



Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

Е.В. Масалов

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Учебное пособие. Часть 1



ТОМСК 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Е.В. Масалов

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Учебное пособие. Часть 1

2012

Рецензент: профессор, д.т.н. Татаринов В.Н.

Технический редактор: доцент кафедры КИПР ТУСУР,
к.т.н. Озеркин Д.В.

Масалов Е.В.

Радиотехнические системы. Курс лекций для студентов специальностей 210201 – Проектирование и технология РЭС.

Часть 1. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.- 109с.

Книга написана для студентов специальности 210201 – Проектирование и технология РЭС, но может быть использована студентами специальности 160905 – Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования и студентами других специальностей радиотехнического профиля.

Учебное пособие состоит из двух частей. Нумерация глав второй части продолжает нумерацию первой. Список рекомендуемой литературы приводится в конце второй части учебного пособия.

© Масалов Е.В., 2012

© Кафедра КИПР Томского
государственного университета систем
управления и радиоэлектроники, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1 НАЗНАЧЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ [1, 2, 3, 4].....	6
1.1 Общая характеристика возможностей РТС	6
1.2 Основные определения и системные принципы.....	8
1.3 Жизненный цикл РТС	11
1.4 Классификация радиотехнических систем.....	12
1.5 Эффективность радиосистем	17
1.6 Основные показатели РТС	18
1.7 Повышение эффективности РТС и РЭА при проектировании.	27
1.8 Характеристики сигналов и помех в РТС.....	28
1.9 Особенности задач оптимизации РТС	32
2 ОБНАРУЖЕНИЕ И РАЗЛИЧЕНИЕ СИГНАЛОВ [1,4,5,6]	38
2.1 Качественные показатели и критерии оптимального обнаружения и различения сигналов	38
2.2 Оптимальное обнаружение детерминированных сигналов.....	41
2.2.1 Постановка задачи.....	41
2.2.2 Методика решения задачи обнаружения.....	42
2.2.3 Корреляционный оптимальный обнаружитель.....	45
2.2.4 Качественные показатели оптимального обнаружителя ..	47
2.2.5 Согласованные фильтры в оптимальных обнаружителях ..	50
2.2.6 Реализация согласованных фильтров	54
2.3 Обнаружение сигналов со случайными параметрами.....	58
2.3.1 Постановка задачи.....	58
2.3.2 Отношение правдоподобия при наличии случайных параметров сигнала	58
2.3.3 Отношение правдоподобия для сигнала со случайной начальной фазой	59
2.3.4 Отношение правдоподобия для сигнала со случайными начальной фазой и амплитудой	61
2.3.5 Структурные схемы оптимальных обнаружителей сигналов со случайными параметрами.....	62

2.3.6	Качественные показатели обнаружения сигналов со случайными параметрами	65
2.4	Обнаружение пачек импульсов	69
2.4.1	Отношение правдоподобия для сигналов в виде флуктуирующей и нефлуктуирующей пачек радиоимпульсов со случайными начальными фазами	69
2.4.2	Структурные схемы обнаружения пачек импульсов	71
2.4.3	Накопители импульсных сигналов.....	74
2.4.4	Характеристики обнаружения при накоплении импульсов.....	79
2.5	Различение сигналов	80
2.5.1	Различение детерминированных сигналов.....	80
2.5.2	Различение двоичных сигналов со случайными параметрами	87
2.5.3	Различение ансамблей сигналов.....	90
2.5.4	Обнаружение и различение сигналов с неизвестными параметрами.....	93
2.6	Обнаружение и различение сигналов при дискретной и цифровой обработке.....	94
2.7	Функция неопределённости сигнала.....	97
3	РАЗРЕШЕНИЕ СИГНАЛОВ [1, 2].....	99
3.1	Оптимальное разрешение сигналов	99
3.2	Оценка разрешающей способности.....	103
3.3	Диаграммы неопределенности сигналов	105

ВВЕДЕНИЕ

Радиотехнические системы (РТС) относятся к числу технических систем обладающих широкими возможностями при решении разнообразных задач на основе использования радиоволн. Причём, в зависимости от назначения системы изменяются принципы действия, используемые частоты, требования к скорости выдачи информации её количеству и точности, а также к конструктивно-технологическим и эксплуатационным параметрам и характеристикам.

Указанные особенности этих систем обуславливают случайный характер действующих в них сигналов и делают необходимым использование статистических методов при обработке этих сигналов и интерпретации получаемых результатов.

Большое число составных частей, выполняемых функций, а также - множественность описания РТС обусловили следующую структуру данного пособия.

В начале рассматриваются назначение и особенности РТС. В этом разделе даётся общая характеристика возможностей РТС, основные определения и системные принципы, классификация, основные показатели и т.д.

После указанного раздела излагаются элементы статистической теории радиотехнических систем, среди которых особое внимание уделено вопросам обнаружения, различения и разрешения сигналов. Далее, на основе изложенных теоретических основ, рассматриваются радиолокационные и радионавигационные системы, а также системы передачи информации.

В начале каждой главы, в квадратных скобках указаны литературные источники из которых взяты материалы данной главы и где можно найти более детальную информацию по этим и другим вопросам.

Пособие предназначено для студентов специальности 200800 - Проектирование и технология электронных средств, а также может быть полезно студентам специальности 201300 – Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования при изучении соответствующих дисциплин.

1 НАЗНАЧЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ [1, 2, 3, 4]

1.1 Общая характеристика возможностей РТС

В радиотехнических системах передачи информации сообщения, имеющие разнообразную физическую природу, предварительно, с помощью различных электрофизических преобразователей (датчиков), преобразуются в первичный электрический сигнал $S_{\Pi}(t)$, который обычно является случайным процессом.

В радиотехнике для образования радиосигнала используются электромагнитные колебания, называемые несущими, частоту которых обозначают

$$\omega_o = 2\pi f_o, \text{ где } f_o = \frac{1}{T_o}, \text{ а } T_o - \text{ период колебаний.}$$

Радиочастотные колебания, в которых содержится информация, являются радиосигналом $S_{\Pi}(t)$.

Простейший непрерывный радиосигнал может быть записан в виде:

$$S(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_o t + \varphi(t)).$$

В непрерывном радиосигнале непрерывное сообщение может содержаться в любом из его параметров: амплитуде $A(t)$, отклонении частоты от несущей $\Delta\omega_o$ и фазе. При этом, учитывая характер преобразования сообщения в первичный сигнал $S_{\Pi}(t)$, соответствующие параметры радиосигнала становятся случайными. Процесс отображения сообщения в параметрах радиосигнала называется модуляцией. В электрических цепях радиосигналы действуют в виде токов и напряжений, а в пространстве распространяются электромагнитные волны.

Электромагнитная волна характеризуется векторами электрического E , магнитного H полей и вектором Π , характеризующим направление распространения волны и её мощность, приходящуюся на единицу площади, поляризацией, частотой и длиной волны λ . Для волны, распространяющейся со скоростью света, длина волны составляет величину

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_o} = \frac{c}{f_o}.$$

Поскольку в пространстве распространяется радиоволна, а в аппаратуре действуют радиосигналы в виде токов и напряжений, то обязательным устройством являются антенны. С их помощью радиосигналы, сформированные в передатчике, излучаются в пространство, а в приёмной антенне радиоволны создают радиосигнал в виде токов и напряжений, который подвергается дальнейшей обработке.

Чтобы воспользоваться информацией, содержащейся в радиосигнале, её необходимо выделить. Для этого используются детекторы (демодуляторы), на выходе которых образуется первичный сигнал, отображающий информацию.

Этот сигнал $S_n(t)$ или непосредственно, или после преобразования используется потребителем информации.

Радиоволны могут распространяться на большое расстояние, огибают препятствия и проникают в глубь суши и воды, в здания и сооружения, проходят через облака, туман, дожди. Радиоволны некоторых частот способны отражаться от объектов (корабль, самолёт, метеорологические осадки и т.п.) позволяя их обнаруживать, по-разному отражаясь от участков поверхностей с отличающимися свойствами (море, суша, горы и т.п.). Другими словами, ра-

диоволны позволяют передавать и выделять информацию в условиях, когда её нельзя регистрировать органами чувств человека и другими техническими средствами.

1.2 Основные определения и системные принципы

Радиотехнической системой называют организованную совокупность устройств, предназначенных для передачи, извлечения, обработки и накопления информации с использованием радиоволн.

Информация отражает сведения (сообщения) о свойствах различных объектов, изменении их состояния, процессах, происходящих в природе, производстве и обществе. Сообщение – это материальная форма воплощения информации. Переносчиками сообщений в радиотехнических системах (РТС) являются радиосигналы. Совместное использование нескольких РТС приводит к образованию радиотехнических комплексов.

РТС, как и любые другие технические системы, строятся по определённым системным принципам. Перечислим эти принципы.

1. **Цельность (единство)** – наличие у системы общей цели, общего назначения. Совокупность компонентов системы создаёт качественно новое образование, свойства которого не являются простой суммой свойств составляющих систему частей. Из свойств частей нельзя вывести свойств системы.

2. **Структурность** – возможность описания системы посредством установления её структуры, обусловленность поведения системы поведением её отдельных систем и свойствами её структуры.

3. **Иерархичность.** Каждая система состоит из взаимосвязанных частей или подсистем и в свою очередь входит в систему более высокого уровня, которую можно называть «надсистемой». Следовательно, существует иерархия систем. Так в систему управления воздушным движением (УВД) входят подсистемы, которые также являются системами, например, система радиосвязи между экипажем самолёта и диспетчерами. В свою очередь в них есть разные подсистемы, в том числе радиопередатчики. Рассматривая радиопередатчик как систему, можно выделить различные подсистемы – устройства, например, модулятор. Модулятор как система содержит ряд подсистем – систем наименьшего иерархического уровня, например, усилитель модулирующего напряжения.

4. **Сложность поведения системы** – наличие сложных взаимосвязей между переменными системы, при которых изменение одной переменной обуславливает изменение многих других.

5. **Множественность описания системы**, обусловленная её сложностью и требующая построения множества различных моделей, которые описывают определённые свойства системы.

6. **Большое число составных частей, выполняемых функций, входов, высокая стоимость системы.**

7. **Нерегулярность и случайность внешних возмущений**, исключающих точность предсказания выходного эффекта системы.

8. **Использование средств автоматизации, вычислительной техники, микропроцессоров**, позволяющих обеспечить гибкое, оперативное и автоматизированное управление системой.

В соответствии с системным подходом, при котором объекты изучения, изготовления и эксплуатации рассматриваются как системы, в РТС можно выделить ряд подсистем: подсистему, характеризующую принцип действия; подсистему технических средств; подсистему эксплуатации. **Подсистема принципа действия** определяется принципом использования радиоволн в данной РТС для выдачи определённой информации (передачи, извлечения, обработки и накопления) с учётом специфики распространения радиоволн, действия помех. **Подсистема технических средств РТС** (радиоэлектронная аппаратура - РЭА). Для исследований и проектирования целесообразно разделять РЭА на подсистемы. Как и для РТС, это можно сделать исходя из выполняемых функций или основываясь на физической сущности процессов и особенностях закономерностей

Подсистема РЭА – устройство. Если разделять РЭА на подсистемы, исходя из выполняемых ими функций, то по отношению к таким подсистемам удобно применять термин «устройство». К числу подсистем РЭА относятся: антенно-фидерные устройства, передающие и приёмные устройства, вторичные источники питания, устройства управления функционированием аппаратуры (пульта управления), устройства вторичной обработки и выдачи информации, устройства контроля состояния и обнаружения неисправностей, соединительные устройства (механические и электрические), устройства сопряжения РЭА с потребителями информации (операторами, объектами). При этом каждое устройство имеет свой алгоритм функционирования и схему. Кроме того, устройства характеризуются конструкцией, особенностями технологии и методов технической эксплуатации. Во многих случаях устройства стремятся сделать универсальными, пригодными для использования в различных комплектах РЭА.

Подсистемы РЭА по физическому содержанию процессов. Если разделять РЭА на подсистемы с учётом физических процессов и закономерностей, то в РЭА можно выделить следующие составные части: схемы, конструкция, технология и производство, техническая эксплуатация.

Схемы. Принципиальная электрическая схема есть изображение, показывающее электрическое соединение элементов, обладающих различными электрическими (электромагнитными) свойствами. Схемы РЭА должна предусматривать использование элементов с такими электрическими (и электромагнитными) свойствами и такое их соединение между собой при которых обеспечиваются операции над сигналами и помехами, вытекающие из принципа действия РЭА и РТС. Совокупность методов анализа и синтеза схем называют схемотехникой. Очевидна целесообразность создания возможно более простых схем, использующих дешёвые элементы и не критичных к из-

менению параметров элементов. Подсистемы «схемы» формируют основу для получения требуемых значений электрических параметров и характеристик, а также экономических показателей, но не могут без учёта других подсистем (конструкция, технология и т.д.) полностью их определять.

Конструкция. Под конструкцией РЭА понимается пространственно организованная совокупность элементов с разными электрическими (в том числе на СВЧ), механическими и другими свойствами, между элементами которой существуют электрические, механические, магнитные, тепловые и другие связи, создаваемые в соответствии со схемой и принципами построения конструкции. Причём эта совокупность должна удовлетворять требованиям реализации электрической схемы, обеспечения устойчивости параметров и характеристик к внешним воздействиям, в условиях которых работает аппаратура, повторения в условиях производства и т.д.

Конструкция состоит из элементов, под которыми понимают первичную неделимую составную часть конструкции.

Электрические элементы (дискретные и интегральные), входящие в схему, вместе с тем являются элементами конструкции. У этих элементов должны учитываться не только электрические параметры (которые определены схемой), но и конструктивно-технологические и экономические. Конструкция РЭА включает также много других элементов, выполняющих определённые функции: механическое крепление элементов, увеличение прочности, демпфирование вибрации, обеспечение электрических связей (провода, жгуты, соединители, цепи заземления, печатные проводники и платы), экранирование магнитных, электрических и электромагнитных полей; герметизацию (защиту от действия влаги); контроль, ремонт, регулировку; отвод тепла.

Таким образом, конструкция создаётся на основе схемы и избранных принципов построения конструкции в целом, а также её элементов.

Технология. Этот термин обычно понимают как совокупность способов и процессов обработки, оборудования, используемых при изготовлении элементов конструкции и сборке аппаратуры (механическом и электрическом соединении) обеспечивающих получение заданной конструкции.

Эксплуатация. В процессе эксплуатации РТС, входящая в её состав РЭА нуждается в контроле, регулировании, ремонте. Для этого при проектировании схемы и конструкции, а так же при изготовлении предусматривается использование технических средств (например, встроенный контроль), разрабатываются методы контроля, поиска неисправностей, ремонта.

Поэтому полезно к одной из подсистем РЭА отнести также техническую эксплуатацию (ТЭ), подразумевая под ней совокупность процессов и закономерностей изменения свойств РЭА во времени и при наличии внешних воздействий, а также предусмотренные при создании конструкции способы и методы ввода РЭА в действие и управления ею, поиска и устранения неисправностей, наблюдения за состоянием.

1.3 Жизненный цикл РТС

Помимо развития совокупности РТС и радиотехники как области науки, техники, производства и эксплуатации при рассмотрении РТС следует иметь в виду, что каждая из РТС и конкретные их варианты в соответствии с системным подходом, также должны рассматриваться в развитие с учётом их жизненного цикла.

1. **Замысел.** На этом этапе выявляются и прогнозируются потребности общества или радиотехнических комплексов в передаче, выделении, обработке и накоплении определённой информации, оцениваются возможные принципы действия РТС, определяются технико-экономические возможности достижения требуемых результатов с учётом схмотехники, конструкции, технологии, производства и эксплуатации, формируется задание на проектирование.

2. **Исследования.** Этап проведения теоретических и экспериментальных исследований проблем использования радиоволн для передачи и извлечения информации, борьбы с помехами, новых направлений в схмотехнике, конструировании, производстве и эксплуатации.

3. **Проектирование.** Этап разработки принципа действия системы и РЭА (схем, конструкций и технологии). Под проектированием понимают совокупность осуществляемых в определённой последовательности работ, обеспечивающих проведение исследований, принятие решений и создание конструкторской, технологической и эксплуатационной документации. Более строго, согласно ГОСТ, проектирование суть составление описания для создания ещё несуществующего объекта на основе первичного описания. Первичное описание – это задание на проектирование или техническое задание (ТЗ), т.е. сведения о назначении, параметрах, функционировании и т.п., представляемые в заданной форме. Проектирование может быть неавтоматизированным, когда все преобразования (действия), принятие проектных решений и представление результатов проектирования в той или иной форме осуществляет человек. При автоматизированном – тоже, но при взаимодействии человека и ЭВМ.

4. **Производство.** Совокупность процессов, посредством которых общество, используя трудовую деятельность людей, вещества, силы и закономерности природы, опираясь на достигнутый уровень технологии и документацию, полученную в результате проектирования, создаёт РЭА входящую в РТС и РТС в целом.

5. **Эксплуатация.** Совокупность процессов подготовки и применения РТС по назначению, технического обслуживания аппаратуры, хранения и транспортировки. Применение РТС по назначению предусматривает функционирующую систему выдающую необходимую информацию при управлении системой на основе эксплуатационной документации. К техническому обслуживанию относится выявление отказов и нарушений в РЭА, использование закономерностей процессов изменения состояния и параметров (характери-

стик) РТС и входящей в её состав РЭА в процессе длительного функционирования и совокупность целенаправленных действий операторов по обеспечению заданного состояния и значений параметров на основе накопленной ими информации о принципах действия, схемах, конструкции и обработке информации, поступающей к ним в процессе технического обслуживания.

6. **Модернизация.** Этот этап включает в себя действия по модернизации системы и её частей для увеличения продолжительности жизненного цикла.

7. **Утилизация.** Действия по использованию после принятия решения о прекращении действия системы определённого вида

Рассмотренные этапы предполагают определённую последовательность, однако реально они взаимно накладываются один на другой, например, проводится эксплуатация ранее выпущенных РТС и одновременно продолжается изготовление, а во многих случаях и проектирование (доработка по результатам производства и эксплуатации).

1.4 Классификация радиотехнических систем

В основе классификации РТС могут быть положены различные признаки, главными из которых являются содержание информации, вид и назначение системы, характер сообщений, диапазон используемых частот и т.д. В качестве основного признака для их классификации следует использовать содержание информации или назначение системы.

Такая классификация необходима потому, что **в зависимости от назначения системы изменяются принципы действия, используемые частоты, требования к скорости выдачи информации, её количеству и точности, а также к конструктивно-технологическим и эксплуатационным параметрам и характеристикам.**

Радиотехнические системы можно разделить на системы передачи информации, системы извлечения информации, системы радиоуправления и системы разрушения информации. Более детально классификация РТС по назначению дана в таблице 1.1

Таблица 1.1 – Классификация РТС по назначению

Системы	Вид и назначение систем
Передача информации	Малоканальная связь между подвижными объектами. Радиорелейная связь. Связь через ИСЗ. Радиовещание и телевидение. Телеметрия. Передача команд.
Извлечение информации	Радиолокация (обнаружение и классификация целей, определение координат и параметров целей). Радионавигация. Радиоразведка полезных ископаемых и состояния поверхности земли. Радиоастрономия. Радиоразведка РТС другой страны.
Радиоуправления	Радиоуправление ракетами. Радиоуправление космическими аппаратами. Подрыв боевых частей снарядов.
Разрушения информации	Радиопротиводействия

Особенностью **РТС передачи информации** (РТС ПИ) является наличие в ней отправителя и получателя информации. Сообщения, заключённые в радиосигнале, передаются по радиоканалу из пункта получения в пункт приёма.

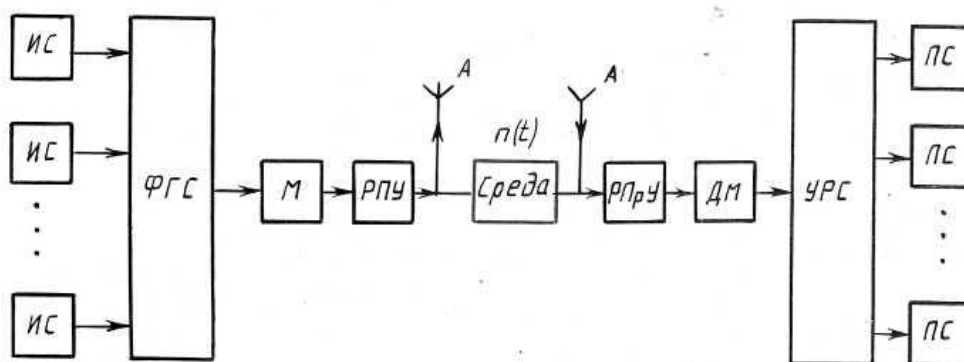


Рисунок 1.1 – Структурная схема РТС ПИ.

Структурная схема РТС ПИ, независимо от её конкретного вида и назначения, включает следующие элементы: источники сообщения (ИС), выдающие первичные сигналы; формирователь группового сигнала (ФГС), который объединяет несколько сообщений, подлежащих передаче; модулятор

(М); радиопередающее устройство (РПУ); антенну (А); среду, в которой распространяются радиоволны и действуют помехи $n(t)$; радиоприёмное устройство (РПрУ) в пункте приёма, осуществляющее усиление и преобразование радиосигнала; демодулятор (ДМ), выделяющий групповой сигнал; устройство разделения сигналов (УРС), обеспечивающее выделение соответствующих сигналов, которые поступают к получателю сообщений (ПС).

Для РТС извлечения информации характерным является отображение информации в радиосигнале в процессе его распространения и отражения радиоволн или при независимом от рассматриваемой РТС формировании и излучении радиоволн (естественных излучений объектов, излучение радиоприёмных устройств противника). Таким образом, отправитель сообщения в данном случае отсутствует.

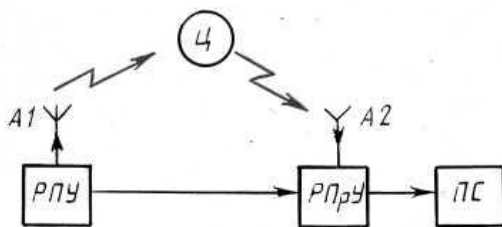


Рисунок 1.2 – Структурная схема РТС извлечения информации.

РТС извлечения информации, использующая приём и обработку отражённых сигналов, включает радиопередающее устройство, излучающее в направлении исследуемого объекта (цели - Ц) зондирующий сигнал, радиоприёмное устройство (РПрУ), которое принимает и обрабатывает отражённый от объекта сигнал. При обработке используется образец зондирующего сигнала, поступающий из РПУ в РПрУ. Потребитель информации (получатель сообщения - ПС) на основе сравнения зондирующего и отражённого сигналов получает сведения о наличии объекта и его характеристиках.

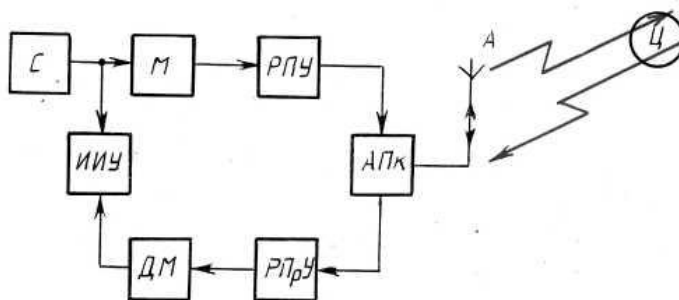


Рисунок 1.3 – Структурная схема однопозиционной радиолокационной системы импульсного типа.

Для одного из представителей класса РТС извлечения информации - однопозиционный РЛС импульсного типа характерно следующее. В радиопередающем устройстве (РПУ) с помощью модулятора (М) формируется после-

довательность зондирующих импульсных радиосигналов, которые через антенный переключатель (АП) и антенну (А) излучаются в направлении объекта (цель - Ц). Отражённые радиосигналы содержат в своих параметрах (задержке, частоте, направлении прихода) информацию о положении и движении цели. Принятые антенной радиосигналы через АП поступают в радиоприёмное устройство (РПрУ) и после преобразования и усиления – на демодулятор (ДМ). Извлечение информации о цели осуществляется в измерительно-индикаторном устройстве (ИИУ). Сюда, помимо отражённого сигнала, поступают синхросигналы из синхронизатора (С), обеспечивающего также определённые временные характеристики последовательности зондирующих радиоимпульсов. Кроме того, сюда же поступают сигналы от синхронизатора, обеспечивающего сопряжение извлекаемой информации с угловым положением сканирующей антенны. Извлечение информации происходит в условиях действия внутрисистемных помех и помех, обусловленных работой сторонних радиосредств. Структурная схема радиолокационной системы меняется в зависимости от назначения и вида используемого сигнала.

Особенность систем радиоуправления заключается в том, что в них информация, передаваемая с помощью радиосигналов, непосредственно используется для управления объектами и процессами, в основном для управления подвижными объектами, например, полётами ракет, ИСЗ, космических аппаратов (КА). В некоторых случаях системы радионавигации, т.е. системы, предназначенные для управления самолётами и кораблями, также следует рассматривать как системы радиоуправления.

РТС разрушения информации предназначены для противодействия радиотехническим средствам противника. В зависимости от типа подавляемого радиосредства формируется соответствующий сигнал и определяется режим функционирования системы. РТС разрушения информации создают помехи нормальной работе конкурирующей системы путём излучения мешающего сигнала (МС).

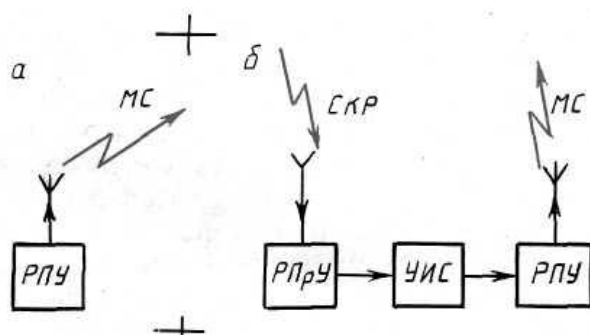


Рисунок 1.4 – Структурная схема РТС разрушения информации.

Вариант структурной схемы РТС разрушения информации представлен на рис. 1.4. Сигнал конкурирующей радиосистемы (СКР) принимается радиоприёмным устройством, умышленно искажается в специальном устройстве (УИС) и переизлучается в виде мешающего сигнала. По характеру сообщений

и используемых в РТС сигналов различают непрерывные, импульсные и цифровые системы. **В непрерывных РТС** на основных этапах преобразования сообщения имеют непрерывный характер и отображаются в непрерывных случайных изменениях параметров радиосигнала, так же непрерывного во времени. К непрерывным РТС относятся системы радиовещания, телевидения, навигационные фазовые системы, пеленгационные системы непрерывных излучений. **В импульсных РТС информация содержится в изменении параметров импульсных сигналов (амплитуда, задержка и т.п.).** Примерами таких систем могут служить импульсные радиолокационные системы (рисунок 1.3), системы передачи информации, в которых используется изменение временного положения импульсов (временную модуляцию), импульсные радионавигационные системы. **В цифровых (дискретных) РТС полезная информация содержится в изменениях сочетания определённого набора элементов сигнала.** Так в двоичных системах факт наличия или отсутствия сигнала (амплитудная манипуляция) отражает передаваемые цифровое сообщение. Кроме того, используют частотную манипуляцию (например, использование частоты f_{01} - для передачи символа 0 и колебаний частоты f_{02} - для передачи символа 1) и фазовую манипуляцию (например, изменение фазы колебаний на 180° в элементе сигнала для передачи символа 0 по отношению к фазе элемента сигнала соответствующего символу 1). Поскольку при этом в передатчике (его модуляторе-манипуляторе) создаётся последовательность (код) элементов сигнала, отображающих значения сообщения, то цифровые системы передачи информации часто называют системами с импульсно-кодовой модуляцией (ИКМ). Цифровое кодирование сообщений и цифровая обработка широко используется в РТС ПИ, а также находит применение в системах радиолокации и радионавигации, управления движением.

РТС могут работать на радиочастотах в диапазоне от 2 кГц до 300 ГГц. Средняя частота спектра (длина волны) радиосигнала существенно влияет на особенности распространения радиоволн, на их отражение и рассеяние. Длина волны определяет вид антенн используемых для излучения и приёма. Весь диапазон радиоволн разделён на участки (диапазоны): 3...10 кГц (10...100 км) – очень низкие частоты (ОНЧ), или мириаметровые волны; 30...300 кГц (1...10 км) – низкие частоты (НЧ), или километровые волны; 0,3 – 3 МГц (100...1000 м) – средние частоты (СЧ), или гектометровые волны; 3...30 МГц (10...100 м) – высокие частоты (ВЧ), или декаметровые волны; 30...300 МГц (1...10 м) – очень высокие частоты (ОВЧ), или метровые волны; 300...3000 МГц (0,1...1 м) – ультравысокие частоты (УВЧ), или дециметровые волны; 3...30 ГГц (1...10 см) – сверхвысокие частоты (СВЧ), или сантиметровые волны; 30...300 ГГц (0,1...1 см) – крайне высокие частоты (КВЧ), или миллиметровые волны.

Наиболее широкое применение в РТС имеют ОВЧ, УВЧ и СВЧ, поскольку радиоволны указанных диапазонов частот интенсивно отражаются от объектов, антенны компактны и обеспечивают высокую направленность из-

лучения и приёма. Особенности распространения этих радиоволн влияют на области применения РТС различного назначения.

РТС извлечения информации иногда классифицируют по информационному параметру радиосигнала на амплитудные, фазовые и частотные. РТС ПИ в зависимости от вида модуляции радиосигнала разделяют на системы с амплитудной (АМ), частотной (ЧМ), фазовой (ФМ) модуляцией, а импульсные РТС ПИ – на системы с широтно-импульсной (ШИМ), время-импульсной (ВИМ), амплитудно-импульсной (АИМ) модуляцией.

Применяемые виды классификации позволяют выявить особенности построения РТС и участь их при проектировании, производстве и эксплуатации.

1.5 Эффективность радиосистем

При проектировании радиосистем стремятся к получению наилучших результатов при заданных условиях работы. Понятие «наилучшие» результаты или «оптимальность» системы требует введения критериев, по которым можно судить о качестве системы. В качестве обобщённого критерия качества системы часто вводят понятие эффективности. Эффективность системы есть мера целесообразности, связанной с её назначением, показателем её работоспособности, выгодность в эксплуатации. Понятие эффективности всегда связано с получением некоторого полезного эффекта, который приобретается ценой энергетических, информационных и, в конечном итоге, экономических затрат, обеспечивающих создание и функционирование системы. Отсюда, перенося в область радиотехнических систем понятия экономической эффективности, принятые в промышленности, на транспорте и связи, определяют эффективность радиосистемы как отношение

$$\mathcal{E} = C_3 / C_0 \quad (1.1)$$

В радиотехнических комплексах управления оружием часто принимают C_3 равным стоимости ущерба, наносимого противнику применением средств поражения, или равным стоимости предотвращённого ущерба применением средств обороны против средств поражения, принадлежащих противнику. Однако при определении эффективности РТС иногда возникает ситуация, когда затраты выражаются в денежных единицах, а полезный эффект – несоизмеримыми с деньгами категориями, такими как вероятность успеха боевой операции, количество потерянных человеческих жизней, авторитет и престиж государства, моральный ущерб и т.п. Тем не менее, при проектировании РТС экономические факторы должны тщательно учитываться, так как в настоящее время стоимость их разработки, изготовления и эксплуатации очень велика.

В общем случае экономическая эффективность – это комплексная категория, она описывается системой показателей к которым, в частности, относятся: единовременные (капитальные) затраты, эксплуатационные расходы, себестоимость единицы продукции и т.д.

При исследованиях и оценках эффективности следует учитывать фактор времени. Это связано с тем, что задержка во внедрении системы, например, при её неоправданном усложнении и т.п., может приводить к потере потребности в системе в связи с развитием и изменением условий.

Следует иметь в виду, что часто перед РТС не ставится задача получения экономического эффекта, например, системы радиовещания и телевидения. Они предназначены для удовлетворения социальных, культурных потребностей и характеризуются социально-экономической эффективностью. Нет непосредственного экономического эффекта для общества при обеспечении личных телефонных связей. Однако, потребность в этом значительна, и люди согласны нести расходы, оплачивая переговоры. Совокупность оплат можно рассматривать как экономический эффект.

Также многообразен эффект радионавигационных систем. Они не только повышают регулярность движения, что может быть оценено экономически, но имеют определяющее значение в повышении безопасности полётов, т.е. сохранении жизни людей.

Задачи, решаемые РТС и особенно большими системами и комплексами, столь сложны и разнообразны, что оценить их эффективность одним показателем качества невозможно. **Используются несколько показателей, определяющих тактико-технические характеристики системы:** зона действия системы; пропускная способность или быстродействие системы; разрешающая способность системы; точность и достоверность, помехоустойчивость; надёжность; вес, габариты и потребляемая мощность; сложность и стоимость производства и эксплуатации; способность сохранить свои тактико-технические характеристики при изменении состояния окружающей среды (температуры, влажность, давление, вибрационных ударных и линейных перегрузок и др.) и т.д.

1.6 Основные показатели РТС

Рассмотрим параметры и характеристики, перечисленные в предыдущем разделе.

Зона действия системы. Обычно это понятие относится к области трёхмерного пространства, в пределах которого возможна передача, извлечение или разрушение информации соответствующими системами. В сферической системе координат эта область ограничивается минимальной и максимальной дальностями действия, предельными значениями углов азимута и места. В ряде случаев, особенно для радиотехнических комплексов управления, область действия целесообразно определить в многомерном фазовом пространстве, координатами которого, кроме указанных выше, являются составляющие и ускорения и её маневренность (максимальное поперечное ускорение), в пределах которых возможно выполнение задачи, возложенной на РТС.

Наблюдение движущихся целей на фоне неподвижных отражателей оказывается возможным благодаря разнице в скоростях движения, поэтому четвёртой координатой, определяющей зону действия РЛС в многомерном пространстве, является радиальная скорость цели.

Для радиосистем передачи информации зона действия может быть ограничена, например, только дальностью достоверного приёма, которая для современных линий космической радиосвязи может достигать десятков миллионов километров.

Для активных РЛС зона действия ограничивается максимальной дальностью обнаружения целей на фоне помех с заданной вероятностью, минимальной дальностью (мёртвой зоной, которая образуется из-за помех от собственного передающего устройства), предельными углами азимута и места, определяемыми диаграммой направленности антенны и границами сканирования (качания или вращения) луча. Пределы сканирования определяют зону обзора РЛС; закон изменения направления излучения во времени определяет способ обзора или сканирования, длительность обзора всей зоны – время обзора, а величина зоны, просматриваемой в единицу времени – скорость обзора.

Разрешающая способность. Она характеризует способность систем разделять и независимо воспринимать информацию, содержащуюся в радиосигналах, мало отличающихся значениями одного или нескольких параметров (частоты, задержки во времени, направления прихода радиоволн). Если разность значений информационных параметров составляет Δb_j , то разрешающая способность определяется минимальной величиной этой разности, при которой ещё возможно различение двух разных сообщений.

В радиолокации рассматривается **разрешающая способность по координатам, т.е. способность станции обеспечивать принятие решения о наличии разных целей, координаты которых отличаются на величину минимально различимой разности дальностей, углов или скоростей.** Разрешающая способность РЛС может также быть определена максимальным числом целей, которое можно определить при их расположении в заданном объёме пространства. Наличие помех, например, шумов, определяет зависимость разрешающей способности от формы передаваемого или зондирующего сигнала и метода оценки значения параметра при обработке принятого сигнала. Наилучшие результаты могут быть получены при использовании оптимальной формы сигнала и оптимальной его обработки при приёме.

Точность и достоверность получаемой информации; характер и количество измеряемых величин. Точность характеризуется величиной ошибки при приёме информации, а достоверность её вероятностью.

В отличие от задачи разрешения, когда требуется лишь отдельно воспроизвести различные цели, в задаче распознавания важно правильно классифицировать их, например, не перепутав «свои» и «чужие» цели, главные и второстепенные и т.д.

Вероятность ошибки есть условная вероятность принятия решения о передаче сообщения или обнаружение цели A_i при фактической передаче сообщения или наличия цели A_j , т.е.

$$P_{ош} = P\left(\frac{A_i}{A_j}\right).$$

При передаче непрерывно изменяющихся сообщений или измерении текущих координат целей существенной является не вероятность ошибки, а её значение. Изменение текущего значения некоторой величины в этом случае сопровождается неизбежными ошибками: случайными и динамическими. Динамические ошибки возникают из-за инерционности любых физически реализуемых систем; это приводит к принципиально неизбежному, хотя иногда практически неощутимому искажению воспроизводимой функции времени. Случайные ошибки являются следствием воздействия помех: шумов приёмника, хаотической модуляции сигналов из-за федингов или случайного изменения отражающих свойств объектов, случайных изменений состояния измерительных приборов и т.п.

В общем случае для определения статистики ошибок необходимо знать закон распределения случайных отклонений от истинного значения. В большинстве случаев в радиолокации и в радиолиниях радиотехнических комплексов управления закон распределения известен и близок к нормальному, так что допустимо характеризовать точность дисперсий и математическим ожиданием ошибки. Если математическое ожидание не равно нулю, то имеет место систематическая ошибка, которая в принципе может быть скомпенсирована при юстировке системы.

Ошибки из-за ухода параметров системы, являющиеся случайными по существу, ввиду медленности изменений параметров относятся часто к систематическим.

Случайные ошибки с нулевым средним или относительно него характеризуются дисперсией или среднеквадратическим отклонением σ . Поскольку при нормальном распределении вероятность отклонения, большего 3σ , не превышает 2%, то считается, что максимальная ошибка равна 3σ .

Важной характеристикой случайной ошибки является её спектр или функция корреляции, которая определяется спектром на входе и полосой пропускания системы. В ряде случаев помехи, вызывающие случайные ошибки, не являются принципиально неизбежными, а определяются несовершенством изготовления, например, наличием люфтов в зубчатых передачах механизмов, наличием некоторой нелинейности в отдельных устройствах и т.п. Такие ошибки называются инструментальными, они обычно являются специфическими для каждой данной системы.

Пропускная способность или быстродействие системы. Термин пропускная способность чаще относится к системам передачи информации, а

термин быстродействие – к системам автоматического регулирования, к которым относятся и радиотехнические комплексы управления.

Быстродействие системы управления характеризует ее способность отслеживать быстрые изменения входной величины, степень ее инерционности. Количественной характеристикой быстродействия является реакция системы на единичный скачок, который образуется в момент включения системы в режим слежения за целью или управления движением объекта. Переходный процесс иллюстрируется кривой на рисунке 1.5.

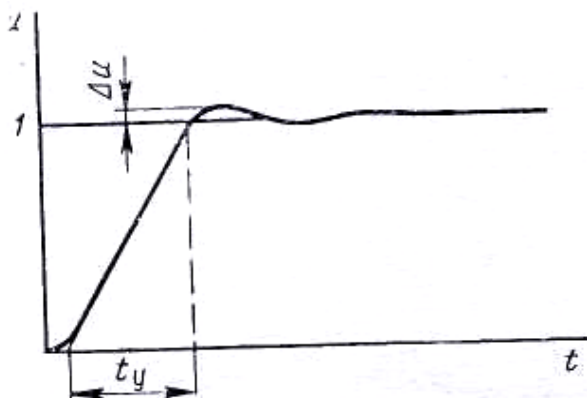


Рисунок 1.5 – Пример кривой переходного процесса.

Величина $t_y = \frac{1}{2F}$ – длительность установления, характеризует быстродействие при данном качестве переходного процесса (последнее, например, определяется величиной напряжения перерегулирования Δu), F – полоса пропускания системы.

Пропускная способность есть максимальное количество информации, которое может быть передано или извлечено системой за единицу времени. Если задана точность воспроизведения сообщения σ , то объём подлежащей получению информации при передаче функции времени (сигнала) может быть определён числом уровней, на которые должен быть разделён (квантован) диапазон значений этой функции без потерь точности. Если функция времени имеет ограниченный спектр, то для её передачи в соответствии с теоремой Котельникова достаточно передать дискретное число отсчётов, в общем случае неравное числу уровней квантования, что иллюстрирует рисунок 1.6, где функция $u(t)$ дискретизирована по времени и квантована по значению, т.е. преобразована в $u_i(t_i)$.

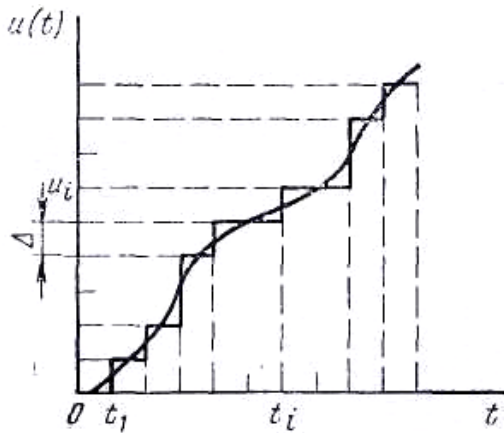


Рисунок 1.6 – Пример функции квантованной по уровню и дискретизированной по времени.

Если значения сообщения между двумя уровнями считать равномерно распределёнными, то при заданной дисперсии ошибок расстояние между уровнями составит $\Delta = 2\sqrt{3}\sigma$, а число уровней квантования будет $M = u_{\max}/\Delta$. Считая каждое из M значений дискретным сообщением, количество информации, получаемое при передаче одного из них при равномерном распределении вероятности уровней, определяют в виде

$$I = \log_2 M \text{ [бит]} \quad (1.3)$$

Скорость передачи информации составляет

$$V = I/T, \quad (1.4)$$

где T - время передачи информации I .

Способность канала связи передавать информацию с данной скоростью называется его пропускной способностью.

Для сопоставления пропускной способности и быстродействия рассмотрим следующий пример.

Пример. Пусть на вход системы подаётся единичный скачек (функция включения), т.е. число значений $M = 2$ (значения 0 и 1), а время, затрачиваемое на получение информации, составляет $T = t_y$. Тогда пропускная способность составит

$$C = I/T = (\log_2 M)/t_y = 1/t_y = 2F, \quad (1.5)$$

что подтверждает эквивалентность описания качества системы пропускной способностью или быстродействием.

В общем случае неравных вероятностей значений передаваемого сообщения, количество информации за время передачи сообщения T составит величину

$$I = -2FT \sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_i, \quad (1.6)$$

где P_i - вероятность i -го значения (i -го сообщения), а энтропия распределения вероятностей P_i определяется как

$$H = -\sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_i = \sum_{i=1}^M P_i \log \left(\frac{1}{P_i} \right). \quad (1.7)$$

Как известно, энтропия есть мера беспорядка или неопределённости, описываемой распределением вероятностей, информация – величина, характеризующая некоторую упорядоченность, и является понятием обратным энтропии. **Увеличение уровня помех, разрушающих информацию, увеличивает энтропию; увеличение отношения сигнал/шум увеличивает достоверность, а, следовательно, и количество информации, т.е. уменьшает энтропию.**

В радиолокационных системах количество извлекаемой информации определяется числом измеряемых координат и отношением диапазона их значений к ошибке измерений, а время извлечения информации – временем наблюдения. В этом случае увеличение числа объектов радиолокационного наблюдения (т.е. увеличение числа обрабатываемых сигналов) и уменьшение времени наблюдения требует увеличения пропускающей способности.

Скрытность действия – способность РТС функционировать, не обнаруживая себя.

Помехоустойчивость. Способность РТС сохранять показатели качества при воздействии помех называется помехоустойчивостью. Вредное влияние помех проявляется в уменьшении достоверности приёма сообщений при передаче, извлечении или переработке информации, т.е. в уменьшении количества (разрушении) принимаемой информации. Количественно помехоустойчивость системы можно оценить отношением

$$\frac{\left(\frac{u_c}{u_n} \right)_{\text{ВЫХ}}}{\left(\frac{u_c}{u_n} \right)_{\text{ВХ}}} = \nu,$$

где $\frac{u_c}{u_n}$ - отношение сигнал/помеха по напряжению на выходе системы (числитель) и входе системы (знаменатель).

Если $\nu \gg 1$, система отличается высокой помехоустойчивостью, если $\nu < 1$ - низкой. Предельно достижимая помехоустойчивость называется потенциальной помехоустойчивостью. Она строго определяется для помех типа теплового шума, т.е. некоррелированных с нормальным распределением мгновенных значений. Для таких помех отношение энергии сигнала к спек-

тральной интенсивности шума однозначно определяет вероятность ошибок при решении любой из информационных задач. Для других помех, в особенности имитационных, при намеренном создании которых стремятся свести к минимуму различия между структурой помехи и сигнала, исказив в то же время информационные параметры, борьба с помехой становится игровой задачей. Одна сторона стремится сформулировать сигнал, чтобы противник не смог за время анализа с помощью радиоразведывательной аппаратуры выявить его структуру с целью имитации, а другая сторона стремится построить такую аппаратуру анализа и имитации, чтобы помеху нельзя было отличить от полезного сигнала при приёме.

Для успешного применения радиопротиводействия необходимо производить анализ несущих информацию сигналов. Как минимум надо определить факт излучения сигналов. Все меры, затрудняющие обнаружение противником факта функционирования данной системы и анализ структуры сигналов, увеличивают её скрытность. **Скрытым называется такой режим работы радиосистемы, когда обнаружение сигналов невозможно, если заранее не известна их структура.** Скрытность возрастает, в частности, когда увеличивается направленность и уменьшаются мощность излучения и длительность непрерывного функционирования РТС, усложняется структура сигналов и часто изменяются их параметры.

Практически мощность намеренных помех обычно столь велика, что проникновение их на выход приёмного устройства радиотехнической системы приводит к нарушению режима её работы: например, для РЛС кругового обзора – к невозможности обнаружения целей в области пространства, прикрытой помехой, для радиолиний связи – к прекращению передачи информации; для радиотехнического комплекса управления – к размыканию контура управления.

Помехоустойчивость реальной системы по отношению к естественным сравнительно слабым помехам с известным законом распределения должна оцениваться величиной вероятности ошибок или определяющим эту вероятность отношением сигнал/шум на входе устройства принятия решения или оценки параметра.

При ручном съёме информации, решение и оценка параметров производится оператором, который, например, наблюдает отображённую на экране электронно-лучевого индикатора информацию. При визуальном восприятии информации входом устройства принятия решения является глаз оператора.

При автоматическом съёме информации устройство принятия решения – это пороговое устройство, одно состояние которого соответствует отсутствию сообщения на входе, другое наличию; устройство оценки параметра – автоматический измеритель, отображающий значение параметра выходным напряжением, углом поворота шкалы, цифровым кодом и т.д.

Повышение помехоустойчивости достигается, как это известно, из теории информации, увеличением избыточности информации, передаваемой по каналу связи. Если передаётся M равновероятных независимых сообщений,

энтропия этой совокупности сообщений H_m , определённая по формуле (1.7), будет максимальной. Если между этими сообщениями имеется статистическая зависимость и (или) они не равновероятны, то энтропия H совокупности будет меньше.

Величина

$$D = 1 - \frac{H}{H_m} \quad (1.8)$$

называется избыточностью.

Пример. Если координаты движущейся цели за время облучения РЛС мало изменяются, то информация, извлекаемая при каждом отражении от цели, будет одна и та же. Использование для извлечения информации ряда отражённых сигналов увеличивает достоверность (по сравнению с использованием одного отражённого сигнала) за счёт избыточности, равной в этом примере

$$\Delta = 1 - \frac{1}{N},$$

где N - число отражённых сигналов за время наблюдения, т.е. $D = 0,9$ при $N = 10$ и $D = 0$ при $N = 1$.

Помехоустойчивость по отношению к сильным намеренным помехам должна оцениваться способностью системы на основе анализа характера помех изменить свою структуру таким образом, чтобы, в максимальной степени увеличив различия между сигналом и помехой, не допустить проникновение помехи на выход приёмного устройства или использовать информацию, которую несёт сама помеха: например, перестроить частоту сигнала, чтобы отстроиться от частоты помехи; изменить поляризацию излучения и (или) приёма на ортогональную, либо перейти от слежения за объектом наблюдения к сопровождению источника помехи с целью его последующего вывода из строя. Не существует универсальных средств борьбы с помехами всех возможных типов; для борьбы с конкретной помехой должны быть избраны конкретные меры и, следовательно, в сложной помеховой ситуации, когда одновременно применяют различные виды помех и характер их в процессе действия может резко измениться, помехоустойчивой может быть только самонастраивающаяся система.

Надёжность. Надёжностью называется свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в заданных пределах в течении требуемого промежутка времени. Изменение характеристик сверх допустимых пределов, влекущее за собой невозможность выполнения задачи, называется отказом.

Различают катастрофические, постепенные и случайные отказы.

Катастрофические отказы возникают вследствие внезапных и больших по величине изменений параметров отдельных компонентов, вызванных резкими изменениями характеристик окружающей среды: температура, радиация, ударные нагрузки и др.

Постепенные отказы обусловлены медленным уходом номинальных значений параметров в результате старения или медленного изменения окружающих условий.

Случайные отказы происходят вследствие каких-либо физико-химических процессов в компонентах системы, из-за которых до некоторого момента не изменяются его номинальные параметры, а затем они изменяются резко. Такой отказ имеет место, например, при окислении сварного или паяного соединения проводников, которые не сказываются до тех пор, пока не нарушится электрический контакт между соединёнными деталями и цепь не разорвётся.

Если известна интенсивность случайных отказов элементов системы (среднее число отказов в единицу времени), обозначаемая λ_k , то может быть вычислена интенсивность отказов системы λ , которая, в свою очередь, определяет количественную характеристику надёжности – вероятность безотказной работы в течение заданного интервала времени T :

$$P_{бр} = e^{-\lambda T}, \quad (1.9)$$

или среднее время безотказной работы

$$T_{ср} = 1/\lambda. \quad (1.10)$$

Величина λ для такой системы, выход из строя, который непременно наступает при отказе любого одного элемента, равен сумме коэффициентов λ_k каждого элемента.

Увеличение надёжности систем при данном уровне надёжности элементов возможно в результате либо упрощения схемы и конструкции, т.е. уменьшения количества ненадёжных элементов, либо резервирования элементов, узлов, приборов или системы в целом, либо периодического контроля и профилактического ремонта аппаратуры в процессе её хранения и эксплуатации. Резервированием называют включение в состав аппаратуры избыточных элементов, узлов, приборов и систем, которые берут на себя выполнение функций вышедших из строя.

Профилактический контроль и ремонт повышают надёжность аппаратуры, поскольку, во-первых, уменьшают интервал времени, в течение которого гарантируется требуемая вероятность безотказной работы, во-вторых, позволяют прогнозировать постепенные отказы и установить их причину.

Для эксплуатации обслуживаемой аппаратуры существенное значение имеет также её ремонтпригодность, т.е. удобство доступа к отдельным элементам схемы и их замены, и простота процесса отыскания неисправности, что обеспечивает её быстрый ввод в строй.

Вес, габариты и потребляемая мощность. При проектировании РТС для этих показателей задают предельные значения, при которых должны и могут быть реализованы требования к качеству системы, указанные ранее.

Особую важность ограничение по весу, габаритам и потребляемой энергии имеют при размещении радиотехнической системы на подвижных объектах.

С увеличением сложности систем растут вес, габариты и стоимость их производства и эксплуатации. Обслуживание РТС требует включение в состав радиосистем специализированных контрольно-измерительных средств, с помощью которых производится контроль состояния, отыскания неисправностей и ремонт, что также увеличивает, и иногда во много раз, стоимость, суммарный вес и габариты РТС.

Диапазон изменения окружающих условий для разных типов радиотехнических систем может иметь разные границы. Наиболее лёгкие условия работы имеет аппаратура, размещаемая стационарно в обитаемых наземных помещениях. Значительные изменения условий имеют место при размещении на борту космических и летательных аппаратов. В специфических условиях работают РТС, размещаемые на транспорте.

Конкретные пределы изменений окружающих условий (условий эксплуатации) определяются в зависимости от назначения аппаратуры соответствующими государственными стандартами.

В ряде случаев требования к показателям качества формулируются исходя из вероятности успешного решения поставленной задачи.

Перспективность – способность к удовлетворению потребности общества в течение длительного времени.

Параметры и характеристики РТС регламентируются тактико-техническим заданием на проектировании, которое согласовывается между заказчиком и проектировщиком. Показатели качества РТС могут быть удовлетворены при определённых ограничениях на диапазон частот, интенсивность помех, количество и размещение сторонних радиосредств и др. Многие параметры и характеристики РТС противоречивы, поэтому цель проектирования состоит в поиске такого сочетания показателей качества, при котором достигается оптимум по какому-либо конкретному показателю (например, минимум стоимости, минимум массы бортовой радиоаппаратуры и т.п.).

1.7 Повышение эффективности РТС и РЭА при проектировании

На всех этапах создания РТС и РЭА они должны рассматриваться и как объект, выполняющий определённые функции по передаче, извлечению, преобразованию и накоплению информации (сигналов), и как объект производства, и как объект эксплуатации. Особенно это важно на этапе проектирования, когда формируются все основные свойства РТС и РЭА. При этом должна ставиться и решаться задача такого проектирования систем и аппаратуры, при котором минимизируются суммарные затраты, учитывающие проектирование, изготовление и длительное использование. Решение этой задачи в общем виде сталкивается со многими трудностями, поэтому на практике часто раз-

деляют её на частные. В качестве возможных путей повышения эффективности при проектировании можно отметить следующие.

1. **Оптимизация алгоритмов** функционирования РТС, т.е. обеспечение наиболее эффективного выделения требующейся информации из сигнала в условиях действия помех и функционирования других систем, что позволяет уменьшить мощность радиопередатчиков при прочих равных условиях.

2. **Оптимизация схем** – создание схем возможно более простых, с малым числом элементов, использующих дешёвые, просто изготавливаемые элементы и не критичных к отклонениям и нестабильности параметров элементов.

3. **Оптимизация конструкции** – создание конструкций с возможно меньшими габаритами и массой, устойчивых к действию внешних возмущений, технологичных, удобных и простых в эксплуатации. Для РЭА, размещаемой на объектах для управления которыми предназначена РТС, важнейшей задачей является уменьшение массы бортовой РЭА. Определяется это тем, что для сохранения у объекта установки РЭА тех же характеристик по дальности действия полезной нагрузке, скорости маневренности и т.п., которые он мог бы иметь, если не устанавливать РЭА, требуется заметное увеличение массы объекта, мощности двигателей, расхода горючего.

4. Уменьшение затрат при изготовлении РЭА с заданными электрическими, конструктивными и эксплуатационными параметрами за счёт совершенствования технологии, автоматизации, улучшения организации производства.

5. Уменьшение затрат на эксплуатацию в том числе за счёт автоматизации эксплуатации РЭА и РТС.

6. Создание РТС и РЭА пригодных для использования в течение многих лет.

7. Вероятностный подход к анализу производственных и эксплуатационных свойств РТС и РЭА на этапе проектирования, минимизация переделок и доработок, выявляемых из опыта изготовления и эксплуатации. Уменьшение количества органов подстройки и регулировки.

1.8 Характеристики сигналов и помех в РТС

Радиосигнал в РТС представляет собой узкополосный процесс, т.е. является сигналом, у которого отношение ширины спектра ΔF к несущей частоте

$\left(\frac{\Delta F}{f_o}\right) \ll 1$. Его можно выразить в виде квазигармонического колебания

$$S(t) = S_o(t) \cos \omega_o t + \psi(t), \quad (1.11)$$

где $S_o t$, ψt - медленно меняющиеся по сравнению с $\cos \omega_o t$ функции времени, характеризующие амплитудную и угловую модуляции несущего колебания. Несущая частота ω_o определяет положение спектра сигнала на оси частот. Сообщение может содержаться в любом из параметров радиосигнала (см. раздел 1.1).

Мгновенные значения электрической и магнитной составляющих для непрерывной радиоволны определяются выражениями

$$e t, R = E_n R \cos \omega_o t + \varphi_o - \omega_o R/c$$

$$h t, R = H_n R \sin \omega_o t + \varphi_o - \omega_o R/c ,$$

где R - расстояние, пройденное волной в направлении вектора Π ; ω_o - частота, определяющая длину волны $\lambda_o = 2\pi c/\omega_o$; c - скорость распространения радиоволны; φ_o - начальная фаза.

Для антенны A с плоским раскрывом (рисунок 1.7) излучённое поле в удалённой точке P с координатами R_o , α , β представляет суперпозицию волн, излученных каждой точкой раскрыва:

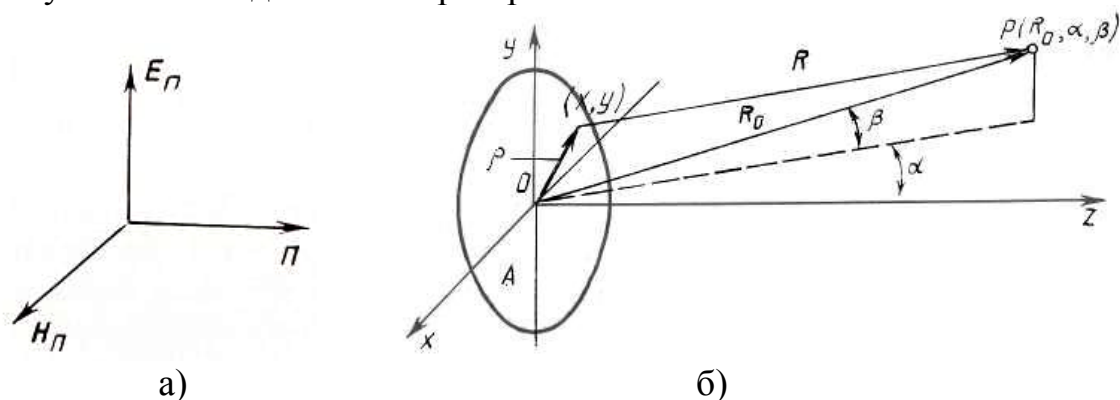


Рисунок 1.7 – Антенна с плоским раскрывом.

$$e t, R = \iint_A \operatorname{Re} E t, R A x, y \exp(j kR) \cdot \exp -j \omega_o t + \psi t dx dy \quad (1.12)$$

Здесь $E t, R$ - изменяющееся во времени функция, определяемая амплитудной модуляцией; ψt - функция, характеризующая фазовую (частотную) модуляцию; скалярное произведение kR определяется волновым

вектором k и радиусом-вектором R точки наблюдения P ; модуль волнового вектора $k = \omega_o / c = 2\pi / \lambda_o$, а направление совпадает с направлением распространения волны; координаты x, y определяют положение излучающей точки в плоскости раскрыва антенны; радиус-вектор R проведён из этой точки; если R_o - радиус вектора точки P из центра O антенны, то $R_o = R + \vec{\rho}$ ($\vec{\rho}$ - радиус вектор точки x, y в плоскости раскрыва антенны); $A(x, y)$ - функция, характеризующая распределение тока (поля) в раскрыве (весовая функция антенны). Эта функция связана с характеристикой направленности антенны $G_a(\alpha, \beta)$ соотношением, следующим из формулы (1.12):

$$G_a(\alpha, \beta) = G_{ao} \iint_A A(x, y) \exp\{j kR\} dx dy$$

где G_{ao} - коэффициент направленности антенны.

Сообщения могут содержаться в любом из указанных параметров радиоволны, включая поляризацию. Замети, что в формуле (1.12) предполагается согласование антенны с заданной поляризацией излучения, поэтому в ней не учитывается векторный характер электромагнитного поля.

Принятая приёмной антенной радиоволна создаёт радиосигнал, из которого выделяется сообщение. В РТС извлечения информации параметры принимаемой радиоволны зависят от углов α, β и пространственного запаздывания $\tau = 2R/c$, где R - расстояние до цели. Оценивая эти параметры, можно определить местоположение цели в пространстве.

Рассмотрим характеристики радиосигнала, описываемого функцией времени (1.11). Если в параметрах радиосигнала содержатся сообщения, которые представляют реализации случайных процессов, то радиосигнал $S(t)$ - также случайный процесс. Его реализация на интервале времени $[0, T]$ характеризуется энергией E :

$$E = \int_0^T |S(t)|^2 dt.$$

База сигнала B - это произведение его продолжительности T на ширину спектра F . Произведение базы B на среднюю мощность $P_c = E/T$ определяет **объём** сигнала. Различают **простые** сигналы, у которых $B \cong 1$, и сложные (широкополосные, шумоподобные), у которых $B = FT \gg 1$. Расширения спектра сигнала при сохранении его продолжительности T (периода, если сигнал периодический) позволяет снизить спектральную плотность

мощности, что существенно для повышения скрытности РТС. Расширение спектра достигается за счёт введения угловой модуляции несущей. Обычно используют дискретную фазовую или частотную модуляцию. При этом длительность элемента модулирующей последовательности τ_φ определяет ширину спектра сигнала. При фазовой манипуляции $B = T/\tau_\varphi = N$, где N - число элементов модулирующей (манипулирующей) последовательности, укладываемых в пределах периода T сигнала.

Нормированная **автокорреляционная функция (АКФ)** сигнала определяется выражением

$$\rho_{S(t)} = \frac{1}{E_c} \int_0^T S(t) S^*(t - \tau) dt,$$

где S^* - комплексно-сопряжённая функция, соответствующая сигналу $S(t)$. Для сигналов с большой базой АКФ имеет выброс, локализованный в окрестности $\tau \cong 0$, и время корреляции, определяемое формулой

$$\tau_{кор} = \int_0^\infty |\rho_{S(t)}| d\tau.$$

Сложные сигналы с фазовой манипуляцией имеют время корреляции, равное длительности элемента τ_φ .

Наряду с непрерывными, в РТС используются импульсные сигналы. Импульсные сигналы характеризуются скважностью $q = T_n/\tau_u$, где T_n - период повторения импульсов; τ_u - длительность импульса. Сообщения, передаваемые в импульсных РТС ПИ, отражаются в изменениях параметров импульсного потока, в импульсных радиолокационных системах – в изменениях временного положения импульсной последовательности отражённых от цели сигналов.

Функционирование РТС сопровождается действием помех. Наиболее существенное влияние на выдачу информации в РТС оказывают следующие помехи: флуктуационные, обусловленные тепловыми и другими шумами РЭА, электромагнитными процессами в атмосфере, космическими источниками; непреднамеренные, обусловленные наличием в пространстве радиоволн, излучаемых передатчиками других (сторонних) радиосредств; преднамеренные или организованные, создаваемые другими средствами; промышленные и т.п. Указанные помехи входят в смесь с сигналом в качестве независимого слагаемого и называются **аддитивными**. Существуют также **мультипликативные** помехи, которые изменяют параметры сигнала и порождаются нестационарными явлениями в радиоканалах.

В зависимости от полосы частот, занимаемой спектром, различают уз-

кополосные и **широкополосные** помехи. Узкополосные помехи можно представить квазигармоническим колебанием, аналогичным выражению (1.11). Широкополосные помехи имеют полосу спектра, значительно превышающую полосу сигнала РТС. По характеру действия различают **непрерывные** и **импульсные** помехи. Хаотические импульсные помехи (ХИП) имеют случайную амплитуду, длительность, период следования импульсов.

Для помех используют статистическое описание, включающее многомерные законы распределения. Часто достаточным является знание АКФ помехи $R_n \tau$ или спектральной плотности $G_n \omega$, которые связаны преобразованием Фурье:

$$G_n \omega = \int_{-\infty}^{\infty} R_n \tau \exp -j\omega\tau d\tau. \quad (1.13)$$

Соотношение относится к помехам, представляющим стационарные случайные процессы.

Для флуктуационных помех (шумов) распределение мгновенных значений $n t \equiv n$ подчиняется гауссовскому закону:

$$w n = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right),$$

где σ_n^2 - дисперсия помех, равная средней мощности. При постоянной спектральной плотности шума N_o в пределах полосы от 0 до F дисперсия $\sigma_n^2 = N_o F$.

Шум, представляющий квазигармонический процесс с гауссовским законом распределения мгновенных значений, имеет равномерный закон распределения начальных фаз на интервале $[-\pi, \pi]$, а огибающая $U_n t$ для фиксированного момента t подчиняется закону распределения Рэлея:

$$w U_n = \frac{U_n}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{U_n^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad U_n \geq 0. \quad (1.14)$$

Требуемое статистическое описание помехи зависит от конкретной задачи.

1.9 Особенности задач оптимизации РТС

Сложность задач, решаемых современными РТС, разнообразие помеховой обстановки требуют разработки достаточно совершенных систем. Основной разработки таких систем могут служить методы оптимизации (синтеза), базирующиеся на последних достижениях статистической теории. В общем случае выделяются следующие этапы (уровни) синтеза: **структурный**, **логический**, **схемотехнический**, **конструкторский** и **технологический**. На каж-

дом этапе формулируется основное противоречие, которое необходимо разрешить с учётом специфики этапа. Применительно к РТС основное противоречие формулируется следующим образом: создать систему, реализующую заданную совокупность функций при определённых показателях качества с учётом ограничений времени на разработку, производство и освоение системы, на уровень установленных затрат.

Этап структурного синтеза – наиболее важный, конечной целью его является разработка структурной схемы РТС, определение основных параметров устройств. Этот этап в настоящее время наименее формализован. Этапы логического и конструкторско-технологического проектирования РЭА доведены до формирования систем автоматизированного проектирования (САПР).

Общая задача синтеза РТС предусматривает выбор сигналов, обеспечивающих достижение требуемого результата, и оптимизацию устройств обработки (приёма) сигналов. Выбор сигналов имеет принципиальное значение, поскольку от их формы зависят многие показатели качества РТС. Для правильного выбора сигнала необходимо его математически описывать. Полнота математического описания, т.е. набор параметров, характеризующих наиболее существенные свойства сигнала, зависит от конкретной задачи, решаемой в процессе проектирования РТС. Исходными параметром сигнала, которые необходимо знать разработчику РТС, являются: длительность (период) T ; полоса частот F , занимаемых спектром; энергия E . Выбор наилучшего сигнала, обеспечивающего выполнение радиосистемой заданных функций, может осуществляться методом перебора. Это требует больших затрат времени. Вместе с тем регулярные методы синтеза сигналов разработаны ещё недостаточно полно и сводятся к определению наилучшей АКФ сигнала (к минимизации боковых остатков АКФ). В ряде случаев можно оптимизировать пару сигнал – фильтр. Отсутствие конструктивных критериев оптимизации затрудняет решение задач синтеза РТС в целом, включая совместный синтез сигнала (передатчика) и приёмника при заданных ограничениях и помеховых условиях.

Задача приёма сигналов состоит в наилучшем воспроизведении информации, заключённой в сигнале искажённом помехами. Оптимизация приёма сводится к следующему. По заранее известным (априорным) некоторым характеристикам передаваемого сигнала, канала и помех, зная их функциональное взаимодействие, необходимо получить оптимальное приёмное или решающее устройство, наилучшим образом воспроизводящее переданное сообщение. Точность и простота решения задачи зависят от объёма априорных сведений. При малом их объёме используют методы адаптивного приёма. Исходными при синтезе оптимального приёмника являются критерий оптимальности, выбираемый в соответствии с целевым содержанием задачи РТС, и математическая формулировка задачи оптимизации, учитывающая все априорные сведения и позволяющая решить её в соответствии с принятым критерием. **Конечная цель решения задачи синтеза:** структура оптимального приёмника (структурный синтез), вытекающая из полученного алгоритма обра-

ботки принятого колебания; количественные оценки качества работы приёмника (количественный синтез), получаемые в соответствии с принятым критерием; чувствительность алгоритмов к отклонениям от априорных данных (условий приёма); практическая реализуемость приёмника на современной элементной базе.

Оптимальным или **идеальным** называют приёмник, для которого вызванные помехами искажения сообщения в определённом смысле минимальны. Критерии искажений зависят от назначения РТС. Оптимальный приёмник обеспечивает минимальные искажения при заданных условиях приёма и выбранном критерии. Минимальный уровень искажений при этом характеризует **потенциальную помехоустойчивость**.

Из сравнения помехоустойчивости реальных приёмников с оптимальными выясняют степень технического совершенства и резервы улучшения реальных РТС. Сравнение помехоустойчивости приёма для различных видов сигналов позволяет осуществить выбор наилучших сигналов, которые обеспечивают наибольшую помехоустойчивость для данной РТС.

Основные задачи, решаемые при приёме сигналов в РТС, заключаются в следующем: оптимальное обнаружение и различения сигналов на фоне помех; оценка неизвестных параметров сигнала, действующего в смеси с помехой; разрешение нескольких сигналов; оптимальная фильтрация сообщений, содержащихся в принимаемых сигналах.

В задаче **обнаружения сигнала** неизвестен сам факт наличия или отсутствия сигнала $S(t, \lambda)$ в принятом колебании $r(t)$. Сигнал представляет известную функцию времени и параметров λ . Колебание $r(t)$ представляется в виде

$$r(t) = \theta S(t, \lambda) + n(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.15)$$

где θ - параметр обнаружения, случайная величина, принимающая одно из двух значений: $\theta = 0$ (сигнал отсутствует), $\theta = 1$ (сигнал присутствует). По принятой реализации $r(t)$ на интервале $[0, T]$ требуется наилучшим образом выработать решение о наличии или отсутствии сигнала в смеси $r(t)$. На основе выбранного критерия (о критериях будет сказано подробно далее, в п. 2.1) должно быть определено оптимальное правило (алгоритм) обнаружения, построена структурная схема и оценены качественные показатели обнаружения.

В простейшей задаче **различения сигналов** предполагается наличие в смеси $r(t)$ одного из двух сигналов $s_1(t, \lambda_1)$ или $s_2(t, \lambda_2)$:

$$r(t) = \theta s_1(t, \lambda_1) + 1 - \theta s_2(t, \lambda_2) + n(t), \quad t \in [0, T], \quad (1.16)$$

Случайная величина θ принимает два значения: при $\theta = 1$ с вероятностью p_1 в смеси присутствует сигнал $s_1(t, \lambda_1)$; при $\theta = 0$ с вероятностью

$p_2 = 1 - p_1$ в смеси присутствует сигнал $s_2(t, \lambda_2)$. По принятой на интервале $[0, T]$ реализации $r(t)$ необходимо выработать оптимальное правило (алгоритм) решения о присутствии сигнала $s_1(t, \lambda_1)$ или сигнала $s_2(t, \lambda_2)$. В частном случае, при $s_2(t, \lambda_2) = 0$, задача сводится к обнаружению сигнала $s_1(t, \lambda_1)$. Различение двух сигналов – типичная задача для РТС ПИ. В более общем случае смесь $r(t)$ представляет сумму помехи $n(t)$ и одного из m сигналов: $s_1(t, \lambda_1), \dots, s_m(t, \lambda_m)$. При этом задача различения заключается в принятии решения о том, какой из m сигналов находится в смеси $r(t)$, наблюдаемой на интервале $[0, T]$.

В задаче оценки параметров сигнала считается, что один из параметров λ_i сигнала $s(t, \vec{\lambda})$ является случайной величиной, априорная плотность вероятности $w_{pr}(\lambda_i)$ которого известна. Параметр λ_i представляет один из компонентов вектора $\vec{\lambda} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n\}$. Задача оценки заключается в определении с минимальной погрешностью значения параметра λ_i по принятой на интервале $[0, T]$ реализации смеси $r(t)$. При зависимости сигнала от нескольких случайных информационных параметров может возникнуть задача совместного их оценивания. На основе выработанных алгоритмов необходимо построить структурную схему оптимального измерителя параметров сигнала, определить точность оценивания.

Задача **фильтрации сообщений** возникает в случае, если сигнал $s(t, \vec{\lambda})$ зависит от некоторого информационного параметра λ_i , представляющего случайную функцию времени $\lambda_i(t)$ с известными статистическими характеристиками. На основании статистических характеристик помехи $n(t)$ необходимо из принятой смеси $r(t)$ выделить наилучшим образом функцию $\lambda_i(t)$, т.е. получить оценку $\lambda_i^*(t)$ реализации информационного параметра. При малом изменении процесса $\lambda_i(t)$ за время T задача фильтрации может быть сведена к задаче оценки параметра. Задачи фильтрации типичны для большинства РТС, где необходимо выделение непрерывных сообщений или измерение меняющихся во времени параметров сигнала.

В простейших задачах **разрешения сигналов** предполагается, что смесь $r(t)$ представляет сумму помехи $n(t)$ и двух налагающихся, возможно, сигналов $s_1(t, \lambda_1, \lambda_2)$ и $s_2(t, \lambda_1, \lambda_2)$, зависящих, например, от двух пара-

метров λ_1 и λ_2 :

$$r(t) = \theta_1 s_1(t, \lambda_1, \lambda_2) + \theta_2 s_2(t, \lambda_1, \lambda_2) + n(t), t \in [0, T] \quad (1.17)$$

где θ_1, θ_2 - независимые случайные величины, которые могут принимать значения 0 и 1: параметр λ_1 считается случайным. При возможности одновременного наличия в смеси двух сигналов ставится задача их раздельного обнаружения или раздельного обнаружения с оценкой значений параметра λ_1 в обоих сигналах. Первый сигнал считается разрешённым в смысле обнаружения (оценки параметра λ_1), если показатели обнаружения (оценки параметра λ_1) первого сигнала остаются выше допустимых в присутствии случайного второго сигнала. Если при этом разрешается и второй сигнал при наличии первого, то говорят о взаимном разрешении в смысле обнаружения (оценки параметра λ_1).

Рассмотренные типовые задачи оптимального приёма сигналов могут решаться в РТС раздельно и совместно. Подробно эти задачи обсуждаются в последующих главах.

При решении отдельных задач оптимального приёма используют следующие модели радиосигналов.

Сигнал с полностью известными параметрами

$$s(t, \vec{\lambda}_o) \equiv s(t) = S_o(t - \tau_o) \cos(\omega_o t + \psi(t - \tau_o) + \varphi_o), \\ t \in [0, T], \quad (1.18)$$

где $\vec{\lambda}_o$ - вектор параметров сигнала; индекс нуль означает, что эти параметры известны и функции $S_o(t)$ и $\psi(t)$, определяющие форму сигнала, также известны. Указанная модель применяется в задаче обнаружения, когда неизвестен лишь факт наличия или отсутствия сигнала в смеси с шумом.

Сигнал со случайной начальной фазой

$$s(t, \lambda) = s(t, \varphi) = S_o(t - \tau_o) \cos(\omega_o t + \psi(t - \tau_o) + \varphi), \\ t \in [0, T] \quad (1.19)$$

Здесь считается неизвестной начальная фаза φ , которая представляет случайную величину, равномерно распределённую на интервале $[-\pi, \pi]$.

Сигнал со случайными амплитудой и начальной фазой

$$s(t, \vec{\lambda}) = s(t, A_1, \varphi) = A_1 S_o(t - \tau_o) \cos(\omega_o t + \psi(t - \tau_o) + \varphi), \\ t \in [0, T]. \quad (1.20)$$

Величины A_1 и φ статистически независимы, причём случайная величина A_1 распределена по закону Рэлея [см., например, формулу (1.14)], а начальная фаза φ равномерно распределена на интервале $[-\pi, \pi]$.

Различают **нефлуктуирующие некогерентные пачки** радиоимпульсов

с независимыми начальными фазами каждого импульса пачки:

$$s(t, \vec{\lambda}) = s(t, \varphi_1, \dots, \varphi_k) = \sum_{i=1}^k S_{oi}(t) \cos(\omega_o t + \psi_i(t) + \varphi_i) \quad (1.21)$$

и флуктуирующие пачки:

$$\begin{aligned} s(t, \vec{\lambda}) &= s(t, \varphi_1, \dots, \varphi_k; A_1, \dots, A_k) = \\ &= \sum_{i=1}^k A_i S_{oi}(t) \cos(\omega_o t + \psi_i(t) + \varphi_i) \end{aligned} \quad (1.22)$$

При $A_1 = \dots = A_k = A$ имеем случай дружно флуктуирующей пачки.

Для упрощения решения задач синтеза и анализа РТС в качестве модели флуктуационной помехи используют **белый шум**. Спектральная плотность белого шума постоянна в неограниченной полосе частот и равна $N_o/2$. Односторонняя спектральная плотность в полосе частот от 0 до ∞ равна N_o .

Белый шум имеет автокорреляционную функцию

$$R_n(\tau) = (N_o/2)\delta(\tau), \quad (1.23)$$

где $\delta(\tau)$ - дельта-функция, равная нулю при $\tau \neq 0$ и обращающаяся в бесконечность при $\tau = 0$. Дельта-функция обладает следующими свойствами:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau = 1; \quad (1.24)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = h(t), \quad (1.25)$$

где $h(t)$ - любая непрерывная функция. На основании свойства (1.24) не трудно показать, что корреляционной функции (1.23) соответствует спектральная плотность шума $G_n(\omega) = N_o/2$. Для этого можно воспользоваться преобразованием Фурье (1.13).

Таким образом, при решении задач синтеза будем предполагать, что полезный сигнал $s(t, \vec{\lambda})$ принимается на фоне аддитивного белого шума $n(t)$ со следующими характеристиками;

$$\begin{aligned} \langle n(t) \rangle &= 0; \quad R_n(t_1, t_2) = \langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \\ &= \frac{N_o}{2} \delta(t_1 - t_2) \end{aligned} \quad (1.26)$$

где угловые скобки означают операцию статистического усреднения (вычисления математического ожидания).

2 ОБНАРУЖЕНИЕ И РАЗЛИЧЕНИЕ СИГНАЛОВ [1,4,5,6]

2.1 Качественные показатели и критерии оптимального обнаружения и различения сигналов

В результате процесса обнаружения должно быть принято решение о наличии или отсутствии сигнала (цели). Решение может быть принято при двух взаимно исключающих условиях: условие A_1 - «сигнал есть»; условие A_2 - «сигнала нет».

При выработке решения эти условия неизвестны. Из-за действия помех каждому из условий может соответствовать одно из двух решений: решение A_1^* - «сигнал есть»; решение A_2^* - «сигнала нет».

Говорят о **правильном обнаружении**, если при условии A_1 выдаётся решение A_1^* , и о **пропуске сигнала**, если при условии A_1 за счёт действия помех выдаётся решение A_2^* . Указанные условные решения можно охарактеризовать качественными показателями – соответствующими условными вероятностями правильного обнаружения $D = P(A_1^* | A_1)$ и пропуска сигнала $\hat{D} = P(A_2^* | A_1)$.

Решения A_1^* и A_2^* соответствуют одному и тому же условию наличия сигнала A_1 и являются взаимоисключающими, поэтому $D + \hat{D} = 1$.

При условии отсутствия сигнала A_2 возможно принятие правильного решения A_2^* - «сигнала нет», что соответствует **правильному необнаружению**. Если за счёт помехи принимается решение A_1^* - «сигнал есть», то говорят о **ложной тревоге**. Качественными показателями решений при отсутствии сигнала являются условные вероятности ложной тревоги $F = P(A_1^* | A_2)$ и правильного необнаружения $\hat{F} = P(A_2^* | A_2)$. Для взаимоисключающих событий A_1^* и A_2^* при одном и том же условии A_2 справедливо соотношение $F + \hat{F} = 1$.

В реальных обнаружителях обычно требуется обеспечить достаточно высокую вероятность правильного обнаружения $D = 0,9 - 0,999$. Вероятность ложной тревоги стремятся свести к величине порядка 10^{-3} и менее, поскольку ложная информация загружает систему обработки и может привести к нежелательным последствиям.

Если считать, что условие A_1 соответствует наличию сигнала $s_1(t)$, а

условие A_2 - сигнала $s_2(t)$, то при различении сигналов можно говорить о принятии соответствующих решений A_1^* и A_2^* . Качественными показателями различения двух сигналов являются вероятность правильного приёма сигнала s_1 при условии A_1 и вероятность ошибочного приёма сигнала s_2 при условии A_1 , т.е. $P(A_1^* | A_1) = P(s_1 | s_2)$ и $P(A_2^* | A_1) = P(s_2 | s_1)$. Условная вероятность $P(s_2 | s_1)$ характеризует ошибочную ситуацию. Очевидно, что

$$P(s_1 | s_1) + P(s_2 | s_1) = 1 \quad (2.1)$$

Условную вероятность ошибочного приёма $P(s_2 | s_1)$ обозначают через P_{e1} .

При условии A_2 (наличие сигнала s_2) может быть принято либо правильное решение A_2^* , либо ошибочное решение A_1^* , которые характеризуются соответствующими условными вероятностями $P(A_2^* | A_2) = P(s_2 | s_2)$ и $P(A_1^* | A_2) = P(s_1 | s_2)$. Условная вероятность ошибочного приёма в данном случае обозначается через P_{e2} . Для вероятностей $P(s_2 | s_2)$ и $P(s_1 | s_2)$ справедливо соотношение, аналогичное (2.1).

В системах передачи информации вероятности P_{e1} и P_{e2} используют для оценки качества приёма дискретных символов. Как правило, требования к качеству приёма сигналов s_1 и s_2 одинаковы, и стремятся снизить обе вероятности: P_{e1} и P_{e2} и P_{e2} . Обычно в РТС ПИ стараются обеспечивать $P_{e1} = P_{e2} = 10^{-3}$ и меньше.

Система выдачи информации должна удовлетворять противоречивым требованиям. Например, при обнаружении в условиях действия помех необходимо обеспечить минимальную вероятность пропуска сигнала. Снижение этой вероятности сопряжено с возрастанием вероятности ложной тревоги. Чтобы обеспечить разумный компромисс, выбирают такое правило решения, при котором для совокупности всех возможных ситуаций приёма обеспечивались бы наилучшие результаты, т.е. **правило решения должно быть оптимальным в среднем, статистически. Для характеристики подобных противоречивых ситуаций вводят понятие среднего риска.**

Рассмотрим возможные ситуации при различении или обнаружении сигналов:

- 1) (A_1^*, A_1) - правильный приём сигнала s_1 (правильное обнаружение);
- 2) (A_2^*, A_1) - ошибочный приём сигнала s_2 (пропуск сигнала);
- 3) (A_1^*, A_2) - ошибочный приём сигнала s_1 (ложная тревога);
- 4) (A_2^*, A_2) - правильный приём сигнала s_2 (правильное обнаружение);

ние).

Каждая из ситуаций характеризуется своей вероятностью P_i , причём $\sum P_i = 1$. Поставим в соответствие каждой возможной ситуации некоторую плату за ошибку, или риск R_i . Для ошибочных ситуаций этот риск больше, а для безошибочных – меньше или равен нулю. В силу случайного характера ситуаций плата за ошибку является случайной. **Средний риск (средняя плата) $\langle R \rangle$** представляет математическое ожидание величины R :

$$\langle R \rangle = \sum R_i P_i, \quad (2.2)$$

где R_i - риск (плата) за i -ю ситуацию; P_i - вероятность i -ой ситуации.

Обозначим значение риска за ошибочные ситуации $R_F = R(A_1^*, A_2)$ и $R_{\hat{D}} = R(A_2^*, A_1)$ и будем считать нулевой плату за безошибочные ситуации.

Тогда средний риск можно записать в виде

$$\langle R \rangle = R_F P(A_1^*, A_2) + R_{\hat{D}} P(A_2^*, A_1). \quad (2.3)$$

Вероятности, входящие в выражение (2.3), согласно теореме умножения вероятностей, можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} P(A_1^*, A_2) &= P(A_2)P(A_1^* | A_2) = P(A_2)P_{e2}; \\ P(A_2^*, A_1) &= P(A_1)P(A_2^* | A_1) = P(A_1)P_{e1}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В задачах обнаружения указанные вероятности определяются через \hat{D} и F :

$$\begin{aligned} P(A_1^*, A_2) &= P(A_2)F; \\ P(A_2^*, A_1) &= P(A_1)\hat{D}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

С учётом соотношений (2.3) и (2.5) запишем средний риск:

$$\langle R \rangle = R_F P(A_2)F + R_{\hat{D}} P(A_1)\hat{D}. \quad (2.6)$$

Из всех систем обнаружения наилучшей следует считать ту, которая обеспечивает наименьший средний риск. Таким образом, можно говорить об обнаружителе, оптимальном по критерию минимума среднего риска.

Для РТС ПИ плата за ошибки R_F и $R_{\hat{D}}$ обычно одинакова. Если положить $R_F = R_{\hat{D}} = 1$, то из формулы (2.3) с учётом соотношений (2.4) следует

$$\langle R \rangle = P(A_1)P_{e1} + P(A_2)P_{e2} = P_e. \quad (2.7)$$

Здесь P_e - полная вероятность ошибочного приёма сигналов (вероятность полной ошибки), а критерий минимума среднего риска сводится к критерию минимума вероятности полной ошибки. Этот критерий носит название

критерия идеального наблюдателя. При равных априорных вероятностях появления сигналов s_1 и s_2 , т.е. $P(A_1) = P(A_2) = 0,5$ средний риск становится полной вероятностью ошибочного приёма для симметричной системы передачи двоичных сообщений: $\langle R \rangle = P_e = 0,5(P_{e1} + P_{e2})$.

Рассмотрим другие частные критерии, следующие из минимизации среднего риска (2.6). Положив $\hat{D} = 1 - D$, можно записать:

$$\langle R \rangle = R_{\hat{D}} P(A_1)(1 - (D - l_o F)), \quad (2.8)$$

$$\text{где } l_o = R_F P(A_2) / (R_{\hat{D}} P(A_1)).$$

Поскольку $R_{\hat{D}} P(A_1) > 0$, критерий минимума среднего риска (2.8) сводится к максимизации разности

$$D - l_o F = \max \quad (2.9)$$

Это **весовой критерий**. Согласно этому критерию, **необходимо стремиться к увеличению взвешенной разности за счёт повышения условной вероятности правильного обнаружения и снижения условной вероятности ложной тревоги**. Множитель l_o называют **весовым**, он зависит от соотношения плат за ошибки и от аппаратурных вероятностей наличия или отсутствия цели (сигнала).

Сравним две системы, одна из которых является оптимальной по критерию (2.9). Тогда $D_{opt} - l_o F_{opt} \geq D' - l_o F'$ или $D_{opt} \geq D' + l_o (F_{opt} - F')$.

Отсюда при $F' = F_{opt}$

$$D_{opt} \geq D'. \quad (2.10)$$

Соотношение (2.10) остаётся в силе и в случае, если $F' \leq F_{opt}$. Это означает, что **оптимальная система обеспечивает наибольшую вероятность правильного обнаружения (наименьшую вероятность пропуска) из всех систем, у которых вероятность ложной тревоги не больше, чем у оптимальной системы**. Указанные условия составляют содержание **критерия Неймана-Пирсона**. Как и критерий идеального наблюдателя, он является следствием критерия минимума среднего риска.

Достоинством его следует считать независимость от априорных вероятностей наличия или отсутствия цели (сигнала), что существенно при решении задач радиолокационного обнаружения.

2.2 Оптимальное обнаружение детерминированных сигналов

2.2.1 Постановка задачи

На интервале $[0, T]$ наблюдается аддитивная смесь $r(t)$ сигнала и шу-

ма (1.15). Сигнал представляет детерминированную функцию времени и известных параметров (1.8). Статистические свойства помехи $n(t)$, представляющей гауссовский белый шум, считаются известными и определяются соотношениями (1.16). Задача правильного обнаружения сводится к определению правила оценивания параметра обнаружения θ (т.е. к нахождению оценки $\theta^* = \theta^*(r(t))$), обеспечивающего минимум среднего риска (или максимум весового критерия). Алгоритм оптимального обнаружения должен определить математические операции, по которым для каждой принятой реализации $r(t)$ можно найти наиболее рациональный ответ о наличии или отсутствии сигнала. Далее необходимо определить качественные показатели обнаружителя, т.е. условные вероятности D и F , и выяснить путь реализации оптимального обнаружителя.

2.2.2 Методика решения задачи обнаружения

Для решения задачи оптимального обнаружения воспользуемся критерием (2.9). Чтобы определить оптимальное решающее правило $\theta^* = \theta^*(r(t))$, необходимо записать развёрнутое выражение вероятностей D и F . Эти вероятности характеризуются условными плотностями вероятности реализации $r(t)$ при наличии и отсутствии сигнала в смеси. Чтобы определить плотности вероятности, рассмотрим простейший метод дискретного наблюдения, при котором берутся отсчёты функции $r(t)$ через равные отрезки времени Δt . При этом интервал наблюдения разбивается на m равных элементарных интервалов, где $m = T/(\Delta t)$. Введём осреднённые за элементарный интервал Δt значения колебания $r(t)$, сигнала $s(t)$ и шума $n(t)$:

$$r_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i - \Delta t}^{t_i} r(t) dt; \quad s_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i - \Delta t}^{t_i} s(t) dt; \\ n_i(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i - \Delta t}^{t_i} n(t) dt. \quad (2.11)$$

Очевидно, что

$$n_i = r_i - s_i. \quad (2.12)$$

Таким образом, рассматриваются системы случайных величин, которые полностью характеризуются многомерными (m -мерными) плотностями вероятности. В дальнейшем нас будет интересовать предельный случай, когда $\Delta t \rightarrow 0$. Определим совместную плотность вероятности для случайных величин n_i , $i = 1, \dots, m$. Случайные величины n_i с учётом условий (1.26) и (2.11) являются гауссовскими и имеют характеристики: $\langle n_i \rangle = 0$;

$\sigma_{ni}^2 = \langle n_i^2 \rangle = N_o / (2\Delta t)$; $\langle n_i n_j \rangle = 0$ при $i \neq j$. Тогда совместная плотность вероятности на основании независимости случайных величин n_i , входящих в совокупность, примет вид

$$\begin{aligned} \omega(n_1, n_2, \dots, n_m) &= \omega(n) = \prod_{i=1}^m \omega(n_i) = \\ &= \left(\frac{\pi N_o}{\Delta t} \right)^{-m/2} \exp \left(-\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^m n_i^2 \Delta t \right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь и в дальнейшем для сокращения записей вектором обозначены совокупности значений $n = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}$. Знаком $\prod_{i=1}^m$ обозначено произведение, в данном случае – одномерных плотностей вероятности независимых случайных величин n_i .

При отсутствии сигнала в смеси $r_i = n_i$, поэтому условная плотность вероятности совокупности значений реализации r совпадает с плотностью вероятности помехи (2.13), куда вместо n_i следует поставить r_i .

При условии действия суммы сигнала и шума, подставив значения n_i из выражения (2.12), можно записать условную плотность вероятности совокупности значений реализации r в следующем виде:

$$\begin{aligned} \omega_{c.n}(r) &= \omega_n(r - s) = \\ &= \left(\frac{\pi N_o}{\Delta t} \right)^{-m/2} \exp \left(-\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^m (r_i - s_i)^2 \Delta t \right). \end{aligned} \quad (2.14)$$

При рассмотрении реализации r в виде совокупности случайных величин решающее правило представляет функцию этой системы случайных величин $\theta^*(r) = \theta^*(r_1, r_2, \dots, r_m)$. По условию, решающая функция может принимать только два значения: 0 и 1. Вероятность D определяется при действии в смеси $r(t)$ и сигнала, и шума, т.е. плотностью вероятности $\omega_{c.n.}(r)$. В случае произвольной решающей функции $\theta^*(r)$ условная вероятность D принятия решения $\theta^* = 1$ определяется выражением

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} \theta^*(r) \omega_{c.n.}(r) dr.$$

Аналогично при действии одной помехи и произвольной решающей функции $\theta^*(r)$ условная вероятность F принятия решения $\theta^* = 1$ определяется выражением

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} \theta^*(r) \omega_n(r) dr.$$

Используя приведённые выражения, запишем взвешенную разность, входящую в формулу (2.9):

$$D - l_o F = \int_{-\infty}^{\infty} \theta^*(r) \omega_n(r) (l(r) - l_o) dx. \quad (2.15)$$

Здесь введено обозначение

$$l(r) = \omega_{c.n.}(r) / \omega_n(r), \quad (2.16)$$

которое называется **соотношением правдоподобия**.

Согласно критерию (2.9), оптимальной считается та система, которая обеспечивает наибольшее значение взвешенной разности (2.15). Поэтому необходимо отыскать такую решающую функцию $\theta^*(r)$, которая максимизирует подинтегральное выражение при всех сочетаниях значений r_1, r_2, \dots, r_m . Можно убедиться в том, что оптимальная решающая функция имеет вид

$$\theta_{opt}^*(r) = \begin{cases} 1, & \text{если } l(r) > l_o; \\ 0, & \text{если } l(r) < l_o, \end{cases} \quad (2.17)$$

т.е. принимается решение о наличии цели (сигнала), если отношение правдоподобия превышает порог l_o , и принимается решение об отсутствии цели (сигнала), если отношение правдоподобия оказывается меньше порога l_o . Таким образом, **оптимальный обнаружитель действует по следующему алгоритму: по принятым значениям r_1, \dots, r_m вычисляется отношение правдоподобия и производится его сравнение с порогом.**

Отношение правдоподобия (2.16) с учётом выражений (2.13) и (2.14) можно представить в виде

$$l(r) = \exp\left(-\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^m s_i^2 \Delta t\right) \exp\frac{2}{N_o} \sum_{i=1}^m r_i s_i \Delta t. \quad (2.18)$$

Чтобы осуществить переход к непрерывному наблюдению $r(t)$, необходимо в выражении (2.18) перейти к пределу $\Delta t \rightarrow 0$. При этом отношение правдоподобия (функция переменных r_1, \dots, r_m) перейдёт в **функционал отношения правдоподобия**:

$$l(r(t)) = \exp\left(-\frac{1}{N_o} \int_0^T s^2(t) dt\right) \exp\left(\frac{2}{N_o} \int_0^T r(t) s(t) dt\right). \quad (2.19)$$

Функционалом называют переменную величину, значение которой зависит от вида функции. Оптимальное решающее правило (2.17) для непрерывного наблюдения записывается следующим образом:

$$\theta_{opt}^*(r(t)) = \begin{cases} 1, & \text{если } l(r(t)) > l_o; \\ 0, & \text{если } l(r(t)) < l_o. \end{cases} \quad (2.20)$$

Правило сохраняется при переходе к монотонным функциям от $l(r(t))$. В частности, применив логарифмическую функцию, получим

$$1nl(r(t)) = -\frac{E}{N_o} + \frac{2}{N_o} z(r(t)),$$

где $E = \int_0^T s^2(t) dt$ - энергия сигнала;

$$z(r(t)) = z(T) = \int_0^T r(t)s(t) dt \quad (2.21)$$

есть корреляционный интеграл. С учётом этих соотношений оптимальное решающее правило принимает следующий вид:

$$\theta_{opt}^*(r(t)) = \begin{cases} 1, & \text{если } z(T) > z_n; \\ 0, & \text{если } z(T) < z_n, \end{cases} \quad (2.22)$$

где порог $z_n = (1nl_o + E/N_o) N_o/2$.

2.2.3 Корреляционный оптимальный обнаружитель

В соответствии с алгоритмом обнаружения (2.21), (2.22) структурная схема оптимального обнаружителя может быть представлена виде корреляционного приёмника с пороговым устройством (рисунок 2.1). В пороговом устройстве (ПУ) производится сравнение значения корреляционного интеграла в момент ожидаемого окончания действия сигнала T с порогом z_n и принимается решение о наличии или отсутствии цели (сигнала). Начало интегрирования и его окончание совпадают по времени с началом и окончанием ожидаемого сигнала $s(t)$, что обеспечивается устройством синхронизации (УС). Это же устройство синхронизирует работу генератора опорного сигнала (ГОС) для коррелятора.

Работа корреляционного обнаружителя поясняется временными диаграммами в точках 1-4 оптимального обнаружителя представленными на рисунке 2.2. Диаграммы рисунка 2.2, а соответствуют наличию в смеси $r(t)$ и сигнала, и шума, диаграммы на рисунке 2.2, б – наличию в смеси только шума. Сравнение напряжения, вырабатываемого на выходе интегратора с порогом производится в момент времени $t = T$, при этом величине $z(T)$ является случайной и зависит от реализации шума на интервале $[0, T]$. При

наличии в смеси $r(t)$ сигнала и шума величину $z(t)$ можно представить в виде суммы:

$$z(T) = \int_0^T s^2(t) dt + \int_0^T n(t)s(t) dt = E + z_{cn}.$$

Второе слагаемое z_{cn} представляет случайную величину. Её среднее значение равно нулю. Действительно, с учётом условия (1.26) имеем

$$\langle z_{cn} \rangle = \langle \int_0^T n(t)s(t) dt \rangle = \int_0^T \langle n(t) \rangle s(t) dt = 0. \quad (2.23)$$

Дисперсия случайной величины z_{cn} определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle z_{cn}^2 \rangle &= \int_0^T \int_0^T \langle n(t_1)n(t_2) \rangle s(t_1)s(t_2) dt_1 dt_2 = \\ &= (N_0/2) \int_0^T \int_0^T \delta(t_1 - t_2) s(t_1)s(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что автокорреляционная функция белого шума определяется δ -функции (1.25), получаем

$$\langle z_{cn}^2 \rangle = \frac{N_0}{2} \int_0^T s^2(t_1) dt_1 = N_0 E / 2. \quad (2.24)$$

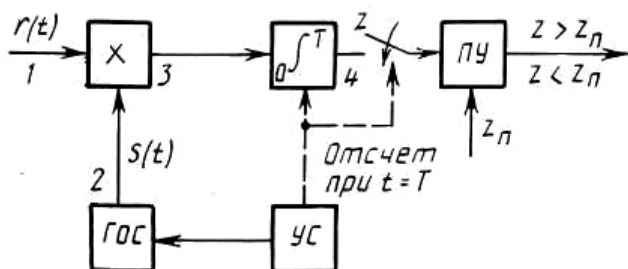


Рисунок 2.1 – Структурная схема оптимального обнаружителя.

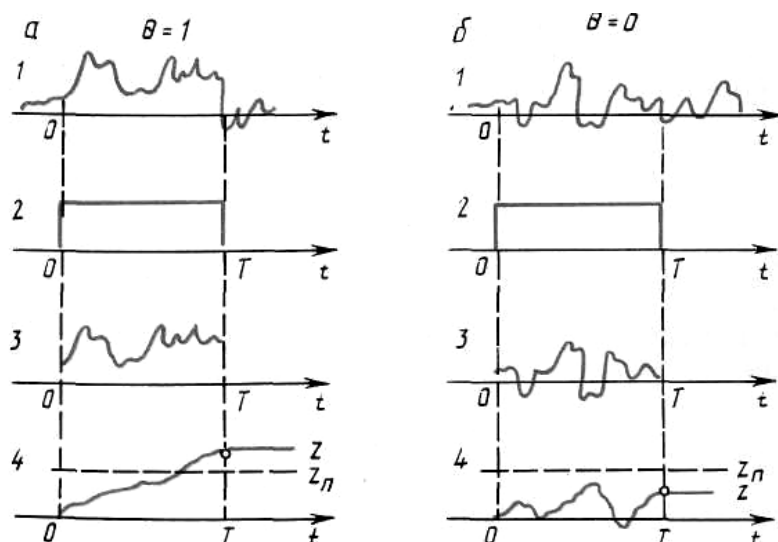


Рисунок 2.2 – Временные диаграммы напряжений в точках 1-4 оптимального обнаружителя.

Введём обозначение сигнал/шум q как отношение квадрата максимального значения сигнальной составляющей напряжения на выходе интегратора к среднему квадрату случайной составляющей:

$$q = E^2 / (N_0 E / 2) = 2E / N_0.$$

Заметим, что **отношение сигнал/шум на выходе интегратора определяется энергией сигнала и спектральной плотностью шума. Оно не зависит от формы обнаруживаемого сигнала, если шум белый.**

2.2.4 Качественные показатели оптимального обнаружителя

Определим вероятность правильного обнаружения и ложной тревоги. Для этого необходимо знать условные плотности вероятности напряжения $z(T)$, вырабатываемого интегратором при наличии и отсутствии сигнала в смеси $r(t)$.

Поскольку шум $n(t)$ гауссовский, то случайная величина $z(T)$ также имеет гауссовскую плотность вероятности с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_z^2 = \langle z_{cl}^2 \rangle$:

$$w(z_{cl}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{z_{cl}^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (2.25)$$

При отсутствии сигнала в смеси $r(t)$ условная плотность вероятности $w_n(z)$ совпадает с выражением (2.25), куда вместо z_{cl} следует подставить $z(T) = z$. При действии в смеси сигнала и шума случайная величина $z(T)$ имеет гауссовскую плотность вероятности с математическим ожиданием $\langle z \rangle = E$ и дисперсией σ_z^2 :

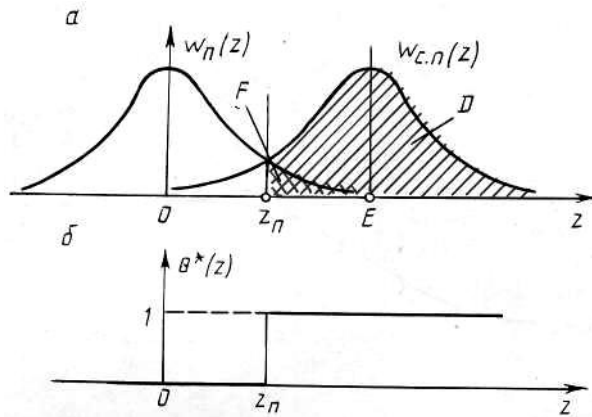
$$w_{c.n.}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left(-\frac{z(T) - E}{2\sigma_z^2}\right). \quad (2.26)$$

В соответствии с правилом обнаружения (2.22) условную вероятность ложной тревоги определим как вероятность превышения порога z_n случайной величиной z , если на входе обнаружителя действует только шум:

$$F = \int_{z_n}^{\infty} w_n(z) dz. \quad (2.27)$$

Условная вероятность правильного обнаружения определяется вероятностью превышения порога z_n случайной величиной z , если на входе обнаружителя действуют сигнал и шум:

$$D = \int_{z_n}^{\infty} w_{c.n.}(z) dz. \quad (2.28)$$



а – условные плотности вероятности $w_n(z)$ и $w_{c.n.}(z)$; б – решающая функция $\theta^*(z)$.

Рисунок 2.3 – Графическое определение вероятности правильного обнаружения D и ложной тревоги F .

На рисунке 2.3 приведены кривые условных вероятностей $w_n(z)$ и $w_{c.n.}(z)$ (а) и функция $\theta^*(z)$, соответствующая оптимальному решающему правилу (б). Заштрихованные площади под кривыми численно равны вероятностям D и F . Для вычисления вероятности F воспользуемся формулой (2.27) и, подставив в неё выражение $w_n(z)$, после замены переменной $t = z/\sigma_z$ получим

$$F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \int_{z_n}^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_n/\sigma_z}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt =$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{z_n}{\sigma_z}\right),$$

где

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \Phi(x) \quad (2.29)$$

есть интеграл вероятности, таблицы которого приведены в справочниках. Вид функции $\Phi(x)$ показан на рис. 2.4.

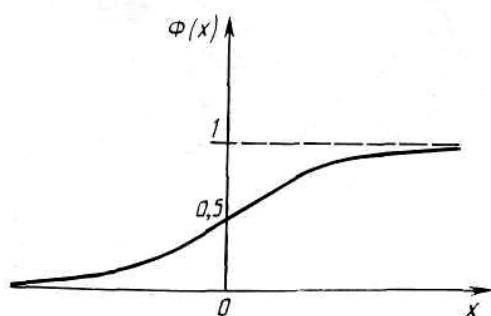


Рисунок 2.4

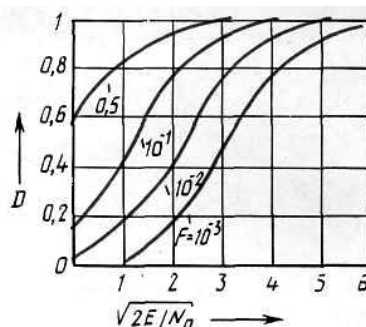


Рисунок 2.5

Вероятность правильного обнаружения вычисляется аналогично после подстановки в формулу (2.28) выражения (2.26) и замены переменной $t = (z - E)/\sigma_z$:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \int_{z_n}^{\infty} \exp\left(-\frac{(z - E)^2}{2\sigma_z^2}\right) dz = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(z_n - E)/\sigma_z}^{\infty} \exp(-t^2/2) dt = 1 - \Phi\left(\frac{z_n - E}{\sigma_z}\right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Учитывая выражение для σ_z^2 [см. формулу (2.24)], можно в аргумент функции Φ в соотношении (2.30) ввести отношение сигнал/шум q . Обозначим через $h_n = z_n/\sigma_z$ относительное значение порога. Тогда условные вероятности F и D можно записать в следующем виде:

$$F = 1 - \Phi(h_n); \quad (2.31)$$

$$D = 1 - \Phi(h_n - \sqrt{q}). \quad (2.32)$$

Семейство зависимостей вероятности правильного обнаружения D от отношения сигнал/шум при фиксированных значениях вероятности ложной тревоги F называют **характеристиками обнаружения**. Кривые обнаружения детерминированного сигнала приведены на рисунке 2.5. По этим кривым можно определить **пороговый сигнал** (пороговое отношение сигнал/шум) — сигнал, который при данной вероятности ложной тревоги F можно обнару-

жить с требуемой вероятностью правильного обнаружения. **Пороговый сигнал в оптимальном приёмнике характеризуется энергией и не зависит от формы сигнала.** На практике порог устанавливается по величине дисперсии шума на выходе коррелятора σ_z^2 . По таблицам интеграла вероятности определяют значение аргумента h_n (относительного порога) при заданной вероятности ложной тревоги [см. формулу (2.31)]. При известной дисперсии σ_z^2 определяют порог $z_n = h_n \sigma_z^2$.

На практике приём детерминированных сигналов, как правило, не встречается, поэтому приведённые результаты следует рассматривать как потенциальный предел, достижимый при обнаружении сигнала в белом шуме.

2.2.5 Согласованные фильтры в оптимальных обнаружителях

Значение $z(T)$ может быть получено не только с помощью корреляционного приёмника, но также с помощью линейного фильтра, который называют **согласованным (оптимальным фильтром)**.

Потребуем, чтобы линейный фильтр обеспечивал на своём выходе напряжение, пропорциональное значению корреляционного интеграла $z(t_3)$ при произвольном времени t_3 приход сигнала $s(t - t_3)$. Запишем корреляционный интеграл в виде

$$z(t_3) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)s(t - t_3)dt. \quad (2.33)$$

Выражение (2.33) представляет интеграл свёртки, которую осуществляет линейный фильтр. Если импульсная реакция линейного фильтра (реакция на δ -функцию) описывается функцией $g(t)$, то реакция фильтра на произвольное воздействие $r(t)$ выражается следующим образом:

$$u_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau)r(\tau)d\tau. \quad (2.34)$$

Здесь необходимо учитывать, что для физически реализуемого фильтра при $t < 0$ импульсная реакция тождественно равна нулю: $g(t) \equiv 0$.

Для определения импульсной реакции согласованного фильтра потребуем, чтобы напряжение на его выходе в момент времени $t = t_3 + t_0$ (t_0 - некоторая постоянная величина) с точностью до вещественного множителя C равнялось величине корреляционного интеграла:

$$u_{\text{вых}}(t_3 + t_0) = C z(t_3). \quad (2.35)$$

Это равенство означает, что на выходе согласованного фильтра должны последовательно во времени воспроизводиться текущие значения корреляцион-

ного интеграла с некоторой постоянно задержкой t_0 . В соответствии с соотношениями (2.33) – (2.35) получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t_3 + t_0 - \tau)r(\tau)d\tau = C \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau - t_3)r(\tau)d\tau.$$

Это равенство тождественно выполняется в случае, если $g(t_3 + t_0 - \tau) = Cs(\tau - t_3)$.

Введём новую переменную $t = t_3 + t_0 - \tau$ и получим выражение для импульсной реакции согласованного (оптимального) фильтра:

$$g(t) = g_{opt}(t) = Cs(t_0 - t), \quad (2.36)$$

где C , t_0 - постоянные величины.

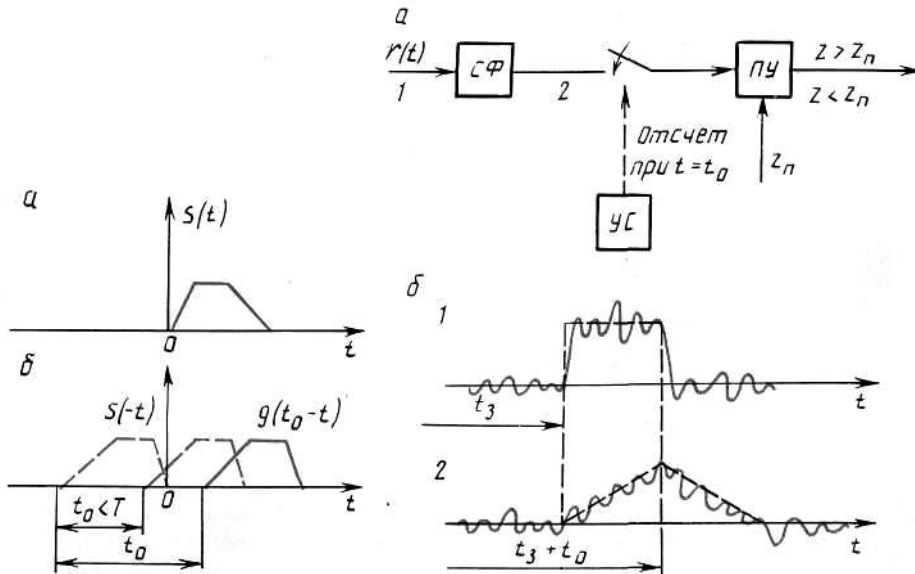
В момент времени $t_3 - t_0$ согласованный фильтр обеспечивает на входе напряжение, пропорциональное величине корреляционного интеграла $z(t_3)$. Следовательно, такой фильтр можно использовать при оптимальном обнаружении сигналов.

Импульсная реакция согласованного фильтра в соответствии с формулой (2.36) представляет функцию $s(t)$, в которой аргумент t заменён на $(t_0 - t)$. Это означает зеркальное отображение функции $s(t)$ (сигнала) относительно прямой $t = (t_0/2 + \varepsilon) = Cs(t_0/2 - \varepsilon)$.

Рисунок 2.6 иллюстрирует операцию зеркального отображения сигнала (а) и образования функции $g_{opt}(t)$ (б). Постоянные C и t_0 позволяют учесть требования, которые необходимо выполнять для оптимального приёма сигнала. Величина C выбирается из условия обеспечения требуемого уровня сигнала на выходе фильтра. При выборе C необходимо соответствующим образом установить порог обнаружения, чтобы обеспечить требуемую вероятность ложной тревоги. **Величина t_0 определяется из условия физической реализуемости фильтра.** Поскольку при $t < 0$ $g_{opt}(t) = 0$, необходимо, чтобы

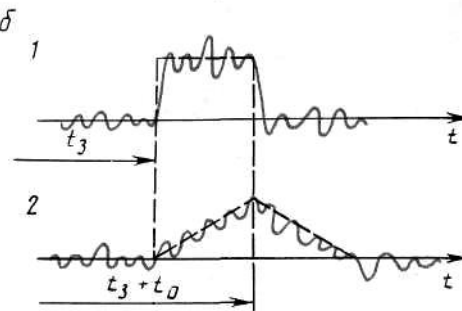
$$t_0 \geq T, \quad (2.37)$$

где T - продолжительности сигнала. При не выполнении условия (2.37) импульсная реакция фильтра опережает входное воздействие δ -функции (см. 2.6, б), что противоречит условию физической реализуемости фильтра.



а – зеркально отображение сигнала;
 б – оптимальная функция $g_{opt}(t)$

Рисунок 2.6



а – структурная схема обнаружителя; б – временные диаграммы напряжений на входе и выходе согласованного фильтра

Рисунок 2.7

Можно убедиться в том, что на выходе согласованного фильтра в момент времени $t = t_0 + t_3$ обеспечивается отношение сигнал/шум $q = 2E/N_0$, т.е. такое же, как и на выходе коррелятора. Следовательно, характеристики обнаружения при использовании согласованных фильтров будут определяться соотношениями (2.31) и (2.32). Структурная схема такого обнаружителя приведена на рисунке 2.7, а. Временные диаграммы на входе и выходе согласованного фильтра (в точках 1 и 2) показаны на рисунке 2.7, б.

Определим частотную характеристику согласованного фильтра. Комплексный коэффициент передачи фильтра связан с импульсной реакцией преобразованием Фурье:

$$K_{opt}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_{opt}(t) \exp(-j\omega t) dt. \quad (2.38)$$

Подставив в формулу (2.38) выражение (2.36) для импульсной реакции и произведя замену переменной $\tau = t_0 - t$, получим

$$K_{opt}(j\omega) = C \int_{-\infty}^{\infty} s(t_0 - t) \exp(-j\omega t) dt = \\ = C \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \exp(j\omega \tau) \exp(-j\omega t_0) d\tau. \quad (2.39)$$

Введём спектральную функцию сигнала $s(t)$:

$$S_s(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \exp(-j\omega\tau) dt, \quad (2.40)$$

тогда $S_s^*(j\omega) \equiv S_s(-j\omega)$ - комплексно-сопряжённая спектральная функция сигнала. С учётом формулы (2.40) выражение (2.39) примет вид:

$$K_{opt}(j\omega) = C S_s^*(j\omega) \exp(-j\omega t_0). \quad (2.41)$$

Модуль комплексного коэффициента передачи определяет амплитудно-частотную характеристику согласованного фильтра:

$$|K_{opt}(j\omega)| = C |S_s(j\omega)|. \quad (2.42)$$

Здесь учтено, что модули комплексно-сопряжённых спектральных функций $S_s(j\omega)$ и $S_s^*(j\omega)$ равны.

Из выражения (2.42) следует, что **амплитудно-частотная характеристика согласованного фильтра с точностью до постоянного множителя совпадает с амплитудно-частотным спектром сигнала**. В этом проявляется свойство согласованности оптимального фильтра: он подчёркивает наиболее интенсивные составляющие спектра сигнала и подавляет вместе с шумом наименее интенсивные составляющие спектра.

Аргумент комплексного коэффициента передачи определяется выражением

$$\arg K_{opt}(j\omega) = -\arg S_s(j\omega) - \omega t_0,$$

т.е. состоит из аргумента спектральной функции ожидаемого сигнала, взятого с обратным знаком, и аргумента задержки - ωt_0 . **Фазо-частотная характеристика согласованного фильтра** обеспечивает компенсацию фазовых сдвигов спектральных составляющих сигнала, что приводит к их одновременному наложению в момент времени $t = t_s - t_0$ и достижению максимума сигнала на выходе фильтра. Действительно, приняв $t_s = 0$, получим

$$\begin{aligned} u_{c.ф.}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_{opt}(j\omega) S_s(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega = \\ &= \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(j\omega)|^2 \exp(j\omega(t - t_0)) d\omega. \end{aligned}$$

Квадрат модуля $|S_s(j\omega)|^2$ представляет чётную функцию частоты. Представив $\exp(j\omega(t - t_0))$ по формуле Эйлера, получим в правой части вы-

ражение для $u_{c.\phi}(t)$ сумму двух интегралов. С учётом равенства нулю интеграла от нечётной функции будем иметь

$$u_{c.\phi}(r) = \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(j\omega)|^2 \cos(\omega(t-t_0)) d\omega.$$

При $t = t_0$ получаем наибольшее значение интеграла

$$u_{c.\phi}(t_0) = \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(j\omega)|^2 d\omega = CE.$$

Здесь учтено равенство Парсеваля, в соответствии с которым энергия сигнала определяется интегралом от квадрата модуля спектральной функции.

Величина $u_{c.\phi}(t_0)$ соответствует максимальному значению сигнала на выходе согласованного фильтра.

2.2.6 Реализация согласованных фильтров

Рассмотрим некоторые виды сигналов и соответствующие им согласованные фильтры.

Согласованный фильтр для прямоугольного видеоимпульса определяется следующими характеристиками. Сигнал имеет вид

$$s(t) = A \operatorname{rect} \left[\frac{t}{\tau_u} \right] = \begin{cases} A, & t \in 0, \tau_u ; \\ 0, & t \in \bar{0}, \tau_u . \end{cases} \quad (2.43)$$

Спектральная функция такого сигнала

$$S_s(j\omega) = A \int_0^{\tau_u} \exp(-j\omega t) dt = \frac{A}{j\omega} (1 - \exp(-j\omega \tau_u)).$$

Положим $t_0 = \tau_u$ и найдём комплексный коэффициент передачи согласованного фильтра по формуле (2.41):

$$K_{opt}(j\omega) = \frac{CA}{i\omega} (1 - \exp(-j\omega \tau_u)).$$

Функциональная схема фильтра приведена на рисунке 2.8, а. Фильтр содержит идеальный усилитель с коэффициентом усиления $K_0 = CA$, интегратор, линию задержки на время τ_u и вычитающее устройство. Реакция согласованного фильтра на сигнал показана на рисунке 2.8, б. Форма напряжения соответствует автокорреляционной функции прямоугольного импульса:

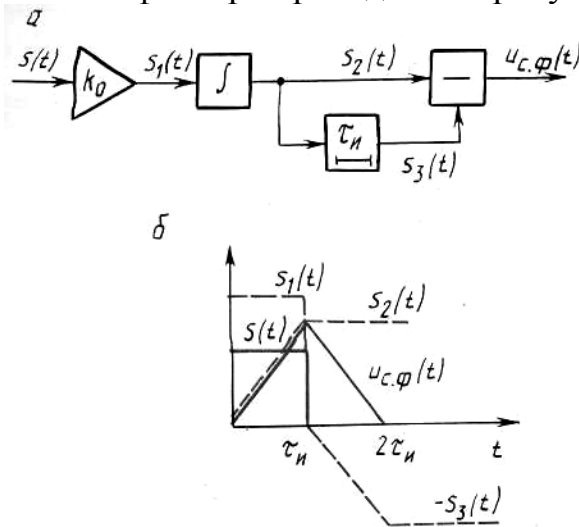
$$u_{c.\phi}(t) = CE \left(1 - \frac{|t - \tau_u|}{\tau_u} \right), \quad t \in 0, 2\tau_u .$$

Максимум напряжения $u_{c.\phi}(t)$ достигается при $t = \tau_u$.

В случае **согласованного фильтра для последовательности знакопеременных импульсов (псевдослучайной последовательности - ПСП)** сигнал задан в виде

$$s(t) = \sum_{\mu=0}^{N-1} v_{\mu} \text{rect}\left(\frac{t - \mu\tau_{\text{э}}}{\tau_{\text{э}}}\right),$$

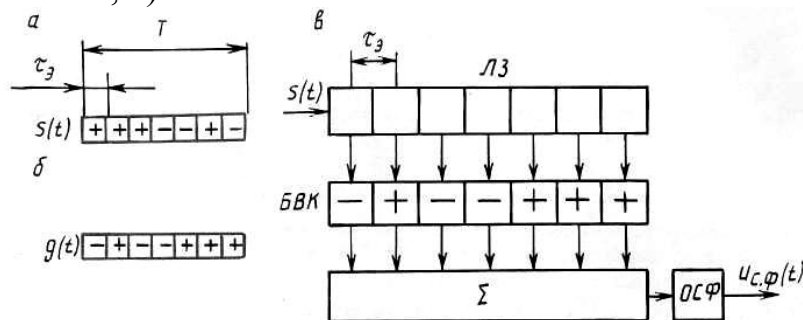
где v_{μ} принимает значения ± 1 в соответствии с законом ПСП; $\tau_{\text{э}}$ - длительность элемента ПСП. Пример чередования знаков в ПСП показан на рисунке 2.9, а. Соответствующая последовательности импульсная реакция согласованного фильтра приведена на рисунке 2.9, б.



а – функциональная схема фильтра;
 б – реакция согласованного фильтра на сигнал $s(t)$

Рисунок 2.8 – Согласованный фильтр для прямоугольного видеоимпульса.

Фильтр в данном случае может быть реализован с помощью многоотводной линии задержки (ЛЗ) и блока весовых коэффициентов (БВК), на выходах которого формируются напряжения, подаваемые на выходы сумматора (рисунок 2.9, в).



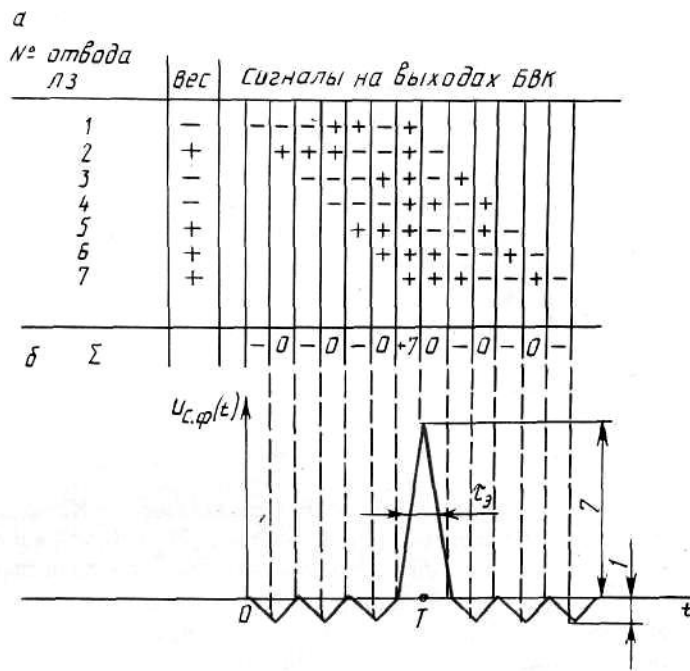
а – пример чередования знаков в ПСП; б – импульсная реакция согласованного фильтра для ПСП; в – согласованный фильтр для ПСП.

Рисунок 2.9 – Согласованный фильтр для последовательности знакопеременных импульсов

На выходе сумматора включен оконечный фильтр (ОСФ), согласованный с элементом ПСП – прямоугольным импульсом, имеющим длительность τ_3 .

Процесс формирования выходной реакции согласованного фильтра для ПСП показан на рисунке 2.10, а. Для шумоподобного сигнала, каким является ПСП, наблюдается эффект сжатия сигнала (рисунок 2.10, б), проявляющийся в сокращении эффективной продолжительности сложного сигнала в результате согласованной фильтрации. Коэффициент сжатия (на уровне 0,5 максимального значения выходного напряжения) определяется базой сигнала и в рассматриваемом случае равен $N = T/\tau_3$, где T - продолжительность ПСП. Таким образом, **ширина спектра выходного сигнала согласованного фильтра остаётся такой же, как и у входного сигнала.**

Отметим, что согласованный фильтр, обеспечивая максимальное отношение сигнал/шум на выходе, существенно изменяет форму сигнала.



а – на выходе БВК; б – на выходе оконечного согласованного фильтра.

Рисунок 2.10 – Процесс формирования выходной реакции согласованного фильтра для ПСП

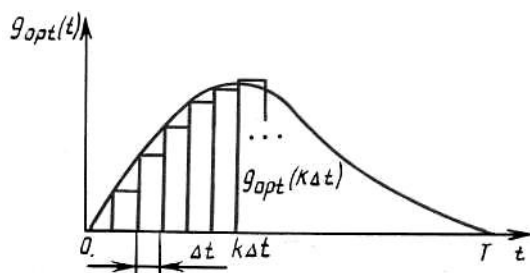


Рисунок 2.11 – Приближённое представление импульсной реакции $g_{opt}(t)$.

Использование линий задержки и весового суммирования возможно не только для дискретных сигналов. Такое использование основано на приближённом представлении импульсной реакции $g_{opt}(t)$ в виде ступенчатой функции (рисунок 2.11):

$$g_{opt}(t) \cong \sum_{k=0}^{M-1} g_{opt}(k\Delta t) \text{rect}\left(\frac{t-k\Delta t}{\Delta t}\right). \quad (2.44)$$

Интервал Δt выбирается из условия обеспечения требуемой точности аппроксимации импульсной реакции. Если эффективная ширина спектра функции $g_{opt}(t)$ ограничена частотой F_g , то по теореме Котельникова, необходимый интервал Δt должен быть не более $1/2F_g$.

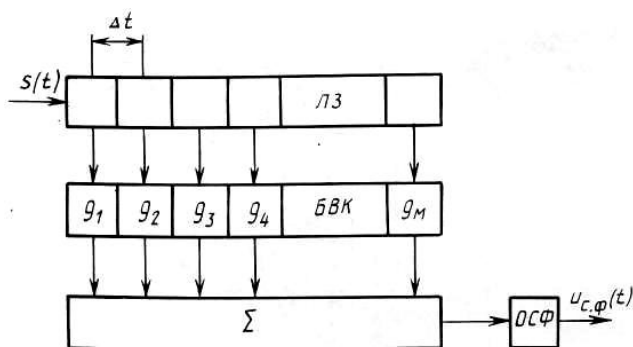


Рисунок 2.12 – Структурная схема согласованного фильтра на линии задержки.

Коэффициенты в блоке весовых коэффициентов выбираются в соответствии с величинами $g_k \equiv g_{opt}(k\Delta t)$, $k = 1, \dots, M$. Структурная схема согласованного фильтра на линии задержки показана на рисунке 2.12. Оконечный согласованный фильтр согласован с прямоугольным импульсом, имеющим длительность Δt .

2.3 Обнаружение сигналов со случайными параметрами

2.3.1 Постановка задачи

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала, зависящего от случайных неизмеряемых параметров. Примерами такого рода сигналов являются сигнал со случайной начальной фазой, модель которого даётся выражением (1.19), сигнал со случайной начальной фазой и амплитудой (1.20), некогерентные пакеты радиоимпульсов (1.21) и (1.22).

В общем случае при наличии в сигнале случайных параметров наблюдаемую при обнаружении смесь $r(t)$ можно представить в виде $r(t) = \theta s(t, \vec{\beta}) + n(t)$, где $\vec{\beta}$ - вектор случайных параметров сигнала; плотность вероятности $w(\vec{\beta})$ предполагается неизвестной. Для определения алгоритма оптимального обнаружения необходимо вычислить отношение правдоподобия и, воспользовавшись, решающим правилом (2.20), выявить структуру оптимального обнаружителя и его качественные показатели.

2.3.2 Отношение правдоподобия при наличии случайных параметров сигнала

Рассмотрим вначале совместную плотность вероятности дискретных значений r_k принимаемого колебания и случайных неизмеряемых параметров $\vec{\beta} = \beta_1, \dots, \beta_n$. Согласно теореме умножения вероятностей, можно записать:

$$w(r, \vec{\beta}) = w(r)w(\vec{\beta} | r) = w(\vec{\beta})w(r | \vec{\beta}). \quad (2.45)$$

Поскольку, по условию нормировки, интегрирование условной плотности вероятности в бесконечных пределах всегда даёт единицу, после интегрирования левой и правой частей выражения (2.45) по всем значениям $\vec{\beta} = \beta_1, \dots, \beta_n$ получим

$$w(r) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{\beta})w(r | \vec{\beta})d\vec{\beta}. \quad (2.46)$$

По условию, $w(r) = w_{c.n}(r)$ - плотность вероятности реализации величин r_1, \dots, r_m при наличии суммы сигнала и помехи. Разделив обе части равенства (2.46) на плотность вероятности реализации этих величин при условии действия одной помехи $w_n(r)$, получим, согласно формуле (2.16), следующее выражение для отношения правдоподобия:

$$l(r) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{\beta}) \frac{w(r | \vec{\beta})}{w_n(r)} d\vec{\beta}.$$

Отношение плотностей вероятности под знаком интеграла можно рассматривать как **условное (частное) отношение правдоподобия** при фиксированных значениях параметров сигнала.

рованных значениях параметров β_1, \dots, β_n . При этом сигнал становится полностью известным, и для условного отношения правдоподобия справедливы выражения (2.18) и (2.19).

Чтобы получить искомое отношение правдоподобия, входящее в оптимальное решающее правило (2.20), необходимо усреднить частное отношение правдоподобия по всем значениям случайных неизмеряемых параметров с учётом их плотности вероятности:

$$l(r) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{\beta}) l(r | \vec{\beta}) d\vec{\beta}$$

или

$$l(r(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{\beta}) l(r(t) | \vec{\beta}) d\vec{\beta}.$$

Условное отношение правдоподобия в соответствии с выражением (2.19) можно представить в виде

$$l(r(t) | \vec{\beta}) = \exp\left(-\frac{E(\vec{\beta})}{N_0}\right) \exp\left(\frac{2}{N_0} z(r(t) | \vec{\beta})\right),$$

где

$$E(\vec{\beta}) = \int_0^T s^2(t, \vec{\beta}) dt; \quad (2.47)$$

$$z(r(t) | \vec{\beta}) = \int_0^T r(t) s(t, \vec{\beta}) dt. \quad (2.48)$$

Окончательное выражение для отношения правдоподобия при произвольной плотности вероятности случайных параметров сигнала принимает вид

$$l(r(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\vec{\beta}) \exp\left(-\frac{E(\vec{\beta})}{N_0}\right) \exp\left(\frac{2}{N_0} z(r(t) | \vec{\beta})\right) d\vec{\beta} \quad (2.49)$$

Это выражение можно конкретизировать для определённых моделей сигналов.

2.3.3 Отношение правдоподобия для сигнала со случайной начальной фазой

Пусть обнаруживаемый сигнал задан в виде (1.9). Примем здесь $\tau_0 = 0$ и будем считать фазу $\varphi \equiv \beta$ равномерно распределённой на интервале $-\pi, \pi$ с плотностью вероятности $w(\beta) = 1/(2\pi)$.

Для того чтобы воспользоваться общей формулой (2.49), вычислим предварительно энергию (2.47) и корреляционный интеграл (2.48) при фиксированном значении параметра β .

По формуле косинуса суммы, сигнал $s(t, \beta)$ [см. выражение (1.9)] представив в виде

$$s(t, \beta) = S_0(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t)) \cos \beta - \\ - S_0(t) \sin(\omega_0 t + \psi(t)) \sin \beta.$$

Обозначим:

$$s_1(t) = S_0(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t));$$

$$s_2(t) = -S_0(t) \sin(\omega_0 t + \psi(t))$$

и запишем сигнал $s(t, \beta)$ с учётом введённых обозначений

$$s(t, \beta) = s_1(t) \cos \beta + s_2(t) \sin \beta. \quad (2.50)$$

На основании этого выражения условное значение корреляционного интеграла можно записать следующим образом;

$$z(r(t) | \beta) = \int_0^T r(t) s(t, \beta) dt = z_1 \cos \beta + z_2 \sin \beta.$$

Здесь

$$z_i = \int_0^T r(t) s_i(t) dt = z_i(r(t)), i = 1, 2 \quad (2.51)$$

Введём величины Z и Q , определив их соотношениями:

$$Z = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}; \quad (2.52)$$

$$\cos Q = z_1/Z; \sin Q = z_2/Z. \quad (2.53)$$

С учётом этих величин условное значение корреляционного интеграла приводится к виду

$$z(r(t) | \beta) = Z(\cos \beta \cos Q + \sin \beta \sin Q) = \\ = Z \cos(\beta - Q). \quad (2.54)$$

Найдём условное значение энергии $E(\beta)$ сигнала. При малом изменении амплитуды $S_0(t)$ и фазы $\psi(t)$ за период колебаний высокой частоты энергия практически не зависит от начальной фазы β , т.е.

$$E(\beta) = \int_0^T S_0^2(t) \cos^2(\omega_0 t + \psi(t) + \beta) dt \cong \\ \cong \frac{1}{2} \int_0^T S_0^2(t) dt = E. \quad (2.55)$$

Подставив полученные выражения для корреляционного интеграла (2.54) и энергии (2.55) в формулу (2.49) и учитывая плотность вероятности $w(\beta)$, найдём выражение для безусловного отношения правдоподобия:

$$l(r(t)) = \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2Z}{N_0} \cos(\beta - Q)\right) d\beta.$$

Известно, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(u \cos(\beta - Q)) d\beta = I_0(u) \quad (2.56)$$

есть модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Это чётная функция своего аргумента, причём $I_0(0) = 1$ (рисунок 2.13). Учитывая формулу (2.56), запишем отношение правдоподобия для сигнала со случайной начальной фазой в окончательном виде:

$$l(r(t)) = \exp\left(-\frac{E}{N_0}\right) I_0\left(\frac{2Z}{N_0}\right), \quad (2.57)$$

где Z определяется из соотношений (2.51) и (2.52).

2.3.4 Отношение правдоподобия для сигнала со случайными начальной фазой и амплитудой

Предположим, что обнаруживаемый сигнал задан выражением (1.10), в котором $\tau_0 = 0$. Пусть начальная фаза $\varphi \equiv \beta$ равномерно распределена на интервале $-\pi, \pi$, а амплитудный коэффициент A представляет случайную величину с плотностью вероятности Рэля при среднеквадратичном значении, равном единице.

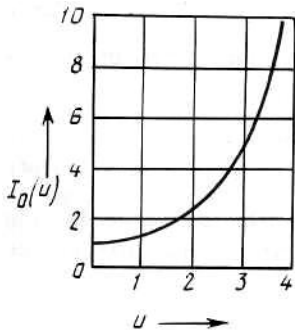


Рисунок 2.13

Для независимых величин A и β совместная плотность вероятности определяется следующим образом:

$$w(\beta, A) = \frac{1}{2\pi} 2A \exp(-A^2), \quad A \geq 0;$$

$$\beta \in (-\pi, \pi).$$

Вычислим корреляционный интеграл $z(r(t) | \beta, A)$ и энергию $E(\beta, A)$ для фиксированных значений параметров β и A . По аналогии с п. 2.3.3. можно получить:

$$z(r(t) | \beta, A) = AZ \cos(\beta - Q);$$

$$E(\beta, A) = A^2 E,$$

где выражения для Z , Q и E совпадают с аналогичными в п. 2.3.3. В отличие от рассмотренного случая сигнала со случайной начальной фазой энергия $E(\beta, A)$ зависит от случайного амплитудного множителя A . Среднее значение энергии определяется следующим образом:

$$E_{cp} = \int_0^{\infty} dA \int_0^{2\pi} E(\beta, A) w(\beta, A) d\beta = E \int_0^{\infty} 2A^3 \exp(-A^2) dA = E,$$

т.е. среднее значение равно энергии сигнала при частном значении $A=1$.

Используя общую формулу (2.49), получим выражение для отношения правдоподобия в виде

$$l(r(t)) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dA \int_0^{2\pi} A \exp(-A^2) \exp\left(-\frac{A^2 E}{N_0}\right) \exp\left(\frac{2AZ}{N_0} \cos(\beta - Q)\right) d\beta.$$

Применив формулу (2.56), а также табличный интеграл

$$\int_0^{\infty} I_0(\mu x) \exp(-\nu x^2) x dx = \frac{1}{2\nu} \exp\left(\frac{\mu^2}{4\nu}\right), \quad (2.58)$$

получим окончательное выражение отношения правдоподобия для сигнала со случайными начальной фазой и амплитудой:

$$l(r(t)) = \frac{N_0}{E + N_0} \exp\left(\frac{1}{N_0} \frac{Z^2}{E + N_0}\right), \quad (2.59)$$

где величина Z определяется по формулам (2.51) и (2.52).

2.3.5 Структурные схемы оптимальных обнаружителей сигналов со случайными параметрами

Алгоритмы оптимального обнаружения рассматриваемых сигналов реализуются на основании полученных выражений для отношения правдоподобия (2.57) и (2.59) и правила (2.20). Решающее правило можно преобразовать, имея в виду, что сравнение с порогом остаётся в силе для любой монотонной функции от отношения правдоподобия.

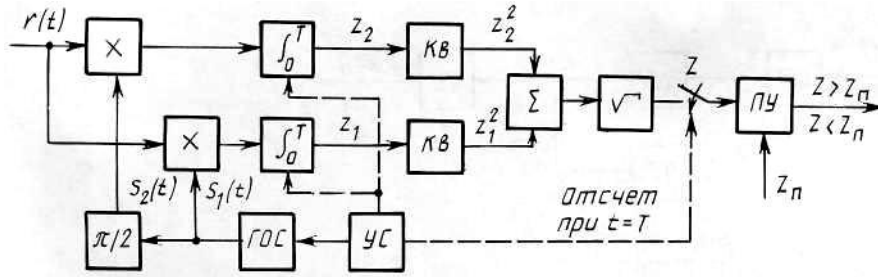


Рисунок 2.14 – Структурная схема квадратурного приёмника

На этом основании запишем оптимальное решающее правило:

$$\theta_{opt}^*(r(t)) = \begin{cases} 1, & \text{если } Z > Z_n; \\ 0, & \text{если } Z < Z_n. \end{cases} \quad (2.60)$$

Используя выражение (2.60), а так же соотношения определяющие величину Z , структурную схему обнаружителя можно представить в виде, изображённом на рисунке 2.14. Такую схему называют **квадратурным приёмником**. Квадратурные каналы организуют благодаря включению фазовращателя в цепь опорного сигнала одного из множителей. Квадраторы (Кв), сумматор (Σ), вычислитель квадратного корня ($\sqrt{\quad}$) обеспечивают формирование на входе ПУ в момент времени $t = T$ значения $Z = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$. Наличие двух каналов исключает возможность потери полезного сигнала вследствие незнания его начальной фазы. При отсутствии приращения корреляционного интеграла, например, в первом канале, второй канал обеспечивает приращение за счёт сдвига фазы опорного сигнала на $\pi/2$. Схема, представленная на рисунке 2.14, как и схема, изображённая на рисунке 2.1, требует знания временного положения ожидаемого сигнала. Если время запаздывания сигнала неизвестно, оптимальный обнаружитель усложняется. При разбиении интервала неопределённости времени запаздывания на элементарные участки, длительность каждого из которых определяется требуемой разрешающей способностью, можно построить многоканальный обнаружитель. Каждый канал его настраивается на сигнал с соответствующим ожидаемым запаздыванием. Решение об обнаружении сигнала принимается одновременно с оценкой времени запаздывания.

Вместо схемы с квадратурными каналами используют схему с согласованным фильтром. Возможность использования согласованных фильтров в обнаружителях сигналов, имеющих случайные параметры, основывается на следующих рассуждениях. Из соотношений (2.50) и (2.51) следует необходимость формирования квадратурных компонентов сигнала.

Представим эти компоненты в следующем виде:

$$s_1(t) = \text{Re}(S_0(t) \exp(j\omega_0 t)) = \text{Re}(S_0^*(t) \exp(-j\omega_0 t));$$

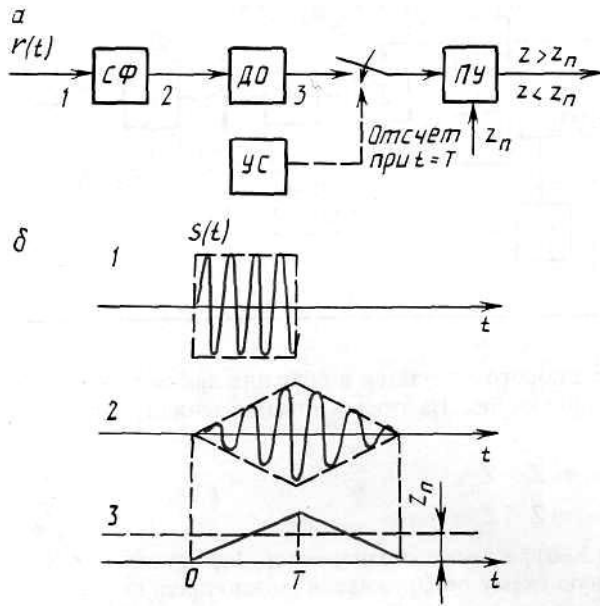


Рисунок 2.15 – Структурная схема обнаружителя сигнала со случайной фазой (или со случайными фазой и амплитудой)

$$s_2(t) = -\text{Im}(S_0(t) \exp(j\omega_0 t)) = \text{Im}(S_0^*(t) \exp(-j\omega_0 t)),$$

где комплексная огибающая $S_0(t) = \dot{S}_0(t) \exp(j\psi(t))$. Знак «*» означает комплексно-сопряжённую функцию. В соответствии с соотношениями (2.51) и приведёнными выражениями запишем:

$$z_1 = \text{Re} \left(\int_0^T r(t) \dot{S}_0^*(t) \exp(-j\omega_0 t) dt \right);$$

$$z_2 = \text{Im} \left(\int_0^T r(t) \dot{S}_0^*(t) \exp(-j\omega_0 t) dt \right).$$

Величина z представляет модуль комплексного числа:

$$z = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = \left| \int_0^T r(t) \dot{S}_0^*(t) \exp(-j\omega_0 t) dt \right|. \quad (2.61)$$

Используем очевидное равенство

$$r(t) = R(t) \cos(\omega_0 t + \psi_R(t)) = \frac{1}{2} (\dot{R}(t) e^{j\omega_0 t} + \dot{R}^*(t) \cdot e^{-j\omega_0 t}).$$

При этом подынтегральное выражение в формуле (2.61) представим в виде суммы:

$$0,5(\dot{R}(t) \dot{S}_0^*(t) + \dot{R}^*(t) \dot{S}_0^*(t) \exp(-j2\omega_0 t)),$$

в которой второе слагаемое представляет быстро осциллирующую функцию с частотой $2\omega_0$. Интеграл от такой функции можно считать приближённо равным нулю. Поэтому

$$z \approx \frac{1}{2} \left| \int_0^T \dot{R}(t) \dot{S}_0^*(t) dt \right|. \quad (2.62)$$

Полученному выражению ставится в соответствие схема, содержащая согласованный фильтр (СФ) с импульсной реакцией $\dot{S}_0^*(t)$ и включенный после СФ линейный детектор огибающей (ДО), который реализует операцию взятия модуля. Структурная схема обнаружителя сигнала со случайной фазой или со случайными фазой и амплитудой представлена на рисунке 2.15, а, временные диаграммы в точках 1-3, поясняющие работу схемы, - на рисунке 2.15, б.

2.3.6 Качественные показатели обнаружения сигналов со случайными параметрами

Для определения характеристик обнаружения сигналов со случайными параметрами необходимо знать условные плотности вероятности случайной величины Z при наличии и отсутствии сигнала в наблюдаемой смеси. Плотность вероятности $w(Z)$ можно определить из выражения для совместной плотности вероятности $w(Z, Q)$, проинтегрировав её по всем возможным значениям Q . Совместная плотность вероятности $w(Z, Q)$ вычисляется на основании совместной плотности вероятности $w(z_1, z_2)$ путём перехода к новым переменным с учётом якобиана преобразования.

Рассмотрим обнаружитель сигнала, содержащего случайную фразу β и случайную амплитуду A , подчиняющуюся распределению Рэлея. При известной амплитуде сигнала плотность вероятности $w(A) = \delta(A-1)$, т.е. принимается $A=1$. При отсутствии сигнала $w(A) = \delta(A)$, т.е. принимается $A=0$.

Можно показать по аналогии с соотношениями (2.23) и (2.24), что для любого фиксированного значения A средние значения случайных величин z_1 и z_2 и их дисперсии определяются выражениями:

$$\langle z_{1,2} \rangle = A \int_0^T s(t, \beta) s_{1,2}(t) dt = \begin{cases} AE \cos \beta; \\ AE \sin \beta; \end{cases}$$

$$\sigma_{z_{1,2}}^2 \equiv \sigma_z^2 = \int_0^T \int_0^T \langle n(t_1) n(t_2) \rangle s_{1,2}(t_1) s_{1,2}(t_2) dt_1 dt_2 = N_0 E / 2.$$

Случайные величины z_1 и z_2 некоррелированы и подчиняются гауссовскому закону распределения. Следовательно, эти величины статистически независимы. Некоррелированность вытекает из приближенного равенства нулю смешанного центрального момента $\langle (z_1 - \langle z_1 \rangle)(z_2 - \langle z_2 \rangle) \rangle$. Действительно, этот момент сводится к интегралу от произведения двух колебаний $s_1(t)$ и $s_2(t)$, сдвинутых по фазе на $\pi/2$, при этом интеграл практически равен нулю.

Совместная условная плотность вероятности случайных величин z_1 и z_2 с учётом их независимости определяется выражением

$$w(z_1, z_2 | \beta, A) = w(z_1 | \beta, A)w(z_2 | \beta, A) = \\ = \frac{1}{2\pi\sigma_z^2} \exp\left(-\frac{(z_1 - \langle z_1 \rangle)^2 + (z_2 - \langle z_2 \rangle)^2}{2\sigma_z^2}\right).$$

Полагая на основании выражения (2.53) $z_1 = Z \cos Q$, $z_2 = Z \sin Q$, перейдём к новым переменным двумерной плотности и вероятности

$$w(Z, Q | \beta, A) = w(z_1, z_2 | \beta, A) \frac{\partial(z_1, z_2)}{\partial(Z, Q)},$$

где

$$\frac{\partial(z_1, z_2)}{\partial(Z, Q)} = \begin{vmatrix} \cos Q & \sin Q \\ -Z \sin Q & Z \cos Q \end{vmatrix} = Z$$

есть якобиан преобразования. После преобразования получим

$$w(Z, Q | \beta, A) = \frac{Z}{2\pi\sigma_z^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_z^2} - (Z^2 + A^2 E^2 - 2AEZ \cos(\beta - Q))\right).$$

Одномерная условная плотность вероятности $w(Z | \beta, A)$ вычисляется путём интегрирования правой части полученного выражения по Q :

$$w(Z | \beta, A) = \int_0^{2\pi} w(Z, Q | \beta, A) dQ = \frac{Z}{\sigma_z^2} I_0\left(\frac{AEZ}{\sigma_z^2}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{Z^2 + A^2 E^2}{2\sigma_z^2}\right).$$

Произведя усреднение по параметрам β и A с учётом плотности вероятности $w(\beta, A)$, найдём искомую плотность вероятности величины Z :

$$w(Z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{\infty} w(Z | \beta, A) w(A) dA.$$

Вид этой плотности вероятности меняется в зависимости от заданной плотности вероятности $w(A)$, поэтому целесообразно рассмотреть частные случаи:

1) при $w(A) = \delta(A-1)$ (сигнал со случайной начальной фазой и неизвестной амплитудой)

$$w_{c.n}(Z) = \frac{Z}{\sigma_z^2} \exp\left(-\frac{Z^2 + E^2}{2\sigma_z^2}\right) I_0\left(\frac{ZE}{\sigma_z^2}\right), Z > 0; \quad (2.63)$$

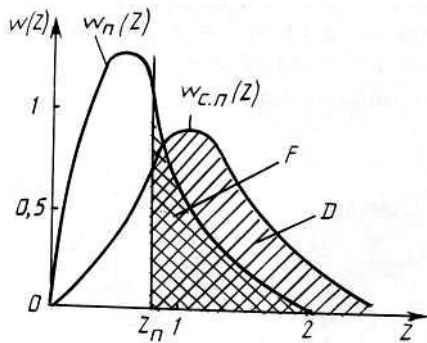


Рисунок 2.16 – Кривые условных плотностей вероятности $w_n(Z)$ и $w_{c.n}(Z)$ при обнаружении сигнала со случайной начальной фазой.

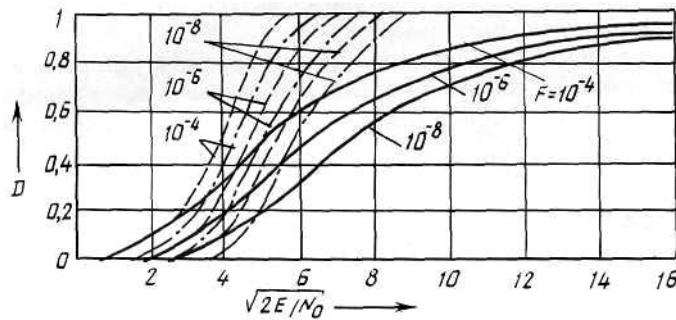


Рисунок 2.17 - Семейство характеристик обнаружения.

2) при $w(A) = 2A \exp(-A^2)$ - рэлеевском распределении (сигнал со случайными амплитудой и начальной фазой)

$$w_{c.n}(Z) = \frac{2Z}{2\sigma_z^2 + E^2} \exp\left(-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2 + E^2}\right), Z > 0;$$

3) при $w(A) = \delta(A)$ (сигнал отсутствует)

$$w_n(Z) = \frac{Z}{\sigma_z^2} \exp\left(-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\right), Z > 0.$$

Здесь при интегрировании использована табличная формула (2.58). Кривые условных плотностей вероятности $w_n(Z)$ и $w_{c.n}(Z)$ при обнаружении сигнала со случайной начальной фазой приведены на рисунке 2.16. Заштрихованные площади под кривыми справа от прямой, проходящей через пороговое значение Z_n , соответствуют вероятностям ложной тревоги F и правильного обнаружения D .

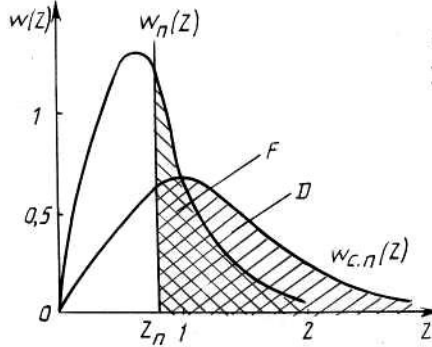


Рисунок 2.18

Введём переменную $\nu = Z/\sigma_z$ и относительный порог $h_n = Z_n/\sigma_z$. Тогда с учётом параметра обнаружения $q = 2E/N_0$ (отношения сигнал/шум) получим:

$$D = \int_{h_n}^{\infty} \nu I_0(\sqrt{q\nu}) \exp\left(-\frac{q + \nu^2}{2}\right) d\nu;$$

$$F = \int_{h_n}^{\infty} \nu \exp -\nu^2/2 d\nu = \exp -h_n^2/2 .$$

Приведённые соотношения определяют семейство характеристик обнаружения, показанных на рисунке 2.17 (штрихпунктирные кривые).

При сигнале со случайной амплитудой и начальной фазой условные вероятности D и F определяются площадями, заштрихованными под кривыми $w_{c.n}(Z)$ и $w_n(Z)$ на рисунке 2.18. Эти вероятности вычисляются по следующим формулам:

$$D = \int_{h_n}^{\infty} w_{c.n}(Z) dZ = \exp\left(-\frac{h_n^2/2}{1 + q/2}\right); \quad (2.64)$$

$$F = \int_{h_n}^{\infty} w_n(Z) dZ = \exp -h_n^2/2 . \quad (2.65)$$

Исключив величину h_n из соотношений (2.64) и (2.65), получим $D = F^{(1+q/2)^{-1}}$

Кривые обнаружения, соответствующие данному случаю, приведены на рисунке 2.17 (сплошные). Для сравнения на этом же рисунке показаны кривые обнаружения сигнала с полностью известными параметрами (штриховые). Из анализа кривых можно сделать вывод о том, что для обнаружения сигнала со случайными параметрами требуется большая энергия, чем для обнаружения полностью известного сигнала при условии одинаковых качественных показателей обнаружения. Кривые обнаружения для сигнала со случайной амплитудой при больших значениях вероятности D смещаются вправо особенно сильно, что объясняется возможностью значительных замираний сигнала в канале распространения и снижением качества обнаружения. Вместе с тем при малых значениях D (менее 0,2) из-за случайного характера амплитуды возможно некоторое улучшение качества обнаружения по сравнению с сигналом, имеющим известную амплитуду и случайную начальную фазу.

2.4 Обнаружение пачек импульсов

2.4.1 Отношение правдоподобия для сигналов в виде флуктуирующей и нефлуктуирующей пачек радиоимпульсов со случайными начальными фазами

Модель сигнала в виде некогерентной пачки радиоимпульсов задана выражением (1.21). Начальные фазы радиоимпульсов $\varphi_i \equiv \beta_i$, $i = 1, \dots, k$ (k — число импульсов в пачке), считаем независимыми случайными величинами, каждая из которых равномерно распределена на интервале $-\pi, \pi$, т.е. $w \beta_i = 1/2\pi$, $i = 1, \dots, k$. Совместная плотность вероятности совокупности независимых случайных величин $\vec{\beta} = \beta_1, \dots, \beta_k$ определяется выражением

$$w \vec{\beta} = \prod_{i=1}^k w(\beta_i). \quad (2.66)$$

Как и в п. 2.3.3, по формуле косинуса суммы приводим выражение (1.11) к следующему виду:

$$s t, \vec{\beta} = \sum_{i=1}^k s_{1i} t \cos \beta_i + s_{2i} t \sin \beta_i, \quad (2.67)$$

где

$$s_{1i} t = S_{0i} t \cos \omega_0 t + \psi_i t,$$

$$s_{2i} t = -S_{0i} t \sin \omega_0 t + \psi_i t.$$

Условное значение корреляционного интеграла можно записать на основе выражения (2.67):

$$z(r(t) | \vec{\beta}) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)s(t, \vec{\beta})dt = \sum_{i=1}^k (z_{1i} \cos \beta_i + z_{2i} \sin \beta_i), \quad (2.68)$$

где интегралы взяты без конкретизации пределов и принято

$$z_{ji} = \int_{-\infty}^{\infty} r(t)s_{ji}(t)dt, \quad j = 1, 2; i = 1, \dots, k.$$

Обозначив

$$\sqrt{z_{1i}^2 + z_{2i}^2} = Z_i,$$

приведём выражение (2.68) к виду

$$z(r(t) | \vec{\beta}) = \sum_{i=1}^k Z_i \cos(\beta_i - Q_i). \quad (2.69)$$

Если пачка состоит из неперекрывающихся импульсов, то энергия пачки определяется суммой энергий импульсов. При малом изменении амплитуды и фазы $\psi_i(t)$ в пределах импульса за время периода колебаний высокой частоты можно записать:

$$E(\beta) = \sum_{i=1}^k E_i(\beta_i) \square \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{0i}^2(t)dt = \sum_{i=1}^k E_i, \quad (2.70)$$

где энергия i -го импульса E_i не зависит от случайной начальной фазы β_i . Используя общую формулу (2.49), с учётом выражений (2.66), (2.69), (2.70) представим отношение правдоподобия в виде

$$l(r(t)) = \prod_{i=1}^k \exp\left(-\frac{E_i}{N_0}\right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2Z_i}{N_0} \cos \beta_i - Q_i\right) d\beta_i.$$

На основе формулы (2.56) после интегрирования из полученного выражения следует

$$l(r(t)) = \prod_{i=1}^k \exp\left(-\frac{E_i}{N_0}\right) I_0\left(\frac{2Z_i}{N_0}\right). \quad (2.71)$$

Выражение (2.71) показывает, что **отношение правдоподобия пачки неперекрывающихся импульсов со случайными независимыми начальными фазами определяется произведением отношений правдоподобия для каждого импульса пачки.**

Вычислим отношение правдоподобия для сигналов в виде пачек флуктуирующих радиоимпульсов со случайными начальными фазами. Ограничимся рассмотрением случая независимых флуктуаций, когда модель сигнала

имеет вид (1.22). При независимых флуктуациях случайные величины $A_i, i = 1, \dots, k$ независимы и совместная плотность вероятности

$$w(\vec{\beta} | A) = w(\vec{\beta}) \prod_{i=1}^k w(A_i) = \prod_{i=1}^k w(\beta_i) w(A_i).$$

Считаем случайные величины A_i в выражении (2.68) распределёнными по закону Рэлея:

$$w(A_i) = 2A_i \exp(-A_i^2), A_i > 0.$$

При указанных условиях, используя известную методику, получим:

$$z(r(t) | \vec{\beta}, A) = \sum_{i=1}^k A_i Z_i \cos \beta_i - Q_i ; \quad (2.72)$$

$$E(\vec{\beta}, A) = \sum_{i=1}^k A_i^2 E_i , \quad (2.73)$$

где E_i - средняя энергия i -го импульса пачки. После подстановки выражений для условных значений корреляционного интеграла (2.72) и энергии (2.73) в общую формулу (2.49) получим отношение правдоподобия в следующем виде:

$$l(r(t)) = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dA_i \int_0^{2\pi} A_i \exp(-A_i^2) \exp\left(-\frac{A_i^2 E_i}{N_0}\right) \times \\ \times \exp\left(\frac{2A_i Z_i \cos \beta_i - Q_i}{N_0}\right) d\beta_i.$$

Каждый из сомножителей в этом выражении может быть подвергнут преобразованию с учётом соотношения (2.58) [по аналогии с выводом формулы (2.59)]. В итоге получим выражение для отношения правдоподобия:

$$l(r(t)) = \prod_{i=1}^k \frac{N_0}{E_i + N_0} \exp\left(\frac{1}{N_0} \frac{Z_i^2}{E_i + N_0}\right). \quad (2.74)$$

Формула (2.74) справедлива не только для случая неперекрывающихся импульсов пачки. Она остаётся в силе при независимых флуктуациях и неперекрывающихся спектрах сигналов, если даже эти сигналы накладываются друг на друга. Такие многочастотные сигналы используют для борьбы с замираниями.

2.4.2 Структурные схемы обнаружения пачек импульсов

Упростим алгоритм обнаружения пачек, используя монотонную функцию от отношения правдоподобия. Решающее правило при этом не меняется. Прологарифмировав выражения (2.71) и (2.74), получим:

$$\ln l(r(t)) = \sum_{i=1}^k \ln I_0 \left(\frac{2Z_i}{N_0} \right) - \sum_{i=1}^k \frac{E_i}{N_0};$$

$$\ln l(r(t)) = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^k \frac{Z_i^2}{E_i + N_0} + \sum_{i=1}^k \ln \frac{N_0}{E_i + N_0}.$$

При логарифмировании операции умножения были заменены операциями сложения, которые реализуются проще.

Оптимальные решающие правила обнаружения пачек импульсов сводятся к сравнению с порогом следующих величин: при обработке нефлуктуирующей пачки

$$\sum_{i=1}^k \ln I_0 \left(\frac{2Z_i}{N_0} \right);$$

при обработке некогерентной пачки с независимыми флуктуациями импульсов

$$\sum_{i=1}^k \frac{Z_i^2}{E_i + N_0}. \quad (2.75)$$

В оптимальном обнаружителе необходимо для каждого импульса вычислять величину

$$Z_i = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} R(t) \dot{S}_{0i}^*(t) dt \right|, \quad (2.76)$$

где $\dot{S}_{0i}^*(t) = S_{0i} \exp(-j\psi_i(t))$ - полностью известная функция, определяемая параметрами i -го импульса.

Введём амплитудные множители s_i , которые характеризуют форму неискажённой пачки. Примем для наибольшего импульса пачки $s = 1$. Тогда можно записать:

$$Z_i = s_i Z_{0i}, \quad (2.77)$$

где величины Z_{0i} , $i = 1, \dots, k$, соответствуют нормированным по амплитуде импульсам $s_{in}(t)$ и могут быть получены с помощью схемы, состоящей из согласованного фильтра и детектора огибающей. После детектора огибающей, согласно формуле (2.77), необходимо добавить **схему ввода весовых множителей** s_i . Таким образом, в обнаружителе требуется вычислять значения $\ln I_0(2s_i Z_{0i}/N_0)$, $i = 1, \dots, k$, и суммировать их (для нефлуктуирующей пачки).

Схема обнаружителя приведена на рисунке 2.19. Согласованный фильтр (СФ) на входе предусмотрен для оптимальной фильтрации одиночных импульсов $s_{in}(t)$. Линейный детектор обеспечивает выполнение операции мо-

дуля. После детектора огибающей (ДО) вводятся весовые множители и осуществляется нелинейное преобразование в нелинейном элементе (НЭ) с характеристикой $\ln I_0(u)$. Сумматор-накопитель ($\Sigma - H$) обеспечивает **некогерентное суммирование** (накопление) импульсов.

Схема может быть упрощена для случаев слабых и сильных сигналов. При малых значениях аргумента ($u \ll 1$) $\ln I_0(u) = u^2/4$, т.е. характеристика нелинейного элемента может быть представлена квадратичной параболой. При сильных сигналах ($u \gg 1$) справедливо асимптотическое выражение $\ln I_0(u) \approx u$, позволяющее аппроксимировать характеристику НЭ линейной функцией.

Таким образом, для пачки импульсов с малыми амплитудами (по сравнению с шумом) имеем

$$\sum_{i=1}^k \ln I_0 \left(\frac{2s_i Z_{0i}}{N_0} \right) \cong \sum_{i=1}^k \frac{s_i^2 Z_{0i}^2}{N_0^2}; \quad (2.78)$$

при больших амплитудах

$$\sum_{i=1}^k \ln I_0 \left(\frac{2s_i Z_{0i}}{N_0} \right) \cong \sum_{i=1}^k \frac{2s_i Z_{0i}}{N_0}.$$

Здесь суммирование логарифмов заменяется суммированием квадратичных и линейных функций величин Z_{0i} . Суммирование является **взвешенным** и может быть осуществлено с помощью специального фильтра. Такой фильтр последетекторной обработки (ФПО) показан на рисунке 2.20, где представлена упрощенная схема обработки некогерентной пачки импульсов. В случае большой амплитуды импульсов ДО является линейным, в случае малой амплитуды – квадратичным.

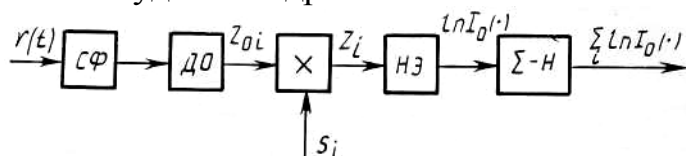


Рисунок 2.19 – Схема обнаружителя

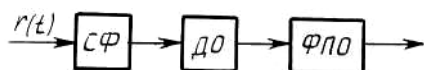


Рисунок 2.20 – Упрощённая схема обработки некогерентной пачки импульсов.

Приём пачки импульсов с независимыми флуктуациями амплитуд осуществляется в соответствии с операциями, определяемыми выражением (2.75):

$$\frac{1}{E_0} \sum_{i=1}^k \frac{s_i^2 Z_{0i}^2}{s_i^2 + N_0/E_0},$$

где $E_0 = E_i/s_i^2$ - средняя энергия наибольшего импульса неискажённой пачки. Квадратичное детектирование после СФ в данном случае является оптимальным при всех отношениях сигнал/шум, а весовые множители пропорциональны величинам $s_i^2/(s_i^2 + N_0/E_0)$. В случае прямоугольной огибающей пачки весовые коэффициенты равны и взвешенное суммирование равносильно невзвешенному.

2.4.3 Накопители импульсных сигналов

Различают когерентное и некогерентное накопление (суммирование) импульсов. **Когерентное накопление** может быть реализовано, если ожидаемый сигнал представляет пачку когерентных радиоимпульсов, фазы которых жестко связаны между собой. **Некогерентное накопление** заключается в суммировании импульсов после детектора, т.е. при обработке сигнала в виде пачке радиоимпульсов с независимыми начальными фазами.

Рассмотрим в начале когерентный накопитель, считая начальные фазы всех импульсов пачки одинаковыми. Примем период повторения импульсов равным T , а длительность пачки $T_n = MT$, где M - число импульсов в пачке. Оптимальный фильтр для пачки радиоимпульсов имеет импульсную реакцию, которую можно реализовать в соответствии с соотношением (2.44) с помощью линии задержки (ЛЗ) (с M отводами через T) и сумматора. К выходу сумматора подключается оконечный фильтр, согласованный с одиночным радиоимпульсом (ОСФ). На рисунке 2.21, а приведена схема накопителя, на рисунке 2.21, б показаны диаграммы в точках 1 и 2, поясняющие формирование импульсной реакции (радиоимпульсы изображены условно).

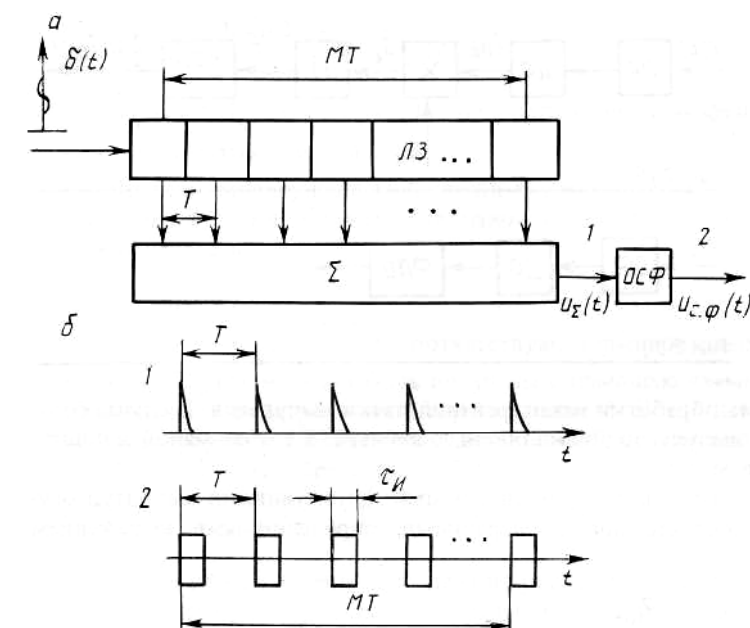


Рисунок 2.21.

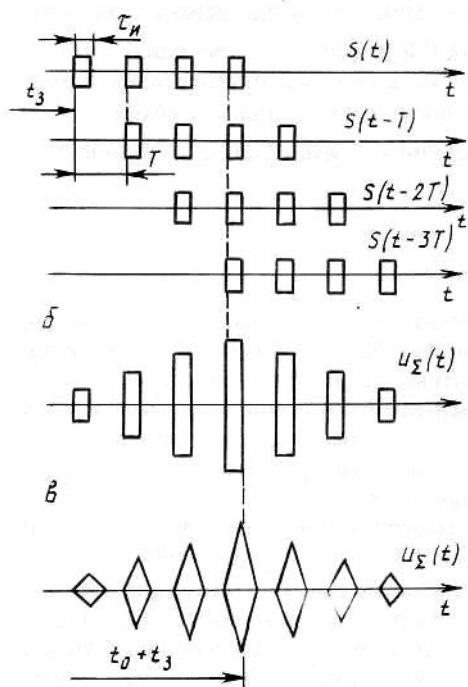


Рисунок 2.22.

Результат воздействия на когерентный накопитель ожидаемой когерентной пачки иллюстрирует рисунок 2.22 (а – напряжение на отводах ЛЗ; б – на выходе сумматора; в – на выходе ОСФ). Реакция оптимального когерентного накопителя на когерентную пачку импульсов имеет форму автокорреляционной функции пачки радиоимпульсов, максимум этой функции соответствует времени окончания действия пачки на выходе $t_3 + T_{\Pi}$. Когерентное суммирование радиоимпульсов приводит к увеличению отношения сигнал/шум на выходе накопителя по сравнению с выходным. Это можно пояснить, рассмотрев частотную характеристику когерентного суммирования. Действие ОСФ можно пока не учитывать.

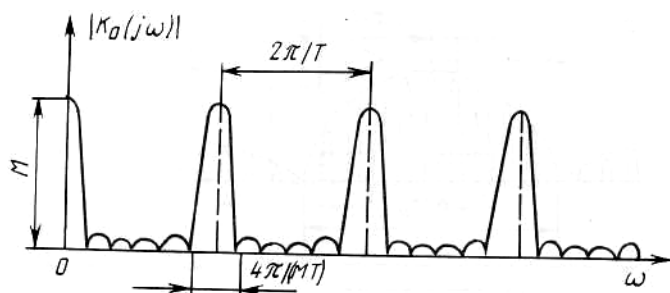


Рисунок 2.23 – Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра.

Частотная характеристика схемы оптимального суммирования определяется соотношением

$$K_0(j\omega) = \frac{u_{\text{ввх}}(t)}{u_{\text{вх}}(t)} = \frac{\sum_{i=1}^M u_{\text{вх}}(t-iT)}{u_{\text{вх}}(t)}, u_{\text{вх}}(t) = e^{j\omega t}.$$

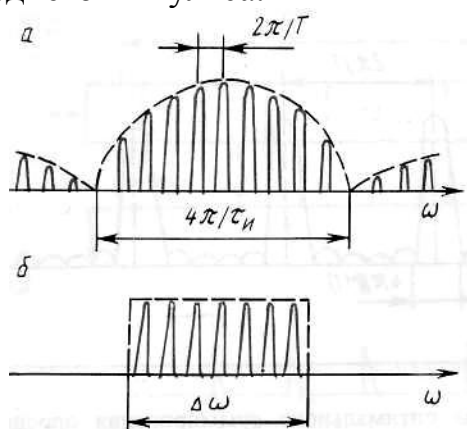
Произведя суммирование геометрической прогрессии в числителе, на основании формулы Эйлера получим

$$K_0(j\omega) = \frac{\sin(\omega MT/2)}{\sin(\omega T/2)} \exp(-j\omega(M-1)T/2). \quad (2.79)$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяется модулем выражения (2.79) и приведена на рисунке 2.23. Такую характеристику называют гребенчатой, а фильтры, реализующие эту характеристику, - гребенчатыми. **Совместно с ОСФ когерентный сумматор имеет АЧХ, совпадающую по форме с амплитудно-частотным спектром пачки радиоимпульсов** (рисунок 2.24, а). Если заменить ОСФ полосовым фильтром, рассчитанным на эффективную полосу $\Delta\omega$ радиосигнала, то АЧХ когерентного накопителя примет вид, показанный на рисунке 2.24, б.

Некогерентные накопители представляют согласованные фильтры для последовательностей видеоимпульсов. Чтобы учесть изменение амплитуды импульсов в пачке (огibaющую пачки), после линии задержки с отводами включают БВК (рисунок 2.25). Весовые множители определяются из выражений (2.77) и (2.78) в зависимости от того, является пачка нефлуктуирующей или флуктуирующей. Процесс накопления поясняется диаграммами, приведёнными на рисунке 2.26.

Поскольку реализация ЛЗ с отводами через период T встречает определённые трудности, используют квазиоптимальный накопитель, который строится с помощью ЛЗ на период повторения импульсов T и использует положительную обратную связь. Схема накопителя, называемого **рециркулятором**, приведена на рисунке 2.27. Коэффициент обратной связи α выбирается таким, чтобы произведение $\alpha K < 1$ (K - коэффициент передачи ЛЗ) обеспечивало не очень сильное затухание первого импульса пачки к моменту прихода последнего импульса.



а – АЧХ когерентного сумматора совместно с ОСФ;

б – АЧХ когерентного накопителя

Рисунок 2.24.

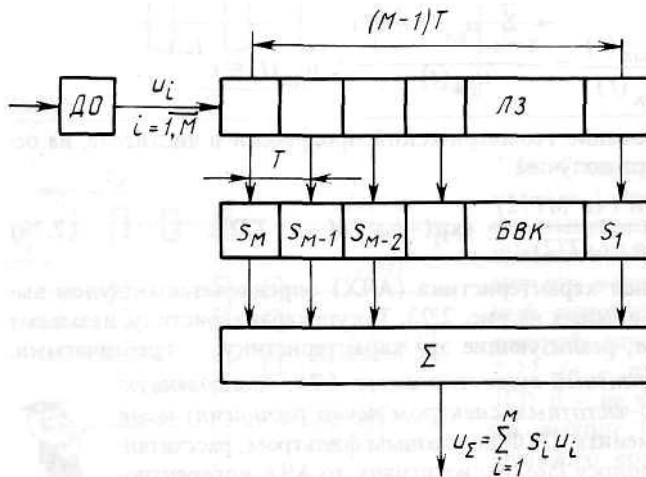


Рисунок 2.25.

Обычно $\alpha K = 0,8-0,9$. АЧХ рециркулятора напоминает гребенку (рисунок 2.28), поэтому его иногда называют **гребенчатым фильтром** пропускания для пачки видеоимпульсов.

Одной из важных реализаций некогерентного накопления является **цифровое накопление (суммирование)**. При таком накоплении входные импульсы квантуются по амплитуде и выражаются в цифровом коде, например, двоичном. В простейшем случае используют бинарное (двоичное) квантование, которое реализуется пороговой схемой. При этом напряжение на выходе квантователя выражается одним двоичным разрядом (0 или 1). Пороговую характеристику $\varphi(u)$, показанную на рисунке 2.29, можно рассматривать как аппроксимацию функции $\ln I_0(u)$ не линейного элемента в схеме на рисунке 2.19.

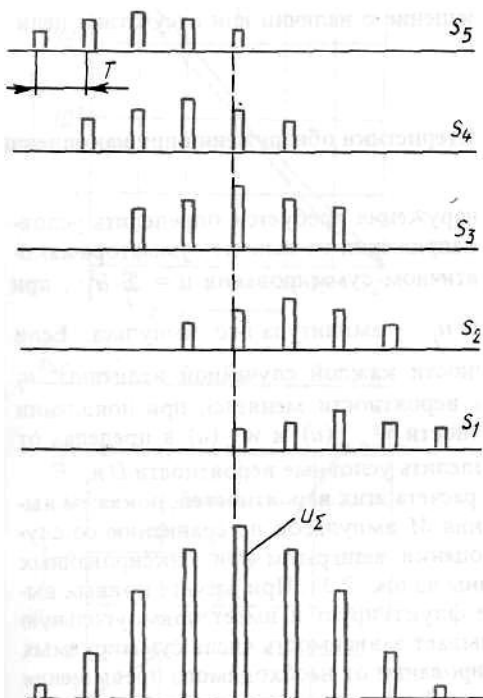


Рисунок 2.26.

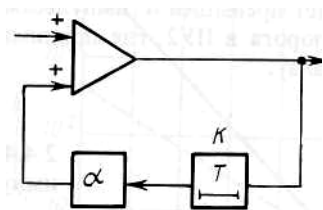


Рисунок 2.27

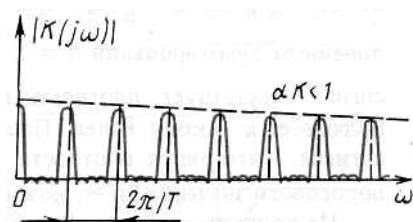


Рисунок 2.28.

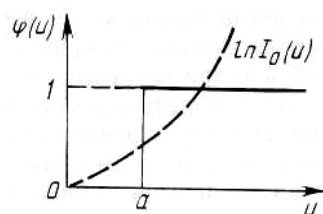


Рисунок 2.29.

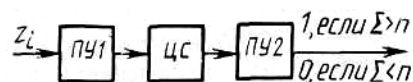


Рисунок 2.30.

Включение пороговой схемы несколько ухудшает качество обнаружения сигнала, однако, упрощает реализацию сумматора-накопителя за счёт использования цифровых элементов обработки сигнала. Существенным является возможность накопления большого числа импульсов за счёт использования цифровых запоминающих устройств и сумматоров. Схема цифрового накопителя с двумя ПУ – на входе и выходе цифрового сумматора (ЦС) – приведена на рисунке 2.30. ЦС, рассчитанный на M импульсов, осуществляет операции запоминания и суммирования и требует сброса данных по окончании накопления для подготовки к обработке новой реализации. С целью упрощения сумматора иногда рассчитывают его на запоминание $m < M$ подряд следующих импульсов пачки. Если m равно 2 или 3, реализация ЦС оказывается весьма простой. Решение о наличии сигнала принимается, если хотя бы один раз за время действия пачки уровень первого порога будет превышен n импульсами из m возможных. Здесь n определяет уровень порога в ПУ2, где принимается решение о наличии или отсутствии цели (сигнала).

2.4.4 Характеристики обнаружения при накоплении импульсов

Для получения характеристик обнаружения требуется определить условные плотности вероятности значения напряжения на выходе сумматора-накопителя $w_{c.n}(u)$ и $w_n(u)$. При квадратичном суммировании $u = \sum_i u_i^2$, при линейном суммировании $u = \sum_i u_i$, где u_i - амплитуда i -го импульса. Если сигнал отсутствует, плотность вероятности каждой случайной величины u_i подчиняется закону Рэля. Плотность вероятности меняется при появлении сигнала. Интегрируя плотности вероятности $w_{c.n}(u)$ и $w_n(u)$ в пределах от порогового значения до ∞ , можно определить условные вероятности D и F . Не приводя сложных формул для расчета этих вероятностей, покажем выигрыш от некогерентного суммирования M импульсов по сравнению со случаем одного импульса. Кривые для оценки выигрыша при фиксированных значениях $D=0,5$ и $F=10^{-10}$ показаны на рисунке 2.31. При расчёте кривых выигрыша получается, что пачка не флуктуирует и имеет прямоугольную огибающую. Штриховая кривая показывает зависимость числа суммируемых импульсов M при квадратичном суммировании от необходимого превышения энергии одного импульса над спектральной плотностью шума. Сплошная кривая соответствует линейному суммированию. Незначительная разница между кривыми показывает, что для малого уровня ложной тревоги и большой вероятности правильного обнаружения пороговый сигнал при квадратичном и линейном суммировании практически одинаков. Суммирование большого числа импульсов понижает пороговый уровень энергии каждого импульса в пачке. Например, при переходе от одного к 100 импульсам пороговый уровень снижается на 12 дБ, при переходе к 10^4 импульсам в пачке – на 25,5 дБ.

Некогерентное накопление импульсов проигрывает когерентному, что поясняется кривыми, приведёнными на рисунке 2.32 для $D=0,9$ и $F=10^{-7}$. Сплошная кривая соответствует некогерентному накоплению. Она почти полностью совпадает с кривыми на рисунке 2.31. Это означает, что относительное изменение пороговой энергии при изменении вероятностей D и F практически не зависит от числа импульсов в пачке. Когерентному накоплению соответствует штриховая кривая. Возможность обнаружения в этом случае определяется отношением энергии всей пачки к спектральной плотности N_0 , поэтому при переходе от одного импульса к M пороговая энергия уменьшается в M раз. Потери энергии Π , при некогерентном накоплении по сравнению с когерентным показаны на рисунке 2.33 (кривая рассчитана при $D=0,9$ и $F=10^{-7}$) С увеличением числа импульсов в пачке потери возрастают. Вместе с тем применение некогерентного накопления импульсов целесообразно, если нельзя использовать когерентное накопление.

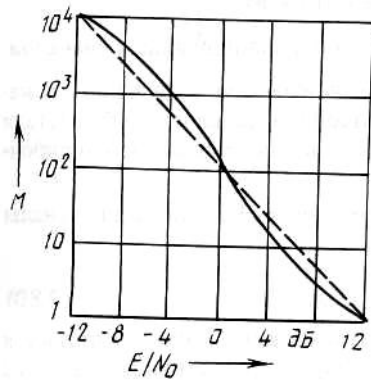


Рисунок 2.31.

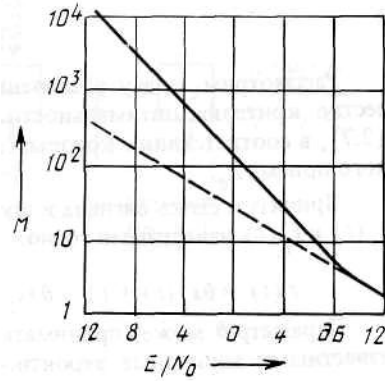


Рисунок 2.32.

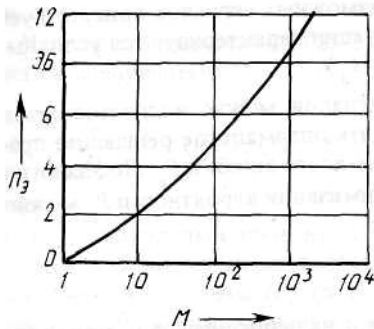


Рисунок 2.33.

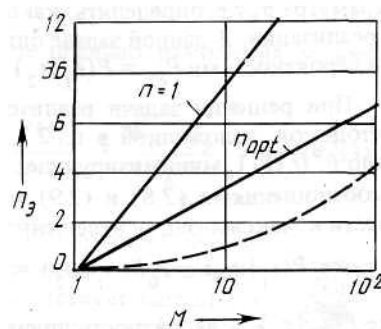


Рисунок 2.34.

Цифровое накопление с помощью двухпороговой схемы, функционирующей по правилу n из m , при $m=M$ основано на подсчёте числа импульсов, превышающих порог. Анализ показывает, что для каждого значения M существует оптимальное значение n_{opt} , для которого проигрыш цифрового накопления по сравнению с когерентным минимален. Рисунок 2.34 показывает потери цифрового последовательного накопителя в зависимости от числа суммируемых импульсов для $n_0 = n_{opt}$ и $n=1$ при $D=0,5$ и $F=10^{-6}$. Штриховая кривая представляет потери при квадратичном накоплении импульсов. Если используется правило $m < M$, потери возрастают. Их можно оценить, откладывая по оси абсцисс на рисунке 2.34 вместо числа импульсов M отношение $m' = M/m$, определяющее число независимых наблюдений, при каждом из которых осуществляется обнаружение. Отсчёт при этом следует производить по прямой, соответствующей $n=1$.

2.5 Различение сигналов

2.5.1 Различение детерминированных сигналов

Рассмотрим задачу различения двух детерминированных сигналов. В качестве критерия оптимальности примем критерий идеального наблюдателя (2.7), в соответствии с которым минимизируется полная вероятность ошибочного приёма P_e .

Принятую смесь сигнала и шума представим в виде (1.6), полагая сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ известными точно:

$$r(t) = \theta s_1(t) + (1 - \theta) s_2(t) + n(t), t \in [0, T]. \quad (2.80)$$

Параметр θ может принимать одно из двух значений – 0 или 1. Считаются известными априорные вероятности $P(s_1)$ и $P(s_2)$ присутствия каждого из сигналов, причём $P(s_1) + P(s_2) = 1$. Белый гауссовский шум $n(t)$ имеет нулевой среднее значение и корреляционную функцию $R_n(t_1, t_2) = (N_0/2)\delta(t_1 - t_2)$. По принятой реализации (2.80) требуется принять решение о значении параметра θ , т.е. определить, какой из двух возможных сигналов присутствует в реализации. В данной задаче ошибочные ситуации характеризуются условными вероятностями $P_{e2} = P(s_1 | s_2)$ и $P_{e1} = P(s_2 | s_1)$.

При решении задачи различения двух сигналов можно воспользоваться методикой, изложенной в п. 2.2.2, и определить оптимальное решающее правило $\theta^*(r(t))$, минимизирующее полную вероятность ошибки P_e . По аналогии с соотношениями (2.8) и (2.9) критерий минимизации вероятности P_e можно свести к максимизации взвешенной разности:

$$P(s_1 | s_1) - l_0 P(s_1 | s_2) = \max,$$

где $P(s_1 | s_1)$ - вероятность принятия решения о наличии сигнала s_1 при условии действия в смеси $r(t)$ сигнала s_1 ; $P(s_1 | s_2) = P_{e2}$ - вероятность ошибочного принятия решения о наличии сигнала s_1 ; $l_0 = P(s_1)/P(s_2)$ - отношение априорных вероятностей.

Применяя представление процессов в виде набора дискретных значений и пользуясь методикой, описанной в п. 2.2.2, после перехода к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ получим следующее оптимальное правило различения двух сигналов:

$$\theta^*(r(t)) = \begin{cases} 1, & \text{если } l_1(r(t)) > l_0; \\ 0, & \text{если } l_1(r(t)) < l_0. \end{cases} \quad (2.81)$$

Здесь отношение правдоподобия $l_1(r(t))$ определяется выражением

$$l_1(r(t)) = \frac{w(r(t) | s_1)}{w(r(t) | s_2)} = \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{N_0}\right) \times \exp\left(\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t)(s_1(t) - s_2(t)) dt\right), \quad (2.82)$$

где $w(r(t) | s_i)$, $i = 1, 2$, - функционалы плотности вероятности реализации, вычисленные при условии наличия в смеси сигналов s_1 и s_2 ; E_1 , E_2 - энергии этих сигналов.

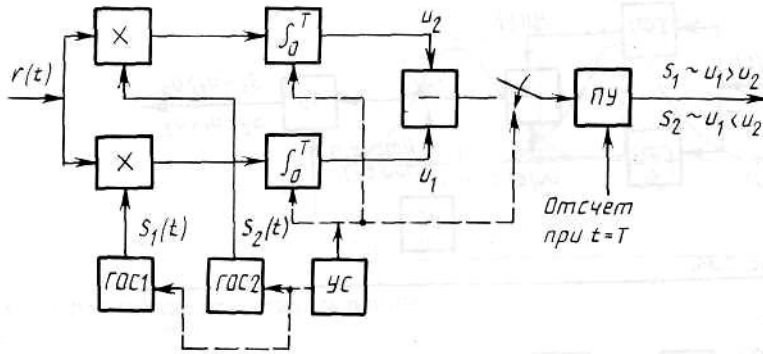


Рисунок 2.35 – Коррелятор.

Исходя из выражения (2.82), оптимальное правило различения можно свести к следующему:

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t)(s_1(t) - s_2(t)) dt > \ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} + \frac{E_1 - E_2}{N_0} = h, \\ H_2 \end{array} \quad (2.83)$$

где h - пороговый уровень. При превышении порога величиной, стоящей в левой части неравенства (2.83), принимается решение о правильности гипотезы H_1 (в реализации присутствует сигнал s_1). Если значение корреляционного интеграла меньше порога h , принимается гипотеза H_2 (в реализации присутствует сигнал s_2). Таким образом, задача различения сигнала (так же, как и задача обнаружения) может трактоваться как задача проверки статистических гипотез.

В симметричной системе передачи двоичных сигналов принимается: $P(s_1) = P(s_2) = 0,5$, $E_1 = E_2$, поэтому $P_{e1} = P_{e2}$. Для такой системы выражение (2.83) упрощается, поскольку порог $h = 0$:

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \int_0^T r(t)s_1(t) dt - \int_0^T r(t)s_2(t) dt > 0. \\ H_2 \end{array} \quad (2.84)$$

Возможны различные варианты реализации оптимального алгоритма различения двух сигналов, известных точно: с использованием коррелятора (рисунок 2.35) и согласованных фильтров (рисунок 2.36). При построении схем, приведённых на рисунках, интеграл в левой части неравенства (2.83) представляется в виде разности и принято $h_1 = N_0 h / 2$:

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \int_0^T r(t)s_1(t) dt - \int_0^T r(t)s_2(t) dt > h_1. \\ H_2 \end{array}$$

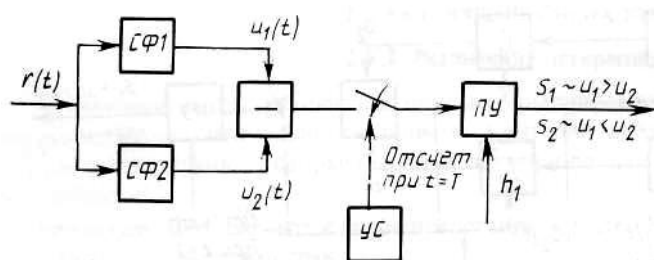


Рисунок 2.36 – Согласованный фильтр.

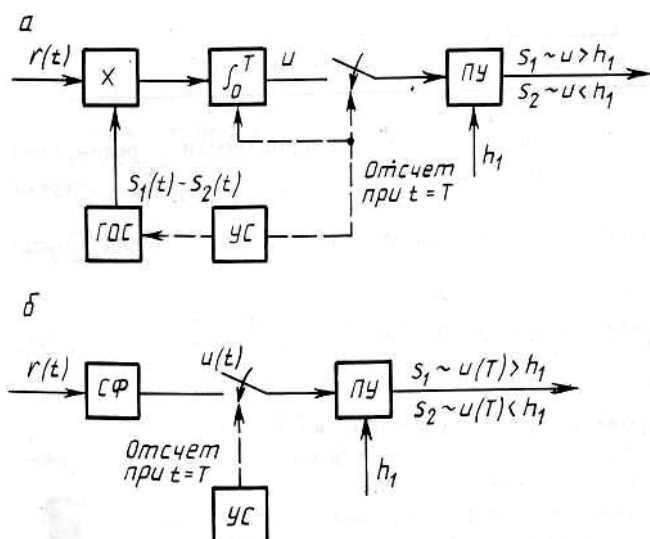


Рисунок 2.37 – Схемы различителей.

Разность величин u_1 и u_2 на выходах интеграторов сравнивается с порогом h_1 . Согласованные с сигналом s_1 и s_2 фильтры (СФ) на рисунке 2.36 обеспечивают формирование в момент $t = t_0 + t_s, t_0 \geq T$, величин, пропорциональных значениям u_1 и u_2 . При $t_0 = T$ и $C = 1$ импульсная реакция СФ определяется соотношением [см. формулу (2.36)] $g_i(t) = s_i(T - t), i = 1, 2$.

Возможна реализация различителя на основе одноканальной схемы. В этом случае генератор опорного сигнала (ГОС) формирует разностный сигнал $(s_1(t) - s_2(t))$, а СФ имеет импульсную реакцию $g(t) = (s_1(T - t) - s_2(T - t))$. Схемы различителей одноканального типа приведены на рисунках 2.37, а, б.

Вычислим вероятность общей ошибки P_e различителя двух детерминированных сигналов. Рассмотрим симметричную систему передачи. Решающее правило (2.83) содержит в левой части неравенства величину, которая зависит от реализации шума и поэтому случайна. Поскольку $n(t)$ - гауссовский белый шум, случайная величина корреляционного интеграла подчиняется гауссовскому закону. При наличии смеси $r(t)$ сигнала $s_1(t)$ выражение в левой части неравенства можно представить в виде

$$u(T) = u_{s1} = \int_0^T (s_1(t) + n(t))(s_1(t) - s_2(t)) dt.$$

Гауссовская случайная величина u_{s_1} имеет среднее значение

$$\langle u_{s_1} \rangle = E(1 - \rho_s) \quad (2.85)$$

и дисперсию

$$\langle u_{s_1}^2 \rangle - \langle u_{s_1} \rangle^2 = EN_0(1 - \rho_s). \quad (2.86)$$

Здесь

$$\rho_s = \frac{1}{E} \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt \quad (2.87)$$

есть коэффициент взаимной корреляции между сигналами $s_1(t)$ и $s_2(t)$.

При условии наличия в смеси $r(t)$ сигнала $s_2(t)$ случайная величина $u(T)$, образуемая на выходе коррелятора или СФ, определяется выражением

$$u(T) = u_{s_2} = \int_0^T (s_2(t) + n(t))(s_1(t) - s_2(t))dt.$$

Характеристики этой гауссовской случайной величины следующие:

среднее значение

$$\langle u_{s_2} \rangle = -E(1 - \rho_s); \quad (2.88)$$

дисперсия

$$\langle u_{s_2}^2 \rangle - \langle u_{s_2} \rangle^2 = EN_0(1 - \rho_s). \quad (2.89)$$

Выражения (2.85) – (2.89) получены в соответствии с методикой, приведённой в п. 2.2.3.

Плотности вероятности $w_1(u_s)$ и $w_2(u_s)$ определяются при условии присутствия в смеси сигналов s_1 и s_2 соответственно. Вид этих условных плотностей вероятности показан на рисунке 2.38, где заштрихованные площади соответствуют условным вероятностям ошибочного приёма $p(s_1 | s_2)$ и $p(s_2 | s_1)$.

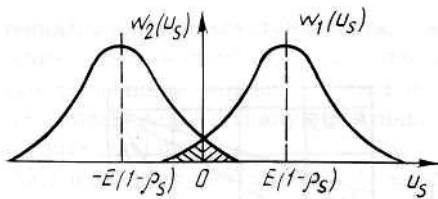


Рисунок 2.38.

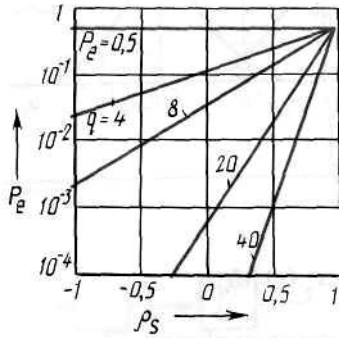


Рисунок 2.39.

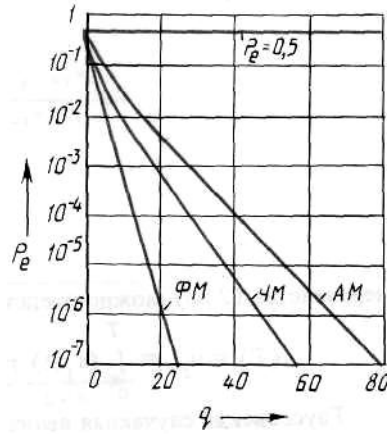


Рисунок 2.40.

Указанные вероятности определяются выражениями:

$$p(s_1 | s_2) = \int_h^{\infty} w_2(u) du; \quad p(s_2 | s_1) = \int_{-\infty}^h w_1(u) du. \quad (2.90)$$

Вероятность общей ошибки в соответствии с соотношениями (2.7) и (2.90) для симметричной системы может быть записана в виде

$$P_e = 0,5 \left(\int_0^{\infty} w_2(u) du + \int_{-\infty}^0 w_1(u) du \right).$$

После вычислений с учётом выражений для плотностей вероятности получим

$$P_e = 1 - \Phi \sqrt{0,5q(1-\rho_s)}, \quad (2.91)$$

где $q = 2E/N_0$ - отношение сигнал/шум; $\Phi(x)$ - интеграл вероятности (2.29).

Таким образом, **вероятность полной ошибки при приёме равновероятных сигналов с одинаковыми энергиями для заданного отношения сигнал/шум $q = 2E/N_0$ зависит от величины коэффициента взаимной корреляции сигналов ρ_s .** Наибольшей помехоустойчивостью обладают сигналы с минимальным коэффициентом корреляции ρ_s . Следует отметить, что $|\rho_s| \leq 1$. Для **противоположных** сигналов $s_1(t) = -s_2(t)$ имеем $\rho_s = -1$, для одинаковых сигналов $s_1(t) = s_2(t)$ коэффициент $\rho_s = 1$. Сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ **ортогональны**, если $\rho_s = 0$. **Наибольшей различимостью обладают сигналы, одинаковые по форме и противоположные по знаку (противоположные сигналы).** Одинаковые сигналы различить невозможно. Вероятность ошибки P_e зависит от коэффициента корреляции ρ_s , как показано на рисунке 2.39, где значения отношения сигнал/шум зафиксированы. Наименьшую вероятность P_e можно достичь при $\rho_s = -1$. Если $\rho_s = 1$ то, независимо от значений q , вероятность $P_e = 0,5$.

Обычно пользуются кривыми **потенциальной помехоустойчивости**, которые характеризуют зависимость вероятности общей ошибки P_e от отно-

шения сигнал/шум q при оптимальном приеме детерминированных сигналов. Рассмотрим частичные случаи кривых для некоторых видов манипулированных сигналов, применяемых для передачи двоичных сообщений.

При **амплитудной модуляции (АМ)** и передаче сообщений с пассивной паузой

$$s_1(t) = A_m \cos(\omega_0 t + \varphi); s_2(t) = 0, t \in [0, T].$$

В этом случае $\rho_s = 0$, а характеристики плотностей вероятности $w_1(u_s)$ и $w_2(u_s)$ следующие: $\langle u_{s1} \rangle = E$; $\langle u_{s2} \rangle = 0$; $\langle u_{si}^2 \rangle - \langle u_{si} \rangle^2 = N_0 E / 2$, $i = 1, 2$, где $E = A_m^2 T / 2$ - энергия сигнала.

При равных вероятностях наличия и отсутствия сигнала вероятность P_e полной ошибки записывается в виде суммы $0,5(P_{e1} + P_{e2})$, где P_{e1} соответствует условной вероятности $D = 1 - D$ пропуска сигнала s_1 , а вероятность P_{e2} - условной вероятности ложной тревоги. Вероятности D и F вычислены в п. 2.2.4 и определяются соотношениями (2.31) и (2.32). На основании этих соотношений можно определить оптимальный порог h_{opt} , при котором полная вероятность P_e минимальна. Из условия $dP_e/dh = 0$ или по формуле (2.83) находим $h_{opt} = E/2$. При таком пороге вероятность P_e минимальна и равна $P_e = 1 - \Phi(\sqrt{q}/2)$, где $q = 2E/N_0$. График зависимости P_e от q для АМ приведена на рисунке 2.40.

При **частотной манипуляции (ЧМ)** сигнал на интервале $[0, T]$ принимает одно из двух возможных значений частоты, поэтому

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A_m \cos(\omega_1 t + \varphi_1); \\ s_2(t) &= A_m \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (2.92)$$

При условии $(\omega_1 - \omega_2)T \gg 1$ можно считать сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ ортогональными, т.е. $\rho_s = 0$. Подставив это значение коэффициента корреляции в формулу (2.91), получим выражение для вероятности полной ошибки: $P_e = 1 - \Phi(\sqrt{q}/2)$, зависимость которой от отношения сигнал/шум q приведена на рисунке 2.40.

Отметим некоторые особенности ЧМ сигналов. Различают ЧМ сигналы с разрывом фазы, которые определяются выражением (2.92). Такие сигналы формируются разными генераторами, коммутируемыми в соответствии с передаваемыми информационными символами. Начальные фазы φ_1 и φ_2 независимы друг от друга.

ЧМ сигналы без разрыва фазы формируются с помощью одного генератора, частота которого изменяется в соответствии с передаваемыми символами. При этом фаза колебаний в начале очередного тактового интервала совпадает с фазой колебания в конце предыдущего интервала:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A_m \cos(\omega_1(t - kT) + \Phi_k + \varphi); \\ s_2(t) &= A_m \cos(\omega_2(t - kT) + \Phi_k + \varphi), t \in [kT, (k+1)T], \end{aligned}$$

где $\Phi_k = \sum_{i=1}^{k-1} \omega_i T$ - набег фазы за $(k-1)$ предыдущих интервалов; ω_i - значение частоты на i -м интервале ($\omega_i = \omega_1$ или $\omega_i = \omega_2$). Влияние значения информационного символа на фазу сигнала в последующих интервалах можно использовать для повышения помехоустойчивости по сравнению с посимвольным приёмом независимых посылок. Так, **при выборе $(\omega_2 - \omega_1)T = \pi$ можно получить вероятность P_e приёма ЧМ радиосигналов с непрерывной фазой такую же, как и приёме фазоманипулированных сигналов.**

При **фазовой манипуляции (ФМ)** справедливо следующее соотношение для сигналов:

$$s_1(t) = -s_2(t) = A_m \cos \omega_0 t, t \in [0, T].$$

Коэффициент корреляции $\rho_s = -1$ и в соответствии с выражением (2.91) вероятность полной ошибки $P_e = 1 - \Phi(\sqrt{q})$.

Зависимость вероятности P_e от отношения сигнал/шум для ФМ сигналов приведена на рисунке 2.40.

Сравнение кривых, представленных на рисунке 2.40, показывает, что наибольшей помехоустойчивостью обладает фазовая манипуляция, наименьшей – амплитудная манипуляция с пассивной паузой. Приведённые зависимости характеризуют **потенциальную помехоустойчивость. В реальных системах осуществить идеальный когерентный приём сигналов не удаётся из-за влияния случайных дестабилизирующих факторов на фазу и амплитуду радиосигнала. Поэтому реальная помехоустойчивость при рассмотренных условиях (помеха – гауссовский шум) всегда ниже потенциальной.**

2.5.2 Различение двоичных сигналов со случайными параметрами

Рассмотрим радиосигналы со случайными начальными фазами. Такие сигналы можно представить квазигармоническими колебаниями в виде [см. выражение (1.19)]

$$s_i(t) = S_{oi}(t) \cos(\omega_i t + \psi_i(t) + \varphi_i), i = 1, 2,$$

где $S_{oi}(t)$, $\psi_i(t)$ - функции, определяющие закон модуляции; ω_i - несущая частота; φ_i начальная фаза i -го сигнала. Считаем начальные фазы сигналов неизвестными случайными величинами, равномерно распределёнными на интервале $[-\pi, \pi]$.

Оптимальное решающее правило различения сигналов характеризуется соотношением (2.81). Чтобы определить отношение правдоподобия $l_1(r(t))$, воспользуемся методикой, применённой при решении задачи обнаружения сигнала со случайной начальной фазой (п. 2.3.3). Введём обозначения для корреляционных интегралов:

$$z_{ic} = \int_0^T r(t) S_{oi}(t) \cos(\omega_i t + \psi_i(t)) dt ;$$

$$z_{is} = \int_0^T r(t) S_{0i}(t) \sin(\omega_i t + \psi_i(t)) dt ;$$

$$z_i = \sqrt{z_{ic}^2 + z_{is}^2}, \quad i = 1, 2, \quad (2.93)$$

после преобразований, аналогичных описанным в п. 2.3.3, получим

$$l_1(r(t)) = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{N_0}\right) \frac{I_0(2Z_1/N_0)}{I_0(2Z_2/N_0)}. \quad (2.94)$$

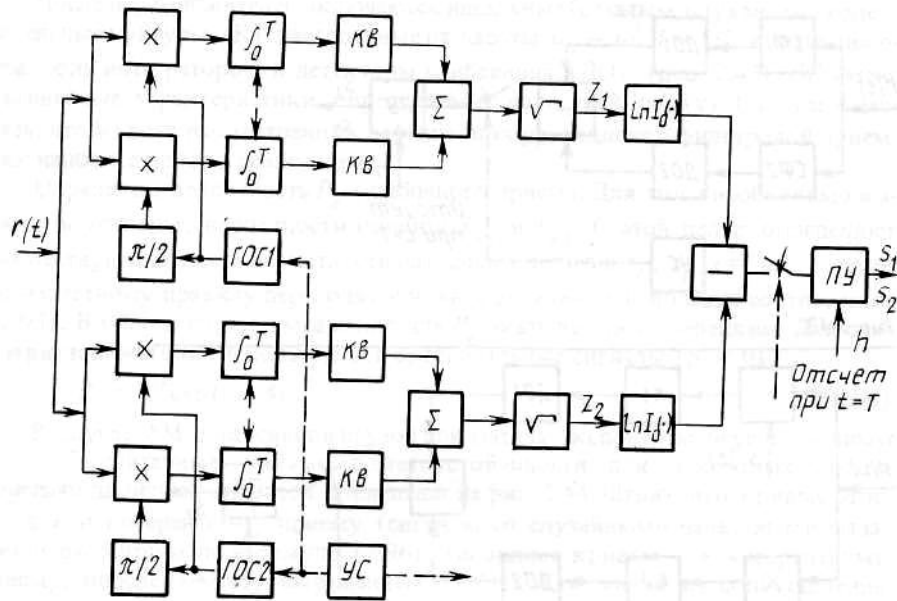


Рисунок 2.41.

Логарифмируя выражение (2.94), можно оптимальное правило различения привести к виду

$$\begin{aligned} & H_1 \\ \ln I_0(2Z_1/N_0) - \ln I_0(2Z_2/N_0) & \begin{cases} > \frac{E_1 - E_2}{N_0} + \ln \frac{P(s_1)}{P(s_2)} = h \\ < \end{cases} \\ & H_2 \end{aligned} \quad (2.95)$$

Здесь E_1 , E_2 - энергия сигнала; $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; h - порог.

Структурные схемы оптимальных различителей сигналов, имеющих случайные начальные фазы, можно реализовать на базе квадратурных корреляционных каналов (рисунок 2.41) или на базе согласованных фильтров с детекторами огибающих (рисунок 2.42). В приведённых схемах различителей используются те же элементы, что и в обнаружителях сигналов со случайными начальными фазами (см. рисунки 2.14, 2.15). Кроме указанных методов построения различителей, используется корреляционно-фильтровой, который основан на преобразовании сигнала, фильтрации и детектировании. Входная смесь умножается на сигналы $s_1'(t)$ и $s_2'(t)$, частоты которых сдвинуты относительно входных частот на величину ω' .

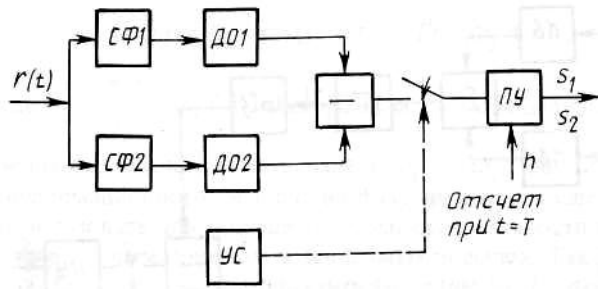


Рисунок 2.42.

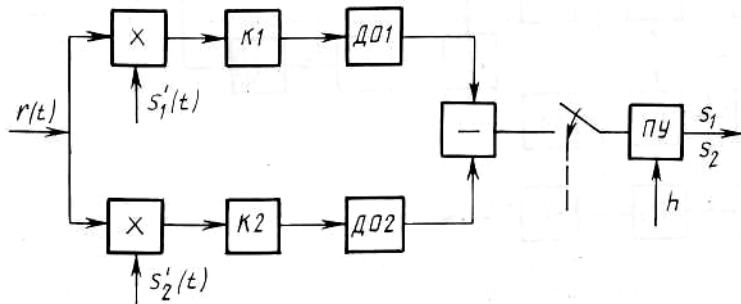


Рисунок 2.43.

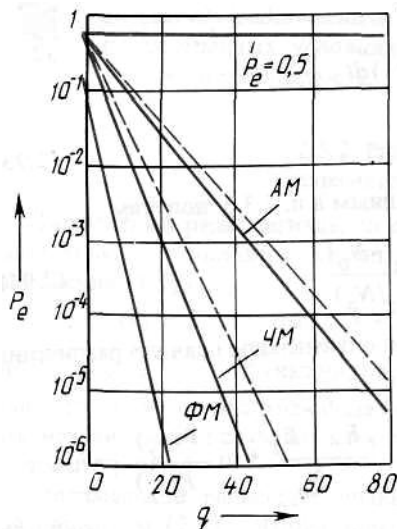


Рисунок 2.44.

После перемножителей включаются идеальные (с малым затуханием) колебательные контуры (К), настроенные на частоты $\omega_i - \omega'$, $i=1,2$ и выполняющие роль интеграторов, и детекторы огибающих (ДО) (рисунок 2.43). ДО имеют нелинейные характеристики, определяемые функцией $\ln I_0(x)$. Следует отметить, что из всех рассмотренных вариантов корреляционно-фильтровой приёмник наиболее прост в реализации.

Определим вероятность P_e ошибочного приёма. Для этого необходимо вычислить условные вероятности ошибок P_{e1} и P_{e2} . С этой целью определяют

совместную плотность вероятности случайных величин z_{ic}, z_{is} $i=1,2$, а затем, по известному правилу переходят к новым величинам, используя соотношение (2.93). В общем случае выражение для P_e оказывается громоздким. Для симметричной системы, использующей ортогональные сигналы ($\rho_s = 0$),

$$P_e = 0,5 \exp(-q/4). \quad (2.96)$$

В случае АМ с пассивной паузой показатель экспоненты берётся равным $-q/8$. Рассчитанные кривые помехоустойчивости для некоторых систем передачи двоичных сигналов приведены на рисунке 2.44. Штриховые кривые относятся к некогерентному приёму (сигналы со случайными начальными фазами) и рассчитаны по формуле (2.96), сплошные кривые – к когерентному приёму, определяемому выражением (2.91). Как видно из сопоставления кривых, **наибольшей помехоустойчивостью обладают когерентные приёмники ФМ сигналов. При некогерентном приёме наименьшую вероятность ошибки обеспечивают системы с ЧМ сигналами, которые являются практически ортогональными.** Благодаря простоте реализации системы с ЧМ сигналами наиболее часто применяются на практике.

2.5.3 Различение ансамблей сигналов

В РТС ПИ для передачи информации нередко используют несколько различных сигналов $s_i(t)$, $i=1, \dots, m$. При этом на каждом временном интервале длительностью T может передаваться один из m сигналов. Рассмотрим оптимальный различитель (по критерию минимума вероятности полной ошибки) m детерминированных сигналов $s_i(t)$, принимаемых на фоне белого шума $n(t)$. Входное колебание имеет вид $r(t) = s_i(t) + n(t)$, $t \in [0, T]$, $i=1, \dots, m$.

Предполагаем, что сигналы имеют одинаковые энергии и равные априорные вероятности появления $P(s_i) = 1/m$. Считаем, что в реализации $r(t)$ присутствует тот из сигналов, апостериорная вероятность для которого наибольшая, т.е. принимается решение о наличии сигнала s_i , если для всех $j \neq i$

$$P_{ps}(s_i) \geq P_{ps}(s_j). \quad (2.97)$$

Апостериорная вероятность определяется выражением

$$P_{ps}(s_i) = kP(s_i)w(r(t)|s_i), \quad (2.98)$$

которое характеризует условную вероятность присутствия i -го сигнала при наблюдении реализации смеси $r(t)$ на интервале $[0, T]$. В Выражение (2.98) входит $P(s_i)$ - априорная вероятность присутствия i -го сигнала; $w(r(t)|s_i) \equiv w_{c.ni}(r(t))$ - функционал плотности вероятности реализации, вычисленный при условии наличия в смеси $r(t)$ сигнала $s_i(t)$; k - нормирующий коэффициент.

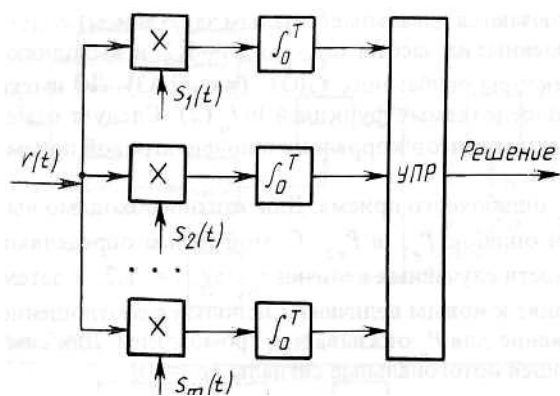


Рисунок 2.45.

Выполнение условия (2.97) обеспечивает наибольшую вероятность правильного решения для каждой реализации и, следовательно, минимальную полную вероятность ошибки. С помощью уже известной методики можно записать выражение для условной плотности вероятности $w_{c.mi}(r)$ по аналогии с формулой (2.14), а затем перейти к непрерывному наблюдению. В результате условие (2.97) примет вид

$$\begin{aligned}
 P(s_i) \exp\left(-\frac{E_i}{N_0} + \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t)s_i(t)dt\right) &\geq \\
 \geq P(s_j) \exp\left(-\frac{E_j}{N_0} + \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t)s_j(t)dt\right). &
 \end{aligned}
 \tag{2.99}$$

Это соотношение определяет оптимальный алгоритм различения m сигналов. При априорно равновероятных сигналах, имеющих равные энергии, алгоритм (2.99) приводится к более простому путём логарифмирования обеих частей неравенства. В результате имеем

$$u_i = \int_0^T r(t)s_i(t)dt \geq \int_0^T r(t)s_j(t)dt = u_j.$$

Приведённому алгоритму соответствует структурная схема m -канального корреляционного различителя, показанная на рисунке 2.45. **Различитель включает устройство принятия решения (УПР), которое определяет канал с наибольшим значением корреляционного интеграла.** Вместо коррелятора каждый канал можно включать согласованный фильтр, настроенный на соответствующий сигнал из ожидаемого ансамбля. Решение вырабатывается в момент окончания действия сигнала. Схема, представленная на рисунке 2.45, является обобщением рассмотренных схем различения двоичных сигналов. Отметим, что принцип многоканального построения различителя сохраняется и при различении m сигналов, содержащих случайные параметры.

Вероятность полной ошибки можно вычислить достаточно просто для ансамбля равновероятных ортогональных сигналов с одинаковыми энергиями. Условие ортогональности сигналов записывается в виде

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} E, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Определим вначале условную совместную плотность вероятности $w(u_1, \dots, u_m | s_i)$ гауссовских случайных величин u_i , $i=1, \dots, m$. Характеристики этих случайных величин определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \langle u_j \rangle &= \int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} E, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j; \end{cases} \\ \langle u_j^2 \rangle - \langle u_j \rangle^2 &= EN_0/2; \\ \langle (u_i - \langle u_i \rangle)(u_j - \langle u_j \rangle) \rangle &= \begin{cases} EN_0/2, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases} \end{aligned}$$

Зная условную плотность вероятности $w(u_1, \dots, u_m | s_i)$, можно найти вероятность правильного решения:

$$P_{ii} = \int_{-\infty}^{\infty} du_i \int_{-\infty}^{u_i} \dots \int_{-\infty}^{u_m} w(u_1, \dots, u_m | s_i) du_1 \dots du_{i-1} du_{i+1} \dots du_m.$$

В результате интегрирования и замены u_i на x можно получить следующее выражение для P_{ii} :

$$P_{ii} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} x - \sqrt{q}^2\right) \Phi^{m-1}(x) dx, \quad (2.100)$$

где $\Phi(x)$ - интеграл вероятности (2.29). Для равновероятных сигналов вероятность правильного приёма каждого из сигналов одинакова.

Полная вероятность ошибки при различении равновероятных сигналов определяется соотношением

$$P_e = \sum_{i=1}^m 1 - P_{ii} \quad P_{s_i} = 1 - P_{ii}, \quad P_{s_i} = 1/m,$$

где вероятность P_{ii} вычисляется по формуле (2.100).

Кривые помехоустойчивости когерентного приёма ортогональных сигналов для значений m , равных 2, 4, 16, 256, приведены на рисунке 2.46.

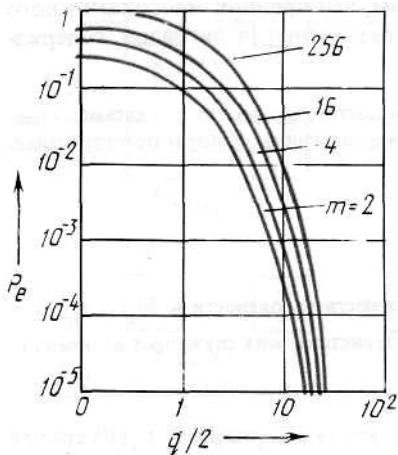


Рисунок 2.46.

Как видно из рисунка, **увеличение числа каналов m приводит к росту вероятности P_e** . Это можно объяснить увеличением вероятности превышения напряжением канала, где действует в момент $t = T$ только шум, напряжения канала, в котором действует ожидаемый сигнал и шум.

Каналы приёма в различителе m ортогональных сигналов, имеющих случайные начальные фазы, строятся аналогично рисунку 2.42. Выход детектора каждого канала подключается к УПР, где вырабатывается решение. Оценка помехоустойчивости некогерентного различителя показывает, что при $\log_2 m > 7$ разница между когерентными и некогерентными приёмниками становится пренебрежительно малой. В пределе при $m \rightarrow \infty$ полные вероятности ошибки P_e для когерентного и некогерентного приёмников совпадают. Верхняя граница для вероятности P_e определяется соотношением

$$P_e \leq m-1 \cdot 1 - \Phi(\sqrt{q/2}), \quad (2.101)$$

или с учётом асимптотики функции $\Phi(\sqrt{q/2})$ получается

$$P_e \leq \frac{m-1}{\sqrt{\pi q}} \exp -q/4 \quad (2.102)$$

где $q = 2E/N_0$ - отношение сигнал/шум.

2.5.4 Обнаружение и различение сигналов с неизвестными параметрами

В рассмотренных выше задачах обнаружения и различения сигналов предполагались известными статистические характеристики помехи и случайных параметров сигнала. Во многих случаях априорные плотности вероятности параметров могут существенно отличаться от реально существующих. При этом качественные показатели приёма ухудшаются по сравнению с ожидаемыми. Отсутствие или неполнота априорных сведений о параметрах сигналов и помех приводит к необходимости постановки задачи приёма сигнала в условиях априорной неопределённости.

Возможны различные подходы к решению указанной задачи. Первый подход заключается в использовании приближенных априорных плотностей вероятности, например, равномерной в ожидаемом интервале изменения параметра. Вид априорного распределения оказывает влияние на переходный (нестационарный) режим работы устройств. В стационарном режиме результаты почти не зависят от вида априорной плотности вероятности неизвестных параметров. Второй подход основан на применении оценок неизвестных параметров, полученных с использованием результатов на всём интервале наблюдения.

С практической точки зрения наиболее интересен третий подход, предполагающий использование текущих оценок неизвестных параметров и осреднения с учётом текущей апостериорной плотности вероятности. Обобщённая схема **оценочно-корреляционного** обнаружителя приведена на ри-

сунке 2.47. Оценка сигнала формируется в блоке оценки сигнала (БОС) на основе апостериорной плотности вероятности параметров $\vec{\lambda}$:

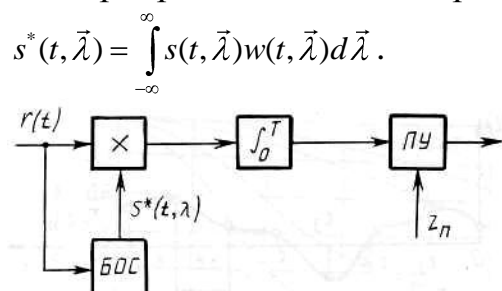


Рисунок 2.47.

Формирование такой оценки сигнала в общем случае сопряжено с большими трудностями, связанными с необходимостью получения текущей апостериорной плотности вероятности параметров сигнала. Заметное упрощение алгоритма и схемы приема может быть получено при замене оценки сигнала $s^*(t, \vec{\lambda})$ на функцию $s(t, \vec{\lambda}^*)$, в которой $\vec{\lambda}^*$ - оценка неизвестных параметров. В условиях, когда отношение сигнал/шум $q \gg 1$, такая замена практически не снижает качества приёма. Формирование функции $s(t, \vec{\lambda}^*)$ осуществляется с помощью генератора сигнала, параметры которого изменяются в соответствии с текущими оценками $\vec{\lambda}^*(t)$. Эти оценки вырабатываются с помощью специальных устройств фильтрации.

Особое место занимают задачи обнаружения сигналов при нефиксированном времени анализа. В таких задачах используется критерий **последовательного наблюдения**. При последовательном наблюдении производится непрерывный анализ отношения правдоподобия и сравнение его с двумя порогами: низким $h_1 = 1 - D / 1 - F$ и высоким $h_2 = D / F$. Если отношение правдоподобия больше порога h_2 , принимается решение о наличии сигнала (цели). Если отношение правдоподобия меньше порога h_1 , принимается решение об отсутствии сигнала (цели). Если отношение правдоподобия находится между высоким и низким порогами, наблюдение продолжается до тех пор, пока не будет принято определенное решение. Последовательный анализ, разработанный А. Вальдом, позволяет независимо задавать вероятность ложной тревоги F и правильного обнаружения D , экономит среднее время, требуемое для принятия решения, т.е. время анализа. Теория показывает, что процедура последовательного анализа обеспечивает минимизацию среднего времени, необходимого для принятия решения при заданных вероятностях D и F .

2.6 Обнаружение и различение сигналов при дискретной и цифровой обработке

Некоторые особенности цифровой обработки были отмечены при рассмотрении накопителей импульсных сигналов (см. п. 2.4.3). В обеспечении

стабильной и точной реализации алгоритмов оптимальной обработки сигналов цифровые методы являются основным направлением. Следует отметить, что по мере роста сложности алгоритмов обработки аппаратные затраты при использовании аналоговых методов увеличиваются гораздо быстрее, чем при использовании цифровых методов. Наименьший рост затрат обеспечивается при применении цифровой аппаратуры на основе программируемой логики (микропроцессоров).

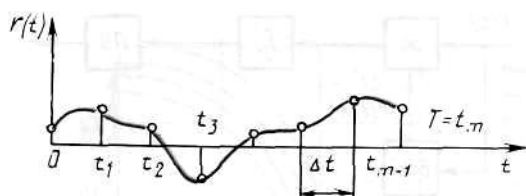


Рисунок 2.48.

Рассмотрим некоторые особенности дискретной и цифровой обработки на примере обнаружения детерминированного сигнала. Принимаемая реализация $r(t)$ подвергается дискретизации по времени, в результате на интервале $[0, T]$ наблюдается конечное число значений реализации $r_i = r(t_i)$ (рисунок 2.48). Такое преобразование реализации связано с возможным использованием дискретных устройств. Если дискретные выборки подвергаются квантованию по уровню и преобразованию в цифровую форму, то после аналого-цифрового преобразователя включается цифровое устройство обработки.

Предположим, что сигнал $s(t)$ полностью известен, неизвестен лишь факт его наличия в смеси $r(t)$ с шумом $n(t)$. Этот шум полагаем стационарным гауссовским процессом с нулевым средним значением и корреляционной функцией $R_n(t, t+\tau) = \sigma_n^2 \exp(-\alpha|\tau|)$, где α - коэффициент, характеризующий время корреляции (ширину спектра помехи). Наблюдаются значения $r(t_i) = r_i$ при $t_i = i\Delta t, i = 1, \dots, m$, причём $m = T/\Delta t$ - число подинтервалов дискретизации.

Алгоритм оптимального обнаружения можно записать на основании соотношений (2.16), (2.17) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \theta^* &= 1 \\ \ln l_{r_0, \dots, r_m} &= \ln \frac{w_{c.n} r_0, \dots, r_m}{w_n r_0, \dots, r_m} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \ln l_0. \\ \theta^* &= 0 \end{aligned} \quad (2.103)$$

Чтобы определить совместные плотности вероятности, входящие в выражение (2.103), введём вспомогательные случайные величины для отсчёта шума n_0, \dots, n_m : $\xi_0 = n_0$; $\xi_1 = n_1 - \gamma n_0$; \dots ; $\xi_i = n_i - \gamma n_{i-1}$; \dots ; $\xi_m = n_m - \gamma n_{m-1}$, где $\gamma = \exp(-\alpha\Delta t)$, найдём совместную плотность вероятности этих m гауссовских случайных величин с нулевыми средними значениями. Введенные случайные

величины ξ_i взаимно некоррелированы и имеют дисперсии $\langle n_i^2 \rangle = \sigma_n^2 (1 - \gamma^2)$.

С учётом указанного запишем плотность вероятности:

$$w_{\xi_0, \dots, \xi_m} = 2\pi\sigma_n^2 \cdot (1 - \gamma^2)^{-m/2} \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2 (1 - \gamma^2)} \left(1 - \gamma^2 \xi_0^2 + \sum_{i=1}^m \xi_i^2\right)\right).$$

Якобиан преобразования при переходе к переменным n_0, \dots, n_m равен единице, поэтому

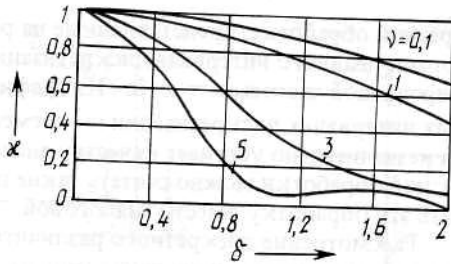


Рисунок 2.49.

$$w_{n_0, \dots, n_m} = 2\pi\sigma_n^2 \cdot (1 - \gamma^2)^{-m/2} \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2 (1 - \gamma^2)} \left(1 - \gamma^2 n_0^2 + \sum_{i=1}^m n_i - \gamma n_{i-1}^2\right)\right). \tag{2.104}$$

На основе выражения (2.104) запишем условные плотности вероятности, входящие в отношение правдоподобия (2.103). В результате придём к следующему алгоритму обнаружения:

$$z_d = \frac{1}{\sigma_n^2 (1 - \gamma^2)} \left(1 - \gamma^2 r_0 s_0 + \sum_{i=1}^m r_i - \gamma r_{i-1} s_i - \gamma s_{i-1}\right) \begin{matrix} > & h \\ < & \end{matrix} \begin{matrix} \theta^* = 1 \\ \theta^* = 0 \end{matrix}$$

Вероятность ложной тревоги и правильного обнаружения определяются на основе условных плотностей вероятности величины z_d при отсутствии и наличии сигнала в смеси. С учётом того, что величина z_d является результатом линейной комбинации совокупности гауссовских случайных величин, в итоге получим: $F = 1 - \Phi(h/d)$; $D = 1 - \Phi(h/d - d)$, где h - порог; $d^2 = m_1^2 / \sigma_0^2$ - отношение мощности сигнала на выходе обнаружителя к мощности выходного шума σ_0^2 . Заметим, что значения m_1 и σ_0^2 равны одной и той же величине d^2 , которая определяется выражением

$$d^2 = \frac{1}{1 - \gamma^2} \frac{1}{\sigma_n^2} \left(1 - \gamma^2 s_0^2 + \sum_{i=1}^m s_i - \gamma s_{i-1}\right)^2. \tag{2.105}$$

Анализ этого выражения показывает, что отношение сигнал/шум при дискретной обработке зависит как от параметров шума сигнала, так и от интервала дискретизации Δt . Например, для детерминированного сигнала $s(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ при условии $\omega_0 T = \pi k, k = 1, 2, \dots$, когда на интервале наблюдения $[0, T]$ укладывается целое число полупериодов гармонического колебания и $\omega \Delta t \neq \pi l, l = 1, 2, \dots$, имеем

$$d^2 = \frac{A_0^2}{\sigma_n^2} \left(\cos^2 \varphi - \frac{1 + \gamma^2 - 2\gamma \cos \omega \Delta t}{2(1 - \gamma^2)} \frac{T}{\Delta t} \right).$$

В пределе при $\Delta t \rightarrow 0$ дискретная обработка переходит в непрерывную и $d^2 \rightarrow d_0^2$. Отношение $\kappa^* = d^2/d_0^2$ характеризует потери энергии сигнала при дискретной обработке, представленные на рисунке 2.49, в зависимости от $\delta = \alpha \Delta t$ - нормированного интервала дискретизации при фиксированных значениях нормированной частоты $\nu = \omega_0/\alpha$. Из графиков видно, что при относительно малых интервалах дискретизации по времени качество дискретного обнаружителя незначительно уступает качеству аналогового. С учётом преимуществ дискретной обработки можно считать такие потери несущественными и использовать эту обработку вместо аналоговой.

Рассмотрение дискретного различия двух сигналов приводит к результатам, аналогичным вышеприведённым, поскольку вероятность ошибочного приёма P_e определяется величиной d^2 , которую можно вычислить по формуле (2.105).

2.7 Функция неопределённости сигнала

При совместной оценке времени запаздывания сигнала τ (т.е. дальность до цели) и частотного сдвига Ω (т.е. скорость движения цели) используют **соотношение неопределённости**

$$\alpha\gamma \geq 1,$$

где α - эффективная длительность сигнала; γ - эффективная ширина спектра сигнала.

Это соотношение показывает, что сигнал не может иметь одновременно сколь угодно малую продолжительность и произвольную малую ширину спектра.

Критерии эффективности указанных параметров могут быть различны. Так, например, для прямоугольного импульса

$$\Delta f \cdot \tau_u = 1,$$

где Δf - это ширина спектральной плотности вида $\frac{\sin x}{x}$ этого сигнала, взятая по первым нулям этой функции; τ_u - длительность прямоугольного импульса.

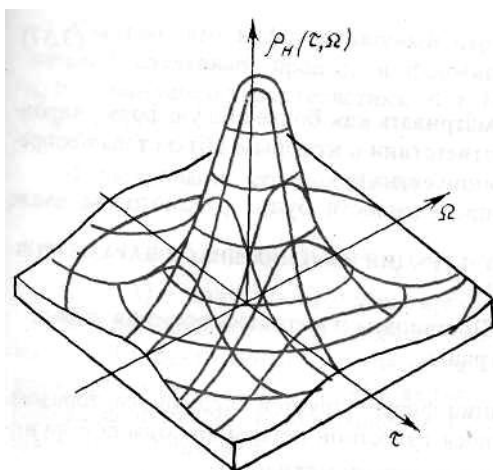


Рисунок 2.50.

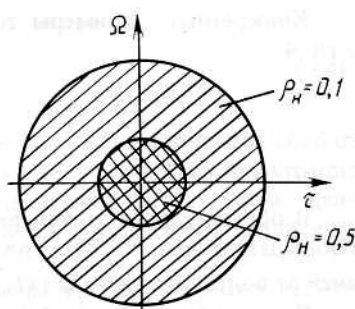


Рисунок 2.51.

Для характеристики сигналов, зависящих от τ и Ω , вводят **функцию неопределённости**

$$\rho_H(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_0(t) \dot{S}_0^*(t - \tau) \exp -j\Omega t dt \right|, \quad (2.106)$$

где $E = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}_0(t)|^2 dt \right|$ - энергия сигнала.

Функция неопределённости зависит от формы сигнала. Поверхность, определяемую функцией неопределённости, называют **поверхностью неопределённости**. Геометрическое тело, ограниченное поверхностью неопределённости и плоскостью $\rho_H = 0$, носит название **тела неопределённости**. Пример тела неопределённости показан на рисунке 2.50. Сечение тела неопределённости плоскостями $\rho_H = const$ позволяют судить об основных свойствах тела неопределённости на уровнях сильной ($\rho_H = 0,5$) и слабой ($\rho_H = 0,1$) корреляции (рисунок 2.51).

Тело неопределённости, построенное для функции $\rho_H^2(\tau, \Omega)$, обладает следующими важными свойствами: при $\tau = \Omega = 0$ функция неопределённости принимает своё наибольшее значение

$$\rho_H^2(0, 0) = 1 \quad (2.107)$$

объём тела неопределённости $\rho_H^2(\tau, \Omega)$ не зависит от вида сигнала, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_H^2(\tau, \Omega) d\tau d\Omega = 2\pi. \quad (2.108)$$

Соотношение (2.108) можно рассматривать как общую формулировку принципа неопределённости, в соответствии с которым объём тела неопределённости не зависит от вида модуляции сигнала.

Конкретные примеры тел неопределённости будут рассмотрены далее в гл. 3.

3 РАЗРЕШЕНИЕ СИГНАЛОВ [1, 2]

3.1 Оптимальное разрешение сигналов

Разрешающая способность оценивается той минимальной разницей в параметрах сигналов, при которой возможны уверенное раздельное обнаружение сигналов и оценка их параметров. Применительно к системам извлечения информации разрешающая способность количественно оценивается минимальной разницей в координатах или скоростях целей, позволяющей уверенно и раздельно обнаруживать цели и измерять их координаты. На практике большинство ситуаций сводится к разрешению двух сигналов (целей), поэтому в дальнейшем будем рассматривать этот случай.

В процессе разрешения двух сигналов одновременно решается задача их обнаружения. Наблюдаемая смесь на входе приёмника представляется соотношением (1.17), которое запишем в виде

$$r(t) = \theta_1 s_1(t) + \theta_2 s_2(t) + n(t), \quad t \in [0, T],$$

где θ_1, θ_2 - независимые случайные величины, которые могут принимать значения 0 и 1; сигналы $s_1(t), s_2(t)$ считаем полностью известными функциями времени; $n(t)$ - белый гауссовский шум с характеристиками (1.26).

При разрешении двух сигналов возможны следующие четыре ситуации: 1) наличие в смеси $r(t)$ обоих сигналов и шума ($\theta_1 = \theta_2 = 1$); 2) наличие в смеси $r(t)$ сигнала s_1 и шума ($\theta_1 = 1, \theta_2 = 0$); 3) наличие в смеси $r(t)$ сигнала s_2 и шума ($\theta_1 = 0, \theta_2 = 1$); 4) наличие в $r(t)$ одного шума ($\theta_1 = \theta_2 = 0$). Задача оптимального разрешающего устройства состоит в оценке параметров θ_1 и θ_2 , обеспечивающей минимум среднего риска (2.2). Этот критерий может быть сведён к максимизации функционала правдоподобия. В рассматриваемом случае функционал правдоподобия можно представить в виде

$$F_{\theta_1, \theta_2} = \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T r(t) - s(t, \theta_1, \theta_2)^2 dt\right), \quad (3.1)$$

$$\text{где } s(t, \theta_1, \theta_2) = \theta_1 s_1(t) + \theta_2 s_2(t). \quad (3.2)$$

Максимизация функционала (3.1) сводится к определению минимального значения интеграла в показателе экспоненты. Предположим, что энергии сигналов s_1 и s_2 одинаковы и равны E . Тогда с учётом выражения (3.2) запишем

$$\begin{aligned} l = & \int_0^T r(t) - s(t, \theta_1, \theta_2)^2 dt = \int_0^T r^2(t) dt - \\ & - 2\theta_1 \int_0^T r(t) s_1(t) dt - 2\theta_2 \int_0^T r(t) s_2(t) dt + \\ & + \theta_1^2 E + 2\theta_1 \theta_2 \rho_{12} E + \theta_2^2 E, \end{aligned}$$

где $\rho_{12} = \frac{1}{E} \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt$ - коэффициент взаимной корреляции сигналов.

Определим значения θ_1 и θ_2 , при которых обеспечивается минимум величины l . Оценки θ_1^* и θ_2^* определяются следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial l}{\partial \theta_1} \Big|_{\theta=\theta^*} = \theta_1^* E - \int_0^T r(t) s_1(t) dt + \rho_{12} \theta_2^* E = 0; \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \theta_2} \Big|_{\theta=\theta^*} = \theta_2^* E - \int_0^T r(t) s_2(t) dt + \rho_{12} \theta_1^* E = 0 \quad (4.4)$$

Решая уравнения (4.3) и (4.4), получаем значения θ_1^* и θ_2^* , приводящие к минимуму ($l = l_{\min}$):

$$\theta_1^* = E \left(1 - \rho_{12}^2 \int_0^T r(t) s_1(t) - \rho_{12} s_2(t) dt \right)^{-1}; \quad (4.5)$$

$$\theta_2^* = E \left(1 - \rho_{12}^2 \int_0^T r(t) s_2(t) - \rho_{12} s_1(t) dt \right)^{-1}. \quad (4.6)$$

Приёмник, реализующий алгоритм (4.5), (4.6), состоит из двух каналов, включающих согласованные фильтры. Импульсные реакции СФ определяются по аналогии с выражением (2.36) и имеют вид:

$$g_1(t) = C \left(s_1(t_0 - t) - \rho_{12} s_2(t_0 - t) \right) \left(E \left(1 - \rho_{12}^2 \int_0^T r(t) s_1(t) - \rho_{12} s_2(t) dt \right)^{-1} \right);$$

$$g_2(t) = C \left(s_2(t_0 - t) - \rho_{12} s_1(t_0 - t) \right) \left(E \left(1 - \rho_{12}^2 \int_0^T r(t) s_2(t) - \rho_{12} s_1(t) dt \right)^{-1} \right),$$

где $t_0 \geq T$, что следует из условия физической реализуемости фильтров. При $t_0 = T$ наибольшее значение сигналов на выходе СФ ожидается в момент $t = T$; образующиеся в этот момент напряжения сравниваются с пороговыми уровнями $\pm l_n$ в пороговых устройствах (ПУ) (рисунок 3.1). Заметим, что возможна реализация каналов разрешающего устройства на основе корреляторов.

В отличие от обнаружителя сигнала с полностью известными параметрами (например, формулу (2.36) и рисунок 2.7) импульсные реакции $g_1(t) = 1, 2$, в устройстве разрешения имеют более сложную зависимость от сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$. При отсутствии корреляции между сигналами ($\rho_{12} = 0$) каждый из сигналов превращается в оптимальный обнаружитель одиночного сигнала.

Определим качественные показатели оптимального устройства разрешения двух сигналов. Как и при обычном обнаружении, качество разрешения можно охарактеризовать условными вероятностями правильного обнаружения и ложной тревоги.

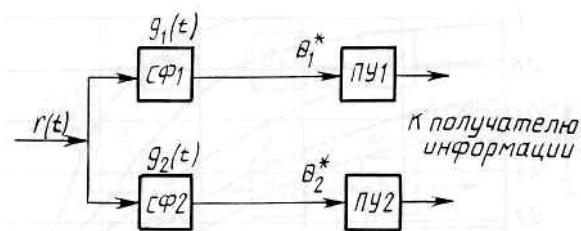


Рисунок 3.1.

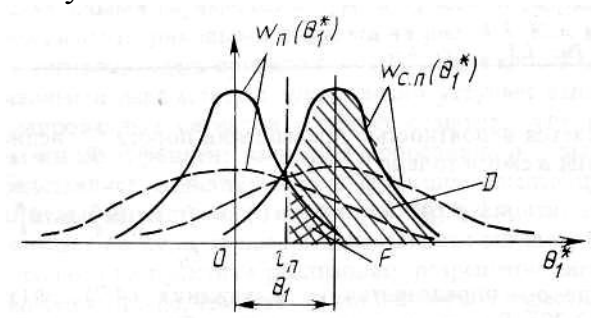


Рисунок 3.2.

Для определения этих вероятностей необходимо знать следующие условные плотности вероятности: $w_n \theta_1^*$ - при наличии только шума; $w_{c.n} \theta_1^*$ - при наличии шума и сигнала s_1 ; $w_n \theta_2^*$ - при наличии только шума; $w_{c.n} \theta_2^*$ - при наличии шума и сигнала s_2 . Поскольку шум является гауссовским, случайные величины θ_1^* и θ_2^* также гауссовские и характеризуются своими математическими ожиданиями и дисперсиями. Используя методику, описанную в п.2.2.4, можно получить выражения для условных плотностей вероятности, аналогичные (2.25), (2.26). Дисперсии $\sigma_{\theta_1}^2$ и $\sigma_{\theta_2}^2$, характеризующие случайные величины θ_1^* и θ_2^* , при одинаковой энергии сигналов оказываются равными и определяются выражением

$$\sigma_{\theta}^2 = N_0 / 2E \cdot 1 - \rho_{12}^2 \quad (3.7)$$

Условные математические ожидания $\langle \theta_1^* \rangle$ и $\langle \theta_2^* \rangle$ при наличии в смеси шума и сигнала равны единице, при наличии только шума – нулю. Условные плотности вероятности $w_n \theta_1^*$ и $w_{c.n} \theta_1^*$ показаны на рисунке 3.2 для двух значения ρ_{12} : штриховые кривые – для ρ_{12}'' , сплошные – для ρ_{12}' ; здесь принято $\rho_{12}' < \rho_{12}''$. Вероятность обнаружения сигнала s_1 не зависит от того, присутствует на выходе сигнал s_2 или нет. То же самое можно сказать и о вероятности обнаружения сигнала s_2 .

Вероятность ложной тревоги F для сигнала s_1 определяется вероятностью превышения порога l_n величиной θ_1^* при условии действия в смеси только шума:

$$F = P \theta_1^* > l_n, \theta_1 = 0 = \int_{l_n}^{\infty} w_n \theta_1^* d\theta_1^* = 1 - \Phi(l_n / \sigma_{\theta}) ,$$

где σ_θ определяется из выражения (4.7); Φx - интеграл вероятности (2.29). Вероятность правильного обнаружения вычисляется по формуле

$$D = P \theta_1^* > l_n, \theta_1 = 1 = 1 - \Phi \left(\frac{l_n - 1}{\sigma_\theta} \right). \quad (3.8)$$

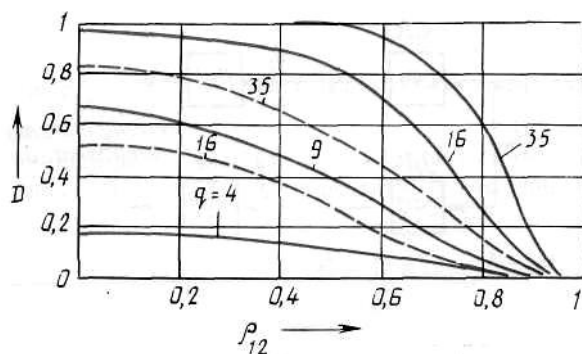


Рисунок 3.3.

Фиксируя значение вероятности ложной тревоги F , можно при заданной величине отношения сигнал/шум $q = 2E/N_0$ построить зависимости вероятности D от ρ_{12} . Семейство таких характеристик, построенных в соответствии с выражением (3.8) при различных значениях q , образует **характеристики разрешения**. Они представлены на рисунке 3.3. Характеристики разрешения показывают, что с уменьшением значений коэффициента взаимной корреляции ρ_{12} и увеличением отношения сигнал/шум q надёжность разрешения двух сигналов возрастает. Удобно ввести **параметр разрешения** $2E(1 - \rho_{12}^2)/N_0 = q(1 - \rho_{12}^2)$, определяющий надёжность разрешения. Для канала обнаружения сигнала s_2 , т.е. для θ_2^* , можно получить аналогичные характеристики разрешения. Таким образом, по наблюдениям выходов обоих каналов осуществляется процесс разрешения: при превышении порога только в канале θ_1^* принимается решение, что имеется один сигнал s_1 ; превышение порогов одновременно в обоих каналах свидетельствует о присутствии обоих сигналов.

Для двух сигналов, имеющих случайные независимые амплитуды и случайную разность фаз, каналы оптимального устройства разрешения включают согласованные фильтры (СФ), детекторы огибающей (ДО) и пороговые устройства (ПУ). На рисунке 3.4 изображена структурная схема устройства разрешения двух сигналов со случайными параметрами.

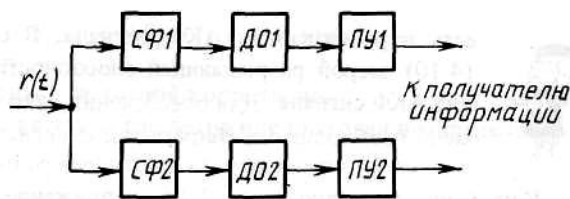


Рисунок 3.4.

Характеристики разрешения для таких сигналов показаны штриховыми линиями на рисунке 3.3. Как и в случае детерминированных сигналов, здесь принято $F = 10^{-4}$. Надёжность разрешения сигналов со случайными параметрами существенно уступает надёжности разрешения детерминированных сигналов. Следует отметить, что для случая разрешения по времени коэффициент взаимной корреляции ρ_{12} высокочастотных сигналов представляет осциллирующую функцию, спадающую до нуля за четверть периода высококачественных колебаний. Коэффициент ρ_{12} для огибающих сигналов спадёт до нуля за время длительности сигнала, т.е. разрешение заметно хуже, однако, на практике реализовать разрешение сигналов по схеме на рисунке 3.4 оказывается проще, чем для случая полностью известных радиосигналов.

3.2 Оценка разрешающей способности

Рассмотрим упрощенный метод оценки разрешающей способности, позволяющий сравнивать между собой сигналы различного вида с точки зрения их разрешения. Применительно к системам извлечения информации используют понятия разрешающей способности по дальности, по скорости, по угловым координатам целей. Информация об этих параметрах цели содержится соответственно в задержке τ сигнал, в доплеровском сдвиге частоты Ω , в направлении прихода радиоволн γ . В качестве **меры различимости** двух сигналов, имеющих одинаковые энергии и отличающихся задержкой τ , примем средний квадрат отклонения сигнала $s(t)$ от $s(t-\tau)$:

$$\Delta_{\tau}^2 = \frac{1}{E} \int_0^T [s(t) - s(t-\tau)]^2 dt. \quad (3.9)$$

Раскрывая подынтегральное выражение, нетрудно привести соотношение (3.9) к следующему виду:

$$\Delta_{\tau}^2 = 2(1 - \rho_s(\tau)). \quad (3.10)$$

где

$$\rho_s(\tau) = \frac{1}{E} \int_0^T s(t) s(t-\tau) dt$$

есть нормированная АКФ сигнала. В соответствии с выражением (3.10) мерой разрешающей способности сигналов по времени служит АКФ сигнала. Для **обеспечения различимости по времени необходимо выбирать такие сигналы, у которых АКФ приближается к нулю всюду за исключением окрестности $\tau = 0$.**

Как было показано в п. 2.2.5, напряжение на выходе согласованного фильтра при отсутствии шума имеет форму АКФ сигнала. В обнаружителях сигналов со случайными параметрами на выходе цепи, состоящей из согласованного фильтра и детектора огибающей, формируется напряжение, которое по форме повторяет АКФ комплексной огибающей ожидаемого сигнала. Таким образом, различимость сигналов определяется свойствами АКФ, в част-

ности временем корреляции. Интервал задержки τ_H одного сигнала по отношению к другому, в пределах которого сигналы считаются неразрешимыми, называется **интервалом неопределенности по задержке**. Этот интервал определяется удвоенным значением времени корреляции:

$$\tau_H = \int_{-\infty}^{\infty} |R_s \tau|^2 d\tau, \quad (3.11)$$

$$\text{где } R_s \tau = \frac{1}{2E} \int_0^T S_0 t \overline{S_0 t - \tau} dt$$

представляет АКФ комплексной огибающей сигнала. Согласно формуле (3.11), наибольшей разрешающей способностью по времени, а, следовательно, и по дальности обладают системы, использующие широкополосные сигналы, имеющие малое время корреляции, т.е. малый интервал неопределенности по задержке.

Рассмотрим разрешающую способность по частоте (скорости). В качестве меры различимости сигналов, различающихся частотой можно принять величину среднего квадрата разности спектральных функций огибающих:

$$\Delta_{\Omega}^2 = \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{or} j\omega - S_{or}^* j\omega - \Omega|^2 d\omega, \quad (3.12)$$

$$\text{где принято: } s t = S_0 t \cos \omega_0 t + \psi t ; S_{or} j\omega = \int_0^T S_0 t \exp -j\omega t dt.$$

После преобразования выражения (3.12) получим

$$\Delta_{\Omega}^2 = 2 |1 - R_s \Omega|,$$

где $R_s \tau = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} S_{or} j\omega S_{or}^* j\omega - \Omega d\omega$ является комплексной функцией частотной корреляции.

По аналогии с τ_H можно ввести в рассмотрение **интервал неопределенности по частоте**

$$\Omega_H = \int_{-\infty}^{\infty} |R_s \tau|^2 d\Omega. \quad (3.13)$$

Согласно выражению (3.13), наибольшей разрешающей способностью по частоте (скорости) обладают системы, использующие протяженные сигналы, которые имеют малый интервал неопределенности по частоте.

Проведем оценку совместного разрешения сигналов (целей) по времени (дальности) и по частоте (радиальной скорости). Для этого вводят квадратичную меру, аналогичную ранее рассмотренным. Пусть, например, два сигнала различаются задержкой τ и смещением частоты Ω :

$$s_1 t = S_0 t \exp j\omega_0 t ;$$

$$s_2 t - \tau = S_0 t - \tau \exp j \omega_0 - \Omega t - \tau .$$

Определим меру различимости сигналов по формуле

$$\Delta_{\tau\Omega}^2 = \frac{1}{2E} \int_0^T s_1(t-\tau) - s_2(t-\tau) dt.$$

После возведения в квадрат подынтегральной функции и преобразований получим

$$\Delta_{\tau\Omega}^2 = 2 \int_0^T |s_1(t-\tau) - s_2(t-\tau)|^2 dt.$$

где $\psi(\tau, \Omega) = \frac{1}{2E} \int_0^T S_0^*(t) S_0(t-\tau) \exp(-j\Omega t) dt$ есть **двухмерная АКФ сигнала**. Она связана с функцией неопределенности $\rho_H(\tau, \Omega)$ (2.106) соотношением

$$\rho_H(\tau, \Omega) = |\psi(\tau, \Omega)| = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T S_0^*(t) S_0(t-\tau) \exp(-j\Omega t) dt \right|. \quad (3.14)$$

Характеристики двухмерной АКФ и, следовательно, функции неопределенности определяют меру различимости сигналов по времени и частоте. Некоторые свойства функции неопределенности $\rho_H(\tau, \Omega)$ были указаны в п.2.7 (см. формулы (2.107), (2.108)). Поскольку при $\tau = \Omega = 0$, $\rho_H(0, 0) = 1$, то в этом случае $\Delta_{\tau\Omega}^2 = 0$, т.е. сигналы неразличимы. Так как объем тела неопределенности $\rho_H^2(\tau, \Omega)$ не зависит от формы сигнала и равен единице, то невозможно достичь сколь угодно высокой степени разрешения сигналов: концентрация тела неопределенности в окрестности точки $\tau = \Omega = 0$ приводит к образованию боковых выбросов в других областях плоскости τ, Ω . При $\tau = 0$ из формулы (3.14) получаем сечение тела неопределенности вертикальной плоскостью:

$$\rho_H(0, \Omega) = \frac{1}{2E} \left| \int_0^T S_0(t) \exp(-j\Omega t) dt \right|^2,$$

т.е. данное сечение представляет собой модуль спектральной функции квадрата огибающей сигнала. Это сечение не зависит от фазовой структуры сигнала.

При $\Omega = 0$ получаем сечение тела неопределенности плоскостью, включающей ось τ и перпендикулярной плоскости τ, Ω :

$$P_{\tau}(\tau, \Omega) = \frac{1}{\rho_H^2(0, 0)} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \rho_H^2(\tau, \Omega) d\Omega. \quad (3.15)$$

Если запаздывание τ и смещение частоты Ω сигналов попадают в область, определяемую соотношением (3.15), такие сигналы не разрешаются. Указанная область называется **областью сильной корреляции**. Область, лежащая вне $P_{\tau}(\tau, \Omega)$, относится к **области слабой корреляции**. Сечения тела неопределенности на уровне сильной и слабой корреляции изображают в виде так называемых **диаграмм неопределенности**.

3.3 Диаграммы неопределенности сигналов

Рассмотрим сечения тела неопределенности для некоторых типичных

радиосигналов, применяемых в системах извлечения информации.

Пусть **одиначный радиоимпульс** имеет прямоугольную огибающую (2.43) с единичной амплитудой

$$\overset{\square}{S} t = \overset{\square}{S}_0 t = \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_u}\right). \quad (3.16)$$

Воспользуемся выражением (3.14) и подставим в него значение $\overset{\square}{S}_0 t$ из формулы (3.16), в результате получим следующее соотношение для нормированной функции неопределенности:

$$\rho_H(\tau, \Omega) = \begin{cases} \left| \frac{\sin \Omega \tau_u - |\tau|/2}{\Omega \tau_u/2} \right| & \text{при } |\tau| \leq \tau_u; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_u \end{cases} \quad (3.17)$$

Из выражения (3.17) при $\Omega = 0$ получаем функцию

$$\rho_H(\tau, 0) = \begin{cases} 1 - |\tau|/\tau_u & \text{при } |\tau| \leq \tau_u; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_u \end{cases} \quad (3.18)$$

Сечение $\rho_H(\tau, 0)$ определяется формулой

$$\rho_H(\tau, 0) = \left| \sin \Omega \tau_u/2 / \Omega \tau_u/2 \right|. \quad (3.19)$$

На рисунке 3.5 изображены сечения тела неопределенности (3.18) и (3.19) и диаграмма неопределенности, характеризующая области сильной $\rho_H = 0,5$ и слабой $\rho_H = 0$ корреляций. Можно показать, что влияние параметра τ_u импульса на диаграмму неопределенности: **укорочение импульса приводит к вытягиванию эллипса неопределенности вдоль оси Ω , т.е. к улучшению разрешающей способности сигналов по времени, и наоборот, удлинение импульса приводит к улучшению разрешающей способности сигналов по частоте.**

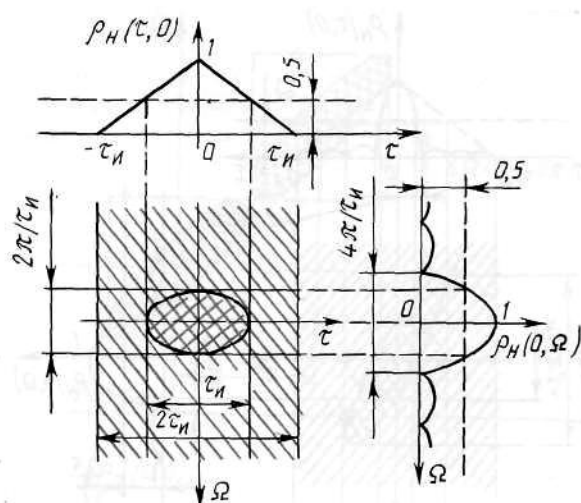


Рисунок 3.5.

Для **прямоугольного радиоимпульса с линейной модуляцией частоты (ЛЧМ) колебаний** комплексная огибающая имеет вид

$$S_0 t = \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_u}\right) \exp j\alpha t^2 .$$

Мгновенная частота радиоимпульса изменяется по закону

$$\omega t = \frac{d}{dt} \omega_0 t + \alpha t^2 = \omega_0 + 2\alpha t$$

т.е. линейно возрастает от ω_0 до $\omega_0 + 2\alpha\tau_u$. Девияция частоты $\Delta\Omega = 2\alpha\tau_u$.

Нормированная функция неопределенности $\rho_H \tau, \Omega$ определяется выражением

$$\rho_H \tau, \Omega = \begin{cases} \left| \frac{\sin \frac{\Omega + \Delta\Omega\tau/\tau_u}{2} (\tau_u - |\tau|)}{\Omega + \Delta\Omega\tau/\tau_u} \right| & \text{при } |\tau| \leq \tau_u; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_u \end{cases} \quad (3.20)$$

Сечение тела неопределенности

$$\rho_H 0, \Omega = \left| \sin \frac{\Omega\tau_u}{2} / \Omega\tau_u/2 \right| \quad (3.21)$$

совпадает с аналогичным сечением (3.19) для одиночного радиоимпульса, поскольку огибающие сигналов одинаковы.

При $\Omega = 0$ из формулы (3.20) получим выражение

$$\rho_H \tau, 0 = \begin{cases} \left| \frac{\sin \frac{\Delta\Omega\tau/\tau_u}{2} (\tau_u - |\tau|)}{\Delta\Omega\tau/2} \right| & \text{при } |\tau| \leq \tau_u; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_u \end{cases} \quad (3.22)$$

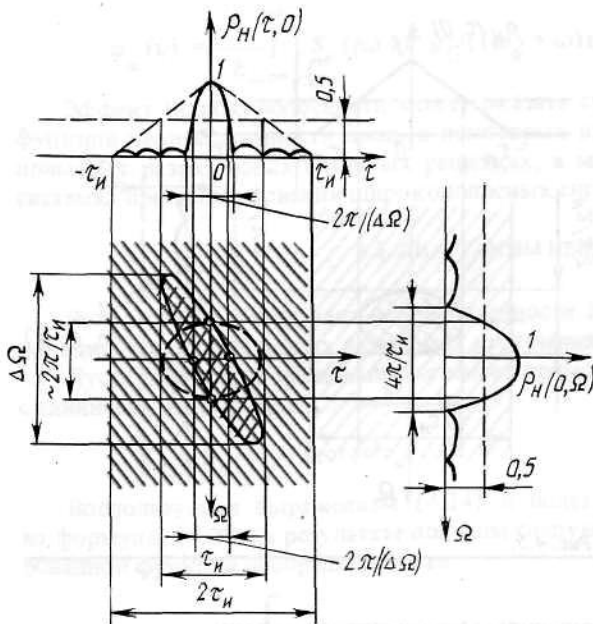


Рисунок 3.6.

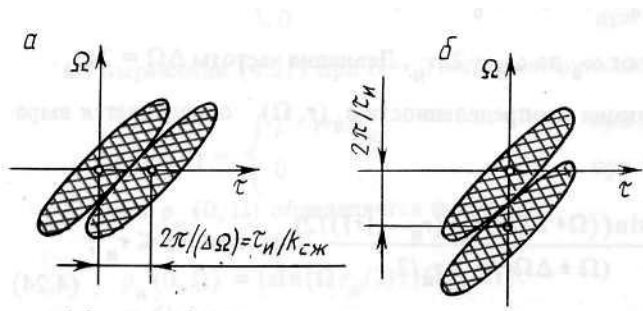


Рисунок 3.7.

В соответствии с формулами (3.21) и (3.22) на рисунке 3.6 показаны сечения тела неопределенности. Здесь же изображена диаграмма неопределенности ЛЧМ радиоимпульса. Штриховыми линиями обозначен эллипс неопределенности одиночного прямоугольного радиоимпульса. При одинаковой длительности простого и ЛЧМ радиоимпульсов размеры эллипсов неопределенности по оси $\tau=0$ одинаковы, что означает одинаковую разрешающую способность таких сигналов по частоте. При разрешении по времени ЛЧМ радиоимпульсов взаимное расположение эллипсов неопределенности показано на рисунке 3.7,а, при разрешении по частоте – на рисунке 3.7,б (время прихода сигналов считается известным). Если время прихода сигналов неизвестно, то при совместном разрешении по τ и по Ω применение ЛЧМ радиоимпульсов не улучшает разрешения по времени (дальности) и в $k_{сж}$ раз ухудшает разрешение по частоте (скорости). Коэффициент $k_{сж}$ является коэффициентом сжатия ЛЧМ радиоимпульса на выходе согласованного фильтра и определяется базой сигнала: $k_{сж} = B = \Delta\Omega\tau_u / 2\pi$. Эффект сжатия показан на рисунке 3.8.

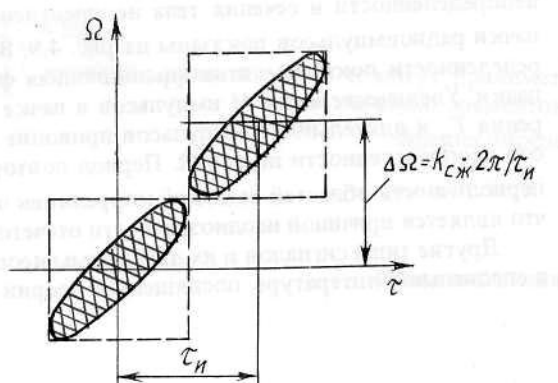


Рисунок 3.8.

Пачка прямоугольных радиоимпульсов с прямоугольной огибающей имеет тело неопределенности с несколькими пиками сильной корреляции, что может привести к неоднозначности отсчета дальности и скорости. Диаграмма неопределенности и сечения тела неопределенности $\rho_H \tau, 0$ и $\rho_H 0, \Omega$ для

пачки радиоимпульсов показаны на рисунке 3.9. В верхней части диаграммы неопределенности показана АКФ пачки, справа – спектр пачки. Увеличение числа M импульсов в пачке при сохранении периода повторения T_{Π} и длительности импульсов приводит к уменьшению размеров эллипсов неопределенности по оси Ω . Период повторения T_{Π} импульсов определяет периодичность областей высокой корреляции на диаграмме неопределенности, что является причиной неоднозначности отсчетов дальности и скорости.

Другие типы сигналов и их диаграммы неопределенности рассматриваются в специальной литературе, посвященной теории сигналов.

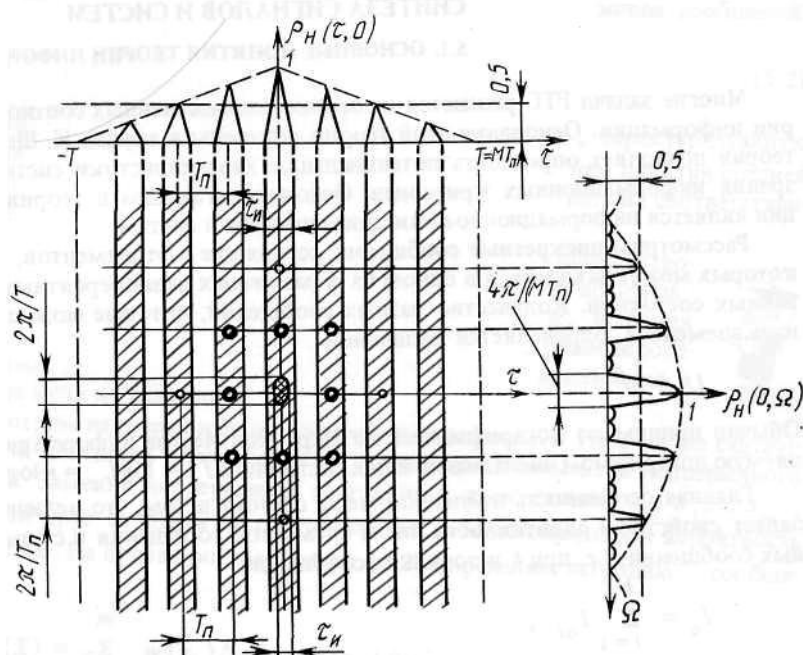


Рисунок 3.9.