y(:,k) = C*X(:,k) + D*E_t(k);
end

UL = Y;
IL = X(1,:);
UC = X(2,:);
% -- построение графиков
subplot(211)
```

```

plot(T,IL,'.-b')
title('i_L(t) in A')
subplot(212)
plot(T,UC,'-r',T,UL,'-g')
title('u_C(t) and u_L(t) in V')
xlabel('time in sec')

% -- функция правой части ОДУ
function dydt = my_ode(t,y,A,B,E)
dydt = A*y + B*E;

function y = my_e(t,E)
y = E;

```

Результаты работы программы показаны на рис. 2.79.

Для сравнения на рис. 2.80 показаны переходные процессы для этой же цепи, полученные с помощью программы Micro-CAP. Как видно, расчеты в MATLAB и моделирование в Micro-Cap совпадают между собой.

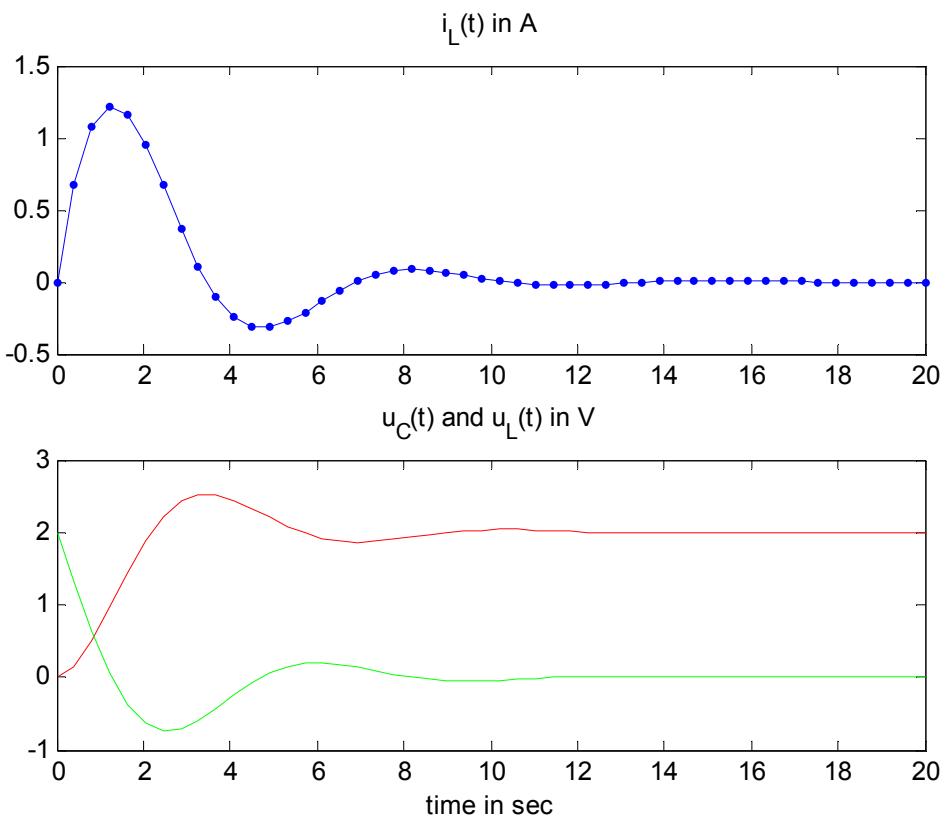


Рисунок 2.79 – Расчет переходных процессов методом трапеций без выбора шага h

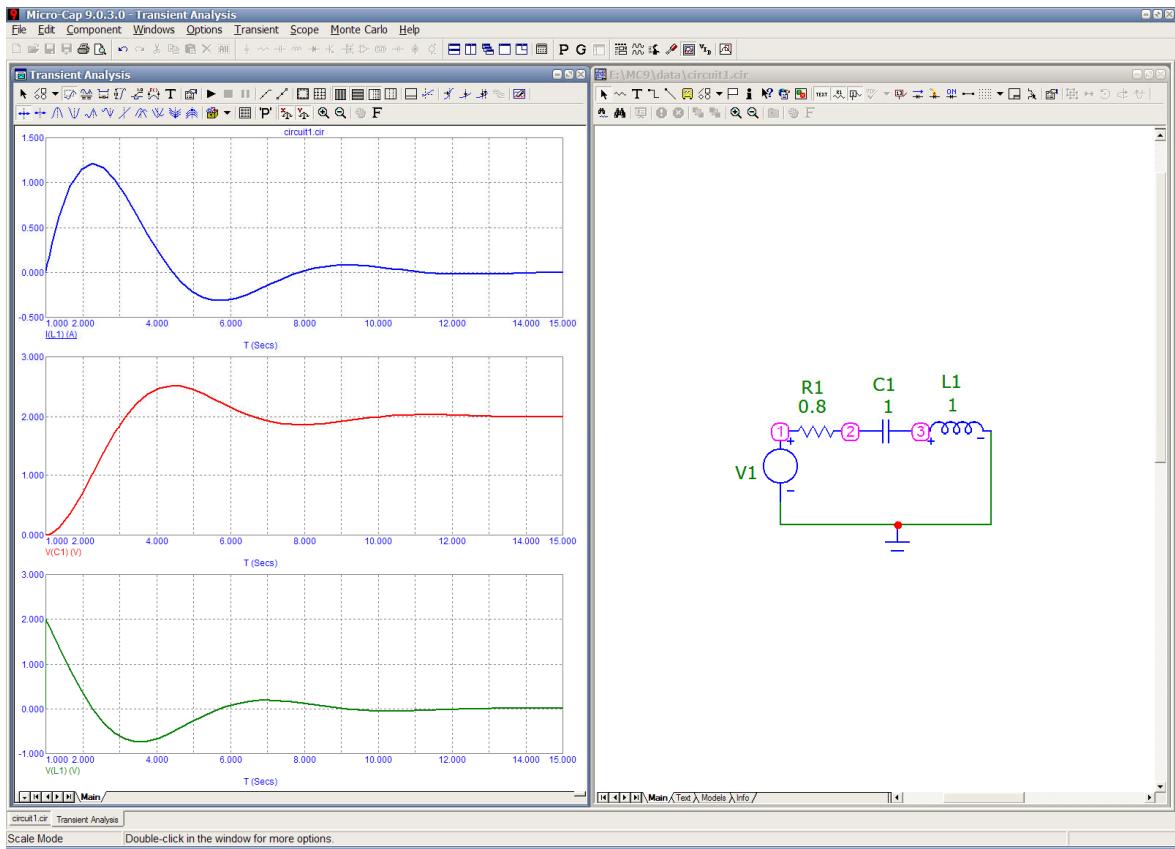


Рисунок 2.80 – Расчет переходных процессов для RLC -цепи в программе Micro-CAP

2.5.10 Задание на лабораторную работу 4

В лабораторной работе требуется для заданных в таблице 2.10 RLC -цепочек и входного воздействия $E(t)$ выполнить расчет переходных процессов на основе метода переменных состояния.

В среде системы MATLAB написать программу для расчета токов и напряжений в цепи на основе использования стандартных решателей ОДУ в MATLAB (функции ODE23 или ODE45).

Также нужно реализовать собственный метод численного интегрирования ОДУ (см. таблицу 2.10) и выполнить расчет переходных процессов. Сравнить с решателем MATLAB.

Исследовать влияние размера шага интегрирования h на сходимость используемого метода, (т.е. определить значение h при котором метод начинает расходиться).

Выполнить моделирование заданной схемы в программе Micro-CAP (или другом симуляторе схем) и сравнить графики переходных процессов с результатами расчетов в MATLAB.

Сделать выводы по результатам лабораторной работы.

Требования к содержанию отчета

1. Исходные данные и постановка задачи.
2. Вывод системы уравнений переменных состояний для заданной схемы.
3. Описание заданного метода решения системы ОДУ.
4. Алгоритм работы программы (в виде блок-схемы или словесное описание).
5. Текст программы с комментариями.
6. Результаты работы программы в виде графиков переходных процессов (переменные состояния $i_L(t)$, $u_C(t)$, а также ток $i_R(t)$ и\или напряжение $u_R(t)$ на резисторах)
7. Графики переходных процессов для заданной схемы из Micro-CAP (или аналогичной программы)
8. Выводы по работе

Таблица 2.10 – Варианты заданий на лабораторную работу 4

Вариант	Схема	Входной сигнал	Метод решения ОДУ
1			Прямой Эйлера
2			Прямой Эйлера
3			Обратный Эйлера

4			Обратный Эйлера
5			Прямой Эйлера
6			Прямой Эйлера
7			Обратный Эйлера
8			Обратный Эйлера
9			Прямой Эйлера

10			Прямой Эйлера
11			Обратный Эйлера
12			Обратный Эйлера
13			Прямой Эйлера
14			Прямой Эйлера

15			Обратный Эйлера
16			Обратный Эйлера
17			Обратный Эйлера
18			Прямой Эйлера
19			Прямой Эйлера
20			Прямой Эйлера

2.6 Лабораторная работа 5 – Оценивание параметров математических моделей технических объектов на основе метода наименьших квадратов

2.6.1 Введение

Выполнение проектных операций и процедур в САПР основано на оперировании математическими моделями (ММ) проектируемых объектов или технологических процессов. Для решения задач, связанных с получением и хранением ММ, в состав современных САПР входят специальные информационные подсистемы. Важным разделом математического обеспечения таких подсистем является метод наименьших квадратов, который используется, в частности, для обработки результатов экспериментального определения параметров объектов и процессов при получении их ММ.

Цель данной работы: изучение методики и алгоритма оценивания параметров математических моделей технических объектов на основе метода наименьших квадратов на примере построения упрощенных моделей полупроводниковых приборов.

2.6.2 Краткие сведения из теории

Определение параметров математических моделей технических объектов методом наименьших квадратов

Будем рассматривать такие физические и технические объекты, для которых можно выделить одну управляемую (независимую) и одну выходную (зависимую) переменные. Подобные объекты могут быть представлены (точно или приближенно) математической моделью в виде функциональной зависимости

$$y = \Phi(\vec{C}, x), \quad (2.72)$$

где y – зависимая переменная;

x – независимая переменная;

Φ – некоторая представленная в аналитическом виде функция;

$\vec{C} = (C_0, C_1, \dots, C_m)$ – вектор постоянных коэффициентов ММ, число коэффициентов равно ($m+1$).

Например, часто используется функция $\Phi(\vec{C}, x)$ в виде *обобщенного полинома* (линейной комбинации заданных *базисных функций* $y = \varphi_j(x)$, $j = \overline{0, m}$):

$$\Phi(\vec{C}, x) = C_0\varphi_0(x) + C_1\varphi_1(x) + \dots + C_m\varphi_m(x) = \sum_{j=0}^m C_j\varphi_j(x). \quad (2.73)$$

Если выбрать систему базисных функций $\varphi_j(x) = x^j$, $j = \overline{0, m}$, то функция $\Phi(\vec{C}, x)$ будет представлять собой обычный алгебраический полином:

$$\Phi(\vec{C}, x) = P_m(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \dots + C_m x^m.$$

Аналогично функция (2.73) может описывать тригонометрические, экспоненциальные полиномы и т.д.

Форма функциональной зависимости (2.72), описывающая ММ (или, как еще говорят, структура ММ), часто известна и определяется, например, физической природой изучаемых объектов или процессов. Рассмотрим постановку задачи *нахождения коэффициентов ММ при известной структуре* (задачи *оценивания параметров ММ*).

Заметим, что при описании технического объекта переменная y , как правило, имеет смысл выходного параметра (выходной характеристики). Переменная x может быть либо внутренним параметром моделируемого объекта, либо внешним параметром, определяющим условия функционирования объекта (например, температурой окружающей среды, частотой испытательного сигнала и т.д.), либо независимой пространственной или временной координатой. Коэффициенты модели C_0, C_1, \dots, C_m обычно связаны с внутренними параметрами объекта.

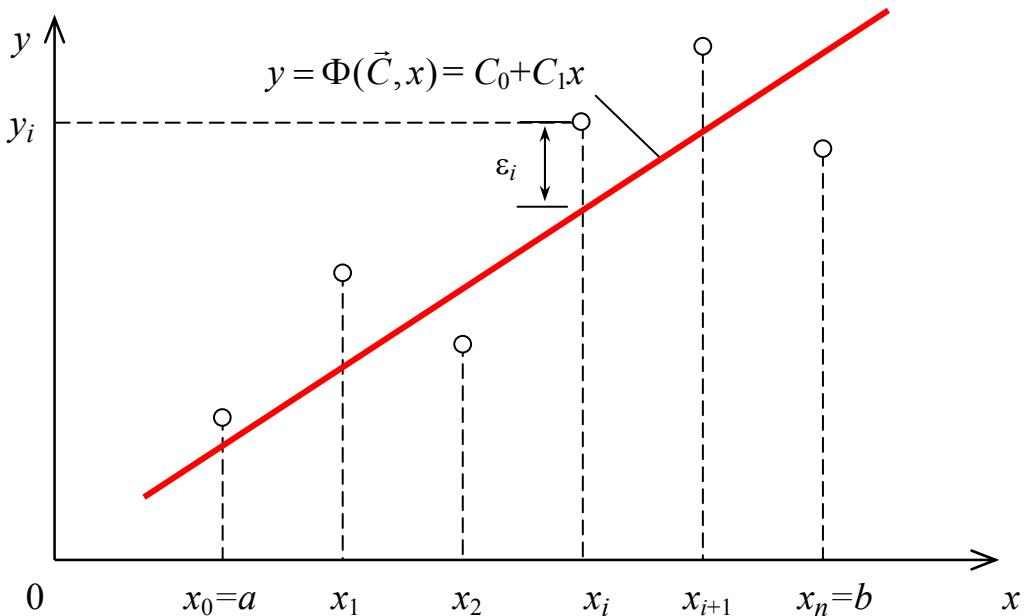


Рисунок 2.81 – Аппроксимация измеренной зависимости $y_i(x_i)$ функцией $y = \Phi(\vec{C}, x)$

Данные, необходимые для вычисления коэффициентов ММ, обычно получают в ходе эксперимента, в котором выбирают ряд значений независимой переменной x_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) и регистрируют соответствующие значения

независимой переменной y_i (см. рис. 2.81). Далее задача заключается в определении таких коэффициентов C_0, C_1, \dots, C_m , при которых значения функции $y = \Phi(\vec{C}, x)$ в точках x_i в наименьшей степени отличаются от измеренных значений y_i .

Заметим, что на практике число точек испытания x_i , как правило, выбирается существенно большим числа коэффициентов модели: $(n+1) >> (m+1)$.

В методе наименьших квадратов минимизируется сумма квадратов разностей между значениями функции $y = \Phi(\vec{C}, x)$ и измеренными значениями y_i в точках x_i :

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=0}^n [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 = \min, \quad (2.74)$$

где ε_i разность в i -ой точке значений $\Phi(\vec{C}, x_i)$ и y_i . Величина ε называется *среднеквадратической ошибкой*. Выбор функции ошибки в виде (2.74) удобен с практической точки зрения, так как делает ММ, построенную по экспериментальным данным, нечувствительной к случайным ошибкам измерений.

Иногда на практике требуется, чтобы точность приближения величин y_i функцией $y = \Phi(\vec{C}, x)$ в разных точках x_i была различной. В этом случае каждой из точек x_i присваивают определенный вес p_i и минимизируют *взвешенную* сумму квадратов разностей:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n p_i \varepsilon_i^2 = \sum_{i=0}^n p_i [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 = \min.$$

В точках с большим значением веса p_i будет достигаться лучшее совпадение величин $\Phi(\vec{C}, x_i)$ и y_i .

Получим уравнения для вычисления параметров ММ по методу наименьших квадратов. Минимизируемая ошибка ε является функцией от неизвестных коэффициентов C_j ($j=0, 1, 2, \dots, m$):

$$\varepsilon = f(C_0, C_1, \dots, C_m).$$

Как известно, экстремум функции нескольких переменных достигается в точке, где равны нулю все частные производные этой функции:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial C_0} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_1} = \dots = \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_m} = 0. \quad (2.75)$$

Дифференцируя функцию ошибки (2.74) по переменным C_0, C_1, \dots, C_m , согласно (2.75), получим систему уравнения следующего вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_0} = 2 \sum_{i=0}^n [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 \frac{\partial \Phi(\vec{C}, x_i)}{\partial C_0} = 0; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_1} = 2 \sum_{i=0}^n [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 \frac{\partial \Phi(\vec{C}, x_i)}{\partial C_1} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_j} = 2 \sum_{i=0}^n [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 \frac{\partial \Phi(\vec{C}, x_i)}{\partial C_j} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_m} = 2 \sum_{i=0}^n [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 \frac{\partial \Phi(\vec{C}, x_i)}{\partial C_m} = 0, \end{array} \right. \quad (2.76)$$

Далее будем полагать, что ММ является *линейной* относительно параметров C_0, C_1, \dots, C_m , такие модели достаточно часто используются на практике. В этом случае модель может быть представлена в виде обобщенного полинома по базисным функциям $\varphi_j(x)$ ($j=0, 1, 2, \dots, m$):

$$\Phi(\vec{C}, x) = C_0 \varphi_0(x) + C_1 \varphi_1(x) + \dots + C_m \varphi_m(x) = \sum_{j=0}^m C_j \varphi_j(x). \quad (2.77)$$

Из (2.77) следует, что $\frac{\partial \Phi(\vec{C}, x)}{\partial C_j} = \varphi_j(x)$. С учетом этого система (2.76)

примет следующий вид (общий множитель 2 в уравнениях опустим):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_0} = \sum_{i=0}^n [C_0 \varphi_0(x_i) + C_1 \varphi_1(x_i) + \dots + C_m \varphi_m(x_i) - y_i]^2 \varphi_0(x_i) = 0; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_1} = \sum_{i=0}^n [C_0 \varphi_0(x_i) + C_1 \varphi_1(x_i) + \dots + C_m \varphi_m(x_i) - y_i]^2 \varphi_1(x_i) = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_j} = \sum_{i=0}^n [C_0 \varphi_0(x_i) + C_1 \varphi_1(x_i) + \dots + C_m \varphi_m(x_i) - y_i]^2 \varphi_j(x_i) = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_m} = \sum_{i=0}^n [C_0 \varphi_0(x_i) + C_1 \varphi_1(x_i) + \dots + C_m \varphi_m(x_i) - y_i]^2 \varphi_m(x_i) = 0. \end{array} \right. \quad (2.78)$$

Полученная система уравнений является системой $(m+1)$ линейных алгебраических уравнений с $(m+1)$ неизвестным C_0, C_1, \dots, C_m и называется

нормальной системой. Ее решение и определяет искомые коэффициенты ММ.

При решении систем линейных уравнений на ЭВМ обычно используют стандартные подпрограммы. В этом случае систему уравнений необходимо представить в стандартной матричной форме:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{B}, \quad (2.79)$$

где \mathbf{A} – квадратная матрица размером $(m+1) \times (m+1)$, составленная из коэффициентов системы линейных уравнений; \mathbf{C} – вектор-столбец, содержащий $(m+1)$ неизвестных переменных системы (C_0, C_1, \dots, C_m) ; \mathbf{B} – вектор-столбец свободных членов системы линейных уравнений.

Представим систему (2.78) в матричном виде (2.79). Для этого сгруппируем слагаемые в уравнениях (2.78) таким образом, чтобы каждое уравнение с номером j ($j = 0, 1, 2, \dots, m$) приняло следующий вид:

$$\begin{aligned} C_0 \sum_{i=0}^n \varphi_0(x_i) \varphi_j(x_i) + C_1 \sum_{i=0}^n \varphi_1(x_i) \varphi_j(x_i) + \dots + C_m \sum_{i=0}^n \varphi_m(x_i) \varphi_j(x_i) = \\ = \sum_{i=0}^n y_i(x_i) \varphi_j(x_i). \end{aligned}$$

В результате получим систему уравнений, представляющую собой развернутую запись системы (2.79):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{00}C_0 + a_{01}C_1 + \dots + a_{0m}C_m = b_0; \\ a_{10}C_0 + a_{11}C_1 + \dots + a_{1m}C_m = b_1; \\ \dots \qquad \qquad \qquad \dots \\ a_{j0}C_0 + a_{j1}C_1 + \dots + a_{jm}C_m = b_j; \\ \dots \qquad \qquad \qquad \dots \\ a_{m0}C_0 + a_{m1}C_1 + \dots + a_{mm}C_m = b_m. \end{array} \right. \quad (2.80)$$

Здесь $a_{jk} = \sum_{i=0}^n \varphi_k(x_i) \varphi_j(x_i)$ – элементы матрицы \mathbf{A} ; первый индекс j коэффициента a_{jk} равен номеру уравнения, а второй k – номеру соответствующей неизвестной переменной;

$b_j = \sum_{i=0}^n y_i \varphi_j(x_i)$ – элементы вектора-столбца свободных членов \mathbf{B} ;

$j, k = 0, 1, \dots, m$.

Система линейных уравнений вида (2.80) при невысоком порядке может быть вручную решена по правилу Крамера или с помощью метода подстановки. Решение же систем линейных уравнений большой размерности на ЭВМ чаще всего выполняется с использованием метода исключения неизвестных (метода Гаусса) или итерационными методами.

2.6.3 Определение параметров упрощенных моделей полупроводниковых приборов

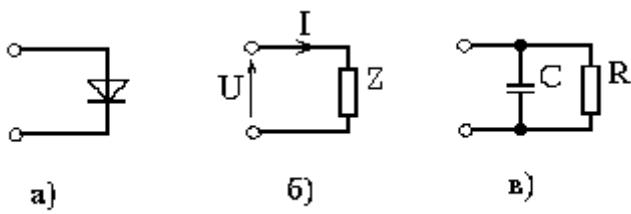


Рисунок 2.82 – Полупроводниковый диод (а); модель в виде двухполюсника Z (б); модель в виде эквивалентной RC -цепочки (в)

используются в системах схемотехнического проектирования РЭА для быстрого (оценочного) анализа вариантов, а также для автоматизированного расчета аналоговых радиоэлектронных устройств на ПП.

Полупроводниковый прибор обычно может быть представлен в виде двухполюсника или четырехполюсника (см. рис. 2.82 и 2.83). Одним из важных параметров ПП является входное (выходное) сопротивление Z , которое равно отношению напряжения U на входных (выходных) зажимах прибора к току I в этих же зажимах. $Z=U/I$. В случае синусоидального сигнала напряжение и ток могут быть представлены в комплексной форме:

$$U = |U| e^{j(\omega t + \vartheta_U)}, \quad I = |I| e^{j(\omega t + \vartheta_I)},$$

где $|U|$, $|I|$ – амплитуды напряжения и тока; ϑ_U , ϑ_I – начальные фазы напряжения и тока; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота; f – частота сигнала; t – время. Поэтому сопротивление Z также является комплексной величиной и в общем

При автоматизированном проектировании радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) одной из важных задач является построение моделей полупроводниковых приборов (ПП) – диодов, транзисторов, микросхем. Рассмотрим задачу определения параметров упрощенных ММ ПП. Такие ММ

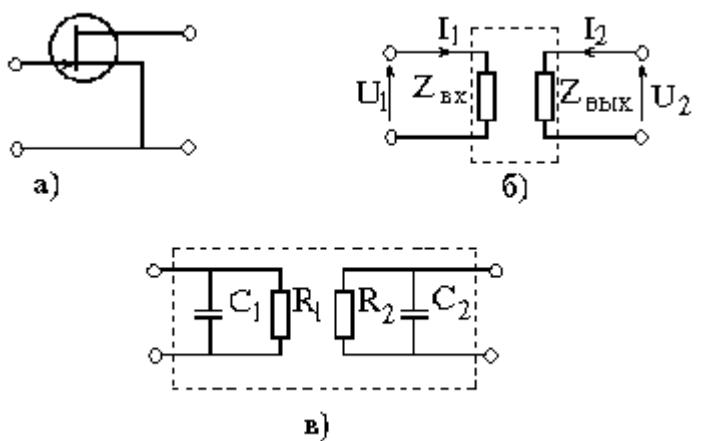


Рисунок 2.83 – Упрощенная модель входного и выходного сопротивлений полевого транзистора: полевой транзистор (а); модель в виде четырехполюсника (б); модель в виде эквивалентных цепочек (в)

случае зависит от частоты сигнала f : $Z(f) = R(f) + jX(f)$. Здесь $R(f)$ и $X(f)$ – соответственно реальная и мнимая части сопротивления $Z(f)$, представляющие собой некоторые функции от частоты сигнала f .

Иногда ПП удобно представлять проводимостью Y , которая является обратной величиной к сопротивлению и также является комплексной функцией $Y(f) = 1/Z(f) = G(f) + jB(f)$, где $G(f)$ и $B(f)$ – вещественная и мнимая части проводимости. Величины G и B связаны с вещественной и мнимой частями сопротивления Z соотношениями:

$$G = R/(R^2 + X^2); \quad B = -X/(R^2 + X^2).$$

Для получения упрощенной модели ПП со стороны входных (выходных) зажимов приближенно представляется эквивалентной двух- или трехэлементной цепочкой (см. рис. 2.2 и 2.3). Задача построения ММ состоит в определении схемы и таких значений элементов цепочки, при которых ее комплексное сопротивление (или проводимость) будет близко к входному (выходному) сопротивлению (проводимости) ПП.

Схемы наиболее часто распространенных цепочек, с помощью которых аппроксимируют входное (выходное) сопротивление (или проводимость) ПП, приведены в таблице 2.11. Цепочки характеризуются сопротивлением $Z_{\Pi}(f) = R_{\Pi}(f) + jX_{\Pi}(f)$ или проводимостью $Y_{\Pi}(f) = G_{\Pi}(f) + jB_{\Pi}(f)$, вещественная и мнимая части сопротивления (проводимости) являются функциями частоты f и параметров элементов цепочек R_s, L_s, C_s или R_p, L_p, C_p (таблица 2.1).

Определение схемы и элементов эквивалентной цепочки, представляющей собой упрощенную модель входного (выходного) сопротивления (проводимости) ПП, выполняется по следующему алгоритму:

1. В рабочем диапазоне частот (т.е., в частотном диапазоне, где будет использоваться ПП) выбирается ряд испытательных частот f_i ($i=0, 1, \dots, n$). На этих частотах с помощью специальных измерительных приборов измеряют значение комплексного входного (выходного) сопротивления ПП $Z_i = R_i + jX_i$ или проводимости $Y_i = G_i + jB_i$. В результате для каждой частоты f_i будут известны соответствующие значения R_i (или G_i) и X_i (или B_i) – см. рис. 2.84.

2. Сравнивая вид полученных частотных зависимостей вещественной и мнимой частей сопротивления (проводимости) с видом этих же зависимостей для цепочек из таблицы 2.11 определяют наиболее подходящую схему цепочки. Например, если полученные величины R_i слабо зависят от частоты, целесообразно выбрать цепочки 1, 3, 7, а если мало изменяются значения G_i – цепочки 2, 4, 8.

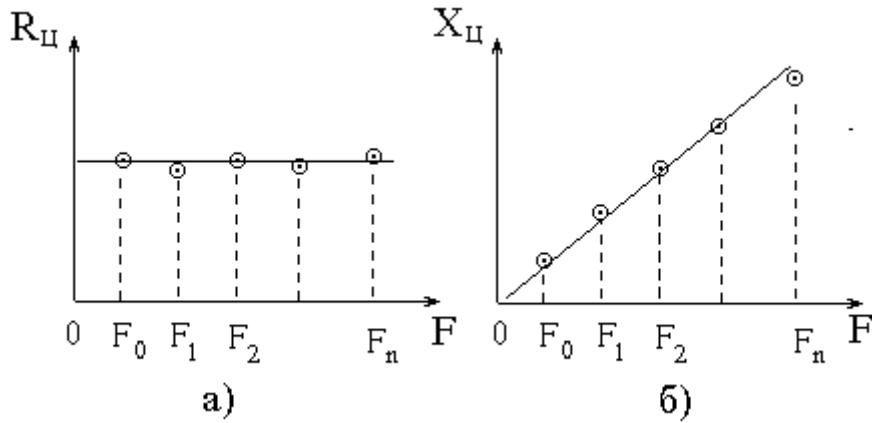


Рисунок 2.84 - Графики частотной зависимости вещественной и мнимой частей входного сопротивления ПП: вещественная часть сопротивления (а); мнимая часть сопротивления (б)

3. Отдельно для вещественной и мнимой частей сопротивления (проводимости) составляются нормальные системы уравнений. При этом в качестве функции $y = \Phi(\vec{C}, x)$ используется математическое соотношение для вещественной или мнимой части сопротивления $Z_{\text{ц}}$ ($Y_{\text{ц}}$ проводимости) выбранной цепочки. В качестве коэффициентов модели выступают номиналы элементов цепочки (либо связанные с ними величины), а в качестве величин y_i – измеренные значения R_i (G_i) и X_i (B_i). Из решения нормальных систем уравнений определяются величины номиналов элементов цепочки.

2.6.4 Пример вычисления элементов цепочки, моделирующей входное сопротивление полупроводникового прибора

Рассмотрим определение элементов эквивалентной цепочки под номером 1 в табл. 2.11, которая моделирует входное сопротивление биполярного транзистора в схеме включения с общей базой. Известны значения вещественной R_i и мнимой X_i частей комплексного входного сопротивления ПП, измеренные на частотах f_i ($i=0, 1, \dots, n$), а также весовые коэффициенты p_i , характеризующие желаемую степень приближения к измеренным значениям в каждой частотной точке. Необходимо определить величины элементов цепочки R_s и L_s .

Вещественная и мнимая части сопротивления цепочки, в соответствии с табл. 2.11, определяются формулами

$$R_{\text{ц}}(f) = R_s; X_{\text{ц}}(f) = 2\pi f L_s. \quad (2.81)$$

Графики функций (2.81) показаны на рис. 2.84.

Из формул (2.81) следует, что вещественная часть комплексного сопротивления цепочки $R_{\text{ц}}$ зависит от сопротивления резистора R_s , а мнимая

часть $X_{\text{ц}}$ – от величины индуктивности L_s . Поэтому для вычисления элементов цепочки следует составить две отдельные системы нормальных уравнений для нахождения R_s по измеренным значениям вещественной части сопротивления ПП R_i , а величину L_s – по значениям мнимой части X_i .

Рассмотрим определение сопротивления резистора цепочки R_s . Для удобства перейдем от содержательных обозначений физических величин в задаче к абстрактным математическим обозначениям, использованным в предыдущем разделе (с этой целью можно сопоставить графики на рис. 2.81 и 2.84), математической модели

$$\Phi(\vec{C}, x) = C_0 \quad (2.82)$$

(функция $y = \Phi(\vec{C}, x)$ представляет собой константу). Получим стандартную математическую формулировку задачи определения параметров модели методом наименьших квадратов: найти коэффициент C_0 ММ (2.82), соответствующий минимуму взвешенной среднеквадратической ошибки:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n p_i [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=0}^n p_i (C_0 - y_i)^2. \quad (2.83)$$

Дифференцируя функцию ошибки (2.83) по коэффициенту C_0 , получим единственное нормальное уравнение: $\frac{\partial \varepsilon}{\partial C_0} = 2 \sum_{i=0}^n p_i (C_0 - y_i) = 0$. Решая это уравнение, найдем коэффициент C_0 :

$$C_0 \sum_{i=0}^n p_i - \sum_{i=0}^n p_i y_i = 0; \Rightarrow C_0 = \sum_{i=0}^n p_i y_i \Bigg/ \sum_{i=0}^n p_i. \quad (2.84)$$

Заменив в выражении (2.84) математические переменные соответствующими физическими величинами, получим окончательную формулу для расчета сопротивления резистора R_s :

$$R_s = \sum_{i=0}^n p_i R_i \Bigg/ \sum_{i=0}^n p_i.$$

Определим теперь индуктивность цепочки L_s . Для этого также установим вначале соответствие между физическими и математическими величинами. Полагая $f = x$, $X_{\text{ц}} = y$, вместо соотношения (2.81) получим математическую модель мнимой части сопротивления в виде $y = \Phi(\vec{C}, x) = C_0 x$, где $C_0 = 2\pi L_s$. Функция $y = \Phi(\vec{C}, x)$ в данном случае имеет один неизвестный коэффициент C_0 , т.е. единственная базисная функция равна $\phi_0(x) = x$. Для нахождения коэффициента C_0 продифференцируем функцию среднеквадратической

ошибки:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n p_i [\Phi(\vec{C}, x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=0}^n p_i (C_0 x_i - y_i)^2.$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial C_0} &= 2 \sum_{i=0}^n p_i (C_0 x_i - y_i) x_i = 0; \quad C_0 \sum_{i=0}^n p_i x_i^2 - \sum_{i=0}^n p_i y_i x_i = 0; \\ C_0 &= \sum_{i=0}^n p_i x_i y_i \Bigg/ \sum_{i=0}^n p_i x_i^2. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Переходя в формуле (2.85) к физическим величинам, получим формулу для вычисления индуктивности цепочки L_s :

$$L_s = \frac{C_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sum_{i=0}^n p_i X_i f_i}{\sum_{i=0}^n p_i f_i^2}.$$

Замечание. При преобразовании формул для расчета элементов цепочки следует правильно выполнять действия с величинами, входящими под знак суммы.

В частности, необходимо иметь в виду, что $\sum_{i=0}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=0}^n \frac{1}{x_i} \neq \sum_{i=0}^n x_i$,

$\sum_{i=0}^n x_i y_i / \sum_{i=0}^n y_i \neq \sum_{i=0}^n x_i$ и т.д. В случае сомнений рекомендуется проверить

преобразования, раскрывая знаки сумм при небольшом числе слагаемых. Например, раскрывая первую из приведенных формул при числе слагаемых

$n=2$, легко убедиться, что $(x_1^2 + x_2^2)(\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}) \neq x_1 + x_2$.

2.6.5 Задание на лабораторную работу 5

1) Для предложенного варианта (см. табл. 2.11) записать базисные функции и функцию ошибки (отдельно для вещественной и мнимой частей сопротивления (проводимости)). Весовые коэффициенты при этом считать равными единице ($p_0=p_1=\dots=p_n=1$).

2) Составить нормальные системы уравнений отдельно для вещественной и мнимой частей сопротивления (или проводимости). Из решения этих систем получить формулы для вычисления элементов эквивалентной цепочки.

3) Составить алгоритм программы для проведения численного

эксперимента измерения входного (выходного) сопротивления (проводимости) ПП и вычисления элементов эквивалентной цепочки, аппроксимирующей эту зависимость.

Исходные данные: а) истинное значение номиналов элементов цепочки; б) максимальная ошибка измерения сопротивления или проводимости (в %); в) количество измерений (число точек); г) частотный диапазон измерений ($f_{\text{Н}}$ – начало диапазона и $f_{\text{В}}$ – конец диапазона).

Результат: рассчитанные по методу наименьших квадратов величины элементов цепочки, графики зависимости вещественной и мнимой частей сопротивления (проводимости) цепочки для истинных (заданных) значений и рассчитанных (полученных по методу наименьших квадратов) элементов цепочки.

4) По полученному алгоритму составить программу оценивания по методу наименьших квадратов величины элементов эквивалентной цепочки, моделирующей входное (выходное) сопротивление или проводимость ПП. Программу можно выполнить в среде любого известного пакета для математических вычислений (MATLAB, MathCAD и пр.) или на любом языке программирования (Pascal, C++ и др.).

Указание. Для получения «измеренных» значений R_i , X_i (или G_i , B_i) можно вычислить величины $R_{\text{ц}}$, $X_{\text{ц}}$ (или $G_{\text{ц}}$, $B_{\text{ц}}$) на фиксированных частотах f_i заданного диапазона при некоторых заданных величинах элементов цепочки, а затем смоделировать ошибку измерений с помощью генератора случайных чисел, например $R_i = R_{\text{ц}}(f_i) + \delta_i R_{\text{ц}}(f_i)$, где δ_i – относительная ошибка измерения величины $R_{\text{ц}}(f_i)$ (положительное или отрицательное число, полученное случайнным образом).

5) Выполнить моделирование указанного (см. табл. 2.2 вариантов заданий к лабораторной работе) полупроводникового прибора с помощью разработанной программы. При этом необходимо выполнить два варианта моделирования:

а) при небольших величинах ошибок измерений δ_i – это так называемая, систематическая ошибка метода измерений;

б) смоделировать одну большую «случайную» ошибку измерения δ_k в одной из частотных точек f_k .

6) Оформить отчет по лабораторной работе.

2.6.6 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе 5 должен содержать следующие

обязательные разделы:

- 1) цель работы, вариант задания и постановку задачи;
- 2) математические выкладки при выводе нормальных уравнений, результирующие формулы для вычисления элементов цепочки;
- 3) листинг программы с комментариями для проведения численного эксперимента и вычисления элементов цепочки;
- 4) результаты моделирования в виде:
 - найденные по МНК значения элементов цепочки;
 - графики вещественной и мнимой частей сопротивления (проводимости) цепочки, на которых должны быть указаны значения R_i, X_i (или G_i, B_i) и зависимости $R_{\text{ц}}(f), X_{\text{ц}}(f)$ (или $G_{\text{ц}}(f), B_{\text{ц}}(f)$) для найденных элементов цепочки;
- 5) исследовать влияние количества измерений, диапазона измерений и величину ошибки на точность расчета элементов (качество аппроксимации), по итогам исследования заполнить таблицу вида

№	элементы цепочки		точность расчета в %	число изм. точек N	диапазон частот для измерений	макс системат. погрешность измерений в %
1	$L_0 = 1 \text{ нГн}$	$L_{\text{МНК}} = 1.1 \text{ нГн}$	10%	10	1-10 ГГц	5 %
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$	$C_{\text{МНК}} = 2.4 \text{ нФ}$	20%			
2	$L_0 = 1 \text{ нГн}$	$L_{\text{МНК}} = 1.01 \text{ нГн}$	1%	100		
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$	$C_{\text{МНК}} = 2.1 \text{ нФ}$	5%			
3	$L_0 = 1 \text{ нГн}$	10	0.01-1 ГГц	5 %
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$			
4	$L_0 = 1 \text{ нГн}$		1-10 ГГц	
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$			
5	$L_0 = 1 \text{ нГн}$	10	0.01-1 ГГц	30 %
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$			
6	$L_0 = 1 \text{ нГн}$			30 %
	$C_0 = 2 \text{ нФ}$			
			

- 6) выводы о проделанной работе.

2.6.7 Варианты заданий на лабораторную работу 5

Полупроводниковый прибор представлен эквивалентной схемой замещения в виде четырехполюсника (см. рис. 2.85). Необходимо аппроксимировать его входное и выходное сопротивления эквивалентными RLC -цепочками. В табл. 2.12 приведены номера цепочек из табл. 2.11 для

аппроксимации входного (выходного) сопротивления четырехполюсника.

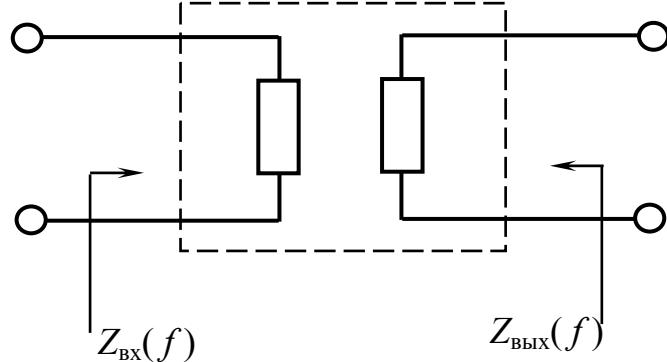


Рисунок 2.85 – Эквивалентная схема полупроводникового прибора в виде четырехполюсника

Таблица 2.11 – Схемы RLC-цепочек для замещения $Z_{\text{вх}}$ или $Z_{\text{вых}}$ четырехполюсника

№	Схема цепи	Измеренные значения сопротивления или проводимости	Вещественная и мнимая части $Z_{\text{ц}}$ или $Y_{\text{ц}}$
1		$Z_i = R_i + jX_i$	$R_{\text{ц}}(f) = R_s$ $X_{\text{ц}}(f) = 2\pi f L_s$
2		$Y_i = G_i + jB_i$	$G_{\text{ц}}(f) = \frac{1}{R_p}$ $B_{\text{ц}}(f) = -\frac{1}{2\pi f L_p}$
3		$Z_i = R_i + jX_i$	$R_{\text{ц}}(f) = R_s$ $X_{\text{ц}}(f) = -\frac{1}{2\pi f C_s}$
4		$Y_i = G_i + jB_i$	$G_{\text{ц}}(f) = \frac{1}{R_p}$ $B_{\text{ц}}(f) = 2\pi f C_p$

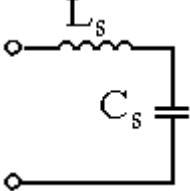
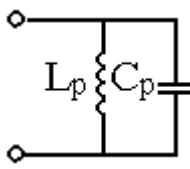
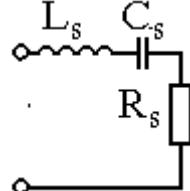
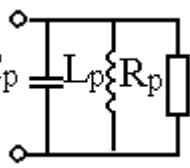
5		$Z_i = jX_i$	$R_{\Pi}(f) = 0$ $X_{\Pi}(f) = 2\pi f L_s - \frac{1}{2\pi f C_s}$
6		$Y_i = jB_i$	$G_{\Pi}(f) = 0$ $B_{\Pi}(f) = 2\pi f C_p - \frac{1}{2\pi f L_p}$
7		$Z_i = R_i + jX_i$	$R_{\Pi}(f) = R_s$ $X_{\Pi}(f) = 2\pi f L_s - \frac{1}{2\pi f C_s}$
8		$Y_i = G_i + jB_i$	$G_{\Pi}(f) = \frac{1}{R_p}$ $B_{\Pi}(f) = 2\pi f C_p - \frac{1}{2\pi f L_p}$

Таблица 2.12 – Варианты заданий к лабораторной работе 5

№ варианта	№ цепочки для $Z_{bx}(f)$	№ цепочки для $Z_{вых}(f)$
1	1	4
2	2	3
3	5	4
4	7	2
5	3	6
6	4	8
7	5	2
8	1	4
9	2	8
10	7	3

Программа на МАТ:ЛАВ для расчета элементов RL -цепочки приведена ниже. Были заданы значения $R = 100$ Ом, $L = 10$ нГн. Диапазон измерения от 1 до 2 ГГц с шагом 0.1 ГГц (число измерений – 10). Ошибки измерений получены случайным образом с помощью генератора случайных чисел с равномерным распределением. Возможная максимальная систематическая

ошибка измерения принята равной $\text{err} = \pm 20\%$.

2.6.8 Пример – Программа для расчета элементов RL -цепочки

```
% -- Расчет элементов RL-цепи на основе МНК
% -- элементы цепи
L0 = 10;
R0 = 100;
% -- частоты для измерений
f1 = 1; f2 = 2;
nf = 10; % - число измерений
err = 0.2; % -- систем. ошибка измерений
% -- частотные точки
f0 = linspace(f1,f2,nf); % -- измерения
f = linspace(f1,f2,100); % -- для построения гладкого графика
% -- расчет ZIN
Z0 = R0 + 1i*2*pi*f0*L0; % -- точное значение ZIN на f0
Z1 = R0 + 1i*2*pi*f*L0; % -- точное значение ZIN на f
% -- измерение ReZ с ошибкой err
ReZ = real(Z0).*(1 + 2*err*(2*rand(size(f0))-1));
% -- измерение ImZ с ошибкой err
ImZ = imag(Z0).*(1 + 2*err*(2*rand(size(f0))-1));
Z = ReZ + 1i*ImZ; % -- значения ZIN с ошибкой err
% -- аппроксимация МНК
R = sum(ReZ)/length(ReZ);
L = (1/2/pi)*sum(f0.*ImZ)/sum(f0.^2);
Z2 = R + 1i*2*pi*f*L; % -- расчет ZIN по найденным R и L
% -- вывод результатов
clc
fprintf('----- Input data ----- \n');
fprintf(' Freq: f1 = %g f2 = %G nf = %g \n',f1,f2,nf);
fprintf(' Max Meas. Error = %g %% \n',err*100);
fprintf('-- Series RL-circuit \n');
fprintf(' R0 = %g Ohm L0 = %g nH \n',R0,L0);
fprintf('----- Calculation ----- \n');
fprintf(' R = %g Ohm L = %g nH \n',R,L);
fprintf(' Err_R = %6.2g %% Err_L = %6.2g %% \n', ...
        abs(R-R0)/R0*100,abs(L-L0)/L0*100);
fprintf('----- ')
% ----- построение графиков -----
subplot(211);
plot(f0,real(Z),'or',f,real(Z1),'-r',f,real(Z2),'-b');
txt = sprintf(' ReZ in Ohm : R = %8.4g Ohm',R);
title(txt);
subplot(212)
plot(f0,imag(Z),'or',f,imag(Z1),'-r',f,imag(Z2),'-b');
txt = sprintf(' ImZ in Ohm : L = %8.4g nH',L);
title(txt);
xlabel('Freq in GHz');
```

На рис. 2.86 показаны графики, полученные для входного сопротивления четырехполюсника в виде RL -цепочки (цепь № 1 из табл. 2.11) с помощью

представленной программы.

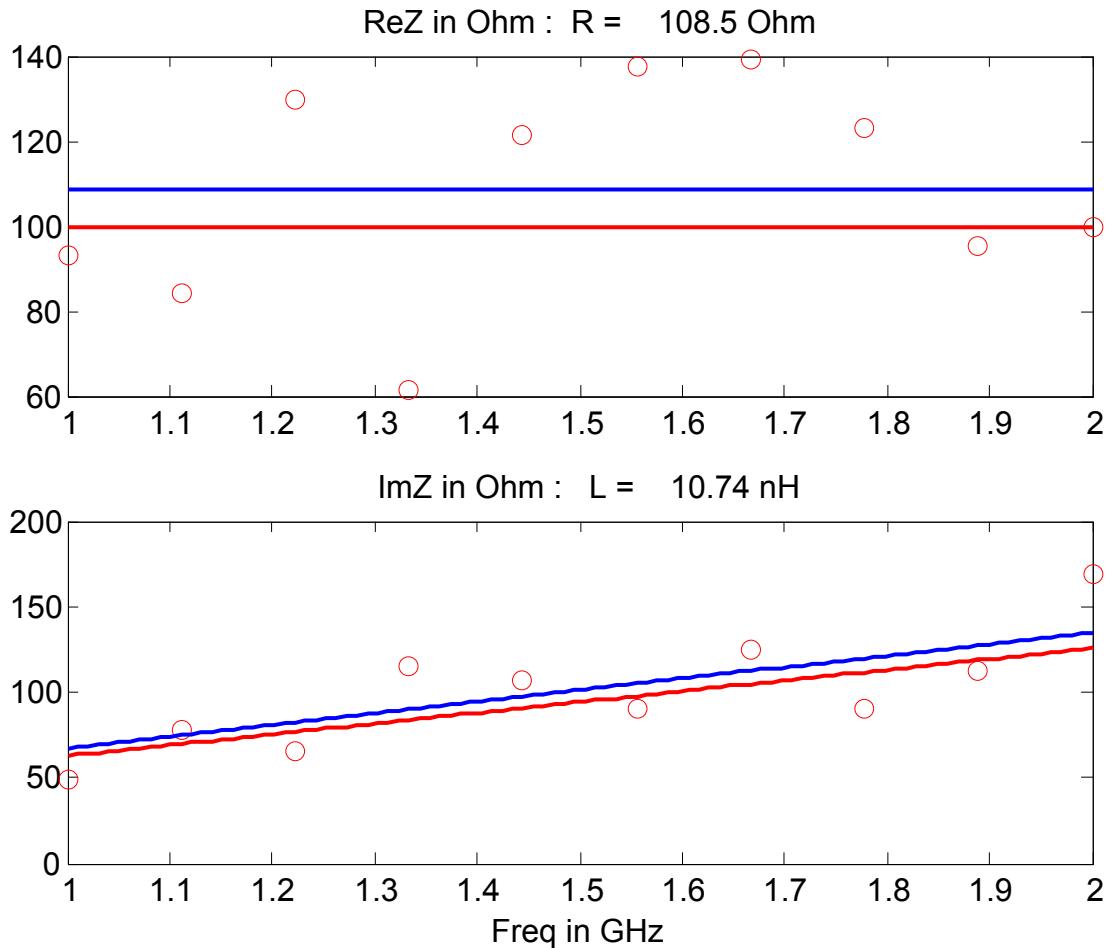


Рисунок 2.86 – Результаты моделирования RL -цепочки (здесь символом «о» показаны результаты «измерений» в присутствии систематической «случайной» ошибки $\varepsilon_{\max} = \pm 20\%$)

Полученные с помощью программы значения R и L :

```
----- Input data -----
Freq: f1 = 1   f2 = 2  nf = 10
Max Meas. Error = 20 %
-- Series RL-circuit
R0 = 100 Ohm L0 = 10 nH
----- Calculation -----
R = 108.516 Ohm L = 10.7365 nH
Err_R =     8.5 % Err_L =    7.4 %
-----
```

3. Самостоятельная работа – Построение моделей цепей на основе прямых методов формирования систем уравнений

3.1 Общие указания

Самостоятельная работа включает в себя выполнение расчетной работы по формированию системы уравнений, представляющую собой модель электрической цепи на основе модифицированного узлового метода. Полученную модель можно применять как для частотного анализа, так и для расчетов на постоянном токе.

В ходе решения задачи необходимо выполнить все необходимые преобразования электрической цепи, а также подтвердить правильность расчетов моделированием в программе схемотехнического анализа Micro-Cap (или аналогичной).

3.2 Пример выполнения расчетной работы

Задача. Сформировать систему уравнений для заданной цепи (см. рис. 3.1, а) на основе модифицированного узлового метода (начальные условия считать нулевыми).

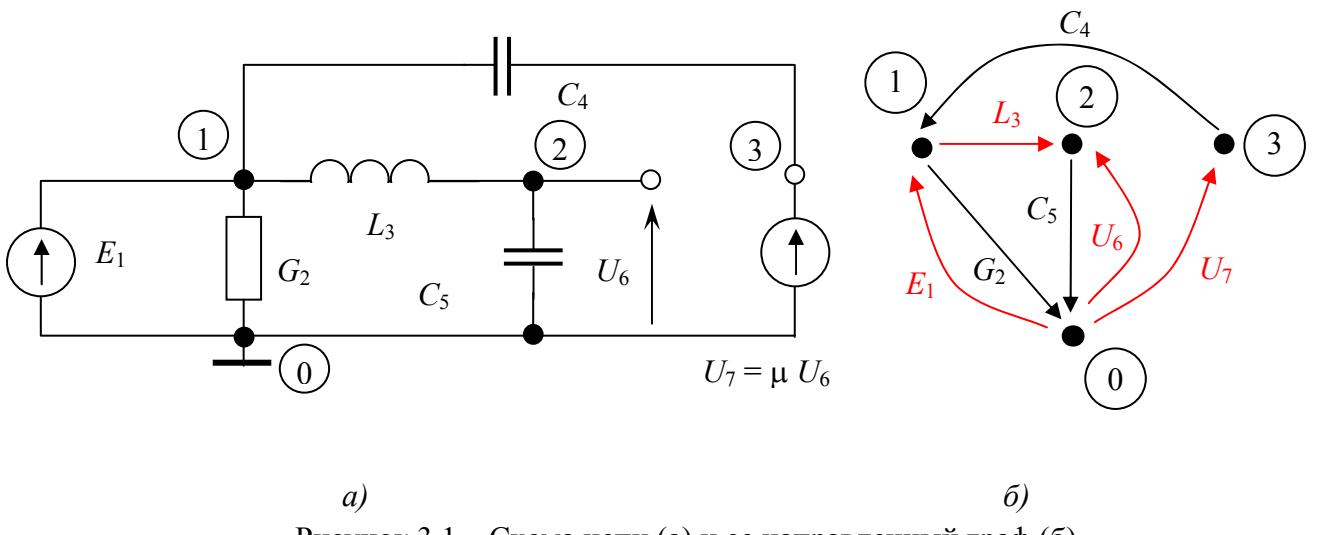


Рисунок 3.1 – Схема цепи (а) и ее направленный граф (б)

Решение. Конечная форма системы уравнений для модифицированного метода узловых потенциалов имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{n1} & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{Y}_2 \cdot \mathbf{A}_2^t & \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_n \\ \mathbf{W}_2 \end{bmatrix}.$$

Все элементы цепи необходимо разделить на три группы:

- 1) элементы, которые можно описать через проводимости (ток через них

не будет определен в результате решения системы уравнений);

2) элементы, которые нельзя описать через проводимости, либо те элементы, ток через которые нам необходимо определить;

3) независимые источники тока.

Для нашего примера к первой группе отнесем: проводимости G_2 , конденсаторы C_4, C_5 .

Направленный граф цепи показан на рисунке 4.1 б. Используя его, запишем подматрицу инциденций \mathbf{A}_1 для элементов первой группы:

	G_2	C_4	C_5
1	1	-1	0
2	0	0	1
3	0	1	0

Подматрица узловых проводимостей \mathbf{Y}_{n1} для элементов первой группы будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{Y}_{n1} = \begin{bmatrix} G_2 + pC_4 & 0 & -pC_4 \\ 0 & pC_5 & 0 \\ -pC_4 & 0 & pC_4 \end{bmatrix}.$$

Ко второй группе элементов отнесем: источник напряжения E_1 , катушку L_3 , и напряжения ИНУН U_6 и U_7 . Подматрица инциденций \mathbf{A}_2 для элементов второй группы приведена ниже (см. граф схемы на рис. 5.1,б):

	E_1	L_3	U_6	U_7
1	-1	1	0	0
2	0	-1	-1	0
3	0	0	0	-1

Матрицы проводимости и сопротивления ветвей для элементов второй группы (согласно компонентным уравнениям – см. табл. А.1 и А.2 из Приложения А) можно записать как

	E_1	L_3	U_6	U_7
E_1	1	0	0	0
L_3	0	1	0	0
U_6	0	0	0	0
U_7	0	0	μ	-1

	E_1	L_3	U_6	U_7
E_1	0	0	0	0
L_3	0	$-pL_3$	0	0
U_6	0	0	1	0
U_7	0	0	0	0

$$\text{Матрица } \mathbf{Y}_2 \cdot \mathbf{A}_2^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & 1 \end{bmatrix}.$$

Независимый источник напряжения E_1 войдет в правую часть системы уравнений в строки, соответствующие узлам подключения этого источника.

Сформируем теперь полную систему уравнений для модифицированного узлового метода вида $\mathbf{T} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{W}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|cccc} G_2 + pC_4 & 0 & -pC_4 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & pC_5 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -pC_4 & 0 & pC_4 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -pL_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ I_1 \\ I_3 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Данный метод позволяет находить узловые напряжения и токи через элементы второй группы.

Проверка.

Зададим значения элементов схемы: $E_1 = 1$ В, $R_2 = 10$ Ом, $L_3 = 1$ нГн, $C_4 = 10$ нФ, $C_5 = 100$ нФ; ИНУН: $\mu = \mu_0 / (1 + (s / 2\pi f_\mu))$, где $\mu_0 = 0.1$, $f_\mu = 0.1$ ГГц, $s = j 2\pi f$

Выполним расчет фазовых переменных на частоте 1 МГц. Сформируем матрицы системы уравнений в системе MATLAB (можно использовать SciLab, Octave или другую математическую программу).

Программа на языке MATLAB:

```
% -- проверка решения системы уравнений
% -- задаем переменные
E1 = 1;
R2 = 10;
L3 = 1e-9;
C4 = 10e-9;
C5 = 100e-9;
m0 = 0.2;
```

```

fm = 0.1e-9;
% -- частота сигнала
f = 1e6;
p = j*2*pi*f;
m = m0./(1 + p/fm/2/pi );
% -- формируем матрицы СЛАУ
T = [ 1/R2 + p*C4      0 -p*C4 -1       1   0   0
        0 p*C5      0  0     -1 -1   0
        -p*C4      0 p*C4  0       0   0   -1
        -1   0      0  0     0   0   0
        1    -1      0  0     -p*L3  0   0
        0    0      0  0     0   1   0
        0    -m      1  0     0   0   0 ] ;
W = [ 0 0 0 E1 0 0 0 ]';
% решаем СЛАУ
X = T\W;
% выводим фазовые переменные
[abs(X) angle(X).* (180/pi) ]

```

После выполнения данной программы в системе MATLAB, получим результат в виде:

```

ans =
1.0000 180.0000 % - напряжение V(1)
1.0040 180.0000 % - напряжение V(2)
0.0000 90.0000 % - напряжение V(3)
0.7008 -98.2036 % - ток I_E1
0.6308 -90.0000 % - ток I_L3
0          0      % - ток через Vin ИНУН
0.0628 90.0000 % - ток через ИНУН - ветвь V7

```

Далее выполним моделирование схемы в программе Micro-Cap в режиме Dynamic AC. В качестве ИНУН используем источник LVofV, который позволяет описывать поведение зависимых источников в операторной форме.

Вид анализируемой схемы в окне редактора Micro-Cap показан на рис. 3.2.

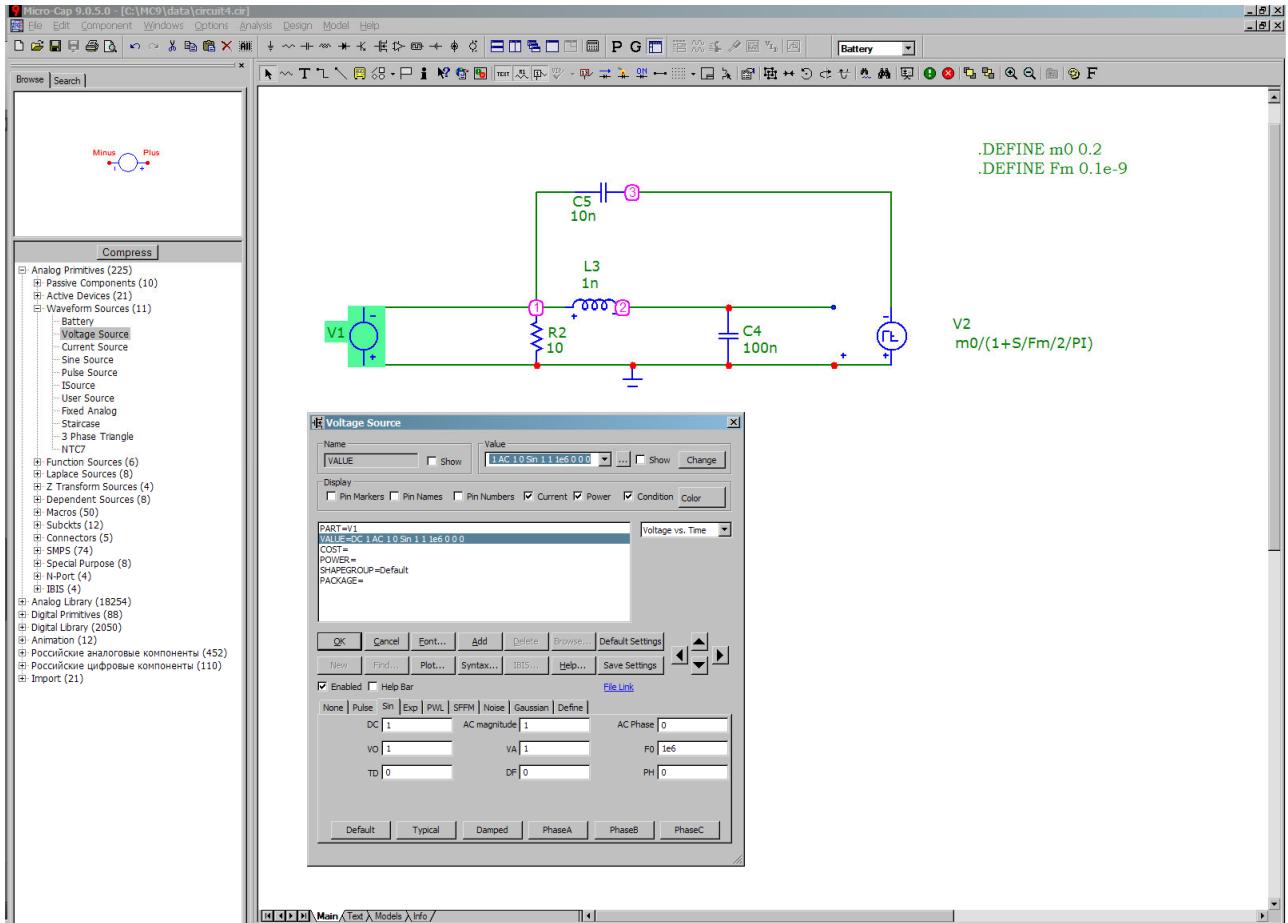


Рисунок 3.2 – Исследуемая схема в программе Micro-Cap

Параметры анализа Dynamic AC показаны на рис. 3.3.

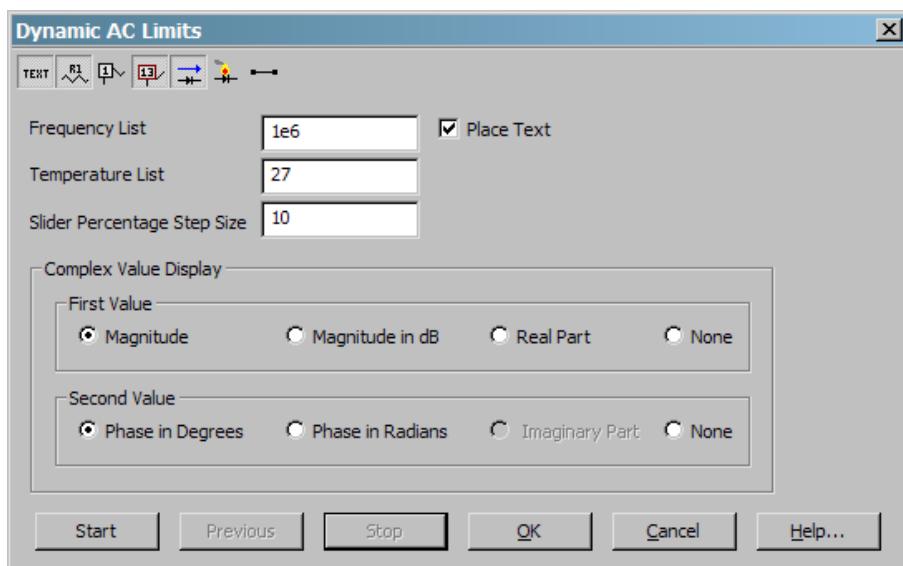


Рисунок 3.3 – Параметры режима анализа Dynamic AC

Результаты моделирования приведены на рис. 3.4.

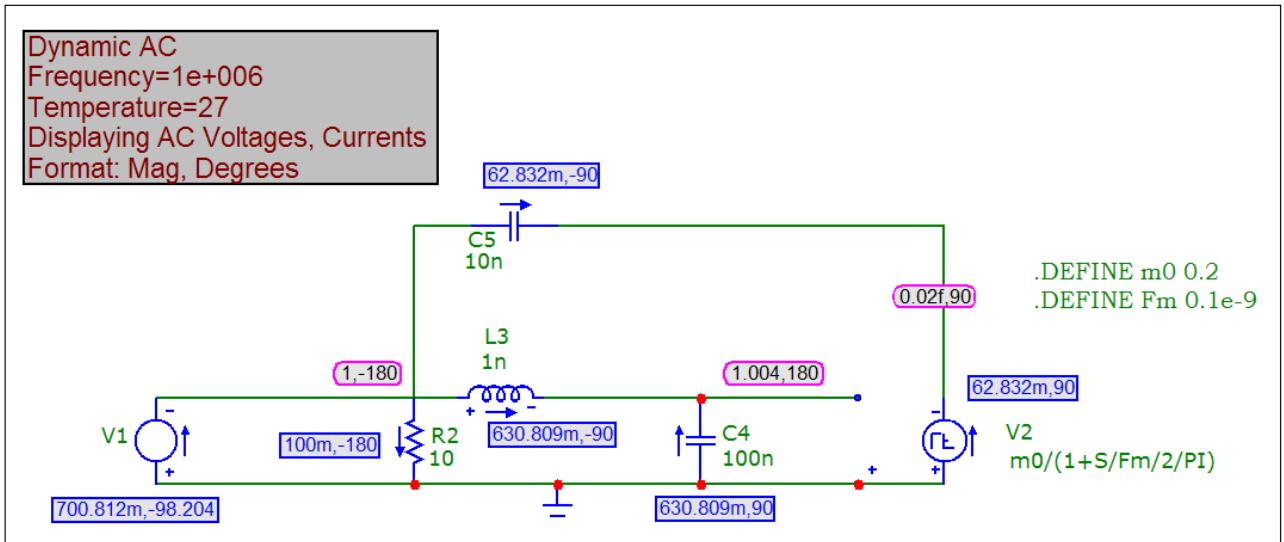


Рисунок 3.4 – Результаты моделирования в частотной области

Сравнивая результаты расчета с моделированием, можно сказать, что модель схемы в виде системы уравнений $\mathbf{T} \mathbf{X} = \mathbf{W}$ была получена нами верно.

Также данная модель подходит для расчета токов и напряжений в схеме на постоянном токе. При расчете следует задать частоту сигнала равной нулю.

Программа на языке MATLAB:

```
% проверка решения системы уравнений
% задаем переменные
E1 = 1;
R2 = 10;
L3 = 1e-9;
C4 = 10e-9;
C5 = 100e-9;
m0 = 0.2;
fm = 0.1e-9;
f = 0;
p = j*2*pi*f;
m = m0./(1 + p/fm/2/pi );
% формируем матрицы СЛАУ
T = [ 1/R2 + p*C4      0   -p*C4   -1       1   0   0
          0   p*C5      0   0       -1   -1   0
      -p*C4      0   p*C4     0       0   0   -1
      -1       0   0   0       0   0   0
          1   -1       0   0   -p*L3   0   0
          0   0       0   0       0   1   0
          0   -m       1   0       0   0   0 ];
W = [ 0 0 0 E1 0 0 0 ]';
% решаем СЛАУ
X = T\W;
% выводим фазовые переменные
[abs(X) angle(X).* (180/pi) ]
```

Результат выполнения программы:

```
ans =
1.0000 180.0000
1.0000 180.0000
0.2000 180.0000
0.1000 180.0000
0 0
0 0
0 0
```

Фаза 180 градусов у переменной говорит о том, что знак у амплитуды нужно поменять на противоположный, т.е. поставить минус.

Результат моделирования схемы в программе Micro-Cap в режиме Dynamic DC показан на рис. 3.5.

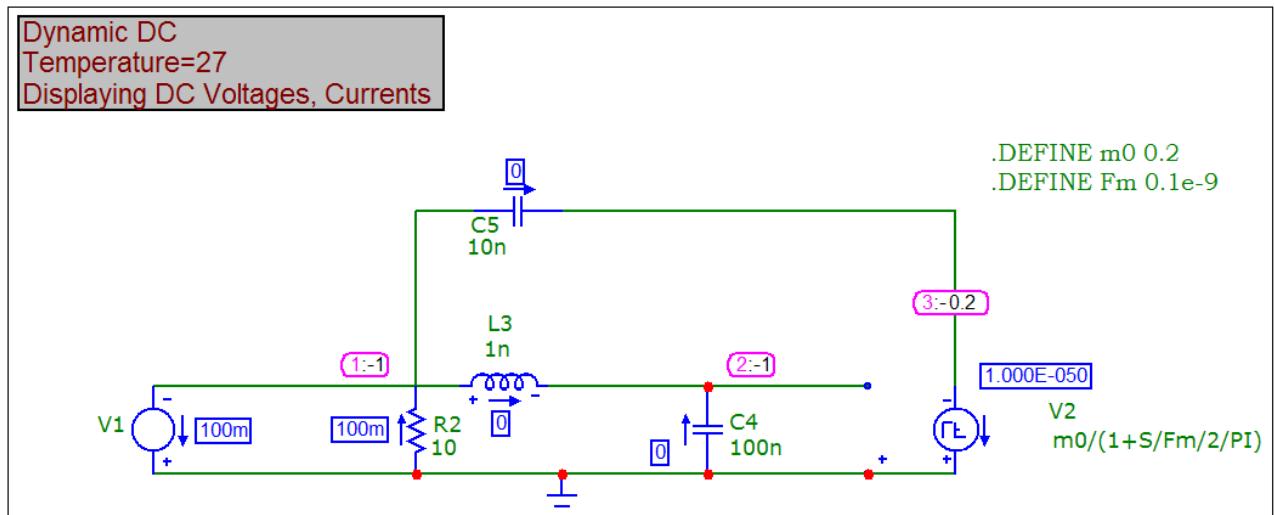


Рисунок 3.5 – Результаты моделирования на постоянном токе (режим Dynamic DC)

Сравнив результаты расчетов в MATLAB и моделирования в Micro-Cap, можно сделать вывод, что полученная нами ММ схемы верна.

Таким образом, в ходе выполнения расчетной работы была получена ММ заданной схемы в виде системы СЛАУ на основе применения модифицированного метода узловых потенциалов. Результаты расчетов и моделирования показали хорошее совпадение, что говорит о правильности полученной ММ.

3.3 Варианты заданий к расчетной работе

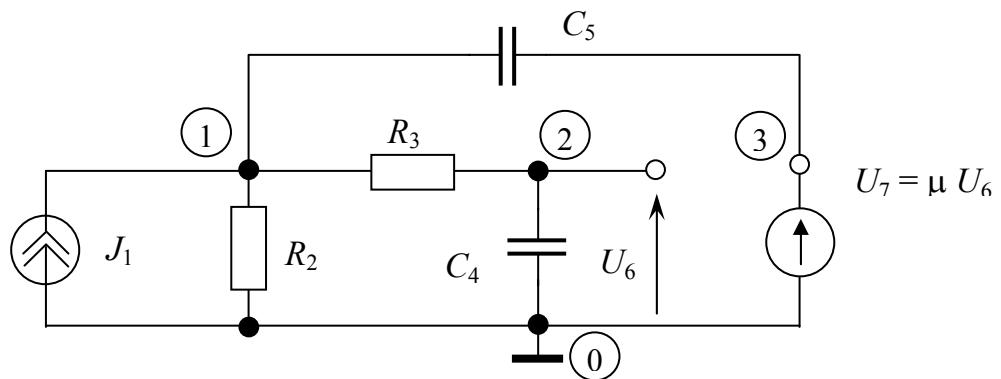
В ходе выполнения самостоятельной работы нужно:

1. сформировать систему уравнений для заданной цепи на основе модифицированного узлового метода (начальные условия считать нулевыми);
2. выполнить расчет фазовых переменных для заданной частоты на основе полученной системы уравнений (можно использовать программы для математических расчетов MATLAB, SciLab, MathCAD или аналогичные);
3. проверить результаты расчетов с помощью моделирования схемы в программе Micro-Cap (или аналогичной) в режиме частотного анализа и анализа на постоянном токе;
4. оформить отчет по контрольной работе.

Содержание отчета:

- цель работы, вариант задания;
- описание процесса получения ММ схемы,
- результирующие матрицы СЛАУ;
- решение СЛАУ в MATLAB (или в другой программе);
- моделирование схемы в Micro-CAP (или аналогичной);
- сравнение результатов и выводы по работе.

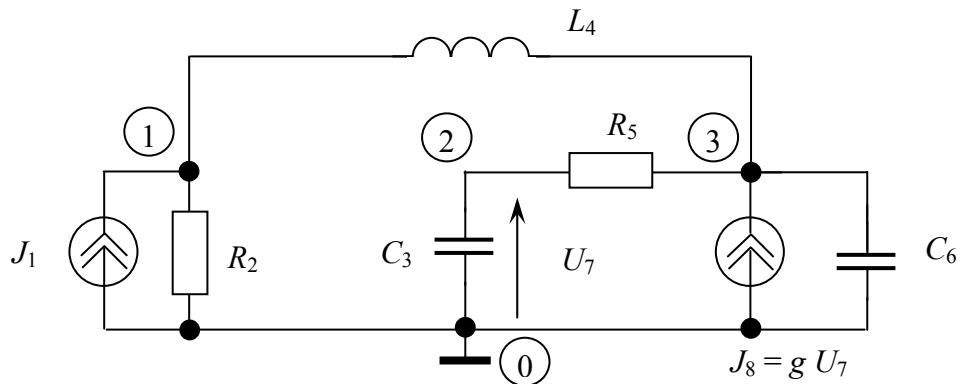
Вариант 1.



Элементы: $J_1 = 0.2 \text{ А}$, $R_2 = 1000 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $C_4 = 10 \text{ нФ}$, $C_5 = 250 \text{ нФ}$,
ИНУН: $\mu = \mu_0 / (1 + (j\omega / \omega_\mu))$, где $\mu_0 = 0.5$, $\omega_\mu = 2\pi \cdot 0.1 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.

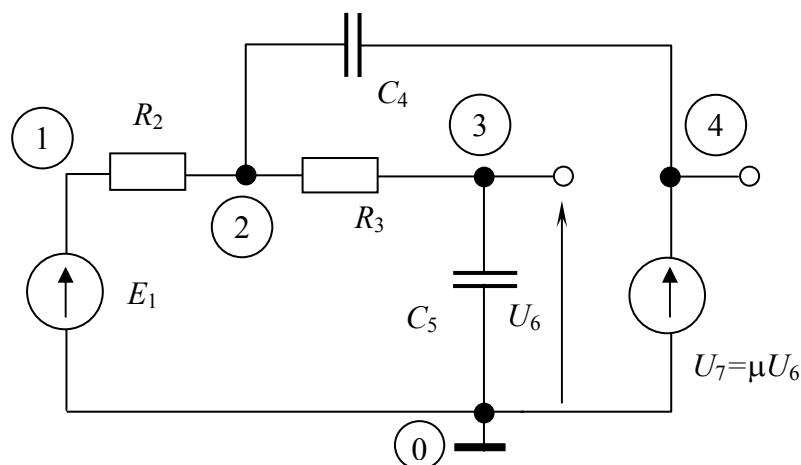
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 10 \text{ МГц}$

Вариант 2.



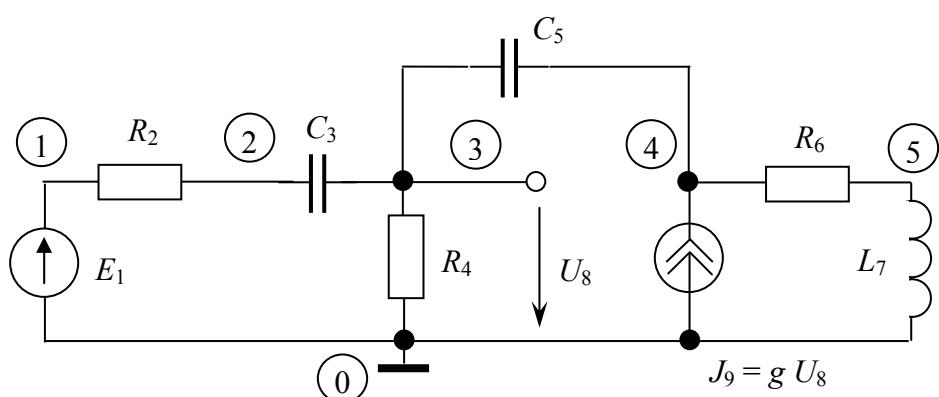
Элементы: $J_1 = 0.5 \text{ A}$, $R_2 = 5000 \Omega$, $R_5 = 10 \Omega$, $C_3 = 1 \text{ нФ}$, $L_4 = 10 \text{ нГн}$,
ИТУН: $g = g_0 / (1 + (j\omega / \omega_g))$, где $g_0 = 0.5 \text{ A/B}$, $\omega_g = 2\pi \cdot 0.5 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 1 \text{ МГц}$

Вариант 3.



Элементы: $E_1 = 10 \text{ В}$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, $C_4 = 5 \text{ нФ}$, $C_5 = 25 \text{ нФ}$,
ИНУН: $\mu = \mu_0 / (1 + (j\omega / \omega_\mu))$, где $\mu_0 = 0.2$, $\omega_\mu = 2\pi \cdot 0.3 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 50 \text{ МГц}$

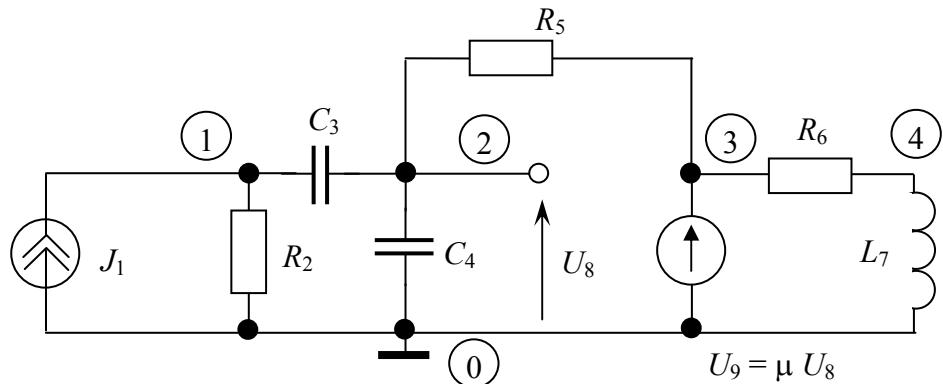
Вариант 4.



Элементы: $E_1 = 5 \text{ В}$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_4 = 500 \Omega$, $R_6 = 5 \Omega$, $C_3 = 25 \text{ нФ}$, $C_5 = 50 \text{ нФ}$, $L_7 = 2 \text{ мГн}$. ИТУН: $g = g_0 / (1 + (j\omega / \omega_g))$, где $g_0 = 0,25 \text{ А/В}$, $\omega_g = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.

Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 20 \text{ МГц}$

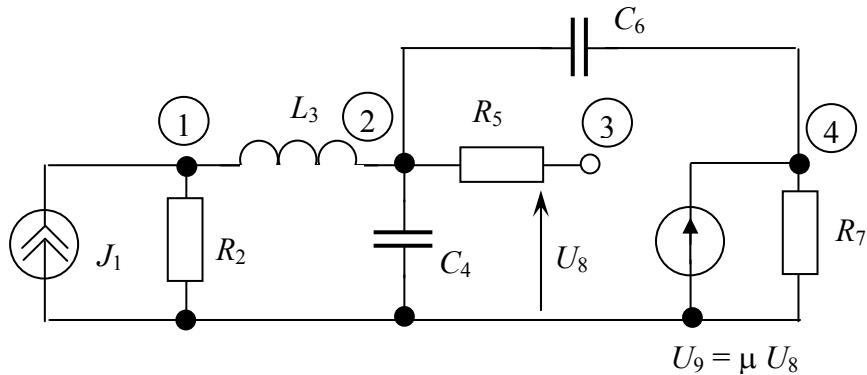
Вариант 5.



Элементы: $J_1 = 1 \text{ А}$, $R_2 = 500 \Omega$, $R_5 = 25 \Omega$, $R_6 = 2 \Omega$, $C_3 = 10 \text{ нФ}$, $C_4 = 100 \text{ нФ}$, $L_7 = 10 \text{ мГн}$. ИНУН: $\mu = \mu_0 / (1 + (j\omega / \omega_\mu))$, где $\mu_0 = 0,05$, $\omega_\mu = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.

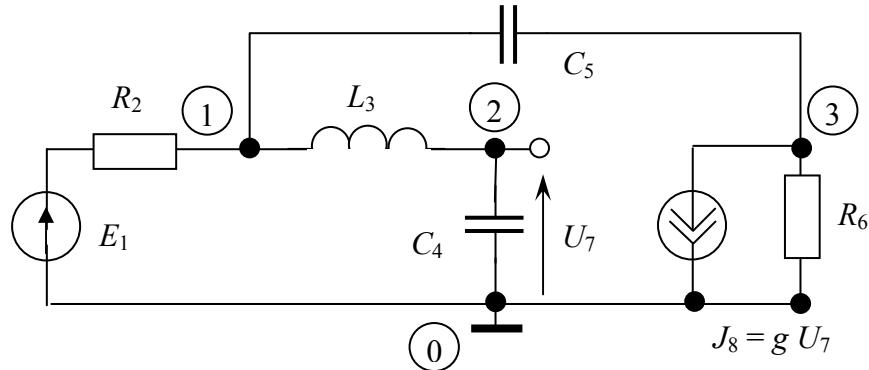
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 5 \text{ МГц}$

Вариант 6.



Элементы: $J_1 = 5 \text{ А}$, $R_2 = 500 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $R_7 = 2 \Omega$, $C_4 = 2 \text{ нФ}$, $C_6 = 20 \text{ нФ}$, $L_3 = 2 \text{ мГн}$. ИНУН: $\mu = \mu_0 / (1 + (j\omega / \omega_\mu))$, где $\mu_0 = 0,25$, $\omega_\mu = 2\pi \cdot 0,3 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$. Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 50 \text{ МГц}$

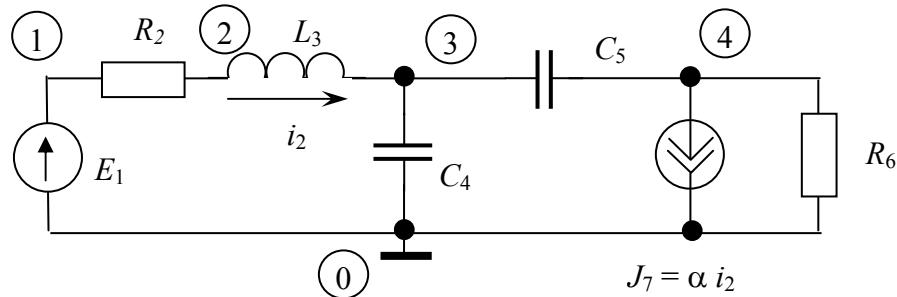
Вариант 7.



Элементы: $E_1 = 3 \text{ В}$, $R_2 = 0.3 \Omega$, $R_6 = 400 \Omega$, $C_4 = 20 \text{ нФ}$, $C_5 = 150 \text{ нФ}$, $L_3 = 5 \text{ нГн}$. ИТУН: $g = g_0 / (1 + (j\omega / \omega_g))$, где $g_0 = 0.3 \text{ А/В}$, $\omega_g = 2\pi \cdot 0.3 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.

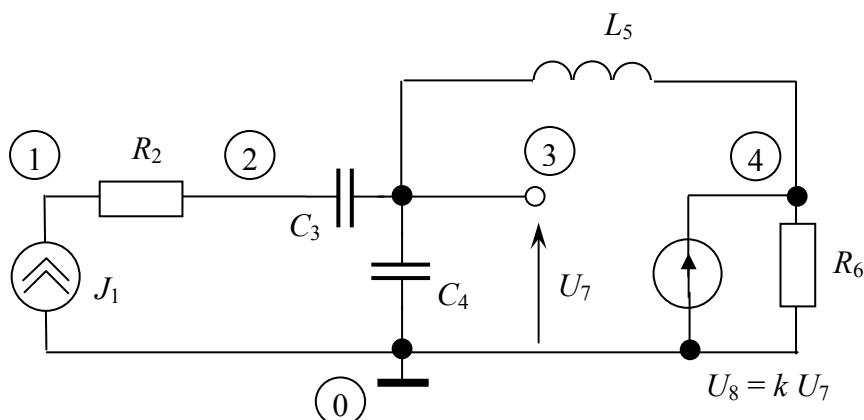
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 30 \text{ МГц}$

Вариант 8.



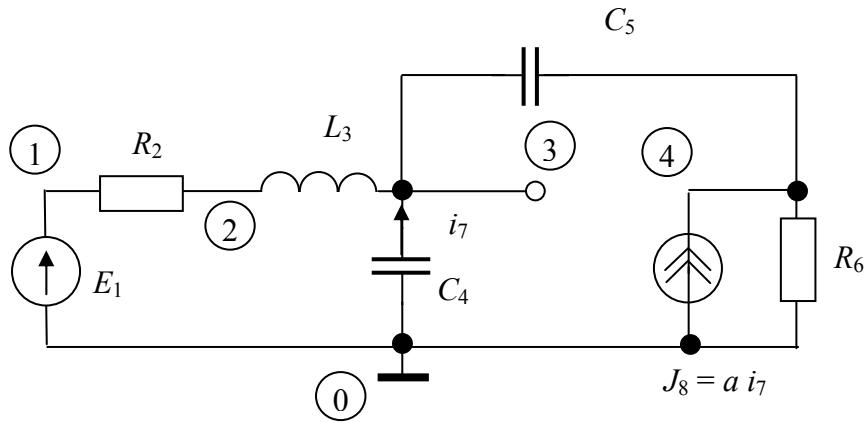
Элементы: $E_1 = 10 \text{ В}$, $R_2 = 0.1 \Omega$, $R_6 = 500 \Omega$, $C_4 = 15 \text{ нФ}$, $C_5 = 250 \text{ нФ}$, $L_3 = 10 \text{ нГн}$. ИТУТ: $\alpha = \alpha_0 / (1 + (j\omega / \omega_\alpha))$, где $\alpha_0 = 9$, $\omega_\alpha = 2\pi \cdot 0.12 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$. Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 2 \text{ МГц}$

Вариант 9.



Элементы: $J_1 = 3 \text{ А}$, $R_2 = 0.1 \Omega$, $R_6 = 500 \Omega$, $C_4 = 15 \text{ нФ}$, $C_5 = 250 \text{ нФ}$, $L_3 = 10 \text{ нГн}$. ИНУН: $k = k_0 / (1 + (j\omega / \omega_k))$, где $k_0 = 9$, $\omega_k = 2\pi \cdot 0.7 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$. Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 7 \text{ МГц}$

Вариант 10.



Элементы: $E_1 = 4 \text{ В}$, $R_2 = 0.5 \Omega$, $R_6 = 250 \Omega$, $C_4 = 25 \text{ нФ}$, $C_5 = 100 \text{ нФ}$,
 $L_3 = 2 \text{ мГн}$. ИТУТ: $\alpha = \alpha_0 / (1 + (j\omega / \omega_\alpha))$, где $\alpha_0 = 2$, $\omega_\alpha = 2\pi \cdot 0,25 \cdot 10^9 \text{ рад/сек}$.
Частота сигнала для расчета фазовых переменных: $f = 2 \text{ МГц}$

Приложение А

Компонентные уравнения элементов

Таблица А.1 – Компонентные уравнения двухполюсников

Элемент	Компонентные уравнения	\mathbf{Y}_b	\mathbf{Z}_b	\mathbf{W}_b
Резистор	$U_b - R_b \cdot I_b = 0$	1	$-R_b$	0
Проводимость	$G_b \cdot U_b - I_b = 0$	G_b	-1	0
Конденсатор	$pC_b U_b - I_b = C_b U_0$	pC_b	-1	$C_b U_0$
Катушка индуктивности	$U_b - pL_b I_b = -L_b I_0$	1	$-pL_b$	$-L_b I_0$
Источник напряжения	$U_b = E_b$	1	0	E_b
Источник тока	$I_b = J_b$	0	1	J_b

Замечание. I_0 , U_0 – начальные ток через катушку индуктивности и напряжение на конденсаторе.

Таблица А.2 – Компонентные уравнения управляемых источников

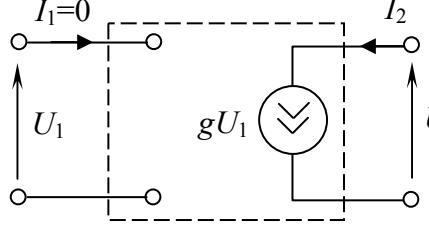
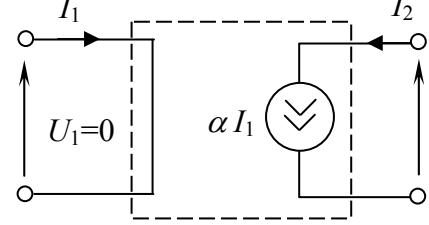
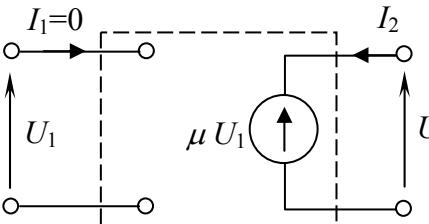
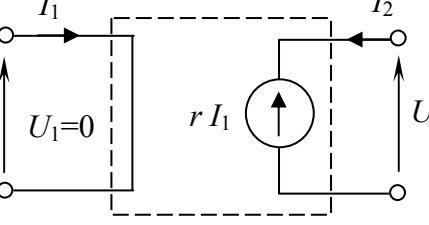
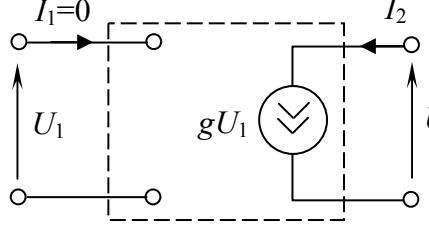
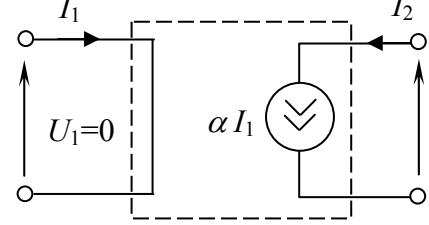
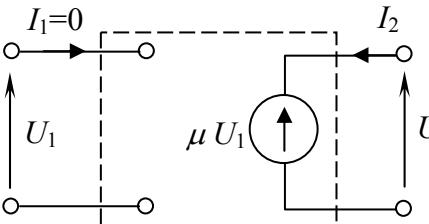
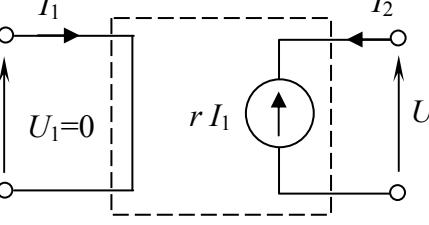
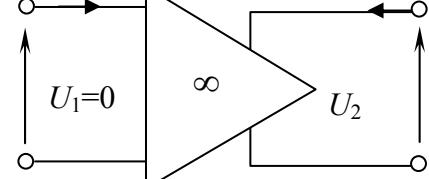
Элемент	Обозначение элемента	Компонентные уравнения
источник тока, управляемый напряжением		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник тока, управляемый током		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник напряжения, управляемый напряжением		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник напряжения, управляемый током		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Таблица А.2 – Компонентные уравнения четырехполюсников

Элемент	Обозначение элемента	Компонентные уравнения
источник тока, управляемый напряжением		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник тока, управляемый током		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник напряжения, управляемый напряжением		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
источник напряжения, управляемый током		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
идеальный операционный усилитель		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

4. Курсовая работа

Целью курсовой работы является углубленное изучение моделей, методов и алгоритмов для моделирования радиоэлектронных устройств (РЭУ) (аналоговых функциональных узлов) на основе использования современных программ схемотехнического моделирования.

4.1 Вводные указания

Задача курсовой работы (КР) заключается в выполнении моделирования радиоэлектронного устройства (функционального узла) с помощью программы схемотехнического моделирования.

Студенты самостоятельно подбирают схему устройства для выполнения курсовой работы. Принципиальная схема устройства должна содержать не менее 3-х активных элементов (транзисторов, операционных усилителей и т.д.). Выбор программы для моделирования также остается за студентом. Рекомендуется использовать распространенные программы анализа РЭУ, такие как Asimic, WorkBench, MultiSim, Micro-Cap, QUCS и др.. В любом случае в процессе выполнения КР необходимо выполнить все основные виды моделирования радиоэлектронного устройства: расчет частотных характеристик, исследование переходных процессов при подключении стандартных тестовых сигналов (синусоидальное колебание, прямоугольные импульсы и пр.). Полученные результаты должны адекватно отражать принцип работы выбранного РЭУ.

Отчет по курсовой работе должен включать в себя следующие обязательные разделы:

- 1) вводную часть: описание проблемы, постановку задачи на курсовую работу;
- 2) краткое описание используемой для моделирования программы: назначение и ее основные возможности;
- 3) описание моделируемого устройства: принципиальная схема, назначение и основные рабочие характеристики (при необходимости можно привести расчет схемы устройства);
- 4) описание процесса моделирования: схема устройства (или текстовое описание на входном языке программы), установки для выбранных режимов анализа, выбор переменных и т.д.;
- 5) результаты моделирования в виде графиков и\или таблиц;
- 6) исследование влияния отдельных элементов схемы на рабочие характеристики (сделать вариацию 2-3 элементов, наиболее сильно влияющих

на характеристики устройства);

7) качественное сравнение полученных результатов с исходными требованиями к моделируемому устройству;

8) выводы о проделанной работе.

Обязательным элементом КР является принципиальная схема устройства, выполненная согласно требованиям ГОСТ и ЕСКД (чертеж принципиальной схемы и спецификацию к ней).

Отчет по самостоятельной работе оформляется согласно требованиям ГОСТ и ОС ТУСУР.

4.2 Общие требования к содержанию отчета к КР

Отчет по курсовой работе должна включать в себя следующие обязательные разделы:

1. **Титульный лист** – пример оформления титульного листа представлен в приложении А.

2. **Аннотация** – содержит краткое описание (реферат) выполненной работы (2-3 предложения). Перечисляются ключевые слова, указывается количество страниц и приложений.

3. **Задание на работу** – содержит постановку задачи для выполнения курсовой работы. Пример оформления задания представлен ниже в приложении Б.

4. **Содержание** – нумерованный по страницам список разделов отчета. Нумерация страниц в отчете – сквозная: титульный лист имеет первый номер. На листе с содержанием обычно рисуется рамка для текстовых документов (см. приложение В).

5. **Введение** – содержит общую информацию по проекту: краткую характеристику решаемой задачи, назначение и возможности выбранной программы для моделирования. Также введение обычно содержит состояние проблемной области на момент начала работы: обзор существующих программ для анализа РЭУ, их достоинства и недостатки,

6. **Постановка задачи.** В данном разделе подробно рассматривается схема моделируемого устройства: назначение, особенности принципиальной схемы, основные рабочие характеристики, назначение отдельных узлов и блоков, варьируемые элементы схемы и их влияние на характеристики устройства т.д. Принципиальная схема устройства оформляется согласно ГОСТ и ОС ТУСУР.

7. **Основной раздел отчета** – содержит описание процесса моделирования устройства с помощью выбранной программы. Раздел может состоять из нескольких подразделов. Желательно отразить следующие моменты:

- а) описание моделируемого устройства внутри программы (схема или текстовое описание);
- б) описание используемых моделей активных элементов;
- в) описание выбранных режимов и установок параметров моделирования;
- г) исследование влияния отдельных элементов схемы (варируемых элементов) на рабочие характеристики устройства;
- д) результаты моделирования в виде графиков и таблиц (если это необходимо);
- е) описание результатов моделирования, сравнение полученных в ходе моделирования характеристик устройства с исходными требованиями к устройству, определение точности моделирования и пр.

9. **Заключение** – в данном разделе формулируем основные итоги работы: сопоставление желаемых и полученных результатов, встретившиеся проблемы и т.д.

10. **Список использованных источников** – список источников, используемых при работе над проектом. Может содержать не только литературные источники, но и ссылки на различные ресурсы в сети ИНТЕРНЕТ. Пример оформления списка литературы представлен в Приложении Г.

11. **Приложение** – обычно в приложение выносят: принципиальную схему устройства, оформленную в соответствии с требованиями ГОСТ; перечень элементов принципиальной схемы, оформленный в соответствии с требованиями ГОСТ; результаты моделирования устройства в виде графиков (если их больше 3-4 и они не входят в основной раздел отчета).

4.3 Указания к оформлению отчета

Отчет оформляется в тестовом редакторе типа MS Word шрифтом Times New Roman, размером 12-14 пунктов, на листе формата А4, интервал между строками должен быть 1.3-1.5 строки. Нумерация страниц должна быть сквозной, первой страницей является титульный лист (номер страницы на титульном листе не ставится). Номер страницы проставляется внизу по центру. Заголовки разделов пишутся прописными буквами посередине текста. Заголовки подразделов пишутся с абзаца строчными буквами, кроме первой прописной. В заголовке не допускаются переносы слов. Точку в конце заголовка не ставят. Если заголовок состоит из двух предложений, то их разделяют точкой.

Необходимо обратить внимание на следующее:

- 1) наличие нумерации и подписей к рисункам, нумерации и заголовков

таблиц;

- 2) наличие заголовков приложений и их сквозная нумерация;
- 3) выполнение принципиальных схем и перечня элементов к ним в соответствии с требованиями ЕСКД и ГОСТ, пример см. в Приложении Д;
- 4) оформление списка источников в соответствии с требованиями ОС ТУСУР;
- 5) наличие в тексте ссылок на используемые источники (в тексте в квадратных скобках пишется номер источника);
- 6) в заключении следует отразить компетенции, которые были освоены в ходе выполнения данной курсовой работы.

Оценка за курсовую работу выставляется **с учетом соответствия оформления** отчета по КР и схемы устройства согласно требований ОС ТУСУР, ЕСКД и ГОСТ.

Приложение А

Пример оформления титульного листа КР

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

**ДВУХТАКТНЫЙ БЕСТРАНСФОРМАТОРНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ
ЗВУКОВОЙ ЧАСТОТЫ**
курсовая работа по дисциплине
«Модели и методы анализа проектных решений»

Выполнил:

студент гр.583-1

_____ А.А.Повышева

« ____ ». ____ . 20 ____ г.

Проверил:

к.т.н., доцент каф. КСУП

_____ М.В. Черкашин

« ____ ». ____ . 20 ____ г.

ТОМСК – 2025

Приложение Б

Пример оформления задания на курсовую работу

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ(ТУСУР)

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

Утверждаю:

Зав. кафедрой КСУП

_____ Ю.А. Шурыгин

« ____ » _____ 20 г.

ЗАДАНИЕ

на курсовую работу
по дисциплине «Модели и методы анализа проектных решений»

Выдано: студенту группы 583-1 Повышевой Анастасии Александровне

1. Тема: Двухтактный бестрансформаторный усилитель звуковой частоты.
2. Срок сдачи студентом готовой работы: « ____ » _____ 20 г.
3. Исходные данные к работе:
 - Принципиальная электрическая схема двухтактного бестрансформаторного усилителя звуковой частоты [1].
 - Выполнить моделирование устройства с помощью программы Micro-CAP [2].
4. Пояснительная записка к курсовому проекту должна включать в себя следующие разделы:
 - титульный лист;
 - техническое задание;
 - введение;
 - описание программы Micro-CAP;
 - описание схемы устройства;
 - описание математических моделей активных элементов;
 - моделирование схемы с помощью программы Micro-CAP;
 - заключение;

- список источников;
 - схема электрическая принципиальная;
 - спецификация.
-

Дата выдачи задания: «___» 20 г

Задание принял к исполнению:

студент гр. 583-1

Повышева А.А. _____

Руководитель работы:

к.т.н., доцент каф. КСУП

Черкашин М.В. _____

Приложение В

Пример оформления содержания

Содержание

1 Введение	6
2 Программа схемотехнического моделирования Micro-CAP.....	7
2.1 Краткие сведения о программе.....	7
2.2 Основные виды анализа.....	8
2.3 Синтез фильтров	9
2.4 Создание моделей компонентов.....	10
2.5 Порядок анализа электронных устройств при помощи Micro-Cap	10
3 Описание схемы устройства.....	12
4 Описание математических моделей активных элементов.....	14
4.1 Модель диода.....	14
4.2 Модель биполярного транзистора.....	15
5 Моделирование устройства.....	19
5.1 Общие сведения.....	19
5.2 Анализ по постоянному току (Dynamic DC)	20
5.3 Анализ частотных характеристик (Режим AC)	22
5.4 Анализ переходных процессов (Режим TRANSIENT)	28
6 Заключение.....	31
Список использованных источников.....	32
Схема электрическая принципиальная.....	33
Спецификация	34

					ФВС КР 583.100.000 ПЗ				
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	Расчет и моделирование двухтактного усилителя звуковой частоты		Lит.	Масса	Масштаб
Разраб.		Падышева А.А.						1	1 : 1
Пробер.		Черкашин М.В.					Лист 5		Листов 34
Н. Контр.					Пояснительная записка к курсовой работе по дисциплине «МиМАПР»		ФВС ТУСУР гр. 583-1		
Утвдэр.									

Приложение Г

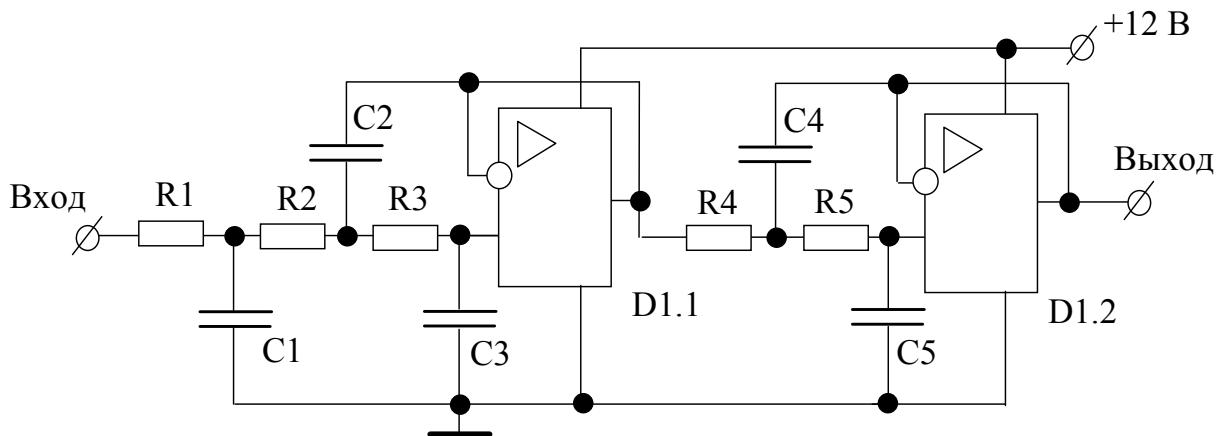
Пример оформления списка источников

Список используемых источников

1. Усилитель НЧ на 0,48 Вт. «Сайт для радиолюбителей» [электронный ресурс]. – URL: http://схемы.net/sound/soundpred/soundpred_8.php (дата обращения 17.03.2025)
2. Программа схемотехнического моделирования Micro-CAP. [электронный ресурс]. – URL: https://sites.google.com/site/kafeimt/bakalavriat-2018/micro_cap-9 (дата обращения 17.03.2025)

Приложение Д

Пример оформления принципиальной схемы устройства и перечня элементов



					ФВС КР 583.100.000 ЭЗ			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	Активный фильтр нижних частот с Чебышевской АЧХ	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.		Никитина И.В.					1	1 : 1
Провер.		Черкашин М.В.				Лист	118	Листов 119
Н. Контр.					Схема принципиальная электрическая			ФВС ТУСУР гр.583-1
Утврд.		Шурыгин Ю.А.						

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата
Разраб.		Никитина И.В.		
Провер.		Черкашин М.В.		
Н. Контр.				
Утврд.		Шурыгин Ю.А.		

ФВС КР 583.100.000 ПЭ

АКТИВНЫЙ ФИЛЬТР НИЖНИХ ЧАСТОТ С ЧЕБЫШЕВСКОЙ АЧХ

Лит.	Лист	Листов
	119	119

ФБС ТУСИР №п 583-1