

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

Аникин А. С.

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
СТАТИСТИКА**

Учебно-методические указания для проведения практических занятий,  
лабораторных работ и организации самостоятельной работы студентов

Томск  
2025

УДК 519.2 (075.8)

ББК 22.17я73

А–67

**Рецензент:**

**Громов В.А.**, доцент кафедры радиотехнических систем,  
кандидат технических наук

**Аникин, Алексей Сергеевич**

А–67 Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методические указания для проведения практических занятий, лабораторных работ и организации самостоятельной работы студентов технических направлений и специальностей / А. С. Аникин. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2025. – 52 с.

Учебно-методические указания по проведению практических занятий, лабораторных работ и организации самостоятельной работы для студентов составлено с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО). Учебно-методические указания содержат перечень тем и заданий для проведения практических занятий и лабораторных работ по теории вероятностей и математической статистике. Предназначено для студентов технических направлений подготовки и специальностей всех форм обучения.

Одобрено на заседании каф. РТС, протокол № 10 от 25.03.2025.

УДК 519.2 (075.8)

ББК 22.17я73

© Аникин А.С., 2025

© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2025

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методические указания содержат указания к решению практических задач и выполнения лабораторных работ для проведения практических и лабораторных работ, а также организации самостоятельной работы студентов по основным темам дисциплины **«Теория вероятностей и математическая статистика»**. Материал разбит на разделы. Для практических работ для каждого раздела приводятся указания для решения задач на определенную тему.

Учебно-методические указания предназначены для подготовки студентов технических направлений и специальностей всех форм обучения.

Часть задач в методических указаниях заимствованы из литературных источников [1, 2].

Теоретический и справочный материал, необходимый для решения задач, приведён в литературе [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] и [7 – 10].

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	6
1.1 Разделы дисциплины .....	6
1.2 Проведение практических занятий .....	8
1.3 Материально-техническое обеспечение лабораторно-практических занятий.....	9
2 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ .....	10
2.1 Входной контроль .....	10
2.2 Тема «Алгебра событий, непосредственный подсчёт вероятностей» ..	10
2.3 Тема «Теоремы сложения и умножения вероятностей» .....	11
2.4 Тема «Формула полной вероятности. Формула Байеса» .....	11
2.5 Тема «Повторение независимых опытов» .....	11
2.6 Тема «Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин. Закон Пуассона» .....	12
2.7 Тема «Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин» .....	12
2.8 Тема «Нормальный закон распределения» .....	12
2.9 Тема «Системы случайных величин» .....	13
2.10 Тема «Законы распределения и числовые характеристики функций случайных величин» .....	13
2.11 Тема «Выборка и способы ее представления. Выборочные параметры распределения» .....	14
2.12 Тема «Точечные оценки параметров распределения, их свойства и методы получения» .....	14
2.13 Тема «Интервальные оценки. Доверительные интервалы, доверительная вероятность» .....	15
2.14 Тема «Критерий хи-квадрат. Проверка гипотезы о виде распределения» .....	15
2.15 Задачи к контрольным работам .....	16
3 СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ .....	17
3.1 Лабораторная работа на тему «Оценка вероятности событий» .....	17

3.1.1	Методические указания к выполнению работы .....	17
3.1.2	Содержание отчета.....	17
3.2	Лабораторная работа на тему «Оценка статистических характеристик случайной величины» .....	19
3.2.1	Методические указания к выполнению работы .....	19
3.2.2	Содержание отчета.....	25
3.3	Лабораторная работа на тему «Оценка статистических характеристик непрерывной случайной величины после линейного и нелинейного преобразования».....	27
3.3.1	Методические указания к выполнению работы .....	27
3.3.2	Содержание отчета.....	36
4	ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ .....	38
4.1	Проработка лекционного материала .....	38
4.2	Подготовка к опросам на занятиях.....	38
4.3	Подготовка к практическим занятиям .....	40
4.4	Подготовка к тестированию.....	41
4.5	Подготовка к лабораторной работе.....	41
4.6	Подготовка к защите отчёта по лабораторной работе .....	42
4.7	Подготовка к экзамену (зачёту).....	42
4.8	Профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	45
5	ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ .....	46
6	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	49
7	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	50
	Приложение А Пример оформления титульного листа.....	52

## ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей и математическая статистика в настоящее время является одной из фундаментальных дисциплин для подготовки специалистов радиотехнических специальностей. В этой дисциплине изучаются общие для различных технических областей методы, способы и подходы к описанию случайных событий, случайных величин, их преобразования, а также основы математической статистики.

Теория вероятностей играет ключевую роль в современном мире, влияя на различные аспекты нашей жизни. Теория вероятностей и математическая статистика используется в радиотехнических системах для анализа влияния помех и описания случайных сигналов, в частности, для оценки вероятности появления ошибок при передаче данных; для при разработке эффективных кодов коррекции ошибок при передаче данных; для создания вероятностных моделей и характеристик радиосигналов; для оптимизации алгоритмов или устройств радиотехнических систем. Теория вероятностей является фундаментом и инструментом для анализа, проектирования и оптимизации блоков радиотехнических систем для обеспечения их работы в сложных условиях. Математическая статистика применяется для оценки параметров радиосигналов (например, амплитуда, частота, фаза и т.д.), а также для анализа и разработки методов обнаружения сигналов, а также классификации и идентификации целей. Это позволяет повысить эффективность радиотехнических систем в различных условиях эксплуатации.

Цель изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» связана с освоением подходов и способов описания случайных событий и случайных величин, вероятностей их появления и законов распределения, методов описания преобразования случайных величин, а также основ математической статистики.

Практические и лабораторные задания, представленные в настоящем издании, выполняются учащимися в течение аудиторных занятий индивидуально под контролем преподавателя, либо при проведении дистанционных занятий.

При изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у студентов формируются способности по применению основных подходов и методов описания случайных величин в радиотехнических устройствах, системах связи, радиолокации, радионавигации, а также при построении радиоэлектронных систем и комплексов.

# 1 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1 Разделы дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» разделена на разделы. В разделах раскрываются способы описания случайных событий и величин, функции случайных величин, системы случайных величин, а также даются основы математической статистики. По каждому разделу проводятся практические занятия и лабораторные работы, а также организуется самостоятельная работа студентов.

Наименование разделов и их содержание отражено в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Наименование и содержание разделов

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов
1	Введение	Цель и задачи дисциплины, связь с другими дисциплинами. Теория вероятностей и математическая статистика в радиотехнических системах. Понятие случайных явлений, примеры использования теории вероятностей. Связь теории вероятностей с математической статистикой.
2	Случайные события	Понятие случайного события. Элементарная теория вероятностей случайных событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Понятия, аксиомы теории вероятности. Алгебра событий. Понятие условной вероятности, независимость событий. Теорема о полной вероятности события. Теорема Байеса.
3	Случайные величины	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Способы описания случайных величин. Функция распределения случайной величины и её свойства. Плотность распределения случайной величины и её свойства. Виды распределений: а) дискретной случайной величины - биномиальное, Пуассона; б) непрерывной случайной величины - равномерное, экспоненциальное, нормальное. Понятие о моментах случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия случайной величины.

Продолжение таблицы 1.1

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов
3	Случайные величины	<p>Мода, медиана, коэффициент эксцесса и коэффициент асимметрии. Понятие функции от случайных величин. Плотность распределения от функции случайного аргумента.</p>
4	Системы случайных величин	<p>Понятие случайного вектора. Понятие о функциональной и статистической (вероятностной) зависимости между величинами. Условный закон распределения для случайной величины в системе двух случайных величин. Теорема умножения распределений случайных величин. Формула полной вероятности и формула Байеса для системы двух случайных величин. Независимость случайных величин в системе двух случайных величин. Способы описания случайных величин в системе двух случайных величин: функция распределения, плотность распределения, их свойства. Вероятность попадания в область на плоскости. Моменты двумерных случайных величин. Коэффициент корреляции. Плотность распределения композиции (суммы, разности) случайных величин. Распределение Релея и Райса.</p>
5	Основы математической статистики	<p>Предмет математической статистики. Понятие выборочной и генеральной совокупности. Оценка плотности и функции распределения генеральной совокупности. Гистограмма. Точечная и интервальная оценка параметров законов распределения. Оценка параметров законов распределения генеральной совокупности. Свойства оценок, подходы к получению оценок параметров законов распределения. Метод максимального правдоподобия. Проверка гипотез, критерии согласия.</p>



## 1.2 Проведение практических занятий

Практическое занятие начинается с определения темы. На одну тему может быть проведено несколько практических занятий, в зависимости от сложности задач и степени усвоения решения этих задач студентами.

На первом практическом занятии производится входной контроль и обсуждение его результатов. На остальных занятиях практическая работа направлена на усвоение различных примеров решения задач по теории вероятностей и математической статистики.

Преподаватель вместе со студентами повторяют необходимый для практических заданий и лабораторных работ материал из лекций. Затем преподаватель выдаёт студентам примеры решения задач. Студенты сначала самостоятельно разбирают примеры решения задач. При необходимости, преподаватель консультирует по вопросам, связанным с примерами решения задач в части теории вероятностей и математической статистики. Затем преподаватель выдаёт студентам задачи для упражнения. Студенты выполняют упражнения самостоятельно. Во время самостоятельного решения задач студентам запрещается передавать друг другу результаты решения задач и выполнения упражнений. При затруднениях, преподаватель, по возможности, оказывает консультацию и указывает студентам подход к решению задачи или указывает раздел методической литературы с ответом на вопрос студента. В противном случае, преподаватель даёт устные пояснения или демонстрирует решение задачи.

Студент представляет преподавателю результаты выполнения практических заданий в электронном виде при проведении аудиторных занятий или в виде файлов при проведении занятий дистанционно. При необходимости, преподаватель требует у студента пояснений к результатам выполнения задания. Задание выполнено студентом, если решение верно и не содержит принципиальных ошибок (например, логических или, по существу решения задачи). В противном случае, студент дорабатывает задание.

За одно занятие студент должен, как правило, решить 1 – 2 задачи. Если студент не успевает решить все заданные задачи в течение занятия, оставшиеся задачи студент решает дома к следующему занятию.

Консультация студентов, а также выдача им примеров решения задач, упражнений и задач для самостоятельной (домашней) работы осуществляется только во время занятий в аудитории или дистанционно.

Преподаватель должен оценивать и добиваться правильного понимания студентом существа и подхода к решению задачи. Это можно сделать только в ходе личной беседы.

Для закрепления материала, студентам даётся 1 – 2 домашние задачи на самостоятельное решение.

Студент должен проявлять внимательность и аккуратность при выполнении заданий, исправлять ошибки и недочёты по указанию преподавателя, в том числе, грамматические ошибки, небрежное оформление решений задач, графиков, рисунков, неточности в описании решения задачи.

### **1.3 Материально-техническое обеспечение лабораторно-практических занятий**

Учебная аудитория для проведения практических занятий и лабораторных работ: 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 74, 423 ауд.

Описание имеющегося оборудования:

- Доска магнитно-маркерная BRAUBERG;
- LMC-100103 Экран с электроприводом Master Control Matte 203\*203 см White FiberGlass, черная кайма по периметру;
- Проектор NEC «M361X»;
- Системный блок (16 шт.);
- Мониторы (16 шт.);
- Компьютер;
- Комплект специализированной учебной мебели;
- Рабочее место преподавателя.

Программное обеспечение:

- LibreOffice
- Microsoft Windows 7 Pro
- OpenOffice
- PTC Mathcad 13, 14
- Scilab;
- Matlab версии не ниже 2010a.

Расположение рабочих мест в учебной аудитории и освещение должно удовлетворять действующим требованиям санитарных правил и норм (СанПиН).

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами освоение материала осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения. Для лиц с нарушениями слуха предусмотрено использование мультимедийных средств и других технических средств приема/передачи учебной информации в доступных формах. Учебная аудитория, в которой занимаются обучающиеся с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой. Для лиц с нарушениями зрения предусмотрено использование слайдов на экране.

## 2 СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Ниже приводятся примерные темы и содержание практических занятий. При проведении практического занятия даются необходимые сведения из теории, типовые задачи и примеры их решения. Для проведения промежуточного контроля на практических занятиях проводят контрольные работы.

### 2.1 Входной контроль

На первом занятии проводится входной контроль для проверки комплекса остаточных знаний, выявления пробелов в знаниях, получения сведений об уровне подготовки студентов. Это позволяет приблизительно оценить степень освоения минимальных знаний, необходимых для успешного освоения дисциплины.

При проведении входного контроля студентам выдаются списки с вопросами. Вопросы составлены таким образом, чтобы ответы на них показывали минимум знаний по уже пройденным дисциплинам необходимый для освоения дисциплины.

Студенты письменно отвечают на вопросы. Преподаватель проверяет ответы на вопросы студентов. На основе анализа ответов преподаватель в ходе чтения материалов лекций или при проведении практических занятий даёт студентам необходимые пояснения в вопросах, которые вызвали трудности при ответе на вопросы входного контроля. При необходимости, преподаватель разбирает со студентами те вопросы, которые вызвали у них трудности.

### 2.2 Тема «Алгебра событий, непосредственный подсчёт вероятностей»

**Цель:** развить и закрепить навыки решения задач с использованием алгебры событий, а также непосредственного расчёта вероятностей событий.

Теоретический материал приведён в разделах 1 и 2 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи № 1.1–1.10; 1,14; 1.15; 1.16; 1.12; 1.18; 1.19; 1.28; 1.20; 1.11; 1.12; 1.30; 1.19; 1.23 из пособия [2].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 1.15; 1.16 из пособия [1], и задачи № 2.5; 2.13; 2.19 из пособия [2].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

### **2.3 Тема «Теоремы сложения и умножения вероятностей»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач с использованием теоремы сложений и умножения вероятностей событий.

Теоретический материал приведён в разделе 3 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи № 2.3; 2.4; 2.7; 2.11; 2.12; 2.15; 2.19 из пособия [2].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 3.1; 3.3; 3.8; 3.10 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

### **2.4 Тема «Формула полной вероятности. Формула Байеса»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач с использованием формул полной вероятности и формулы Байеса.

Теоретический материал приведён в разделах 4 и 5 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи №: 3.1; 3.2; 3.7; 3.23 из пособия [2].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 4.1; 4.2; 4.10; 4.15; 5.5; 5.6 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

### **2.5 Тема «Повторение независимых опытов»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач с использованием формулы Бернулли и Пуассона.

Теоретический материал приведён в разделе 6 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 4.1, 4.2 из пособия [2].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 6.1; 6.2; 6.3 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.6 Тема «Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин. Закон Пуассона»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на описание дискретных случайных величин с помощью законов распределения, а также нахождения числовых характеристик случайных величин.

Теоретический материал приведён в разделах 7 и 8 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 5.9; 5.10; 5.20 из пособия [2].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 7.2; 7.6; 7.12; 8.6 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.7 Тема «Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на описание непрерывных случайных величин с помощью законов распределения, а также нахождения числовых характеристик случайных величин.

Теоретический материал приведён в разделе 10 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 9.1; 9.2; 9.4; 9.5; 9.6; 9.8; 9.10 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 9.3; 9.16 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.8 Тема «Нормальный закон распределения»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на определение вероятности появления нормальной случайной величины в заданном интервале, а также нахождения параметров нормальной случайной величины по заданной вероятности её появления в некотором интервале.

Теоретический материал приведён в разделе 10 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 10.6; 10.8, 10.11; 10.12 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 10.1; 10.2; 10.3; 10.4; 10.5 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.9 Тема «Системы случайных величин»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на определение вероятности появления двумерной случайной величины в заданном интервале, вероятностей совместного появления значения дискретной двумерной случайной величины, а также определения параметров законов распределения.

Теоретический материал приведён в разделе 11 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 11.1; 11.1-11.13 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 11.2; 11.4 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.10 Тема «Законы распределения и числовые характеристики функций случайных величин»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на определение законов распределения и числовых характеристик случайных величин, которые являются функцией от одной или нескольких других случайных величин.

Теоретический материал приведён в разделе 12 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 12.1; 12.3; 12.17; 12.19 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 12.12; 12.13; 12.14 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.11 Тема «Выборка и способы ее представления. Выборочные параметры распределения»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на построение вариационного ряда и гистограммы по выборочным значениям из генеральной совокупности.

Теоретический материал приведён в разделе 13 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 13.3; 13.4; 13.7; 13.8; 13.11 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 13.5; 13.9 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

## **2.12 Тема «Точечные оценки параметров распределения, их свойства и методы получения»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на исследование свойств точечных оценок законов распределения по выборке из генеральной совокупности.

Теоретический материал приведён в разделе 14 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачу 14.6 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 14.1; 14.2 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

### **2.13 Тема «Интервальные оценки. Доверительные интервалы, доверительная вероятность»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на исследование свойств точечных оценок законов распределения по выборке из генеральной совокупности.

Теоретический материал приведён в разделе 15 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 15.2; 15.3; 15.7 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 15.4; 15.5; 15.8 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.

### **2.14 Тема «Критерий хи-квадрат. Проверка гипотезы о виде распределения»**

**Цель:** закрепить навыки решения задач на проверку гипотезы о законе распределения, а также применения критерия Хи-квадрат.

Теоретический материал приведён в разделе 16 из пособия [1], а также в изданиях [2 – **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

На практических занятиях следует разобрать задачи 16.2; 16.3 из пособия [1].

Форма представления результата практических занятий: устный и письменный ответ во время занятия.

Задачи на домашнюю работу № 16.8 из пособия [1].

Форма представления результата решения домашних работ: письменный ответ к следующему занятию.



## 2.15 Задачи к контрольным работам

**Цель:** промежуточный контроль практических навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистике.

Контрольная работа №1.

Для первого варианта следует решить задачи: 2.7; 3.5; 3.7 из 1.

Для второго варианта следует решить задачи: 2.14; 3.4; 3.6 из 1.

Контрольная работа №2.

Для первого варианта следует решить задачи: 4.4; 5.4; 6.9; 7.8 из 1.

Для второго варианта следует решить задачи: 4.5; 5.3; 6.10; 7.9 из 1.

Контрольная работа №3.

Для первого варианта следует решить задачи: 9.7; 10.8; 12.4; 13.6 из 1.

Для второго варианта следует решить задачи: 9.9; 10.6; 12.16; 13.7 из 1.

Форма представления результата практических занятий: письменный ответ во время занятия.

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Ниже приводятся примерные темы и содержание лабораторных работ. При проведении лабораторных работ преподавателем называется тема и цель работы, устно даются необходимые сведения из теории, описывается ход работы, ожидаемые к получению результаты, вопросы на допуск к лабораторной работе.

#### 3.1 Лабораторная работа на тему «Оценка вероятности событий»

##### 3.1.1 Методические указания к выполнению работы

**Цель работы:** разъяснить и закрепить навыки непосредственной оценки вероятности простого события, а также сложного события с помощью формул суммы совместных или несовместных событий, а также произведения зависимых и независимых событий.

Методические указания к выполнению лабораторной работы:

- По результатам проведения наблюдений за появлением события оценить:
  - сколько раз, в среднем, появится событие за 1000, 100 или 10 опытов?
  - вероятность простого события для разного количества опытов (1000, 100, 50, 25, 10 и 5).
- По результатам проведения наблюдения за двумя событиями:
  - определить, являются ли события совместными или несовместными;
  - определить, являются ли события зависимыми или независимыми;
  - оценить, сколько раз, в среднем, появится каждое из событий за 1000, 100 или 10 опытов?
  - вероятность сложного события, условную вероятность события для разного количества опытов (1000, 100, 50, 25, 10 и 5).

##### 3.1.2 Содержание отчета

1. Отчёт оформляется в соответствии с текущим образовательным стандартом ТУСУР [2] и содержит следующие элементы:

- 1) Титульный лист, оформленный в соответствии с приложением А;
- 2) Цель работы;
- 3) Краткое изложение задания своими словами.

4) Основная часть (результаты выполнения пунктов заданий, иллюстрации с пояснениями). В основной части достаточно привести только те графики или таблицы из пунктов заданий, по которым будут сделаны выводы.

5) Выводы. В этом разделе кратко излагаются основные результаты лабораторной работы: каждый исполнитель лабораторной работы должен изложить свой результат и дать этому результату ясное объяснение. При написании выводов рекомендуется ссылаться на результаты работы, рисунки, таблицы и т. д. При выполнении лабораторной работы в группе каждый участник группы должен написать хотя бы один вывод. При этом выводы следует пронумеровать и указать авторов выводов.

Вывод должен содержать:

- I: наблюдаемый факт по результатам выполнения работы;
- II: ссылки на номера рисунков и таблиц, подтверждающих наблюдаемый факт;
- III: объяснение наблюдаемого факта.

2. Требования к оформлению графиков в отчёте:

- 1) Все графики должны быть чёткими и наглядными;
- 2) Каждый график должен иметь подпись, поясняющий график;
- 3) Оси на графиках должны быть подписаны, на осях указаны единицы измерения;
- 4) На графиках должна быть изображена сетка.

## 3.2 Лабораторная работа на тему «Оценка статистических характеристик случайной величины»

### 3.2.1 Методические указания к выполнению работы

**Цель работы:** сформировать навыки построения гистограммы (оценки плотности вероятности  $W^*(x)$ ) и оценки функции распределения  $F^*(x)$  по выборке результатов  $N$  измерений  $x_1, x_2, \dots, x_N$  случайной величины  $X$ , а также получения оценок статистических характеристик (математическое ожидание, дисперсия) до и после линейного и нелинейного преобразования над случайной величиной (выборкой  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ).

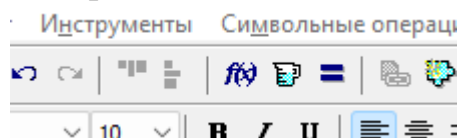
Методические указания к выполнению лабораторной работы:

1. Выбрать закон распределения для случайной величины «А»:
  - равномерный;
  - экспоненциальный;
  - нормальный.
2. Выписать формулы законов распределения случайной величины «А» (функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$ ) с помощью лекций или других доступных источников литературы.
3. Определить перечень параметров для выбранных законов распределения случайной величины.
4. Пользуясь здравым смыслом задать значения параметров законов распределения случайных величин в разумных пределах. В результате должны быть заданы в MathCAD переменные со значениями параметров законов распределения.
5. Построить на разных графиках теоретическую функцию  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  случайной величины «А».
6. Для выбранных законов распределения и параметров сгенерировать  $N$  ( $N = 1000, 100$  и  $50$ ) значений случайной величины «А». В этом случае сгенерированные значения случайной величины представляют собой выборку  $a_1, a_2, \dots, a_N$ .

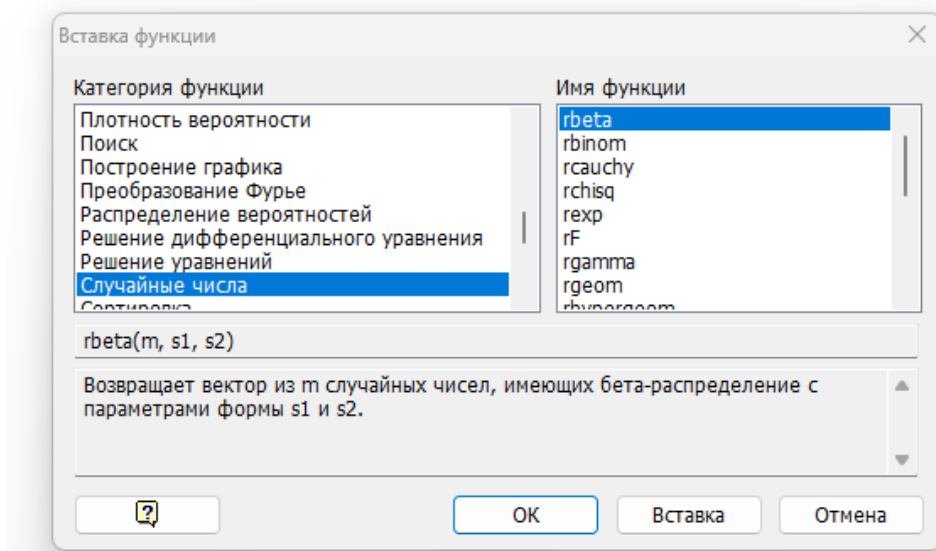
В результате должны быть получены в MathCAD массивы выборок  $a_1, a_2, \dots, a_N$  результатов измерений случайной величины «А» для каждого  $N$ .

Для справки:

Чтобы сгенерировать в MathCAD случайные величины с заданным законом распределения существуют специализированные генераторы. Чтобы воспользоваться генератором в MathCAD следует нажать кнопку «Вставить функцию», которая обозначена символом  $f(x)$ :



Затем выбрать категорию функций «Случайные числа»:



Далее выбрать генератор с интересующим законом распределения. Обратите внимание на описание функций и параметров генератора. Сопоставьте эти параметры с теоретическими.

Пример использования генераторов:

Генератор  
случайной величины  
с экспоненциальным  
законом распределения

$$X1 := \text{rexp}(5, 1)$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 3.041 \\ 0.955 \\ 0.389 \\ 1.682 \\ 0.512 \end{pmatrix}$$

Генератор  
случайной величины  
с нормальным  
законом распределения

$$X2 := \text{norm}(5, 0, 1)$$

$$X2 = \begin{pmatrix} -0.529 \\ -0.111 \\ 0.298 \\ 1.644 \\ -0.548 \end{pmatrix}$$

Генератор  
случайной величины  
с равномерным  
законом распределения

$$X3 := \text{runif}(5, 0, 3)$$

$$X3 = \begin{pmatrix} 0.226 \\ 2.906 \\ 1.244 \\ 1.207 \\ 2.281 \end{pmatrix}$$

7. Построить графики выборочных значений  $x_1, x_2, \dots, x_N$  в зависимости от номера измерения для каждого  $N$ .

8. Построить гистограмму результатов измерений случайной величины «А» по выборочным значениям  $a_1, a_2, \dots, a_N$  для каждого  $N$ . При этом определить необходимое  $k$  количество столбцов гистограммы.

*Для справки:*

Чтобы в MathCAD построить гистограмму из  $k$  столбцов можно составить следующую программу:

Гистограмма

--- Количество столбцов гистограммы:

$$k := 10$$

--- Программа построения гистограммы:

```
Hist1D :=
| X_min ← min(X)
| X_max ← max(X)
| dX ← (X_max - X_min) / k
| for i ∈ 1..k + 1
|   | Xc_temp ← X_min + (i - 1) · dX
|   | count ← 0
|   | for j ∈ 1..N - 1
|   |   | count ← count + 1 if Xc_temp - dX · 0.5 < X_j < Xc_temp + dX · 0.5
|   | M_i ← count
|   | Xc_i ← Xc_temp
| Out ← ( dX
|         Xc
|         M )
```

Программа возвращает:

$dX$  – ширина столбца гистограммы;

$X_c$  – положение центров столбцов гистограммы;

$M$  – количество значений выборки в каждом столбце гистограммы.

Результаты применения программы построения гистограммы показаны на следующем рисунке.

--- Ширина столбца гистограммы

$$dX := \text{Hist1D}_0 = 0.582$$

--- Центры столбцов гистограммы

$$X_c := \text{Hist1D}_1 =$$

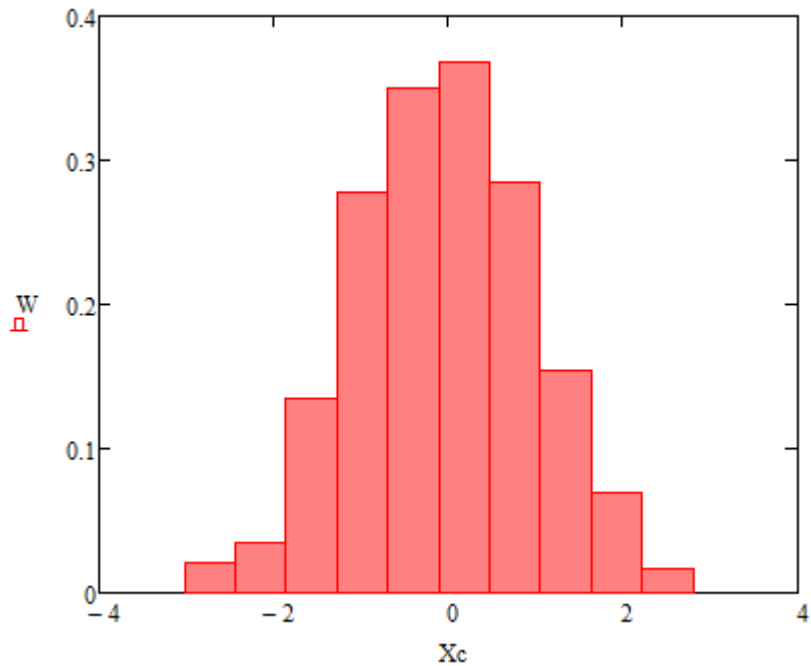
	0
0	0
1	-3.319
2	-2.737
3	-2.155
4	-1.573
5	-0.992
6	-0.41
7	0.172
8	0.754
9	1.335
10	1.917
11	2.499

--- Высота столбцов гистограммы

$$W := \frac{\text{Hist1D}_2}{N \cdot dX} =$$

	0
0	0
1	$3.438 \cdot 10^{-3}$
2	0.021
3	0.034
4	0.134
5	0.278
6	0.351
7	0.368
8	0.285
9	0.155
10	0.069
11	0.017

На основе этих результатов можно построить гистограмму:



9. По гистограммам из п. 7 на том же графике построить оценки плотности вероятности случайной величины «А» путём соединения отрезками центров соседних столбцов (для каждого  $N$ ).

10. По гистограммам из п. 7 построить оценки функции распределения  $F^*(x)$ , для каждого  $N$ . Для этого вспомнить взаимосвязь между плотностью вероятности и функцией распределения.

*Для справки:*

Плотность вероятности  $W(A)$  вероятности случайной величины «А» связана с функцией распределения  $F(A)$  этой величины как

$$F(A) = \int_{-\infty}^A W(A) dA.$$

Аналогичное выражение для оценок плотности вероятности  $W^*(A)$  и функции распределения  $F^*(A)$  может быть записано после замены интеграла на сумму:

$$F^*(A_k) = \sum_{i=1}^k W^*(A_i) \Delta A, \text{ где } A_k \text{ и } A_i - \text{ центры столбцов гистограммы с номерами } i \text{ и } k, W^*(A_i) - \text{ высота } i\text{-го столбца гистограммы.}$$

11. Сравнить теоретические (из п. 5) функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  с соответствующими экспериментальными



оценками  $F^*(A)$  и  $W^*(A)$  для одинаковых  $N$  и в зависимости от  $N$ . Сделать выводы.

12. Теоретически определить математическое ожидание  $m_A$  и дисперсию  $D_A$  для случайной величины « $A$ ». Формулы для расчёта математического ожидания и дисперсии взять из лекции или из других доступных источников литературы.

13. Оценить по выборке  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины « $A$ » математическое ожидание  $m_A^*$  и дисперсию  $D_A^*$  для разных  $N$ .

*Для справки:*

Математическое ожидание оценить формуле:  $m_X^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ .

Дисперсию оценить формуле:  $D_X^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m_X^*)^2$ .

14. Сравнить теоретические значения  $m_A, D_A$  с соответствующими экспериментальными оценками  $m_A^*, D_A^*$ :

– для одинаковых  $N$ ;

– в зависимости от  $N$ .

Сделать выводы.

15. Для дальнейших шагов принять объём выборки  $N = 1000$ .

16. Сгенерировать выборку  $a_1, a_2, \dots, a_N$  заданного объёма случайной величины « $A$ ».

17. Выполнить над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины « $A$ » линейное преобразование  $f_1(A)$  следующего вида:

$$B = f_1(A) = D_1 \cdot A + D_2,$$

где

$D_1, D_2$  – любые целые неслучайные числа. Эти числа следует придумать с учётом здравого смысла.

В результате линейного преобразования  $f_1(A)$  над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величиной « $A$ » получится другая случайная величина « $B$ », и, соответственно, выборка  $b_1, b_2, \dots, b_N$ .

18. По выборочным значениям  $b_1, b_2, \dots, b_N$  построить гистограмму, оценку плотности вероятности  $W^*(B)$ , оценку функции распределения  $F^*(B)$ .

19. Сравнить гистограммы, оценки плотности вероятности и функции распределения для выборочных значений случайных величин « $A$ » и « $B$ ». Сделать выводы.

20. Теоретически определить математическое ожидание  $m_B$  и дисперсию  $D_B$  для случайной величины « $B$ ». Формулы для расчёта математического ожидания и дисперсии взять из лекции или из других доступных источников литературы.

21. По выборочным значениям  $b_1, b_2, \dots, b_N$  вычислить оценки математического ожидания  $m_B^*$ , и дисперсии  $D_B^*$ .

22. Сравнить теоретические значения  $m_B, D_B$  с соответствующими экспериментальными оценками  $m_B^*, D_B^*$ . Сделать выводы.

23. Сравнить теоретические значения  $m_A, D_A$  для случайной величины « $A$ » с теоретическими значениями  $m_B, D_B$  для случайной величины « $B$ ». Сравнить соответствующие экспериментальные оценки (т.е. оценки  $m_A^*, D_A^*$  и  $m_B^*, D_B^*$ ) с теоретическими значениями:

- для одинаковых  $N$ ;
- в зависимости от  $N$ .

Сделать выводы.

### 3.2.2 Содержание отчета

1. Отчёт оформляется в соответствии с текущим образовательным стандартом ТУСУР [2] и содержит следующие элементы:

- 1) Титульный лист, оформленный в соответствии с приложением  $A$ ;
- 2) Цель работы;
- 3) Краткое изложение задания своими словами.
- 4) Основная часть (результаты выполнения пунктов заданий, иллюстрации с пояснениями). В основной части достаточно привести только те графики или таблицы из пунктов заданий, по которым будут сделаны выводы.
- 5) Выводы. В этом разделе кратко излагаются основные результаты лабораторной работы: каждый исполнитель лабораторной работы должен изложить свой результат и дать этому результату ясное объяснение. При написании выводов рекомендуется ссылаться на результаты работы, рисунки, таблицы и т. д. При выполнении лабораторной работы в группе каждый участник группы должен написать хотя бы один вывод. При этом выводы следует пронумеровать и указать авторов выводов.

Вывод должен содержать:

- I: наблюдаемый факт по результатам выполнения работы;
- II: ссылки на номера рисунков и таблиц, подтверждающих наблюдаемый факт;
- III: объяснение наблюдаемого факта.

2. Требования к оформлению графиков в отчёте:

- 1) Все графики должны быть чёткими и наглядными;
- 2) Каждый график должен иметь подпись, поясняющий график;
- 3) Оси на графиках должны быть подписаны, на осях указаны единицы измерения;
- 4) На графиках должна быть изображена сетка.

### 3.3 Лабораторная работа на тему «Оценка статистических характеристик непрерывной случайной величины после линейного и нелинейного преобразования»

#### 3.3.1 Методические указания к выполнению работы

**Цель работы:** сформировать навыки построения гистограммы (оценки плотности вероятности  $W^*(A)$ ) и оценки функции распределения  $F^*(A)$  по выборке результатов  $N$  измерений  $a_1, a_2, \dots, a_N$  непрерывной случайной величины « $A$ », а также получения оценок статистических характеристик (математическое ожидание, дисперсия) до и после линейного и нелинейного преобразования над случайной величиной (выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ).

*Для справки:*

Пусть непрерывная случайная величина, например, « $A$ » описывается теоретически плотностью вероятности  $W(A)$  и функцией распределения  $F(A)$ . Зная плотность вероятности  $W(A)$  можно вычислить, например, следующие статистические характеристики случайной величины « $A$ »:

– математическое ожидание

$$m_A = \int_{-\infty}^{\infty} A \cdot W(A) dA, \text{ характеризует значение около которого появляются}$$

остальные значения случайной величины;

– среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_A = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (A - m_A)^2 \cdot W(A) dA}, \text{ характеризует степень разброса значений}$$

случайной величины относительно математического ожидания.

Если по результатам опытов получено  $N$  измерений случайной величины « $A$ », то эти значения образуют выборку  $a_1, a_2, \dots, a_N$  значений случайной величины « $A$ ». Строчными буквами обозначают значения результатов измерения, а индекс указывает на номер измерения. Например,  $a_i$  означает  $i$ -й результат измерения случайной величины « $A$ ».

По выборке  $a_1, a_2, \dots, a_N$  могут быть получены **оценки** плотности вероятности  $W^*(A)$ , функции распределения  $F^*(A)$ , а также статистических характеристик – математического ожидания  $m_A^*$  и среднеквадратического

отклонения  $\sigma^*_A$ . Понятие «оценка» свидетельствует о том, что величина определяется экспериментально по результатам измерений. Чтобы отличить оценку от теоретического значения величины или характеристики, её помечают символом «\*». Символ «\*» показывает, что величина или характеристика получена экспериментально по выборке  $a_1, a_2, \dots, a_N$ .

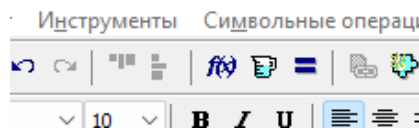
Методические указания к выполнению лабораторной работы:

1. Выбрать закон распределения для случайной величины «А»:
  - равномерный;
  - экспоненциальный;
  - нормальный.
2. Выписать формулы законов распределения случайной величины «А» (функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$ ) с помощью лекций или других доступных источников литературы.
3. Определить перечень параметров для выбранных законов распределения случайной величины.
4. Пользуясь здравым смыслом задать значения параметров законов распределения случайных величин в разумных пределах. В результате должны быть заданы в MathCAD переменные со значениями параметров законов распределения.
5. Построить на разных графиках теоретическую функцию  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  случайной величины «А».
6. Для выбранных законов распределения и параметров сгенерировать  $N$  ( $N = 1000, 100$  и  $50$ ) значений случайной величины «А». В этом случае сгенерированные значения случайной величины представляют собой выборку  $a_1, a_2, \dots, a_N$ .

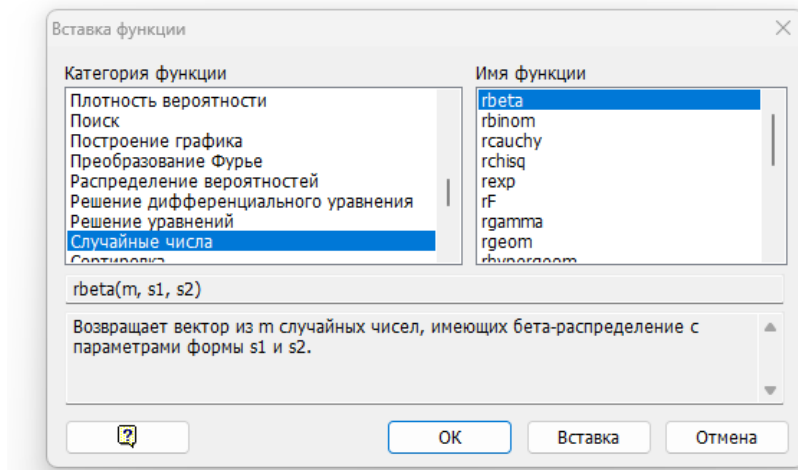
В результате должны быть получены в MathCAD массивы выборок  $a_1, a_2, \dots, a_N$  результатов измерений случайной величины «А» для каждого  $N$ .

*Для справки:*

Чтобы сгенерировать в MathCAD случайные величины с заданным законом распределения существуют специализированные генераторы. Чтобы воспользоваться генератором в MathCAD следует нажать кнопку «Вставить функцию», которая обозначена символом  $f(x)$ :



Затем выбрать категорию функций «Случайные числа»:



Далее выбрать генератор с интересующим законом распределения. Обратите внимание на описание функций и параметров генератора. Сопоставьте эти параметры с теоретическими.

Пример использования генераторов:

Генератор случайной величины с экспоненциальным законом распределения

$$X1 := \text{rexp}(5, 1)$$

$$X1 = \begin{pmatrix} 3.041 \\ 0.955 \\ 0.389 \\ 1.682 \\ 0.512 \end{pmatrix}$$

Генератор случайной величины с нормальным законом распределения

$$X2 := \text{norm}(5, 0, 1)$$

$$X2 = \begin{pmatrix} -0.529 \\ -0.111 \\ 0.298 \\ 1.644 \\ -0.548 \end{pmatrix}$$

Генератор случайной величины с равномерным законом распределения

$$X3 := \text{runif}(5, 0, 3)$$

$$X3 = \begin{pmatrix} 0.226 \\ 2.906 \\ 1.244 \\ 1.207 \\ 2.281 \end{pmatrix}$$

7. Построить графики выборочных значений  $x_1, x_2, \dots, x_N$  в зависимости от номера измерения для каждого  $N$ .

8. Построить гистограмму результатов измерений случайной величины «А» по выборочным значениям  $a_1, a_2, \dots, a_N$  для каждого  $N$ . Перед построением гистограммы определить необходимое  $k$  количество столбцов гистограммы.

Например,  $k$  подобрать таким, чтобы в каждый столбец попало не меньше 5 - 10 выборочных значений.

*Для справки:*

Чтобы в MathCAD построить гистограмму из  $k$  столбцов можно составить следующую программу:

Гистограмма

--- Количество столбцов гистограммы:

$k := 10$

--- Программа построения гистограммы:

```
Hist1D :=
| X_min ← min(X)
| X_max ← max(X)
| dX ←  $\frac{X_{max} - X_{min}}{k}$ 
| for i ∈ 1..k + 1
|   | Xc_temp ← X_min + (i - 1)·dX
|   | count ← 0
|   | for j ∈ 1..N - 1
|   |   | count ← count + 1 if Xc_temp - dX·0.5 < Xj < Xc_temp + dX·0.5
|   | Mi ← count
|   | Xci ← Xc_temp
| Out ←  $\begin{pmatrix} dX \\ Xc \\ M \end{pmatrix}$ 
```

Программа возвращает:

$dX$  – ширина столбца гистограммы;

$X_c$  – положение центров столбцов гистограммы;

$M$  – количество значений выборки в каждом столбце гистограммы.

Результаты применения программы построения гистограммы показаны на следующем рисунке.

---- Ширина столбца гистограммы

$$dX := \text{Hist1D}_0 = 0.582$$

---- Центры столбцов гистограммы

---- Высота столбцов гистограммы

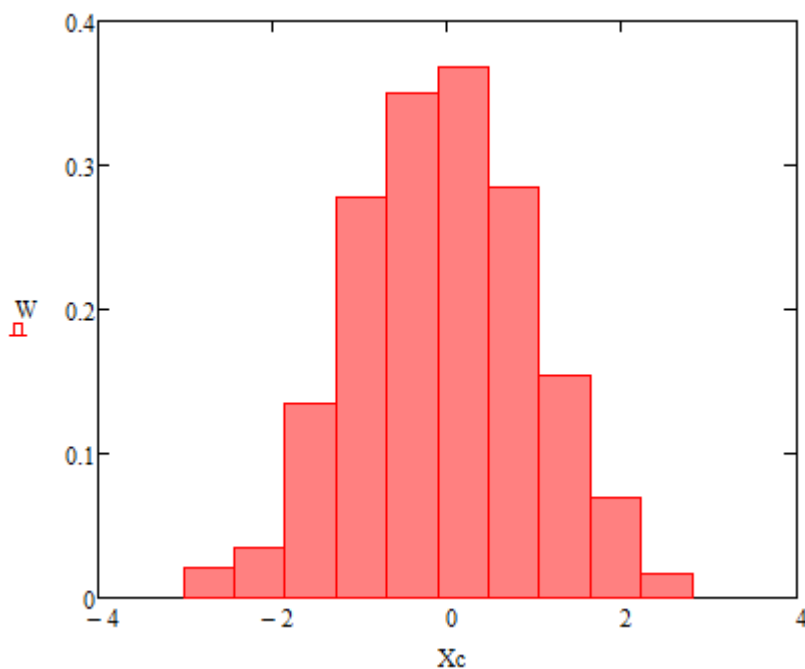
$$X_c := \text{Hist1D}_1 =$$

	0
0	0
1	-3.319
2	-2.737
3	-2.155
4	-1.573
5	-0.992
6	-0.41
7	0.172
8	0.754
9	1.335
10	1.917
11	2.499

$$W := \frac{\text{Hist1D}_2}{N \cdot dX} =$$

	0
0	0
1	$3.438 \cdot 10^{-3}$
2	0.021
3	0.034
4	0.134
5	0.278
6	0.351
7	0.368
8	0.285
9	0.155
10	0.069
11	0.017

На основе этих результатов можно построить гистограмму:



9. По гистограммам из п. 7 на том же графике построить оценки плотности вероятности случайной величины «А» путём соединения отрезками центров соседних столбцов (для каждого  $N$ ).

10. По гистограммам из п.7 построить оценки функции распределения  $F^*(x)$ , для каждого  $N$ . Для этого вспомнить взаимосвязь между плотностью вероятности и функцией распределения.



*Для справки:*

Плотность вероятности  $W(A)$  вероятности случайной величины « $A$ » связана с функцией распределения  $F(A)$  этой величины как

$$F(A) = \int_{-\infty}^A W(A) dA.$$

Аналогичное выражение для оценок плотности вероятности  $W^*(A)$  и функции распределения  $F^*(A)$  может быть записано после замены интеграла на сумму:

$$F^*(A_k) = \sum_{i=1}^k W^*(A_i) \Delta A, \text{ где } A_k \text{ и } A_i - \text{центры столбцов гистограммы с номерами } i \text{ и } k, W^*(A_i) - \text{высота } i\text{-го столбца гистограммы.}$$

11. Сравнить теоретические (из п. 5) функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  с соответствующими экспериментальными оценками  $F^*(A)$  и  $W^*(A)$  для одинаковых  $N$  и в зависимости от  $N$ . Сделать выводы.
12. Увеличить в 3 раза количество столбцов (разрядов) гистограммы.
13. Сравнить теоретические (из п. 5) функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  с соответствующими экспериментальными оценками  $F^*(A)$  и  $W^*(A)$  для одинаковых  $N$  и в зависимости от  $N$ . Сделать выводы.
14. Уменьшить в 3 раза количество столбцов (разрядов) гистограммы.
15. Сравнить теоретические (из п. 5) функцию распределения  $F(A)$  и плотность вероятностей  $W(A)$  с соответствующими экспериментальными оценками  $F^*(A)$  и  $W^*(A)$  для одинаковых  $N$  и в зависимости от  $N$ . Сделать выводы.
16. Теоретически определить математическое ожидание  $m_A$  и дисперсию  $D_A$  для случайной величины « $A$ ». Формулы для расчёта математического ожидания и дисперсии взять из лекции или из других доступных источников литературы.
17. Оценить по выборке  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины « $A$ » математическое ожидание  $m_A^*$  и дисперсию  $D_A^*$  для разных  $N$ .

*Для справки:*

Математическое ожидание оценить формуле:  $m_X^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ .

Дисперсию оценить формуле:  $D_X^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m_X^*)^2$ .

18. Сравнить теоретические значения  $m_A$ ,  $D_A$  с соответствующими экспериментальными оценками  $m_A^*$ ,  $D_A^*$ :

– для одинаковых  $N$ ;

– в зависимости от  $N$ .

Сделать выводы.

19. Для дальнейших шагов принять объём выборки  $N = 1000$ .

20. Сгенерировать выборку  $a_1, a_2, \dots, a_N$  заданного объёма случайной величины « $A$ ».

21. Выполнить над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины « $A$ » линейное преобразование  $f_1(A)$  следующего вида:

$$B = f_1(A) = D_1 \cdot A + D_2,$$

где

$D_1, D_2$  – любые целые неслучайные числа. Эти числа следует придумать с учётом здравого смысла.

В результате линейного преобразования  $f_1(A)$  над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величиной « $A$ » получится другая случайная величина « $B$ », и, соответственно, выборка  $b_1, b_2, \dots, b_N$ .

22. По выборочным значениям  $b_1, b_2, \dots, b_N$  построить гистограмму, оценку плотности вероятности  $W^*(B)$ , оценку функции распределения  $F^*(B)$ .

23. Сравнить гистограммы, оценки плотности вероятности и функции распределения для выборочных значений случайных величин « $A$ » и « $B$ ».

Сделать выводы.

24. Теоретически определить математическое ожидание  $m_B$  и дисперсию  $D_B$  для случайной величины « $B$ ». Формулы для расчёта математического ожидания и дисперсии взять из лекции или из других доступных источников литературы.

25. По выборочным значениям  $b_1, b_2, \dots, b_N$  вычислить оценки математического ожидания  $m_B^*$ , и дисперсии  $D_B^*$ .

26. Сравнить теоретические значения  $m_B$ ,  $D_B$  с соответствующими экспериментальными оценками  $m_B^*$ ,  $D_B^*$ . Сделать выводы.

27. Сравнить теоретические значения  $m_A$ ,  $D_A$  для случайной величины « $A$ » с теоретическими значениями  $m_B$ ,  $D_B$  для случайной величины « $B$ ». Сравнить

соответствующие экспериментальные оценки (т.е. оценки  $m_A^*$ ,  $D_A^*$  и  $m_B^*$ ,  $D_B^*$ ).  
Сделать выводы.

28. Выполнить над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины «А» **НЕлинейное** преобразование  $f_2(A)$  следующего вида:

$$C = f_2(A) = D_3 \cdot \cos(A) + D_4,$$

где

$D_3, D_4$  – любые целые неслучайные числа. Эти числа следует придумать с учётом здравого смысла.

В результате **НЕлинейного** преобразования  $f_2(A)$  над выборкой  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величиной «А» получится другая случайная величина «С», и, соответственно, выборка  $c_1, c_2, \dots, c_N$ .

29. По выборочным значениям  $c_1, c_2, \dots, c_N$  построить гистограмму, оценку плотности вероятности  $W^*(C)$ , оценку функции распределения  $F^*(C)$ .

30. Сравнить гистограммы, оценки плотности вероятности и функции распределения для выборочных значений случайных величин «А» и «С». Сделать выводы.

31. Теоретически определить математическое ожидание  $m_C$  и дисперсию  $D_C$  для случайной величины «С». Формулы для расчёта математического ожидания и дисперсии взять из лекции или из других доступных источников литературы.

32. По выборочным значениям  $c_1, c_2, \dots, c_N$  вычислить оценки математического ожидания  $m_C^*$ , и дисперсии  $D_C^*$ .

33. Сравнить теоретические значения  $m_C, D_C$  с соответствующими экспериментальными оценками  $m_C^*, D_C^*$ . Сделать выводы.

34. Сравнить теоретические значения  $m_A, D_A$  для случайной величины «А» с теоретическими значениями  $m_C, D_C$  для случайной величины «С». Сравнить соответствующие экспериментальные оценки (т.е. оценки  $m_A^*, D_A^*$  и  $m_C^*, D_C^*$ ). Сделать выводы.

35. Построить поле рассеяния:

35.1. Для выборочных значений  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины «А» и выборочных значений  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайной величины «В».

35.2. Для выборочных значений  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины «А» и выборочных значений  $c_1, c_2, \dots, c_N$  случайной величины «С».

35.3. Для выборочных значений  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайной величины «В» и выборочных значений  $c_1, c_2, \dots, c_N$  случайной величины «С».

35.4. Для дополнительно сгенерированной выборки  $d_1, d_2, \dots, d_N$  значений случайной величины «D» объёмом  $N$ .

Для справки:

Пример построения поля рассеяния значений случайных величин «А» и «В» представлен на рисунке ниже.



36. Вычислить оценку коэффициента корреляции:

36.1. Для выборочных значений  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины «А» и выборочных значений  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайной величины «В».

36.2. Для выборочных значений  $a_1, a_2, \dots, a_N$  случайной величины «А» и выборочных значений  $c_1, c_2, \dots, c_N$  случайной величины «С».

36.3. Для выборочных значений  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайной величины «В» и выборочных значений  $c_1, c_2, \dots, c_N$  случайной величины «С».

36.4. Для дополнительно сгенерированной выборки  $d_1, d_2, \dots, d_N$  значений случайной величины «D» объёмом  $N$ .

Для справки:

Коэффициент корреляции  $r_{A,B}$  между случайными величинами «А» и «В» по выборкам  $a_1, a_2, \dots, a_N$  и  $b_1, b_2, \dots, b_N$  оценивается с помощью следующего выражения:

$$r_{A,B}^* = \frac{K_{A,B}^*}{\sigma_A^* \cdot \sigma_B^*} - \text{оценка коэффициента корреляции } r_{A,B} \text{ между выборками}$$

$a_1, a_2, \dots, a_N$  и  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайных величин «А» и «В», соответственно;

Здесь:

$$K_{A,B}^* = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \cdot b_i \right) - m_A^* \cdot m_B^* \quad - \text{оценка ковариационного момента } K_{A,B}$$

между выборками  $a_1, a_2, \dots, a_N$  и  $b_1, b_2, \dots, b_N$  случайных величин «А» и «В», соответственно;

$$m_A^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \quad - \text{оценка по выборке } a_1, a_2, \dots, a_N \text{ математического}$$

ожидания случайной величины «А»;

$$m_B^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N b_i \quad - \text{оценка по выборке } b_1, b_2, \dots, b_N \text{ математического}$$

ожидания случайной величины «В»;

$$\sigma_A^* = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i - m_A^*)^2} \quad - \text{оценка по выборке } a_1, a_2, \dots, a_N$$

среднеквадратического отклонения (СКО) случайной величины «А»;

$$\sigma_B^* = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (b_i - m_B^*)^2} \quad - \text{оценка по выборке } b_1, b_2, \dots, b_N$$

среднеквадратического отклонения (СКО) случайной величины «В».

Сопоставить значения коэффициента корреляции с полем рассеяния оценок. Сделать выводы.

### 3.3.2 Содержание отчета

1. Отчёт оформляется в соответствии с текущим образовательным стандартом ТУСУР [2] и содержит следующие элементы:

- 1) Титульный лист, оформленный в соответствии с приложением А;
- 2) Цель работы;
- 3) Краткое изложение задания своими словами.
- 4) Основная часть (результаты выполнения пунктов заданий, иллюстрации с пояснениями). В основной части достаточно привести только те графики или таблицы из пунктов заданий, по которым будут сделаны выводы.
- 5) Выводы. В этом разделе кратко излагаются основные результаты лабораторной работы: каждый исполнитель лабораторной работы должен

изложить свой результат и дать этому результату ясное объяснение. При написании выводов рекомендуется ссылаться на результаты работы, рисунки, таблицы и т. д. При выполнении лабораторной работы в группе каждый участник группы должен написать хотя бы один вывод. При этом выводы следует пронумеровать и указать авторов выводов.

Вывод должен содержать:

- I: наблюдаемый факт по результатам выполнения работы;
- II: ссылки на номера рисунков и таблиц, подтверждающих наблюдаемый факт;
- III: объяснение наблюдаемого факта.

2. Требования к оформлению графиков в отчёте:

- 1) Все графики должны быть чёткими и наглядными;
- 2) Каждый график должен иметь подпись, поясняющий график;
- 3) Оси на графиках должны быть подписаны, на осях указаны единицы измерения;
- 4) На графиках должна быть изображена сетка.

## 4 ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Виды самостоятельной работы студентов и соответствующая форма контроля представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Виды самостоятельной работы и форма контроля

№ п/п	Наименование работы	Форма контроля
1	Проработка лекционного материала	Конспект самоподготовки, опрос на занятиях
2	Подготовка к практическим занятиям	Конспект самоподготовки, опрос на занятиях, тест
3	Подготовка к лабораторной работе	Конспект самоподготовки, опрос на занятиях
4	Подготовка к защите отчёта по лабораторной работе	Отчёт по лабораторной работе, опрос на занятиях
5	Подготовка к экзамену (зачёту)	Сдача экзамена (зачёта)

Виды самостоятельной работы студентов описаны ниже.

### 4.1 Проработка лекционного материала

Материалы лекций и рекомендуемая литература являются основой для изучения и освоения дисциплины. Самостоятельная работа в части проработки лекционного материала состоит в непосредственном конспектировании материалов лекций с последующим изучением этих материалов с использованием рекомендуемой литературы.

Схема составления конспекта:

- Определить тему материала и цель составления конспекта.
- Разделить лекционный материал на смысловые части, выделив основные тезисы и выводы.
- Сформулировать положения лекционного материала.
- Выделить основные термины, определения и формулы.
- Сформулировать вопросы к конспекту лекций.

### 4.2 Подготовка к опросам на занятиях

Для самоподготовки к опросам на занятиях ниже представлены вопросы на самоподготовку:

1. Случайное событие, основные определения и понятия, связанные со случайными событиями. Операции над событиями, геометрическая интерпретация вероятности. Вероятность случайного события, свойства вероятности. Условная вероятность.
2. Вероятность произведения событий. Обобщение на случай многих сомножителей. Следствия. Вероятность суммы событий. Вероятность суммы совместных, но независимых событий. Следствия.
3. Схема гипотез, формула полной вероятности, формула Байеса.
4. Биномиальная формула.
5. Случайная величина, множество значений, область определения. Примеры случайных величин. Дискретная случайная величина: определение, ряд распределения, условие нормировки, функция распределения, вероятность попадания в интервал.
6. Непрерывная случайная величина: плотность вероятности, условие нормировки, функция распределения, вероятность попадания в интервал.
7. Характеристики случайных величин: начальные моменты, центральные моменты, связь начальных и центральных моментов, характеристики положения.
8. Основные дискретные распределения и их характеристики: биномиальное, Пуассона.
9. Основные непрерывные распределения и их характеристики: равномерное, нормальное.
10. Двумерные системы случайных величин: плотность вероятности, вероятность попадания в область, функция распределения, частные распределения, моменты системы случайных величин.
11. Условные распределения, зависимость и независимость случайных величин, факторизация двумерных плотности вероятности и функции распределения.
12. Двумерная нормальная плотность вероятности.
13. Понятие функции случайных аргументов. Общий метод вычисления моментов функций случайных аргументов. Формулы для вычисления начальных и центральных моментов функций от одной и нескольких случайных величин.
14. Математическое ожидание линейной функции случайных аргументов, следствия. Дисперсия линейной функции случайных аргументов, следствия. Дисперсия среднего арифметического нескольких некоррелированных случайных величин с равными дисперсиями.



15. Математическое ожидание и дисперсия произведения двух случайных величин. Корреляция, регрессия и линейная зависимость. Соотношение зависимости и корреляции.
16. Понятие об испытании статистических гипотез. Гипотеза о теоретическом распределении, понятие о критерии согласия.
17. Критерий согласия Пирсона. Критерий согласия Колмогорова.

### 4.3 Подготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям необходимо пользоваться настоящими методическими указаниями, а также рекомендованной литературой.

В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо:

1. Вспомнить примеры решения задач, которые были разобраны на предыдущем практическом занятии.
2. Выполнить домашнее задание. В случае пропуска практического занятия узнать домашнее задание у старосты группы или одногруппников.
3. Познакомиться с темой следующего практического занятия.
4. Повторить материалы лекций в соответствии с темой следующего практического занятия, а также рекомендованные разделы из списка литературы.

Примерные темы практических занятий:

1. Алгебра событий, непосредственный подсчёт вероятностей.
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторение независимых опытов.
5. Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин. Закон Пуассона.
6. Законы распределения и числовые характеристики непрерывных случайных величин.
7. Нормальный закон распределения.
8. Системы случайных величин.
9. Законы распределения и числовые характеристики функций случайных величин.

10. Выборка и способы ее представления. Выборочные параметры распределения.
11. Точечные оценки параметров распределения, их свойства и методы получения.
12. Интервальные оценки. Доверительные интервалы, доверительная вероятность.
13. Критерий хи-квадрат. Проверка гипотезы о виде распределения.

Отчёт по практическому занятию выполняется на бумажном или электронном носителе в виде электронного документа.

Отчёт о выполнении практического занятия должен содержать:

1. Тему работы.
2. Цель работы.
3. Исходные данные к выполнению домашнего задания или задач на самостоятельное решение.
4. Результаты решения к заданию с подробными пояснениями или расчётами.

#### **4.4 Подготовка к тестированию**

При подготовке к тестированию необходимо заблаговременно повторить лекционный материал, а также, при необходимости, соответствующий материал из рекомендованной литературы.

Вопросы к тестированию представлены в разделе 5.

#### **4.5 Подготовка к лабораторной работе**

При подготовке к лабораторной работе необходимо заблаговременно повторить лекционный материал по соответствующей теме, в том числе из методических указаний по проведению лабораторных работ по данной дисциплине.

В ходе подготовки к лабораторным работам необходимо:

1. Узнать тему предстоящей лабораторной работы.

2. Вспомнить основной теоретический материал по соответствующей теме.
3. Ответить на контрольные вопросы для допуска к выполнению лабораторной работы.
4. Ознакомиться с ходом выполнения работы.

#### **4.6 Подготовка к защите отчёта по лабораторной работе**

При подготовке к защите по лабораторной работе необходимо заблаговременно подготовить и оформить отчёт с результатами выполнения лабораторной работы, повторить лекционный материал по соответствующей теме, а также пользоваться методическими указаниями по проведению лабораторных работ по данной дисциплине.

Перед защитой к лабораторной работе необходимо:

1. Проверить отчёт к лабораторной работе, в том числе, ещё раз прочитать выводы по результатам выполнения лабораторной работы.
2. Осмыслить и осознать сделанные выводы к лабораторной работе. Дать физическую интерпретацию и объяснение полученным результатам.
3. Вспомнить основной теоретический материал по соответствующей теме.
4. Ответить на контрольные вопросы для выполнения лабораторной работы.

#### **4.7 Подготовка к экзамену (зачёту)**

Самостоятельная подготовка к экзамену (зачёту) состоит в подготовке (изучении) ответов на вопросы к теоретическому минимуму и подготовке ответов на основные вопросы к экзамену.

Для самостоятельной подготовки к экзамену (зачёту) студенту необходимо подготовить ответы к следующим основным вопросам:

1. Случайное событие, основные определения и понятия, связанные со случайными событиями. Операции над событиями, геометрическая

- интерпретация вероятности. Вероятность случайного события, свойства вероятности. Условная вероятность.
2. Вероятность произведения событий. Обобщение на случай многих сомножителей. Следствия. Вероятность суммы событий. Вероятность суммы совместных, но независимых событий. Следствия.
  3. Схема гипотез, формула полной вероятности, формула Байеса.
  4. Биномиальная формула.
  5. Случайная величина, множество значений, область определения. Примеры случайных величин. Дискретная случайная величина: определение, ряд распределения, условие нормировки, функция распределения, вероятность попадания в интервал.
  6. Непрерывная случайная величина: плотность вероятности, условие нормировки, функция распределения, вероятность попадания в интервал.
  7. Характеристики случайных величин: начальные моменты, центральные моменты, связь начальных и центральных моментов, характеристики положения.
  8. Основные дискретные распределения и их характеристики: биномиальное, Пуассона.
  9. Основные непрерывные распределения и их характеристики: равномерное, нормальное.
  10. Двумерные системы случайных величин: плотность вероятности, вероятность попадания в область, функция распределения, частные распределения, моменты системы случайных величин.
  11. Условные распределения, зависимость и независимость случайных величин, факторизация двумерных плотности вероятности и функции распределения.
  12. Двумерная нормальная плотность вероятности.
  13. Понятие функции случайных аргументов. Общий метод вычисления моментов функций случайных аргументов. Формулы для вычисления начальных и центральных моментов функций от одной и нескольких случайных величин.
  14. Математическое ожидание линейной функции случайных аргументов, следствия. Дисперсия линейной функции случайных аргументов, следствия. Дисперсия среднего арифметического нескольких некоррелированных случайных величин с равными дисперсиями.

15. Математическое ожидание и дисперсия произведения двух случайных величин. Корреляция, регрессия и линейная зависимость. Соотношение зависимости и корреляции.
16. Понятие об испытании статистических гипотез. Гипотеза о теоретическом распределении, понятие о критерии согласия.
17. Критерий согласия Пирсона. Критерий согласия Колмогорова.

## 4.8 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Во время самоподготовки рекомендуется обращаться к базам данных, информационно-справочным и поисковым системам, к которым у ТУСУРа открыт доступ:

- Библиотека ТУСУР: <https://lib.tusur.ru/>.
- Электронно-библиотечная система Издательства Лань: [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com).
- Электронно-библиотечная система Юрайт: [urait.ru](http://urait.ru).
- zbMATH: [zbmath.org](http://zbmath.org).
- Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы: <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh>.
- Информационно-аналитическая система Science Index РИНЦ: <https://elibrary.ru/defaultx.asp>.

## 5 ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Вероятность события определяют как:
  - а) отношение количества интересующих событий к общему количеству событий, произошедших в результате опыта;
  - б) отношение общего количества событий к количеству событий, произошедших в опыте;
  - в) общее количество событий в опыте;
  - г) количество интересующих событий.
2. Произведением событий называют:
  - а) событие, состоящее в том, что в результате опыта произошло по крайней мере одно из перемножаемых событий;
  - б) событие, состоящее в том, что в результате опыта произошли все перемножаемые события;
  - в) событие, состоящее в том, что сначала происходит одно событие, а потом другое;
  - г) событие, состоящее в том, что в результате опыта произошли одно из перемножаемых событий.
3. Суммой событий называют событие, состоящее в том, что:
  - а) в результате опыта произошло по крайней мере одно из суммируемых событий;
  - б) в результате опыта произошли все суммируемые события;
  - в) сначала происходит одно событие, а потом другое;
  - г) в результате опыта произошли одно из суммируемых событий.
4. Подсчитано, что в русском тексте буква «а» встречается с вероятностью 0,075, буква «б» - с вероятностью 0,017, буква «в» - с вероятностью 0,046. Какова вероятность того, что наугад взятая из текста буква окажется «б» или «в»?

Ответы:

  - а) 0,0638;
  - б) 0,0622;
  - в) 0,063;
  - г) 0,000782
5. Велогонщик теряет всякую надежду на успех в гонке, если случится прокол шины. Вероятность прокола шины на трассе гонки равна 0,25. Найти вероятность того, что гонщик сойдёт с трассы.

Ответы:

- а) 0,5;  
б) 0,313;  
в) 0,563;  
г) 0,438.
6. Два пеленгатора А и В независимо пеленгуют объект, каждый с вероятностью успеха, равной  $P = 0,3$ . Какова вероятность того, что или первый или второй пеленгатор достигнут успеха?  
Ответы:  
а) 0,51;  
б) 0,6;  
в) 0,09;  
г) 0,69.
7. Микросхема может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями 0,25; 0,5; 0,25. Вероятности того, что микросхема проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,1; 0,2; 0,4. Определить вероятность того, что микросхема проработает заданное число часов.  
Ответы:  
а) 0,51;  
б) 0,1;  
в) 0,7;  
г) 0,225.
8. Управление беспилотным самолетом при посадке осуществляется по радиолинии посредством двух команд «вверх» и «вниз». Определить полную вероятность искажения команды помехами, если вероятность передачи команды «вверх» равна 0,2 и вероятность искажения этой команды помехами - 0,4, а вероятность передачи команды «вниз» равна 0,8 и вероятность её искажений - 0,1.  
Ответы:  
а) 0,02;  
б) 0,32;  
в) 0,16;  
г) 0,04.
9. В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины? Ответы:  
а) 0,75;  
б) 0,44;



в) 0,57;

г) 0,12.

10. Среднее число самолетов, взлетающих с полевого аэродрома за одни сутки, равно 10. Найти вероятность того, что за 6 часов взлетят три самолета.

Ответы:

а) 0,214;

б) 0,146;

в) 0,061;

г) 0,02.

## 6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После успешного изучения практических основ теории вероятностей и математической статистики студенты радиотехнических специальностей обладают компетенциями в части описания случайных событий, случайных величин в радиотехнических системах. Студенты знают подход к описанию случайных простых и сложных событий, случайных величин и их статистических характеристик, системы случайных величин и их характеристик, подходы к описанию случайных величин после функционального преобразования. Кроме этого, студенты знакомы с основами математической статистики для обработки выборочных значений. Это составляет основу статистического описания случайных сигналов и оптимизации систем в задаче совершенствования радиоэлектронных устройств.

Для углубленного изучения теории вероятностей и математической статистики в части теоретического освоения дисциплины рекомендуется литература [7 – 9], в части практического освоения дисциплины рекомендуется литература [10 – 14].

Теория вероятностей и математическая статистика, как и прежде, является фундаментальной и применяется для описания и анализа случайных процессов и шумов, которые могут возникать во время передачи и приема радиосигналов, для определения вероятности ошибки при передаче данных по радиосвязи, для оптимизации радиочастотных каналов, оценки эффективности антенн и фильтров, разработки алгоритмов кодирования и модуляции сигналов и т.д. Отсюда следует, что теория вероятностей и математическая статистика используется для разработки, а также повышения надежности и эффективности радиотехнических систем.

## 7 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Бернгардт А.С. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / А.С. Бернгардт, А.С. Чумаков, В.А. Громов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2014. – 160 с.
- 2 Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 6-е изд., стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 448 с.
- 3 Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : учебник для бакалавров / Е. С. Вентцель. — Москва : Юстиция, 2018. – 658 с.
- 4 Пугачев, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. С. Пугачев. — Москва : Физматлит, 2002. – 496 с.
- 5 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 4-е изд., стер. — Москва : Высшая школа, 1997. – 400 с.
- 6 Образовательный стандарт ТУСУР 01-2021. Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления от 2021 // <https://regulations.tusur.ru/documents/70>. – 2021 (дата обращения: 23.04.2023).
- 7 Вылегжанин, И. А. Теория вероятностей : учебное пособие / И. А. Вылегжанин, А. В. Пожидаев. – Новосибирск : СГУПС, 2023. – 134 с.
- 8 Воронова, М. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / М. В. Воронова. – Санкт-Петербург : СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича, 2022. – 49 с.
- 9 Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. М. Буре, Е. М. Парилина. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 416 с.
- 10 Берков, Н. А. Теория вероятностей: примеры и задачи : учебно-методическое пособие / Н. А. Берков, Т. А. Горшунова, А. А. Кытманов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023. – 240 с.
- 11 Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, А. Г. Гринь. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 288 с.
- 12 Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 332 с.

13 Кувыкина, Е. В. Методические указания к решению задач по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». Часть 1. Практикум : учебное пособие / Е. В. Кувыкина. – Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. – 26 с.

14 Старожилова, О. В. Лабораторный практикум по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / О. В. Старожилова. – Самара : ПГУТИ, 2019. – 76 с.

## Приложение А

### Пример оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

### **ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра радиотехнических систем (РТС)

ТЕМА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Отчёт к лабораторной работе по дисциплине «Теория вероятностей и  
математическая статистика»

Выполнил:  
студент гр. 12Х-Х  
\_\_\_\_\_ А.А. Иванов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202У г.

Руководитель:  
доцент каф. РТС  
\_\_\_\_\_ А.С. Аникин

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202У г.

202У