

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

А.А. Захарова, А.А. Мицель

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ.
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

Учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ
по курсу «Математические методы поддержки принятия решений»
для магистрантов, обучающихся по направлению
09.04.01 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль Интеллектуальные системы обработки данных и управления в цифровой экономике)

ТОМСК 2026

УДК 004:330.47
ББК 65ся73

Рецензент: Грибанова Е.Б., д.т.н., профессор кафедры АСУ

Захарова А.А., Мицель А.А.

Математические методы поддержки принятия решений. Лабораторный практикум: Учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ по курсу «Математические методы поддержки принятия решений» для магистрантов, обучающихся по направлению 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль Интеллектуальные системы обработки данных и управления в цифровой экономике) /Захарова А.А., Мицель А.А. – 2026. 145с.

В учебно-методическом пособии приводится описание четырнадцати лабораторных работ: применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения; применение метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работника; многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей; построение «дерева решений»; принятие решений в условиях риска; методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности; разработка таблиц компетентности экспертов; метод попарного сравнения развития факторов производства; анализ риска банкротства предприятия на основе нечетких множеств; оценка эффективности предприятий на основе метода DEA; оценка эффективности предприятий на основе метода SFA; выбор формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды – издержки»; управление выручкой от реализации продукции; управление выручкой от реализации продукции при ограничениях; разработка концепции системы поддержки принятия решений в конкретной предметной области.

Учебно-методическое пособие предназначено для магистрантов направления «Информатика и вычислительная техника» (профиль Интеллектуальные системы обработки данных и управления в цифровой экономике).

Учебно-методическое пособие на заседании кафедры автоматизированных систем управления протокол № 5 от “23” апреля 2026

УДК 004:330.47
ББК 65ся73
© Захарова А.А., 2026
© Мицель А. А., 2026
©Томск. гос. ун-т систем
упр. и радиоэлектроники

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
Лабораторная работа №1 Применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения	9
1.1 Задачи работы	9
1.2. Задание и ход работы	9
1.3 Методические указания	10
Лабораторная работа №2 Применение метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работник	13
2.1 Задачи работы	13
2.2. Задание и ход работы	13
2.3 Методические указания	13
Лабораторная работа №3 Многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей	16
3.1 Задачи работы	16
3.2. Задание и ход работы	16
3.3 Задание	19
3.4 Методические указания	19
3.5 Этапы выполнения работы	22
3.6 Пример использования метода интегральной оценки на примере стратегии развития города Юрги	22
Лабораторная работа №4 Построение дерева решений	24
4.1 Задание	24
4.2 Методические указания выполнения задания	24
Лабораторная работа №5 Методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности	30
5.1 Задание 1	30

5.2 Методические указания по выполнению задания 1	31
5.3 Задание 2	37
5.4 Методические указания по выполнению задания 2	38
5.5 Примеры расчетов по критериям	41
Лабораторная работа №6 Разработка таблиц компетентности экспертов	43
6.1 Задание	43
6.2 Методические указания	43
6.3 Оценка согласованности экспертов	47
Лабораторная работа №7 Метод попарных сравнений факторов развития предприятия	52
7.1 Описание метода попарных сравнений	52
7.2 Методические указания по выполнению практической работы	53
7.3 Пример выполнения практической работы	52
7.4 Практическое задание	57
Литература к работе 7	57
Лабораторная работа №8 Анализ риска банкротства предприятия на основе нечетких множеств	59
8.1. комплексный коэффициентный метод финансового анализа. степень риска банкротства	59
8.2 Анализ риска банкротства предприятия с использованием теории нечетких множеств	61
8.2.1. Нечетко-множественная модель финансового состояния компании	61
8.3. Описание метода решения	62
8.4 Пример оценки риска банкротства компании	66
8.4.1 Постановка задачи	66
8.4.2 Оценка финансового состояния ОАО «СИСТЕМА»	67
8.5 Практическое задание	76

Литература к работе 8	76
Лабораторная работа №9 Оценка эффективности предприятий на основе метода DEA	78
9.1 Введение	78
9.2 Описание метода DEA	78
9.3 Методика предварительной обработки финансовых показателей для метода DEA	80
9.4 Пример использования метода DEA	80
9.5 Практическое задание	83
Литература к работе 9	83
Лабораторная работа №10 Оценка эффективности предприятий на основе метода SFA	86
10.1 Введение	86
10.2 Описание метода SFA	87
10.3 Практическое задание	90
Литература к работе 10	91
Приложение к работе 10	92
Лабораторная работа №11 Выбор формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды – издержки»	100
11.1 Постановка задачи	100
11.2 Практическое задание	108
11.3 Варианты матриц парных сравнений	110
Лабораторная работа №12 Управление выручкой от реализации продукции	118
12.1 Введение	118
12.2 Модель прибыли предприятия	119
12.3 Динамическая модель управления прибылью предприятия	120

12.4 Практическое задание	123
Литература к работе 12	124
Приложение к работе 12	125
Лабораторная работа №13 Управление выручкой от реализации продукции при ограничениях	128
13.1 Регрессионная модель прибыли предприятия	128
13.2 Многошаговая модель управления прибылью предприятия	129
13.3 Ограничения задачи	129
13.4 Практическое задание	131
Литература к работе 13	132
Приложение к работе 13	133
Лабораторная работа №14 Разработка концепции системы поддержки принятия решений в конкретной предметной области	135
14.1 Задачи	135
14.2 Практическое задание	135
14.3 Методические указания	135
Литература к работе 14	137
Приложение А (титульный лист отчёта по лабораторной работе)	138
Приложение Б (пример отчета по лабораторной работе 1)	139

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины «Математические методы поддержки принятия решений» – формирование у студентов теоретических знаний в области принятия управленческих решений, ознакомление с методами решения практических задач принятия решений.

Задачи дисциплины:

- 1) сформировать представление о процессе принятия решений;
- 2) сформировать представление об условиях и задачах принятия решений;
- 3) освоить методы формализации и алгоритмизации процессов принятия решений;
- 4) развить навыки анализа информации, подготовки и обоснования управленческих решений;
- 5) сформировать представление о коэффициентном методе финансового анализа деятельности предприятий;
- 6) освоить метод оценки риска банкротства предприятия с использованием теории нечетких множеств;
- 7) изучить непараметрический DEA метод оценки эффективности деятельности предприятий и применить его на практике;
- 8) изучить параметрический SFA метод оценки эффективности деятельности предприятий и применить его на практике;
- 9) исследовать формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды – издержки»;
- 10) изучить динамические модели управления ключевыми показателями деятельности предприятий с целью уменьшения риска банкротства предприятий..

В методических указаниях предложены задания для формирования навыков решения практических задач в области принятия решений по следующим основным темам:

- 1) применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения;
- 2) применение метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работника;
- 3) многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей;
- 4) построение «дерева решений»;
- 5) методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности;
- 6) разработка таблиц компетентности экспертов;
- 7) метод попарного сравнения факторов развития производства;
- 8) анализ риска банкротства предприятия на основе нечетких множеств;
- 9) оценка эффективности предприятий на основе метода DEA;
- 10) оценка эффективности предприятий на основе метода SFA;
- 11) выбор формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды – издержки»;
- 12) управление выручкой от реализации продукции;
- 13) управление выручкой от реализации продукции при ограничениях;
- 14) разработка концепции системы поддержки принятия решений в конкретной предметной области

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

1. Титульный лист (Приложение А).
2. Название и цель лабораторной работы.
3. Вариант задания.

4. Детальное описание выполненных действий.
5. Обязательное представление формул, расчетов и скриншотов из программы, выполняющей анализ.
6. Выводы по работе.

Пример отчёта по лабораторной работе 1 приведен в приложении Б

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения

Цель работы: Закрепление знаний и получение навыков реализации процесса выбора оптимальной альтернативы при принятии решения.

1.1 Задачи работы

1. Закрепить знания об основных понятиях теории принятия решений:

- *лицо, принимающее решение;
- * схема процесса принятия решения;
- * схема процесса выбора оптимальной альтернативы;
- * альтернативы (допустимые и оптимальные);
- * ограничения;
- * критерии (показатели качества процесса).

2. Получить навык применения схемы выбора оптимальной альтернативы для конкретного решения

3. Иметь опыт применения метода взвешенных сумм для выбора оптимальной альтернативы в условиях индивидуального выбора.

1.2 Задание и ход работы

Кратко привести описание основных понятий теории принятия решений:

- * лицо, принимающее решение;
- * схема процесса принятия решения;
- * схема процесса выбора оптимальной альтернативы;
- * альтернативы (допустимые и оптимальные);
- * ограничения;
- * критерии (показатели качества процесса).

Выбрать проблему, для решения которой необходимо принять решение.
Можно использовать любые ситуации: производственные, личные и т.д.

Например, проблема – низкая эффективность имеющихся способов передвижения в течение дня.

Сформулировать цель, достижению которой мешает данная проблема

Например, цель – увеличение производительности своего труда

Сформулировать множество альтернатив, решающих данную проблему
(5-7 альтернатив)

Сформулировать ограничения на альтернативы решения выбранной проблемы.

Например, ресурсные ограничения (финансовые возможности и др.), технологические ограничения (возможность реализации того или иного способа передвижения) и т.п.

Исходя из сформулированных ограничений, получить множество допустимых альтернатив (4-5 альтернатив)

Сформулировать 5 критериев (показателей качества процесса) для оценки альтернатив

Назначить прямым способом веса критериев. Сумма весов критериев равна 1.

Выбрать шкалу для оценки критериев (например, бальную от 1 до 5). Осуществить экспертную оценку альтернатив по критериям, представить в виде таблицы 1.1.

Таблица 1.1

Экспертная оценка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии				
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅
A ₁	O ₁₁	O ₁₂	...	...	...
A ₂	...	O ₂₂	...	...	...
A ₃	...	...	...	...	...
A ₄	...	...	...	...	...
A ₅	...	...	...	...	O ₅₅

Осуществить свертку оценок альтернатив методом взвешенной суммы, представить в виде таблицы 1.2.

Таблица 1.2

Свертка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии					Взвешенные оценки альтернатив
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	
A ₁	O ₁₁	O ₁₁	...	...	...	= O ₁₁ *ВесK ₁ + O ₁₂ *ВесK ₂ + ... + O ₁₅ *ВесK ₅
A ₂	...	O ₂₂	...	...	...	...
A ₃	...	...	...	...	...	...
A ₄	...	...	...	...	...	...
A ₅	...	...	...	...	O ₅₅	...

Выбрать оптимальную альтернативу – альтернативу, имеющую максимальную взвешенную оценку.

1.3. Методические указания

Принятие решения - это выбор определенного действия из множества возможных вариантов (альтернатив).

Альтернативой в процессе принятия решений называют способ действий или стратегию по достижению цели.

Способы действий – это способы использования ресурсов, поэтому возможности ЛПР всегда ограничены возможностью использования ресурсов.

Каждая альтернатива может быть охарактеризована величиной затрат ресурсов (которые всегда ограничены); возможными последствиями исхода, вероятностью

достижения цели. Затраты ресурсов, вероятность достижения цели и результат являются прогнозными характеристиками. Поэтому процесс принятия решения всегда сопряжен с неопределенностью, риском, неясностью.

Принятие решения – есть выбор наилучшей (оптимальной) или приемлемой, удовлетворительной альтернативы, т. е. определенные действия над множеством альтернатив, в результате которых получается подмножество допустимых (возможных) альтернатив, удовлетворяющих налагаемым ограничениям. Далее допустимые (возможные) альтернативы, вернее их результаты (исходы, последствия), сравнивают по принятым критериям эффективности, которые являются чаще всего математическим выражением цели и определяют степень достижения цели для каждой отобранной альтернативы. Альтернатива, достигшая экстремума этого критерия, называется оптимальной.

Таким образом, альтернативы, удовлетворяющие требованиям (ограничениям), называют **возможными** или **допустимыми**, а альтернативу, достигающую экстремума критерия, называют **оптимальной** стратегией (рис. 1.1).

В качестве ограничений выступают затраты, способы использования ресурсов на осуществление альтернативы. Кроме показателя затрат ресурсов, каждая альтернатива может быть охарактеризована определенным исходом и вероятностью достижения цели.

Критерий (от греч. criterion – средство для суждения; признак, на основании которого производится оценка; мерило, суждение) – это способ описания альтернативных вариантов решений, способ выражения различий между ними (альтернативами) с точки зрения предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Поэтому критериями называют показатели, характеризующие общую ценность решений таким образом, что у ЛПР имеется стремление получить по ним наиболее предпочтительные (или лучшие) оценки.

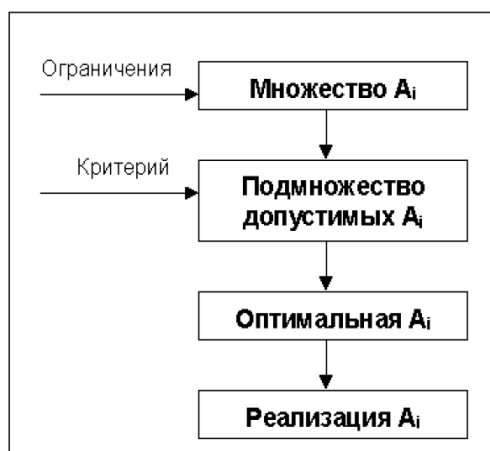


Рис. 1.1. Упрощенная схема выбора оптимальной альтернативы

Требования, предъявляемые к критериям:

- * полнота (набор критериев должен обеспечивать адекватность оценки достижения цели решения);
- * операциональность (наличие у критерия четкой, однозначной формулировки);
- * декомпозируемость (возможность структуризации системы критериев);
- * достаточность (отсутствие избыточности);

* минимальность (набор критериев должен быть минимально необходимым для осуществления оценки);

* измеримость (каждый критерий должен давать количественную или качественную оценку степени достижения цели).

Наиболее удобны для анализа те альтернативы, в которых мерилом эффективности является единственный количественный критерий (доход, прибыль, издержки и т.д.). Единственный критерий, используемый для оценки альтернатив, называют скалярным, а совокупность критериев, характеризующих альтернативы, называют векторным критерием. Задачи оценки эффективности решений одновременно по нескольким критериям называют многокритериальными.

На рис.1.2 представлена более подробная схема выбора альтернативы. Для принятия правильного решения должна быть правильно понята (описана) цель управляемого процесса. Обработка информации о состоянии управляемого процесса должна быть осуществлена таким образом, чтобы при минимальном ее количестве можно было провести сравнение фактического состояния процесса с тем, которое должно соответствовать качественному выполнению поставленной задачи в настоящий момент времени и в прогнозируемый период. Управление, осуществляемое по положению дел в настоящий момент времени, никогда не может быть качественным. Даже в простейших системах без прогнозирования обойтись просто невозможно, т.к. выработка решений, исходя из задач только сегодняшнего дня, может привести даже к нарушению правильного функционирования системы.



Рис 1.2 – Схема выбора оптимальной альтернативы

Сравнивая фактическое положение дел и их прогноз, а также учитывая информацию о внешних условиях, вырабатывается ряд возможных решений (альтернатив), при реализации которых будет обеспечиваться достижение поставленной цели. Чем больше выработано этих альтернатив, тем лучше (если хватает времени на их анализ), т.к. в этом случае не будет упущена какая-либо ценная альтернатива. Исходя из анализа ограничений (например, по имеющимся ресурсам), с учетом допустимой степени самостоятельности в принятии решения и принципов нормального протекания процесса (недопустимость потери устойчивости), получают допустимые альтернативы (варианты решений). Из них выбирают оптимальное, т.е. такое, при котором максимизируется (или минимизируется, в зависимости от характера) показатель качества процесса.

Лабораторная работа №2

Применение метода парных сравнений для оценки ценностных ориентаций потенциального работника

Цель работы: Получение навыка осуществления субъективных измерений в процессе выбора оптимальной альтернативы при принятии решения в процессе группового выбора.

2.1 Задачи работы

1. Получить навык применения метода парных сравнений для субъективного измерения альтернатив
2. Получить навык агрегирования матриц парных сравнений группы экспертов
3. Получить навык оценки согласованности группового мнения.

Описание ситуации: молодой специалист заканчивает высшее учебное заведение по специальности «Менеджмент». Ему предлагают работу в нескольких организациях, каждая из которых располагает разными возможностями удовлетворения сложившихся у молодого специалистов запросов.

2.2 Постановка задачи: Каким ценностным ориентациям отдаст предпочтение молодой специалист при выборе своей будущей работы? Проранжируйте их, используя методы ранжировки и парных сравнений.

- * Хорошо зарабатывать
- * Получать отпуск в удобное время
- 3. Работать в нормальных санитарно-гигиенических условиях
- 4. Работать в дружном, сплоченном коллективе
- 5. Получить жилье или улучшить жилищные условия
- 6. Повышать свое профессиональное мастерство
- * Наиболее полно использовать способности и умения
- * Получать, ощущать общественное признание за свои трудовые достижения
- 9. Активно участвовать в управлении производством
- 10. Иметь надежное рабочее место
- 11. Власть и влияние (право принимать решения)
- 12. Продвижение по службе
- 13. Соответствие интересов на работе и вне ее
- 14. Общение с интересными, эрудированными коллегами
- 15. Иметь спокойную работу с четко определенным кругом обязанностей
- 16. Иметь хорошее обеспечение в старости

2.3 Методические указания:

Необходимо проранжировать предлагаемые альтернативы по степени их значимости для работника. При этом используются методы ранжировки и попарных сравнений.

1. Проведите индивидуальную ранжировку альтернатив, используя ранги от 1 до 16.
2. Оцените важность альтернатив методом попарных сравнений

Для определения степени значимости ориентаций создайте экспертную группу (4-5 человек). Каждый член экспертной группы заполняет матрицу попарных сравнений ценностных ориентаций (см. таблицу 2.1).

По строкам и столбцам матрицы записываются соответствующие наименования или номера ценностных ориентаций. Каждый член экспертной группы заполняет одну матрицу следующим образом. Например, если при сравнении ориентаций 1 и 3 предпочтение

отдается ориентации 1, то в строке, соответствующей ориентации 1 (строка 1, столбец 3), выставляется 2 балла. Аналогично в строке 3 (столбец 1) выставляется 0. Если эксперт затрудняется отдать предпочтение какой-либо позиции, то в соответствующей строке и столбце он проставляет по одному баллу. После заполнения всей матрицы баллы суммируются по строкам. Проведите ранжировку полученных сумм.

После этого сравните результаты, полученные вами в результате прямой ранжировки и путем попарных сравнений

Затем полученные значения все эксперты заносят в сводную матрицу (таблица 2.2).

Для снижения субъективного фактора при определении значимости ценностных ориентаций экспертные ряды проверяются по формуле;

$$K = 3_1/3_2,$$

где K — коэффициент устойчивости экспертного ряда;

3_1 — максимальная значимость в экспертном ряду;

3_2 — минимальная значимость в экспертном ряду.

Затем коэффициент устойчивости экспертного ряда сравнивается с нормативным значением этого коэффициента (K_n), который равен 2,0. Если значение $K > K_n$ то необходимо одно из значений ряда вычеркнуть. После этого еще раз проверяется значение K и рассчитываются среднеарифметические значения значимости каждой ценностной ориентации.

Сводная матрица позволяет проранжировать все ценностные ориентации по степени их значимости с учетом мнений всех экспертов.

Таблица 2.1

Матрица парных сравнений ценностных ориентаций

цен. № № _{ор} ор	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Сумма, баллы
1	1		2														
2		1															
3	0		1														
4				1													
5					1												
6						1											
7							1										
8								1									
9									1								
10										1							
11											1						
12												1					
13													1				
14														1			
15															1		
16																1	

Таблица 2.2

Агрегирование групповой оценки ценностных ориентаций

№ ориентации	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4	Эксперт 5	Среднее арифметическое значение, баллы	Ранг ценностной ориентации
1							
2							
...							
16							

Многокритериальный выбор методом ранжирования и методом нечеткой свертки показателей

Цель работы: Получить навык многокритериальной оценки альтернатив в условиях индивидуального выбора

3.1 Задачи работы

1. Получить навык применения метода ранжирования для сравнения многокритериальных альтернатив
2. Получить выделения множества Парето (эффективных альтернатив)
3. Получить навык применения нечеткой свертки оценок альтернатив

3.2 Постановка задачи

Вагоностроительный завод в 60-е годы разработал и освоил выпуск 8-осных думпкарров для горнорудной промышленности. Думпкар имеет грузоподъемность 130-170 т, емкость кузова 53 м³ и предназначен для перевозки и механизированной погрузки - разгрузки скальных пород объемной массой 2,5-3,2 т/м³. Погрузка в думпкар производится экскаваторами с емкостью ковша 4-6 м³.

Опыт эксплуатации этого думпкара на горнодобывающих предприятиях показал его недостаточную эффективность. Предприятия оснащены экскаваторами с емкостью ковша 12,5 м³ и ожидается поступление экскаваторов с емкостью ковша 16 м³. Объемная масса перевозимых грузов не превышает 1,5 т/м³. Поэтому грузоподъемность думпкара и производительность экскаватора используются не полностью. Пневматическая система разгрузки думпкара в условиях низких температур работает ненадежно.

В целях повышения эффективности думпкарров вагоностроительный завод получил заказ на разработку и поставку новых 8-осных думпкарров с электрогидравлической системой разгрузки для оснащения крупных существующих и перспективных угольных разрезов. В результате предпроектных исследований были предложены восемь типов думпкарров с электрогидравлической системой разгрузки. Учитывая сжатые сроки разработки, ограниченные возможности экспериментальной и конструкторских служб завода, для проектирования и постройки опытного образца необходимо было выбрать один тип думпкара.

Таким образом, проблемная ситуация заключалась в анализе и выборе одного из восьми типов думпкарров для дальнейшего проектирования и производства.

Для принятия решения было создано научно-техническое совещание с участием всех заинтересованных организаций. Мнения участников совещания разделились. Окончательное решение оставалось за председателем совещания. Решение должно быть принято в конце совещания.

Информация для принятия решения имела в предпроектных исследованиях научно-исследовательских институтов и конструкторских служб завода, в высказываниях участников совещания.

Для принятия решения были сформулированы *цели*, которые представляют собой технико-экономические показатели думпкара:

- A₁ - максимальная грузоподъемность;
- A₂ - максимальная емкость кузова;

- A_3 - минимальная металлоемкость тары;
 A_4 - максимальная экономическая эффективность думпкара;
 A_5 - минимальная цена думпкара;
 A_6 - минимальная длина думпкара по осям автосцепки.

Множество *ограничений* в данной задаче представляют собой допустимые значения основных технико-экономических показателей думпкара:

- B_1 - грузоподъемность не менее 180 т;
 B_2 - емкость кузова не менее 120 м³ ;
 B_3 - металлоемкость тары не более 60 т;
 B_4 - экономическая эффективность не менее 240 тысяч руб.;
 B_5 - цена думпкара не более 400 тысяч руб.;
 B_6 - длина по осям автосцепки не более 22 м.

Множество вариантов решения составляют восемь типов думпкаров:

Y_1 - думпкар односекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_2 - думпкар односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_3 - думпкар двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_4 - думпкар двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с централизованной раздачей жидкости по составу из локомотива;

Y_5 - думпкар односекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_6 - думпкар односекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_7 - думпкар двухсекционный, с односторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом;

Y_8 - думпкар двухсекционный, с двухсторонней разгрузкой, с индивидуальным гидроприводом.

Показатели достижения целей и их значения для каждого думпкара приведены в таблице 3.1. В соответствии с этими данными в табл. 3.2 представлен пример ранжирования решений по первому показателю.

Таблица 3.1

Показатели достижения целей и их значения для думпкаров

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6

	Грузоподъемность, т.	Емкость кузова, м ³	Тара (Металлоемкость), т.	Эффективность в производстве и эксплуатации, тыс. руб.	Цена, тыс. руб.	Длина по осям автосцепки, м.
Y ₁	182	118	58	250	370	20
Y ₂	180	116	60	240	390	20
Y ₃	178	120	62	220	400	22
Y ₄	176	120	64	210	410	22
Y ₅	180	118	60	240	400	21
Y ₆	178	116	62	220	410	21
Y ₇	176	120	64	210	430	23
Y ₈	174	120	66	200	440	23

Таблица 3.2

Пример ранжирования решений по первому показателю

Варианты решений	Показатели достижения целей					
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
Y ₁	1					
Y ₂	2					
Y ₃	3					
Y ₄	4					
Y ₅	2					
Y ₆	3					
Y ₇	4					
Y ₈	5					

Задачей является выбор оптимального решения. Для этого, используя таблицу ранжировок решений, сначала необходимо определить эффективные решения. Эффективным является решение, все показатели которого не хуже одноименных показателей других решений и хотя бы один показатель является лучшим, чем у других решений. Если у двух сравниваемых решений одни показатели лучше у первого решения, а другие - у второго, то решения являются несравнимыми. Выявление множества эффективных решений осуществляется путем последовательного попарного сравнения решений по всем показателям и исключения из дальнейшего рассмотрения неэффективных, т. е. худших решений. Оптимальное решение выбирается из множества несравнимых эффективных решений с учетом индивидуальных предпочтений ЛПР.

3.3 Задание

1. По данным табл. 3.1 выполнить ранжирование решений по показателям A_2 - A_6 , результаты ранжирования занести в табл. 3.2. Ранжирование осуществляется порядковыми номерами, при этом наилучшему решению присваивается ранг 1. Решениям с одинаковыми значениями показателя присваивается одинаковый ранг.

2. На основании таблицы ранжирования определить множество эффективных решений. Для облегчения этой задачи рекомендуется осуществлять попарное сравнение внутри следующих подмножеств решений: Y_1, Y_2, Y_5, Y_6 и Y_3, Y_4, Y_7, Y_8 .

3. Сравнить между собой полученные эффективные решения и выбрать из них более предпочтительное (оптимальное). Обосновать сделанный выбор.

4. Построить функции принадлежности для каждого критерия прямым методом

5. Рассчитать интегральные показатели оценки альтернатив на основе нечеткой свертки

а) при равной значимости критериев;

б) при разной значимости критериев.

3.4 Методические указания

Одним из этапов стратегического управления предприятием является мониторинг состояния эффективности реализации стратегического плана. Естественно использовать для контроля выполнения стратегии целевые показатели развития предприятия, которые показывают степень продвижения по выбранным стратегическим направлениям к главной цели стратегического развития.

Набор показателей, служащих ориентирами стратегического развития, индивидуален для каждого конкретного предприятия. По каждому показателю должны быть определены желательные их изменения по годам развития предприятия.

Целевые показатели развития носят многоплановый характер, имеют различные единицы измерения, направление и интенсивность изменения. Установление однозначной математической зависимости между ними проблематично и требует проведения дополнительных исследований.

Также нельзя забывать о том, что процесс разработки стратегии развития, целевые ориентиры стратегии, оценки социально-экономического положения города основываются на информации, получаемой от человека (эксперта), что обуславливает наличие качественных описаний. Таким образом, сформулируем основные требования к модели интегральной оценки выполнения стратегии предприятия:

1. Агрегирование многих критериев, имеющих различную размерность и направленность изменений.

2. Универсальная форма агрегации критериев, т.е. должна быть возможность использования модели интегральной оценки для разных муниципальных образований.

3. Учет весов критериев, т.е. их важности в интегральной оценке.

4. Формализация нечетких понятий для обеспечения эффективной обработки качественной информации наравне с четкими количественными данными.

5. Привязка интегрального показателя к целевым ориентирам стратегического развития города.

Использование аппарата теории нечетких множеств в модели интегральной оценки позволяет учесть все эти требования.

Каждый целевой показатель стратегического развития (критерий интегральной оценки) можно рассматривать как нечеткую переменную $(\alpha_i, X, C(\alpha_i))$, где α_i – наименование

нечеткой переменной, $X = \{x\}$ – область ее определения (базовое множество), $C(\alpha_i) = \{\mu_{C\alpha_i}(x)/x\}, (x \in X)$ – нечеткое подмножество множества X , описывающее ограничения на возможные значения переменной α_i .

Экспертным путем строятся функции принадлежности критериев. По сути, функции принадлежности критериев будут отражать степень соответствия фактического значения критерия запланированному.

Оценка критерия на определенный момент времени задается как степень принадлежности $\mu_{C\alpha_i}(x)$ фактического значения критерия нечеткому множеству $C(\alpha_i)$.

Свертка критериев осуществляется на основе операции пересечения нечетких множеств.

Если имеется n критериев $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, то интегральная оценка IS определяется по формуле:

$$IS = C(\alpha_1) \cap C(\alpha_2) \cap \dots \cap C(\alpha_n).$$

Операция пересечения нечетких множеств соответствует операция $\min$, выполняемая над их функциями принадлежности:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1, n} \mu_{C\alpha_i}(x). \quad (3.1)$$

Чем больше значение функции принадлежности μ_{IS} , тем выше значение интегрального показателя, тем ближе развитие предприятия к состоянию, определенному целевыми ориентирами развития.

В случае если критерии имеют различную важность, каждому из них приписывается число $w_i \geq 0$ (чем важнее критерий, тем больше w_i). Тогда интегральная оценка определяется по формуле:

$$IS = C^{w_1}(\alpha_1) \cap C^{w_2}(\alpha_2) \cap \dots \cap C^{w_n}(\alpha_n);$$

$$w_i \geq 0, i = \overline{1, n}; \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1, n} w_i = 1.$$

Функция принадлежности μ_{IS} определяется по формуле:

$$\mu_{IS} = \min_{i=1, n} \mu^{w_i} \tilde{N}_{\alpha_i}(x) \quad (3.2)$$

При определении области определения нечетких переменных α_i , описывающих целевые ориентиры реализации стратегии, используются следующие правила:

1. В области определения выделить интервал запланированных значений показателя. При этом в качестве «нижней» контрольной точки x_1 можно, например, использовать значение показателя развития за год, предшествующий началу реализации стратегии, или пороговое значение показателя развития.

2. В качестве «верхней» контрольной точки x_2 использовать значение, которое можно достигнуть при выполнении запланированных изменений показателя (целевого ориентира).

3. Область определения не должна ограничиваться нижней и верхней контрольными точками, так как реальное значение показателя может оказаться как выше, так и ниже базового и планового значений. Предлагается область определения задавать следующим интервалом:

$$X \in [x_1 \mp \frac{|x_2 - x_1|}{2}; x_2 \pm \frac{|x_2 - x_1|}{2}]. \quad (3.3)$$

Выбор знака «+» или «-» зависит от желательного направления изменения показателя. Например, для показателя «Убытки» x_1 будет находиться правее x_2 , следовательно, в формуле нужно использовать нижний знак.

Таким образом, область определения нечеткой переменной, описывающей целевой ориентир стратегического развития предприятия, условно можно разделить на три области (см. табл.3.3). Соответственно функцию принадлежности $\mu_{C_{\alpha_i}}(x) \in [0;1]$ также условно нужно разбить на три интервала, значения функции принадлежности представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Область определения нечеткой переменной

Область X	Характеристика	$\mu_{C_{\alpha_i}}(x)$
$X_{пл}$	Область планового изменения критерия	[0,25; 0,75]
$X_{отр}$	Область ухудшения нижнего значения критерия	[0; 0,25]
$X_{пол}$	Область превышения верхнего значения критерия	[0,75; 1]

Так как $\mu_{C_{\alpha_i}}(x) \in [0;1]$, то и значение интегрального показателя стратегического развития города находится в интервале $[0;1]$, интерпретация значений представлена в таблице 3.4.

Значения μ_{IS} , представленные в таблице 3.4, отражают случай равенства весов критериев. При различных весах значения границ интервалов μ_{IS} в таблице 3.3 нужно возвести в степень $W_{\max} = \max_{i=1,n} w_i$.

Предлагаемая модель интегральной оценки стратегического развития предприятия позволяет отслеживать изменение ситуации, проводить сравнение интегральных оценок по годам развития, а также осуществлять мониторинг эффективности реализации стратегии развития предприятия.

Таблица 3.4

Интерпретация значений интегрального показателя

μ_{IS}	Характеристика
[0,25; 0,75]	Все целевые ориентиры не ниже нижних контрольных значений, причем, чем ближе к 0,75, тем ближе текущее состояние социально-экономического развития предприятия к комплексному целевому стратегическому ориентиру реализации стратегии.
[0; 0,25]	Значения одного или нескольких критериев ухудшились по сравнению с контрольными значениями
[0,75; 1]	Значения всех критериев достигли или превысили запланированные значения

3.5 Этапы выполнения работы

Этап 1. Постановка задачи.

Выбрать целевые ориентиры стратегического развития предприятия (технико-экономические показатели думпкара из таблицы 1).

Этап 2. Построение функций принадлежности нечетких множеств, описывающих критерии.

При построении функции принадлежности нечетких переменных критериев интегральной оценки использовать прямой метод, задавать функцию принадлежности простым перечислением. При определении области определения нечетких переменных α_i , описывающих критерии, использовать правила, приведенные выше.

Этап 3. Определение конкретных значений степеней принадлежности для каждого критерия по предлагаемым альтернативам (вариантам думпкара).

Для каждого фактического значения критерия по вариантам думпкара определить степени принадлежности этого значения нечеткому множеству. Если конкретное значение отсутствует в перечислении нечеткого множества, то необходимо применить линейную аппроксимацию.

Этап 4. Назначение весов критериев.

Назначить веса важности для каждого критерия. Должно соблюдаться следующее условие нормировки: сумма весов, деленная на количество критериев, равна единице.

Этап 5. Расчет интегральных оценок.

Рассчитать интегральные оценки для думпкара при равной важности критериев (по формуле 1) и разной важности (по формуле 2).

3.6 Пример использования метода интегральной оценки на примере стратегии развития города Юрги

1. Разработка стратегии социально-экономического развития города Юрги была впервые осуществлена в 2004 году. Целевые ориентиры стратегического развития установлены на период 2004–2013 гг. Это не позволяет рассчитать интегральный показатель стратегического развития города по полному перечню целевых ориентиров.

В связи с этим, для апробации предложенной модели, были рассчитаны интегральные показатели по ограниченному перечню целевых ориентиров за период 2000–2003 гг. Выбранные целевые показатели социально-экономического развития в динамике представлены в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Целевые показатели социально-экономического развития города в динамике

Целевые показатели социально-экономического развития города	Годы			
	2000	2001	2002	2003
1. Постоянное население (на начало года), тыс. чел.	86,1	85,2	84,5	83,8
2. Общая смертность, человек на 1000 населения	15,2	15,9	15,5	14,7
3. Младенческая смертность, человек на 1000 родившихся	7	7	9,1	8,9
4. Рождаемость, человек на 1000 населения	8,9	9,4	10,1	9,9
5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	1,47	1,6	1,7	1,7

2. В качестве экспертов, перед которыми ставилась задача построения функций принадлежности целевых показателей, выступили специалисты отдела по социально-экономическому планированию, прогнозированию и труду Администрации города Юрги. В результате были построены функции принадлежности нечетких множеств для пяти нечетких переменных:

$$C(\alpha_1) = \{0/82,65; 0,25/83,8; 0,75/86,1; 1/87,25\};$$

$$C(\alpha_2) = \{0/17,5; 0,25/16,1; 0,75/14,7; 1/13,3\};$$

$$C(\alpha_3) = \{0/10,75; 0,25/9,5; 0,75/7,0; 1/5,75\};$$

$$C(\alpha_4) = \{0/8,3; 0,25/8,9; 0,75/10,1; 1/10,7\};$$

$$C(\alpha_5) = \{0/1,355; 0,25/1,47; 0,75/1,7; 1/1,815\}.$$

3. Далее были определены конкретные значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития (представлены в таблице 3.6).

4. Веса критериев были определены экспертами: $w_1 = 0,75$; $w_2 = 1,25$; $w_3 = 0,75$; $w_4 = 1,25$; $w_5 = 1,0$.

Таблица 3.6

Значения функций принадлежности для каждого целевого показателя по годам развития

Целевой показатель	Значения $\mu_{C_{\alpha_i}}$ по годам развития			
	2000	2001	2002	2003
1. Постоянное население (на начало года)	0,75	0,55	0,42	0,25
2. Общая смертность	0,57	0,32	0,46	0,75
3. Младенческая смертность	0,75	0,75	0,33	0,3
4. Рождаемость	0,25	0,46	0,75	0,67
5. Соотношение денежных доходов населения и величины прожиточного минимума	0,25	0,7	0,75	0,75

5. Расчет интегрального показателя осуществлялся в двух вариантах.

А) По формуле (3.1) определили значения интегральных показателей по годам при равенстве важности критериев:

$$\mu_{IS}(2000) = 0,25; \mu_{IS}(2001) = 0,32; \mu_{IS}(2002) = 0,33; \mu_{IS}(2003) = 0,25.$$

В 2002 году наблюдается наибольшее значение интегрального показателя. Таким образом, при равной важности целевых показателей, именно в 2002 году комплексное социально-экономическое положение города было наиболее близко к желаемому (планируемому).

Б) По формуле (3.2) определили значения интегрального показателя при разной важности критериев. Значения интегральных показателей составили:

$$\mu_{IS}(2000) = 0,18; \mu_{IS}(2001) = 0,24; \mu_{IS}(2002) = 0,38; \mu_{IS}(2003) = 0,35.$$

Как и в первом случае, наилучшее значение интегрального показателя в 2002 году.

Лабораторная работа №4

Построение дерева решений

Цель – формирование навыка применения метода «дерева решений» для решения задачи выбора альтернатив в условиях риска.

4.1 Задание

1. Сформулировать задачу принятия решений, аналогичную «задаче с вазами», но интерпретация всех элементов задачи (альтернатив, решений, выигрышей и проигрышей) должна относиться к конкретной предметной области, выбранной магистрантом для научных исследований. Например:

- * выбор инструментов маркетинговой политики;
- * выбор кредитных продуктов;
- * выбор инвестиционных проектов для финансирования;
- * оценка рисков ИТ-проектов;
- * выбор web-сервисов для эффективного продвижения компании в сети Интернет и др.

Условия задачи следует представить в текстовом и табличном видах.

2. Построить дерево решений задачи № 1, свернуть его, получить полезности альтернатив.
3. Аналогично «задаче с вазами» ввести дополнительное условие задачи, связанное со снижением риска принятия решения (повысить уровень информированности об условиях принятия решений). Предусмотреть «плату» за это.
4. Составить дерево решений задачи № 2 с учетом дополнительного варианта решения: повышать ли уровень информированности об условиях принятия решения.
5. Рассчитать вероятности событий для всех ветвей решений.
6. Свернуть дерево решений № 2, определить полезности альтернатив. Сделать вывод.

4.2 Методические указания выполнения задания

Задача с вазами

Теория полезности экспериментально исследовалась в так называемых задачах с вазами (или урнами). Ваза - это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное (известное лишь организатору эксперимента) количество шаров различного цвета.

Задачи с вазами типичны для группы наиболее простых задач принятия решений - задач статистического типа. Для решения этих задач надо знать элементарные начала теории вероятностей. Человек делает выбор в этих задачах, основываясь на расчетах. Варианты действий выражены в наиболее простом виде.

1. Типовая задача для испытуемого может быть представлена следующим образом. Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Дается следующая информация: сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов; сколько

черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов; какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза; какие проигрыши ожидают его, если он ошибется.

После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.

Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2-го типа. Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных. В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров. Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 денежных единиц (д. е.), если не угадает, его проигрыш составит 50 д. е. Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит выигрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е. Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:

d_1 – сказать, что ваза 1-го типа;

d_2 – сказать, что ваза 2-го типа.

Условия задачи можно представить в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Представление задачи с вазами

Типы вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

Что же делать человеку? Теория полезности отвечает: оценить среднюю (ожидаемую) полезность каждого из действий и выбрать действие с максимальной ожидаемой полезностью. В соответствии с этой рекомендацией мы можем определить среднее значение выигрыша для каждого из действий:

$$U(d_1) = 0,7 \cdot 350 - 0,3 \cdot 50 = 230 \text{ д.е.};$$

$$U(d_2) = 0,3 \cdot 500 - 0,7 \cdot 100 = 80 \text{ д.е.}$$

Следовательно, разумный человек выберет действие d_1 , а не действие d_2 .

Из этого примера следует общий рецепт действий для рационального человека: определить исходы, помножить их на соответствующие вероятности, получить ожидаемую полезность и выбрать действие с наибольшей полезностью.

Задачи с вазами помогут нам познакомиться с построением деревьев решений и принятием решений с их помощью.

Приведенная выше табл. 4.1 может быть представлена в виде дерева решений (рис. 4.1). На этом дереве квадратик означает место, где решение принимает человек, а светлый кружок – место, где все решает случай. На ветвях дерева написаны уже знакомые нам значения вероятностей, а справа у конечных ветвей – значения исходов (результаты).

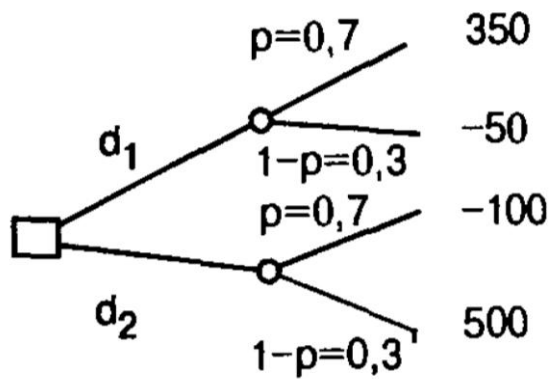


Рис 4.1 – Схема выбора оптимальной альтернативы

Для чего нужно дерево решений? Мы можем использовать его для представления своих возможных действий и для нахождения последовательности правильных решений, ведущих к максимальной ожидаемой полезности.

2. Чтобы показать это, усложним задачу. Предоставим человеку, выбирающему между действиями d_1 и d_2 , дополнительные возможности. Пусть он может до своего ответа вытащить за определенную плату один шар из вазы, причем после вытаскивания шар кладется обратно в вазу. Плата за вытаскивание одного шара 60 д. е. Дерево решений с двумя его основными ветвями представлено на рис. 4.2. Вот теперь вопрос о том, какое решение следует принимать, стал сложнее: необходимо решить, стоит ли вынимать шар и какой ответ дать после вытаскивания красного или черного шара.

При принятии этих решений нам окажет существенную помощь известный в теории вероятностей (и в теории статистических решений) способ подсчета изменения вероятностей событий после получения дополнительной информации.

Вернемся к описанию задачи. Вероятность вытащить красный шар из вазы 1-го типа $p_k(B_1)=0,6$, а из вазы 2-го типа $p_k(B_2)=0,3$. Зная все условные вероятности (зависящие от условия), а также вероятности p_1 и p_2 выбора ваз 1-го и 2-го типа (табл. 2), мы можем поставить следующие вопросы.

Первый вопрос: каковы вероятности вытащить красный и черный шары? Для ответа на этот вопрос произведем простые вычисления. Вероятность вытащить красный шар $p_k(B_1)=0,7 \cdot 0,6=0,42$, если ваза окажется 1-го типа, $p_k(B_2)=0,3 \cdot 0,3=0,09$, если ваза окажется 2-го типа. Следовательно, вероятность вытащить красный шар в общем случае $p_k=0,51$. Аналогичным образом можно посчитать, что вероятность вытащить черный шар $p_{\text{ч}}=0,49$.

Второй вопрос более сложный. Пусть вытащенный шар оказался красным (черным). Какое действие следует выбрать: d_1 или d_2 ? Для ответа на этот вопрос нужно знать вероятности принадлежности ваз к 1-му и 2-му типам после получения дополнительной информации. Эти вероятности позволяет определить знаменитая формула Байеса.

Например, мы вытащили красный шар. Какова после этого вероятность того, что перед нами стоит ваза 1-го типа?

Приведем все обозначения вероятностей:

$p_k(B_1)$ – вероятность вытащить красный шар из вазы 1-го типа;

$p_{\text{ч}}(B_1)$ – вероятность вытащить черный шар из вазы 1-го типа;

$p_k(B_2)$ – вероятность вытащить красный шар из вазы 2-го типа;

$p_{\text{ч}}(B_2)$ – вероятность вытащить черный шар из вазы 2-го типа;

$p(B_1)$ – вероятность того, что ваза 1-го типа;

$p(B_2)$ – вероятность того, что ваза 2-го типа;

$p(B_{1к})$ – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания красного шара;

$p(B_{1ч})$ – вероятность того, что ваза окажется 1-го типа после вытаскивания черного шара;

$p(B_{2к})$ – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания красного шара;

$p(B_{2ч})$ – вероятность того, что ваза окажется 2-го типа после вытаскивания черного шара.

Формула Байеса позволяет оценить $p(B_{ik})$ и $p(B_{iч})$), где $i=1,2$, используя все прочие вероятности. Например:

$$p(B_{1к}) = \frac{p_k(B_1)p(B_1)}{p_k(B_1)p(B_1) + p_k(B_2)p(B_2)}$$

Для нашей задачи: $p(B_{1к})=0,82$; $p(B_{1ч})=0,57$; $p(B_{2к})=0,18$; $p(B_{2ч})=0,43$.

Теперь мы имеем всю информацию, необходимую для принятия решений.

На рис. 4.2 показаны две основные ветви дерева решений, причем верхняя просто повторяет дерево решений на рис. 4.1.

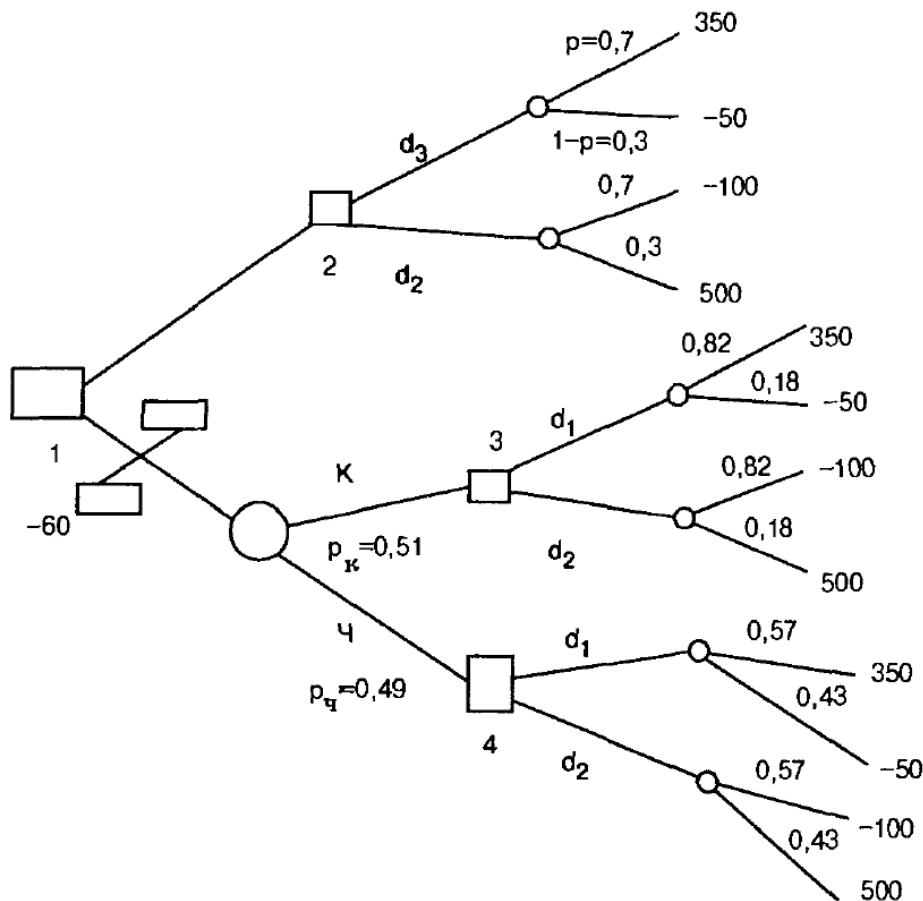


Рис 4.2 – Дерево решений

Квадратик 1 слева соответствует первому решению – вытаскивать шар или нет. Случаю отказа от вытаскивания шара соответствует верхняя основная ветвь. Решению вытаскивать

шар соответствует нижняя ветвь, начинающаяся со случайного события (кружок). В квадратах 2, 3, 4 принимаются решения о выборе одной из двух стратегий: d_1 или d_2 . Далее все решает случай (кружки).

Есть три простых правила выбора оптимальной (по критерию максимума ожидаемой полезности) последовательности решений на основе дерева решений:

- 1) идти от конечных ветвей дерева к его корню;
- 2) там, где есть случайность (кружок), находится среднее значение;
- 3) там, где есть этап принятия решений (квадратик), выбирается ветвь с наибольшей ожидаемой полезностью, а другая отсекается двумя черточками.

Применим эти правила к дереву решений, представленному на рис. 2. В результате получим дерево решений, показанное на рис. 4.3.

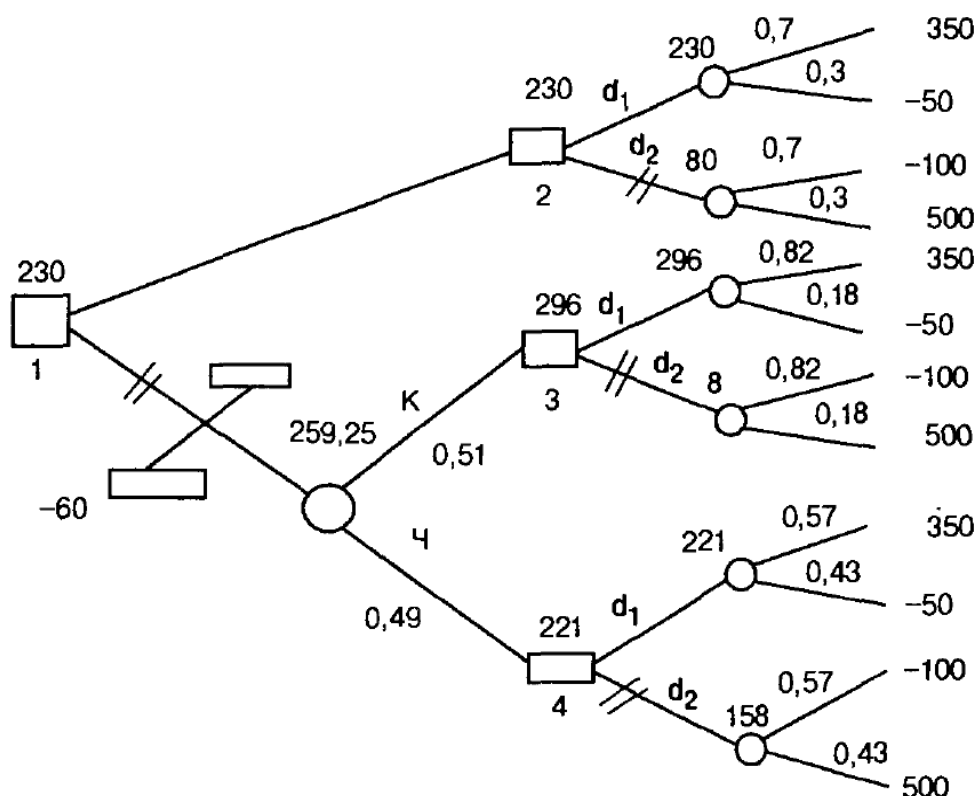


Рис 4.3 – «Сворачивание» дерева решений

На этом рисунке над кружками указаны средние значения полезности, двумя черточками отсечены ветви с меньшим значением ожидаемой полезности. Наилучший вариант действий: шар не вытаскивать и выбирать действие d_1 . Этот вариант соответствует самому верхнему пути дерева решений на рис. 4.3. Такая процедура нахождения оптимального пути на деревьях решений получила название «сворачивания» дерева решений.

Деревья решений при заданных числовых значениях вероятностей и исходов позволяют осуществить выбор той стратегии (последовательности действий), при которой достигается наибольший выигрыш, т. е. достигается максимум функции полезности ЛПР.

Лабораторная работа №5

Методы принятия решения в условиях конфликта и неопределенности

Цель – формирование навыка решения задач в условиях конфликта и неопределенности

Задачи работы

1. Получить навык решения задач принятия решений в условиях конфликта: решение игры
2. Получить навык решения задач в условиях неопределенности

5.1 Задание 1

Решить игру (найти оптимальные стратегии) с помощью метода линейного программирования. Вариант платежной матрицы игры согласовать с преподавателем.

Задача: В регионе две конкурирующие фирмы по производству обуви: фирма А и фирма В. Фирма А может производить в будущем году 4 новых модели обуви: A_1 , A_2 , A_3 и A_4 . Конкурент В также может производить 4 новые модели: B_1 , B_2 , B_3 , B_4 . Так как обувь аналогичная, то спрос и соответственно прибыль каждой фирмы от производства каждой модели зависит от того, что производит конкурент. Оценки прибыли фирмы А (которые, ввиду конкуренции, пропорциональны убыткам фирмы В) приведены в таблице (тыс. руб.). Вариант платежной матрицы игры согласовать с преподавателем.

Как рациональнее всего поступить каждой фирме, чтоб получить наибольшую прибыль? Решить данную задачу методами теории игр с использованием ЭВМ.

Вар.1

A / B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	20	40	50	75
A_2	60	35	30	40
A_3	30	70	80	10
A_4	60	30	20	40

Вар.2

A / B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	44	40	67	75
A_2	13	75	30	40
A_3	34	113	112	56
A_4	65	30	20	40

Вар.3

A / B	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	512	634	587	235
A ₂	436	725	356	542
A ₃	334	331	213	586
A ₄	445	678	267	456

Вар.4

A / B	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	115	86	187	111
A ₂	87	64	35	248
A ₃	224	110	98	101
A ₄	95	105	118	180

Вар.5

A / B	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	1204	2015	4084	3012
A ₂	5010	2225	3340	2540
A ₃	4512	4816	3450	5124
A ₄	3456	5145	4324	2228

5.2 Методические указания к заданию 1

Рассмотрим следующую модель. ЛПР A желает принять решение, на результат которого влияет другое ЛПР B , цели которого противоположны A . ЛПР B анализирует все возможные варианты A и принимает такое решение, которое приводит к наименьшему выигрышу A (соответственно максимальному своему выигрышу).

Примерами таких ситуаций служат отношения между продавцом и покупателем, адвокатом и прокурором, кредитором и дебитором, истцом и ответчиком и т.д. Подобные ситуации называются *конфликтными*. Математические методы анализа конфликтных ситуаций объединяются под названием *теории игр*, сама конфликтная ситуация носит название *игры*, а стороны, участвующие в конфликте, называются *игроками*. Исход игры называется *выигрышем* (или *проигрышем*) игроков. Если выигрыш одного игрока равен проигрышу другого, то игра называется *антагонистической*. Пусть игрок A может выбрать в качестве действий одну из n альтернатив: $A_1, A_2, \dots, A_n$. Эти альтернативы в теории игр принято называть *стратегиями*. Аналогично, игрок B может принять одну из m стратегий $B_1, B_2, \dots, B_m$. Предположим, что известны выигрыши (проигрыши) игрока A при любой выбранной им стратегии A_i и любом ответе ему игроком B – стратегии B_j . Пусть этот результат выражен числом a_{ij} (которое может быть и отрицательным в случае проигрыша A). Величины a_{ij} образуют матрицу (табл.5.2):

Таблица 5.2

Платежная матрица

$B_j \setminus A_i$	B_1	B_2	...	B_m
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}
...	...	...	...	...
A_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}

Эта матрица называется *платежной* или *матрицей игры*. Здесь a_{ik} – выигрыш игрока A при выборе стратегии A_i и выборе игроком B стратегии B_k ; b_{ki} – выигрыш игрока B при выборе стратегии B_k в ответ на выбор игроком A стратегии A_i , причем выигрыши связаны равенством $b_{ki} = -a_{ik}$. Это условие указывает на то, что выигрыш одного из игроков равен проигрышу другого игрока. Поэтому при анализе игры можно рассматривать выигрыши только одного из игроков, например, игрока A .

Решением конфликтной ситуации является выбор оптимальных стратегий каждого игрока. В большинстве случаев решением являются смешанные стратегии, которые предполагают, что каждый игрок будет выбирать случайно из возможно допустимых чистых стратегий (но выбирать их с вероятностями), либо частично реализовывать чистые стратегии в заданных пропорциях.

Нахождение этих вероятностей (или пропорций) и является решением игры. Таким образом, в общем виде, решением игры являются смешанные стратегии

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_m \\ q_1 & q_2 & \dots & q_m \end{pmatrix},$$

где p_i и q_j – вероятности чистых стратегий A_i и B_j в смешанной стратегии.

Пусть платежная матрица имеет вид:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Тогда для нахождения вероятностей p_i и q_j смешанных стратегий

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_m \\ q_1 & q_2 & \dots & q_m \end{pmatrix},$$

необходимо решать прямую и двойственную задачи линейного программирования вида:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \rightarrow \min,$$

$$y_1 + y_2 + \dots + y_m \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \dots + a_{n1}x_n \geq 1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n2}x_n \geq 1, \\ \dots \\ a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \dots + a_{nm}x_n \geq 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \dots + a_{1m}y_m \leq 1, \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \dots + a_{2m}y_m \leq 1, \\ \dots \\ a_{n1}y_1 + a_{n2}y_2 + \dots + a_{nm}y_m \leq 1, \end{cases}$$

$$x_i > 0; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$y_j > 0; \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Из решения задач линейного программирования находятся средние выигрыши (проигрыши) игроков, которые называются ценой игры:

$$v = \frac{1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} = \frac{1}{y_1 + y_2 + \dots + y_m},$$

и вероятности состояний $p_i = x_i v$; $q_j = y_j v$.

Решения задач линейного программирования можно осуществлять на ЭВМ с помощью надстройки «Поиск решения» пакета прикладных программ MS EXCEL, или с помощью математического пакета Mathcad .

Пример 1. В регионе две конкурирующие фирмы по производству обуви: фирма А и фирма В. Фирма А может производить в будущем году 4 новых модели обуви: A_1, A_2, A_3 и A_4 . Конкурент В также может производить 4 новые модели: B_1, B_2, B_3, B_4 .

Так как обувь аналогичная, то спрос и соответственно прибыль каждой фирмы от производства каждой модели зависит от того, что производит конкурент. Оценки прибыли фирмы А (которые, ввиду конкуренции, пропорциональны убыткам фирмы В) приведены в таблице (тыс. руб.):

Таблица 5.3

Платежная матрица

$A_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	70	30	20	50
A_2	60	50	40	80
A_3	20	60	80	60
A_4	50	70	30	50

Как рациональнее всего поступить каждой фирме, чтоб получить наибольшую прибыль? Решить данную задачу методами теории игр с использованием ЭВМ.

Решение. Построим задачу линейного программирования. Рассмотрим задачу со стороны фирмы А. Введем параметры, пропорциональные вероятностям чистых стратегий, которые равны x_1, x_2, x_3, x_4 . Тогда нужно составить задачу линейного программирования (ЗЛП), то есть необходимо найти минимум функции при ограничениях:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\
 \begin{cases} 70x_1 + 60x_2 + 20x_3 + 50x_4 \geq 1 \\ 30x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 70x_4 \geq 1 \\ 20x_1 + 40x_2 + 80x_3 + 30x_4 \geq 1 \\ 50x_1 + 80x_2 + 60x_3 + 50x_4 \geq 1 \end{cases} \\
 x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0; \quad x_3 \geq 0; \quad x_4 \geq 0;
 \end{aligned}$$

Рассмотрим фирму А. Решение, полученное в пакете Mathcad приведено на рис. 5.1

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{A}} &:= \begin{pmatrix} 70 & 60 & 20 & 50 \\ 30 & 50 & 60 & 70 \\ 20 & 40 & 80 & 30 \\ 50 & 80 & 60 & 50 \end{pmatrix} & \underline{\underline{x}} &:= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{y}} &:= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{e}} &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 f(x) &:= \sum_{i=1}^4 x_i \\
 \text{Given} \\
 A \cdot x &\geq e \quad x \geq 0 \\
 x1 &:= \text{Minimize}(f, x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.015 \\ 5 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 v &:= \frac{1}{\sum_{i=1}^4 x1_i} = 50 \\
 p &:= x1 \cdot v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 5.1

Получили следующий результат. Фирма А выпускает модель обуви А2 в объёме 75%, модель А3 – в объёме 25%. Ожидаемая прибыль составила 50 ден. Ед.

Рассмотрим теперь решение относительно фирмы В.

Для него вводим переменные, пропорциональные вероятностям чистых стратегий y_1, y_2, y_3, y_4 ЗЛП для игрока В имеет вид

$$\begin{aligned}
 z(y) &= y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \rightarrow \max \\
 \begin{cases} 70y_1 + 30y_2 + 20y_3 + 50y_4 \leq 1 \\ 60y_1 + 50y_2 + 40y_3 + 80y_4 \leq 1 \\ 20y_1 + 60y_2 + 80y_3 + 60y_4 \leq 1 \\ 50y_1 + 70y_2 + 30y_3 + 50y_4 \leq 1 \end{cases} \\
 y_1 &\geq 0; \quad y_2 \geq 0; \quad y_3 \geq 0; \quad y_4 \geq 0;
 \end{aligned}$$

Решение, полученное в пакете Mathcad приведено на рис. 5.2

$$z(y) := \sum_{i=1}^4 y_i$$

Given

$$A^T \cdot y \leq e \quad y \geq 0$$

$$y1 := \text{Maximize}(z, y) = \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v1 := \frac{1}{\sum_{i=1}^4 y1_i} = 50$$

$$p := y1 \cdot v1 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 5.2

Фирма В выпускает модель обуви В1 в объеме 50%, модель В4 – в объеме 50%. Ожидаемая прибыль составила 50 ден. Ед.

5.3 Задание 2

Решите с помощью ЭВМ

Директор финансовой компании проводит рискованную операцию. Страховая компания предлагает застраховать сделку и предлагает 4 вида страховки: А1, А2, А3, А4. Компенсация ущерба для каждого варианта зависит от того, какой из возможных страховых случаев произошел. Выделяют 5 видов страховых случаев S1, S2, S3, S4, S5. Компенсации (тыс. у.е.) для каждого вида страховки при каждом страховом случае составляют матрицу выигрышей вида (таблица 5.1):

Таблица 5.1

Представление задачи с вазами

$\dot{A}_i \setminus S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
$\dot{A}_1$	43	22	42	49	45
$\dot{A}_2$	41	37	40	38	42
$\dot{A}_3$	39	48	37	42	36
$\dot{A}_4$	37	29	32	58	41

Выбрать наилучшую альтернативу, используя критерии Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа, Гурвица и Лапласа при коэффициенте доверия $p=0,4$.

5.4 Методические указания к заданию 2

В рассмотренных ранее задачах принятия решения в условиях риска известны оценки вероятностей, с которыми можно ожидать тот или иной исход при их случайном выборе. Однако, во многих практических задачах очень часто совершенно неизвестно, с какой вероятностью можно ожидать возможные сценарий развития ситуации. Математическую модель принятия решений при таких условиях назовем методом принятия решений в условиях неопределенности.

Выбор наилучшего решения в условиях неопределенности существенно зависит от того, какова степень этой неопределенности, т.е. от того, какой информацией располагает ЛПР.

Поскольку предположения являются субъективными, постольку должны различаться степени неопределенности со стороны лица, принимающего решение. Например, два человека могут рассматривать одно и то же событие, но каждый будет делать собственные предположения с большей или меньшей вероятностью, чем другой. Процедура принятия решения может зависеть от степени неопределенности, понимаемой лицом, принимающим решение.

Практикуются два основных подхода к принятию решения в условиях неопределенности.

Лицо, принимающее решение, может использовать имеющуюся у него информацию и свои собственные личные суждения, а также опыт для идентификации и определения субъективных вероятностей возможных внешних условий, а также оценки вытекающих в результате отдачи для каждой имеющейся стратегии в каждом внешнем условии. Это, в сущности, делает условия неопределенности аналогичными условиям риска, а процедура принятия решения, обсуждавшаяся ранее для условий риска, выполняется и в этом случае.

Если степень неопределенности слишком высока, то лицо, принимающее решение, предпочитает не делать допущений относительно вероятностей различных внешних условий, т.е. это лицо может или не учитывать вероятности, или рассматривать их как равные, что практически одно и то же. Если применяется данный подход, то для оценки предполагаемых стратегий имеются четыре критерия решения:

- а) критерия решения Вальда, называемый также максимином;
- б) альфа-критерий решения Гурвица;
- в) критерий решений Сэвиджа, называемый также критерием отказа от минимакса;
- г) критерий решений Лапласа, называемый также критерием решения Бэйеса.

Пожалуй, наиболее трудная задача для лица, принимающего решение, заключается в выборе конкретного критерия, наиболее подходящего для решения предложенной задачи. Выбор критерия должен быть логичным при данных обстоятельствах. Кроме того, при выборе критерия должны учитываться философия, темперамент и взгляды нынешнего руководства фирмы (оптимистические или пессимистические; консервативные или прогрессивные).

Минимаксный критерий решения Вальда, ($W = \min \max a_{ij}, 1 \leq i \leq m$), — это критерий консерватизма и попытка максимизировать уровень надежности. Он представляет внешние условия как капризные, и недоброжелательные и делает предположение, что закон Мэрфи («если плохое событие может произойти, то оно обязательно произойдет») полностью подтверждается. Следовательно, по этому критерию необходимо определить наихудший из возможных результатов каждой стратегии; а затем выбрать стратегию, обещающую наилучший из наихудших результатов. Применяется в том случае, когда матрица A представляет собой матрицу потерь.

Максиминный критерий Вальда. В соответствии с этим критерием, если требуется гарантия, чтобы выигрыш в любых условиях оказывался не меньше, чем наибольший из возможных в худших условиях (то есть линия поведения по принципу "рассчитывай на худшее"), то оптимальным решением будет то, для которого выигрыш окажется максимальным из всех минимальных при различных вариантах условий.

Критерием Вальда «рассчитывай на худшее» (критерий крайнего пессимизма) называют критерий, предписывающий обеспечить значение параметра эффекта равного α

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$$

Этот критерий ориентирует лицо, принимающее решение, на наихудшие условия и рекомендует выбрать ту стратегию, для которой выигрыш максимален. В других, более благоприятных условиях использование этого критерия приводит к потере эффективности системы или операции. Применяется в том случае, когда матрица A представляет собой матрицу выигрышей.

Минимаксный критерий Сэвиджа. В соответствии с этим критерием, если требуется в любых условиях избежать большого риска, то оптимальным будет то решение, для которого риск, максимальный при различных вариантах условий, окажется минимальным.

Критерий минимаксного риска Сэвиджа. При его использовании обеспечивается наименьшее значение максимальной величины риска:

$$\min_j \max_i r_{ij}$$

где риск r_{ij} определяется выражением: $r_{ij} = \max_i (\alpha_{ij}) - \alpha_{ij}$, где

$$\max_i (\alpha_{ij}) - \text{максимально возможный выигрыш.}$$

Критерий Сэвиджа, как и критерий Вальда, – это критерий крайнего пессимизма, но только пессимизм здесь проявляется в том, что минимизируется максимальная потеря в выигрыше, по сравнению с тем, чего можно было бы достичь в данных условиях.

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица. Альфа-критерий решения Гурвица предполагает определение индекса решения - d , для каждой стратегии, который представляет собой средневзвешенное его экстремальных отдал. Взвешивающими факторами служат коэффициент оптимизма, p , который применим к максимальной отдаче, M , и его дополнение, $1-p$, которое применимо к минимальной отдаче - m . Стоимость каждой стратегии, таким образом, равна:

$$d = p \cdot M + (1 - p) \cdot m$$

Стратегия с самой высокой стоимостью d_i выбирается в качестве оптимальной.

Коэффициент оптимизма располагается в диапазоне от 0 до 1, что обеспечивает возможность лицу, принимающему решение, выражать свое субъективное отношение к риску с той или иной степенью оптимизма. Если лицо, принимающее решение, совершенно пессимистично, то оно может решить, что $p = 0$. Результат будет тот же, что и при использовании критерия максимина. Если лицо, принимающее решение, неисправимый оптимист, то оно может решить, что $p = 1$. Результат будет таким же, что и при критерии максимакса.

В соответствии с этим критерием, если требуется остановиться между линией поведения "рассчитывай на худшее" и линией поведения "рассчитывай на лучшее", то оптимальным решением будет то, для которого окажется максимальным показатель G .

Этот критерий рекомендует при выборе решения в условиях неопределенности не руководствоваться ни крайним пессимизмом (всегда «рассчитывай на худшее»), ни оптимизмом («все будет наилучшим образом»). Рекомендуется некое среднее решение. Этот критерий имеет вид:

$$H = \max_i \left\{ p \max_j a_{ij} + (1-p) \min_j a_{ij} \right\}, \text{ если } a_{ij} - \text{выигрыш};$$

$$H = \min_i \left\{ p \min_j a_{ij} + (1-p) \max_j a_{ij} \right\}, \text{ если } a_{ij} - \text{потери},$$

где p - некий коэффициент, выбираемый экспериментально из интервала между 0 и 1.

Использование этого коэффициента вносит дополнительный субъективизм в принятие решений с использованием критерия Гурвица.

Критерий Лапласа или Байесов критерий, который гласит, что если вероятность состояния среды неизвестна, то они должны приниматься как равные. В этом случае выбирается стратегия, характеризующаяся самой предполагаемой стоимостью при условии равных вероятностей. Критерий Лапласа позволяет условие неопределенности сводить к условиям риска.

Критерий Лапласа называют критерием рациональности, и он подходит для стратегических долгосрочных решений, как и все вышеназванные критерии.

Критерий Лапласа – это критерий рациональности, полностью нечувствительный к отношению лица, принимающего решение. Он чрезвычайно чувствителен, однако, к определению лицом, принимающим решение, состояния экономики и природы. Например, предположим, что состояния природы — жаркая, теплая и холодная погода. При отсутствии какого-либо прогноза погоды Байесова вероятность холодной погоды должна составлять одну треть. Но предположим теперь, что состояния природы – теплая и холодная погода. В этом случае вероятность холодной погоды сменилась на одну вторую. В действительности, конечно, равная вероятность всех состояний природы невозможна, особенно в краткосрочные периоды.

Таким образом, критерий Лапласа больше подходит для долгосрочного прогнозирования, осуществляемого крупными фирмами.

Кроме вышеназванных четырех критериев для принятия решений в условиях неопределенности существуют неколичественные методы, такие как приобретение дополнительной информации, хеджирование, гибкое инвестирование и др. Основным правилом принятия решения в условиях неопределенности является стремление к возможно большей объективности.

В заключение следует сказать, что процесс принятия решения в условиях неопределенности - это процесс выбора критерия, а затем выполнения вычислений, необходимых для осуществления выбора в пределах этого критерия. Мы видим также, что четыре критерия решений, которые обсуждались ранее, будучи примененными к одной и той же матрице решения, могут привести к четырем различным стратегиям.

Какой критерий является самым подходящим? Универсального правильного ответа не существует. Каждый из критериев логичен при конкретных обстоятельствах, и каждый может быть подвергнут критике на том или ином основании. Выбор часто может зависеть от личных соображений. Какую же пользу приносит понятие платежной матрицы?

Пожалуй, самый удачный ответ заключается в том, что она представляет собой полезный инструмент для концептуализации и формализации процесса принятия решения. Здесь следует обратить внимание на то, что имеются и другие количественные методы решения проблемы неопределенности.

Неопределенность можно представить как некоторое состояние знаний, при котором одна или несколько альтернатив приводят к блоку возможных результатов, вероятности которых неизвестны. Обычно это, происходит потому, что не имеется надежных данных, на основании которых вероятности могли бы быть вычислены апостериори, а также потому, что не имеется каких-либо способов вывести вероятности априори. Это означает, что принятие решений в условиях неопределенности всегда субъективно.

5.5 Примеры расчетов по критериям

Пример 2. Директор торговой фирмы, продающей телевизоры марки «Zarya» решил открыть представительство в областном центре.

У него имеются альтернативы либо создавать собственный магазин в отдельном помещении, либо организовывать сотрудничество с местными торговыми центрами. Всего можно выделить 5 альтернатив решения: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 . Успех торговой фирмы зависит от того, как сложится ситуация на рынке предоставляемых услуг. Эксперты выделяют 4 возможных варианта развития ситуации B_1, B_2, B_3, B_4 .

Прибыль фирмы для каждой альтернативы при каждой ситуации представлена матрицей выигрышей a_{ij} (млн. руб./год).

Таблица 5.4

Матрица выигрышей

$B_j \backslash A_i$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	12	14	5
A_2	9	10	11	10
A_3	2	4	9	22
A_4	12	14	10	1
A_5	15	6	7	14

Рассмотрим основные критерии, позволяющие выбирать оптимальную альтернативу для принятия решения.

1) Критерий Вальда.

Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности a_i (наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей) и выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный. Для нашего примера: $a_1=5, a_2=9, a_3=2, a_4=1, a_5=6$

Видно, что наилучшим из наихудших показателей обладает альтернатива A_2 , для нее $a_2=9$ наибольшее.

2) Критерий максимального оптимизма.

Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, что произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей. Для приведенного примера эта величина $a_{34}=22$, поэтому выбираем альтернативу A_3 .

3) Критерий Сэвиджа.

Он основан на принципе минимизации потерь, связанных с тем, что ЛПР принял не оптимальное решение. Для решения задачи составляется матрица потерь, которая называется

матрицей рисков r_{ij} , которая получается из матрицы выигрышей a_{ij} путем вычитания из максимального элемента каждого столбца $a_j^{\max} = \max_i(a_{ij})$ всех остальных элементов. В рассматриваемом примере эта матрица есть:

Таблица 5.5

Матрица выигрышей

$\begin{matrix} B_j \\ A_i \end{matrix}$	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	7	2	0	17
A_2	6	4	3	12
A_3	13	10	5	0
A_4	3	0	4	21
A_5	0	8	7	8

Далее, для каждой альтернативы определяем величины b_i , равные максимальному риску (наибольшее число в каждой строке матрицы рисков) и выбирают ту альтернативу, для которой максимальный риск минимален. В нашем примере: $b_1=17$; $b_2=12$; $b_3=13$; $b_4=21$; $b_5=18$ минимально $b_2=12$. Принимаем альтернативу A_2 .

4) Критерий Гурвица.

Это самый универсальный критерий, который позволяет управлять степенью «оптимизма - пессимизма» ЛПР. Введем некоторый коэффициент h , который назовем **коэффициентом доверия** или коэффициентом оптимизма. Этот коэффициент можно интерпретировать как вероятность, с которой произойдет наилучший для ЛПР исход. Исходя из этого, наихудший вариант можно ожидать с вероятностью $(1 - h)$. Коэффициент доверия h показывает, насколько ЛПР может управлять ситуацией и в той или иной степени рассчитывает на благоприятный для него исход. Если вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуации для ЛПР равны, то следует принять $p=0,5$.

Для реализации критерия определяются наилучшие a_i^+ и наихудшие a_i^- значения каждой альтернативе по формулам

$$a_i^+ = \max_j(a_{ij}), \quad a_i^- = \min_j(a_{ij}).$$

Далее, вычисляются функции полезности по формуле:

$$F_i = a_i^+ \cdot p + a_i^- \cdot (1 - p).$$

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

Предположим, что для нашего примера ЛПР достаточно уверен в положительном результате и оценивает вероятность максимального успеха в $p=0,7$. Тогда:

$$F_1 = 14 \cdot 0,7 + 5 \cdot (1 - 0,7) = 11,3;$$

$$F_2 = 11 \cdot 0,7 + 9 \cdot 0,3 = 10,4;$$

$$F_3 = 22 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,3 = 16,0;$$

$$F_4 = 14 \cdot 0,7 + 1 \cdot 0,3 = 10,1;$$

$$F_5 = 15 \cdot 0,7 + 6 \cdot 0,3 = 12,3.$$

В соответствии с расчетами ЛПР следует выбрать альтернативу A_3 .

Если же, например, ЛПР не очень уверен в положительном исходе и расценивает его вероятность порядка $p=0,2$, то функции полезности равны:

$$F_1 = 14 \cdot 0,2 + 5 \cdot (1 - 0,2) = 6,8;$$

$$F_2 = 11 \cdot 0,2 + 9 \cdot 0,8 = 9,4;$$

$$F_3 = 22 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,8 = 6,0;$$

$$F_4 = 14 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,8 = 3,6;$$

$$F_5 = 15 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,8 = 7,8.$$

Видно, что в этом случае следует принять A_2 , для которого функция полезности максимальна.

Следует отметить, что при $p=0$, критерий Гурвица переходит в пессимистический критерий Вальда, а при $p=1$ – в критерий максимального оптимизма.

5) Критерий Лапласа.

Он основан на предположении, что каждый вариант развития ситуации (состояния «природы») равновероятен. Поэтому, для принятия решения, необходимо рассчитать функцию полезности F_i для каждой альтернативы, равную среднеарифметическому показателей привлекательности по каждому «состоянию природы»:

$$F_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{ij}.$$

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна. Для примера:

$$F_1 = \frac{1}{4}(8 + 12 + 14 + 5) = 9,75$$

$$F_2 = \frac{1}{4}(9 + 10 + 11 + 5) = 10$$

$$F_3 = \frac{1}{4}(2 + 4 + 9 + 22) = 9,25$$

$$F_4 = \frac{1}{4}(12 + 14 + 10 + 1) = 9,25$$

$$F_5 = \frac{1}{4}(15 + 6 + 7 + 14) = 10,5$$

Видно, что функция полезности максимальна для альтернативы A_5 , следовательно, ее рациональнее всего принять.

В случае, если показатель привлекательности по критерию a_{ij} **минимизируются** (чем меньше, тем лучше для ЛПР, например затраты, риск и др.), то критерии принятия оптимального решения несколько меняются. Рассмотрим эти отличия.

Критерий **Лапласа** определяет оптимальное решение по минимальной функции полезности. Применяя критерий **Вальда** необходимо вычислять максимальный показатель каждой альтернативы (строки) a_i и принимать альтернативу, где этот показатель минимален (минимаксный критерий Вальда).

Критерий *максимального оптимизма* позволяет определить оптимальное решение, соответствующее минимальному элементу матрицы выигрышей (которую в случае минимизации часто называют матрицей потерь).

Матрица рисков в критерии *Сэвиджа* получается в результате вычитания из каждого элемента матрицы потерь a_{ij} минимального элемента каждого столбца. Критерий минимаксного риска Сэвиджа. При его использовании обеспечивается наименьшее значение максимальной величины риска:

$$\min_j \max_i r_{ij}$$

где риск r_{ij} определяется выражением: $r_{ij} = \alpha_{ij} - \min_i (\alpha_{ij})$, где

$\min_i (\alpha_{ij})$ – минимально возможный проигрыш.

Для реализации критерия *Гурвица* вычисляются максимальные и минимальные показатели для каждой альтернативы

$$a_i^+ = \max_j (a_{ij}), \quad a_i^- = \min_j (a_{ij})$$

и функции полезности рассчитываются по формуле:

$$F_i = a_i^- \cdot \alpha + a_i^+ \cdot (1 - \alpha)$$

Выбирается альтернатива с наименьшей функцией полезности. Рассмотрим пример.

Пример 3. Нефтяная компания собирается построить в районе крайнего севера нефтяную вышку. Имеется 4 проекта А, В, С и D.

Затраты на строительство (млн. руб.) зависят от того, какие погодные условия будут в период строительства. Возможны 5 вариантов погоды S_1 - S_5 . Выбрать оптимальный проект для строительства используя критерии Вальда, максимального оптимизма, Сэвиджа и Гурвица при $p = 0,6$, Лапласа. Матрица затрат имеет вид:

$\hat{A}_i \setminus S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
$\hat{A}_1$	7	12	8	10	5
$\hat{A}_2$	9	10	7	8	9
$\hat{A}_3$	6	8	15	9	7
$\hat{A}_4$	9	10	8	11	7

Критерий Вальда: среди наихудших вариантов $a_1=12$, $a_2=10$, $a_3=15$, $a_4=11$,

Наилучшим соответствует $a_2=10$, следовательно принимаем альтернативу A_2 .

Критерий *максимального оптимизма*. Соответствует альтернатива для которой a_{15} минимальное.

Критерий *Сэвиджа* имеет матрицу рисков:

$\hat{A}_i \setminus S_j$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
$\hat{A}_1$	1	4	1	2	0
$\hat{A}_2$	3	2	0	0	4
$\hat{A}_3$	0	0	8	1	2
$\hat{A}_4$	3	2	1	3	2

Максимальные элементы для каждого критерия матрицы рисков равны: $\beta_1 = 4$; $\beta_2 = 4$; $\beta_3 = 8$; $\beta_4 = 3$. Принимаем альтернативу соответствующую минимальному значению $\beta_4 = 3$, то есть A_4 .

В соответствии с критерий *Гурвица* на уровне $p = 0,6$, функции полезности равны:

$$F_1 = 5 \cdot 0,6 + 12 \cdot 0,4 = 7,8$$

$$F_2 = 7 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,4 = 8,2$$

$$F_3 = 6 \cdot 0,6 + 15 \cdot 0,4 = 9,6$$

$$F_4 = 7 \cdot 0,6 + 11 \cdot 0,4 = 8,6$$

Принимаем альтернативу A_1 с наименьшей функцией полезности $F_1 = 7,8$.

Критерий *Лапласа*

$$F_1 = \frac{(7 + 12 + 8 + 10 + 5)}{5} = 8,4$$

$$F_3 = \frac{(6 + 8 + 15 + 9 + 7)}{5} = 9$$

$$F_2 = \frac{(9 + 10 + 7 + 8 + 10)}{5} = 8,6$$

$$F_4 = \frac{(9 + 10 + 8 + 11 + 7)}{5} = 9$$

Следует выбирать альтернативу A_1 .

Лабораторная работа №6

Разработка таблиц компетентности экспертов

Цель – научиться формировать экспертную комиссию, применять методы агрегирования экспертных оценок, проводить оценку согласованности мнений.

6.1 Задание

1. Кратко опишите предметную область принятия решений, для которой необходимо сформировать экспертную комиссию. Предметная область должна быть связана с темой научных исследований магистранта.

2. Определите состав функциональных сфер в предметной области, подлежащих экспертизе (не менее трех).

3. Определите минимальный состав экспертов. Выберите экспертов из числа студентов вашей группы.

4. Определите набор критериев (не менее трех) и шкалы для оценки компетентности экспертов

5. Оцените (условно) уровень компетентности экспертов по критериям и рассчитайте суммарные оценки уровня компетентности эксперта по функциональным блокам

6. Составьте таблицу компетентности.

7. Рассчитайте веса важности экспертов при групповом экспертном оценивании и составьте таблицу весов компетентности экспертов.

8. Составьте вопрос для экспертной оценки по конкретной функциональной области. Узнайте (предложите самостоятельно) варианты ответов экспертов.

9. Рассчитайте групповую оценку

10. Оцените согласованность экспертов.

6.2 Методические указания

Практический пример формирования и организации работы экспертной комиссии в стратегическом управлении регионом

Формирование экспертной комиссии

Социально-экономическое и инновационное развитие региона характеризуется факторами различной направленности: производственные, инвестиционные, финансовые, социально-экономические, кадровые, инфраструктурные и др. Принятие решений о социально-экономическом развитии, о формировании стратегии управления инновационным развитием требует организации экспертного оценивания показателей развития региональной инновационной системы, а также факторов внешней среды.

Обычно для разработки стратегии создается некая группа по стратегическому планированию – консультативно-координирующий орган при администрации региона, обеспечивающий согласование действий органов региональной власти, бизнеса и

сообщества, всех заинтересованных субъектов, участвующих в стратегическом планировании инновационного развития региона.

Типовая схема формирования экспертной комиссии включает такие этапы, как определение количественного состава экспертов, разработка формальных и профессиональных требований к эксперту, определение состава экспертной комиссии, определение степени компетентности каждого эксперта [1] (рис. 6.1).

Экспертная комиссия должна иметь в своем составе специалистов по каждой из групп факторов социально-экономического развития региона. При этом логично предположить, что в наибольшей степени должно учитываться мнение специалистов именно по тому профилю, к которому имеет отношение оцениваемый показатель. Так, например, при оценке кадрового блока показателей эксперты должны обладать знаниями экономики и социологии труда, трудового законодательства, механизма функционирования и регулирования рынка труда и иметь опыт работы в данной области. В то же время нельзя пренебрегать и мнением других членов экспертной комиссии, пусть даже не обладающих высокой степенью компетентности в данной области, поскольку нельзя допускать обособленности оценивания отдельных сфер развития региона, каждая проблема должна рассматриваться во взаимосвязи и с другими. Таким образом, возникает необходимость определения весов значимости экспертов при оценивании различных блоков показателей.

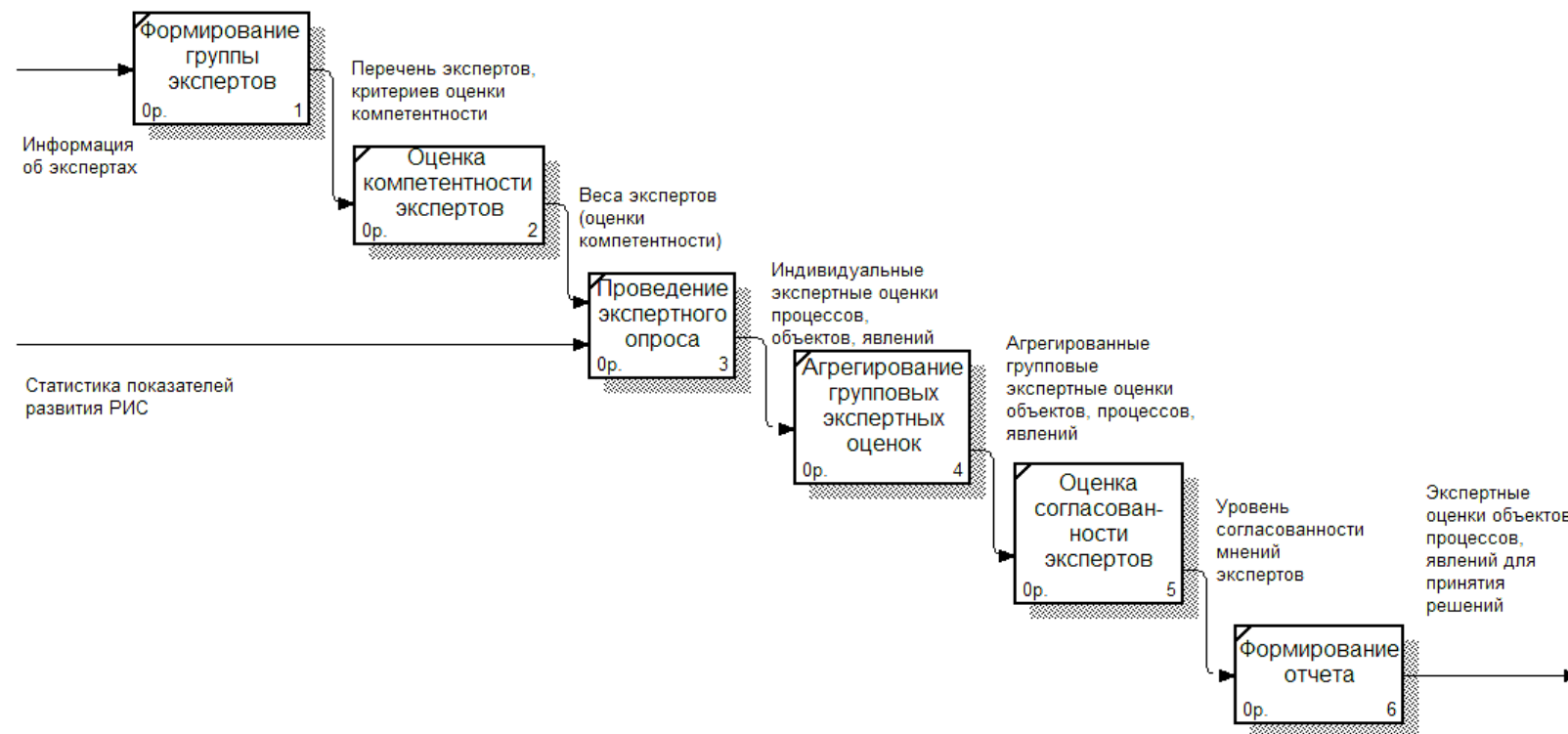
Минимальное количество экспертов определяется числом функциональных сфер жизнедеятельности региона, используемых при планировании. Например, в [2] выделяются шесть блоков показателей социально-экономического развития региона. В [3] минимальное количество экспертов предлагается определять по формуле (1).

$$N = 0,5 (3/\alpha + 5), \quad (6.1)$$

где $0 < \alpha \leq 1$ – параметр, задающий минимальный уровень ошибки экспертизы. Исходя из этого условия минимальное количество экспертов равно 4 (при $\alpha = 1$).

Для каждого эксперта необходимо определить оценку уровня его компетентности по каждому блоку показателей.

В [1,4] называются такие основные требования к эксперту, как широкий кругозор и знание предметной области, наличие научных трудов и практического опыта, способность решать творческие задачи, независимость мышления и др. Таким образом, задача определения компетентности экспертов является многокритериальной. Наиболее популярным методом многокритериальной оценки альтернатив является метод взвешенных сумм [5].



CODE:	TITLE:	NUMBER:
A2	Формирование и организация работы экспертной комиссии	

Рис.6.1. Основные этапы формирования экспертной комиссии и организации экспертных опросов

В [1] предлагается использовать следующие критерии и шкалы для оценивания экспертов:

1. Уровень образования: среднее (1 балл); среднее специальное (2–4 балла); высшее (5–8 баллов); наличие ученой степени (9–10 баллов).

2. Соответствие профиля образования предметной области (а именно, в конкретной сфере функционирования региона): не соответствует (1 балл); не очень соответствует (2–4 балла); более или менее соответствует (5–8 баллов); соответствует (9–10 баллов).

3. Опыт работы по профилю предметной области: отсутствует (1 балл); небольшой (2–4 балла); не очень большой (5–8 баллов); большой (9–10 баллов).

4. Административная и экономическая независимость в данной сфере: отсутствует (1 балл); низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).

5. Способность решать творческие задачи и опыт участия в экспертном оценивании: отсутствует (1 балл); низкая (2–4 балла); средняя (5–8 баллов); высокая (9–10 баллов).

Суммарная оценка уровня компетентности эксперта по i -тому функциональному блоку определяется по формуле (6.2),

$$O_{K_i} = \sum_j W_j O_j, \quad (6.2)$$

где O_{K_i} – оценка уровня компетентности эксперта по i -тому функциональному блоку;

O_j – оценка эксперта по j -тому критерию;

W_j – вес критерия оценки эксперта, причем $\sum_j W_j = 1$.

Затем сводим полученные оценки O_{K_i} в таблицу компетентности экспертов (табл.6.1).

Таблица 6.1

Таблица компетентности экспертов

Функциональные блоки	Эксперты						max
	1	2	3	4	...	d	$O_{K_{is}}$

Социально-экономический							
Кадровый							
Инвестиционный							
Инфраструктурный							
Производственный							
Финансовый							

На пересечении строк и столбцов находятся оценки уровня компетентности по i -тому функциональному блоку s -того эксперта Ok_{is} .

При анализе, планировании и прогнозировании социально-экономического развития региона данной таблицей можно воспользоваться:

1) для определения наиболее компетентного эксперта по определенному функциональному блоку показателей (в случае использования индивидуального метода экспертных оценок). Им будет являться эксперт, имеющий наибольшую оценку по i -тому блоку ($\max Ok_{is}$);

2) для определения весов важности экспертов при групповом экспертном оценивании. Вес важности s -того эксперта по i -тому функциональному блоку определяется по формуле

$$W_{is} = \frac{Ok_{is}}{\sum_s Ok_{is}}. \quad (6.3)$$

Пример таблицы компетентности экспертов приведен в табл. 6.2.

6.3 Оценка согласованности экспертов

Субъективный характер восприятия экспертами оцениваемой ситуации приводит к расхождению в оценках экспертов. В связи с этим возникает две проблемы:

- получение агрегированной групповой оценки нескольких экспертов;
- оценка согласованности мнений экспертов.

Для решения первой проблемы необходимо назначение весов важности экспертов, учитывающих их компетентность в предметной области.

Если имеется d экспертов ($s = \overline{1, d}$), то имеется d весов важности W_s ($\sum W_s = 1$), и d полученных от экспертов оценок факторов развития региона x_s . Тогда агрегированная групповая оценка экспертов определяется по формуле (6.4),

$$x_{\text{груп}} = \sum_s W_s \cdot x_s. \quad (6.4)$$

Например, пусть при оценивании вероятности реализации возможности внешней среды от пяти экспертов получены следующие оценки вероятности: $x_1 = 0,8$, $x_2 = 0,7$, $x_3 = 0,9$, $x_4 = 0,5$, $x_5 = 0,7$. Веса важности экспертов $W_1 = 0,15$, $W_2 = 0,2$, $W_3 = 0,15$, $W_4 = 0,1$, $W_5 = 0,4$. Тогда агрегированная групповая оценка $x_{\text{груп}} = 0,725$.

Полученные экспертные оценки фактически представляют собой вариационный ряд

x_s	x_1	x_2	...	x_d
W_s	W_1	W_2	...	W_d

Поэтому критерием согласованности мнений экспертов может служить показатель вариации экспертных оценок. Для этих целей на практике используется коэффициент вариации K_v , который применяют не только для сравнительной оценки вариации, но и для характеристики однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33 % (для распределений, близких к нормальному).

Таким образом, необходимо вычислить коэффициент вариации и сравнить его с нормативным значением (33 %). Если $K_v \leq 33\%$, то считать оценки экспертов согласованными. Если $K_v > 33\%$, то оценки экспертов не согласованы, и тогда экспертам нужно пересмотреть свои оценки, причем наиболее правильным будет пересмотреть оценку, имеющую наибольшую разницу $|x - x_{\text{груп}}|$, при наличии одинаковых отклонений в первую очередь пересматривается оценка наименее компетентного эксперта.

Таблица 6.2

Пример таблицы компетентности экспертов с нормированными весами

Функциональные блоки	Эксперты										Наиболее компетент ный эксперт
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Социально-экономический	0.100	0.102	0.097	0.087	0.129	0.126	0.093	0.066	0.100	0.100	№ 5
Кадровый	0.097	0.105	0.091	0.089	0.126	0.129	0.097	0.067	0.097	0.102	№ 6
Инвестиционный	0.101	0.103	0.098	0.088	0.130	0.109	0.095	0.066	0.109	0.101	№ 5
Инфраструктурный	0.087	0.099	0.113	0.096	0.122	0.102	0.090	0.093	0.073	0.125	№ 10
Производственный	0.081	0.092	0.111	0.100	0.114	0.111	0.106	0.098	0.070	0.117	№ 10
Финансовый	0.094	0.100	0.101	0.091	0.125	0.115	0.097	0.076	0.093	0.108	№ 5
Средняя оценка	0.094	0.100	0.101	0.091	0.125	0.115	0.097	0.076	0.093	0.108	№ 5

Коэффициент вариации определяется по формуле,

$$K_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \%, \quad (6.5)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение;

$\bar{x}$ – среднее значение, или $x_{\text{груп}}$.

Используя введенные выше обозначения, среднее квадратическое отклонение определяется по формуле (6.6)

$$\sigma = \sqrt{\sum_s W_s \cdot (x_s - x_{\text{груп}})^2}, \quad (6.6)$$

Для приведенного выше примера $K_v=14,38 \%$, т.е. согласованность оценок экспертов достаточная.

Коэффициент вариации равен нулю при наибольшей согласованности оценок экспертов (все оценки одинаковые). С увеличением значения коэффициента вариации, степень согласованности экспертов снижается. Поэтому предлагается ввести следующую шкалу изменения коэффициента вариации [1] (табл.6.3):

Таблица 6.3

Шкала изменения коэффициента вариации

Значение коэффициента вариации	0–11%	11–22 %	22–33 %	> 33 %
Качественная характеристика согласованности экспертов	Очень высокая	Высокая	Умеренная	Недостаточная (слабая)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Метод попарных сравнений факторов развития предприятия

Цель практической работы: научиться строить функции принадлежности термов лингвистических переменных.

Для обеспечения междисциплинарных связей и организации проблемного обучения, факторы для оценки выбираются в соответствии с конкретной предметной областью научно-исследовательской деятельности (определяется по согласованию с преподавателем и научным руководителем магистранта).

7.1 Описание метода попарных сравнений

Метод попарных сравнений можно использовать в двух случаях:

1) для оценки факторов развития предприятия, не имеющих универсальных элементарных свойств, через которые они измеряются. Например, «Имидж предприятия», «Конкурентоспособность продукции» и др. (назовем их качественными);

2) для снижения субъективного влияния на результаты построения функции принадлежности количественных показателей за счет разбиения общей задачи определения степени принадлежности $\mu_A(x)$ для каждого элемента $x \in X$ на ряд более простых подзадач.

Метод попарных сравнений является представителем косвенных методов, которые применяются для снижения субъективного влияния на результаты построения функции принадлежности за счет разбиения общей задачи определения степени принадлежности $\mu_A(x)$ для каждого элемента $x \in X$ на ряд более простых подзадач, интенсивность принадлежности определяется исходя из попарных сравнений рассматриваемых элементов [1, 2].

Функция принадлежности μ_C определяется по матрице попарных сравнений $M = \|m_{ij}\|$, элементы которой m_{ij} представляют собой некоторые оценки интенсивности принадлежности элементов $x_i \in X$ нечеткому множеству C по сравнению с элементами $x_j \in X$. Понятия, которыми оперирует эксперт, и интерпретация этих понятий приведена в таблице 7.1

Таблица 7.1

Интерпретация значений m_{ij}

Смысл	m_{ij}
$\mu(x_i)$ примерно равна $\mu(x_j)$	1
$\mu(x_i)$ не намного больше $\mu(x_j)$	3
$\mu(x_i)$ больше $\mu(x_j)$	5
$\mu(x_i)$ заметно больше $\mu(x_j)$	7
$\mu(x_i)$ намного больше $\mu(x_j)$	9
Значения, промежуточные по степени между перечисленными	2, 4, 6, 8
Обратные значения:	Для $m_{ij} \neq 0$ $m_{ji} = 1/m_{ij}$

Как следует из таблицы, для улучшения согласованности оценок предполагается, что $m_{ij} \cdot m_{jk} = m_{ik}$, откуда $m_{ij} = 1$ для диагональных элементов и $m_{ij} = 1/m_{ji}$ для элементов, симметричных относительно главной диагонали. Значения функции принадлежности

$\mu_C(x_1), \mu_C(x_2), \dots, \mu_C(x_n)$ в точках $x_1, x_2, \dots, x_n$ определяются на основе решения задачи $M \cdot r = \nu_{\max} \cdot r$, где $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ – собственный вектор длиной n ; $\nu_{\max}$ – максимальное собственное число матрицы M . Поскольку матрица M положительна по построению, решение данной задачи существует и является положительным. Окончательно получаем:

$$\mu_C(x_j) = 1 / \sum_{i=1}^n m_{ij}.$$

Предположим теперь, что, как это всегда и бывает, матрица парных сравнений построена неточно. Тогда описанную процедуру определения вектора r можно использовать для определения начального значения в итерационном методе решения уравнения $M \cdot r = \lambda_{\max} \cdot r$. При этом отклонение $\lambda_{\max}$ от n может использоваться для оценки точности решения уравнения на данном шаге. Отметим, что начальная оценка вектора r по предложенной процедуре в большинстве случаев получается достаточно хорошей и при отсутствии повышенных требований к точности определения вектора r дальнейшее его уточнение может не проводиться.

7.2 Методические указания по выполнению практической работы

Этап 1. Постановка задачи.

Прежде всего, необходимо выделить сравниваемые альтернативы, т.е. значения $x \in X$. Возможны два варианта:

1) для показателей, имеющих количественную интерпретацию, область определения X , а также альтернативы представляют собой конкретные значения данного показателя, характерные для данного предприятия. Например, пусть необходимо оценить фактор «Объем произведенной продукции». Для описания этого показателя применяем лингвистическую переменную β – «Объем произведенной продукции» со множеством базовых значений $T = (\text{«малая»}, \text{«средняя»}, \text{«высокая»})$, область определения $X = [80, 120]$ (тыс. руб.). Тогда в качестве сравниваемых альтернатив можем принять следующие значения $X = \{80, 95, 105, 120\}$ тыс.руб.

2) для факторов, количественная оценка которых вызывает затруднения, в качестве альтернатив можно оценивать эти факторы на разных предприятиях, в разных сегментах, для разной продукции и т.д. Пусть, например, оценивается конкурентоспособность выпускаемой предприятием продукции. В качестве сравниваемых альтернатив, естественно, будут выступать аналоги продукции нашего предприятия, существующие на рынке.

Этап 2. Заполнение матриц попарных сравнений.

Каждое базовое значение лингвистической переменной характеризуется нечеткой переменной, например терм «средняя» характеризуется нечеткой переменной («средняя», X, C) с множеством базовых значений C и областью определения X . Метод попарных сравнений позволяет получить одновременно только одну функцию принадлежности. Поэтому, для построения функций принадлежности терм-множества лингвистической переменной, необходимо повторить процедуру попарных сравнений для каждого значения лингвистической переменной

Этап 3. Обработка матриц попарных сравнений.

Обработка матриц попарных сравнений включает следующие шаги:

1) Находим вектор r по формуле:

$$r_j = 1 / \sum_{i=1}^n m_{ij}. \quad (7.1)$$

2) Оцениваем однородность суждений эксперта при заполнении матрицы. Для этого находим вектор $\rho = M \cdot r$. Затем делим поэлементно вектор ρ на вектор r , получим вектор V .

Однородность суждений оценивается индексом однородности (ИО) или отношением однородности (ОО) в соответствии с следующими выражениями:

$$\text{ИО} = (VS - n)/(n-1), \quad \text{ОО} = \text{ИО}/\text{М(ИО)}, \quad (7.2)$$

где n – порядок матрицы (число альтернатив); $VS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$,

М(ИО) – среднее значение (математическое ожидание) индекса однородности случайным образом составленной матрицы парных сравнений, которое основано на экспериментальных данных (табл. 7.2).

Таблица 7.2. Среднее значение индекса однородности в зависимости от порядка матрицы [12].

Порядок матрицы (n)	М(ИО)	Порядок матрицы (n)	М(ИО)	Порядок матрицы (n)	М(ИО)
1	0,00	6	1,24	11	1,51
2	0,00	7	1,32	12	1,48
3	0,58	8	1,41	13	1,56
4	0,90	9	1,45	14	1,57
5	1,12	10	1.49	15	1,59

В качестве допустимого используется значение $\text{ОО} \leq 0,10$.

3) Строим агрегированную матрицу попарных сравнений. Для учета мнения нескольких экспертов в качестве агрегированной оценки принимается среднее геометрическое, вычисляемое по формуле:

$$(m_{ij})_A = \sqrt{(m_{ij})_1 (m_{ij})_2 \dots (m_{ij})_k}, \quad (7.3)$$

где $(m_{ij})_A$ – агрегированная оценка элемента, принадлежащего i -й строке и j -му столбцу матрицы парных сравнений;

k – число матриц парных сравнений (количество экспертов).

В случае привлечения экспертов, имеющих разную значимость, расчет агрегированной оценки осуществляется по формуле:

$$(m_{ij})_A = (m_{ij})^{\alpha_1} (m_{ij})^{\alpha_2} \dots (m_{ij})^{\alpha_k}, \quad (7.4)$$

где $(m_{ij})^{\alpha_k}$ – оценка объекта, проведенная k -м экспертом с весовым коэффициентом α_k , при этом $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k = 1$.

4) Производим обработку агрегированной матрицы по шагам 1–2.

Этап 4. Определение функции принадлежности.

Для расчета функции принадлежности нормализуем вектор r , рассчитанный по агрегированной матрице. Для этого разделим каждое его значение на максимальное.

7.3 Пример выполнения практической работы

1. Введем лингвистическую переменную β – («Конкурентоспособность товара», T , X) с множеством базовых значений $T =$ («малая», «средняя», «высокая»). Область определения $X =$ (Товар1, Товар2, Товар3, Товар4, Товар5, Товар6, Товар7, Товар8, Товар9). Пусть продукция нашего предприятия – Товар7.

Построим функцию принадлежности μ_C нечеткого множества C , описывающего терм «средняя», т.е. определим значения $\mu_C(x)$ ($x \in X$).

2. Пусть в экспертном опросе участвовали два эксперта, получены следующие матрицы парных сравнений (табл. 2.3 и 2.4).

Таблица 7.3

Матрица парных сравнений Эксперта 1

Товар	Товар1	Товар2	Товар3	Товар4	Товар5	Товар6	Товар7	Товар8	Товар9
Товар1	1	1/2	1/7	1/8	1/9	1/8	1/7	1/2	1
Товар2	2	1	1/2	1/5	1/7	1/5	1/2	1	2
Товар3	7	2	1	1/2	1/5	1/2	1	2	7
Товар4	8	5	2	1	1/2	1	2	5	8
Товар5	9	7	5	2	1	2	5	7	9
Товар6	8	5	2	1	1/2	1	2	5	8
Товар7	7	2	1	1/2	1/5	1/2	1	2	7
Товар8	2	1	1/2	1/5	1/7	1/5	1/2	1	2
Товар9	1	1/2	1/7	1/8	1/9	1/8	1/7	1/2	1
$\sum_{i=1}^n m_{ij}$	45	24	12,29	5,65	2,91	5,65	12,29	24	45

Таблица 7.4

Матрица парных сравнений Эксперта 2

Товар	Товар1	Товар2	Товар3	Товар4	Товар5	Товар6	Товар7	Товар8	Товар9
Товар1	1	1/2	1/7	1/8	1/9	1/8	1/5	1/2	1
Товар2	2	1	1/2	1/5	1/7	1/5	1/3	1	2
Товар3	7	2	1	1/2	1/5	1/2	1	2	7
Товар4	8	5	2	1	1/3	1	2	5	8
Товар5	9	7	5	3	1	2	5	7	9
Товар6	8	5	2	1	1/2	1	2	5	8
Товар7	5	3	1	1/2	1/5	1/2	1	3	7
Товар8	2	1	1/2	1/5	1/7	1/5	1/3	1	2
Товар9	1	1/2	1/7	1/8	1/9	1/8	1/7	1/2	1
$\sum_{i=1}^n m_{ij}$	43	25	12.29	6.65	2.74	5.65	12.01	25	45

Значение «7» в маркированной клетке табл. 2.3 можно интерпретировать следующим образом: эксперт № 1 считает, что степень принадлежности ($\mu(x_i)$) Товара3 к понятию «Средняя конкурентоспособность» заметно больше, чем степень принадлежности Товара1 этому же понятию ($\mu(x_j)$).

3. А) Произведем расчеты по результатам опроса первого эксперта.

$$r = (0.02; 0.04; 0.08; 0.18; 0.34; 0.18; 0.08; 0.04; 0.02).$$

Оценим однородность суждений эксперта при заполнении матрицы. Для этого найдем вектор $\rho = M \cdot r$: $\rho = (0.19; 0.37; 0.89; 1.62; 2.85; 1.62; 0.89; 0.37; 0.19)$.

Разделим поэлементно вектор ρ на вектор r , получим вектор V :

$$v = (7,63; 8,96; 10,89; 9,17; 8,29; 9,17; 10,89; 8,96; 8,63).$$

Для $n=9$ $M(\text{ИО}) = 1,45$. Тогда

$$\text{ИО} = (9,29 - 9)/8 = 0,0362; \quad \text{ОО} = 0,04/1,45 = 0,0249.$$

Таким образом, однородность суждений эксперта № 1 является удовлетворительной.

Б) Обработка матрицы парных сравнений второго эксперта дала следующие результаты:

$$r = (0,02; 0,04; 0,08; 0,15; 0,36; 0,18; 0,08; 0,04; 0,02);$$

$$\text{ИО} = 0,042; \quad \text{ОО} = 0,0289.$$

Степень однородности суждений второго эксперта хуже, чем у первого, но все равно является достаточной.

В) Матрица с агрегированными оценками, рассчитанными при равной важности экспертов по формуле (2.3), представлена в таблице 2.5.

Обработка агрегированной матрицы попарных сравнений дала следующие результаты:

$$r = (0,02; 0,04; 0,08; 0,16; 0,36; 0,18; 0,08; 0,04; 0,02);$$

$$\text{ИО} = 0,0369; \quad \text{ОО} = 0,0254.$$

Степень однородности достаточная.

Таблица 7.5

Сводная матрица

Товар	Товар1	Товар2	Товар3	Товар4	Товар5	Товар6	Товар7	Товар8	Товар9
Товар1	1	0,5	0,14	0,13	0,11	0,13	0,17	0,5	1
Товар2	2	1	0,5	0,2	0,14	0,2	0,41	1	2
Товар3	7	2	1	0,5	0,2	0,5	1	2	7
Товар4	8	5	2	1	0,41	1	2	5	8
Товар5	9	7	5	2,45	1	2	5	7	9
Товар6	8	5	2	1	0,5	1	2	5	8
Товар7	5,92	2,45	1	0,5	0,2	0,5	1	2,45	7
Товар8	2	1	0,5	0,2	0,14	0,2	0,5	1	2
Товар9	1	0,5	0,14	0,13	0,11	0,13	0,14	0,5	1
$\sum_{i=1}^n m_{ij}$	43,92	24,45	12,29	6,1	2,82	5,65	12,13	24,45	45

4. Определяем функцию принадлежности

Для расчета функции принадлежности нормализуем вектор r , рассчитанный по агрегированной матрице. Для этого разделим его каждое значение на максимальное значение 0,36: $\mu_C = (0,06; 0,11; 0,22; 0,41; 1,0; 0,49; 0,23; 0,11; 0,06)$.

В результате имеем следующее нечеткое множество C «средняя конкурентоспособность»:

$$C = \{(0,06/\text{Товар1}, 0,11/\text{Товар2}, 0,22/\text{Товар3}, 0,41/\text{Товар4}, 1,0/\text{Товар5}, 0,49/\text{Товар6}, 0,23/\text{Товар7}, 0,11/\text{Товар8}, 0,06/\text{Товар9}\}.$$

Полученное нечеткое множество позволяет сделать вывод о том, что наш Товар7 мало соотносится с уровнем «Средней конкурентоспособности», наиболее типичным

представителем этого класса товаров является Товар 5, наименее типичными – Товар1, Товар9.

Аналогично находим функции принадлежности термов «низкая» и «высокая».

7.4 Практическое задание

1. На сайте <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4> взять информацию о 8 предприятиях для отрасли под номером, соответствующем номеру варианта студента
2. Из ежегодных данных бухгалтерской отчетности рассчитать следующие финансовые показатели за последний год (взять из лабораторной работы №7):
 - X_1 – коэффициент автономии (коэффициент концентрации собственных средств, который показывает долю собственных средств в стоимости имущества предприятия),
 - X_2 – коэффициент промежуточной ликвидности (отражает способность компании погашать свои текущие обязательства в случае возникновения сложностей с реализацией продукции),
 - X_3 – коэффициент абсолютной ликвидности (характеризует способность компании погашать текущие обязательства за счёт денежных средств, средств на расчетный счетах и краткосрочных финансовых вложений; наиболее важен для поставщиков товарно-материальных ресурсов и для банков, кредитующих предприятие),
 - X_4 – оборачиваемость активов (отражает скорость оборота денежных средств вложенных в имущество),
 - X_5 – рентабельность основной деятельности (определяет, сколько чистой прибыли получено с 1 рубля затрат на производство),
 - X_6 – рентабельность активов (показывает сколько предприятие имеет чистой прибыли с рубля вложенного в капитал)
3. Оценить показатели $X_1, \dots, X_6$, используя метод попарных сравнений. Лингвистическая переменная, выбранная для описания фактора должна иметь три базовых значения (например, «низкий», «средний», «высокий»). Количество экспертов взять равным 5.

Примечание. Лингвистическая переменная β – («Показатель X_N », T , Y) с множеством базовых значений $T = \{\text{«малая»}, \text{«средняя»}, \text{«высокая»}\}$. Область определения $Y = \{\text{Предприятие 1, Предприятие 2, Предприятие 3, Предприятие 4, Предприятие 5, Предприятие 6, Предприятие 7, Предприятие 8}\}$.
4. Построить функции принадлежности для каждого базового значения лингвистической переменной.
5. Оценить степень однородности оценки каждого показателя для каждого эксперта.
6. Построить матрицу с агрегированными оценками, рассчитанными при равной важности экспертов по формуле (2.3).
7. Построить функцию принадлежности для агрегированной матрицы.
8. Сделать выводы.
9. Подготовить отчет

Литература к лабораторной работе 7

* Захарова А.А. Система поддержки принятия решений о стратегии инновационного развития региона [Текст]: Монография / Захарова А.А. - Томск : Изд-во ТПУ, 2011. - 144 с.

* Информационная система поддержки принятия решений о стратегии развития предприятия: методические указания к выполнению практических работ для студентов специальностей 080801 Прикладная информатика (в экономике), 080507 Менеджмент организации очной формы обучения / Сост. А.А. Захарова. – Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиал) Томского политехнического университета, 2008. – 52 с.

* Захарова А.А. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений: Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений» для магистрантов, обучающихся по направлению 230700 «Прикладная информатика». – Юрга: Изд-во ЮТИ ТПУ, 2012. – 78 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Анализ риска банкротства предприятия на основе нечетких множеств

В условиях рыночных отношений всегда важно иметь представление о финансовом состоянии организаций, с которыми ведется ежедневный бизнес, и знать, как собственное предприятие выглядит в их глазах. Зачастую весьма полезно обладание информацией о том, насколько привлекательным предприятие предстает с точки зрения потенциального делового партнера, либо кредитора, в случаях, когда возникает необходимость привлечения дополнительных средств для развития, либо поддержания бизнеса.

Особенно важно проведение такого анализа в условиях напряженной экономической обстановки, либо в условиях кризиса, когда конкуренция растет, а цена ошибки становится все более весома.

8.1 Комплексный коэффициентный метод финансового анализа. Степень риска банкротства

В настоящее время в мировой учетно-аналитической практике известны десятки показателей, используемых для оценки имущественного и финансового состояния компаний. Классифицируя эти показатели, выделяют обычно шесть групп [1,2], описывающих:

- имущественное положение компании;
- ликвидность;
- финансовую устойчивость;
- деловую активность;
- рентабельность;
- положение на рынке ценных бумаг.

Наиболее распространенные показатели **имущественного** положения компании следующие:

- сумма хозяйственных средств, находящихся в собственности и распоряжении компании;
- доля активной части основных средств;
- коэффициент износа;
- коэффициент обновления;
- коэффициент выбытия.

Показатели **ликвидности и платежеспособности** компании следующие:

- величина собственных оборотных средств;
- коэффициент текущей ликвидности;
- коэффициент быстрой ликвидности;
- коэффициент обеспеченности текущей деятельности собственными оборотными средствами;
- коэффициент покрытия запасов.

Показатели **финансовой устойчивости** компании:

- коэффициент финансовой автономии;
- коэффициент маневренности собственного капитала;
- коэффициент структуры долгосрочных источников финансирования;
- коэффициент структуры привлеченных средств;
- коэффициент структуры заемных средств;

- коэффициент обеспеченности процентов к уплате;
- коэффициент покрытия постоянных финансовых расходов.

Показатели **деловой активности** компании:

- коэффициент устойчивости экономического роста;
- коэффициент фондоотдачи;
- коэффициент оборачиваемости средств в активах.

Показатели **рентабельности** компании следующие:

- рентабельность совокупного капитала;
- рентабельность собственного капитала;
- рентабельность инвестиций;
- валовая рентабельность реализованной продукции (валовая маржа).

Показатели положения компании на **рынке ценных бумаг**:

- доход на акцию;
- ценность акции (price-to-earnings ratio);
- дивидендная доходность акции;
- коэффициент котировки акции (price-to-book ratio).

По ряду показателей известны некие нормативы, характеризующие их значение положительно или отрицательно. Например, когда собственные средства предприятия превышают половину всех пассивов, соответствующий этой пропорции коэффициент автономии больше 0.5, и это его значение считается "хорошим" (соответственно, когда оно меньше 0.5 - "плохим"). Но в большинстве случаев показатели, оцениваемые при анализе, однозначно нормировать невозможно. Это связано со спецификой отраслей экономики, с текущими особенностями действующих предприятий, с состоянием экономической среды, в которой они работают.

Тем не менее, любое заинтересованное положением предприятия лицо (руководитель, инвестор, кредитор, аудитор и т.д.), далее именуемое лицом, принимающим решения (ЛПР), не довольствуется простой количественной оценкой показателей. Для ЛПР важно знать, приемлемы ли полученные значения, хороши ли они, и в какой степени. Кроме того, ЛПР стремится установить логическую связь количественных значений показателей выделенной группы с риском банкротства. То есть ЛПР не может быть удовлетворено бинарной оценкой "хорошо - плохо", его интересуют оттенки ситуации и экономическая интерпретация этих оттеночных значений. Задача осложняется тем, что показателей много, изменяются они зачастую разнонаправленно, и поэтому ЛПР стремится "свернуть" набор всех исследуемых частных финансовых показателей в один комплексный, по значению которого и судить о степени благополучия ("живучести") фирмы и о том, насколько далеко или близко предприятие отстоит от банкротства.

Таким комплексным коэффициентам, характеризующим положение хозяйствующего субъекта в целом, является степень риска банкротства.

Степень риска банкротства – это комплексный показатель, характеризующий как финансовое положение предприятия, так и качество управления им, которое, в конечном счете, получает свое выражение в финансовом эквиваленте, но не исчерпывается одними лишь финансовыми последствиями [3-5].

8.2 Анализ риска банкротства предприятия с использованием теории нечетких множеств

Задача определения степени риска банкротства является актуальной как для собственников предприятия, так и для его кредиторов.

Излагаемый далее подход к анализу риска банкротства позволяет учитывать количественные (финансовые) и качественные (индикаторные) показатели в анализе, позволяет анализировать риск банкротства, настраиваясь не только на страну, период времени, отрасль, но и на само предприятие, на его экономическую и управленческую специфику. Предлагается своего рода конструктор, который может быть использован (собиран) любым экспертом по своему усмотрению.

Метод носит матричный характер, где по строкам матрицы располагаются отдельные количественные показатели, характеризующие различные стороны финансовой деятельности компании, а по столбцам располагаются качественные уровни данных показателей, выраженные на естественном языке (например, «низкий», «средний», «высокий»). На пересечении столбцов и строк располагается степень текущего количественного уровня фактора качественному подмножеству, измеренная определенным образом. Тогда результирующий финансовый показатель получается как двойная свертка компонент построенной матрицы с предопределенными весами.

Теория нечетких множеств изложена в работах [6,7] и приводится в приложении А.

8.2.1 Нечетко-множественная модель финансового состояния компании

В предлагаемой модели компания описывается набором количественных и качественных факторов финансового анализа общим числом N . При этом все факторы являются измеримыми, т.е. имеют носитель со своей областью определения на вещественной оси.

Нечеткие описания в структуре метода анализа риска появляются в связи с **неуверенностью** эксперта, которая возникает в ходе классификации уровня факторов. Например, если эксперт не может четко разграничить понятия «высокой» и «максимальной» вероятности. Или когда надо провести границу между средним и низким уровнем значения параметра. Нечеткое описание параметра включает в себя следующие этапы:

1. Эксперт фиксирует показатель (фактор) и его количественный носитель.
2. На выбранном носителе эксперт строит лингвистическую переменную со своим терм-множеством значений. Например: переменная «**Уровень показателя X**» может обладать терм –множеством значений «*Очень низкий, Низкий, Средний, Высокий, Очень высокий*».
3. Чтобы конструктивно описать лингвистическую переменную, эксперт выбирает соответствующий ей *количественный признак* – например, сконструированный специальным образом показатель уровня X , который принимает значения от нуля до единицы.
4. Далее эксперт каждому значению лингвистической переменной (которое, по своему построению, является **нечетким подмножеством** значений интервала $(0,1)$ – области значений показателя уровня X) сопоставляет **функцию принадлежности** уровня X тому или иному нечеткому подмножеству. Общеупотребительными функциями в этом случае являются **трапециевидные** функции принадлежности (см. рис.1.1). Верхнее основание трапеции соответствует полной уверенности эксперта в правильности своей классификации, а нижнее – уверенности в том, что никакие другие значения интервала $(0,1)$ не попадают в выбранное нечеткое подмножество.

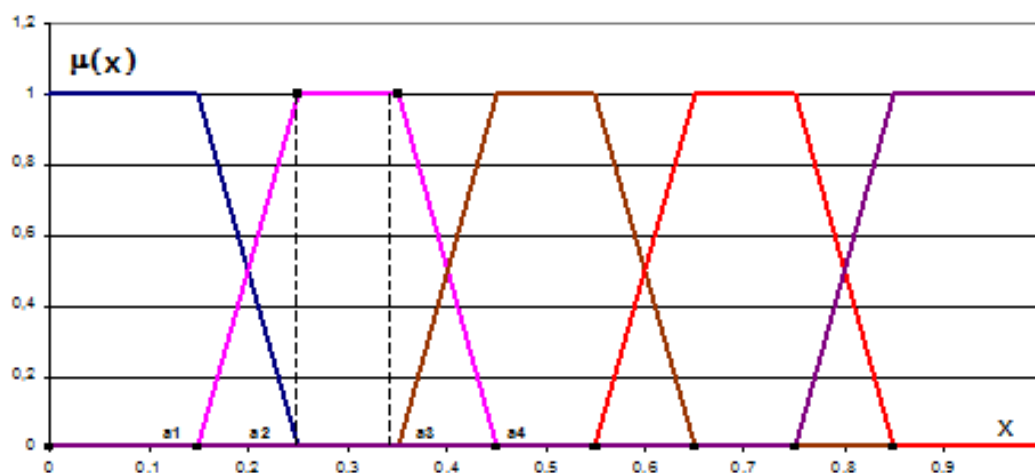


Рис. 1. Качественный вид функций принадлежности

Для целей компактного описания трапециевидные функции принадлежности $\mu(x)$ удобно описывать трапециевидными числами вида

$$\beta(a_1, a_2, a_3, a_4), \quad (8.1)$$

где a_1 и a_4 - абсциссы нижнего основания, а a_2 и a_3 - абсциссы верхнего основания трапеции (рис. 1), задающей $\mu(x)$ в области с ненулевой принадлежностью **носителя** X соответствующему нечеткому подмножеству.

Таким образом, построен классификатор параметра по качественному уровню. И аналитик может употреблять его как математический объект в соответствующих операциях и методах.

8.3 Описание метода решения

Продemonстрируем, как применяется полученный классификатор при поэтапном конструировании нечетко-множественной модели компании.

Этап 1 Лингвистические переменные и нечеткие подмножества.

Пусть:

А) Лингвистическая переменная E «Состояние предприятия» имеет пять значений:

E_1 – нечеткое подмножество состояний "предельного неблагополучия";

E_2 – нечеткое подмножество состояний "неблагополучия";

E_3 – нечеткое подмножество состояний "среднего качества";

E_4 – нечеткое подмножество состояний "относительного благополучия";

E_5 – нечеткое подмножество состояний "предельного благополучия".

Б) Соответствующая переменной E лингвистическая переменная G «Риск банкротства» также имеет пять значений:

G_1 – нечеткое подмножество "запредельная степень риска банкротства",

G_2 – нечеткое подмножество "степень риска банкротства высокая (опасная)",

G_3 – нечеткое подмножество "степень риска банкротства средняя (пограничная)",

G_4 – нечеткое подмножество "низкая степень риска банкротства (приемлемая)",

G_5 – нечеткое подмножество "риск банкротства незначителен".

Носитель множества G – показатель степени риска банкротства g - принимает значения от нуля до единицы по определению.

В) Для произвольного отдельного финансового или управленческого показателя X_i задаем лингвистическую переменную **V_i «Уровень показателя X_i »** на нижеследующем термножестве значений:

V_{i1} - подмножество "очень низкий уровень показателя X_i ",
 V_{i2} - подмножество "низкий уровень показателя X_i ",
 V_{i3} - подмножество "средний уровень показателя X_i ",
 V_{i4} - подмножество "высокий уровень показателя X_i ",
 V_{i5} - подмножество "очень высокий уровень показателя X_i ".

Причем здесь и далее по умолчанию предполагаем:

1. Рост отдельного показателя X_i сопряжен со снижением степени риска банкротства, с улучшением самочувствия рассматриваемого предприятия. Если для данного показателя наблюдается противоположная тенденция, то в анализе его следует заменить сопряженным. Например, показатель доли заемных средств в активах предприятия разумно заменить показателем доли собственных средств в активах.
2. Выполняется дополнительное условие соответствия множеств V , E и G следующего вида: если все показатели в ходе анализа обладают, в соответствии с классификацией, уровнем подмножества V_{ij} , то состояние предприятия квалифицируется как E_i , а степень риска банкротства – как G_j . Выполнение этого условия влияет, с одной стороны, на правильную количественную классификацию уровней показателей (см. далее этап 5 метода) и на правильное определение уровня значимости показателя в системе оценки (см. далее этап 3 метода).

Этап 2 (Показатели). Построим набор отдельных показателей $X=\{X_i\}$ общим числом N , которые, по мнению эксперта-аналитика, с одной стороны, влияют на оценку риска банкротства предприятия, а, с другой стороны, оценивают различные по природе стороны деловой и финансовой жизни предприятия.

Этап 3 (Значимость). Сопоставим каждому показателю X_i уровень его **значимости** для анализа r_i . Чтобы оценить этот уровень, нужно расположить все показатели по порядку убывания значимости так, чтобы выполнялось правило

$$r_1 \geq r_2 \geq \dots r_N. \quad (8.2)$$

Если система показателей проранжирована в порядке убывания их значимости, то значимость i -го показателя r_i следует определять по правилу Фишберна [5]:

$$r_i = \frac{2(N-i+1)}{(N+1)N}. \quad (8.3)$$

Правило Фишберна отражает тот факт, что об уровне значимости показателей неизвестно ничего кроме (2). Тогда оценка (3) отвечает максимуму энтропии имеющейся информационной неопределенности об объекте исследования.

Если же все показатели обладают равной значимостью (равнопредпочтительны или системы предпочтений нет), тогда

$$r_i = 1/N. \quad (8.4)$$

Этап 4 (Классификация степени риска). Построим **классификацию** текущего значения g показателя степени риска как критерий разбиения этого множества на нечеткие подмножества (таблица 8.1):

Таблица 8.1. Классификация степени риска банкротства

Интервал значений g	Классификация уровня параметра	Степень оценочной уверенности (функция принадлежности)
$0 \leq g \leq 0.15$	G_5	1
$0.15 < g < 0.25$	G_5	$\mu_5 = 10 \times (0.25 - g)$
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$
$0.25 \leq g \leq 0.35$	G_4	1
$0.35 < g < 0.45$	G_4	$\mu_4 = 10 \times (0.45 - g)$
	G_3	$1 - \mu_4 = \mu_3$
$0.45 \leq g \leq 0.55$	G_3	1
$0.55 < g < 0.65$	G_3	$\mu_3 = 10 \times (0.65 - g)$
	G_2	$1 - \mu_3 = \mu_2$
$0.65 \leq g \leq 0.75$	G_2	1
$0.75 < g < 0.85$	G_2	$\mu_2 = 10 \times (0.85 - g)$
	G_1	$1 - \mu_2 = \mu_1$
$0.85 \leq g \leq 1.0$	G_1	1

Этап 5 (Классификация значений показателей). Построим классификацию текущих значений x показателей X как критерий разбиения полного множества их значений на нечеткие подмножества вида B .

Таблица 8.2. Классификация значений показателей

Наименование показателя	Критерий разбиения по подмножествам				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}	β_{15}
...	...	...	...	...	...
X_i	β_{i1}	β_{i2}	β_{i3}	β_{i4}	β_{i5}

...	...	...	...	...	...
X_N	β_{N1}	β_{N2}	β_{N3}	β_{N4}	β_{N5}

Этап 6 (Оценка уровня показателей). Произведем оценку текущего уровня показателей и сведем полученные результаты в таблицу 8.3

Таблица 8.3. Оценка уровня показателей

Наименование показателя	Текущее значение
X_1	x_1
...	...
X_i	x_i
...	...
X_N	x_N

Этап 7 (Классификация уровня показателей). Проведем классификацию текущих значений x по критерию таблицы 8.2. Результатом проведенной классификации является таблица 8.4, где λ_{ij} – уровень принадлежности носителя x_i нечеткому подмножеству V_{ij} .

Таблица 8.4. Классификация уровня показателей

Наименование показателя	Результат классификации по подмножествам				
	V_{i1}	V_{i2}	V_{i3}	V_{i4}	V_{i5}
X_1	λ_{11}	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}
...	...	...	...	...	...
X_i	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
...	...	...	...	...	...
X_N	λ_{N1}	λ_{N2}	λ_{N3}	λ_{N4}	λ_{N5}

Этап 8. Вычисление комплексного показателя финансового состояния компании

Комплексный показатель степени риска банкротства g вычисляется путем двойной свертки данных таблицы 8.4:

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij}, \quad (8.5)$$

где

$$g_j = 0.9 - 0.2(j - 1), \quad (8.6)$$

λ_{ij} определяется по таблице 1.4, а r_i – по формуле (8.3) или (8.4).

Существо формул (8.5) и (8.6) состоит в следующем. Внутреннее суммирование в (8.5) производится по значимостям показателя, а внешнее суммирование – по узловым точкам пятиуровневого классификатора степени риска. Таким образом, результирующая оценка риска определяется как средневзвешенное по всем участвующим в оценке показателям, с одной стороны, и по всем качественным уровням этих показателей, с другой стороны.

Распознаем полученное значение степени риска на базе классификатора таблицы 8.1. Результатом классификации является лингвистическое описание степени риска банкротства компании и степень уверенности эксперта в таком результате распознавания.

8.4 Пример оценки риска банкротства компании ОАО "СИСТЕМА".

8.4.1 Постановка задачи

Рассмотрим алгоритм использования нечетко-множественной методики оценки банкротства Недосекина [5] на примере ОАО «СИСТЕМА» [8] за период 2009 – 2011 г.г..

Его практическая реализация предусматривает выполнение следующих шагов:

Этап 1. Идентификация лингвистических переменных «Состояние предприятия» E_j (например, «предельное неблагополучие», «неблагополучие», «среднего качества», «относительное благополучие» и «предельное благополучие»), «Риск банкротства» G_j (например, «запредельный», «высокий», «пограничный», «приемлемый» и «незначительный»), а также установление однозначного соответствия между введенными переменными. Элементами носителя (множества G) является показатель степени банкротства g , принимающий значения от 0 до 1.

Этап 2. Выбор финансовых показателей X_i , которые наилучшим образом характеризуют отдельные аспекты деятельности предприятия и влияют на оценку риска банкротства (см. табл. 8.5).

Таблица 8.5. Характеристика финансовых показателей

Шифр показателя X_i	Наименование показателя X_i	Описание
X_1	Коэффициент автономии	Собственный капитал / Валюта баланса
X_2	Коэффициент промежуточной ликвидности	[Краткосрочная дебиторская задолженность + Краткосрочные финансовые вложения + Денежные средства] / Краткосрочные обязательства
X_3	Коэффициент абсолютной ликвидности	[Денежные средства + Краткосрочные финансовые вложения] / Краткосрочные обязательства
X_4	Оборачиваемость активов	Выручка за период / Средняя стоимость активов
X_5	Рентабельность основной деятельности	Прибыль от реализации / Затраты на производство продукции
X_6	Рентабельность активов	Чистая прибыль / Средняя балансовая стоимость активов

- X_1 – коэффициент автономии (коэффициент концентрации собственных средств, который показывает долю собственных средств в стоимости имущества предприятия),
- X_2 – коэффициент промежуточной ликвидности (отражает способность компании погашать свои текущие обязательства в случае возникновения сложностей с реализацией продукции),
- X_3 – коэффициент абсолютной ликвидности (характеризует способность компании погашать текущие обязательства за счёт денежных средств, средств на расчетный счетах и краткосрочных финансовых вложений; наиболее важен для поставщиков товарно-материальных ресурсов и для банков, кредитующих предприятие),
- X_4 – оборачиваемость активов (отражает скорость оборота денежных средств вложенных в имущество),
- X_5 – рентабельность основной деятельности (определяет, сколько чистой прибыли получено с 1 рубля затрат на производство),
- X_6 – рентабельность активов (показывает сколько предприятие имеет чистой прибыли с рубля вложенного в капитал).

8.4.2 Оценка финансового состояния ОАО «СИСТЕМА»

Финансовое состояние предприятия ОАО «СИСТЕМА» характеризуется следующими финансовыми показателями (табл. 8.6)

Таблица 8.6. Значения финансовых показателей предприятия ОАО «СИСТЕМА» [8]

Шифр показателя X_i	Наименование показателя X_i	Значение X_i в период I (2008 г) ($x_{I,i}$)	Значение X_i в период II (2009 г) ($x_{II,i}$)	Значение X_i в период III (2010 г) ($x_{III,i}$)
X_1	Коэффициент автономии	0,92	0,877	0,876
X_2	Коэффициент промежуточной ликвидности	5,013	2,685	3,911
X_3	Коэффициент абсолютной ликвидности	1,406	1,09	1,045
X_4	Оборачиваемость активов	0,134	0,125	0,137
X_5	Рентабельность основной деятельности	0,081	0,229	0,359
X_6	Рентабельность активов	0,09	-0,088	0,072

Затем для каждого показателя вводится лингвистическая переменная «Уровень показателя X_i », например, подмножество «очень низкий», «низкий», «средний», «высокий», «очень высокий».

Этап 2. Определение системы весов показателей.

Для характеристики показателей воспользуемся экспертным методом.

В качестве членов экспертной группы было привлечено 8 специалистов одного из филиалов ОАО "СИСТЕМА".

На основе полученных данных о значимости показателей (табл. 8.7) в результате экспертного опроса была дана оценка согласованности мнений экспертов с помощью коэффициента конкордации (W).

Таблица 8.7. Оценки экспертов

	$\mathfrak{E}_1$	$\mathfrak{E}_2$	$\mathfrak{E}_3$	$\mathfrak{E}_4$	$\mathfrak{E}_5$	$\mathfrak{E}_6$	$\mathfrak{E}_7$	$\mathfrak{E}_8$
X_1	6	6	6	6	5	6	6	5
X_2	2	2	2	2	2	1	2	1

X ₃	1	1	1	1	1	2	1	2
X ₄	5	5	5	5	6	5	5	6
X ₅	4	4	4	3	3	4	4	4
X ₆	3	3	3	4	4	3	3	3

В общем виде формула расчета коэффициента конкордации имеет следующий вид:

$$W = \frac{\sum_{j=1}^m d_j^2}{n^2(m^3 - m)}, \quad (8.7)$$

где n – количество экспертов ($n = 8$),

m – количество параметров (оцениваемых объектов ($m = 6$)),

d_j^2 – отклонение суммы рангов по j -ому параметру от среднего значения рангов:

$$d_j^2 = \left(\sum_{i=1}^n R_{ji} - \frac{n(m+1)}{2} \right)^2, \quad (8.8)$$

где $R_{ji} \in \{1, 2, \dots, m\}$ – ранг j -го параметра i -го эксперта ($i = 1, 2, \dots, n$).

Результат обработки экспертных оценок значимости приведен в табл. 8.8.

Таблица 8.8. Оценка согласованности мнений экспертов

Коэффициент	Сумма рангов, R_{ji}	d_j^2	Оценка важности R_{ji} / n
X ₁	46	324	6
X ₂	14	196	2
X ₃	10	324	1
X ₄	42	196	5
X ₅	30	4	4
X ₆	26	4	3
Итого	168	1048	
W=0.94			

Таким образом, следует отметить, что степень согласованности мнений экспертов составляет 0,94 (что больше критического значения 0,75), что является достаточной согласованностью.

Этап 4. Оценка границ интервалов значений показателей. Построение функций принадлежности.

Пусть экспертному сообществу в качестве исходной информации предлагается интервал по каждому показателю. Необходимо в рамках этого интервала выполнить внутреннее разбиение на 5 уровней (например, «очень низкий», «низкий», «средний», «высокий», «очень высокий»).

Подробно рассмотрим определение граничных значений для показателя X_5 – рентабельность деятельности, значение которого изменяется в интервале $[-1;1]$. Данные, полученные в результате экспертного опроса о показателе рентабельности деятельности представлены в табл. 8.9. Данные экспертного опроса по другим показателям приведены в приложении.

Таблица 8.9. Данные опроса экспертов по показателю X_5

	$\mathcal{E}_1$	$\mathcal{E}_2$	$\mathcal{E}_3$	$\mathcal{E}_4$	$\mathcal{E}_5$	$\mathcal{E}_6$	$\mathcal{E}_7$	$\mathcal{E}_8$
«очень низкий»	-1; -0,06	-1; -0,08	-1; -0,03	-1; -0,03	-1; -0,02	-1; -0,02	-1; -0,01	-1; -0,02
«низкий»	-0,06; 0,04	-0,08; 0,01	-0,03; 0,05	-0,03; 0,04	-0,02; 0,07	-0,02; 0,07	-0,01; 0,08	-0,02; 0,08
«средний»	0,04; 0,1	0,01; 0,1	0,05; 0,15	0,04; 0,14	0,07; 0,17	0,07; 0,15	0,08; 0,18	0,08; 0,18
«высокий»	0,1; 0,24	0,1; 0,3	0,15; 0,4	0,14; 0,4	0,17; 0,4	0,15; 0,45	0,18; 0,45	0,18; 0,48
«очень высокий»	0,24;1	0,3;1	0,4;1	0,4;1	0,4;1	0,45;1	0,45;1	0,48;1

Результатом опроса является 8 интервалов вещественной оси $[a_i; b_i]$, $i = 1, \dots, 8$.

Определим $A = \min_i \{a_i\}$, $B = \min_i \{\max(a_i), \min(b_i)\}$

$C = \max_i \{\max(a_i), \min(b_i)\}$, $D = \max_i \{b_i\}$.

Тогда четыре пары чисел – $(A;0)$, $(B;1)$, $(C;1)$, $(D;0)$ – являются множеством вершин трапецевидной функции принадлежности. Например, для значения «очень низкий» получим точки: $(-1;0)$, $(-1;1)$, $(-0,01;1)$, $(-0,01;0)$; для значения «низкий» – $(-0,08;0)$, $(-0,01;1)$; $(0,01;1)$; $(0,08;1)$.

В результате мы получим опорные точки трапецевидных функций принадлежности, которые представлены в табл. 8.10.

Таблица 8.10. Опорные точки трапецевидных функций принадлежности для показателя X_5

Опорные точки	Нечеткое подмножество				
	«очень низкий»	«низкий»	«средний»	«высокий»	«очень высокий»
a_1	-1	-0,08	0,01	0,1	0,24
a_2	-1	-0,01	0,08	0,18	0,48
a_3	-0,08	0,01	0,1	0,24	1
a_4	-0,01	0,08	0,18	0,48	1

Для всех остальных показателей оценка границ интервалов значений и построение функции принадлежности происходит аналогичным образом.

Таким образом, выбранные показатели на основании предварительного экспертного анализа получили следующую классификацию (табл. 8.11):

Таблица 8.11. Результаты классификации параметров $X_1 - X_6$

Шифр показателя	Т-числа $\{\gamma\}$ для значений лингвистической переменной "Величина параметра"				
	"очень низкий"	"низкий"	"средний"	"высокий"	"очень высокий"
X_1	(0; 0; 0,1; 0,2)	(0,1; 0,2; 0,3; 0,4)	(0,3; 0,4; 0,45; 0,5)	(0,45; 0,5; 0,6; 0,8)	(0,6; 0,8; 1; 1)
X_2	(0; 0; 0,2; 0,4)	(0,2; 0,4; 0,6; 0,7)	(0,6; 0,7; 0,8; 1)	(0,8; 1; 1,5; 1,8)	(1,5; 1,8; ∞ ; ∞)
X_3	(0; 0; 0,05; 0,08)	(0,05; 0,08; 0,1; 0,2)	(0,1; 0,2; 0,3; 0,4)	(0,3; 0,4; 0,5; 1)	(0,5; 1; ∞ ; ∞)
X_4	(0; 0; 0,12; 0,15)	(0,12; 0,15; 0,2; 0,25)	(0,2; 0,25; 0,35; 0,45)	(0,35; 0,45; 0,6; 1)	(0,6; 1; ∞ ; ∞)
X_5	(-1; -1; -0,08; -0,01)	(-0,08; -0,01; 0,01; 0,08)	(0,01; 0,08; 0,1; 0,18)	(0,1; 0,18; 0,24; 0,48)	(0,24; 0,48; 1; 1)
X_6	(-1; -1; 0; 0)	(0; 0; 0,006; 0,015)	(0,006; 0,015; 0,06; 0,1)	(0,06; 0,1; 0,24; 0,4)	(0,24; 0,4; ∞ ; ∞)

В табл. 8.11 приведена классификация показателей с использованием трапецевидных чисел вида (a_1, a_2, a_3, a_4) , где a_1 и a_4 - абсциссы нижнего основания, а a_2 и a_3 - абсциссы верхнего основания трапеции. Верхнее основание трапеции соответствует уверенности эксперта в правильности своей классификации, а ее ребра задают интервал неуверенности. В качестве примера на рис. 8.2 приведены функции принадлежности для показателя X_5 , составленные по данным таблицы 8.11.

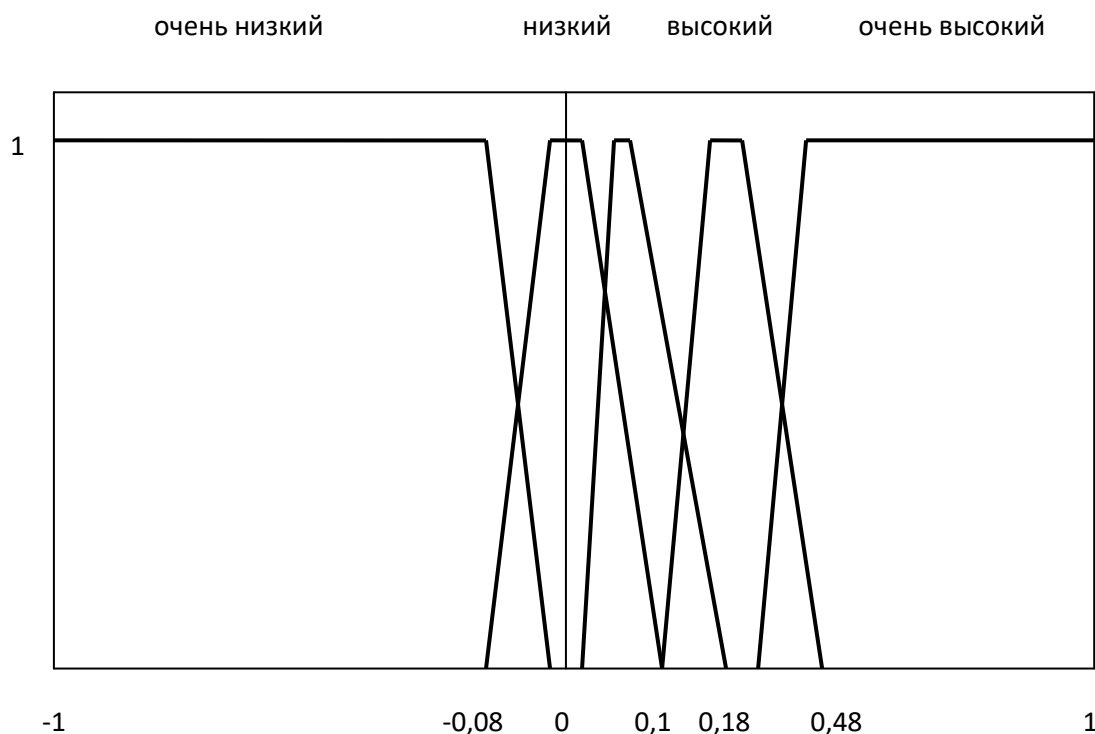


Рис. 8.2 Функции принадлежности для показателя X_5

Этап 5. Распознавание уровня показателей.

Если значение фактора точно попадают в рассматриваемый интервал, то значение равно единице для данного качественного уровня и нулю для всех остальных уровней. Если значение лежит в зоне неуверенности, то для двух смежных классов формируются значения, сумма которых равна единице. Вычисление значений идет по правилу вычисления ординаты наклонного ребра трапециевидной функции принадлежности по заданной абсциссе точки на нижнем основании трапеции.

На основе табл. 8.11 построим правила распознавания уровней показателей $X_1 - X_6$.

Итак, проведем вычисления на примере X_6 – показателя рентабельности активов за 2010 год. Значение показателя равно 0,072. Воспользуемся табл. 8 «Результаты классификации параметров $X_1 - X_6$ » для определения степени оценочной уверенности принадлежности к этому уровню.

Графическая интерпретация представлена на рис. 8.3, где отображен переход от уровня «средний» к уровню «высокий».

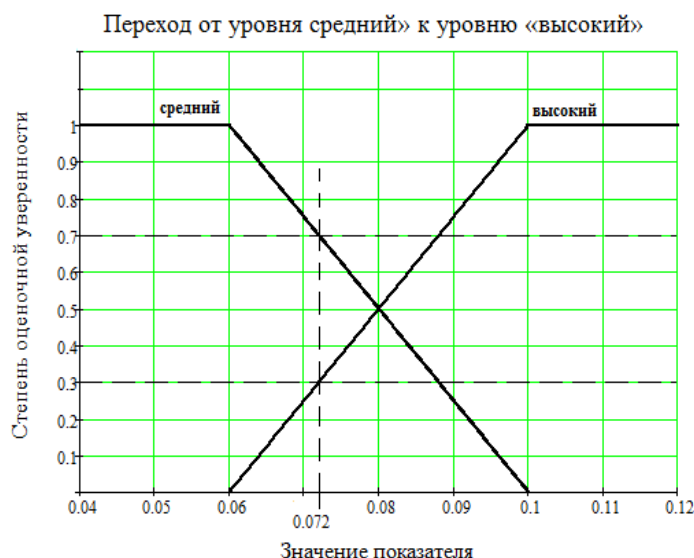


Рис. 8.3. Переход от уровня «средний» к уровню «высокий»

Так как фактическое значение, равное 0,072 попадает в переходные интервал, то принадлежность уровню и степени оценочной уверенности этой принадлежности можно определить из уравнения:

$$COU_{\text{средний}} = \frac{-x+0,1}{0,04} = \frac{-0,072+0,1}{0,04} = 0,7$$

$$COU_{\text{высокий}} = \frac{x-0,06}{0,04} = \frac{0,072-0,06}{0,04} = 0,3$$

где $COU_{\text{средний}}$ – степень оценочной уверенности принадлежности к «среднему» уровню на основании линейной функции принадлежности;

$COU_{\text{высокий}}$ – степень оценочной уверенности принадлежности к «высокому» уровню на основании линейной функции принадлежности

Таким образом, $COU_{\text{средний}} = 0,7$; $COU_{\text{высокий}} = 0,3$.

Аналогичным образом происходит распознавание уровней остальных показателей по критерию табл. 8.11. Результатом проведенной классификации является табл. 8.12:

Таблица 8.12. Классификация уровня показателей X_1 – X_6 за 2008-2010гг.

Год	Показатель X_i	Значение $\{\lambda_{ij}\}$				
		λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
2008	X_1	0	0	0	0	1
	X_2	0	0	0	0	1
	X_3	0	0	0	0	1

	X ₄	0,533	0,467	0	0	0
	X ₅	0	0	1	0	0
	X ₆	0	0	0,250	0,750	0
2009	X ₁	0	0	0	0	1
	X ₂	0	0	0	0	1
	X ₃	0	0	0	0	1
	X ₄	0,833	0,167	0	0	0
	X ₅	0	0	0	1	0
	X ₆	1	0	0	0	0
2010	X ₁	0	0	0	0	1
	X ₂	0	0	0	0	1
	X ₃	0	0	0	0	1
	X ₄	0,433	0,567	0	0	0
	X ₅	0	0	0	0,504	0,496
	X ₆	0	0	0,7	0,3	0

Анализ табл. 8.12 указывает на то, что количественное изменение коэффициента автономии, коэффициента промежуточной ликвидности и коэффициента абсолютной ликвидности не сопровождаются качественным ростом. Однако во втором и третьем периодах наблюдается качественный рост рентабельности деятельности. Также во втором и третьем периодах наблюдается разнонаправленное качественное изменение оборачиваемости активов и рентабельности активов.

Этап 6. Установление соответствия между значениями показателя степени риска (g) и нечеткими подмножествами множества G (см. табл. 8.13).

Таблица 8.13. Классификация степени риска банкротства [3,4]

Интервал значений g	Классификация уровня параметра	Функция принадлежности
$0 \leq g \leq 0.15$	риск банкротства незначителен	1
$0.15 < g < 0.25$	риск банкротства незначителен	$\mu_5 = 10 \times (0.25 - g)$
	приемлемый риск банкротства	$1 - \mu_5 = \mu_4$

$0.25 \leq g \leq 0.35$	приемлемый риск банкротства	1
$0.35 < g < 0.45$	приемлемый риск банкротства	$\mu_4 = 10 \times (0.45 - g)$
	риск банкротства пограничный	$1 - \mu_4 = \mu_3$
$0.45 \leq g \leq 0.55$	риск банкротства пограничный	1
$0.55 < g < 0.65$	риск банкротства пограничный	$\mu_3 = 10 \times (0.65 - g)$
	риск банкротства высокий	$1 - \mu_3 = \mu_2$
$0.65 \leq g \leq 0.75$	риск банкротства высокий	1
$0.75 < g < 0.85$	риск банкротства высокий	$\mu_2 = 10 \times (0.85 - g)$
	запредельный риск банкротства	$1 - \mu_2 = \mu_1$
$0.85 \leq g \leq 1.0$	запредельный риск банкротства	1

Этап 7. Анализ результатов. Определение степени риска банкротства.

В таблице 8.14 приведены величины $v_j = \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij}$, $j=1, \dots, 5$ для трех периодов.

Здесь $r_i = 1/N$, $N=6$ – веса показателей.

Таблица 8.14. Усредненные значения терм-множества {□}

Год	Усредненные значения {□}				
	"очень низкий"	"низкий"	"средний"	"высокий"	"очень высокий"
2008	0,089	0,078	0,208	0,125	0,5
2009	0,305	0,028	0	0,167	0,5
2010	0,072	0,095	0,117	0,134	0,583

В соответствии с результатом распознавания количественное значение степени риска банкротства предприятия g определяется по формуле двойной свертки Недосекина [5] (8.5):

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j v_j = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij}, \quad \text{где } g_j = 0.9 - 0.2(j-1)$$

С учетом вышеизложенного, оценка степени риска банкротства по формуле (8.5) дает $g_I = 0,326$, $g_{II} = 0,394$, $g_{III} = 0,288$, т.е. наблюдается сокращение риска банкротства.

Лингвистическое распознавание значений g по данным табл. 8.9 для первого периода определяет с абсолютной степенью уверенности (функция принадлежности равна 1) степень риска банкротства предприятия ОАО «СИСТЕМА» как приемлемая. Степень риска банкротства предприятия во втором периоде распознается примерно с одинаковой степенью соответствия как приемлемая (0,56) и как пограничная (0,44). В третьем периоде степень риска банкротства предприятия распознается уверенно как приемлемая (функция принадлежности равна 1).

8.5 Практическое задание

1. иже приведены адреса сайтов для поиска информации о бухгалтерской отчетности предприятий. На сайте <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4> взять информацию о предприятии под номером, соответствующем номеру варианта студента.
2. Из ежегодных данных бухгалтерской отчетности рассчитать 6 финансовых показателей $X_1, \dots, X_6$, указанных в таблице 1.5 за последние 5 лет.
3. Создать экспертную группу в количестве 5 человек и составить таблицы 1.7 и 1.8
4. Выполнить этапы 1- 7. Построить график лингвистической переменной g как функции времени и сделать выводы.
5. По результатам расчетов подготовить отчет

Литература к лабораторной работе 8

1. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. М.: Финансы и статистика, 1997.
2. Шеремет А.Д., Негашев Е.В. Методика финансового анализа. - М.: ИНФРА -М 1999.
3. Зайченко Ю., Рогоза С., Столбунов В. Сравнительный анализ методов оценки риска банкротства – [Электронный ресурс]. – режим доступа: http://www.foibg.com/ibs_isc/ibs-07/IBS-07-p15.pdf – свободный.
4. Недосекин А.О. Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами – [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://www.cfin.ru/press/afa/2000-2/08-1.shtml> – свободный.
5. Недосекин А.О., Максимов О.Б. Новый комплексный показатель оценки финансового состояния предприятия – [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://www.vmgroupp.ru/publications/public4.htm> – свободный.
6. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976.
7. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с франц. — М.: Радио и связь, 1982.
8. Официальный сайт Федеральной сетевой компании Единой энергетической системы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.fsk->

ees.ru/shareholders_and_investors/disclosure_of_information/quarterly_reports/
свободный.

—

Адреса сайтов для поиска информации о бухгалтерских отчетах

- 11) «Сайт раскрытия информации СКРИН»: <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4>
- 12) «Центр раскрытия корпоративной информации»: <https://www.e-disclosure.ru/poisk-po-kompaniyam>
- 13) Каталог организаций России: <https://www.list-org.com/>
- 14) Федеральная служба государственной статистики: http://www.gks.ru/accounting_report

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

Оценка эффективности предприятий на основе метода DEA

9.1 Введение

Проблема оценки эффективности функционирования предприятий является одной из основных, которая стоит перед собственниками и управляющими лицами. Что же понимается под эффективностью? Под эффективностью понимается определяющее свойство любой целенаправленной деятельности, которое с познавательной точки зрения выражается степенью достижения цели с учетом затрат ресурсов и времени. В других источниках термину эффективность дают другое понятие, его рассматривают как основной источник экономической теории, так и практики. Говоря об эффективности, нельзя не выделить, что она «считается одной из фундаментальных категорий, поскольку выражает закономерности, свойственные любому виду человеческой деятельности».

Одним из способов анализа эффективности предприятия является метод DEA (Data Envelopment Analysis). Это непараметрический метод оценивания группы действующих единиц, позволяющие выявить наиболее эффективные группы предприятий. DEA – основан на построении границы эффективности, которая и является аналогом производственной функции, когда выпуск является не скалярным, а векторным, т.е. когда выпускается несколько видов продукции. На рис. 9.1 представлен пример процесса производства одного вида продукции y из двух видов ресурсов x_1 и x_2 .

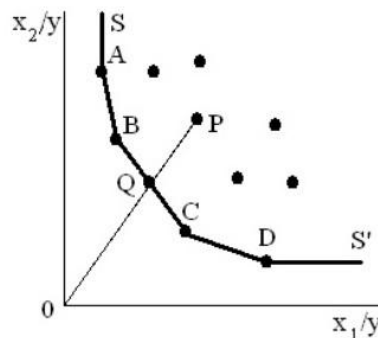


Рис. 9.1 Модель, построенная в предположении постоянного эффекта масштаба

9.2 Описание метода DEA

Существует две модели метода DEA: модель входо-ориентированная и модель выходо-ориентированная на выход.

Рассмотрим входо-ориентированную модель, т.е. модель в которой необходимо минимизировать ресурсы при заданном уровне выпусков. Здесь входные переменные рассчитываются по формуле:

$$x_{рекомен}^{(j)} = v_{in} \cdot x^{(j)} \quad (9.1)$$

где v – показатель эффективности j -го объекта, $x^{(j)}$ – вектор значений входных переменных для j -го объекта.

Суть метода DEA в общем виде состоит в следующем. Пусть имеются данные для m входных параметров и k выходных параметров для каждого из n однородных объектов (например, фирмы, заводы, производственные комплексы). Для j -го объекта они представлены вектор-столбцами $x^{(j)}$ и $y^{(j)}$ соответственно. Матрицы входных и

выходных параметров для всех n объектов представляют собой матрицу X , которая имеет размерность $m \times n$ и матрицу Y , которая в свою очередь имеет размерность $k \times n$. Модель формулируется в виде задачи линейного программирования в такой форме:

$$\begin{aligned} f(v_{in}, L) &= v_{in} \rightarrow \min, \\ -y^{(j)} + Y \cdot L &\geq 0, \\ v_{in} \cdot x^{(j)} - X \cdot L &\geq 0, \\ L_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (9.2)$$

где $f(v_{in}, L)$ - функция эффективности; v - скалярная величина (эффективность),

L - является вектором весовых множителей размерности $n \times 1$.

Таким образом, решением задачи будет значение v_{in} , которое является показателем эффективности j -го объекта. При этом показатель эффективности не может превышать единицы ($v_{in} \leq 1$). Аналогичная задача решается n раз, то есть для каждого объекта.

На рис. 9.1 представлена модель (9.2), которая построена в предположении постоянного эффекта масштаба и в результате ее n -кратного решения формируется граница эффективности в виде выпуклого конуса. Коническая форма границы эффективности обусловлена тем, что в модели (9.2) нет ограничения на сумму элементов вектора L , такого, как $\sum_{i=1}^n L_i = 1$.

Для модели ориентированной на вход, если показатель эффективности $v_{in} < 1$, то даются рекомендации о выведении таких объектов на границу эффективности за счёт пропорционального сокращения объемов затрачиваемых ими ресурсов при сохранении значений выходных переменных на прежнем уровне. А если значение эффективности $v = 1$, то объекты находятся на границе эффективности.

В модели ориентированной на выход результатом будет являться выдача рекомендаций по увеличению значений вектора выходов $y^{(j)}$, без увеличения значений вектора $x^{(j)}$ (j - номер экономического объекта). Здесь выходные переменные рассчитываются по формуле (9.3):

$$y_{рекомен}^{(j)} = v_{out} \cdot y^{(j)} \quad (9.3)$$

где v_{out} - показатель эффективности j -го объекта, $y^{(j)}$ - вектор значений выходных переменных для j -го объекта.

$$\begin{aligned} f(v_{out}, L) &= v_{out} \rightarrow \max, \\ -v_{out} \cdot y^j + Y \cdot L &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n; \\ x^j - X \cdot L &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ v &\geq 1; \quad L \geq 0. \end{aligned} \quad (9.4)$$

В качестве меры эффективности финансово-хозяйственной деятельности предприятия можно рекомендовать величину

$$T_{out} = \exp(-(v_{out} - 1)). \quad (9.5)$$

В этом случае для предприятий, работающих на границе эффективности ($v_{out} = 1$), эффективность $T_{out} = 1$, а для неэффективных предприятий $v_{out} > 1$, показатель $T_{out} < 1$. Для модели, ориентированной на вход, мерой эффективности может служить величина

$$T_{in} = \exp(-(1 - v_{in})). \quad (9.6)$$

В DEA модели входы и выходы могут измеряться в различных единицах измерения, что позволяет оценивать эффективность с разным набором ресурсов, а также позволяет ранжировать объекты по уровням эффективности. Существует возможность после анализа дать рекомендации для повышения эффективности объекта. Всё выше перечисленное является особенностями данного метода.

Помимо рассмотренных особенностей DEA-метод имеет широкое применение в различных узких областях благодаря разработанным способам и его модификациям.

9.3 Методика предварительной обработки финансовых показателей для метода DEA

Для нахождения оценки эффективности деятельности предприятий методом DEA необходимо:

1. Вычислить входные и выходные финансовые показатели для каждого экономического объекта.

2. Выполнить корреляционный анализ между входными и выходными показателями финансовой деятельности.

Анализ коэффициентов корреляции позволяет выявить, как прямую, так и обратную статистическую зависимость между отдельными входными и выходными показателями. Это позволит модифицировать классический метод DEA следующим образом:

- 2.1. Выполнить нормировку показателей, т.е. разделить каждый показатель конкретного предприятия на его максимальное значение для каждого временного периода.

- 2.2. Если коэффициент корреляции между выходным показателем Y и некоторым входным показателем X отрицательный, то в модель подставляется значение $1 - x$, где x – нормированный входной показатель. Это необходимо для того, чтобы зависимость между входным и выходными параметрами была прямо пропорциональной, как это имеет место в традиционном методе DEA, основанном на производственной функции.

3. Для каждой группы выходных параметров вычисляется показатель эффективности v_{out} и затем находится среднее значение.

4. Рассчитывается показатель эффективности для каждого предприятия за определенный период времени по формуле (9.5) [32, 33].

9.4 Пример использования метода DEA

Для проведения исследования используем информационно-эмпирическую базу, которой послужат данные из 1 и 2 форм обязательной финансовой отчетности. Данные были собраны из открытых источников, таких как СПАРК-Интерфакс и СКРИН.

Проиллюстрируем модель DEA для 10 входных и 4 выходных параметров. В качестве входных и выходных параметров рассматриваются финансовые показатели, которые описывают финансово-хозяйственную деятельность предприятия.

Входные параметры:

1. коэффициент капитализации;
2. коэффициент обеспеченности собственными оборотными средствами;
3. коэффициент платежеспособности;
4. коэффициент при мобилизации средств;
5. рентабельность совокупного капитала;
6. рентабельность внеоборотного капитала;
7. рентабельность перманентного капитала;
8. оборачиваемость заемного капитала;
9. оборачиваемость кредиторской задолженности;
10. оборачиваемость дебиторской задолженности).

Выходные параметры:

1. коэффициент финансовой устойчивости;
2. рентабельность продаж;
3. оборачиваемость оборотного капитала
4. коэффициент текущей ликвидности;

Таблица 9.1 Данные корреляции между показателями финансовой деятельности четвертого предприятия

Входные параметры	Выходные параметры			
	1	2	3	4
1	0,974	0,845	0,887	0,843
2	-0,998	-0,832	-0,927	-0,820
3	0,995	0,865	0,900	0,852
4	0,482	0,097	0,642	0,059
5	0,852	0,580	0,889	0,586
6	0,975	0,703	0,982	0,686
7	0,945	0,617	0,992	0,602
8	0,979	0,903	0,853	0,900
9	0,986	0,894	0,868	0,891
10	-0,614	-0,795	-0,393	-0,814

В табл. 9.1 для примера представлены результаты расчетов коэффициентов корреляции между показателями финансовой деятельности четвертого предприятия. Анализ коэффициентов корреляции между финансовыми показателями позволил выявить как прямую, так и обратную корреляционную зависимость между отдельными коэффициентами. Это потребовало модифицировать классическую модель DEA. Полужирным шрифтом и в рамке выделены значения показателей, которые имеют отрицательную корреляцию между входными и выходными параметрами.

В исследовании использовалась модель, ориентированная на выход (9.4), т.е. на максимизацию параметра эффективности v . Количество входных параметров $m=10$, количество выходных параметров $k=4$, число анализируемых предприятий $n=8$

На рис. 9.2, 9.3 представлены графики, как изменяется эффективность действующих и обанкротившихся предприятий, временной период с 2013 по 2016 гг. соответственно.

Следует отметить, что наихудшие значения показывают предприятия 7 и 8. Эффективности этих предприятий существенно меньше 1. Кроме того, в динамике показатели этих двух предприятий убывают, что подтверждает их статус «банкроты». Что касается 1-го и 4-го предприятия, то в 2013 г. эффективность была ниже 1, однако в дальнейшем эффективность приблизилась к 1. Остальные предприятия имеют оценку эффективности, близкую или равную 1. В связи с этим на рисунке 1 они лежат на одной прямой.

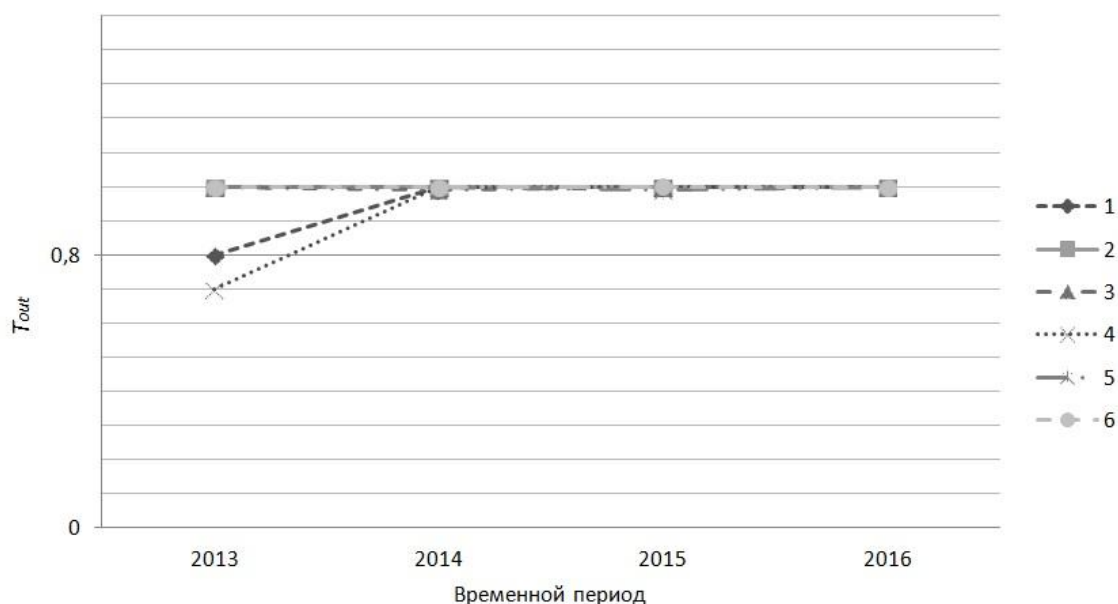


Рис 9.2. График изменения эффективности по методике DEA для действующих предприятий

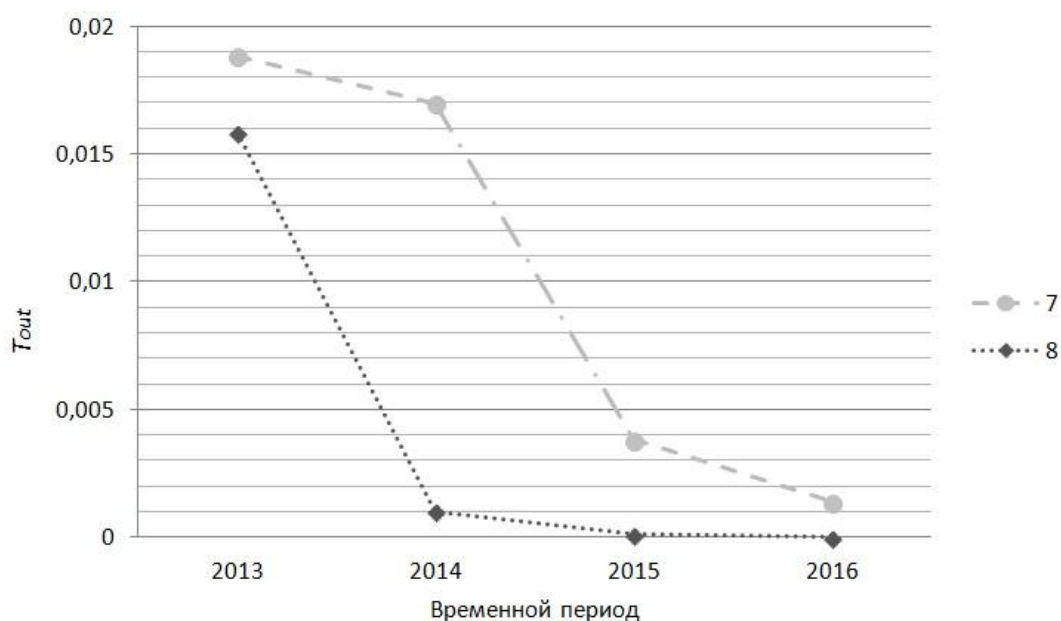


Рис 9.3. График изменения эффективности по методике DEA для обанкротившихся предприятий

Анализ полученных результатов показал, что классический метод DEA можно использовать для оценки эффективности экономических объектов, описываемых финансовыми показателями, а не объемами затрачиваемых ресурсов и выпусков. Для этого необходимо предварительно провести анализ корреляционных связей между входными и выходными показателями и при необходимости перегруппировать входные данные таким образом, чтобы зависимость между входами и выходами была прямо пропорциональной. Результаты, полученные в ходе данного исследования, позволяют говорить о возможности применения данного метода для проведения диагностики финансового состояния предприятий.

9.5 Практическое задание

1. На сайте <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4> взять информацию о 8 предприятиях для отрасли под номером, соответствующем номеру варианта студента
2. Из ежегодных данных бухгалтерской отчетности рассчитать следующие финансовые показатели за последние 5 лет:
 - 1) коэффициент капитализации;
 - 2) коэффициент платежеспособности;
 - 3) коэффициент при мобилизации средств;
 - 4) рентабельность совокупного капитала;
 - 5) рентабельность внеоборотного капитала;
 - 6) рентабельность перманентного капитала;
 - 7) оборачиваемость заемного капитала;
 - 8) оборачиваемость кредиторской задолженности;

Выходные параметры:

- 9) коэффициент финансовой устойчивости;
- 10) рентабельность продаж;
- 11) оборачиваемость оборотного капитала
- 12) коэффициент текущей ликвидности;
3. Используя модель (2.4), рассчитать эффективность деятельности предприятий и построить графики как функции времени и сделать выводы.
4. По результатам расчетов подготовить отчет.

Литература к лабораторной работе 9

1. Рембез А.И. Надежность и эффективность в технике: справочник // Методология. Организация. Терминология. Москва. 1986. Т. 1, С. 224.
2. Понькина Е.В., Лобова С.В., Курочкин Д.В., Межин С.А. Количественная оценка влияния технологических и социо-экономических факторов на эффективность деятельности сельскохозяйственных предприятий Алтайского края на основе методов Data Envelopment Analysis (DEA) и Stochastic Frontier Analysis (SFA). // Препринт. 2012. С. 42.
3. Новожилов, А.А., Рукавицына Т.А. Применение метода DEA и его модификации для анализа организационно-технических систем // Вестник НИИ СУВПТ: сб. научн. Трудов. 2008. № 26. С. 137-145.

4. Farrell, M.J. The Measurement of Productive Efficiency / M.J. Farrell // Journal of The Royal Statistical Society, Series A (General), Part III, 1957, vol. 120, pp. 253-281.
5. Charnes, A. Measuring the Efficiency of Decision Making Units / A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes // European Journal of Operational Research, 1978, vol. 2, pp. 429-444.
6. Рукавицына Т.А., Смолин В.В. Реализация метода DEA для диагностики финансового состояния предприятий // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева, Выпуск № 3 (20)/ 2008. Доступно на: <http://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-metoda-dea-dlya-diaagnostiki-finansovogo-sostoyaniya-predpriyatiy>.
7. Хасанов Е.Р., Зеленков П.В., Бахмарева К.К., Смирнов О.О. Система анализа эффективности деятельности предприятий социальной сферы // Путь науки. 2015. №1(11), С. 48-49.
8. Назарова Ю.А., Костерин С.Г., Костерин А.Г., Долгушин В.Д. Сравнительное исследование эффективности в инновации на примере электроэнергетических компаний группы «Газпром» // Вестник РУДН, серия Экономика. 2012. №2. С. 89-97.
9. Рукавицына Т.А. Развитие модели методологии DEA // Вестник СибГАУ. – 2010. – Т. 24, № 2. –С. 74–77.
10. Кочуров Е.В. Оценка эффективности деятельности лечено-профилактических учреждений: сравнительный анализ методов и моделей // Вестник СПбГУ. – 2002. № 2. – С. 110–128.
11. Новожилов А.А. Использование метода DEA для анализа эффективности перерабатывающей отрасли // Современные наукоемкие технологии. – 2009. – № 2. С. 43–44.
12. Пропой А.И., Сеньков Р.В., Родченков И.В., Мнохин П.М. Анализ эффективности функционирования сложных систем // Автоматизация проектирования. 1999. №1. С. 2-7.
13. Кривоножко В.Е., Пискунов А.А., Лычев А.В., Пискунова М.А. Методика оценки формирования и реализации транснациональных проектов с использование методологии АСФ // Научно-практический журнал «Вестник АКСОР». 2010. №2(13). С. 9-39.
14. Кочуров Е.В. Оценка эффективности деятельности лечебно-профилактических учреждений: сравнительный анализ методов и моделей // Вестник СПбГУ. 2002. С. 110-128.
15. Тубин П.А. Динамическое измерение и повышение эффективности инновационных проектов // Труды МГТА: электронный журнал. 2010. № 13 (1).
16. Пересецкий А., Карминский А., Головань С. Сравнение банковских систем России и Казахстана // Российская экономическая школа, 2009. С. 13-15.
17. Алескеров Ф.Т., Белоусова В.Ю. Эффективное развитие филиальной сети коммерческого банка // Модернизация экономики и общественное развитие. 2007. Т. 2. С. 122–134.
18. Никишин К.Н. Региональные рынки банковской розницы: структура, устойчивость, эффективность // Материалы докладов XVI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов». 2009.
19. Светлов Н.М. Факторы мотивации сельскохозяйственных организаций: конкуренция или олигополия? // Устойчивое развитие агропродовольственного сектора как важнейший фактор социально-экономической стабильности России. Материалы Второго всероссийского конгресса экономистов-аграрников. 2006. Ч.2. С. 3-7.
20. Карасева М.В., Новожилов А.А., Рукавицына Т.А., К вопросу оценки эффективности функционирования организационно-технических систем // Математика, механика, информатика. 2011. С. 40-42.
21. Рукавицына Т.А. Развитие модели методологии DEA. // Вестник СибГАУ. 2010. №3(24). С.74-77.

22. Новожилов, А.А., Рукавицына Т.А. Применение метода DEA и его модификации для анализа организационно-технических систем // Вестник НИИ СУВПТ: сб. научн. Трудов. 2008. № 26. С. 137-145.
23. Коптева Л.А. Формирование и механизм реализации стратегии повышения конкурентоспособности продукции мясного скотоводства (на материалах северного Казахстана). Доступно на: <http://www.oblstat.permregion.ru>.
24. Новожилов А.А. Использование метода DEA для анализа эффективности перерабатывающей отрасли /А.А. Новожилов // Современные наукоемкие технологии. 2009. №2. С.43-44.
25. Ковалев, И.В., Новожилов, А.А., Рукавицына, Т.А. Анализ эффективности организационно-технологических комплексов предприятий // Системы управления и информационные технологии. 2010. № 4 (42), С. 36-39
26. Важаев А.Н., Мицель А.А. DEA-анализ эффективности отраслей экономики моногорода // Региональная экономика: Теория и практика. 2017. № 12, С.2378-2390.
27. Alimkhanova A., Mitsel A. DEA Analysis of Enterprises Activity. // Global Economics and Management: Transition to Economy 4.0. Springer Proceedings in Business and Economics. – 2019. – P 25-36.
28. Алимханова А.Н., Мицель А.А. Оценка финансовой безопасности предприятий методом DEA // Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики». Серия: Естественные и технические науки. – 2022. – №3-2. С. 33-38

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

Оценка эффективности предприятий на основе метода SFA

10.1. Введение

Метод SFA был предложен в двух статьях [1,2] в 1977 году и в настоящее время широко используется для оценивая эффективности деятельности экономических объектов.

SFA связывает наличие отклонений от границы эффективности со стохастической природой производственного процесса, например, последствия непреднамеренного исключения значимой переменной из производственной модели, различия производственных условий и т. д.

В общем виде оценка эффективности связана с идентификацией производственной функции:

$$y = f(x, \beta) \cdot \exp(\varepsilon) \quad (10.1)$$

где y – объем выпуска продукции, x – ресурсы (факторы) производства; β – параметры модели; ε – отклонение от граничной оценки выпуска ($\varepsilon = v - u$) содержащее компоненты v и u ;

v – случайная ошибка, имеющая нормальное распределение $N(0, \sigma)$ и описывающая влияние v на выход неучтенных в модели факторов, действие которых не связано с неэффективностью деятельности;

u – неотрицательная, независимая от v случайная величина, которая характеризует неэффективность производства, отражает результаты воздействия на производственный процесс комплекса факторов, обуславливающих его эффективность.

Приведенная выше функция используется в случаях, когда факторы, которые влияют на эффективность, не определены, но учтены.

Также как и в методе DEA, вместо объемов ресурсов и выпуска будем использовать финансовые показатели для оценки эффективности деятельности экономических объектов. Поэтому вместо производственной функции $y = f(x, \beta)$ будем использовать регрессионную зависимость ключевого показателя от других финансовых показателей. Логарифмирования (3.1) перепишем формулу

$$\ln(y) = \ln(f(x, \beta)) + v - u. \quad (10.2)$$

В качестве $y = f(x, \beta)$ возьмем множественную регрессию, тогда формула (3.2) примет вид

$$\ln(y) = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \ln(x_j) + v - u. \quad (10.3)$$

10.2. Описание метода SFA

Существует большое количество моделей SFA. Мы будем использовать модель без гетерогенности и тренда. Данная модель выглядит следующим образом [3]:

$$\ln(y_i) = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \ln(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (10.4)$$

где y_i – ключевой финансовый показатель i -го экономического объекта; x_{ji} – финансовые показатели, влияющие на y_i ; $\varepsilon_i = v_i - u_i$ – ошибка модели; v_i – стохастическая ошибка; u_i – неэффективность; $\beta_1, \dots, \beta_m$ – параметры модели; m – количество входных финансовых показателей; n – количество сравниваемых объектов.

Прежде чем вычислять коэффициенты модели $\beta_1, \dots, \beta_m$, необходимо выполнить предварительную обработку показателей, т.е. разделить каждый показатель конкретного предприятия на его максимальное значение.

Параметры модели $\beta_1, \dots, \beta_m$ определяем из условия минимума функционала

$$\Phi(\beta_1, \dots, \beta_m) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[\ln(y_i) - \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \ln(x_{ji}) \right]^2 \quad (10.5)$$

Найденные значения параметров будем обозначать $\beta_1, \dots, \beta_m$. Тогда формулу для ошибки можно записать

$$\varepsilon_i = \ln(y_i) - \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \ln(x_{ji}), \quad i = 1, \dots, n \quad (10.6)$$

Для получения конечных выражений необходимо задать плотности вероятностей распределений случайных величин v_i и u_i .

1) Показатель неэффективности u_i подчиняется полу нормальному распределению

Пусть распределения вероятностей случайных величин v_i и u_i имеют вид

$$f_v(v_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\sigma_v^2}\right) \text{ и } f_u(u_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \cdot \exp\left(-\frac{u_i^2}{2\sigma_u^2}\right), \quad u_i \geq 0. \quad (10.7)$$

Здесь индекс i – это номер экономического объекта $i = 1, \dots, n$ (n – количество рассматриваемых экономических объектов); v_i – случайная ошибка с параметрами $M(v_i) = 0$, $D(v_i) = \sigma_v^2$. Учитывает влияние внешних факторов на деятельность экономического объекта. u_i – неотрицательная случайная ошибка с параметрами

$M(u_i) = \sigma_u \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}, D(u_i) = \sigma_u^2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$. Величина u_i учитывает «неэффективность» работы экономического объекта, а величина $\varepsilon_i = V_i - u_i$ описывает отклонение от границы производственных возможностей.

Запишем конечную формулу для оценки показателя неэффективности u_i

$$u_i = M(u_i / \varepsilon_i) = \sqrt{2} \sigma \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\varepsilon_i^2 \hat{b}^2}}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b}))} - \varepsilon_i \hat{b} \right), \quad (10.8)$$

где

$$\sigma = \frac{\sigma_u \sigma_v}{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}} = \frac{\hat{b} \sigma_*^2}{\hat{b}^2 \sigma_*^2 + 1} \quad (10.9)$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_*}{\sqrt{\hat{b}^2 \sigma_*^2 + 1}}, \quad \sigma_u = \frac{\hat{b} \sigma_*^2}{\sqrt{\hat{b}^2 \sigma_*^2 + 1}}. \quad (10.10)$$

Параметры σ_*, b ищем из условия максимума функции правдоподобия $L(\sigma_*, b)$

$$L(\sigma_*, b) = -n \cdot \ln(\sigma_*) - \frac{1}{2\sigma_*^2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^n \ln(1 - \operatorname{erf}[\varepsilon_i b]), \quad (10.11)$$

где $\sigma_* = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}$, $b = \frac{\sigma_u / \sigma_v}{\sqrt{2} \sigma_*}$.

Здесь $\operatorname{erf}(\varepsilon_i b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varepsilon_i b} \exp(-t^2) dt$ – интеграл вероятностей

В формуле (3.11) в качестве ε_i используем оценку ε_i (см. (3.6)).

Обозначим оценки параметров $\sigma_*, \hat{b}$.

Техническая эффективность JLMS i -го предприятия оценивается выражением [6,7]

$$T_{JMLS} = \exp(-u_i). \quad (10.12)$$

2) Показатель u_i подчиняется усеченному нормальному распределению

Пусть распределения вероятностей случайных величин V_i и U_i имеют вид

$$f_v(v_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\sigma_v^2}\right) \text{ и } f_u(u_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \cdot \exp\left(-\frac{(u_i - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}\right), u_i \geq 0. \quad (10.13)$$

Здесь u_i – неотрицательная случайная ошибка с параметрами

$$\begin{aligned} M(u) &= \sigma_u \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} e^{-\mu_u^2/2\sigma_u^2} + \mu_u \left(1 + \operatorname{erf}(\mu_u/\sqrt{2}\sigma_u)\right); \\ M(u^2) &= \sigma_u^2 \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} (\mu_u/\sqrt{2}\sigma_u) e^{-\mu_u^2/2\sigma_u^2} + (2\mu_u^2/2\sigma_u^2 + 1) \left(1 + \operatorname{erf}(\mu_u/\sqrt{2}\sigma_u)\right) \right); \\ D(u) &= M(u^2) - (M(u))^2 \end{aligned}$$

Приведём конечную формулу для оценки показателя неэффективности u_i

$$u_i = M(u_i/\varepsilon_i) = \sqrt{2}\sigma \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c})^2}}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}))} - (\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}) \right). \quad (10.14)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_v \sigma_u}{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}} = \frac{\sigma^*}{\sqrt{2 \left(1 + \hat{b}^2 \sigma_*^2 + \hat{c}^2 \sigma_*^2 \right)}}$$

Здесь в качестве оценки ε_i используем формулу (10.6).

Параметры σ_*, b, μ_u, c ищем из условия максимума функции $L(\sigma_*, b, \mu_u, c)$

$$\begin{aligned} L(\sigma_*, b, \mu_u, c) &= -n \cdot \ln(\sigma_*) - \frac{1}{2\sigma_*^2} \sum_{i=1}^n [\varepsilon_i + \mu_u]^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^n \ln(1 - \operatorname{erf}[\varepsilon_i \cdot b - \mu_u c]). \end{aligned} \quad (10.15)$$

$$\text{где } b = \frac{\sigma_u/\sigma_v}{\sqrt{2}\sigma_*}, c = \frac{\sigma_v/\sigma_u}{\sqrt{2}\sigma_*}, \sigma_* = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}, \sigma = \frac{\sigma_v \sigma_u}{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}}$$

$$\sigma_v^2 = \frac{\sigma_*^2}{\left(1 + 2\hat{b}^2 \sigma_*^2\right)}, \sigma_u^2 = \frac{\sigma_*^2}{\left(1 + 2\hat{c}^2 \sigma_*^2\right)}.$$

Техническая эффективность JLMS i -го предприятия оценивается выражением

$$T_{JMLS} = \exp(-u_i). \quad (10.16)$$

3) Показательный закон распределения случайной величины

Пусть распределения вероятностей случайных величин v_i и u_i имеют вид

$$f_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right), \quad f_u(u) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot u) \quad (10.17)$$

Здесь λ - параметр распределения ($\lambda > 0$). Моменты случайной величины u

$$M(u) = \int_0^{\infty} u \lambda e^{-\lambda u} du = \frac{1}{\lambda}, \quad D(u) = M(u^2) - (M(u))^2 = \frac{1}{\lambda}.$$

Запишем конечную формулу для оценки показателя неэффективности u_i

$$u_i = M(u_i / \varepsilon_i) = \sqrt{2} \sigma_v \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp\left(-m_\lambda^2 / 2\sigma_v^2\right)}{\left(1 - \operatorname{erf}\left(m_\lambda / \sqrt{2}\sigma_v\right)\right)} - \frac{m_\lambda}{\sqrt{2}\sigma_v} \right), \quad (10.18)$$

где

$$m_\lambda = \varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2 \quad (10.19)$$

Оценки параметров $\sigma_v > 0$, $\lambda > 0$ ищем из условия максимума функции $L(\sigma_v, \lambda)$

$$L(\sigma_v, \lambda) = n \cdot \ln(\lambda) + n \lambda^2 \frac{\sigma_v^2}{2} + \lambda \sum_{i=1}^n \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2}{\sqrt{2}\sigma_v} \right) \right). \quad (10.20)$$

Техническая эффективность JLMS i -го предприятия оценивается выражением

$$T_{JMLS} = \exp(-u_i). \quad (10.21)$$

10.3 Практическое задание

- На сайте <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4> взять информацию о 8 предприятиях для отрасли под номером, соответствующем номеру варианта студента (данные взять для тех же предприятий, которые были использованы в лабораторной работе №2)
- Из ежегодных данных бухгалтерской отчетности рассчитать следующие финансовые показатели за последние 5 лет:

- 13) коэффициент капитализации;
- 14) коэффициент платежеспособности;
- 15) коэффициент при мобилизации средств;
- 16) рентабельность совокупного капитала;
- 17) рентабельность внеоборотного капитала;
- 18) рентабельность перманентного капитала;
- 19) оборачиваемость заемного капитала;
- 20) оборачиваемость кредиторской задолженности;

В качестве выходного параметра использовать выручку или прибыль.

8. С помощью факторного анализа (пакет Статистика) определить наиболее значимые входные показатели, влияющие на прибыль (либо оценить корреляцию между прибылью и входными показателями).
9. Используя один из законов распределения вероятностей показателя неэффективности (формулы (3.8), (3.14), (3.18)), рассчитать эффективность деятельности предприятий и построить графики как функции времени и сделать выводы.
10. По результатам расчетов подготовить отчет.

Литература к лабораторной работе 10

1. Debreu G. The coefficient of resource utilization// *Econometrica*, –1951. – С. 273–292.
3. Aigner D., Lovell C.A.K., Schmidt P. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models // *Journal of Econometrics*. – 1977, Vol. 6. – P. 21–37.
4. Kumbhakar S.C., Lien G.D., Hardaker J.B. Technical Efficiency in Competing Panel Data Models: A Study of Norwegian Grain Farming// *Applied Economics*. – 2011. –vol. 12. – pp. 218–232.
5. Борисова Е.И., Пересецкий А.А., Полищук Л.И. Анализ эффективности некоммерческих ассоциаций методом стохастической границы (на примере товариществ собственников жилья)//*Прикладная эконометрика*. –2010. –№4(20).– С. 75-101.
6. Ипатова И.Б., Пересецкий А.А. Техническая эффективность предприятий отрасли производства резиновых и пластмассовых изделий// *Прикладная эконометрика*. – 2013. –№32(4).– С. 71-92.
7. Jondrow J., Lovell C.A.K., Materov I.S., Schmidt P. On the Estimation of Technical Inefficiency in Stochastic Frontier Production Function Model // *Journal of Econometrics*. 1982. Vol. 19. P. 233–239.
8. Малахов Д.И., Пильник Н.П. Методы оценки показателя эффективности в моделях стохастической производственной границы//*Экономический журнал ВШЭ*. –2013, №4.– С. 660 – 686.

Приложение к работе №10

1) Показатель неэффективности u_i подчиняется полунормальному распределению

Пусть распределения вероятностей случайных величин v_i и u_i имеют вид

$$f_v(v_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\sigma_v^2}\right) \text{ и } f_u(u_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \cdot \exp\left(-\frac{u_i^2}{2\sigma_u^2}\right), u_i \geq 0. \quad (\Pi 1)$$

Здесь индекс i – это номер экономического объекта $i=1, \dots, n$ (n – количество рассматриваемых экономических объектов); v_i – случайная ошибка с параметрами

$M(v_i)=0$, $D(v_i)=\sigma_v^2$. Учитывает влияние внешних факторов на деятельность экономического объекта. u_i – неотрицательная случайная ошибка с параметрами

$M(u_i)=\sigma_u \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$, $D(u_i)=\sigma_u^2 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$. Величина u_i учитывает «неэффективность»

работы экономического объекта, а величина $\varepsilon_i = v_i - u_i$ описывает отклонение от границы производственных возможностей.

Плотность вероятности случайной величины $\varepsilon_i = v_i - u_i$ равна

$$f(\varepsilon_i) = \int_0^{\infty} f_v(\varepsilon_i + u_i) f_u(u_i) du_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma_*^2}\right) (1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b)), \quad (\Pi 2)$$

где $b = \frac{\sigma_u / \sigma_v}{\sqrt{2\sigma_*^2}}$, $\sigma_* = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}$. $\operatorname{erf}(\varepsilon_i b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varepsilon_i b} \exp(-t^2) dt$.

Запишем функцию правдоподобия для случайной величины ε

$$F(\varepsilon) = \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \right)^n \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma_*^2}\right) (1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b)). \quad (\Pi 3)$$

Логарифмическая функция правдоподобия случайной величины ε равна (опуская константу)

$$L(\sigma_*, b) = -n \cdot \ln(\sigma_*) - \frac{1}{2\sigma_*^2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^n \ln(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b)). \quad (\text{П4})$$

Параметры $\sigma_* > 0$, $b > 0$ ищем из условия максимума функции $L(\sigma_*, b)$. Обозначим оценки параметров $\sigma_*, \hat{b}$.

Условная плотность распределения вероятностей равна

$$f(u_i / \varepsilon_i) = \frac{f(\varepsilon_i, u_i)}{f(\varepsilon_i)}, \quad (\text{П5})$$

где

$$\begin{aligned} f(u_i, \varepsilon_i) &= f_v(\varepsilon_i + u_i) f_u(u_i) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_i^2}{2(\sigma_v^2 + \sigma_u^2)}\right) \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left(-\frac{(u_i + \varepsilon_i a)^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (\text{П6})$$

Подставим (П6) в (П5), получим

$$f(u_i / \varepsilon_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma} \frac{\exp\left(-\frac{(u_i + \varepsilon_i a)^2}{2\sigma^2}\right)}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b))} \quad (\text{П7})$$

где $a = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}$, $b = \frac{\sigma_u / \sigma_v}{\sqrt{2}\sigma_*}$, $\sigma^2 = \frac{\sigma_u^2 \sigma_v^2}{(\sigma_v^2 + \sigma_u^2)}$ и найдем условное среднее

$$M(u_i / \varepsilon_i) = \int_0^\infty u_i f(u_i / \varepsilon_i) du_i$$

$$u_i = M(u_i / \varepsilon_i) = \sqrt{2}\sigma \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\varepsilon_i^2 \hat{b}^2}}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b}))} - \varepsilon_i \hat{b} \right), \quad (\text{П8})$$

где

$$\sigma_v = \frac{\sigma^*}{\sqrt{\hat{b}^2 \sigma^{*2} + 1}}, \quad \sigma_u = \frac{\hat{b} \sigma^{*2}}{\sqrt{\hat{b}^2 \sigma^{*2} + 1}} \quad (\text{П9})$$

$$\sigma = \frac{\sigma_u \sigma_v}{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}} = \frac{\hat{b} \sigma^{*2}}{\hat{b}^2 \sigma^{*2} + 1} \quad (\text{П10})$$

Формула (П8) определяет показатель неэффективности [4].

Дисперсия условной оценки u_i равна

$$\begin{aligned} Du_i &= M(u_i^2 / \varepsilon_i) - \left(M(u_i / \varepsilon_i) \right)^2 = \\ &= \frac{\exp\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left(2\varepsilon \cdot \hat{b} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right)\right)}{\left(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon \cdot \hat{b})\right)} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\varepsilon \cdot \hat{b} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{П11})$$

Техническая эффективность JLMS i -го предприятия оценивается выражением [7-8]

$$T_{JMLS} = \exp(-u_i), \quad (\text{П12})$$

2) Показатель u_i подчиняется усеченному нормальному распределению

Пусть распределения вероятностей случайных величин V_i и U_i имеют вид

$$f_v(v_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v_i^2}{2\sigma_v^2}\right) \text{ и } f_u(u_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \cdot \exp\left(-\frac{(u_i - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}\right), u_i \geq 0. \quad (\text{П13})$$

Плотность вероятности случайной величины $\varepsilon_i = v_i - u_i$ равна

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_i) &= \int_0^\infty f_v(\varepsilon_i + u_i) f_u(u_i) du_i = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \cdot \exp\left(-\frac{(\varepsilon_i + \mu_u)^2}{2\sigma_*^2}\right) (1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b - \mu_u c)) \end{aligned}, \quad (\text{П14})$$

$$\text{где } b = \frac{\sigma_u / \sigma_v}{\sqrt{2}\sigma_*}, c = \frac{\sigma_v / \sigma_u}{\sqrt{2}\sigma_*} \quad \sigma_* = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}.$$

Запишем функцию правдоподобия для случайной величины ε

$$F(\varepsilon) = \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*}\right)^n \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{\sum_{k=1}^p (\varepsilon_i + \mu_u)^2}{2\sigma_*^2}\right) (1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i b - \mu_u c)). \quad (\text{П15})$$

Логарифмическая функция правдоподобия случайной величины ε равна (опуская константу равна

$$\begin{aligned} L(\sigma_*, b, \mu_u, c) &= -n \cdot \ln(\sigma_*) - \frac{1}{2\sigma_*^2} \sum_{i=1}^n [\varepsilon_i + \mu_u]^2 + \\ &+ \sum_{i=1}^n \ln(1 - \operatorname{erf}[\varepsilon \cdot b - \mu_u c]). \end{aligned} \quad (\text{П16})$$

Параметры σ_*, b, μ_u, c ищем из условия максимума функции $L(\sigma_*, b, \mu_u, c)$. Обозначим оценки этих параметров $\sigma_*, \hat{b}, \mu_u, \hat{c}$.

Запишем условную вероятность

$$f(u_i / \varepsilon_i) = \frac{f(\varepsilon_i, u_i)}{f(\varepsilon_i)} = \frac{f_v(\varepsilon_i + u_i) f_u(u_i)}{f(\varepsilon_i)} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma} \frac{\exp\left(-\frac{(u_i + (\varepsilon_i a - \mu_u d))^2}{2\sigma^2}\right)}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}))} . \quad (\Pi 17)$$

$$\text{Здесь } a = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2} = \frac{2\sigma^{*2} \hat{b}^2}{1 + 2\sigma^{*2} \hat{b}^2}; \quad d = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2} = \frac{1}{1 + 2\sigma^{*2} \hat{b}^2}; \quad \hat{b} = \frac{\sigma_u / \sigma_v}{\sqrt{2}\sigma^*},$$

$$\hat{c} = \frac{\sigma_v / \sigma_u}{\sqrt{2}\sigma^*}$$

$$\sigma_v^2 = \frac{\sigma^{*2}}{(1 + 2\hat{b}^2 \sigma^{*2})}, \quad \sigma_u^2 = \frac{\sigma^{*2}}{(1 + 2\hat{c}^2 \sigma^{*2})}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_v \sigma_u}{\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_u^2}} = \frac{\sigma^*}{\sqrt{2(1 + \hat{b}^2 \sigma^{*2} + \hat{c}^2 \sigma^{*2})}},$$

Найдем условное среднее $M(u_i / \varepsilon_i)$

$$u_i = M(u_i / \varepsilon_i) = \sqrt{2}\sigma \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c})^2}}{(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}))} - (\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}) \right), \quad (\Pi 18)$$

$$\sigma = \frac{\sigma^*}{\sqrt{2(1 + \hat{b}^2 \sigma^{*2} + \hat{c}^2 \sigma^{*2})}} \quad (\Pi 19)$$

Дисперсия $D(u_i / \varepsilon_i) = M(u_i^2 / \varepsilon_i) - (M(u_i / \varepsilon_i))^2$

$$D(u_i / \varepsilon_i) = 2\sigma^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{e^{-\left(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}\right)^2}}{\sqrt{\pi} \left(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c})\right)} \left(\frac{\left(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}\right) - e^{-\left(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c}\right)^2}}{\sqrt{\pi} \left(1 - \operatorname{erf}(\varepsilon_i \hat{b} - \mu_u \hat{c})\right)} \right) \right]. \quad (\Pi 20)$$

Техническая эффективность JLMS i -го предприятия оценивается выражением

$$T_{JMLS} = \exp(-u_i) \quad (\Pi 21)$$

3) Показательный закон распределения случайной величины $u \in \Pi(\lambda)$

Пусть $f_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right)$, а $f_u(u) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot u)$

(П22)

Плотность вероятности случайной величины $\varepsilon_i = v_i - u_i$ равна

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_i) &= \int_0^{\infty} f_v(\varepsilon_i + u_i) f_u(u_i) du_i = \\ &= \frac{\lambda}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2}{\sqrt{2} \sigma_v} \right) \right) \cdot e^{\lambda \varepsilon_i} \cdot e^{\lambda^2 \sigma_v^2 / 2}, \end{aligned} \quad (\Pi 23)$$

Запишем функцию правдоподобия для случайной величины ε

$$F(\varepsilon) = \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i) = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^n \left(e^{\lambda^2 \sigma_v^2 / 2}\right)^n \prod_{i=1}^n \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2}{\sqrt{2} \sigma_v}\right)\right) \cdot e^{\lambda \varepsilon_i}$$

Логарифмическая функция правдоподобия случайной величины ε равна (опуская константу равна

$$L(\sigma_v, \lambda) = n \cdot \ln(\lambda) + n \lambda^2 \frac{\sigma_v^2}{2} + \lambda \sum_{i=1}^n \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2}{\sqrt{2} \sigma_v}\right)\right). \quad (\text{П24})$$

Параметры $\sigma_v > 0$, $\lambda > 0$ ищем из условия максимума функции $L(\sigma_v, \lambda)$. Обозначим оценки этих параметров σ_v, λ .

Условная плотность вероятностей случайной величины u

$$f(u_i / \varepsilon_i) = \frac{f(u_i, \varepsilon_i)}{\int_0^\infty f(u, \varepsilon_i) du} = \frac{f(u_i, \varepsilon_i)}{f(\varepsilon_i)}. \quad (\text{П25})$$

$$f(u_i, \varepsilon_i) = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} e^{-\frac{(\varepsilon_i + u_i)^2}{2\sigma_v^2}} e^{-\lambda u_i} = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} e^{-\frac{(u_i + \varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2)^2}{2\sigma_v^2}} e^{\lambda \varepsilon_i} e^{\lambda^2 \sigma_v^2 / 2}. \quad (\text{П26})$$

Подставим (П23) и (П26) в (П25), получим

$$f(u_i / \varepsilon_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \frac{1}{\left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2}{\sqrt{2} \sigma_v}\right)\right)} e^{-\frac{(u_i + \varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2)^2}{2\sigma_v^2}} \quad (\text{П27})$$

Найдем условное среднее $M(u_i / \varepsilon_i)$

$$u_i = M(u_i / \varepsilon_i) = \sqrt{2} \sigma_v \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-m_\lambda^2 / 2\sigma_v^2)}{(1 - \operatorname{erf}(m_\lambda / \sqrt{2}\sigma_v))} - \frac{m_\lambda}{\sqrt{2}\sigma_v} \right). \quad (\Pi 28)$$

$$m_\lambda = \varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2$$

Дисперсия $D(u_i / \varepsilon_i) = M(u_i^2 / \varepsilon_i) - (M(u_i / \varepsilon_i))^2$

$$D(u_i / \varepsilon_i) = \sigma_v^2 \left(1 - \frac{2 \exp(-m_\lambda^2 / 2\sigma_v^2)}{\sqrt{2\pi} (1 - \operatorname{erf}(m_\lambda / \sqrt{2}\sigma_v))} \left(\frac{2 \exp(-m_\lambda^2 / 2\sigma_v^2)}{\sqrt{2\pi} (1 - \operatorname{erf}(m_\lambda / \sqrt{2}\sigma_v))} - \frac{m_\lambda}{\sigma_v} \right) \right) \quad (\Pi 29)$$

$$m_\lambda = \varepsilon_i + \lambda \sigma_v^2$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11

Выбор формы долгового обязательства на основе подхода «выгоды - издержки»

Цель работы: Получить навыки оценки альтернатив многоуровневым методом анализа иерархий

11.1 Постановка задачи

Долговые обязательства муниципального образования могут существовать в форме:

- кредитных соглашений и договоров;
- займов, осуществляемых путем выпуска муниципальных ценных бумаг;
- договоров и соглашений о получении муниципальным образованием бюджетных кредитов от бюджетов других уровней бюджетной системы Российской Федерации;
- договоров о предоставлении муниципальных гарантий.

Долговые обязательства муниципального образования не могут существовать в иных формах. Обозначим их соответственно A1, A2, A3, A4.

Для выбора наиболее рациональной альтернативы используем подход «выгоды – издержки». В соответствии с этим подходом необходимо построить две иерархии, упорядочивающие критерии качества и определяющие общие выгоды и издержки для рассматриваемых альтернатив. Наилучшей является альтернатива с наибольшим отношением количественно определенных выгод к издержкам.

Общая цель задачи называется фокусом иерархии и расположена во главе иерархии (выгоды от долгового обязательства, издержки от долгового обязательства). Результирующий вектор приоритетов альтернатив (вектор фокуса иерархии) есть решение задачи для каждой иерархии. В предложенной модели иерархий на втором уровне расположены основные факторы, определяющие выгоды и издержки (экономические, политические, социальные), на третьем – критерии качества, характеризующие собственно выгоды и издержки (их количество может варьироваться и определяться экспертом), на четвёртом – альтернативы (формы долгового обязательства), из которых предстоит сделать выбор. Рассчитываются обобщенные оценки среди j – ых альтернатив, полученных i -м экспертом

$$a_{ij} = \frac{v_{ij}}{z_{ij}}, \quad (11.1)$$

где v_{ij} – оценка j -ой альтернативы i -ым экспертом по принципу «Выгоды»; z_{ij} – оценка j -ой альтернативы i -ым экспертом по принципу «Издержки». Находится максимальное значение среди оценок a_{ij} , полученных каждым экспертом

$$a_{\max}^i = \max_j(a_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (11.2)$$

Расчет агрегированной оценки в случае привлечения n экспертов, имеющих различную значимость, осуществляется по формуле среднегеометрического

$$a_j^A = \prod_{i=1}^n a_{ij}^{p_i}, \quad (11.3)$$

где $a_{ij}^{p_i}$ – оценка j -ой альтернативы, проведенная i -ым экспертом с весом коэффициентом

p_i , при этом $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Затем вычисляется максимальное значение

$$a_{\max}^A = \max_j(a_j^A). \quad (11.4)$$

Схемы выбора рациональной альтернативы на основе подхода «выгоды–издержки» представлены на рисунках 11.1 и 11.2.

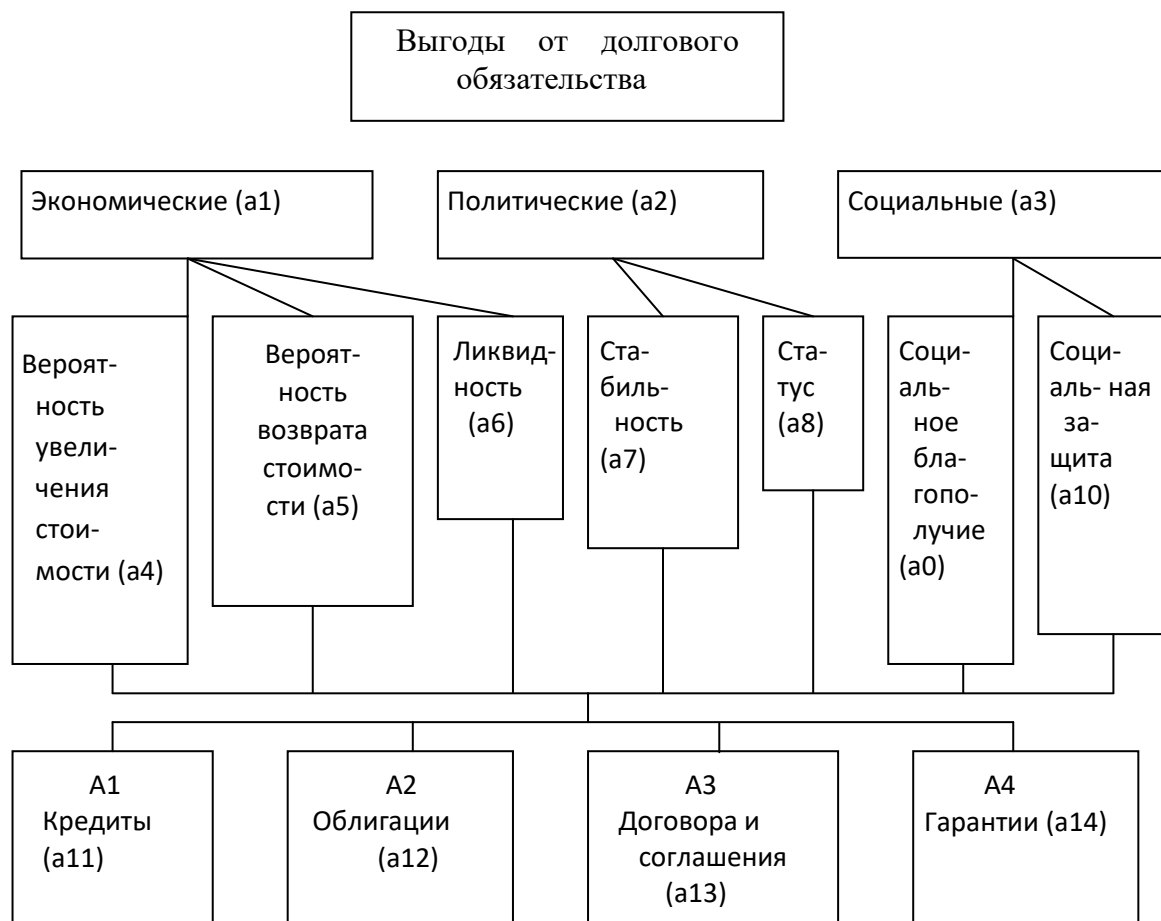


Рис. 11.1. Иерархия выбора альтернативы на основе подхода «выгоды»

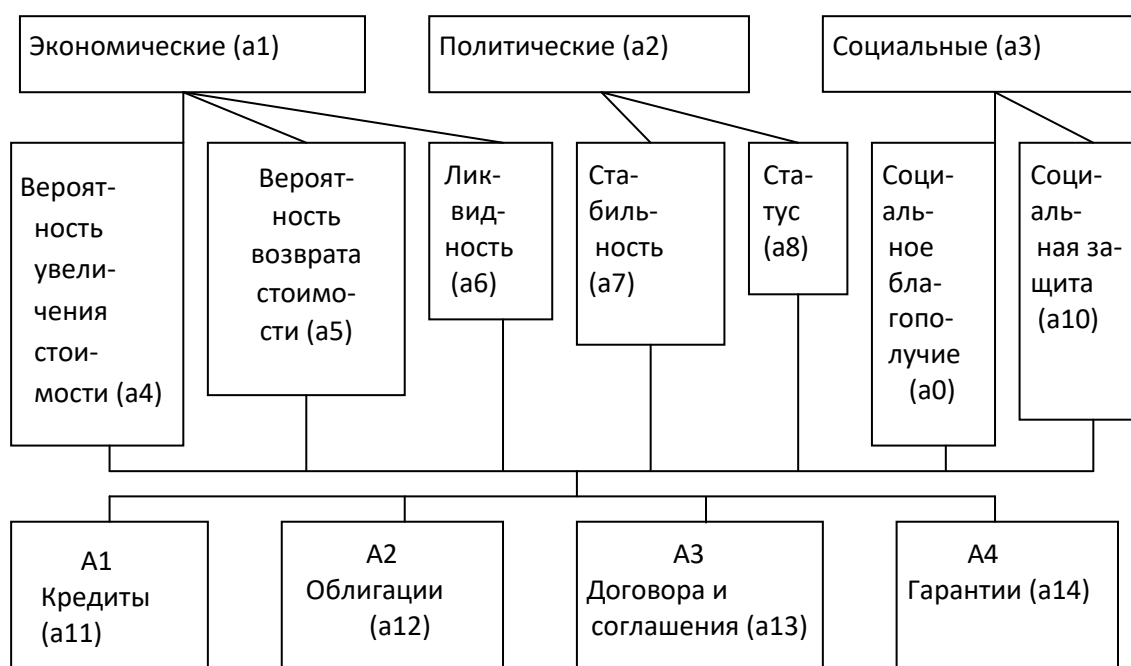


Рис.11.2. Иерархия выбора на основе подхода «издержки»

Матрица парных сравнений A и расчет весов факторов, определяющих выгоды (второй уровень), представлен ниже на рис. 11.3 и в таблице 11.1.

Таблица 11.1 Веса факторов, определяющих выгоды от заимствований (второй уровень на рис. 11.1)

Выгоды	Экономические (a1)	Политические (a2)	Социальные (a3)	Веса (локальные приоритеты первого уровня) a
Экономические (a1)	1	7	3	0,669
Политические (a2)	1/7	1	1/3	0,088
Социальные (a3)	1/3	3	1	0,243

$$\lambda_{\max} = 3,007; \text{ИС} = (\lambda_{\max} - 3)/2 = 0,0035; \text{ОС} = \text{ИС}/0,58 = 0,006$$

Матрица парных сравнений A1 и расчет критериев экономического фактора (второй уровень на рис.1), представлен ниже на рис. 4.4 и в таблице 4.2.

$$A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b1_i := \left(\prod_{j=1}^3 A1_{i,j} \right)^{\frac{1}{3}} \quad b1 = \begin{pmatrix} 0.405 \\ 1 \\ 2.466 \end{pmatrix}$$

$$a1 := \frac{(A1 \cdot b1)}{\sum_{i=1}^3 (A1 \cdot b1)_i}$$

$$a1 = \begin{pmatrix} 0.105 \\ 0.258 \\ 0.637 \end{pmatrix}$$

Рис. 11.4. Веса критериев экономического фактора (второй уровень на рис. 11.1)

Таблица 11.2. Веса критериев экономического фактора

Экономический	Возврат стоимости (а4)	Вероятность увеличения стоимости (а5)	Ликвидность (а6)	Веса а1
Возврат стоимости (а4)	1	1/3	1/5	0,105
Вероятность увеличения стоимости (а5)	3	1	1/3	0,258
Ликвидность (а6)	5	3	1	0,637

$$\lambda_{\max} = 3,039; \text{ ИС} = (\lambda_{\max} - 3)/2 = 0,02; \text{ ОС} = \text{ИС}/0,58 = 0,034$$

Таблица 11.3. Веса критериев политического фактора

Политический	Стабильность (а7)	Статус (а8)	Веса а2
Стабильность (а7)	1	1/5	0,167
Статус (а8)	5	1	0,833

$$\lambda_{\max} = 2; \text{ ИС} = (\lambda_{\max} - 2)/1 = 0,00; \text{ ОС} = 0.$$

Таблица 11.4. Веса критериев социального фактора

Социальный	Социальная защита (a9)	Социальное благополучие (a10)	Веса a3
Социальная защита (a9)	1	5	0,833
Социальное благополучие (a10)	1/5	1	0,167

$$\lambda_{\max}=2; \text{ИС} = (\lambda_{\max}-2)/1 = 0,00; \text{ОС} = 0.$$

На последнем этапе метода, построив матрицы парных сравнений альтернатив (форм заимствований) относительно критериев качества, получают значения вектора приоритета.

Таблица 11.5. Веса критерия «Вероятность увеличения стоимости» относительно форм заимствования» (a4)

Вероятность увеличения стоимости (a4)	Кредиты (a10)	Облигации (a11)	Договора и соглашения (a12)	Гарантии (a13)	Веса a4
Кредиты (a10)	1	2	5	3	0,474
Облигации (a11)	1/2	1	3	3	0,299
Договора и соглашения (a12)	1/5	1/3	1	1/2	0,086
Гарантии (a13)	1/3	1/3	2	1	0,141

$$\lambda_{\max}=4,065; \text{ИС} = (\lambda_{\max}-2)/1 = 0,022; \text{ОС} = 0,024.$$

На рис. 11.5 приведены матрицы парных сравнений 4-го уровня для целей a4, a5, a6, a7, a8, a9, a10.

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

2

5

3

a_{11}

1/2

1

3

3

a_{12}

1/5

1/3

1

1/2

a_{13}

1/3

1/3

2

1

a_4

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

1/3

1/5

1/9

a_{11}

3

1

1/5

1/5

a_{12}

5

5

1

1/3

a_{13}

9

5

3

1

a_5

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

1/5

1

3

a_{11}

5

1

7

9

a_{12}

1

1/7

1

3

a_{13}

1/3

1/9

1/3

1

a_6

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

1/3

3

7

a_{11}

3

1

5

5

a_{12}

1/3

1/5

1

3

a_{13}

1/7

1/5

1/3

1

a_7

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

3

1/7

1/7

a_{11}

1/3

1

1/9

1/5

a_{12}

7

9

1

1

a_{13}

7

5

1

1

a_8

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

1/3

1

1/5

a_{11}

3

1

9

1/3

a_{12}

1

1/9

1

1/7

a_{13}

5

3

7

1

a_9

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{10}

1

1/9

3

1

a_{11}

9

1

7

5

a_{12}

1/3

1/7

1

1/5

a_{13}

1

1/5

5

1

a_{10}

На рисунке 11.6 приведены приоритеты матриц попарных сравнений 4-го уровня

$$\begin{aligned}
 a_4 &= \begin{pmatrix} 0.474 \\ 0.299 \\ 0.086 \\ 0.141 \end{pmatrix} & a_5 &= \begin{pmatrix} 0.048 \\ 0.099 \\ 0.289 \\ 0.563 \end{pmatrix} & a_6 &= \begin{pmatrix} 0.139 \\ 0.678 \\ 0.129 \\ 0.054 \end{pmatrix} & a_7 &= \begin{pmatrix} 0.288 \\ 0.539 \\ 0.116 \\ 0.057 \end{pmatrix} \\
 a_8 &= \begin{pmatrix} 0.085 \\ 0.05 \\ 0.456 \\ 0.409 \end{pmatrix} & a_9 &= \begin{pmatrix} 0.085 \\ 0.306 \\ 0.062 \\ 0.547 \end{pmatrix} & a_{10} &= \begin{pmatrix} 0.118 \\ 0.677 \\ 0.051 \\ 0.155 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 11.6. Локальные приоритеты матриц попарных сравнений 4-го уровня для целей a₄, a₅, a₆, a₇, a₈, a₉, a₁₀

Осуществим иерархический синтез в целях определения вектора приоритета альтернатив относительно факторов и фокуса иерархии.

Вектор приоритетов альтернатив относительно экономического фактора (W_e) определяется путем перемножения матрицы, сформированной из значений векторов приоритетов a_4 , a_5 , a_6 на вектор a_1 , определяющий значимость критериев качества, расположенных под экономическим фактором согласно формуле

$$W_e = \begin{pmatrix} 0,474 & 0,048 & 0,139 \\ 0,299 & 0,099 & 0,678 \\ 0,086 & 0,289 & 0,129 \\ 0,141 & 0,563 & 0,054 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,105 \\ 0,258 \\ 0,637 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,150 \\ 0,489 \\ 0,166 \\ 0,194 \end{pmatrix}.$$

Из этого следует, что экономически более целесообразна альтернатива A_2 – облигации (цель a_{12}).

Аналогично определяются векторы приоритетов альтернатив относительно политического фактора (W_p)

$$W_p = \begin{pmatrix} 0,288 & 0,085 \\ 0,539 & 0,050 \\ 0,116 & 0,456 \\ 0,057 & 0,409 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,167 \\ 0,833 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,119 \\ 0,132 \\ 0,399 \\ 0,350 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, это можно интерпретировать следующим образом: из политических соображений наиболее выгодна форма долгового обязательства в виде договоров (альтернатива A_3 , цель a_{13}).

С точки зрения социальной политики имеем

$$W_s = \begin{pmatrix} 0,085 & 0,118 \\ 0,306 & 0,677 \\ 0,062 & 0,051 \\ 0,547 & 0,155 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,833 \\ 0,167 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,090 \\ 0,368 \\ 0,060 \\ 0,482 \end{pmatrix},$$

следовательно, наиболее выгодна форма долгового обязательства в виде гарантии (альтернатива A_4 , цель a_{14})

Резльтирующий вектор приоритетов альтернатив (фокус иерархий) рассчитывается соответственно:

$$W_f = \begin{pmatrix} 0,150 & 0,119 & 0,090 \\ 0,489 & 0,132 & 0,368 \\ 0,166 & 0,399 & 0,060 \\ 0,194 & 0,350 & 0,482 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,669 \\ 0,088 \\ 0,243 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,133 \\ 0,428 \\ 0,161 \\ 0,278 \end{pmatrix}$$

Анализ значений полученного вектора как обобщенной оценки показывает, что в соответствии с мнением данного эксперта наиболее выгодным является форма долгового обязательства в виде облигаций (альтернатива A2, цель a12).

Аналогично рассчитывается вектор приоритетов альтернатив для второй иерархии (издержки). С точки зрения этого эксперта самой невыгодной (затратной) формой долгового обязательства являются договора, наименее затратной – облигации.

Окончательные результаты всех расчетов представлены в табл. 11.6.

Таблица 11.6 Расчет весов и приоритетов альтернатив – форм долгового обязательства

Альтернатива	Выгоды, v_j	Издержки, z_j	Отношение вы- год к издерж-кам	Приоритет
A1– кредиты	0,133	0,173	0,769	3
A2– облигации	0,428	0,107	4	1
A3– договора	0,161	0,587	0,274	4
A4– гарантии	0,278	0,132	2,106	2

Итак, согласно принципу «выгоды–издержки», по мнению одного эксперта, приоритет отдан форме долгового обязательства в виде облигаций о получении муниципальным образованием бюджетных кредитов от бюджетов других уровней бюджетной системы Российской Федерации.

11.2 Практическое задание

- 1) На основе матриц парных сравнений, составленных экспертом, рассчитать локальные приоритеты форм заимствования долговых обязательств муниципального образования (кредиты, облигации, договора, гарантии) относительно экономических, политических и социальных факторов и глобальные приоритеты в стратегии «выгоды от долгового обязательства».
- 2) Рассчитать согласованность экспертных оценок матриц парных сравнений по формулам:
 - а) индекс согласованности $ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$, где $\lambda_{\max}$ – максимальное собственное число матрицы парных сравнений; n – порядок матрицы парных сравнений;
 - б) отношение согласованности $ОС = ИС / ИС^*$, где $ИС^*$ – среднее значение согласованности случайных матриц парного сравнения. $ИС^* = 0,58$ для $n = 3$; $ИС^* = 0,9$ для $n = 4$. Величина $ОС$ не должна быть больше величины 0,1 ($ОС \leq 0,1$).
- 3) На основе матриц парных сравнений, составленных экспертом, рассчитать локальные приоритеты форм заимствования долговых обязательств муниципального образования (кредиты, облигации, договора, гарантии) относительно экономических, политических и социальных факторов и

глобальные приоритеты в стратегии «издержки от долгового обязательства». Эксперт при составлении матриц парных сравнений придерживался принципа, чем больше будет затрачено средств, тем качественнее можно реализовать проекты.

- 4) Рассчитать величину $a_{\max} = \max_j(a_j)$, где $a_j = v_j / z_j$. Здесь v_j – оценка j-ой альтернативы по принципу «Выгоды»; z_j – оценка j-ой альтернативы по принципу «Издержки».

11.3 Варианты матриц парных сравнений

1. Стратегия «Выгоды от долгового обязательства»

Вариант 1

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} \\ 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & 1 & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 9 & 9 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 9 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{9} & 5 & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 5 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 7 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 3 & 1 \\ 9 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 9 & 5 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 2

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} \\ 5 & 5 & 1 & \frac{1}{2} \\ 9 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 7 & 3 \\ 5 & 1 & 9 & 4 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Вариант 3

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & 1 \\ 6 & 1 & 5 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ \frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Вариант 4

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 7 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 6 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 9 & 6 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & 7 \\ 9 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} \\ 2 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 5

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 3 & \frac{1}{7} \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 5 & 5 & 1 & 9 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 7 & 9 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 9 & 5 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} & + & \end{aligned}$$

Вариант 6

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 3 \\ 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 & 3 \\ 9 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ 3 & 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 9 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 5 & 7 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Вариант 7

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 3 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 2 & 1 & 5 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & & + \end{aligned}$$

Вариант 8

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} & & + \end{aligned}$$

2. Стратегия «Издержки от долгового обязательства»

Вариант 1

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 2

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0.143 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 1 & 0.333 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 0.333 & 0.143 \\ 3 & 1 & 0.2 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 3 & 9 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 2 & 1 & 5 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 5 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 3

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & 3 \\ 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 & 3 \\ 9 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & 4 & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} \\ 3 & 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 8 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 9 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 5 & 7 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Вариант 4

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 1 & 3 & \frac{1}{7} \\ 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{5} & 9 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 5 & 5 & 1 & 9 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 9 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 5 & 5 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{7} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 7 & 9 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 9 & 5 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 5

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 7 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{1}{7} \\ 6 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 9 & 6 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 7 & 1 & \frac{1}{3} & 7 \\ 9 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{8} \\ 2 & 9 & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

+

Вариант 6

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{6} & 1 \\ 6 & 1 & 5 \\ 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} \\ 9 & 7 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ \frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & 1 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 9 & \frac{1}{2} & 7 \\ \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{8} & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 4 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & 1 & 4 \\ 8 & 1 & 7 & 9 \\ 1 & \frac{1}{7} & 1 & 6 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{5} \\ 1 & \frac{1}{5} & 5 & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 1 & 5 & 1 & \frac{1}{8} \\ 6 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 5 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Вариант 7

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} & & + \end{aligned}$$

Вариант 8

Матрицы A (второй уровень) и A1, A2, A3 (третий уровень)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{1}{5} \\ 9 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 1 & 7 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{9} \\ 3 & 9 & 1 \end{pmatrix} \quad A2 := \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы A4_1 - A4_7 (четвёртый уровень)

$$\begin{aligned} A4_1 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 1 & 9 & 3 \\ 3 & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix} & A4_2 &:= \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix} & A4_3 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{3} \\ 9 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_4 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 \\ 7 & 1 & \frac{1}{5} & 3 \\ 9 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} \\ A4_5 &:= \begin{pmatrix} 1 & 3 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{7} & 1 \\ 3 & 7 & 1 & 9 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & 1 \end{pmatrix} & A4_6 &:= \begin{pmatrix} 1 & 5 & \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} & \frac{1}{5} \\ 3 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} & A4_7 &:= \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{5} \\ 4 & 1 & 5 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{9} \\ 5 & 5 & 9 & 1 \end{pmatrix} & & + \end{aligned}$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 12

Управление выручкой от реализации продукции

12.1 Введение

В настоящее время становится достаточно актуальной проблема банкротств многих предприятий. Большое число производственных и финансовых компаний, в особенности мелкого и среднего бизнеса, уже прекратили свое существование.

В связи с этим необходимо проводить финансовый анализ фирмы. Данный анализ позволит определить основную «болезнь» экономики предприятия-должника, а также своевременно спланировать и реализовать меры по выходу фирмы из кризисной ситуации.

Для планирования и оценки хозяйственной деятельности фирмы, анализа затрат и результатов на отдельных стадиях производства продукции, а также для образования и эксплуатации специальных фондов используются различные финансовые показатели.

В условиях перехода к рыночной экономике главную роль в системе этих коэффициентов играет прибыль.

Выручка является основным показателем, стимулирующим развитие производства. Но в силу определенных обстоятельств или проблем в работе (невыполнение договорных обязательств, незнание нормативных документов) фирма может понести убытки [1].

В результате объединения производительной деятельности хозяйствующих субъектов и факторов производства (природных ресурсов, капитала, труда), получается производственная продукция, которая становится товаром при условии ее продажи потребителю [2].

Любое коммерческое предприятие в процессе жизнедеятельности ставит своей целью получение прибыли. Установив цену на продукцию, они продают ее потребителю, получая при этом доход.

Прибыль, определяемая на основании данных бухгалтерского учета, представляет собой разницу между доходами от различных видов деятельности и внешними издержками [3].

В бухгалтерском учете выделяют пять форм прибыли:

- валовая прибыль,
- прибыль от реализации продукции (от продаж),
- прибыль до налогообложения,
- прибыль от обычной деятельности,
- чистая прибыль [4].

Большую часть прибыли предприятие получает от реализации продукции. Следовательно, данный показатель можно выделить в качестве основного из вышеперечисленных, с помощью которого можно отслеживать динамику роста фирмы.

Важная роль прибыли в развитии предприятия требует эффективного и непрерывного планирования и управления результатами бизнеса [5]. Управление прибылью выражает процесс разработки и принятия управленческих решений по ключевым аспектам, связанным с ее образованием и распределением [6].

Не существует универсального подхода для прогнозирования прибыли, так как финансовое планирование зависит от целей работы фирмы и конкретных условий среды. Тем не менее, существует несколько подходов, определяющих плановое значение выручки от реализации продукции:

- метод прямого счета;

- прогнозирование прибыли на основе факторной модели;
- прогнозирование прибыли с помощью операционного левериджа;
- управление прибылью на основе центров финансовой ответственности [7].

12.2 Модель прибыли предприятия

Регрессионный анализ – широко используемый метод многомерного статистического анализа. Под термином «множественная регрессия» подразумевается, что анализируется зависимость между набором факторных (независимых) признаков от одного признака – результирующего.

Разделение признаков осуществляется исследователем на основании имеющейся информации об изучаемом процессе или явлении.

Общую формулу линейной множественной регрессии [8] можно представить следующим образом:

$$Y = \sum_{k=1}^m b_k x_k + \varepsilon, \quad (12.1)$$

где Y – результирующий признак;

$x_1, \dots, x_m$ – факторные признаки;

$b_1, \dots, b_m$ – коэффициенты регрессии;

a – свободный член уравнения;

ε – «ошибка» модели.

Построение модели оценки финансовой устойчивости предприятий вида (12.1) можно рассматривать как прямую задачу. Для управления риском банкротства следует обратиться к обратной задаче – как надо изменить финансовые показатели x_k , чтобы ключевой показатель V принимал заданные значения.

Основным этапом при построении модели является отбор существенных признаков, оказывающих влияние на результирующий фактор. Этот этап реализуется на основе содержательного и качественного анализа в совокупности с использованием статистических методов. Обычно отбор факторов проходит две стадии.

На первой стадии, с помощью содержательного анализа определяют те факторы, которые в наибольшей степени влияют на результирующий признак.

На второй стадии качественный анализ дополняется количественными оценками, позволяющие отобрать статистически существенные факторы для рассматриваемых конкретных условий реализации связи. Таких оценок существует довольно много. Они основаны на использовании парных или частных коэффициентов корреляции факторных признаков с результирующим признаком Y .

В качестве примера рассмотрим предприятие «КуйбышевАзот» и построим экономико-математическую модель прибыли фирмы.

Для анализа финансовой деятельности предприятия «КуйбышевАзот», которое занимается химической промышленностью [9], было отобрано 33 коэффициента (в том числе чистая прибыль) [10].

Значения выбранных коэффициентов были определены с помощью бухгалтерской отчетности (Бухгалтерский баланс (форма №1), Приложение к бухгалтерскому балансу (форма №5), Отчет о прибылях и убытках (форма №2)) [11] за 19 кварталов (2010-2015 гг.) по соответствующим формулам.

При дальнейшем отборе коэффициентов использовался один из наиболее распространенных методов снижения размерности исследуемого признакового пространства – факторный анализ [12]. Данный метод позволил уменьшить число анализируемых показателей до 15.

Коэффициенты, отобранные с помощью факторного анализа:

x_1 – чистая прибыль, руб.;

x_2 – индекс постоянного (внеоборотного) актива;
 x_3 – коэффициент автономии собственных средств;
 x_4 – коэффициент быстрой ликвидности;
 x_5 – коэффициент концентрации заемного капитала;
 x_6 – коэффициент критической ликвидности (промежуточного покрытия);
 x_7 – коэффициент маневренности собственного капитала;
 x_8 – коэффициент соотношения заемных и собственных средств;
 x_9 – коэффициент структуры заемного капитала;
 x_{10} – коэффициент финансовой активности (финансовый рычаг);
 x_{11} – коэффициент финансовой зависимости;
 x_{12} – оборачиваемость собственного капитала;
 x_{13} – оборачиваемость средств в расчетах (в оборотах);
 x_{14} – рентабельность совокупного капитала;
 x_{15} – фондоотдача.

На основании полученных данных была построена множественная регрессия [8], выражающая зависимость выручки предприятия от показателей.

$$\begin{aligned}
 V = & 1,16x_1 + 146,4x_2 - 300,68x_3 + 42,76x_4 + 226,73x_5 - 41,04x_6 - \\
 & 7,86x_7 + 3401,59x_8 + 53,85x_9 - 3373,32x_{10} - 26,9x_{11} + 1,94x_{12} + \\
 & 2,59x_{13} - 202,45x_{14} - 8,21x_{15} - 264,74
 \end{aligned}
 \quad (12.2)$$

где V – выручка от реализации продукции;

x_i – значение i -ого показателя.

Анализируемое предприятие «КуйбышевАзот» не является предприятием-банкротом и рассматривается лишь для построения модели управления предприятием.

12.3 Динамическая модель управления прибылью предприятия

Зависимость выручки от времени представлена в виде множественной регрессии:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n b_i x_i(t), \quad (12.3)$$

где b_i – коэффициенты регрессии.

Величины $y_i(t) = b_i x_i(t)$ можно рассматривать как выручку, обусловленную i -м показателем производственной деятельности. Тогда

$$V(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t). \quad (12.4)$$

Зависимость плановой выручки $V^0(t) = \sum_{i=1}^n b_i x_i^0(t)$ представлена в форме:

$$V^0(t+1) = (1 + \mu_0(t)) V^0(t), \quad (12.5)$$

где $\mu_0(t)$ – желаемый темп роста выручки предприятия. Темп роста выручки должен быть таким, чтобы плановая выручка, как минимум, покрывала инфляцию.

Динамика выручки $V(t)$ представлена в форме:

$$V_i(t+1) = [1 + \mu_i(t)](y_i(t) + u_i(t)), \quad i = 1, \dots, n \quad (12.6)$$

где $\mu_i(t)$ – параметр необходимого увеличения выручки, обусловленной i -м показателем производственной деятельности; $u_i(t)$ – управление, связанное с изменением показателя $v_i(t)$ ($u_i(t) > 0$ – увеличение показателя, $u_i(t) < 0$ – уменьшение показателя). Введем вектор $z(t) = (y(t), V^0(t))^T$. Тогда уравнения (12.4), (12.5) можно переписать в виде:

$$z(t+1) = A_0(t)z(t) + B_0(t)u(t), \quad (12.7)$$

где $A_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times (n+1)$

$$A_0(t) = \text{diag}(1 + \mu_1(t), \dots, 1 + \mu_n(t); 1 + \mu^0(t));$$

$B_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times n$

$$B_0(t) = \begin{pmatrix} 1 + \mu_1(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 + \mu_n(t) \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix};$$

В качестве критерия качества управления возьмём квадратичный функционал:

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} [V(t) - V^0(t)]^2 + (u(t))^T R(t) u(t) + [V(T) - V^0(T)]^2, \quad (12.8)$$

который характеризует качество процесса слежения за плановой выручкой предприятия $V^0(t)$. Минимизируя этот функционал, мы тем самым обеспечиваем выход предприятия на плановый режим.

Здесь $R(t)$ – диагональная матрица весовых коэффициентов.

В выражение (12.7) введём вектор $z(t)$. Величина $(V(t) - V^0(t))$ примет вид $(V(t) - V^0(t)) = Cz(t)$, где $C = (1, 1, \dots, 1, -1) \in R^{n+1}$. Критерий качества J примет форму

$$J = \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} z^T(t) C^T C z(t) + \sum_{t=0}^{T-1} (u^T(t) R(t) u(t)) + z^T(T) C^T C z(T) \right\} \rightarrow \min_{u(t)}. \quad (12.9)$$

Итак, имеем задачу оптимального управления, в которой уравнение состояния описывается многошаговым процессом (12.7), а функционал качества – выражением (12.9). Управление задается вектором $u(t)$.

Необходимо найти оптимальное решение $(\bar{z}(t), \bar{u}(t))$, при котором функционал (12.9) принимает минимальное значение.

Преобразуем нашу задачу к эквивалентной задаче безусловной минимизации (см. приложение к работе 4) функции многих переменных (см. приложение). В результате получим

$$J(U) = \left\{ z^T(0) L_{11}(0) z(0) + (2z^T(0) \Phi) U + U^T S U \right\} \rightarrow \min_U, \quad (12.10)$$

Решение задачи определяется формулой

$$U = -S^{-1} \cdot \phi^T \cdot z(0). \quad (12.11)$$

По найденному управлению находим переменные $z(t)$ по формуле (12.7), а затем вычисляем значения показателей $x_i(t) = z_i(t) / b_i$, $i = 1, \dots, n$

Коэффициенты модели управления μ_i (см. формулу (12.6)) были рассчитаны по следующей формуле

$$\mu_i = \frac{\sum_{t=2}^T (x_i(t) \cdot x_i(t-1))}{\sum_{t=2}^T (x_i(t-1))^2} - 1, \text{ где } T = 19; i = \overline{1, 15} \quad (12.12)$$

Результаты моделирования приведены на рис. 12.1.

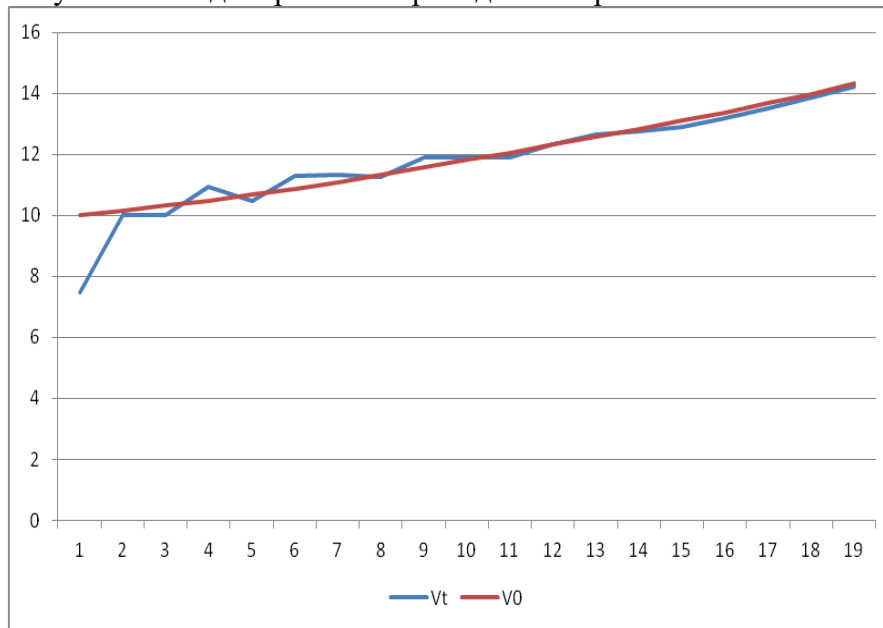


Рис. 12.1. Реальная V_t и планируемая $V0_t$ выручка предприятия. По оси абсцисс отложено время в кварталах

Из графиков видно, что с течением времени реальное значение выручки приближается к планируемому.

Значения показателей, обеспечивающих заданный уровень выручки, приведены на рис. 12.2

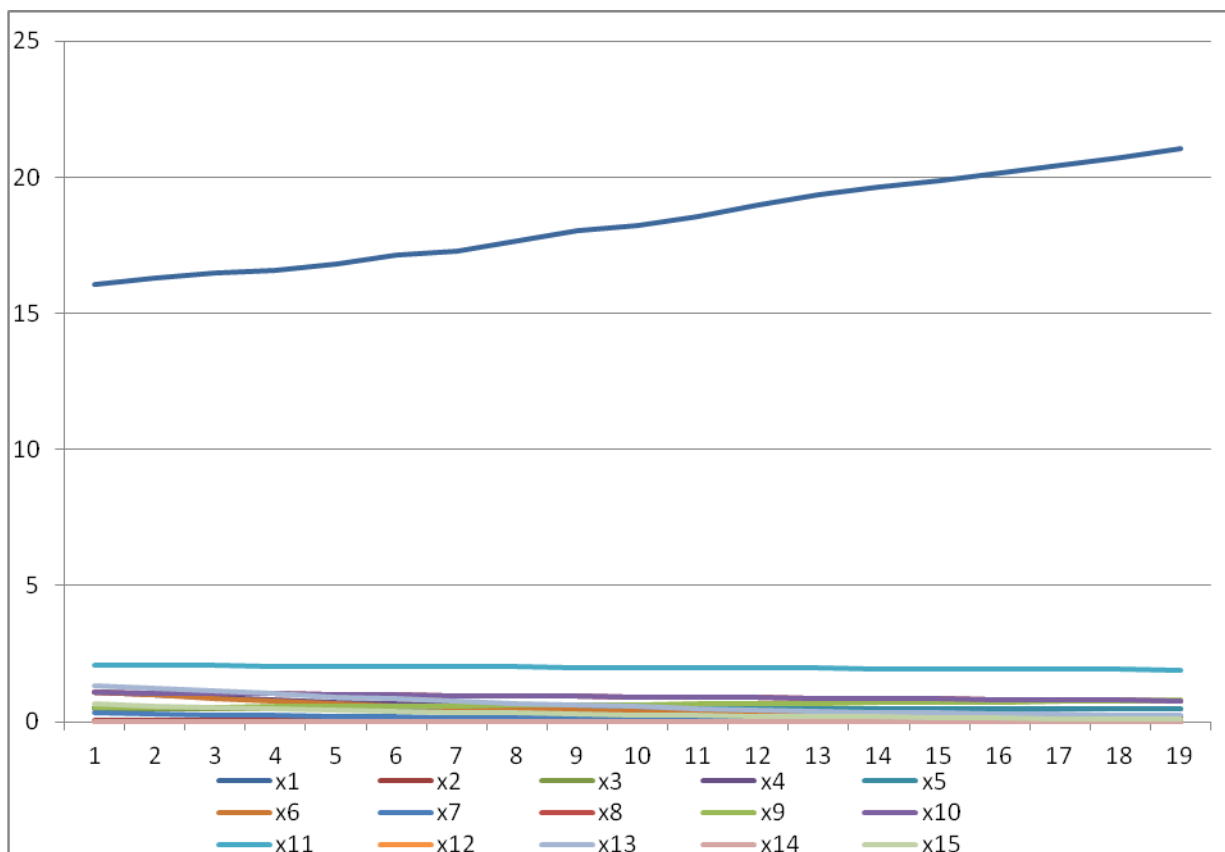


Рис. 12.2 Оптимальные значения показателей, при которых выручка достигает заданного уровня. По оси абсцисс отложено время в кварталах

Анализируя значения показателей, можно сделать вывод, что для достижения планируемого уровня выручки необходимо уменьшить показатели: первый, второй, девятый, тринадцатый, четырнадцатый и пятнадцатый (сумма хозяйственных средств, находящихся в распоряжении организации, индекс постоянного (внеоборотного) актива, коэффициент структуры заемного капитала, оборачиваемость средств в расчетах (в оборотах), рентабельность совокупного капитала, фондоотдача соответственно).

При этом один из показателей принял отрицательное значение (оборачиваемость собственного капитала), что противоречит экономическому смыслу. Это является следствием того, что задача оптимального управления решалась без ограничений на допустимые значения управляемых переменных. Поэтому следует обнулить значение данного показателя, как показано на рис. 12.2. Оставшиеся коэффициенты удовлетворяют требованиям достижения планируемого уровня выручки.

12.4 Практическое задание

1. На сайте <https://disclosure.skrin.ru/issuers.asp?id=4> взять информацию о предприятии под номером, соответствующем номеру варианта студента.
2. Из ежеквартальных данных бухгалтерской отчетности рассчитать 15 финансовых показателей $X_1, \dots, X_{15}$, указанных в п. 12.2 за последние 5 лет.
3. Построить регрессионную модель вида (12.2). Коэффициенты модели β можно рассчитать по формуле $b = (X^T X)^{-1} X^T Y$. Здесь матрица X размерности $(n \times 15)$, составленная из 15 финансовых показателей (15 столбцов), n – количество периодов (кварталов).

4. Написать программу в среде Mathcad решения задачи динамического программирования, приведенной к эквивалентной задаче безусловной минимизации вида (12.10).
5. Выполнить расчеты и построить графики вида (рис. 12.1 и рис. 12.2).
6. По результатам расчетов подготовить отчет.

Литература к работе 12

1. Соколин Б. А. Кризисная экономика России: рубеж тысячелетий // Хозяйство и право – 2009 – № 5.
2. Ковалев А. И., Привалов В. П. Анализ финансового состояния предприятия. – М.: Центр экономики и маркетинга, 2009 – 216 с.
3. Ковалев В. В. Управление финансами: Учебное пособие – 2006 – 432 с.
4. Осташков А.В. Финансовый менеджмент: учебное пособие. – Пенза: ИНФРА-М, 2008 – 125 с.
5. Гусарова О.М. Моделирование как способ планирования и управления результатами бизнеса – 2014 – № 11 – с. 88-92.
6. Гусарова О.М. Моделирование в принятии управленческих решений // Наука и образование: проблемы и перспективы развития: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции – Тамбов: Юком, 2014 – с. 41-42.
7. Моисеева Н.В., Аудит и финансовый анализ – 2011 – № 5.
8. StatSoft, Электронный учебник по статистике. Множественная регрессия. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stmulreg.html/>
9. АО «КуйбышевАзот» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.kuazot.ru/>
10. Содержание финансовых отчетов: баланс и отчет о прибылях и убытках [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.profiz.ru/peo/12_2011/Sod_fin_otch_balans_i_otc/
11. Мицель А.А., Телипенко Е.В. Оценка влияния показателей финансово-хозяйственной деятельности предприятия на выручку от реализации продукции. – Экономический анализ: теория и практика. № 27 (234) – 2011 июль, с.57-64.
12. StatSoft, Электронный учебник по статистике. Главные компоненты и факторный анализ. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stfacan.html/>

Приложение к работе 12

Запишем задачу оптимального управления без ограничений на траекторию и управление

$$J = \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} z^T(t) C^T C z(t) + \sum_{t=0}^{T-1} (u^T(t) R(t) u(t)) + \right. \\ \left. + z^T(T) C^T C z(T) \right\} \rightarrow \min_{u(t)} \quad (\Pi 1)$$

$$z(t+1) = A_0(t) z(t) + B_0(t) u(t) \quad (\Pi 2)$$

Зададим горизонт $T = 4$ и подставим (Π2) в (Π1).

В результате целевая функция примет вид

$$J = z^T(0) L_{11}(0) z(0) + 2z^T(0) L_{12}(0) u(0) + \\ + 2z^T(0) A_0^T(0) L_{12}(1) u(1) + 2z^T(0) A_0^T(0) A_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + \\ + 2z^T(0) A_0^T(0) A_0^T(1) A_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + \\ + u^T(0) B_0^T(0) L_{12}(1) u(1) + u^T(1) L_{12}^T(1) B_0(0) u(0) + \\ + u^T(0) B_0^T(0) A_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + u^T(2) L_{12}^T(2) A_0(1) B_0(0) u(0) + \\ + u^T(0) B_0^T(0) A_0^T(1) A_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) A_0(2) A_0(1) B_0(0) u(0) + \\ + u^T(1) B_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + u^T(2) L_{12}^T(2) B_0(1) u(1) + \\ + u^T(1) B_0^T(1) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) B_0(1) u(1) + \\ + u^T(2) B_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) B_0(2) u(2) + \\ + u^T(0) S_{00} u(0) + u^T(1) S_{11} u(1) + u^T(2) S_{22} u(2) + u^T(3) S_{33} u(3) \rightarrow \min_{u(t)} \quad (\Pi 3)$$

где

$$Q(4) = h, \quad h = C^T C; \quad L_{11}(3) = A_0^T(3) Q(4) A_0(3), \\ L_{22}(3) = B_0^T(3) Q(4) B_0(3), \quad L_{12}(3) = A_0^T(3) Q(4) B_0(3); \\ Q(3) = L_{11}(3) + h, \quad L_{11}(2) = A_0^T(2) Q(3) A_0(2); \\ L_{22}(2) = B_0^T(2) Q(3) B_0(2), \quad L_{12}(2) = A_0^T(2) Q(3) B_0(2); \\ Q(2) = L_{11}(2) + h, \quad L_{11}(1) = A_0^T(1) Q(2) A_0(1) \\ L_{22}(1) = B_0^T(1) Q(2) B_0(1), \quad L_{12}(1) = A_0^T(1) Q(2) B_0(1); \\ Q(1) = L_{11}(1) + h, \quad L_{11}(0) = A_0^T(0) Q(1) A_0(0); \\ L_{22}(0) = B_0^T(0) Q(1) B_0(0), \quad L_{12}(0) = A_0^T(0) Q(1) B_0(0). \\ S_{00} = L_{22}(0) + R(0); \quad S_{11} = L_{22}(1) + R(1); \\ S_{22} = L_{22}(2) + R(2); \quad S_{33} = L_{22}(3) + R(3). \quad (\Pi 4)$$

В нашем случае матрица R не зависит от времени
Введем обозначения

$$\phi_0 = L_{12}(0); \phi_1 = A_0^T(0)L_{12}(1); \quad (\Pi 6)$$

$$\phi_2 = A_0^T(0)A_0^T(1)L_{12}(2); \phi_3 = A_0^T(0)A_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3)$$

$$S_{10} = L_{12}^T(1)B_0(0), S_{01} = B_0^T(0)L_{12}(1);$$

$$S_{20} = L_{12}^T(2)A_0(1)B_0(0), S_{02} = B_0^T(0)A_0^T(1)L_{12}(2);$$

$$S_{30} = L_{12}^T(3)A_0(2)A_0(1)B_0(0), S_{03} = B_0^T(0)A_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3);$$

Введем

$$S_{21} = L_{12}^T(2)B_0(1), S_{12} = B_0^T(1)L_{12}(2);$$

$$S_{31} = L_{12}^T(3)A_0(2)B_0(1), S_{13} = B_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3);$$

$$S_{32} = L_{12}^T(3)B_0(2), S_{23} = B_0^T(2)L_{12}(3).$$

составные матрицы

$$\phi = (\phi_0 \quad \phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3);$$

$$U = (u(0) \quad u(1) \quad u(2) \quad u(3))^T. \quad (\Pi 7)$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{00} & S_{01} & S_{02} & S_{03} \\ S_{10} & S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{20} & S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{30} & S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix}. \quad (\Pi 8)$$

Тогда критерий (П1) примет вид

$$J(U) = \left\{ U^T S U + (2z^T(0)\phi)U + z^T(0)L_{11}(0)z(0) \right\} \rightarrow \min_U \quad (\Pi 9)$$

Запишем формулы (П3) – (П8) в общем случае

$$\begin{cases} L_{11}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)A_0(t), \\ L_{22}(t) = B_0^T(t)Q(t+1)B_0(t), \quad t = T-1, T-2, \dots, 0. \\ L_{12}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)B_0(t) \end{cases} \quad (\Pi 10)$$

$$Q(t) = L_{11}(t) + h, \quad t = T, T-1, \dots, 1; \quad Q(T) = h.$$

$$\phi_s = \left\{ \prod_{j=0}^{s-1} A_0(j) \right\} L_{12}(s); \quad s = 1, 1, \dots, T-1; \quad (\Pi 11)$$

$$\phi_0 = L_{12}(0)$$

$$S_{is} = \begin{cases} B_0^T(i) \left(\prod_{j=i}^{s-1} A_0(j) \right) L_{12}(s), \quad i < s; \\ L_{22}(i) + R(i), \quad i = s; \end{cases} \quad i, s = 0, 1, \dots, T-1;$$

$$S_{si} = S_{is}^T \quad (\Pi 12)$$

$$\prod_{j=l}^{l-1} A_0(j) = I.$$

$$\begin{aligned}\phi &= (\phi_0 \quad \phi_1 \quad \dots \quad \phi_{T-1}); \\ U &= (u(0) \quad u(1) \quad \dots \quad u(T-1))^T.\end{aligned}\tag{П13}$$

Необходимое условие экстремума функции (П9) имеет вид

$$S \cdot U = -\phi^T \cdot z(0),\tag{П14}$$

откуда следует решение задачи

$$U = -S^{-1} \cdot \phi^T \cdot z(0).\tag{П15}$$

Можно показать, что матрица S в (П9) является положительно определенной, поэтому найденное решение U системы (П14) обеспечивает минимум функции $J(U)$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 13

Управление выручкой от реализации продукции при ограничениях

13.1 Регрессионная модель прибыли предприятия

Общую формулу линейной множественной регрессии (см. (6.1)) представим следующим образом:

$$Y = \sum_{k=1}^m b_k X_k + \varepsilon, \quad (13.1)$$

где Y – результирующий признак;

$X_1, \dots, X_m$ – факторные признаки;

$b_1, \dots, b_m$ – коэффициенты регрессии;

a – свободный член уравнения;

ε – «ошибка» модели.

При дальнейшем отборе коэффициентов использовался один из наиболее распространенных методов снижения размерности исследуемого признакового пространства – факторный анализ [12]. Данный метод позволил уменьшить число анализируемых показателей до 15.

Коэффициенты, отобранные с помощью факторного анализа (см. лаб. работу № 4):

X_1 – чистая прибыль, руб.;

X_2 – индекс постоянного (внеоборотного) актива;

X_3 – коэффициент автономии собственных средств;

X_4 – коэффициент быстрой ликвидности;

X_5 – коэффициент концентрации заемного капитала;

X_6 – коэффициент критической ликвидности (промежуточного покрытия);

X_7 – коэффициент маневренности собственного капитала;

X_8 – коэффициент соотношения заемных и собственных средств;

X_9 – коэффициент структуры заемного капитала;

X_{10} – коэффициент финансовой активности (финансовый рычаг);

X_{11} – коэффициент финансовой зависимости;

X_{12} – оборачиваемость собственного капитала;

X_{13} – оборачиваемость средств в расчетах (в оборотах);

X_{14} – рентабельность совокупного капитала;

X_{15} – фондоотдача.

На основании полученных данных была построена множественная регрессия для предприятия «КуйбышевАзот», выражающая зависимость выручки предприятия от показателей (см. (4.2))

$$V = 1,16x_1 + 146,4x_2 - 300,68x_3 + 42,76x_4 + 226,73x_5 - 41,04x_6 - 7,86x_7 + 3401,59x_8 + 53,85x_9 - 3373,32x_{10} - 26,9x_{11} + 1,94x_{12} + 2,59x_{13} - 202,45x_{14} - 8,21x_{15} - 264,74 \quad (13.2)$$

где V – выручка от реализации продукции;

x_i – значение i -ого показателя.

13.2 Многошаговая модель управления прибылью предприятия

Зависимость выручки от времени представлена в виде множественной регрессии:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n b_i x_i(t), \quad (13.3)$$

где b_i – коэффициенты регрессии.

В работе №4 мы получили модель задачи управления прибылью предприятия.

Уравнение состояния имеет вид

$$z(t+1) = A_0(t)z(t) + B_0(t)u(t) \quad (13.4)$$

Необходимо найти управление u , при котором функционал

$$J = \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} z^T(t) C^T C z(t) + \sum_{t=0}^{T-1} (u^T(t) R(t) u(t)) + z^T(T) C^T C z(T) \right\} \rightarrow \min_{u(t)} \quad (13.5)$$

принимает минимальное значение. Здесь введены следующие обозначения:

$A_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times (n+1)$

$$A_0(t) = \text{diag}(1 + \mu_1(t), \dots, 1 + \mu_n(t); 1 + \mu^0(t));$$

$B_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times n$

$$B_0(t) = \begin{pmatrix} 1 + \mu_1(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 + \mu_n(t) \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix};$$

$$C = (1, 1, \dots, 1, -1) \in R^{n+1};$$

$R(t)$ – диагональная матрица весовых коэффициентов.

Коэффициенты модели управления μ_i (см. формулу (4.6)) были рассчитаны по формуле (4.12).

13.3 Ограничения задачи

Рассмотрим ограничения задачи. Финансовые показатели x_i , $i=1, \dots, 15$ в формулах (13.1) – (13.3) должны быть положительными, $x_i > 0$, $i=1, \dots, 15$. Эти показатели связаны с переменными z_i , $i=1, \dots, 16$ соотношениями $x_i = z_i / a_i$, $i=1, \dots, 15$.

Итак, имеем задачу оптимального управления, в которой уравнение состояния описывается многошаговым процессом (13.4), а функционал качества – выражением (13.5). Управление задается вектором $u(t)$. Задача решается при ограничениях

$$z_i(t)/b_i > 0, i=1,...,15, \quad (13.6)$$

или в матричном виде

$$z(t)^T B > 0, t=1,...,T. \quad (13.7)$$

Здесь диагональная матрица B размерности $(n+1) \times (n+1)$ с элементами

$$B = \text{diag}(1/b_1, ..., 1/b_n, 0). \quad (13.8)$$

Необходимо найти оптимальное решение $(\bar{z}(t), \bar{u}(t))$, удовлетворяющее уравнению состояния (13.4), ограничению (13.7), при котором функционал (13.5) принимает минимальное значение.

Преобразуем нашу задачу к эквивалентной задаче условной минимизации (см. приложение к работе 4) функции многих переменных (см. приложение). В результате получим

$$J(U) = \{z^T(0)L_{11}(0)z(0) + (2z^T(0)\phi)U + U^T S U\} \rightarrow \min_U, \quad (13.9)$$

$$BB \cdot (A \cdot U + Z_0) > 0. \quad (13.10)$$

Здесь матрицы BB , A и вектор Z_0 вычисляются по формулам, приведенным в приложении к работе 13.

На рис. 13.1 приведены результаты моделирования выручки предприятия «КуйбышевАзот» (см. работу 4) при ограничениях (13.10).

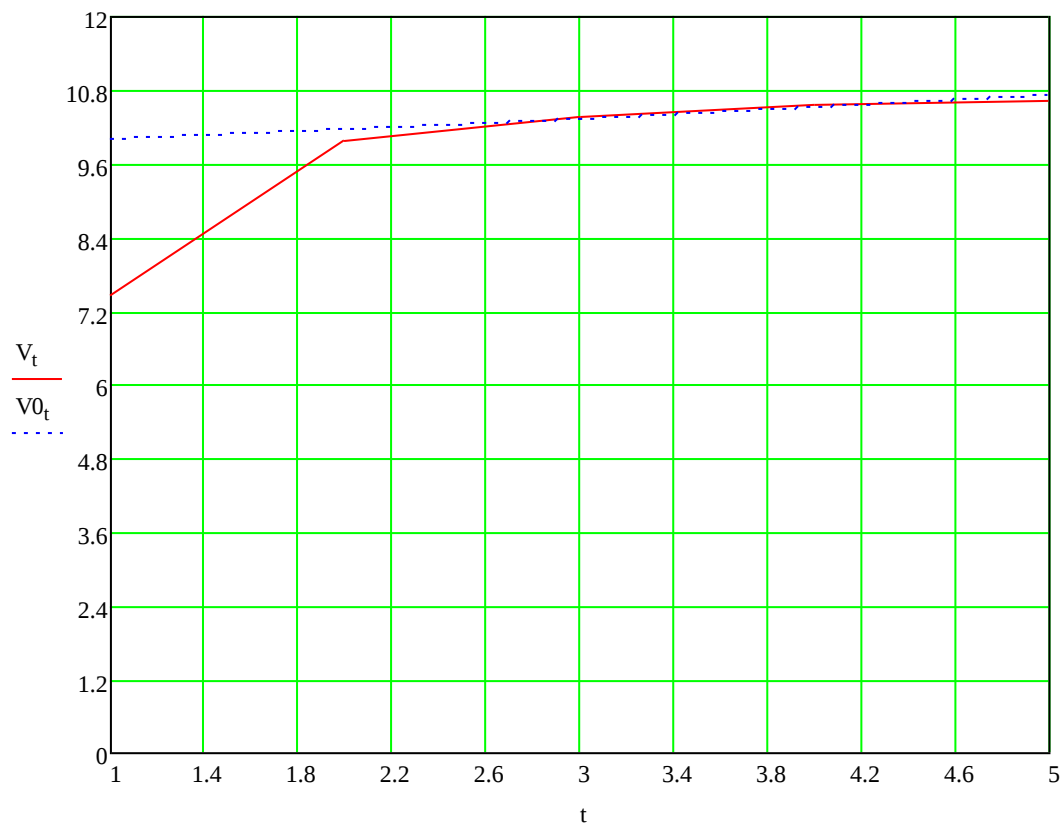


Рис. 13.1. Реальная V_t и планируемая VO_t выручка предприятия. По оси абсцисс отложено время в кварталах

Из графиков видно, что с течением времени реальное значение выручки приближается к планируемому.

Значения показателей, обеспечивающих заданный уровень выручки, приведены на рис. 13.2

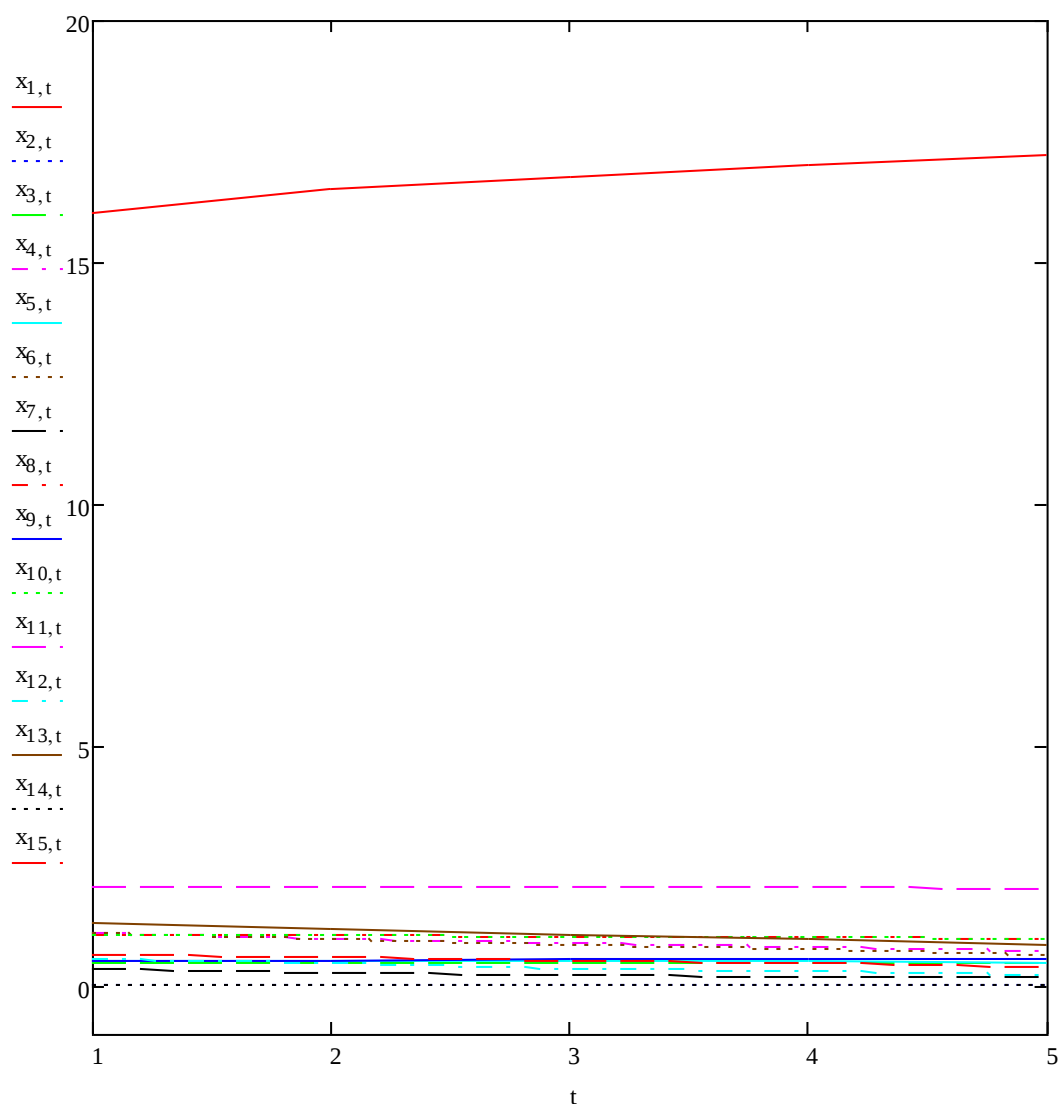


Рис. 13.2 Оптимальные значения показателей, при которых выручка достигает заданного уровня. По оси абсцисс отложено время в кварталах

Здесь все показатели принимают положительные значения.

13.4 Практическое задание

1. Исходные данные взять из работы №4.
2. Построить регрессионную модель вида (13.2). Коэффициенты модели β можно рассчитать по формуле $b = (X^T X)^{-1} X^T Y$. Здесь матрица X размерности $(n \times 15)$,

составленная из 15 финансовых показателей (15 столбцов), n – количество периодов (кварталов).

9. Написать программу в среде Mathcad решения задачи динамического программирования, приведенной к эквивалентной задаче условной минимизации вида (13.9), (13.10).
10. Выполнить расчеты и построить графики вида (рис. 13.1 и рис. 13.2).
11. По результатам расчетов подготовить отчет.

Литература к работе 13

1. Соколин Б. А. Кризисная экономика России: рубеж тысячелетий // Хозяйство и право – 2009 – № 5.
2. Ковалев А. И., Привалов В. П. Анализ финансового состояния предприятия. – М.: Центр экономики и маркетинга, 2009 – 216 с.
3. Ковалев В. В. Управление финансами: Учебное пособие – 2006 – 432 с.
4. Осташков А.В. Финансовый менеджмент: учебное пособие. – Пенза: ИНФРА-М, 2008 – 125 с.
5. Гусарова О.М. Моделирование как способ планирования и управления результатами бизнеса – 2014 – № 11 – с. 88-92.
6. Гусарова О.М. Моделирование в принятии управленческих решений // Наука и образование: проблемы и перспективы развития: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции – Тамбов: Юком, 2014 – с. 41-42.
7. Моисеева Н.В., Аудит и финансовый анализ – 2011 – № 5.
8. StatSoft, Электронный учебник по статистике. Множественная регрессия. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stmulreg.html/>
9. АО «КуйбышевАзот» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.kuazot.ru/>
10. Содержание финансовых отчетов: баланс и отчет о прибылях и убытках [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.profiz.ru/peo/12_2011/Sod_fin_otch_balans_i_otc/
11. Мицель А.А., Телипенко Е.В. Оценка влияния показателей финансово-хозяйственной деятельности предприятия на выручку от реализации продукции. – Экономический анализ: теория и практика. № 27 (234) – 2011 июль, с.57-64.
12. StatSoft, Электронный учебник по статистике. Главные компоненты и факторный анализ. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stfacan.html/>

Приложение к работе 13

Запишем ограничение задачи

$$z(t)^T B > 0 \quad (\Pi 1)$$

и уравнение состояния

$$z(t+1) = A_0(t)z(t) + B_0(t)u(t) \quad (\Pi 2)$$

Зададим горизонт $T = 4$ и подставим в (Π2).

В результате получим

$$\begin{aligned} z(4) = & A_0(3)A_0(2)A_0(1)A_0(0)z(0) + A_0(3)A_0(2)A_0(1)B_0(0)u(0) + \\ & + A_0(3)A_0(2)B_0(1)u(1) + A_0(3)B_0(2)u(2) + B_0(3)u(3) \end{aligned} \quad (\Pi 3)$$

Введем составную матрицу A и составной вектор Z_0

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 \end{pmatrix}, \quad (\Pi 4)$$

$$Z_0 = \begin{pmatrix} \prod_{j=0}^3 A_0(j) \cdot z(0) \\ \prod_{j=0}^2 A_0(j) \cdot z(0) \\ \prod_{j=0}^1 A_0(j) \cdot z(0) \\ \prod_{j=0}^0 A_0(j) \cdot z(0) \end{pmatrix}, \quad (\Pi 5)$$

где $A_1 = \prod_{j=1}^3 A_0(j) \cdot B_0(0)$, $A_2 = \prod_{j=2}^3 A_0(j) \cdot B_0(1)$, $A_4 = B_0(3)$.

В общем случае для матрицы A размерности $(n+1)T \times nT$ получим

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_T \end{pmatrix}. \quad (\Pi 6)$$

Матрицы A_t , $t = 1, \dots, T$ определяются выражениями

$$\begin{aligned} A_t = & \prod_{j=t}^3 A_0(j) \cdot B_0(t-1), \quad t = 1, \dots, T-1; \\ A_T = & B_0(T-1) \end{aligned} \quad (\Pi 7)$$

Для составного вектора Z_0 размерности $(n+1)T$

$$Z_0 = \begin{pmatrix} \prod_{j=0}^3 A_0(j) \cdot z(0) \\ \prod_{j=0}^3 A_0(j) \cdot z(0) \\ \prod_{j=0}^3 A_0(j) \cdot z(0) \\ \dots \\ \prod_{j=0}^3 A_0(j) \cdot z(0) \end{pmatrix}. \quad (\text{П8})$$

Таким образом, составной вектор Z размерности $(n+1)T$ можно представить в форме

$$Z = A \cdot U + Z_0, \quad (\text{П9})$$

где U – составной вектор управления размерности nT

$$U = \begin{pmatrix} u(0) \\ u(1) \\ u(2) \\ \dots \\ u(T-1) \end{pmatrix}. \quad (\text{П10})$$

Введем составную матрицу BB размерности $(n+1)T \times nT$

$$BB = \begin{pmatrix} B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & B & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B \end{pmatrix}. \quad (\text{П11})$$

Тогда ограничение (П1) с учетом (П2) преобразуется к виду

$$BB \cdot (A \cdot U + Z_0) > 0. \quad (\text{П12})$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 14

Разработка концепции системы поддержки принятия решений в конкретной предметной области

Цель работы: закрепить теоретические знания и практические умения, а также получить навыки применения систем поддержки принятия решений для решения прикладных задач

14.1 Задачи:

1. Закрепить теоретические знания, и получить практические умения в сфере моделирования управленческих решений в конкретной прикладной области
2. Получить практический опыт формулирования требования ЛПР к СППР
3. Овладеть навыками формулирования требований к СППР, разработки отдельных их элементов.
4. Получить навыки выбора инструментария для каждого этапа принятия решения
5. Получить практический опыт разработки состава и структуры СППР (архитектуры) для конкретной прикладной области;
6. Получить практический опыт разработки мероприятий по управлению рисками при проектировании внедрении СППР

14.2. Практическое задание:

Разработать концепцию системы поддержки принятия решений в конкретной предметной области (определяется по согласованию с преподавателем и научным руководителем магистранта).

Основные этапы:

- * формирование схемы принятия решений в выбранной предметной области;
- * формулирование требований ЛПР к СППР;
- * выбор инструментария для каждого этапа принятия решения (в т.ч. мониторинга исполнения решений); выбор вида СППР, исходя из потребностей и возможностей предприятия и организации;
- * разработка состава и структуры СППР (архитектуры);
- * разработка мероприятий по управлению рисками при проектировании внедрении СППР.

Практическая работа оформляется в виде научно-исследовательской работы, объем не менее 30 листов. Отдельные разделы работы представляются группе и преподавателю на практических занятиях.

14.3 Методические указания

1. Формирование схемы принятия решений в выбранной предметной области

Выполнение данного этапа включает следующие виды работ:

А) описание предметной области; основных проблем принятия решений, их классификацию, особенности, ограничения, требования к результатам решений, лиц, принимающих решения;

Б) описание процесса принятия решений, основываясь на полной схеме принятия решений (включая мониторинг исполнения);

В) разработка схемы процесса принятия решений по этапам и их декомпозиции.

При выполнении данного этапа в качестве примеров можно использовать источники [2,3,5]

2. Формулирование требований ЛПР к СППР

А) Разработать требования, исходя из специфики должностных лиц, поддержку решения которых должна обеспечивать СППР (СППР руководителя, СППР должностного лица органа управления, СППР оперативного дежурного и СППР оператора [5].

Б) Разработать требования к продукту и процессу;

В) Разработать бизнес-требования.

Г) Разработать требования пользователей.

Д) Разработать функциональные требования.

Е) Разработать Системные требования и требования к программному обеспечению

Ж) Нефункциональные требования, регламентирующие внутренние и внешние условия или атрибуты функционирования системы:

- * Внешние интерфейсы (External Interfaces),
- * Атрибуты качества (Quality Attributes),
- * Ограничения (Constraints).

3. Выбор инструментария для каждого этапа принятия решения (в т.ч. мониторинга исполнения решений)

Включает в себя подбор математического и программного инструментария для каждого из этапов принятия решений (в т.ч. мониторинга исполнения решений). Обоснование инструментария осуществляется в виде текста, таблиц. Обобщение инструментов по этапам и связи между результатами, получаемые отдельными инструментами по этапам оформляется в виде схемы, примеры приведены в [2,3,5].

В этом же разделе обосновывается выбор вида СППР, исходя из потребностей и возможностей предприятия и организации, основываясь на существующей классификации СППР.

4. Разработка состава и структуры СППР (архитектуры);

А) Разработка состава модулей СППР, их описание, информационные взаимосвязи [2,3,5].

Б) Обоснование вида архитектуры СППР.

5. Разработка мероприятий по управлению рисками при проектировании внедрении СППР

А) Выделить основные риски проекта:

- * риски в расписании – возможность ошибочной оценки *длительности задачи менеджером проекта*,
- * ресурсные риски – потенциальная возможность превышения ресурсом запланированных трудозатрат, необходимых для выполнения задачи, или возможность задержки задачи из-за внезапной недоступности ресурса,
- * бюджетные риски – возможность превышения запланированного бюджета проекта.

Б) Разработать мероприятия для уменьшения рисков

- * разработка плана сдерживания рисков, который предполагает вставку в проект задач, выполнение которых уменьшает тот или иной вид риска (например, обучение неопытного сотрудника приведет к уменьшению соответствующего вида риска);
- * разработка плана реакции на риски, который включает совокупность мероприятий, которые будут выполнены при возникновении той или иной неблагоприятной ситуации (например, болезнь ценного сотрудника);
- * вставка в план проекта временных резервов – фиктивных работ, создающих временной буфер между реальными работами (особенно критическими).

Литература к работе 14

1. Захарова А.А., Григорьева А.А. Математическое и программное обеспечение стратегических решений об инновационном развитии региона: Учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2019. – 214 с. – [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://asu.tusur.ru/learning/090401e/d10/090401e-d10-lect3.pdf>, (дата обращения: 28.03.2022)
2. Захарова А.А., Чернышева Т.Ю., Мицель А.А. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений в муниципальном управлении / Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) – Томск, 2019. – 212 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://asu.tusur.ru/learning/090401e/d10/090401e-d10-lect1.pdf>, (дата обращения: 28.03.2022).
3. Захарова А.А., Телипенко Е.В., Мицель А.А., Сахаров С.В. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений при управлении риском банкротства предприятия / Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск, 2019. – 148 с. [Электронный ресурс] - Томск: ТПУ, 2019. - 148 с. – [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://asu.tusur.ru/learning/090401e/d10/090401e-d10-lect2.pdf>, (дата обращения: 28.03.2022).
4. Балдин, К.В. Управленческие решения [Текст] : Учебник для вузов / К.В. Балдин , С.Н. Воробьев , В.Б. Уткин. - 7-е изд. - М. : "Дашков и К", 2010. - 496 с. (гриф УМО)
5. Прохоров Ю.К., Фролов В. В. Управленческие решения: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. – 138 с.
6. Трофимова Л.А. Методы принятия управленческих решений : учебное пособие / Л.А. Трофимова, В.В. Трофимов. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2012. – 101 с.
7. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368с.
8. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 316с.

Приложение А (титульный лист отчёта)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Направление подготовки: 09.04.01 Информатика и вычислительная техника

Профиль: Интеллектуальные системы обработки данных и управления в цифровой
экономике

Уровень: Магистратура

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1

Анализ риска банкротства предприятий на основе нечетких множеств

Дисциплина: Математические методы поддержки принятия решений

Выполнил: _____ И.О. Фамилия

Студент гр. _____ (Подпись)

(Дата)

Проверил: _____ И.О. Фамилия

Преподаватель
(Подпись)

(Дата)

Томск 2024

Приложение Б (пример выполнения лабораторной работы 1)
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Направление: Информатика и вычислительная техника

Профиль: Интеллектуальные системы обработки данных и управления в цифровой экономике

Уровень: магистр

Кафедра: Автоматизированных систем управления

Применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения

Отчет по лабораторно работе № 1 по дисциплине

«Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений»

Выполнил:

Студент гр. 436-М2

_____ *К.И. Жидкова*

« ____ » _____ 2026г.

Проверил:

Профессор, доктор техн. наук

_____ *А.А. Мицель*

« ____ » _____ 2026г.

Томск 2026

Лабораторная работа № 1

«Применение схемы выбора оптимальной альтернативы для обоснования решения»

Цель работы: закрепление знаний и получение навыков реализации процесса выбора оптимальной альтернативы при принятии решения.

Задачи:

1. Закрепить знания об основных понятиях теории принятия решений:
 - лицо, принимающее решение;
 - схема процесса принятия решения;
 - схема процесса выбора оптимальной альтернативы;
 - альтернативы (допустимые и оптимальные);
 - ограничения;
 - критерии (показатели качества процесса).
2. Получить навык применения схемы выбора оптимальной альтернативы для конкретного решения
3. Иметь опыт применения метода взвешенных сумм для выбора оптимальной альтернативы в условиях индивидуального выбора.

Задание и ход работы:

15) Кратко привести описание основных понятий теории принятия решений:

- лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъект решения (менеджер), наделённый определёнными полномочиями и несущий ответственность за последствия принятого и реализованного управленческого решения. То есть это человек (или группа людей), фактически осуществляющий выбор наилучшего варианта действий;
- схема процесса принятия решения:

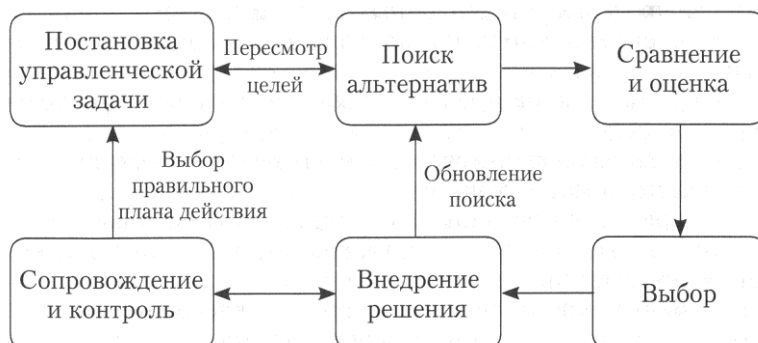


Рис. 1.1. Процесс принятия управленческих решений

- схема процесса выбора оптимальной альтернативы:



Рис 1.2. Схема выбора оптимальной альтернативы

- альтернативы (допустимые и оптимальные). Альтернативой в процессе принятия решений называют способ действий или стратегию по достижению цели. Каждая альтернатива может быть охарактеризована величиной затрат ресурсов (которые всегда ограничены); возможными последствиями исхода, вероятностью достижения цели. Принятие решения – есть выбор наилучшей (оптимальной) или приемлемой, удовлетворительной альтернативы, т. е. определенные действия над множеством альтернатив, в результате которых получается подмножество допустимых (возможных) альтернатив, удовлетворяющих налагаемым ограничениям. Далее допустимые (возможные) альтернативы, вернее их результаты (исходы, последствия), сравнивают по принятым критериям эффективности, которые являются чаще всего математическим выражением цели и определяют степень достижения цели для каждой отобранной альтернативы. Альтернатива, достигшая экстремума этого критерия, называется оптимальной. Таким образом, альтернативы, удовлетворяющие требованиям (ограничениям), называют возможными или допустимыми, а альтернативу, достигающую экстремума критерия, называют оптимальной стратегией (рис. 1.3).

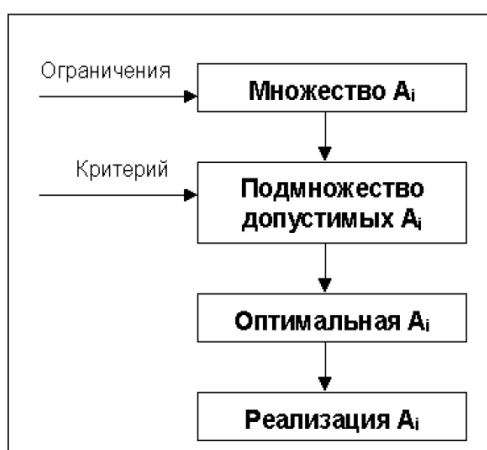


Рис. 1.3. Упрощенная схема выбора оптимальной альтернативы

- ограничения – это условия достижения целей организации, определяемые внешней средой и ресурсами организации. К основным ограничениям относятся законы и нормативные акты, конкуренция, ценообразование на сырье и материалы, недостаток финансовых ресурсов, низкая компетенция персонала, потребности в технологиях и

инновациях, сужение полномочий нижестоящих менеджеров в принятии управленческих решений.

- критерии (показатели качества процесса). Критерий (от греч. criterion – средство для суждения; признак, на основании которого производится оценка; мерило, суждение) – это способ описания альтернативных вариантов решений, способ выражения различий между ними (альтернативами) с точки зрения предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Поэтому критериями называют показатели, характеризующие общую ценность решений таким образом, что у ЛПР имеется стремление получить по ним наиболее предпочтительные (или лучшие) оценки.

16) Выбрать проблему, для решения которой необходимо принять решение.

Проблема – высокая доля просроченной задолженности в кредитном портфеле сегмента малого и среднего бизнеса.

17) Сформулировать цель, достижению которой мешает данная проблема.

Цель – снижение резервов банка на возможные потери по ссудам, как следствие увеличение чистой прибыли банка.

18) Сформулировать множество альтернатив, решающих данную проблему (5-7 альтернатив).

- Временно приостановить кредитование сегмента малого и среднего бизнеса;
- Ужесточить требования к оценке финансово-хозяйственной деятельности Заемщика;
- Ужесточить требования к обеспечению кредита (например, залог ликвидной недвижимости, поручительство не менее 2-х физических лиц);
- Ограничить кредитование Заемщиков с рискованным видом деятельности (сельское хозяйство, оптовая торговля топливом и др.);
- Предусмотреть инструменты гарантии выплат (страхование, ежемесячное размещение депозита в размере очередного платежа по кредиту и др.);
- Выделить штатную единицу для проведения ежемесячного мониторинга платежной дисциплины кредитного портфеля.

19) Сформулировать ограничения на альтернативы решения выбранной проблемы.

- **Конкуренция;**
- **Финансовые ресурсы.**

20) Исходя из сформулированных ограничений, получить множество допустимых альтернатив (4-5 альтернатив).

А1. Ужесточить требования к оценке финансово-хозяйственной деятельности Заемщика;

А2. Ужесточить требования к обеспечению кредита (например, залог ликвидной недвижимости, поручительство не менее 2-х физических лиц);

А3. Ограничить кредитование Заемщиков с рискованным видом деятельности (сельское хозяйство, оптовая торговля топливом и др.);

А4. Предусмотреть инструменты гарантии выплат (страхование, ежемесячное размещение депозита в размере очередного платежа по кредиту и др.).

21) Сформулировать 5 критериев (показателей качества процесса) для оценки альтернатив.

К1. Время разработки и внедрения изменений для Банка.

К2. Стоимость разработки и внедрения изменений для Банка.

К3. Удорожание кредита для Заемщика.

К4. Увеличение затрат времени на оформление кредита для Банка и Заемщика (с учетом внедрения изменений).

К5. Снижение доли Банка на рынке, как следствие потеря прибыли и репутации (с учетом внедрения изменений).

22) Назначить прямым способом веса критериев. Сумма весов критериев равна 1.

К1. Время разработки и внедрения изменений для Банка. Вес 0,1.

К2. Стоимость разработки и внедрения изменений для Банка. Вес 0,2.

К3. Удорожание кредита для Заемщика. Вес 0,2.

К4. Увеличение затрат времени на оформление кредита для Банка и Заемщика (с учетом внедрения изменений). Вес 0,2.

К5. Снижение доли Банка на рынке, как следствие потеря прибыли и репутации (с учетом внедрения изменений). Вес 0,3.

23) Выбрать шкалу для оценки критериев (например, бальную от 1 до 5). Осуществить экспертную оценку альтернатив по критериям, представить в виде таблицы 1.1.

Таблица 1.1

Экспертная оценка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии				
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅
A ₁	1	3	5	3	2
A ₂	4	4	3	1	2
A ₃	1	3	5	5	1
A ₄	2	2	2	2	3

24) Осуществить свертку оценок альтернатив методом взвешенной суммы, представить в виде таблицы 1.2.

Таблица 1.2

Свертка альтернатив по критериям

Альтернативы	Критерии					Взвешенные оценки альтернатив
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	
Вес	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	
A ₁	1	3	5	3	2	$=1*0,1+3*0,2+5*0,2+3*0,2+2*0,3=2,9$
A ₂	4	4	3	1	2	$=4*0,1+4*0,2+3*0,2+1*0,2+2*0,3=2,6$
A ₃	1	3	5	5	1	$=1*0,1+3*0,2+5*0,2+5*0,2+1*0,3=3$
A ₄	2	2	2	2	3	$=2*0,1+2*0,2+2*0,2+2*0,2+3*0,3=2,3$

25) Выбрать оптимальную альтернативу – альтернативу, имеющую максимальную взвешенную оценку.

Согласно проведенной оценки альтернатив методом взвешенной суммы оптимальной альтернативой является альтернатива A₃ «Ограничить кредитование Заемщиков с рискованным видом деятельности (сельское хозяйство, оптовая торговля топливом и др.)».

Хотелось бы отметить, что согласно критериев K₃ «Удорожание кредита для Заемщика» и K₄ «Увеличение затрат времени на оформление кредита для Банка и Заемщика (с учетом внедрения изменений)» данная альтернатива получила оценку «5», что означает отсутствие удорожания и увеличения затрат времени для Заемщика. Это объясняется тем, что клиенты Банка, попавшие под данное ограничение, не смогут оформить кредит в Банке, а клиенты, не попавшие под данное ограничение, не испытают

на себе никаких изменений. Т.е. данные оценки искажают взвешенную оценку альтернативы.

Таким образом, будет правильным признать оптимальной альтернативу A_1 «Ужесточить требования к оценке финансово-хозяйственной деятельности Заемщика», поскольку все её оценки несут корректный экономический смысл и отклонение от альтернативы A_3 незначительное и составляет 0,1.