



Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

Д.В. Озёркин

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Компьютерный лабораторный практикум для студентов специальностей 210201 «Проектирование и технология радиоэлектронных средств» и 160905 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования»



ТОМСК 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой КИПР

В.Н. ТАТАРИНОВ

“ ___ ” _____ 20__ г.

Д.В. Озёркин

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Компьютерный лабораторный практикум для студентов специальностей 210201 «Проектирование и технология радиоэлектронных средств» и 160905 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования»

Рецензент: доцент кафедры КИПР ТУСУР,
к.ф.-м.н. Козлов В.Г.

Технический редактор: доцент кафедры КИПР ТУСУР,
к.т.н. Кореньков О.С.

Озёркин Д.В.

Основы автоматики и системы автоматического управления. Компьютерный лабораторный практикум для студентов специальностей 210201 «Проектирование и технология радиоэлектронных средств» и 160905 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования».

Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.- 176 с.

В настоящем компьютерном лабораторном практикуме по дисциплине «Основы автоматики и системы автоматического управления» основными «инструментами» для выполнения лабораторных работ выступают программа автоматизированных математических расчетов MathCAD и программа схемотехнического моделирования MicroCAP.

© Озёркин Д.В. 2012

© Кафедра КИПР Томского

государственного университета систем
управления и радиоэлектроники, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Назначение компьютерного лабораторного практикума.....	5
Особенности компьютерного лабораторного практикума	7
Сведения для студентов, обучающихся с применением дистанционных технологий.....	10
Общие методические рекомендации по выполнению лабораторного практикума	12
Типовые приемы работы в MathCAD, необходимые для выполнения лабораторных заданий	15
Типовые приемы работы в MicroCAP, необходимые для выполнения лабораторных заданий	31
1 Лабораторная работа №1 – Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления	48
1.1 Цель работы.....	48
1.2 Порядок выполнения работы.....	48
1.3 Составление структурных схем соединения решающих элементов	48
1.4 Пример решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в MathCAD и MicroCAP	58
1.5 Лабораторное задание	65
1.6 Контрольные вопросы	66
1.7 Варианты заданий.....	67
2 Лабораторная работа №2 – Исследование устойчивости систем автоматического управления	71
2.1 Цель работы.....	71
2.2 Порядок выполнения работы.....	71
2.3 Типовые динамические звенья систем автоматического управления.....	71
2.4 Устойчивость линейных систем.....	75
2.5 Пример исследования границ устойчивости линейной системы автоматического управления.....	79
2.6 Лабораторное задание	87
2.7 Контрольные вопросы	87
2.8 Варианты задания	88
3 Лабораторная работа №3 – Исследование нелинейных систем автоматического управления	91
3.1 Цель работы.....	91
3.2 Порядок выполнения работы.....	91
3.3 Специализированные функциональные преобразователи, используемые в нелинейных системах автоматического управления.....	91
3.4 Пример исследования системы автоматического управления с	

нелинейным звеном люфта.....	101
3.5 Лабораторное задание	112
3.6 Контрольные вопросы	113
3.7 Варианты задания	114
4 Лабораторная работа №4 – Исследование дискретных систем автоматического управления	119
4.1 Цель работы.....	119
4.2 Порядок выполнения работы.....	119
4.3 Основные характеристики дискретных систем автоматического управления.....	119
4.4 Пример анализа устойчивости дискретной САУ во временной и частотной областях.....	127
4.5 Лабораторное задание	139
4.6 Контрольные вопросы.....	140
4.7 Варианты задания	141
Список литературы	143
Приложение 1 – Некоторые встроенные функции MathCAD.....	144
Приложение 2 – Некоторые сообщения об ошибках, выдаваемые программой MathCAD	151
Приложение 3 – Справочные сведения о программе схемотехнического моделирования MicroCAP.....	160
Приложение 4 – Некоторые сообщения об ошибках, выдаваемые программой MicroCAP	167
Приложение 5 – Пример оформления отчета по лабораторной работе	170
Приложение 6 – Соответствие условных графических обозначений некоторых ЭРЭ в России и за рубежом	177

НАЗНАЧЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Распространенным методом познания человеком окружающего мира является моделирование – исследование явлений, процессов, объектов в природе и обществе путем построения и изучения их моделей. В частности, использование современных технических средств моделирования на ЭВМ при исследовании систем автоматического управления (САУ) имеет ряд преимуществ и новых возможностей по сравнению с приборным макетированием.

Приборные макеты для исследования САУ нередко отличает сложность в настройке, наладке, тестировании. В процессе выполнения лабораторных работ на приборных макетах периодически возникает необходимость в проверке и калибровке. Отмеченные недостатки приводят к тому, что студентам при выполнении работ затруднительно на фоне «информационного шума» распознать и наблюдать тот или иной закон (свойство) САУ. Как следствие – низкая образовательная составляющая от проведенного занятия.

Следует заметить, что законы автоматики описывают поведение не только радиоэлектронной аппаратуры (РЭА), но также справедливы для крупномасштабных объектов и явлений, таких как системы автоматизированного управления производственными процессами, технологические и полигонные установки. В таких случаях приборное макетирование часто вообще бывает лишено смысла ввиду трудоемкости и сложности реализации. Компьютерное моделирование, напротив, позволяет быстро, точно и наглядно наблюдать за протекаемыми процессами. При условии грамотного использования метода аналогии и моделей подобия результаты компьютерного моделирования, как правило, хорошо согласуются с теорией САУ. Применяя метод аналогии, можно сводить задачу моделирования различных физических процессов к составлению эквивалентной электрической схемы рассматриваемого процесса, а затем с помощью программ схемотехнического моделирования проводить анализ этого процесса, используя масштабные коэффициенты.

Таким образом, количественный и качественный выигрыши от применения компьютерного моделирования состоят в следующем:

- полностью или частично отпадает необходимость в длительном и трудоемком этапе изготовления лабораторного макета; в затратах на комплектующие изделия, материалы и конструктивные элементы, необходимые для изготовления макетов и установок; в измерительных приборах и оборудовании для испытаний системы;

- значительно сокращается время определения характеристик и время исследований;

- появляется возможность исследовать системы, содержащие элементы, характеристики которых известны, но самих элементов нет в настоящее время; имитировать воздействия, воспроизведение которых при натуральных испытаниях затруднено, требует сложного оборудования, сопряжено с опасностью для установки или исследователя, а иногда вообще невозможно; легко полу-

чать дополнительные характеристики объекта, которые сложно или невозможно получить с помощью измерительных приборов.

В настоящем лабораторном практикуме автор предлагает использовать тандем из двух широко известных и распространенных программных продуктов: средство автоматизации математических расчетов MathCAD и средство схемотехнического моделирования MicroCAP. Совместное использование этих программных продуктов позволяет сначала построить и исследовать абстрактную математическую модель изучаемого явления (MathCAD). Затем, применяя метод аналогии, можно создать структурную и электрическую схему устройства, в котором также наблюдается изучаемое явление (MicroCAP). Такой подход, на взгляд автора, помогает студентам в полной мере осознать взаимосвязь теоретических и практических аспектов основ автоматики.

Выбор программы MicroCAP в качестве средства схемотехнического моделирования не случаен. К основным достоинствам программного продукта в плане его использования в лабораторных работах следует отнести:

- минимальные аппаратные требования к ЭВМ – программа гарантированно работает даже на компьютерах с процессором Pentium первого поколения;
- исключительно схемотехническая направленность программы, ее сбалансированность для целей настоящего лабораторного практикума.

Почти все другие программные продукты схемотехнического моделирования (DesignLab, OrCAD, MultiSim) обладают еще возможностями топологического проектирования, что в данном случае можно считать недостатком. Такие программные комплексы гораздо сложнее в освоении студентами и требовательнее к аппаратным ресурсам.

Помимо основного назначения – изучения основ автоматики – компьютерный лабораторный практикум способствует приобретению студентами специальностей 210201 и 160905 серьезных навыков в построении математических моделей, в схемотехническом анализе, в синтезе моделирующих установок на основе структурных и электрических схем. Компьютерный лабораторный практикум может также использоваться студентами других специальностей, учебный план которых включает дисциплину «Основы автоматики и системы автоматического управления», либо ее аналоги с другими наименованиями.

ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Компьютерный лабораторный практикум базируется на материале, изучаемом в лекционных курсах «Основы автоматики и системы автоматического управления» специальности 210201 и «Автоматика и управление» специальности 160905. Заметим, что дисциплина «Основы автоматики и системы автоматического управления» является общепрофессиональной ОПД.Ф.08, входящей в ГОС 654300-2000; дисциплина «Автоматика и управление» – из ряда регионально-вузовских компонентов.

Согласно учебных планов, количество часов, выделенных на выполнение лабораторных работ, различается в зависимости от специальности и формы обучения. Общий список тем лабораторных занятий, включенных в настоящий практикум, состоит из четырех работ:

1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления.
2. Исследование устойчивости систем автоматического управления.
3. Исследование нелинейных систем автоматического управления.
4. Исследование дискретных систем автоматического управления.

Конкретные сведения о количестве и темах лабораторных работ для каждой из специальностей и форм обучения приведены ниже в таблице.

Таблица

Специальность	Форма обучения	Количество работ	Названия работ
210201	очная	2	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления.
210201	заочная	2	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления.
210201	заочная с дистанционной технологией	3	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления. 3. Исследование дискретных систем автоматического управления.

Продолжение таблицы

210201	дистанционная	2	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления.
160905	очная	4	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления. 3. Исследование нелинейных систем автоматического управления. 4. Исследование дискретных систем автоматического управления.
160905	заочная	2	1. Решение дифференциальных уравнений движения для систем автоматического управления. 2. Исследование устойчивости систем автоматического управления.

Описанию лабораторных работ предшествует два раздела по демонстрации всех типовых приемов, которые необходимы для выполнения лабораторных заданий. Для удобства такие типовые приемы озаглавлены, пронумерованы и сгруппированы отдельно для программы MicroCAP и для программы MathCAD. Затем, в описаниях лабораторных работ даются соответствующие ссылки на типовые приемы, для того чтобы не акцентировать внимание на технических подробностях при изложении основного материала. Следовательно, демонстрационные разделы настоящего компьютерного лабораторного практикума можно рассматривать и как краткое учебное пособие по применению MathCAD и MicroCAP, и как справочный материал. Разделы снабжены максимально подробными разъяснениями и иллюстрациями.

В описаниях лабораторных работ включены две обязательные части – краткие теоретические сведения по теме работы и методический пример по выполнению лабораторного задания. Краткие теоретические сведения, предваряющие лабораторное задание, позволяют студентам вспомнить материал лекционного курса без специального поиска нужного раздела в учебном пособии.

Методические примеры выполнены на темы, сходные с лабораторными заданиями. Примеры демонстрируют определенный «сценарий» проведения лабораторных исследований:

1. Построение в MathCAD математической модели изучаемого явления.

2. Создание в MicroCAP схемы устройства, в котором реализовано изучаемое явление.

Заметим, что лабораторные работы №2 и №4 по своей сути аналитические, направленные на выделение составных частей САУ с последующим их изучением. Затем, на основе такого анализа делается заключение о функционировании САУ в целом.

Лабораторные работы №1 и №3 являются более сложными, поскольку предполагают синтетические этапы исследования. В частности, в этих работах предусматривается синтез моделирующей установки в виде схемы электрической принципиальной. Учитывая, что изучение дисциплины «Основы автоматики и системы автоматического управления» происходит на старших курсах, включение в лабораторные работы элементов синтеза, на взгляд автора, выглядит вполне допустимым.

В конце компьютерного лабораторного практикума приведены дополнительные справочные материалы:

- сведения о программе автоматизированных математических расчетов MathCAD 2001;
- сведения о программе схемотехнического моделирования MicroCAP7;
- правила оформления отчета по лабораторной работе;
- соответствие условных графических обозначений элементов в России и за рубежом.

СВЕДЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Для студентов, обучающихся с применением дистанционных технологий, необходимо обратиться к предыдущему разделу и найти в таблице количество лабораторных работ и их темы в соответствии с Вашей специальностью и формой обучения. Категорически запрещается изменять темы лабораторных работ по своему усмотрению. Порядок выполнения лабораторных работ решающего значения не имеет. Для выполнения лабораторных работ следует иметь:

1. Настоящий лабораторный практикум.
2. Дистрибутивный архив с программой MathCAD 2001.
3. Дистрибутивный архив с программой MicroCAP 7.
4. Дополнительную библиотеку с математическими моделями отечественных радиоэлементов (операционные усилители), поскольку они не входят в стандартную поставку программы MicroCAP.

Источники приобретения программного обеспечения (MathCAD и MicroCAP) в России широко известны и поэтому здесь не комментируются. Если в Вашем случае возникли принципиальные трудности с поиском указанных программных продуктов, то в качестве варианта можно обратиться за помощью к преподавателю информатики ТУСУРа, который проводит выездные сессии в Вашем регионе.

Не следует пользоваться демонстрационной версией программы MicroCAP 7, которая доступна для бесплатного копирования с Web-сервера фирмы-разработчика. В демонстрационной версии введены некоторые ограничения, в частности, количество операционных усилителей в схеме может быть не больше двух. Это обстоятельство не позволяет использовать демонстрационную программу MicroCAP 7 для выполнения лабораторных заданий.

Выполнять лабораторные задания можно в более ранних полнофункциональных версиях MicroCAP: версия 6 и версия 5 (вторая редакция). Однако такой способ можно рекомендовать студентам, хорошо знакомым с интерфейсом этих версий, который несколько отличается от седьмой версии программы.

Библиотека математических моделей отечественных операционных усилителей представляет собой обычный текстовый файл `mu_oramp.lib`, где на входном языке формата SPICE приводится описание элемента. Особенности подключения математической модели операционного усилителя разъяснены в разделе «Типовые приемы работы в MicroCAP, необходимые для выполнения лабораторных заданий». Электронный файл с библиотекой математических моделей операционных усилителей входит в комплект рассылки вместе с лабораторным практикумом. Вообще этот файл можно получить по электронной почте, сделав соответствующий запрос по адресу kipr_depart@main.tusur.ru.

Часто задаваемым вопросом является почему нельзя использовать ранние версии программы MathCAD (например, версию 2000). Единственным препятствием такого использования служит отсутствие в ранних версиях программы вычислительного блока `given/odesolve` для решения дифференциальных уравнений. Заметим, что в предыдущих версиях MathCAD решение дифференциальных уравнений в принципе было возможно, однако только с помощью встроенных функций. Вычислительный блок `given/odesolve` позволяет представлять дифференциальные уравнения в привычном для математики виде.

Номер варианта выбирается по общепринятым правилам в дистанционном образовании по формуле:

$$V = (25 \cdot k) \operatorname{div} 100,$$

где V – искомый номер варианта (при $V = 0$ выбирается номер варианта 25); k – две последние цифры номера Вашей зачетной книжки; div – операция целочисленного деления.

При отправке отчетов по лабораторным работам следует указывать свой номер варианта. Пример оформления отчета по лабораторной работе приведен в Приложении 5. Отчет по лабораторной работе обязательно должен быть в виде твердой копии, при этом допускается как рукописный, так и печатный текст отчета. Аргументами в пользу представления отчета в виде твердой копии являются следующие причины:

- исключение возможности получения компьютерных вирусов;
- снятие проблем технического характера, связанных с поврежденными архивами или архивами неизвестного формата;
- снятие проблем, связанных с прочтением документа или его части из-за применения нестандартных средств оформления;
- снятие проблем, связанных с проверкой, рецензированием и исправлениями отчета, а особенно его графической части.

Распространенной ошибкой в отчетах является неполное оформление графиков. Графики функций всегда должны иметь единицы измерения по осям, правильный масштаб, поясняющие подписи, дополнительные построения (если это требует лабораторное задание). В связи с этим не нужно бояться на полученной твердой копии графика наносить от руки дополнительную информацию.

Ответы на большинство контрольных вопросов содержатся в теоретической части описании лабораторной работы. Кроме этого, существует несколько контрольных вопросов, направленных на понимание студентом сути лабораторного задания. Искать прямые ответы на такие вопросы в описании работ не следует, необходимо выразить свою точку зрения, свое понимание происходящего. Вопросы **технического** характера, возникающие при выполнении лабораторных работ, Вы можете отправить по электронному адресу kipr_depart@main.tusur.ru.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

Учитывая, что дисциплина «Основы автоматики и системы автоматического управления» изучается на старших курсах, заведомо предполагается, что студент должен обладать начальными навыками и умениями работы в программах MathCAD и MicroCAP. В связи с этим в настоящем лабораторном практикуме остались *вне* рассмотрения следующие вопросы:

- для программы MathCAD: состав и назначение пунктов меню; состав и назначение панелей инструментов; основные принципы написания математических выражений и их вычисление; построение графиков функций;

- для программы MicroCAP: состав и назначение пунктов меню; состав и назначение панели инструментов в режимах изображения схемы и анализа графиков; приемы изображения электрических схем; виды схемотехнического анализа и их запуск.

Если Вы по какой-либо причине не владеете перечисленными знаниями и навыками работами, то целесообразно обратиться сначала к [1-4], а затем уже к настоящему лабораторному практикуму. Перед выполнением лабораторных заданий рекомендуется ознакомиться с разделами «Типовые приемы работы в MathCAD, необходимые для выполнения лабораторных заданий» и «Типовые приемы работы в MicroCAP, необходимые для выполнения лабораторных заданий»; полезно также воспроизвести примеры их этих разделов на компьютере.

Программа MathCAD – наиболее популярное математическое приложение, в отличие от большинства других построено в соответствии с принципом WYSIWYG («What You See Is What You Get - Что Вы видите, то и получите»). Достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул, причем в виде, максимально приближенном к общепринятому, и тут же получать результат.

С точки зрения выполнения лабораторных заданий можно дать два практических совета при работе в MathCAD.

Некоторые лабораторные задания предполагают написание программных циклов при помощи панели инструментов «Программирование» для нахождения численным способом некоторого результата. Как и в любой системе программирования, особое внимание в MathCAD следует уделять «бесконечным» циклам или циклам с большим количеством итераций. Такие циклы появляются, как правило, в результате ошибочных действий пользователя и приводят к зависанию компьютера с потерей всей несохраненной информации. Поэтому перед написанием *любого* программного фрагмента при помощи панели «Программирование» следует обязательно сохранить промежуточные результаты своей работы.

Второй практический совет связан с переносом через буфер обмена математических выражений или программных фрагментов в текстовое прило-

жение, например Microsoft Word. При этом часто возникает ситуация, когда после печати текстового документа в нем отсутствует после символа знак равенства конечный результат, хотя в электронной версии текстового документа он есть. Решение указанной проблемы – промежуточное сохранение информации из буфера обмена в виде bmp-рисунка и последующее внедрение его в текстовый документ.

Для лучшей наглядности полезно графики функции в MathCAD представлять с параметром толщины (веса) отличным от единицы.

Программа схемотехнического моделирования MicroCAP, также как и подавляющее большинство аналогичных программ, использует при работе вычислительные алгоритмы, математические модели и входной язык формата SPICE. На текущий момент формат SPICE стал фактически общепризнанным стандартом для программ схемотехнического моделирования.

Приведем несколько практических советов при работе в программе схемотехнического моделирования MicroCAP.

Программа MicroCAP сохраняет результаты работы в файлы с расширением *.cir. Распространенной ошибкой является попытка сохранить непосредственно графики зависимостей, полученные в результате моделирования. Такая попытка будет неудачна, поскольку в режиме отображения графиков пункт меню Save (Сохранить) всегда заблокирован. Следует помнить, что основная информация, которая сохраняется в рабочем файле *.cir – это не графики функций, а схема электрическая принципиальная вместе с индивидуальными настройками и установками на проведение какого-либо моделирования. Таким образом, всегда нужно сначала закрыть окно с графиками зависимостей, а затем уже приступать к сохранению информации и выходу из программы. Если во время следующего сеанса работы открыть сохраненный файл и произвести запуск на моделирование – получим первоначальные графики зависимостей.

Если есть необходимость перенести изображение графика функции в какое-либо приложение, например в текстовый редактор Microsoft Word, то проще всего это сделать через буфер обмена по команде Edit/Copy to Clipboard/Copy the Visible Portion of Window in BMP Format.

Полезно при работе в программе MicroCAP сохранять промежуточные результаты своей работы с периодичностью в 15-20 минут для того, чтобы не потерять всю информацию. Особенно важно это перед первым запуском на моделирование – в случае неправильного задания параметров иногда возникает аварийная ситуация и программы MicroCAP «зависает».

При выполнении лабораторных работ следует стремиться, чтобы каждое новое частное задание располагалось в отдельном файле, даже если схема включения одинакова. В противном случае, можно очень легко запутаться в многочисленных установках параметров на моделирование, которые в каждом новом задании имеют индивидуальные особенности. Несоблюдение этого правила может привести к тому, что вместо ожидаемого результата по-

явится совсем иной – например, вместо одного графика функции появится семейство.

Следует помнить, что математическая модель операционного усилителя основана на своем реальном прототипе, поэтому наследует большинство его признаков и свойств. Для нормального функционирования модели операционного усилителя необходима подача питающего напряжения, причем правильной полярности. Модель операционного усилителя, также как и реальный прототип, обладает ограничениями по величинам входного и выходного напряжения и тока. В принципе невозможно получить на выходе операционного усилителя значение напряжения большее, чем напряжение питания.

При изображении схем электрических принципиальных в MicroCAP необходимо выполнение следующих условий:

- выводы электрорадиоэлементов (ЭРЭ) должны быть подключены к электрическим проводникам;
- электрические проводники не должны иметь разрывов (за исключением прокладки скрытых цепей);
- любая схема электрическая принципиальная должна иметь символ общего проводника (проводник с нулевым потенциалом);
- большинство схем электрических принципиальных должны иметь на входе источник сигнала (за исключением схем автогенераторов, мультивибраторов и т.д.);
- любая схема электрическая принципиальная, содержащая активные ЭРЭ, должна иметь источник питания.

При проведении моделирования по постоянному току программа MicroCAP интерпретирует емкости как разрывы в электрической цепи, а индуктивности – как обычные проводники.

При составлении символических и математических выражений в MicroCAP указание на какой-либо ЭРЭ производится по его позиционному обозначению на схеме электрической принципиальной. Несоответствие позиционного обозначения ЭРЭ на схеме и в выражении всегда вызывает сообщение об ошибке.

Сообщения об ошибках выводятся в программе MicroCAP на английском языке, поэтому не всегда информативны и понятны. В любом случае следует внимательно прочесть такое сообщение и постараться устранить причину, вызвавшую появление ошибки. В Приложении 4 приведены основные (типичные) сообщения об ошибках программы MicroCAP.

ТИПОВЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ В MATHCAD, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАДАНИЙ

Прием №1. Решение обыкновенного дифференциального уравнения с помощью вычислительного блока given/odesolve.

Применение вычислительного блока given/odesolve предпочтительнее из соображений наглядности представления задачи и результатов.

Вычислительный блок для решения одного обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ), реализующий численный метод Рунге-Кутты, состоит из трех частей:

1. given – ключевое слово;
2. ОДУ и начальное условие, записанное с помощью логических операторов, причем начальное условие должно быть в форме $y(t_0)=b$;

3. odesolve(t, t_1) – встроенная функция для решения ОДУ относительно переменной t на интервале (t_0, t_1) .

Допустимо, и даже часто предпочтительнее, задание функции odesolve ($t, t_1, step$) с тремя параметрами, где $step$ – внутренний параметр численного метода, определяющий количество шагов, в которых метод Рунге-Кутты, будет рассчитывать решение дифференциального уравнения. Чем больше значение $step$, тем с лучшей точностью будет получен результат, но тем больше времени будет затрачено на его поиск. Подбором этого параметра можно заметно (в несколько раз) ускорить расчеты без существенного ухудшения их точности.

Пример решения задачи Коши для ОДУ первого порядка $y' = y - y^2$ посредством вычислительного блока given/odesolve приведен ниже.

given

$$\frac{d}{dt}y(t) = y(t) - y(t)^2$$

$$y(0) = 0.1$$

$$y := \text{odesolve}(t, 10)$$

Логическому знаку равенства соответствует сочетание клавиш <Ctrl> + <=>. Символ производной можно ввести как средствами панели **Calculus** (Вычисления), как это сделано в примере, так и в виде штриха, набрав его с помощью сочетания клавиш <Ctrl> + <F7>. Результатом применения блока given/odesolve является функция $y(t)$, определенная на промежутке (t_0, t_1) . Следует воспользоваться обычными средствами MathCAD, чтобы построить ее график или получить значение функции в какой-либо точке указанного интервала, например: $y(3) = 0.691$.

Прием №2. Трассировка графиков.

Трассировка позволяет очень точно изучить строение графика. Для того чтобы включить режим трассировки, следует щелкнуть в области графика правой кнопкой мыши и выбрать в контекстном меню пункт **Trace** (Трассировка). В результате появится окно трассировки (рисунок 1, с представленным решением дифференциального уравнения из предыдущего примера), а в поле графика можно видеть две пересекающиеся пунктирные линии.

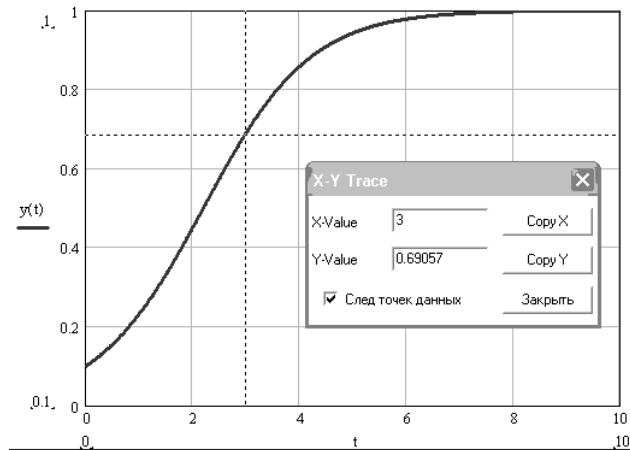


Рисунок 1 – Трассировка графика функции

Перемещая указатель мыши по графику, можно тем самым передвигать точку пересечения линий трассировки. При этом координаты точки указываются с высокой точностью в окне трассировки в полях **X-Value** (Значение X) и **Y-Value** (Значение Y). Нажатие кнопки **Copy X** (Копировать X) или **Copy Y** (Копировать Y) копирует соответствующее число в буфер обмена. В дальнейшем его можно вставить в любое место документа, нажав клавиши **<Ctrl> + <V>**. Если установлен флажок **След точек данных**, как это показано на рисунке 1, то линии трассировки следуют точно вдоль графика. Если нет, то они могут перемещаться по всей области графика.

Прием №3. Решение обыкновенного дифференциального уравнения высшего порядка с использованием встроенной функции rkfixed.

Альтернативный метод решения ОДУ заключается в использовании одной из встроенных функций, например rkfixed. Этот способ несколько проигрывает способу, рассмотренному в приеме №1, в простоте и наглядности. Однако его применение вызвано необходимостью нахождения не только нулевой, но и старших производных.

Указанный способ решения связан со сведением ОДУ высшего порядка к эквивалентной системе ОДУ первого порядка. Покажем это на примере

ОДУ второго порядка $\frac{d^2 y}{dt^2} + 0.1 \frac{dy}{dt} + y = 0$. Если формально обозначить $y = y_0$

и $\frac{dy_0}{dt} = y_1$, то $\frac{dy_1}{dt} = -0.1y_1 - y_0$; при этом исходное уравнение можно записать через функции $\frac{dy_0}{dt}$ и $\frac{dy_1}{dt}$ в виде системы двух ОДУ:

$$\begin{cases} \frac{dy_0}{dt} = y_1; \\ \frac{dy_1}{dt} = -0.1y_1 - y_0, \end{cases} \quad (1)$$

Таким образом, любое ОДУ n -го порядка, линейное относительно высшей производной, можно свести к эквивалентной системе n дифференциальных уравнений.

Встроенная функция `rkfixed` позволяет решать поставленную задачу Коши численным методом Рунге-Кутты с фиксированным шагом. **Обязательно следует соблюдать регистр первой буквы (строчная) при написании функции `rkfixed`, т.к. это влияет на выбор алгоритма счета.** Для поиска решения необходимо задать:

- начальные условия;
- дифференциальное уравнение, представляемое в виде уравнений первого порядка согласно (1);
- значения всех постоянных коэффициентов, входящих в эти уравнения;
- набор точек, в которых следует найти решение.

В функцию `rkfixed(y0, t0, tl, N, D)` входят следующие параметры:

- y_0 – вектор начальных условий в точке t_0 с размерностью, соответствующей порядку k дифференциального уравнения или числу уравнений первого порядка в (1);
- t_0 – начальная точка расчета;
- tl – конечная точка расчета;
- N – число фиксированных шагов или точек, в которых численный метод находит решение;
- D – вектор, в котором записаны правые части дифференциальных уравнений (1).

Пример решения задачи Коши для ОДУ второго порядка $\frac{d^2y}{dt^2} + 0.1\frac{dy}{dt} + y = 0$ посредством встроенной функции `rkfixed` приведен ниже.


$$D(t,y) := \begin{pmatrix} y_1 \\ -0.1 y_1 - y_0 \end{pmatrix}$$

$$y_0 := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$t_0 := 0 \quad t_1 := 50 \quad N := 100$$

$$u := \text{rkfixed}(y_0, t_0, t_1, N, D)$$

Самая важная – это первая строка примера, в которой, собственно, определяется система ОДУ. Функция $D(t, y)$, входящая в число параметров встроенной функции `rkfixed`, должна быть функцией обязательно двух аргументов. Размерность вектора начальных значений y_0 (он определен во второй строке примера) должна совпадать с размерностью векторной функции $D(t, y)$. В третьей строке примера определены начальная и конечная точки расчета, а также число шагов, на которых рассчитывается решение. Последняя строка присваивает матричной переменной u результат действия функции `rkfixed`. Решение системы ОДУ будет осуществлено на промежутке $(0, 50)$.

Правые части $D(t, x)$ и y_0 вводятся как вектора нажатием кнопки  на панели **Matrix** (Матрица) с последующим указанием размера: строки **2**, столбцы **1**. Индексы в обозначении нулевой и первой производной y_0, y_1 вводятся с помощью клавиши [(квадратная скобка).

В результате решения получается матрица, содержащая $(k + 1)$ столбцов и $(N + 1)$ строк; где k – порядок исходного дифференциального уравнения, N – число фиксированных шагов. В первом столбце содержатся фиксированные значения аргумента $t_0, t_1, t_2, \dots, t_N$; во втором столбце – соответствующие им значения искомой функции $y(t_0), y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)$; в третьем столбце – значения первых производных в тех же узлах и т.д.

	0	1	2	▲
0	0	0.1	0	}
1	0.5	0.088	-0.047	
2	1	0.056	-0.08	
3	1.5	0.011	-0.093	
4	2	-0.033	-0.082	
5	2.5	-0.068	-0.053	
6	3	-0.084	-0.013	
7	3.5	-0.08	0.029	
8	4	-0.057	0.062	
9	4.5	-0.021	0.078	
10	5	0.018	0.075	
11	5.5	0.051	0.054	
12	6	0.07	0.021	
13	6.5	0.071	-0.015	
14	7	0.056	-0.046	
15	7.5	0.028	-0.064	

Просмотреть все компоненты матрицы u , которые не помещаются на экране, можно с помощью вертикальной полосы прокрутки. В вышеприведенном примере отмечено выделением расчетное значение на 10-ом шаге $u_{10,1} = 0.018$. Это соответствует, с математической точки зрения, найденному значению $y_0(5)=0.018$.

Чтобы построить график решения, надо отложить соответствующие компоненты матрицы решения по координатным осям: значения аргумента $u^{<0>}$ – вдоль оси x , а $u^{<1>}$ и $u^{<2>}$ – вдоль оси y (рисунок 2). Символ выделения столбца из матрицы (угловые скобки) вводится сочетанием клавиш $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle 6 \rangle$. Чтобы построить на графике еще одну кривую, необходимо выполнить следующие действия:

1. Угловым маркером целиком выделить выражение, стоящее в надписи координатной оси y (рисунок 2).
2. Нажать клавишу \langle , \rangle (запятая).
3. В результате появится местозаполнитель, в который нужно ввести выражение для второй кривой.
4. Щелкнуть в любом месте вне этого выражения (на графике или вне его).

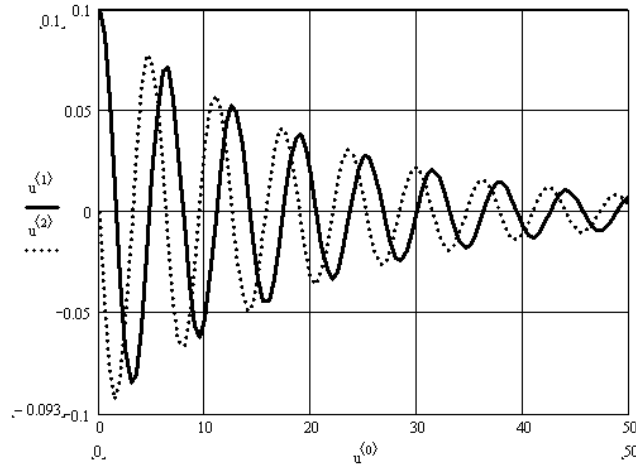


Рисунок 2 – График решения ОДУ второго порядка

Прием №4. Построение фазового портрета дифференциального уравнения.

Как известно, решение обыкновенного дифференциального уравнения часто удобнее изображать в фазовом пространстве, по каждой из осей которого откладываются значения найденных функций. При этом аргумент входит в них лишь параметрически. Для рассмотренного выше (см. прием №3) ОДУ второго порядка такой график – фазовый портрет системы – является кривой на фазовой плоскости и поэтому особенно нагляден. Он изображен на рисунке 3, и можно заметить, что для его построения потребовалось лишь поменять метки осей – по оси абсцисс отложена нулевая производная $u^{(1)}$, а по оси ординат отложена первая производная $u^{(2)}$.

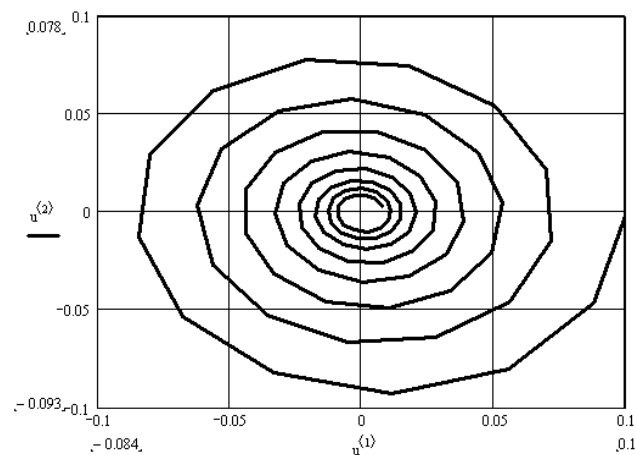


Рисунок 3 – Фазовый портрет решения ОДУ второго порядка

Фазовый портрет типа, изображенного на рисунке 3, имеет одну стационарную точку (аттрактор), на которую «накручивается» решение. В теории динамических систем аттрактор такого типа называется фокусом. В общем случае, если система состоит из n ОДУ, то фазовое пространство является n -мерным. При $n > 3$ наглядность теряется и для визуализации фазового портрета приходится строить его различные проекции.

Прием №5. Решение нелинейного дифференциального уравнения.

В предыдущих примерах (см. приемы №1,3,4) были рассмотрены решения линейных дифференциальных уравнений, т.е. содержащих только первую степень неизвестных функций и их производных. Между тем, существует ряд задач, связанных с решением нелинейных дифференциальных уравнений, причем решение большинства из них можно получить лишь численно.

Рассмотрим решение уравнения Ван-дер-Поля, описывающего электрические колебания в замкнутом контуре, состоящем из соединенных последовательно конденсатора, индуктивности, нелинейного сопротивления и элементов, обеспечивающих подкачку энергии извне:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \mu \left(-y^2 \frac{dy}{dt} + y \right) = 0 \quad (2)$$

Неизвестная функция времени $y(t)$ имеет смысл электрического тока, а в параметре μ заложены количественные соотношения между составляющими электрической цепи, в том числе и нелинейной компонентой сопротивления.

Представим (2) в виде двух уравнений первого порядка, аналогично тому, как это делалось в приеме №3:

$$\begin{cases} \frac{dy_0}{dt} = y_1; \\ \frac{dy_1}{dt} = \mu \left(-y_0^2 y_1 - y_0 \right), \end{cases}$$

где y_0 – искомая функция; y_1 – первая производная искомой функции.

Пример решения нелинейного дифференциального уравнения Ван-дер-Поля посредством встроенной функции `rkfixed` приведен ниже.

Решением уравнения Ван-дер-Поля являются колебания, вид которых для $\mu = 1$ показан на рисунке 4 (слева). Они называются автоколебаниями и принципиально отличаются от колебаний математического маятника тем, что такие характеристики как амплитуда, частота, спектр не зависят от начальных условий, а определяются исключительно свойствами самой динамической системы. Через некоторое время после выхода из начальной точки решение стремится к постоянному циклу колебаний, называемому предельным циклом. Аттрактор типа предельного цикла является замкнутой кривой на фазовой плоскости. К нему асимптотически притягиваются все окрестные траектории, выходящие из различных начальных точек, как изнутри, так и снаружи предельного цикла.

$$\mu := 1$$

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \mu \left[1 - (y_0)^2 \right] \cdot y_1 \end{bmatrix} - y_0$$

$$y := \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$t0 := 0 \quad t1 := 30 \quad N := 2000$$

$$u := \text{rkfixed}(y, t0, t1, N, D)$$

	0	1	2
0	0	0.01	0
1	0.015	$9.999 \cdot 10^{-3}$	$-1.511 \cdot 10^{-4}$
2	0.03	$9.995 \cdot 10^{-3}$	$-3.045 \cdot 10^{-4}$
3	0.045	$9.99 \cdot 10^{-3}$	$-4.601 \cdot 10^{-4}$
4	0.06	$9.982 \cdot 10^{-3}$	$-6.18 \cdot 10^{-4}$
5	0.075	$9.971 \cdot 10^{-3}$	$-7.781 \cdot 10^{-4}$
6	0.09	$9.958 \cdot 10^{-3}$	$-9.405 \cdot 10^{-4}$
7	0.105	$9.943 \cdot 10^{-3}$	$-1.105 \cdot 10^{-3}$
8	0.12	$9.925 \cdot 10^{-3}$	$-1.272 \cdot 10^{-3}$
9	0.135	$9.905 \cdot 10^{-3}$	$-1.441 \cdot 10^{-3}$
10	0.15	$9.882 \cdot 10^{-3}$	$-1.612 \cdot 10^{-3}$
11	0.165	$9.856 \cdot 10^{-3}$	$-1.786 \cdot 10^{-3}$
12	0.18	$9.828 \cdot 10^{-3}$	$-1.962 \cdot 10^{-3}$
13	0.195	$9.798 \cdot 10^{-3}$	$-2.139 \cdot 10^{-3}$
14	0.21	$9.764 \cdot 10^{-3}$	$-2.32 \cdot 10^{-3}$
15	0.225	$9.728 \cdot 10^{-3}$	$-2.502 \cdot 10^{-3}$

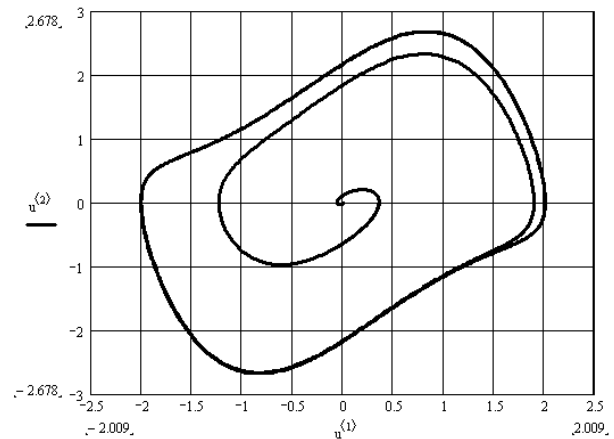
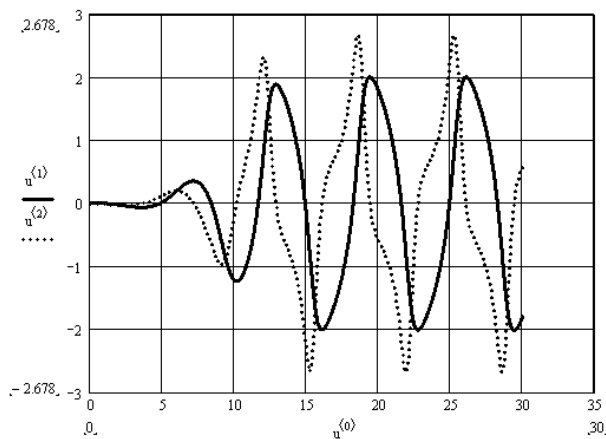


Рисунок 4 – График решения (слева) и фазовый портрет уравнения Ван-дер-Поля

Прием №6. Некоторые способы символьных вычислений.

Символьные вычисления в MathCAD можно осуществлять в двух различных вариантах:

- с помощью команд меню;
- с помощью оператора символьного вывода \rightarrow , ключевых слов символьного процессора и обычных формул.

Первый способ более удобен, когда требуется быстро получить какой-либо аналитический результат для однократного использования, не сохраняя сам ход вычислений. Второй способ более нагляден, т.к. позволяет записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах MathCAD. Кроме того, аналитические преобразования, проводимые через меню, касаются только одного, выделенного в данный момент, выражения. Соответственно, на них не влияют формулы, находящиеся в документе MathCAD выше этого выделенного выражения (например, операторы присваивания значений каким-либо переменным). Оператор символьного вывода, напротив, учитывает все предыдущее содержимое документа и выдает результат с его учетом. Таким образом, второй способ является более предпочтительным и в нижеследующих примерах используется именно он.

Для реализации второго способа применяется специальная математическая панель инструментов **Symbolic** (Символика), на которой находятся кнопки команд символьных преобразований.

Решение уравнений. С помощью символьного процессора можно вычислить аналитически значение переменной, при котором выражение обращается в ноль. Для этого следует ввести выражение, затем на панели **Symbolic** нажать кнопку solve. В пустой местозаполнитель, появляющийся после ключевого слова solve необходимо ввести переменную, относительно которой требуется разрешить уравнение. Результатом является вектор со значениями корней, которые удовлетворяют решению данного уравнения.

$$x^2 - 3x - 4 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Упрощение выражений – наиболее часто применяемая операция. Символьный процессор MathCAD стремится так преобразовать выражение, чтобы оно приобрело более простую форму. При этом используются различные арифметические формулы, приведение подобных слагаемых, тригонометрические тождества, пересчет обратных функций и др. Для упрощения выражения при помощи оператора символьного вывода используется ключевое слово (кнопка на панели **Symbolic**) simplify. Если некоторым переменным, входящим в выражение, ранее были присвоены некоторые значения, то они будут подставлены в него при выполнении символьного вычисления.

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow z \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - z^2 \cdot x - 5 \cdot z^2 \cdot y + z$$

$$x := 10 \quad y := 1$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow 13 \cdot z - 15 \cdot z^2$$

Интегральные преобразования, по определению, ставят в соответствие некоторой функции $f(x)$ другую функцию от другого аргумента, причем это соответствие задается интегральной зависимостью. Символьный процессор MathCAD позволяет осуществлять три вида интегральных преобразований функций – преобразование Фурье, Лапласа и Z-преобразование. Наряду с прямыми преобразованиями, имеется возможность совершать любое из этих трех обратных преобразований.

Прямое преобразование Лапласа – это функция $F(s)$, называемая изображением оригинала $f(x)$:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(x) \cdot \exp(-sx) dx,$$

где s – комплексный параметр.

Оригинал $f(x)$ при обратном преобразовании Лапласа определяется по своему изображению $F(s)$ также однозначно:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{x-i\infty}^{x+i\infty} F(s) \cdot \exp(sx) ds.$$

Выполняя прямое и обратное преобразования Лапласа в MathCAD, сначала следует ввести выражение, затем на панели **Symbolic** нажать кнопку `laplace` или `invlaplace` соответственно. В пустой местозаполнитель, появляющийся после ключевых слов `laplace` или `invlaplace` необходимо ввести переменную, относительно которой требуется получить преобразование. Примеры прямого и обратного преобразования Лапласа приведены ниже.

$$x^2 + 4 \text{ laplace, } x \rightarrow \frac{2}{s^3} + \frac{4}{s}$$

$$\frac{2}{s^3} + \frac{4}{s} \text{ invlaplace, } s \rightarrow t^2 + 4$$

Для математического описания различных импульсных устройств весьма распространено z -преобразование, которое получается из дискретного преобразования Лапласа $F(s)$ путем подстановки $z = e^{sT}$:

$$F(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \underline{e}^{-snT} \Rightarrow$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) \underline{z}^{-n},$$

где $F(z)$ – изображение в соответствии с z -преобразованием; $f[nT]$ – оригинал дискретной функции; nT – дискретные моменты времени (n – целое число, а T – период повторения).

Обратное z -преобразование обозначается как $f(nT) = z^{-1}[F(z)]$. Обратное z -преобразование может быть определено методом разложения на простые дроби. Этот метод при небольшой модификации соответствует методу разложения на простые дроби в преобразовании Лапласа.

Выполняя прямое и обратное z -преобразования в MathCAD, сначала следует ввести выражение, затем на панели **Symbolic** нажать кнопку `ztrans` или `invztrans` соответственно. В пустой местозаполнитель, появляющийся после ключевых слов `ztrans` или `invztrans` необходимо ввести переменную, относительно которой требуется получить преобразование. Примеры прямого и обратного z -преобразования приведены ниже.

$$t \cdot T \text{ ztrans, } t \rightarrow T \cdot \frac{z}{(z-1)^2}$$

$$T \cdot \frac{z}{(z-1)^2} \text{ invztrans, } z \rightarrow T \cdot n$$

Прием №7. Применение логических операторов.

Результатом действия логических операторов являются только числа 0 (если логическое выражение, записанное с их помощью, ложно) или 1 (если логическое выражение истинно). Чтобы вычислить значение логического выражения, например $1=1$, следует:

1. Вставить с панели **Boolean** (Логические операторы) соответствующий оператор `=`.
2. В появившиеся местозаполнители вставить операнды (две единицы).
3. Нажать клавишу `<=>`, чтобы получить ответ.

$$1 = 1 = 1$$

Получается абсурдное на первый взгляд выражение $1=1=1$. Однако на самом деле все правильно. Слева от оператора вывода записано логическое выражение $1=1$ (обратите внимание, что логический знак равенства выглядит по-другому, нежели обычный), которое является истинным. Поэтому значение данного выражения равно 1, что и показано справа от знака равенства.

Перечислим логические операторы, которые доступны с панели **Boolean** (Логические операторы):

- больше ($x > y$);
- меньше ($x < y$);
- больше или равно ($x \geq y$);
- меньше или равно ($x \leq y$);
- равно ($x = y$);
- не равно ($x \neq y$);
- и ($x \wedge y$);

- или ($x \vee y$);
- исключающее или ($x \oplus y$);
- отрицание ($x \neg y$).

Действия логических операторов приведены в нижеследующем примере.

$$\begin{array}{lll}
 2 = 3 = 0 & 5 > 1 = 1 & 3 > 3 = 0 \\
 7 = 7 = 1 & 3 < \infty = 1 & 3 \geq 3 = 1 \\
 0 \neq 0 = 0 & & \\
 \\
 1 \vee 0 = 1 & 1 \wedge 0 = 0 & 1 \oplus 0 = 1 & \neg 1 = 0 \\
 0 \vee 0 = 0 & 0 \wedge 0 = 0 & 0 \oplus 0 = 0 & \neg 0 = 1 \\
 1 \vee 1 = 1 & 1 \wedge 1 = 1 & 1 \oplus 1 = 0 &
 \end{array}$$

Прием №8. Программирование.

Программные модули внутри документа MathCAD сочетают в себе и обособленность (их легко отличить от остальных формул), и простоту смыслового восприятия. Несмотря на небольшое число операторов, язык программирования MathCAD позволяет решать самые различные, в том числе и довольно сложные, задачи и является серьезным подспорьем для расчетов.

Для вставки программного кода в документы MathCAD имеется специальная панель инструментов **Programming** (Программирование). Большинство кнопок этой панели выполнено в виде текстового представления операторов программирования, поэтому их смысл легко понятен. Программирование имеет ряд существенных преимуществ, которые делают документ более простым и читаемым:

- возможность применения циклов и условных операторов;
- простота создания функций и переменных, требующих нескольких простых шагов;
- возможность создания функций, содержащих закрытый для остального документа код, включая преимущества использования локальных переменных и обработку исключительных ситуаций (ошибок).

Программный модуль обозначается в MathCAD вертикальной чертой, справа от которой последовательно записываются операторы языка программирования. Вставить строку программного кода в уже созданную программу можно в любой момент с помощью кнопки **Add Line** (Добавить линию), расположенной на панели **Programming** (Программирование). Для этого следует предварительно поместить на нужное место внутри программного модуля линию ввода. Для желаемого размещения линий ввода внутри формулы можно использовать не только мышь и клавиши со стрелками, но и пробел. С помощью последовательных нажатий пробела линии ввода «захватывают» разные части формулы. Необходимость вставки новой линии ввода в уже существующий программный код продемонстрирована в нижеследующем примере.

$$f(x) := \begin{cases} \text{"negative"} & \text{if } x < 0 \\ \text{if } x > 0 & \\ & \begin{cases} \text{"positive"} \\ \text{"big positive"} & \text{if } x > 1000 \end{cases} \\ \text{"zero"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f(1) = \text{"positive"}$$

$$f\{10^5\} = \text{"big positive"}$$

Новая вертикальная черта с двумя линиями выделяет фрагмент программы, который относится к условию $x > 0$, находящемуся в его заголовке. В режиме выполнения программы, а это происходит при любой попытке вычислить $f(x)$, выполняется последовательно каждая строка кода. Например, в предпоследней строке примера вычисляется $f(1)$. Рассмотрим работу каждой строки кода этого листинга.

1. Поскольку $x = 1$, то условие $x < 0$ не выполнено, и в первой строке ничего не происходит.

2. Условие второй строки $x > 0$ выполнено, поэтому выполняются обе следующие строки, объединенные короткой вертикальной чертой в общий фрагмент.

3. Функции $f(x)$ присваивается значение $f(1) = \text{"positive"}$.

4. Условие $x > 1000$ не выполнено, поэтому значение "big positive" не присваивается функции $f(x)$, она так и остается равной строке "positive" .

5. Последняя строка не выполняется, т.к. одно из условий ($x > 0$) оказалось истинным, и оператор *otherwise* (иначе) не понадобился.

Таким образом, основной принцип создания программных модулей заключается в правильном расположении строк кода. Ориентироваться в их действии довольно легко, т.к. фрагменты кода одного уровня сгруппированы в программе с помощью вертикальных черт.

Действие условного оператора *if* состоит из двух частей. Сначала проверяется логическое выражение (условие) справа от него. Если оно истинно, выполняется выражение слева от оператора *if*. Если ложно – ничего не происходит, а выполнение программы продолжается переходом к ее следующей строке. Вставить условный оператор в программу можно следующим образом:

1. Создать новую строку программного кода, нажав на панели **Programming** (Программирование) кнопку **Add Line** (Добавить строку).

2. Нажать кнопку условного оператора *if*.

3. Справа от оператора *if* ввести условие.

4. Выражение, которое должно выполняться, если условие оказывается истинным, ввести слева от оператора *if*.

5. Если в программе предусматриваются дополнительные условия, добавить в программу еще одну строку нажатием кнопки **Add Line** и ввести эти условия таким же образом, используя оператор *if* или *otherwise*.

Оператор *otherwise* используется совместно с одним или несколькими условными операторами *if* и указывает на выражение, которое будет выполняться, если ни одно из условий не оказалось истинным.

Язык программирования MathCAD не был бы эффективным, если бы не позволял создавать внутри программных модулей локальные переменные, которые «не видны» извне, из других частей документа. Присваивание в пределах программ, в отличие от документов MathCAD, производится с помощью оператора локального присваивания, который вставляется нажатием кнопки \leftarrow на панели **Programming** (Программирование). Ни оператор присваивания $:=$, ни оператор вывода $=$ в пределах программ не применяются. Локальное присваивание иллюстрируется нижеследующим примером.

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow 4 \\ z + x \end{array} \right.$$

$$f(1) = 5$$

Переменная z существует только внутри программы, выделенной вертикальной чертой. Из других мест документа получить ее значение невозможно.

В языке программирования MathCAD имеются два оператора цикла: *for* и *while*. Первый из них дает возможность организовать цикл по некоторой переменной, заставляя ее пробегать диапазон значений. Второй создает цикл с выходом из него по некоторому логическому условию. Чтобы вставить в программный модуль оператор цикла *while* необходимо:

1. Создать в программном модуле новую линию.
2. Вставить оператор цикла *while* нажатием одноименной кнопки на панели **Programming** (Программирование).
3. Вставить в соответствующий местозаполнитель логическое выражение, при нарушении которого должен осуществляться выход из цикла.
4. В нижний местозаполнитель ввести тело цикла, т.е. выражения, которые должны выполняться циклически.
5. При необходимости дополнить программу другими строками и ввести в них нужный код.

Пример использования циклического оператора *while* показан ниже.

$$x := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow 0 \\ \text{while } z < 10 \\ z \leftarrow z + 1 \end{array} \right.$$

$$x = 10$$

Прием №9. Построение частотных характеристик электрических цепей.

Рассмотрим пример построения частотных характеристик для электрической цепи второго порядка (рисунок 5).

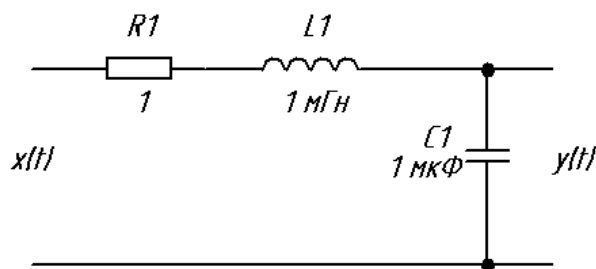


Рисунок 5 – Электрическая цепь второго порядка

Электрическую цепь на рисунке 5 можно представить в обобщенном виде как четырехполюсник с двумя комплексными сопротивлениями $z_1 = z_{R1} + z_{L1} = R1 + j\omega L1$; $z_2 = z_{C1} = \frac{1}{j\omega C1}$. Тогда передаточная функция тако-

го четырехполюсника:
$$W(j\omega) = \frac{1/j\omega C1}{R1 + j\omega L1 + 1/j\omega C1}$$
.

В системе MathCAD преобразуем к каноническому виду передаточную функцию. В приведенном ниже примере комплексная частота $j\omega$ обозначена p . Для преобразования выражения использовано ключевое слово `simplify` (упростить).

$$\frac{\frac{1}{p \cdot C1}}{R1 + p \cdot L1 + \frac{1}{p \cdot C1}} \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{\{R1 \cdot p \cdot C1 + p^2 \cdot L1 \cdot C1 + 1\}}$$

Для построения логарифмических частотных характеристик необходимо, чтобы значения аргумента (частоты) представляли собой геометрическую прогрессию. Пусть шаг геометрической прогрессии $Step = 1.01$; количество точек отсчета аргумента $N = 1401$. Тогда каждое новое значение аргумента будет вычисляться по формуле $f_N = Step^N$, где $N = 0, 1, 2, \dots, 1400$. При этом диапазон значений аргумента [1 Гц; 1 121 820 Гц]. Для последующих расчетов удобно ввести вспомогательную функцию комплексной частоты $p(f) = j \cdot 2\pi f$. Следует помнить, что в системе MathCAD мнимая единица вводится по нажатию кнопки i на панели **Calculator** (Калькулятор). Введенный с клавиатуры символ i или j система MathCAD воспринимает как переменную.

$$\begin{aligned} Step &:= 1.01 & N &:= 0..1400 & f_N &:= Step^N \\ R1 &:= 1 & L1 &:= 10^{-3} & C1 &:= 10^{-6} \\ p(f) &:= i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \\ W(f) &:= \frac{1}{\{R1 \cdot p(f) \cdot C1 + p(f)^2 \cdot L1 \cdot C1 + 1\}} \\ A(f) &:= 20 \cdot \log(|W(f)|) & \theta(f) &:= \arg(W(f)) \cdot \frac{180}{\pi} \end{aligned}$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) построена в децибелах (рисунок 6, а), логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ) – в градусах (рисунок 6, б). Знак модуля вводится по нажатию кнопки $|x|$ на панели **Calculator** (Калькулятор). Аргумент коэффициента передачи вычисляется встроенной функцией \arg ; название этой функции вводится с клавиатуры. Заметим, что по умолчанию аргумент коэффициента передачи вычисляется в радианах, поэтому для перевода его в градусы в нашем примере присутствует множитель $180/\pi$.

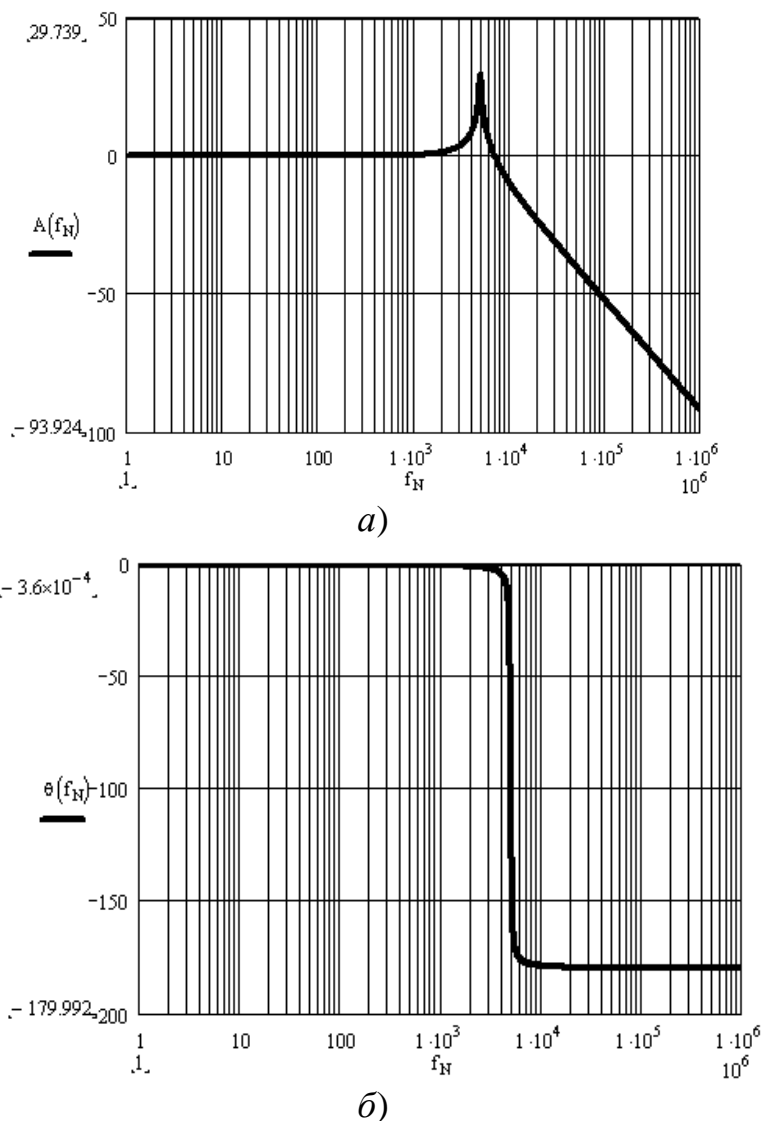


Рисунок 6 – ЛАЧХ (а) и ЛФЧХ (б) электрической цепи второго порядка

Для отображения значений частоты в логарифмическом масштабе на графике следует:

- 1) выделить график;
- 2) двойным щелчком мыши вызвать диалоговое окно **Formatting Currently Selected X-Y Plot** (Текущее форматирование выбранного графика в декартовой системе координат);

3) на вкладке **Оси X-Y** включить опцию **Ось-X: Логарифм. шкала.**

Передаточная функция электрической цепи позволяет легко определить ее амплитудно-фазовую характеристику. Амплитудно-фазовая характеристика есть сумма действительной и мнимой частей передаточной функции:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega).$$

Обычно амплитудно-фазовую характеристику, построенную в координатах P и jQ , называют годографом системы. По виду годографа можно судить об основных свойствах системы. Действительная и мнимая часть комплексного числа вычисляются в системе MathCAD встроенными функциями Re и Im , соответственно, которые вводятся с клавиатуры в местозаполнители на координатных осях (рисунок 7).

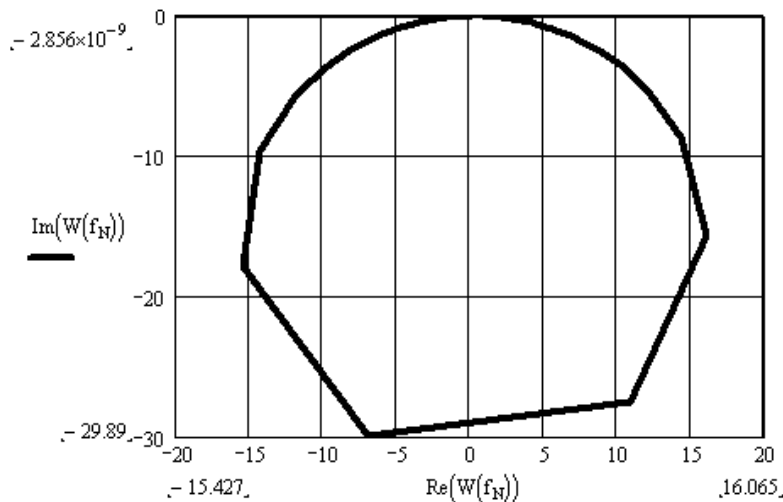


Рисунок 7 – Амплитудно-фазовая характеристика (годограф) электрической цепи второго порядка

ТИПОВЫЕ ПРИЕМЫ РАБОТЫ В MICROCAP, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАДАНИЙ

Программа MicroCAP разработана для моделирования нелинейных электрических цепей, заданных принципиальными электрическими схемами. Но это не препятствует моделированию систем автоматики, заданных функциональными схемами. Необходимо лишь каждому элементу функциональной схемы поставить в соответствие схему замещения из компонентов, допустимых в MicroCAP.

Прием №1. Использование масштабирующего блока в моделях устройств автоматики.

Схема включения масштабирующего блока показана на рисунке 8. Размещение блока X1 на поле чертежа осуществляется командой *Component/Analog Primitives/Macros/Amp*. После размещения появляется диалоговое окно **Amp** задания параметров блока. Масштабирующий блок в программе MicroCAP характеризуется единственным параметром – коэффициентом передачи. Для задания этого параметра в окне свойств **Amp** следует предварительно выбрать в списке строку PARAM:GAIN (Параметр: Коэффициент передачи), а затем в строке ввода **Value** (Значение) ввести конкретное значение. Выходное напряжение рассчитывается как $U_{\text{ВЫХ}} = \text{Gain} \cdot U_{\text{ВХ}}$.

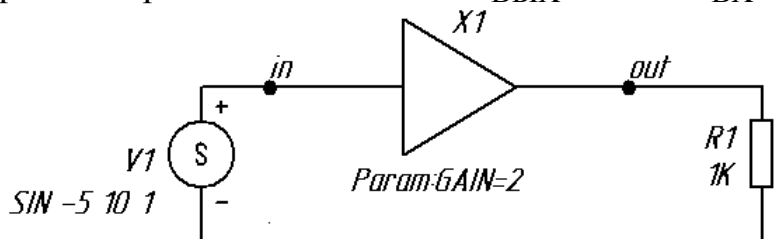
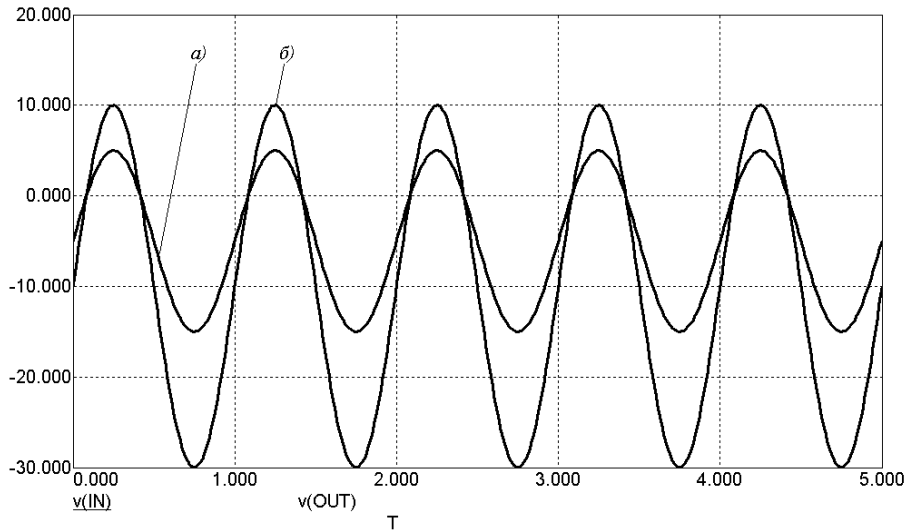


Рисунок 8 – Схема включения масштабирующего блока

Заметим, что значение коэффициента передачи может быть любым, в том числе и отрицательным, и нулевым. Отрицательный коэффициент передачи трактуется как масштабирование и инвертирование сигнала; нулевой коэффициент передачи – как разрыв электрической цепи. В нашем примере коэффициент передачи равен двум.

Ко входу масштабирующего блока подключен источник синусоидального напряжения с постоянной составляющей минус 5 В, амплитудой 10 В и частотой 1 Гц. Здесь и далее подробности задания параметров синусоидального источника напряжения, а также проведения анализа во временной области не рассматриваются. Предполагается, что читатель уже имеет эти навыки работы, которые были даны в [2]. Результаты работы масштабирующего блока показаны на рисунке 9. Можно видеть, что постоянная составляющая выходного сигнала минус 10 В, амплитуда сигнала 20 В; т.е. происходит масштабирование входного сигнала в 2 раза. Частота колебаний и фаза при этом не изменяются.



а) – входной сигнал; б) – выходной сигнал

Рисунок 9 – Результаты работы масштабирующего блока

Прием №2. Использование трехвходового суммирующего блока в моделях устройств автоматики.

Схема включения трехвходового суммирующего блока показана на рисунке 10. Размещение на поле чертежа производится командой *Component/Analog Primitives/Macros/Sum3*. Если необходимо суммирование двух сигналов, то применяется функциональный блок Sum – двухвходовой сумматор (*Component/Analog Primitives/Macros/Sum*). Суммирование более трех сигналов можно осуществить комбинацией функциональных блоков Sum и Sum3. В диалоговом окне свойств функционального блока Sum3 задаются три однотипных параметра – масштабные коэффициенты суммирования по каждому из входов PARAM:KA, PARAM:KB, PARAM:KC. Таким образом, напряжение выходного сигнала вычисляется по формуле:

$$U_{\text{ВЫХ}} = KA \cdot U_{\text{ВХ1}} + KB \cdot U_{\text{ВХ2}} + KC \cdot U_{\text{ВХ3}}.$$

Значения масштабных коэффициентов могут быть любыми. В нашем примере $KA = 1$, $KB = 0.5$, $KC = -2$. На первый вход подается постоянный уровень напряжения 1 В; на втором входе действует синусоидальное напряжение амплитудой 2 В и частотой 1 Гц; на третьем входе – синусоидальное напряжение амплитудой 0.5 В и частотой 10 Гц. Постоянные составляющие синусоидальных напряжений равны нулю.

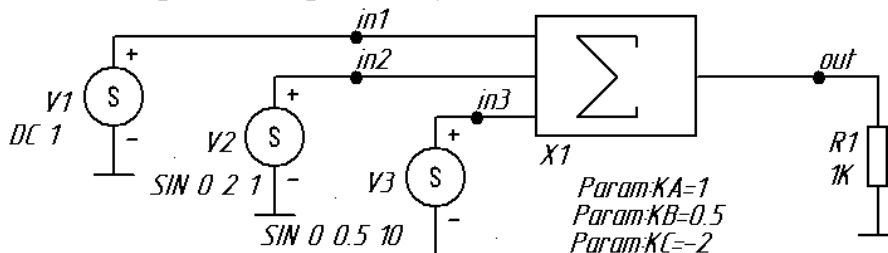


Рисунок 10 – Схема включения трехвходового суммирующего блока

Результаты работы трехвходового суммирующего блока показаны на рисунке 11. Суммирование трех входных напряжений приводит к появлению на выходе сигнала с постоянной составляющей 1 В и амплитудами несущего и модулирующего колебаний по 1 В. Заметим, что модулирующее колебание инвертировано относительно сигнала на третьем входе, т.к. $KС = -2$.

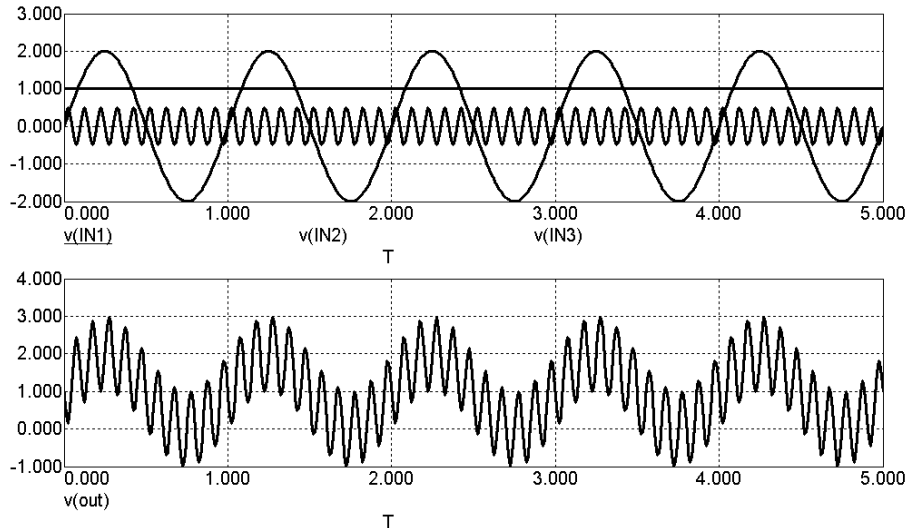


Рисунок 11 – Суммирование трех входных сигналов

Прием №3. Использование вычитающего блока в моделях устройств автоматики.

Схема включения вычитающего блока $X1$ в составе устройства с отрицательной обратной связью (ООС) показана на рисунке 12. Размещение вычитающего блока на поле чертежа производится по команде *Component/Analog Primitives/Macros/Sub*. Вычитающий блок характеризуется двумя параметрами, которые задаются в диалоговом окне свойств блока – масштабные коэффициенты по входам $PARAM:KA$ и $PARAM:KB$. Выходное напряжение вычитающего блока рассчитывается по формуле:

$$U_{ВЫХ} = KA \cdot U_{ВХ1} - KB \cdot U_{ВХ2}.$$

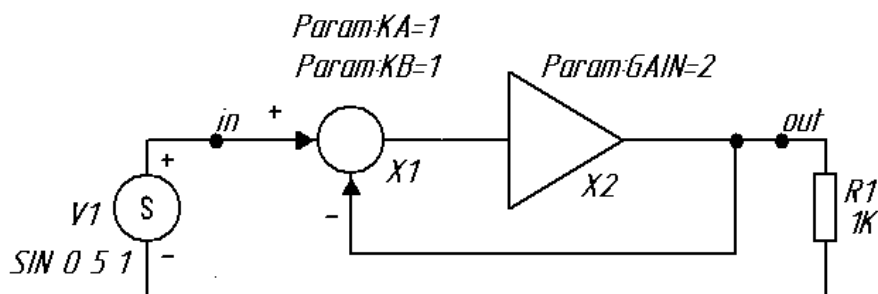


Рисунок 12 – Соединение отрицательной обратной связью с помощью вычитающего блока

Значения масштабных коэффициентов $PARAM:KA$ и $PARAM:KB$ могут быть любыми. В нашем случае $KA = KB = 1$. Известно, что при соединении

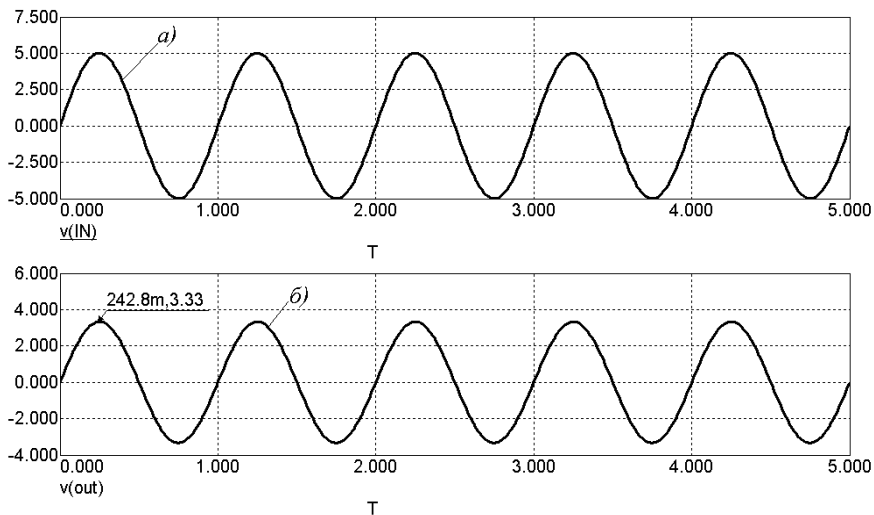
обратной связью выходной сигнал первого звена является входным для второго. Если второе звено отсутствует в цепи обратной связи (см. рисунок 12), то передаточная функция всего устройства принимает вид:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)}, \quad (3)$$

где $W_1(p)$ – передаточная функция первого звена.

Амплитуда входного сигнала в нашем примере составляет 5 В; коэффициент передачи масштабирующего блока $X2$ равен 2. Тогда, согласно (3), на выходе устройства с ООС будет напряжение $U_{\text{ВЫХ}} = 5 \cdot \frac{2}{1+2} = 3.33\text{В}$.

Теоретический расчет выходного напряжения устройства с ООС подтверждается результатами моделирования, которые представлены на рисунке 13.



а) – входной сигнал; б) – выходной сигнал

Рисунок 13 – Результат работы устройства с отрицательной обратной связью

Прием №4. Использование интегрирующего блока в моделях устройств автоматики.

Интегратор – это электронный блок, выходной сигнал которого пропорционален интегралу от входного напряжения $U_{\text{ВХ}}$:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K \cdot \int U_{\text{ВХ}} dU_{\text{ВХ}} + U_{\text{НАЧ}},$$

где K – масштабный коэффициент; $U_{\text{НАЧ}}$ – начальное напряжение (начальные условия).

Схема включения интегрирующего блока показана на рисунке 14. Размещение интегрирующего блока на поле чертежа производится по команде *Component/Analog Primitives/Macros/Int*. В частном случае, при воздействии постоянного входного напряжения сигнал на выходе интегратора является линейной функцией времени. Если напряжение на входе действует неопреде-

ленно долгое время, то выходное напряжение будет изменяться в реальных устройствах до тех пор, пока не достигнет величины напряжения насыщения.

Однако более наглядным примером работы блока является интегрирование периодической функции. На рисунке 14 на вход подано синусоидальное напряжение амплитудой 1 В и частотой 1 Гц. Интегратор в программе MicroCAP характеризуется двумя параметрами: масштабным коэффициентом PARAM:SCALE и значением начального напряжения PARAM:VINIT. В нашем примере принято, что SCALE = -1; VINIT = 6.3 В.

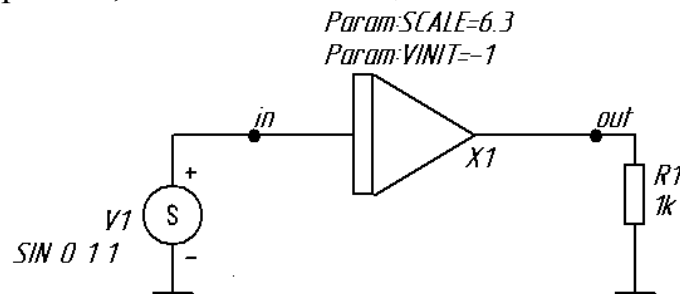
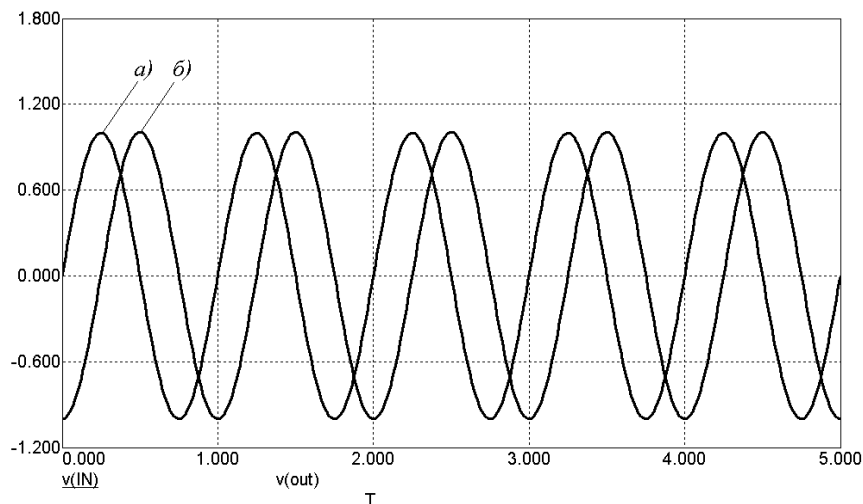


Рисунок 14 – Схема включения интегрирующего блока

Результат работы интегрирующего блока можно видеть на рисунке 15. Значения SCALE и VINIT подобраны таким образом, чтобы сопоставить по амплитуде и фазе входной и выходной сигналы. Выходной сигнал отстает по фазе на $\pi/2$, т.е. является косинусоидой, полученной в результате интегрирования периодической функции.



а) – входной сигнал; б) – выходной сигнал

Рисунок 15 – Результат работы интегрирующего блока

Прием №5. Использование линейного блока, определяемого с помощью преобразования Лапласа, в моделях устройств автоматики

Предположим, что известен аналитический вид передаточной функции линейного звена, заданный с помощью преобразования Лапласа:

$$W(s) = \frac{20}{0.1s + 1}$$

где $s = j2\pi f$ – комплексная частота.

Для моделирования подобных линейных звеньев в MicroCAP существует специальный функциональный блок (рисунок 16). В частотной области для блока определяются значения комплексного коэффициента передачи на каждой частоте. Во временной области выходная переменная блока вычисляется как интеграл Дюамеля – свертка входного воздействия с импульсной характеристикой блока. Размещение на поле чертежа такого блока производится командой *Component/Analog Primitives/Macros/F*. Линейный функциональный блок обладает единственным параметром – передаточной функцией в частотной области PARAM:FS. Заметим, что комплексная частота при задании передаточной функции в любых диалоговых окнах MicroCAP обозначается как s . Все другие переменные программа воспринимает как ошибочно введенный символ. Передаточная функция в MicroCAP записывается в одну строку (см. рисунок 16). Чтобы правильно записать передаточную функцию, содержащую числитель и знаменатель, лучше всего разместить в строке заготовку формулы типа ()/(). Затем внутри первых скобок записать выражение числителя, внутри вторых скобок выражение знаменателя. В противном случае можно легко запутаться в записи сложного выражения. Возведение в квадрат переменной комплексной частоты обозначается как $s*s$. Обязательно наличие знака * между сомножителями в формуле. Помощь в записи передаточной функции может оказать нажатие на кнопку **Expand** (Расширить). В результате появляется дополнительное диалоговое окно, где можно в обозримом виде записывать и редактировать сложные математические выражения.

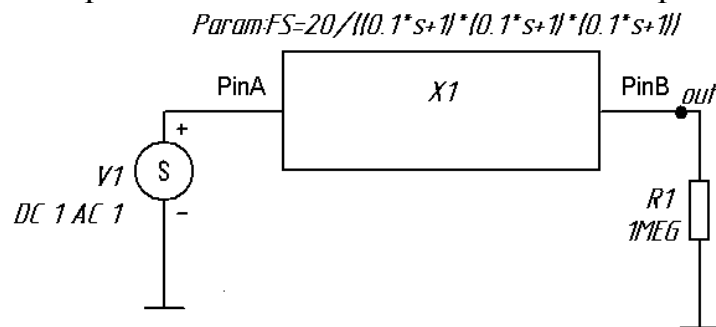


Рисунок 16 – Линейный блок, заданный преобразованием Лапласа

Ко входу блока подключен универсальный источник напряжения с амплитудой по постоянному и переменному току в 1 В.



Исследования в частотной области могут сводиться к получению амплитудно-частотной, фазо-частотной или амплитудно-фазовой характеристики. Для получения АЧХ и ФЧХ в диалоговом окне **AC Analysis Limits** следует указать:

- в строке ввода **Frequency Range** (Диапазон частот) **100,0.01** – от 100 Гц до 0.01 Гц (по правилам программы сначала вводится максимальное значение, затем минимальное);

- опцию **Auto Scale Range** (Автоматическое масштабирование) рекомендуется включить.



В столбцах **P**, **X Expression**, **Y Expression** вводятся следующие данные:

P	X Expression	Y Expression
1	F	DB(V(...))
2	F	PH(V(...))

Вместо многоточия должен быть указан конкретный номер контрольной точки на выходе схемы. Предполагается, что АЧХ и ФЧХ будут построены на разных графиках под номерами 1 и 2. Во втором столбце указано имя независимой переменной – частоты. Функция DB в третьем столбце обозначает модуль напряжения, выраженный в децибелах; функция PH обозначает фазу напряжения в градусах. DB и PH являются стандартными функциями комплексных чисел (см. Приложение 3). Следует убедиться, что крайняя левая графическая кнопка в строках таблицы имеет следующий вид . Такой вид графической кнопки устанавливает логарифмическую шкалу по оси абсцисс. Шкала по оси ординат должна быть линейная – вторая графическая кнопка имеет вид .

Для получения амплитудно-фазовой характеристики (годографа) установки параметров в диалоговом окне аналогичны за исключением того, что в столбцах **P**, **X Expression**, **Y Expression** вводятся следующие данные:

P	X Expression	Y Expression
1	Re(V(...))	Im(V(...))

Функции Re и Im являются стандартными функциями комплексных чисел – также как в системе MathCAD вычисляют действительную и мнимую часть комплексного числа. В отличие от предыдущего случая, шкалы по осям абсцисс и ординат должны быть линейные – графические кнопки имеют вид  и , соответственно.

Годограф коэффициента передачи линейного функционального блока показан на рисунке 17.

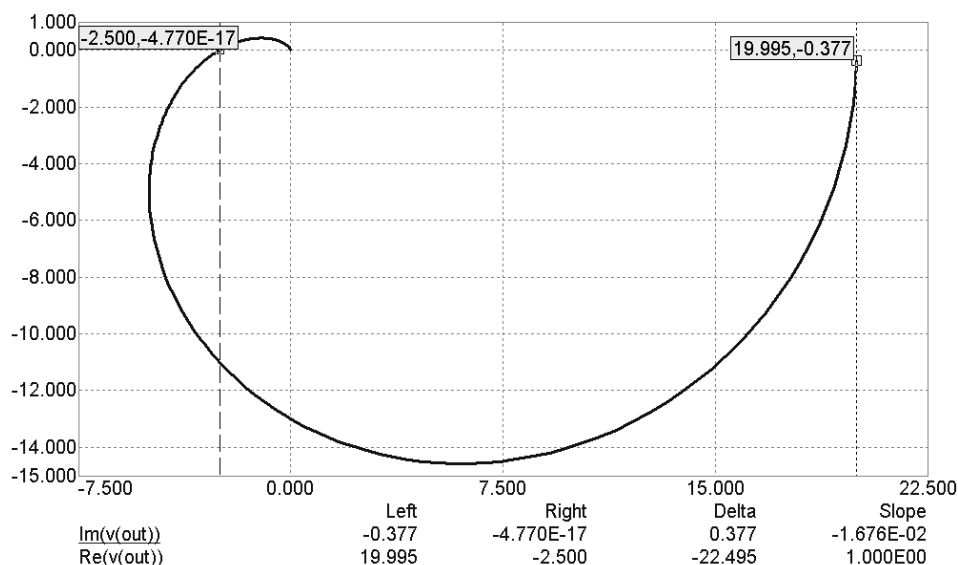



Рисунок 17 – Годограф коэффициента передачи

Для точного позиционирования электронного курсора по уровню $Y = 0$ следует воспользоваться командой *Scope/Go To Y...* (Измерение/Перейти к Y) или пиктограммой  на панели инструментов. В появившемся диалогом окне на вкладке **Value** (Значение) указывают уровень ординаты **0**. Результат выполнения такой команды – нахождение соответствующей абсциссы на графике $X = -2.5$ (см. рисунок 17).

Прием №6. Использование блока-ограничителя с линейной зоной усиления в моделях устройств автоматики.

Схема включения блока-ограничителя с линейной зоной усиления представлена на рисунке 18. Размещение на поле чертежа блока-ограничителя производится командой *Component/Analog Primitives/Macros/Clip*. Блок-ограничитель характеризуется тремя параметрами: нижнее пороговое значение ограничения PARAM:LOW; верхнее пороговое значение ограничения PARAM:HIGH; коэффициент передачи линейной зоны PARAM:GAIN. Выходное напряжение блока рассчитывается по формуле:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \begin{cases} \text{High}, & \text{если } U_{\text{ВХ}} \geq \text{High}; \\ \text{Gain} \cdot U_{\text{ВХ}}, & \text{если } \text{Low} < U_{\text{ВХ}} < \text{High}; \\ \text{Low}, & \text{если } U_{\text{ВХ}} \leq \text{Low}. \end{cases}$$

На схеме, представленной на рисунке 18, принято, что на входе действует синусоидальное напряжение амплитудой 5 В и частотой 1 Гц. Блок-ограничитель настроен на линейное усиление сигнала в 10 раз в диапазоне входных напряжений от 0 до 2 В.

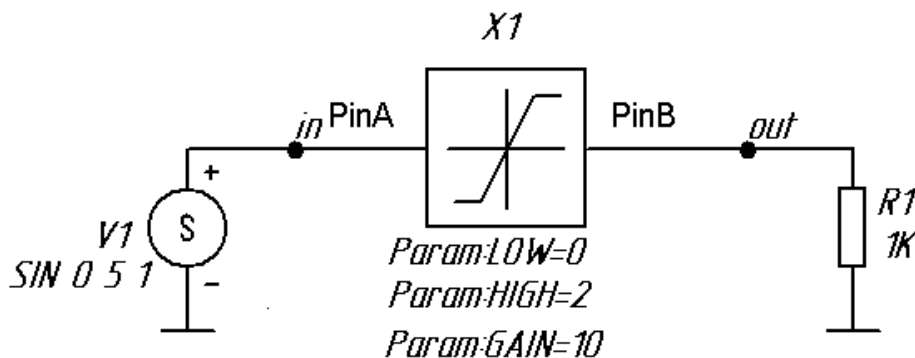
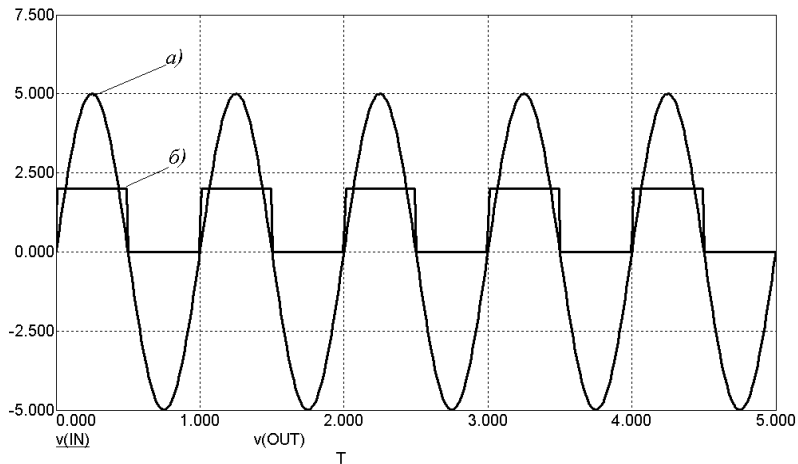


Рисунок 18 – Схема включения блока-ограничителя

Результат работы блока-ограничителя представлен на рисунке 19. Можно видеть, что благодаря высокому коэффициенту усиления (PARAM:GAIN = 10), выходной сигнал имеет более крутые передние и задние фронты. Фактически на выходе имеется последовательность импульсов, ограниченных сверху уровнем в 2 В, а снизу – в 0 В.



а) – входной сигнал; б) – выходной сигнал

Рисунок 19 – Результат работы блока-ограничителя с линейной зоной усиления

Прием №7. Использование блока с зоной нечувствительности в моделях устройств автоматики.

На рисунке 20 изображена схема включения блока с зоной нечувствительности и ограничением пропускаемого сигнала по модулю. Размещение блока на поле чертежа осуществляется командой *Component/Analog Primitives/Macros/Slip*. Блок характеризуется двумя параметрами: значение области нечувствительности PARAM:DX и порог ограничения входного сигнала PARAM:MAX. Выходное напряжение блока с зоной нечувствительности рассчитывается по формуле:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \begin{cases} \text{MAX}, & \text{если } U_{\text{ВХ}} \geq \text{MAX}; \\ U_{\text{ВХ}}, & \text{если } \text{DX} < U_{\text{ВХ}} < \text{MAX}; \\ 0, & \text{если } -\text{DX} \leq U_{\text{ВХ}} \leq \text{DX}; \\ U_{\text{ВХ}}, & \text{если } -\text{MAX} < U_{\text{ВХ}} < -\text{DX}; \\ -\text{MAX}, & \text{если } U_{\text{ВХ}} \leq -\text{MAX}. \end{cases}$$

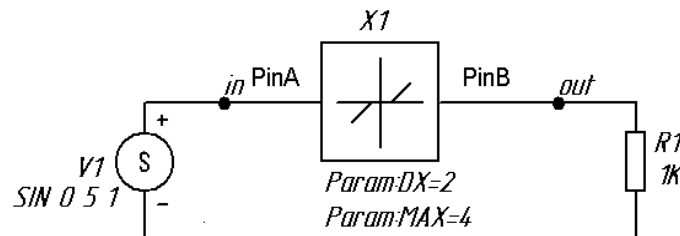


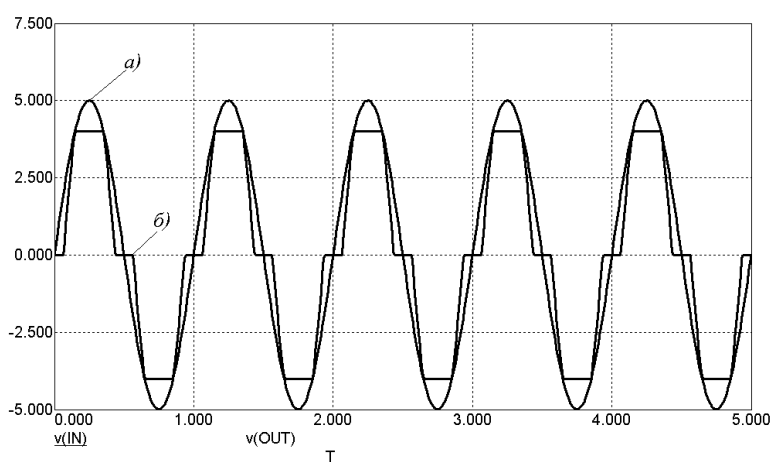
Рисунок 20 – Схема включения блока с зоной нечувствительности и ограничением по модулю

В отличие от рассмотренного выше ограничителя (см. прием №6) блок с зоной нечувствительности имеет следующие особенности:

- симметричное преобразование отрицательных и положительных компонентов сигнала в соответствующих областях нелинейной передаточной характеристики;

- передача сигнала без масштабирования в линейных областях передаточной характеристики.

В примере на рисунке 20 ко входу блока присоединен источник синусоидального напряжения амплитудой 5 В и частотой 1 Гц. Блок настроен таким образом, что диапазон области нечувствительности составляет от -2 до 2 В; порог ограничения равен ± 4 В. Результат работы такого блока представлен на рисунке 21. Присутствие зоны нечувствительности в данном блоке проявляется в наличии характерных ступенек, расположенных вдоль постоянной составляющей выходного сигнала.

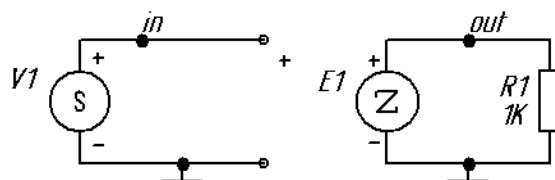


$a)$ — входной сигнал; $b)$ — выходной сигнал

Рисунок 21 – Результат работы блока с зоной нечувствительности

Прием №8. Использование z-источника напряжения линейно-управляемого напряжением в моделях устройств автоматики.

Для моделирования процессов в дискретных устройствах автоматики в программе MicroCAP 7 используются управляемые источники тока и напряжения, функциональные зависимости которых задаются z-преобразованием. На функциональном уровне все устройство может быть представлено одним z-источником с соответствующими параметрами. Рассмотрим использование z-источника напряжения линейно-управляемого напряжением на примере исследования эллиптического фильтра низкой частоты третьего порядка. Схема включения z-источника напряжения приведена на рисунке 22. Z-источник $E1$ представляет собой четырехполюсник, у которого входные контакты присоединены к управляющему источнику напряжения $V1$, а выходные контакты — к нагрузке. Размещение на поле чертежа z-источника проводится по команде *Component/Analog Primitives/Z Transform Sources/ZVofV*. В диалоговом окне свойств данного блока необходимо задать передаточную функцию в z-области (параметр ZEXP) и частоту квантования (параметр CLOCK FREQUENCY).



DC 1 AC 1 PULSE -1 1 0 10n 10n 1m 2m
 ZEXP=(0.10285*(Z+1)*(Z*Z-0.070622*Z+1))/((Z-0.55889)*(Z*Z-1.1579*Z+0.76494))
 CLOCK FREQUENCY=24k

Рисунок 22 – Схема включения z-источника напряжения линейно-управляемого напряжением

Исследование z-источника предполагается провести в частотной и временной областях. Пусть на входе действует импульсное напряжение амплитудой 1 В, с длительностью импульсов 1 мс и периодом повторения 2 мс. Постоянная составляющая последовательности импульсов равна нулю. В диалоговом окне свойств универсального источника напряжения V1 в строках ввода определяем параметры входного сигнала:

- DC 1 – напряжение источника в вольтах при анализе по постоянному току;
- AC MAGNITUDE 1 – амплитуда напряжения в вольтах при анализе в частотной области;

В списке **Transient format** (Вид временной зависимости) выбираем параметр PULSE (Импульсный), в результате чего появляются дополнительные строки ввода, которые определяют параметры сигнала при анализе во временной области:

- V1 -1 – минимальное значение напряжения (минус 1 В);
- V2 1 – максимальное значение напряжения (1 В);
- TD 0 – время начала переднего фронта импульса (0 с);
- TR 10n – длительность переднего фронта (10 нс);
- TF 10n – длительность заднего фронта (10нс);
- PW 1m – длительность импульса (1 мс);
- PER 2m – период повторения импульсов (2 мс).

В результате в строке ввода **Value** должна автоматически появиться запись с параметрами комплексного входного сигнала **DC 1 AC 1 PULSE -1 1 0 10n 10n 1m 2m**.

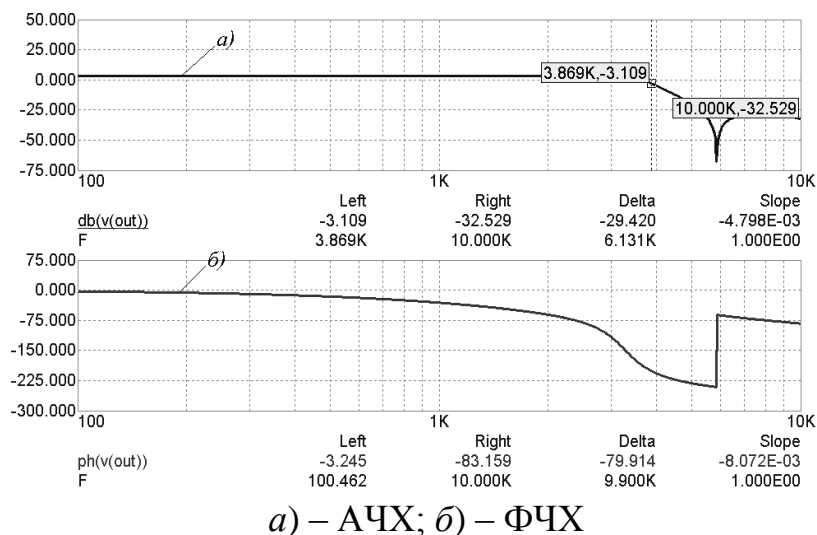
Исследуемый дискретный фильтр работает при частоте квантования 24 кГц и задается передаточной функцией:

$$H(z) = \frac{0.10285(z+1)(z^2 - 0.070622z + 1)}{(z - 0.55889)(z^2 - 1.1579z + 0.76494)}.$$

В диалоговом окне свойств z-источника эти сведения занесены в соответствующие строки (CLOCK FREQUENCY и ZEXP). Заметим, что передаточная функция в MicroCAP 7 записывается в одну строку (см. рисунок 22). Чтобы правильно записать передаточную функцию, содержащую числитель и знаменатель, сначала следует разместить в строке заготовку формулы типа

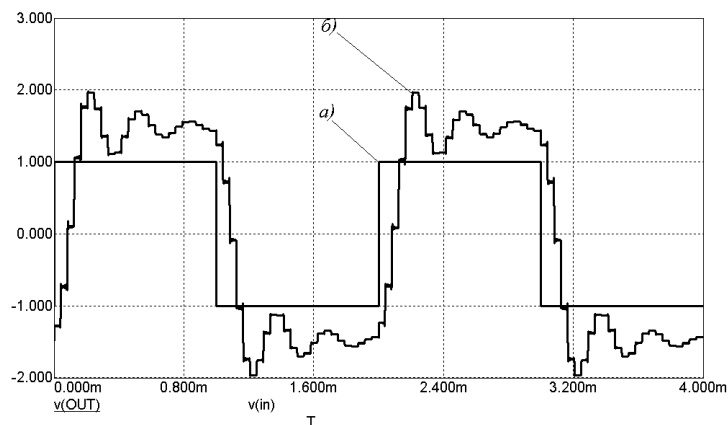
()/(). Затем внутри первых скобок записать выражение числителя, внутри вторых скобок выражение знаменателя. В противном случае можно легко запутаться в записи сложного выражения. Возведение в квадрат переменной обозначается как $z*z$. Обязательно наличие знака * между сомножителями в формуле. Помощь в записи передаточной функции может оказать нажатие на кнопку **Expand** (Расширить). В результате появляется дополнительное диалоговое окно, где можно в обозримом виде записывать и редактировать сложные математические выражения.

Частотные характеристики дискретного фильтра представлены на рисунке 23. Из анализа графиков следует, что при частоте квантования 24 кГц дискретный фильтр имеет граничную частоту около 3.8 кГц по уровню -3 дБ. Переходной процесс дискретного фильтра представлен на рисунке 24. Период повторения импульсов задан в 2 мс, следовательно, частота следования импульсов 500 Гц. По АЧХ (рисунок 23, а) находим, что на частоте 500 Гц коэффициент передачи составляет около 3 дБ (1.5 раза). Во столько же раз среднее амплитудное значение выходных импульсов на рисунке 24 больше входных.



а) – АЧХ; б) – ФЧХ

Рисунок 23 – Частотные характеристики дискретного фильтра



а) – входной сигнал; б) – выходной сигнал

Рисунок 24 – Переходные процессы в дискретном фильтре

Прием №9. Моделирование устройств автоматики на операционных усилителях.

Программа MicroCAP 7 позволяет проводить моделирование различных устройств автоматики с сохранением наглядности и простоты аналоговых моделирующих устройств. В качестве примера рассмотрим процесс создания моделирующей установки, которая имитирует последовательный колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности L с активным сопротивлением R и конденсатора C (рисунок 25, а).

Известно, что колебательное звено описывается дифференциальным уравнением:

$$(T^2 p^2 + 2cTp + 1)x_{\text{ВЫХ}} = k \cdot x_{\text{ВХ}},$$

где T – постоянная времени; $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования; c – параметр затухания; k – коэффициент пропорциональности; $x_{\text{ВЫХ}}$, $x_{\text{ВХ}}$ – выходной и входной сигналы.

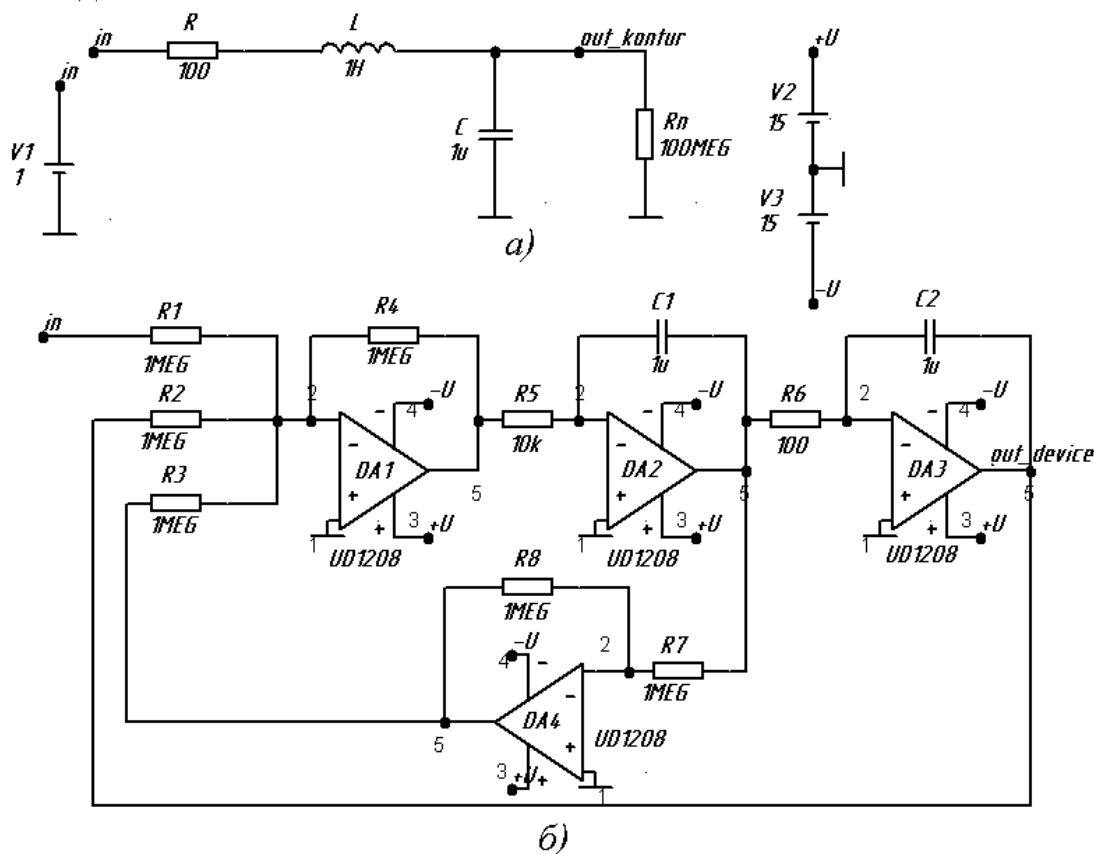


Рисунок 25 – Объект-оригинал (а) и моделирующая установка (б)

Вообще дифференциальные уравнения одного и того же вида могут служить математической моделью для совершенно разных явлений и устройств. На этом основан принцип моделирующих установок – создание некоего устройства автоматики, математическая модель которого идентична прототипу. Таким образом, в данном примере последовательный колебатель-

ный контур является объектом-оригиналом (рисунок 25, а), а устройство автоматики на операционных усилителях является моделью подобия (рисунок 25, б). Теоретические вопросы создания подобных моделирующих установок подробно изложены в описании лабораторной работы №1, здесь же основной акцент дан на технических аспектах создания в MicroCAP 7 устройства автоматики на операционных усилителях.

Моделирующая установка собрана на аналоговых решающих элементах в составе: сумматор $DA1$, два интегратора $DA2$, $DA3$ и инвертирующий усилитель $DA4$. Все решающие элементы базируются на математической модели операционного усилителя K140УД1208 в инвертирующем включении. Для нормального функционирования операционных усилителей организовано их двуполярное питание ± 15 В. Описание математической модели операционного усилителя K140УД1208 находится во внешнем файле `my_oramp.lib`, который не входит в стандартную поставку программы MicroCAP 7. Для подключения любой из моделей операционных усилителей, которые присутствуют в вариантах задания лабораторного практикума, необходимо:

1. Убедиться, что файл `my_oramp.lib` находится в папке `MC7\LIBRARY`;
2. Закрывать программу MicroCAP 7;
3. Найти в папке `MC7\LIBRARY` текстовый файл `nom.lib` и дописать в нем строку **.lib "my_oramp.lib"**;
4. Сохранить файл `nom.lib` и запустить заново программу MicroCAP 7.

Подключение новой математической модели достаточно произвести только один раз, при последующих запусках такая модель будет всегда доступна. Нанесение графического образа операционного усилителя с пятью полюсами проводится по команде `Component/Analog Primitives/Subckt/Opamp_subckt_5`. В появившемся диалоговом окне свойств операционного усилителя **Opamp subckt 5** в строке **Name** указываем название операционного усилителя **UD1208** (такое название операционного усилителя содержится в описании его математической модели в файле `my_oramp.lib`). Символы **UD** обязательно должны буквами латинского алфавита. После размещения графических образов *всех* операционных усилителей, присутствующих на схеме, следует извлечь из библиотеки `my_oramp.lib` описание математической модели и перенести его в рабочий файл. Делается это автоматически по команде `Edit/Refresh Models...` (Редактировать/Обновить модели...). В результате все операционные усилители, находящиеся на поле чертежа, будут основаны на извлеченной математической модели. В связи с тем, что процесс извлечения математической модели и ее ассоциирование с графическим образом ЭРЭ происходит автоматически, крайне важно контролировать успешность этого процесса. Признаки правильного подключения математической модели операционного усилителя можно увидеть в диалоговом окне свойств этого ЭРЭ (рисунок 26). В средней части диалогового окна располагается ранее введенное нами имя модели **NAME = UD1208**. Кроме этого, в нижней части диалогового окна присутствует описание математической модели опера-

ционного усилителя на входном языке SPICE, извлеченное из файла библиотеки `mu_опamp.lib`. Окно просмотра описания снабжено вертикальной полосой прокрутки.

В случае неправильного подключения математической модели в окне просмотра диалогового окна будет лишь две строки (начало и конец описания модели):

```
.SUBCKT UD1208 1 2 3 4 5  
.ENDS UD1208
```

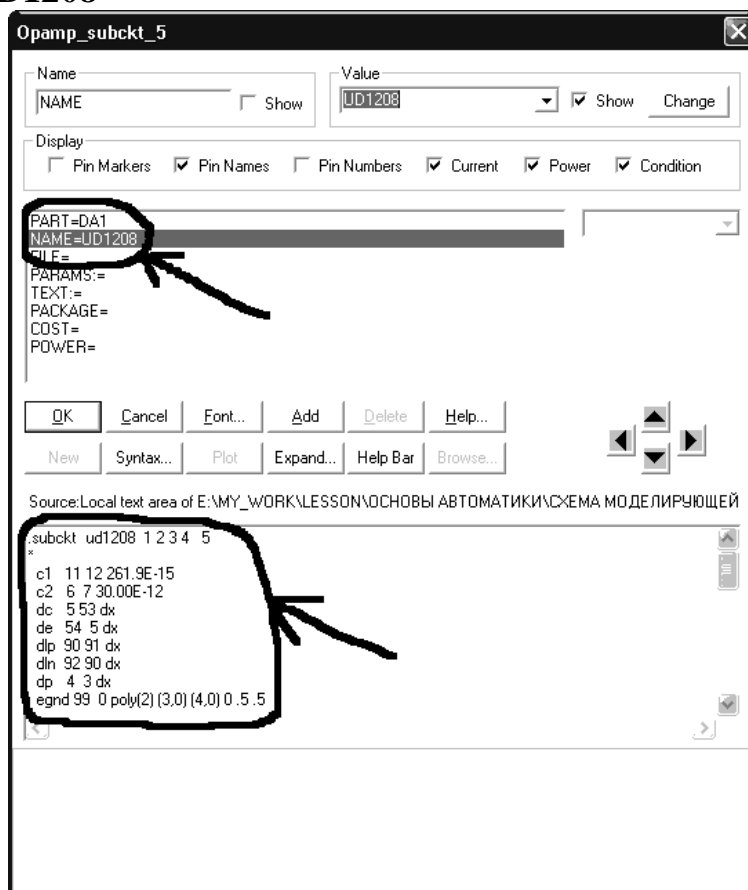


Рисунок 26 – Признаки правильного подключения модели операционного усилителя

При изображении схем на рисунке 25 использован способ скрытого представления цепей питания операционного усилителя и цепи входного сигнала. Для этого нужно присвоить соответствующим отводам от контактов ЭРЭ уникальное имя: например, $-U$, $+U$, in . Отвод представляет собой короткий отрезок проводника. Присвоение имени происходит двойным щелчком мыши на отводе. В появившемся диалоговом окне указывается новое имя цепи. Способ скрытого изображения проводников позволяет упростить чтение и понимание схемы электрической принципиальной за счет визуального отсутствия некоторых, имеющих второстепенное значение, электрических проводников. Заметим, что программа MicroCAP 7 воспринимает разные участки электрических проводников, имеющих одно и то же уникальное имя, как единую глобальную электрическую цепь.

Напомним, что по умолчанию программа MicroCAP 7 присваивает в произвольном порядке номера для всех контрольных точек на схеме. Однако полезно давать уникальные (осмысленные) имена тем контрольным точкам на схеме, в которых предполагается наблюдать сигнал. Обычно это контрольные точки, относящиеся ко входу или выходу схемы. Так, на рисунке 25, выходные зажимы электрических схем обозначены как **out_kontur** и **out_device**. Осмысленные названия контрольных точек позволяют, с мнемонической точки зрения, проще записывать выражения в диалоговых окнах задания параметров моделирования. Например, **V(out_kontur)** – напряжение на выходе колебательного контура – выглядит и записывается понятней, чем выражение **V(3)**, хотя речь идет об одной и той же контрольной точке. Символы русского алфавита в названиях контрольных точек недопустимы. Процесс именования контрольных точек полностью аналогичен именованию отводов для прокладки скрытых цепей.

На рисунке 27 представлены параметры, необходимые для проведения анализа во временной области схем последовательного колебательного контура и моделирующей установки. Общее время анализа составляет 50 мс (параметр задан в строке **Time Range**). Максимальное приращение шага по времени в вычислительном алгоритме равно 0.01 мс (параметр в строке **Maximum Time Step**). Опция **Operating Point** (Расчет положения рабочей точки) обязательно должна быть снята. Эта опция отвечает за предварительный анализ электрической схемы по постоянному току, в результате которого будет рассчитан установившийся, стационарный режим устройства. В данном случае предварительный анализ по постоянному току проводить не следует, поскольку интересующие нас переходные процессы характерны для нестационарного режима. В строках **X Expression** (Выражение по оси X) введена независимая переменная – время **T**. В строках **Y Expression** (Выражение по оси Y) записаны выражения для напряжения в контрольных точках на выходе схем **V(out_kontur)** и **-V(out_device)**. Заметим, что контрольные точки с такими именами обязательно должны присутствовать на электрических схемах. В строке ввода **P** (Номер графика) введены цифры **1** и **2**, что дает возможность разместить временные зависимости каждой из схем на отдельном графике.

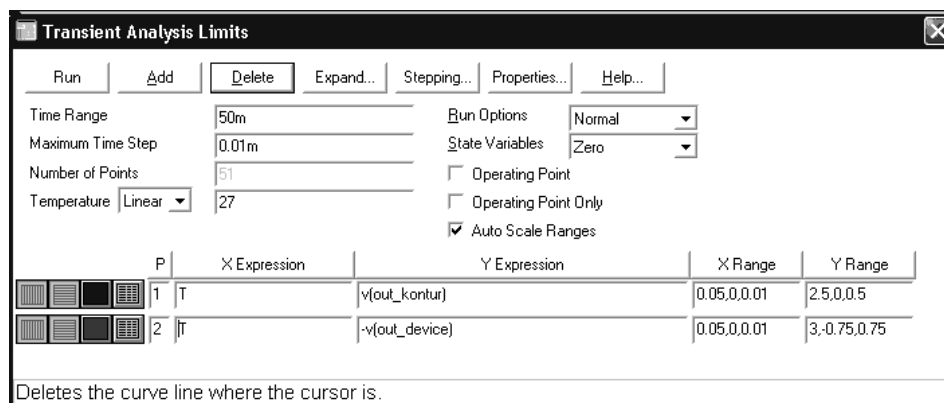
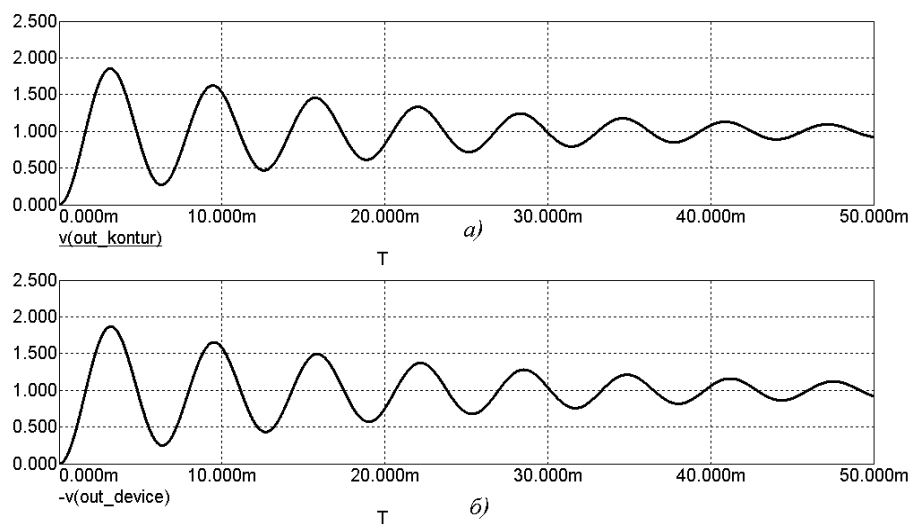


Рисунок 27 – Диалоговое окно задания параметров моделирования

Поясним наличие в выражении $-V(\text{out_device})$ знака минус. В схеме моделирующей установки (рисунок 25, б) в цепи прямой передачи присутствует нечетное количество инвертирующих операционных усилителей ($DA1$, $DA2$, $DA3$). Следовательно, сигнал, снимаемый с выхода третьего операционного усилителя, будет инвертирован.

Результаты анализа во временной области двух схем – последовательного колебательного контура и моделирующей установки – представлены на рисунке 28. В качестве внешнего воздействия на вход устройств был подан единичный импульс, который имитируется источником постоянного напряжения $V1$ 1 В. Сравнительный анализ переходных процессов, наблюдаемых на выходе этих устройств, позволяет сделать вывод об идентичности поведения моделирующей установки по отношению к объекту-оригиналу.



a) – объект-оригинал; *б)* – моделирующая установка

Рисунок 28 – Переходные процессы в колебательном контуре

1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 – РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

1.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение способа численного решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков;
- 2) знакомство со счетно-решающими элементами, необходимыми для решения линейных дифференциальных уравнений;
- 3) приобретение навыков набора линейного дифференциального уравнения методом понижения порядка производной;
- 4) приобретение навыков синтеза моделирующей установки для решения дифференциальных уравнений движения систем автоматического управления.

1.2 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к лабораторной работе.
2. Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
3. Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенном в пункте 1.4.
4. Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
5. Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

1.3 Составление структурных схем соединения решающих элементов

Теория автоматического управления наиболее полно разработана для линейных систем. Однако для определения характера переходных процессов в линейной системе и выяснения влияния отдельных параметров на устойчивость и качество процессов приходится выполнять трудоемкие численные расчеты или графические построения. По мере повышения порядка уравне-

ний, описывающих систему управления, трудоемкость указанных расчетов все более и более возрастает. Поэтому целесообразно после вывода исходных дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы, применить для их решения моделирование.

Дифференциальные уравнения движения систем автоматического управления могут быть представлены в различной форме [5]:

1. В виде одного уравнения, записанного относительно исследуемой координаты, обычно – регулируемой величины:

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x = b_0 \frac{d^m y}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dy}{dt} + b_m y, \\ y = F(t), \quad (1.1)$$

где $a_0, a_1, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_m$ – коэффициенты, x – регулируемая величина, $F(t)$ – внешнее возмущение.

2. В виде системы дифференциальных уравнений первого порядка типа:

$$b_i \frac{dx_i}{dt} + \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k + F_i(t) = 0, \quad (1.2)$$

где b_i, a_{ik} – коэффициенты, $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ – координаты системы, $F_i(t)$ – возмущения, действующие на систему.

3. В виде системы, расчлененной на уравнение объекта регулирования:

$$a_0 \frac{d^n \varphi}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} \varphi}{dt^{n-1}} + \dots + a_n \varphi + k\mu = b_0 \frac{d^m y}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + b_m y, \\ y = F(t), \quad (1.3)$$

и уравнение регулятора.

При статическом регуляторе уравнение регулятора будет:

$$c_0 \frac{d^s \mu}{dt^s} + c_1 \frac{d^{s-1} \mu}{dt^{s-1}} + \dots + c_{s-1} \frac{d\mu}{dt} + \mu = g_n \varphi + g_{n-1} \frac{d\varphi}{dt} + g_{n-2} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \dots + g_1 \frac{d^{n-1} \varphi}{dt^{n-1}};$$

при астатическом регуляторе

$$c_0 \frac{d^s \mu}{dt^s} + c_1 \frac{d^{s-1} \mu}{dt^{s-1}} + \dots + c_{s-1} \frac{d\mu}{dt} = g_n^* \varphi + g_{n-1}^* \frac{d\varphi}{dt} + \dots + g_1^* \frac{d^{n-1} \varphi}{dt^{n-1}},$$

где φ – регулируемая величина, μ – регулирующая величина, $F(t)$ – возмущение, действующее на объект регулирования; $a_0, a_1, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_n; c_0, c_1, \dots, c_n; g_1, \dots, g_n; g_1^*, \dots, g_n^*$ – коэффициенты, причем g_n – статический коэффициент усиления регулятора.

4. В виде уравнений динамических звеньев. Если, например, решаются уравнения одноконтурной системы автоматического управления, содержащей одно колебательное звено, два инерционных и одно интегрирующее (рисунок 1.1), то уравнения движения можно написать в виде

$$\begin{cases} T_1 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = k_1 x_1, \\ T_2 \frac{dx_3}{dt} + x_3 = k_2 x_2, \\ T_3 T_4 \frac{d^2 x_4}{dt^2} + T_4 \frac{dx_4}{dt} + x_4 = k_3 x_3, \\ \frac{dx_5}{dt} = k_4 x_4, \\ x_1 = y(t) - x_5, \end{cases} \quad (1.4)$$

где x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – координаты системы; $y(t)$ – внешнее управляющее воздействие; T_1, T_2, T_3, T_4 – постоянные времени отдельных звеньев; k_1, k_2, k_3, k_4 – коэффициенты усиления отдельных звеньев.

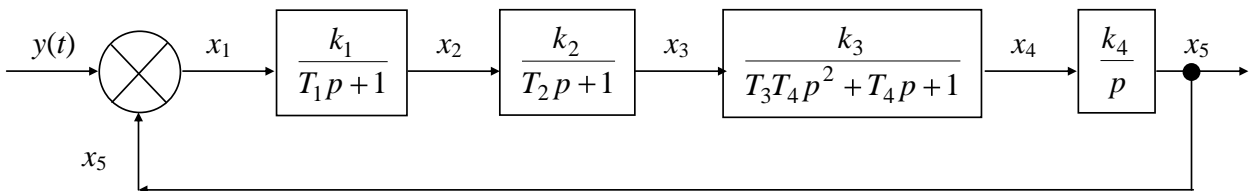


Рисунок 1.1 – Структурная схема одноконтурной системы автоматического управления

Какова бы ни была форма записи дифференциальных уравнений движения системы, их воспроизведение с помощью решающих элементов может быть в принципе осуществлено либо путем повышения порядка производной, либо путем понижения порядка производной.

В первом случае схема набора решающих элементов строится на принципе последовательного дифференцирования с суммированием (с учетом знака) на входе первого блока величин после каждого дифференцирования. На рисунке 1.2 приведена в качестве примера структурная схема набора линейного дифференциального уравнения второго порядка:

$$a_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = y(t). \quad (1.5)$$

При наборе по методу повышения порядка производной уравнение (1.5) разрешается относительно координаты x :

$$x = -\frac{a_0}{a_2} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{a_1}{a_2} \frac{dx}{dt} + \frac{1}{a_2} y(t). \quad (1.6)$$

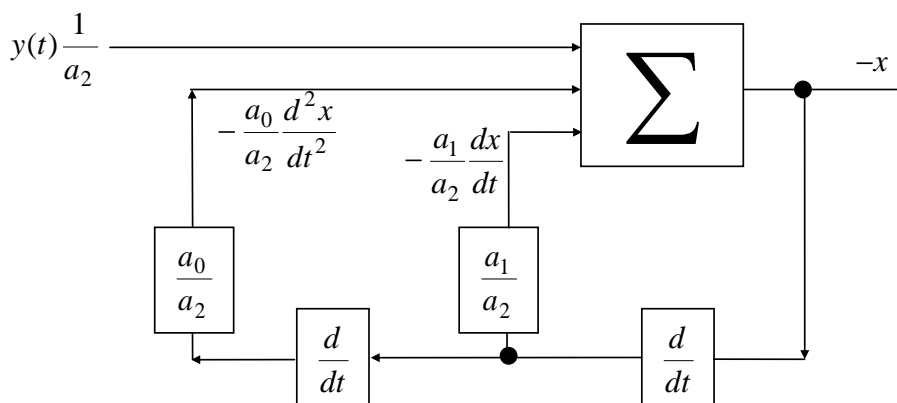


Рисунок 1.2 – Структурная схема набора линейного дифференциального уравнения второго порядка методом повышения производной

Допустим, что на суммирующий блок поданы все слагаемые правой части уравнения (1.6); тогда на выходе блока получится величина x . Подвергая эту величину двукратному дифференцированию и умножая результат каждого дифференцирования при помощи блоков умножения на соответствующие постоянные коэффициенты $\left(-\frac{a_0}{a_2} \text{ и } -\frac{a_1}{a_2} \right)$ получим необходимые слагаемые

для первого суммирующего блока. При таком методе набора основу устройства составляют дифференцирующие решающие элементы. Следует обратить внимание на непрактичность такого способа набора задачи, так как при последовательном дифференцировании помехи, всегда имеющиеся во входном сигнале, могут недопустимо возрасти.

При наборе задачи по методу понижения порядка производной установка строится на принципе последовательного интегрирования с суммированием величин после каждого интегрирования на входе суммирующего блока. Пример набора линейного дифференциального уравнения второго порядка по методу понижения порядка производной приведен на рисунке 1.3. Для составления структурной схемы заданное для решения уравнение разрешается относительно старшей производной, причем все слагаемые правой части, кроме независимых переменных, вводятся в суммирующий блок с помощью обратных связей.

Как видно из рисунка 1.3, основу установки при этом методе набора составляют интегрирующие решающие элементы.

Рассмотренные примеры показывают, что для решения линейных дифференциальных уравнений необходимо иметь следующие решающие элементы: суммирующие устройства, интегрирующие устройства и устройства для умножения и деления на постоянную величину (в том числе на величину меньше нуля). Перечисленные решающие элементы называются линейными, так как связь между величиной на их выходе и входе линейная.

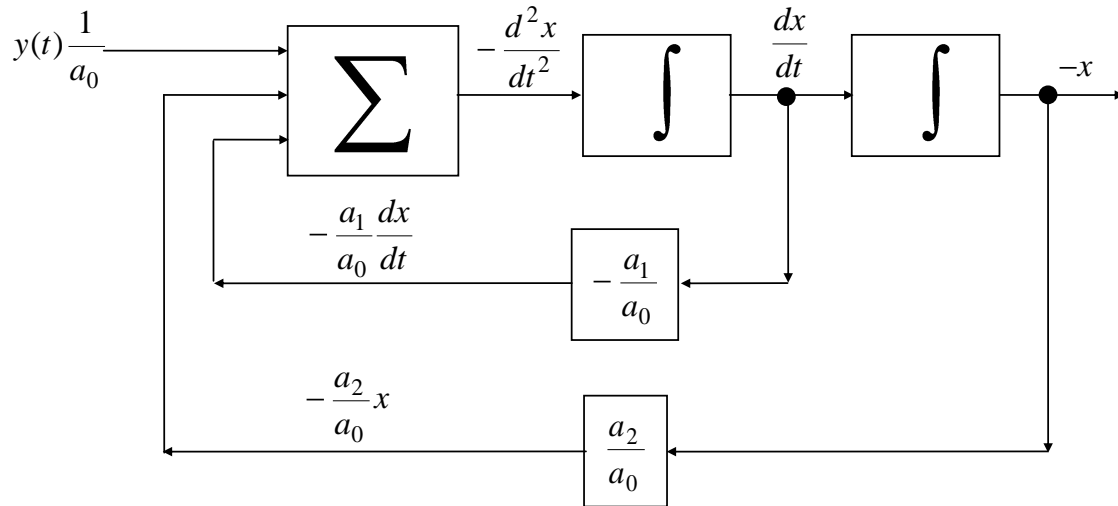


Рисунок 1.3 – Структурная схема набора линейного дифференциального уравнения второго порядка методом понижения порядка производной

Линейные решающие элементы строятся на самых различных принципах. По своей структуре они могут быть разделены на:

- а) решающие элементы разомкнутого типа;
- б) решающие элементы с параметрической компенсацией;
- в) решающие элементы замкнутого типа (с отрицательной обратной связью).

Рассмотрим составление структурной схемы для линейного дифференциального уравнения 3-го порядка с постоянными коэффициентами:

$$a_0 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_2 \frac{dx}{dt} + a_3 x = y(t). \quad (1.7)$$

Разрешая уравнение (1.7) относительно старшей производной, получим:

$$\frac{d^3 x}{dt^3} = -b_1 \frac{d^2 x}{dt^2} - b_2 \frac{dx}{dt} - b_3 x + b_0 y(t), \quad (1.8)$$

где

$$b_1 = \frac{a_1}{a_0}; \quad b_2 = \frac{a_2}{a_0}; \quad b_3 = \frac{a_3}{a_0}; \quad b_0 = \frac{1}{a_0}.$$

Структурная схема приведена на рисунке 1.4. При составлении структурной схемы принято во внимание свойство решающих элементов, построенных на операционных усилителях с отрицательной обратной связью, изменять знак входного сигнала.

Можно несколько упростить структурную схему за счет совмещения на первом блоке функций суммирования и интегрирования. На рисунке 1.5 приведена схема набора задачи с учетом этих замечаний.

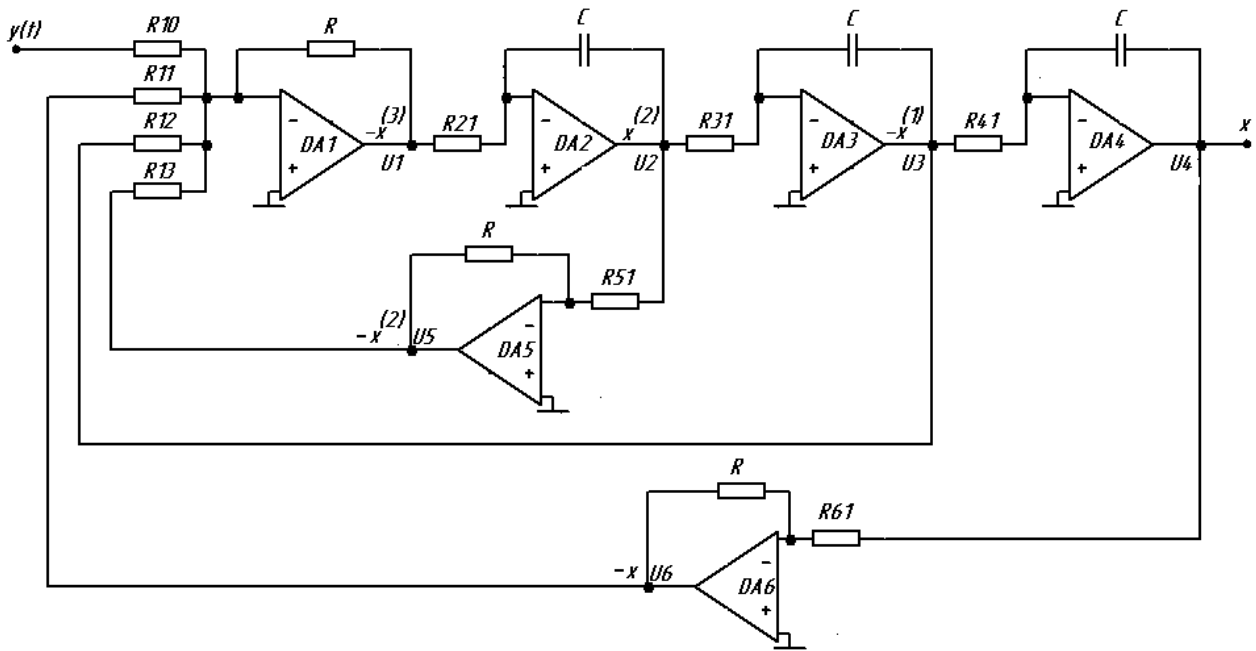


Рисунок 1.4 – Структурная схема набора решающих элементов для линейного дифференциального уравнения 3-ого порядка

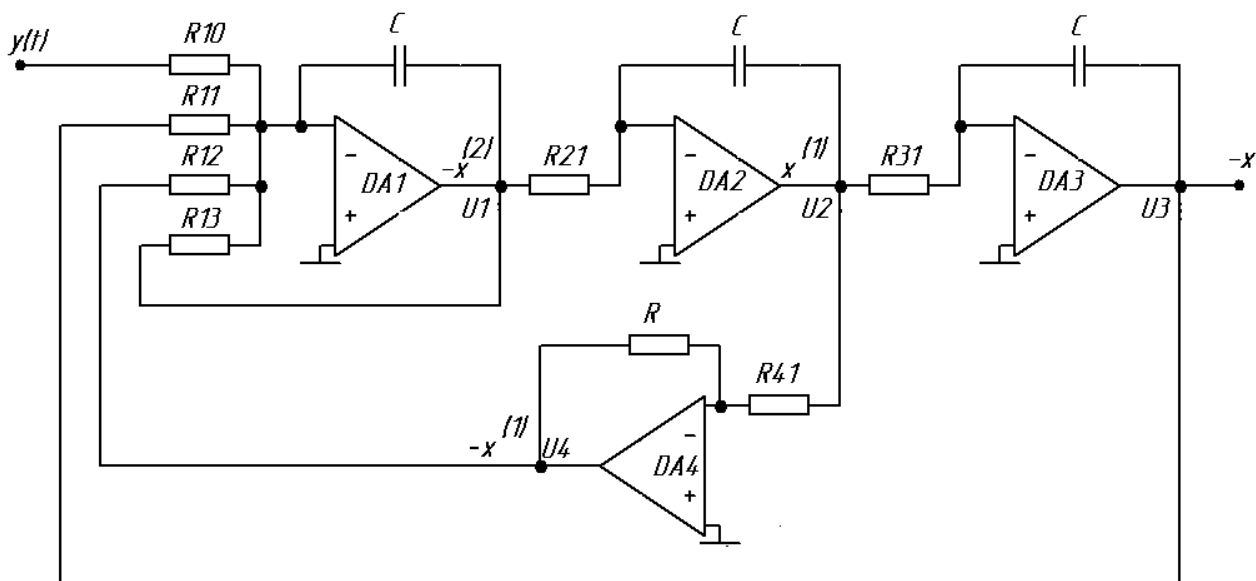


Рисунок 1.5 – Другой вариант структурной схемы

При определении коэффициентов передач отдельных решающих элементов исходят из того положения, что процессы в моделирующей установке должны описываться теми же по форме дифференциальными уравнениями, что и для исходной задачи, а исходные переменные и их физические аналоги в модели могут отличаться лишь масштабными коэффициентами. Поэтому принципиально могут иметь место два способа определения коэффициентов передач решающих элементов в схеме. Первый состоит в том, что в исходных уравнениях с помощью соответствующего преобразования заменяют переменные их физическими аналогами. На основании полученных уравнений со-

ставляют структурную схему набора задачи. По этой схеме записывают уравнения, связывающие переменные модели, и эти уравнения сопоставляют с преобразованными ранее исходными уравнениями. Из сопоставления уравнений определяют соотношения между коэффициентами исходных уравнений и масштабами преобразования переменных с одной стороны, и коэффициентами передачи отдельных решающих элементов – с другой.

При другом способе в уравнениях, составленных по структурной схеме набора задачи, производят при помощи преобразования переменных замену физических аналогов на исходные переменные и сопоставляют полученные уравнения с исходными. Обе системы дифференциальных уравнений должны быть одинаковыми. Из этого условия получают соотношения между коэффициентами передачи и масштабными множителями с одной стороны, и коэффициентами исходной системы – с другой. Из изложенного вытекает полная равноценность обоих способов определения коэффициентов передач решающих элементов в схеме.

Оба способа предполагают составление дифференциальных уравнений по структурной схеме набора задачи. При этом для каждого решающего элемента, участвующего в схеме набора, следует записать уравнение, связывающее выходную величину с входной, перенумеровав предварительно по порядку все решающие элементы и их входные и выходные цепи. Коэффициент передачи блока приобретает при этом в индексе номер, состоящий из двух или трех цифр: первая цифра (или первые две цифры) указывают на номер блока, а вторая – на номер входной цепи.

Так, например, в общем случае для 1-го решающего усилителя, работающего в режиме сумматора при n слагаемых, можно записать:

$$U_i = -\sum_{j=1}^n K_{ij} U_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n), \quad (1.9)$$

где U_k – выходное напряжение k -го блока; K_{ij} – коэффициент передачи, показывающий, какая часть выходного напряжения k -го блока подается на j -ый вход блока i .

Для блока, работающего в режиме интегратора-сумматора:

$$U_i = -\frac{1}{P} \sum_{j=1}^n K_{ij} U_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n). \quad (1.10)$$

При использовании решающего усилителя в качестве сумматора-дифференциатора:

$$U_i = -p \sum_{j=1}^n K_{ij} U_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n). \quad (1.11)$$

Уравнения решающих блоков, работающих в режиме масштабного усилителя, а также используемых для перемены знака или интегрирования, могут быть получены из приведенных уравнений в качестве частного случая, когда число слагаемых $n = 1$.

Требуемые для реализации заданного передаточного коэффициента значения сопротивлений на входе решающего усилителя подсчитываются из выражений:

$$\text{для интегратора } K_{ij} = \frac{1}{R_{ij}C_{OC}};$$

$$\text{для дифференциатора } K_{ij} = R_{OC}C_{ij};$$

$$\text{для масштабного усилителя } K_{ij} = \frac{R_{OC}}{R_{ij}},$$

где C_{OC} и R_{OC} – емкость конденсатора и сопротивление резистора в цепях обратной связи операционных усилителей.

Чаще всего емкости C_{OC} подбирают в микрофарадах, а сопротивление R_{OC} – в мегомах.

Для примера составим уравнения, связывающие входные и выходные величины для отдельных решающих блоков рассмотренной на рисунке 1.4 структурной схемы. Используя соотношения (1.9) и (1.10), получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = -K_{10}U_0 + K_{11}U_6 + K_{12}U_3 + K_{13}U_5 \\ U_2 = -\frac{1}{p}K_{21}U_1 \\ U_3 = -\frac{1}{p}K_{31}U_2 \\ U_4 = -\frac{1}{p}K_{41}U_3 \\ U_5 = -\frac{1}{p}K_{51}U_2 \\ U_6 = -\frac{1}{p}K_{61}U_4 \end{array} \right. \quad (1.12)$$

Здесь $p = \frac{d}{dt_M}$; t_M – независимая переменная – время.

В полученных уравнениях напряжение U_4 представляет искомую переменную x . Разрешая эту систему относительно U_4 , получим:

$$U_4[p^3 + K_{21}K_{13}K_{51}p^2 + K_{21}K_{12}p + K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}] = K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}U_0. \quad (1.13)$$

Величина U_4 может представлять исходную переменную в некотором масштабе; аналогично и независимая переменная – время может отличаться от времени исходной задачи в том смысле, что процессы на установке воспроизводятся в несколько замедленном или ускоренном темпе.

Вводя уравнения преобразования переменных, получим:

$$\begin{cases} x = M_x U_4, \\ y = M_y U_0, \\ t = M_t t_M, \end{cases} \quad (1.14)$$

где M_x – масштаб представления величины x в установке в виде напряжения; M_y – масштабный коэффициент представления величины y ; M_t – масштаб времени.

Из системы (1.14) следует:

$$\begin{cases} U_4 = \frac{x}{M_x}, \\ U_0 = \frac{y}{M_y}, \\ t_M = \frac{t}{M_t}, \\ p = \frac{d}{dt_M} = M_t \frac{d}{dt}. \end{cases} \quad (1.15)$$

Подставляя соотношения (1.15) в уравнение (1.13), получим уравнение моделирующей схемы, записанное через коэффициенты передачи, масштабные коэффициенты и исходные переменные:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 x}{dt^3} + \frac{K_{21} K_{13} K_{51}}{M_t} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{K_{21} K_{12}}{M_t^2} \frac{dx}{dt} + \frac{K_{41} K_{31} K_{21} K_{11} K_{61}}{M_t^3} x = \\ = \frac{M_x}{M_y M_t^3} K_{41} K_{31} K_{21} K_{10} y(t). \end{aligned} \quad (1.16)$$

Очевидно, что коэффициенты этого уравнения должны быть равны коэффициентам исходного уравнения (1.8).

Приравнявая коэффициенты при соответствующих производных и правых частях в уравнениях (1.8) и (1.16), получим:

$$\begin{cases} \frac{K_{21} K_{13} K_{51}}{M_t} = b_1, & \frac{K_{21} K_{12}}{M_t^2} = b_2, & \frac{K_{41} K_{31} K_{21} K_{11} K_{61}}{M_t^3} = b_3, \\ \frac{K_{41} K_{31} K_{21} K_{10}}{M_y M_t^3} M_x = b_0. \end{cases} \quad (1.17)$$

Из этих соотношений следует, что при выборе коэффициентов передач и масштабных коэффициентов имеется известный произвол, так как число уравнений меньше числа неизвестных. Поэтому для определения величин отдельных коэффициентов передачи привлекают дополнительные соображения, связанные с особенностями работы и свойствами используемых решающих элементов. К этим соображениям относится стремление ограничить величину погрешности из-за дрейфа нуля и конечного значения коэффициента усиления.

ния, а также не допустить насыщения отдельных решающих элементов в процессе решения задач из-за ограниченности линейного диапазона.

Если при заданных значениях коэффициентов исходных уравнений требуемые от решающих усилителей передаточные числа превосходят указанные границы, уменьшение передаточных чисел следует провести за счет пересмотра структурной схемы (изменения масштабных коэффициентов) или введения дополнительных блоков.

При выборе величины масштабных коэффициентов следует стремиться к тому, чтобы решение происходило при наибольшем допустимом уровне напряжений в установке, так как это обеспечит наилучшее использование ее возможностей в смысле получения малой погрешности решения.

Выражения (1.17) позволяют также сформулировать правила составления соотношений между коэффициентами передач решающих блоков, масштабными коэффициентами и коэффициентами исходных линейных дифференциальных уравнений, по которым эти соотношения можно записать только на основании структурной схемы набора.

Действительно, каждый коэффициент исходного уравнения при зависимой переменной или при ее производных выражается через произведение коэффициентов передач отдельных решающих элементов, образующих замкнутый контур, на выходе которого получается рассматриваемая зависимая переменная. Если исследование ведется не в натуральном масштабе времени ($M_t \neq 1$), то это произведение коэффициентов передач делится на масштабный коэффициент M_t в степени, равной номеру рассматриваемого коэффициента b_i . Коэффициент при независимой переменной равен произведению коэффициентов передач решающих блоков, включенных последовательно между местом приложения независимой переменной и выходом искомой зависимой переменной, помноженному на отношение масштаба представления зависимой переменной, к произведению масштабов независимой переменной и времени в степени, равной порядку старшей производной.

Для определения начальных условий и возмущающих сил в тех физических величинах, в которых они представляются в установке, следует воспользоваться преобразованиями (1.15). Так, например, если при решении дифференциального уравнения (1.8) нам заданы начальные условия:

$$x(0) = C_0; x^{(1)}(0) = C_1; x^{(2)}(0) = C_2,$$

а возмущение $y(t) = B = \text{const}$, то согласно (1.14):

$$x = M_x U_4; y(t) = B = M_x U_0,$$

откуда

$$U_4(0) = \frac{x(0)}{M_x} = \frac{C_0}{M_x},$$

$$U_0 = \frac{y(t)}{M_y} = \frac{B}{M_y} = \text{const}. \quad (1.18)$$

Для того, чтобы найти выражения для начальных условий по остальным производным, воспользуемся уравнениями (1.12). На основании этих уравнений получаем:

$$U_3(0) = -\frac{U_4 p}{K_{41}} = -\frac{x(0) \frac{d}{dt}}{K_{41}} = -\frac{C_1}{M_x K_{41}},$$

$$U_2(0) = -\frac{U_3 p}{K_{31}} = -\frac{x(0) \frac{d}{dt} \frac{d}{dt}}{K_{41} K_{31}} = \frac{C_2}{M_x K_{41} K_{31}}.$$

1.4 Пример решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в MathCAD и MicroCAP

Требуется найти в натуральном масштабе времени решение дифференциального уравнения третьего порядка:

$$\frac{d^3 x}{dt^3} - 0.05 \frac{d^2 x}{dt^2} + 0.006 x = 0.01, \quad (1.19)$$

при заданных начальных условиях: $x(0) = 0$; $x^{(2)}(0) = 0$.

1 этап. Решение дифференциального уравнения в системе MathCAD.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №1,2 раздела «Типовые приемы работы в MathCAD...».

Ниже приведен листинг и график решения (рисунок 1.6) $x(t)$ линейного дифференциального уравнения третьего порядка в системе MathCAD.

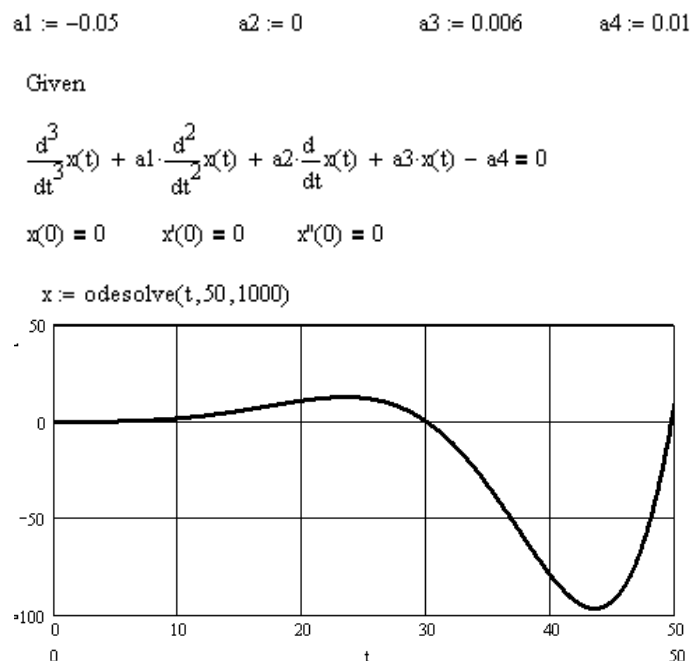


Рисунок 1.6 – Результат решения линейного дифференциального уравнения третьего порядка

Решение получено на интервале от 0 до 50 с, количество шагов для численного решения по методу Рунге-Кутты составляет 1000. Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице 1.1. Из графика решения на рисунке 1.6 следует, что максимальное абсолютное значение функции $|x(t)|_{\max} = 96.757$ при $t = 43.6$ с.

II этап. Составление структурной схемы с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №1,2,4 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

При составлении структурной схемы используется метод понижения порядка производной, т.е. последовательное интегрирование с суммированием величин после каждого интегрирования на входе суммирующего блока (см. рисунок 1.3). Структурная схема приведена на рисунке 1.7.

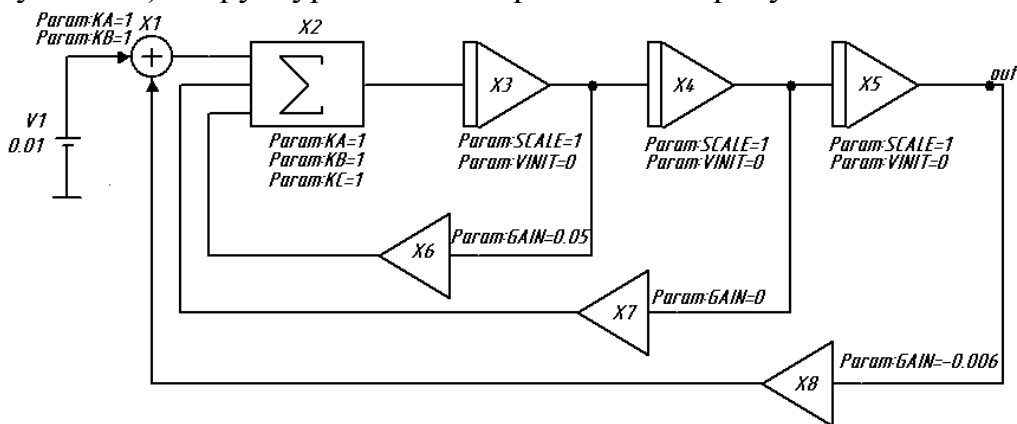


Рисунок 1.7 – Структурная схема для решения дифференциального уравнения

Следует убедиться, что в диалоговом окне свойств интегратора **Int** коэффициент передачи $SCALE = 1$; напряжение начальных условий $VINIT = 0$. В диалоговом окне свойств масштабирующего усилителя **Amp** следует указать коэффициент передачи $GAIN$ равный по модулю соответствующему коэффициенту дифференциального уравнения $|b_i|$ и противоположный по знаку. Противоположность знака объясняется тем, что масштабирующие усилители включены в цепи обратных связей. В диалоговых окнах свойств сумматоров Sum3 и Sum следует убедиться, что все масштабные коэффициенты сложения равны единицы. Постоянное внешнее возмущение $y(t) = 0.01$ представлено в виде источника постоянного напряжения $V1$ с напряжением 0.01В. Искомый результат – значения функции $x(t)$ – наблюдается на выходе схемы (точка **out**).

Решение дифференциального уравнения проводится по команде *Analysis/Transient...* (Анализ во временной области). В появившемся диалоговом окне **Transient Analysis Limits** (Ограничения во временной области) следует указать:

- в строке ввода **Time Range** (Временной диапазон) **50** – по умолчанию единицей измерения времени является секунда;
- в строке ввода **Maximum Time Step** (Максимальный шаг по времени) **0.05** – соответствует количеству шагов 1000, установленному при решении в системе MathCAD;
- в столбце **X Expression** (Выражение по оси абсцисс) **T** – независимая переменная время;
- в столбце **Y Expression** (Выражение по оси ординат) **V(out)** – напряжение в контрольной точке для наблюдения искомой величины $x(t)$.

Опции **Operating Point** (Расчет положения рабочей точки) и **Auto Scale Range** (Автоматическое масштабирование) необходимо включить.

Результат решения дифференциального уравнения в системе MicroCAP на основе структурной схемы, состоящей из аналоговых функциональных блоков, представлен на рисунке 1.8. Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице 1.1.

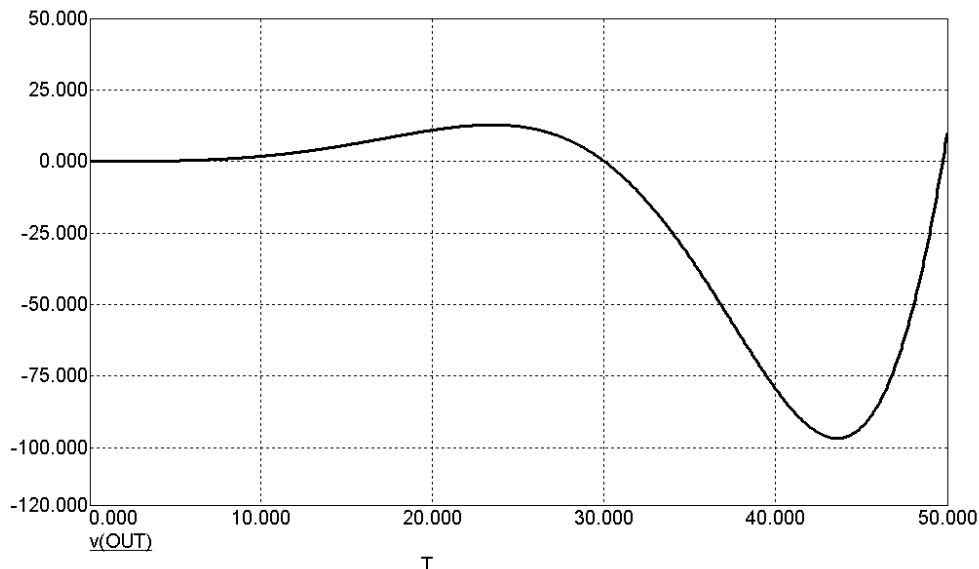


Рисунок 1.8 – Результат решения дифференциального уравнения на основе структурной схемы

III этап. Синтез моделирующей установки с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использован прием №9 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

В данном дифференциальном уравнении третьего порядка (1.19) коэффициент при второй производной – отрицательный, а коэффициент при первой производной – нулевой. Эти особенности дифференциального уравнения приводят к изменению схемы моделирующей установки (рисунок 1.9) по сравнению с базовой схемой, изображенной на рисунке 1.4.

Для того, чтобы получить отрицательный коэффициент при второй производной следует исключить из цепи отрицательной обратной связи операционный усилитель DA5. Вследствие этого сигнал обратной связи будет

поступать на сумматор $DA1$ в противофазе. Требуемый коэффициент масштабирования, который в базовой схеме задавался операционным усилителем $DA5$, в модифицированной схеме выделяется непосредственно на сумматоре $DA1$ за счет соотношения $R1/R13$.

Для того, чтобы получить нулевой коэффициент при первой производной достаточно подобрать соотношение резисторов $R1$ и $R12$ таким образом, что $\frac{R1}{R12} \approx 0$.

Согласно (1.8) коэффициенты дифференциального уравнения:

$$b_1 = -0.05; b_2 = 0; b_3 = 0.006; b_0 = 1; y(t) = 0.01.$$

По условию задания масштаб времени – реальный, т.е. $M_t = 1$. В качестве решающих усилителей в схеме использованы операционные усилители К140УД8 с напряжением питания $\pm 15V$. Ограничим наибольший уровень напряжения на выходе операционного усилителя величиной 10В. Максимальное абсолютное значение функции $x(t)$ по результатам моделирования в системе MathCAD составляет около 100 единиц. Масштаб представления величины $x(t)$ в виде напряжения равен:

$$M_x = \frac{|x(t)|_{\max}}{U_4} = \frac{100}{10} = 10,$$

где U_4 – выходное напряжение моделирующей установки.

Масштаб представления внешнего возмущения $y(t)$ можно принять равным единице: $M_y = 1$.

Составим уравнения, связывающие входные и выходные величины для отдельных решающих блоков структурной схемы на рисунке 1.9. Используя соотношения (1.9) и (1.10), составим систему уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = -K_{10}U_0 + K_{11}U_6 + K_{12}U_3 + K_{13}U_2 \\ U_2 = -\frac{1}{p} K_{21}U_1 \\ U_3 = -\frac{1}{p} K_{31}U_2 \\ U_4 = -\frac{1}{p} K_{41}U_3 \\ U_6 = -K_{61}U_4 \end{cases}$$

Разрешая эту систему относительно U_4 , получим:

$$U_4[p^3 - K_{21}K_{13}p^2 + K_{31}K_{21}K_{12}p + K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}] = K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}U_0.$$

Учтем, что:

$$\begin{cases} U_4 = \frac{x}{M_x}, \\ U_0 = \frac{y}{M_y}, \\ p = \frac{d}{dt_M} = M_t \frac{d}{dt}. \end{cases}$$

Тогда уравнение моделирующей установки, записанное через коэффициенты передачи, масштабные коэффициенты и исходные переменные, будет выглядеть:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 x}{dt^3} - \frac{K_{21}K_{13}}{M_t} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{K_{31}K_{21}K_{12}}{M_t^2} \frac{dx}{dt} + \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}}{M_t^3} x = \\ = \frac{M_x}{M_y M_t^3} K_{41}K_{31}K_{21}K_{10} y(t). \end{aligned}$$

Сравнивая исходное дифференциальное уравнение и полученное, имеем:

$$\begin{cases} -\frac{K_{21}K_{13}}{M_t} = b_1, & \frac{K_{31}K_{21}K_{12}}{M_t^2} = b_2, & \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}}{M_t^3} = b_3, \\ \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}}{M_y M_t^3} M_x = b_0. \end{cases}$$

Заменяя коэффициенты b_i их числовыми значениями, получим:

$$\begin{aligned} -K_{21}K_{13} = -0.05; \quad K_{31}K_{21}K_{12} = 0; \quad K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61} = 0.006; \\ K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}M_x = 0.01. \end{aligned}$$

Примем $K_{12} = 10^{-9} \approx 0$; $K_{21} = K_{31} = K_{41} = K_{11} = 1$; тогда:

$$K_{13} = \frac{0.05}{K_{21}} = 0.05; \quad K_{61} = \frac{0.006}{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}} = 0.006; \quad K_{10} = \frac{0.01}{K_{41}K_{31}K_{21}M_x} = 0.001.$$

Пусть номиналы емкостей и резисторов в цепях отрицательной обратной связи операционных усилителей: $C_{OC} = 1$ мкФ; $R_{OC} = 1$ МОм. Используя соотношения $K_{ij} = \frac{1}{R_{ij}C_{OC}}$ и $K_{ij} = \frac{R_{OC}}{R_{ij}}$ для интегратора и масштабного усилителя, соответственно, вычислим номиналы резисторов во входных цепях операционных усилителей:

$$\begin{aligned} R_{10} = \frac{R_{OC}}{K_{10}} = \frac{10^6}{0.001} = 10^9 \text{ Ом}; \quad R_{11} = \frac{R_{OC}}{K_{11}} = \frac{10^6}{1} = 10^6 \text{ Ом}; \\ R_{12} = \frac{R_{OC}}{K_{12}} = \frac{10^6}{10^{-9}} = 10^{15} \text{ Ом}; \quad R_{13} = \frac{R_{OC}}{K_{13}} = \frac{10^6}{0.05} = 2 \cdot 10^7 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$R_{21} = \frac{1}{K_{21}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом}; R_{31} = \frac{1}{K_{31}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом};$$

$$R_{41} = \frac{1}{K_{41}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом}; R_{61} = \frac{R_{OC}}{K_{61}} = \frac{10^6}{0.006} = 166666667 \text{ Ом}.$$

Схема электрическая принципиальная моделирующей установки представлена на рисунке 1.9.

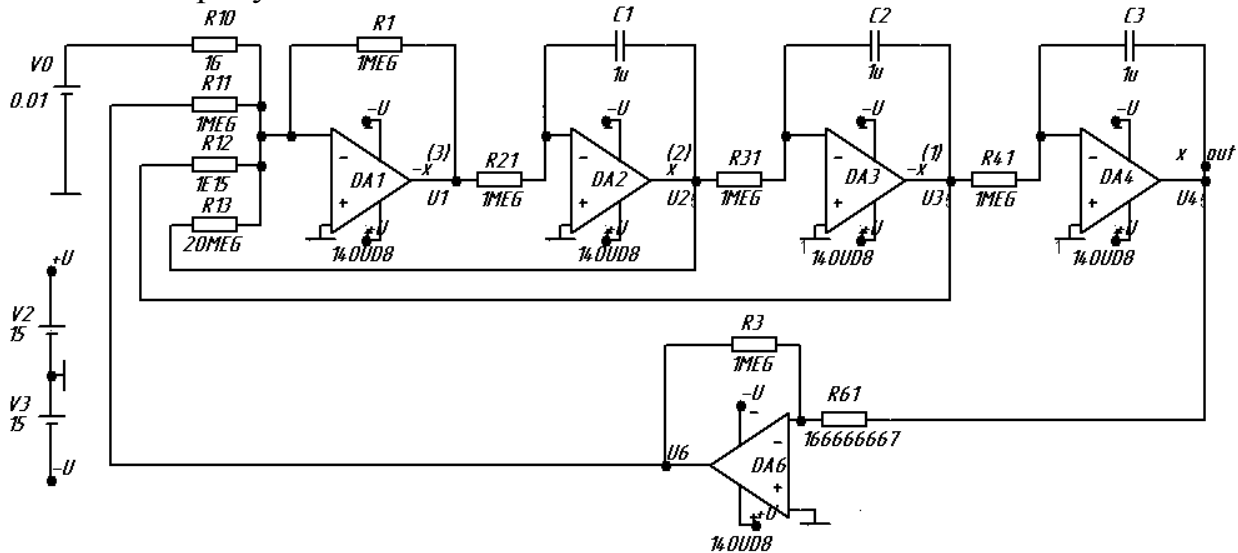


Рисунок 1.9 – Моделирующая установка

Решение дифференциального уравнения, т.е. анализ схемы во временной области, проводится аналогично предыдущему случаю, рассмотренному на II этапе. Результат решения дифференциального уравнения в системе MicroCAP на основе моделирующей установки представлен на рисунке 1.10.

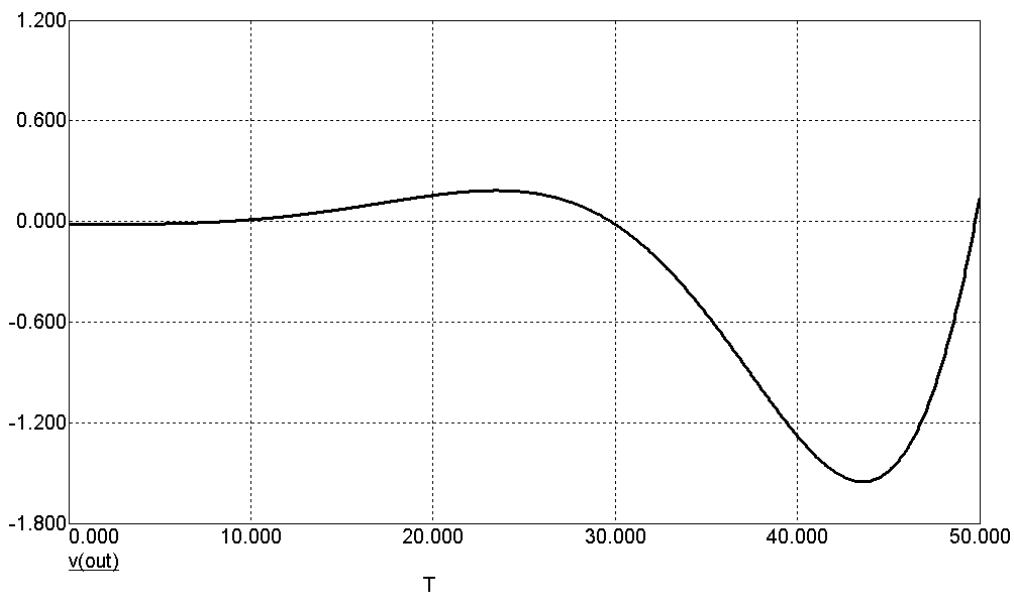


Рисунок 1.10 - Результат решения дифференциального уравнения на основе моделирующей установки

Вообще, синтез моделирующей установки для решения дифференциального уравнения движения предполагает применение неформализованных решений. Во-первых, решение одного и того же уравнения можно осуществить на основе разных схем (например, см. рисунки 1.4 и 1.5). Во-вторых, как отмечалось выше, при вычислении коэффициентов передач и масштабных коэффициентов в (1.17) имеется свобода выбора некоторых из них, так как число уравнений меньше числа неизвестных. В-третьих, иногда требуется экспериментальный подбор операционного усилителя, поскольку не все из усилителей обеспечивают удовлетворительное решение уравнения. Реальное значение коэффициента передачи, который должен имитировать нулевой коэффициент в исходном дифференциальном уравнении, также подбирается экспериментально из соображений удовлетворительности решения. В нашем примере наилучшие результаты решения уравнения получены с использованием модели операционного усилителя 140UD8 и при $K_{12} = 10^{-9}$.

Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Значения функции $x(t)$, рассчитанные тремя способами

Способ расчета	$t = 10$ с	$t = 20$ с	$t = 30$ с	$t = 40$ с	$t = 50$ с
Система MathCAD	1.802	10.939	0.101	-79.414	9.923
Структурная схема	1.802	10.938	0.101	-79.406	9.925
Моделирующая установка	0.01	0.155	-0.017	-1.278	0.139

Качественный анализ графиков на рисунках 1.6, 1.8, 1.10 позволяет сказать об адекватности проведенного моделирования. Количественный анализ значений функции $x(t)$ в первых двух случаях показывает практически полное совпадение решений. В третьем случае значения функции $x(t)$ подобны соответствующим значениям для первых двух случаев. При этом коэффициент подобия $K_{\Pi} \approx 65$.

1.5 Лабораторное задание

Перед началом выполнения лабораторного задания следует убедиться в том, что библиотека математических моделей операционных усилителей подключена (см. прием №8 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP ...»).

Повторить методический пример, приведенный выше, по исходным данным Вашего варианта. При выполнении лабораторного задания следует обратить внимание на некоторые особенности, связанные с синтезом моделирующей установки на операционных усилителях:

- для упрощения синтеза установки в таблице с вариантами задания дана соответствующая схемы набора задачи, а также несколько заранее известных коэффициентов передачи;

- при анализе схемы электрической принципиальной во временной области в диалоговом окне **Transient Analysis Limits** опция **Operating Point** должна быть *выключена* (в отличие от рассмотренного выше методического примера);

- поскольку все схемы набора задач, приведенные в вариантах задания, имеют нечетное количество операционных усилителей в цепи прямой передачи, то сигнал на выходе будет инвертирован. Для того, чтобы наблюдать неинвертированный сигнал на выходе схемы, следует в строке ввода **Y Expression** диалогового окна **Transient Analysis Limits** указать $-V(out)$;

- некоторые дифференциальные уравнения в вариантах задания содержат нулевые коэффициенты при производных. Также как и в методическом примере при синтезе установки нулевой коэффициент имитируется соотношением

$$\frac{R_{OC}}{R_{ij}} = 10^{-9} \approx 0.$$

В связи с этим коэффициент передачи на соответствующем входе операционного усилителя в таблице вариантов заранее задан как $K_{ij} = 10^{-9} \approx 0$.

Критерием правильности проведенного исследования на I и II этапах является полное совпадение выходного сигнала, как по форме, так и по величине (см. методический пример). На III этапе должна быть получена *аналогичная* форма сигнала, но в некотором масштабе по сравнению с I и II этапами. Предполагается, что студент на III этапе экспериментальным путем должен подобрать такой масштабный коэффициент M_X , чтобы выходной сигнал имел размах в сотни милливольт или единицы вольт. Следует помнить, что попытка получить размах выходного сигнала более 10 В приведет к насыщению операционного усилителя и, как следствие, искажению формы сигнала.

1.6 Контрольные вопросы

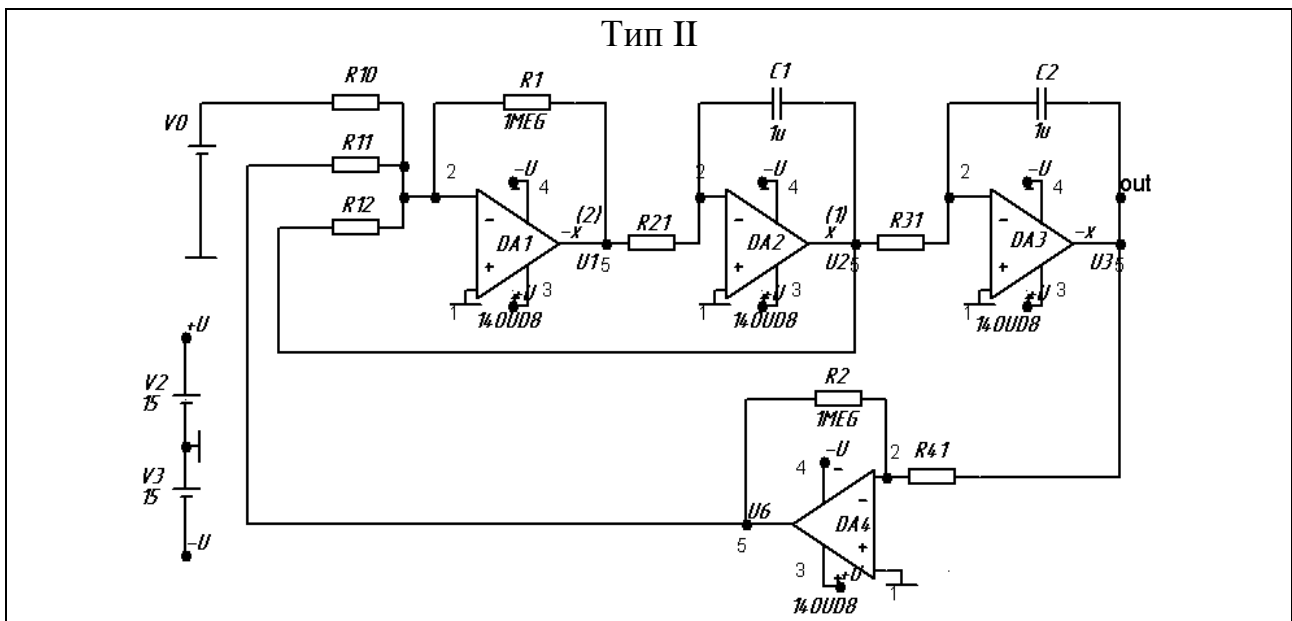
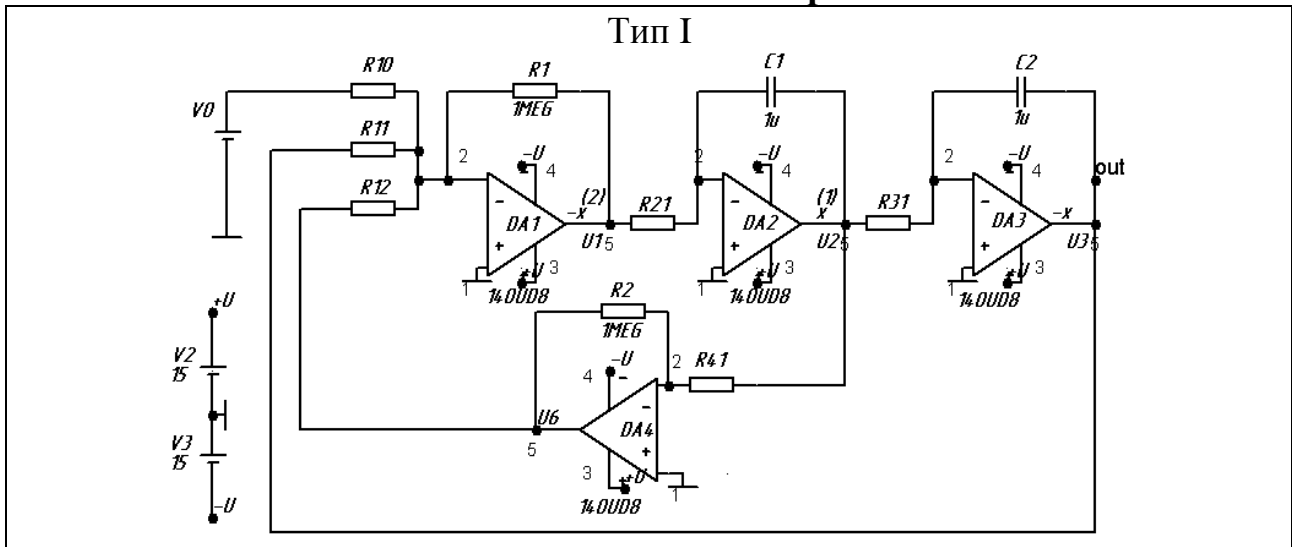
1. В какой форме могут быть представлены дифференциальные уравнения движения систем автоматического управления?
2. Каким недостатком обладает набор линейного дифференциального уравнения методом повышения порядка производной?
3. Какие счетно-решающие элементы необходимы для составления структурной схемы по методу понижения порядка производной?
4. Каким образом можно упростить исходную структурную схему системы автоматического управления?
5. В каких случаях масштаб времени M_t в моделирующей установке может быть отличным от единицы?
6. Почему в выражениях (1.12) для определения значения напряжения на выходе аналоговых функциональных блоков стоит знак минус?
7. Почему в цепях обратной связи операционных усилителей рекомендуется принимать значения номиналов резисторов в мегомах, а значения номиналов конденсаторов – в микрофарадах?
8. К чему следует стремиться при выборе величины масштабного коэффициента M_x в моделирующей установке?

1.7 Варианты заданий

Во всех вариантах задания одинаковыми являются следующие данные:

- интервал значений аргумента при построении графика функции $x(t)$ - $t \in [0, 50\text{c}]$;
- значение абсцисс, в которых требуется найти значение функции $x(t)$ - $t_1 = 10\text{ c}; t_2 = 20\text{ c}; t_3 = 30\text{ c}; t_4 = 40\text{ c}; t_5 = 50\text{ c}$;
- максимальное значение напряжения на выходе моделирующей установки 10В ;
- масштабные коэффициенты $M_t = M_y = 1$;
- номиналы емкостей и резисторов в цепях обратной связи операционных усилителей $C_{OC} = 1\text{ мкФ}$ и $R_{OC} = 1\text{ МОм}$, соответственно;
- модель операционного усилителя 140UD8.

Типовые схемы набора



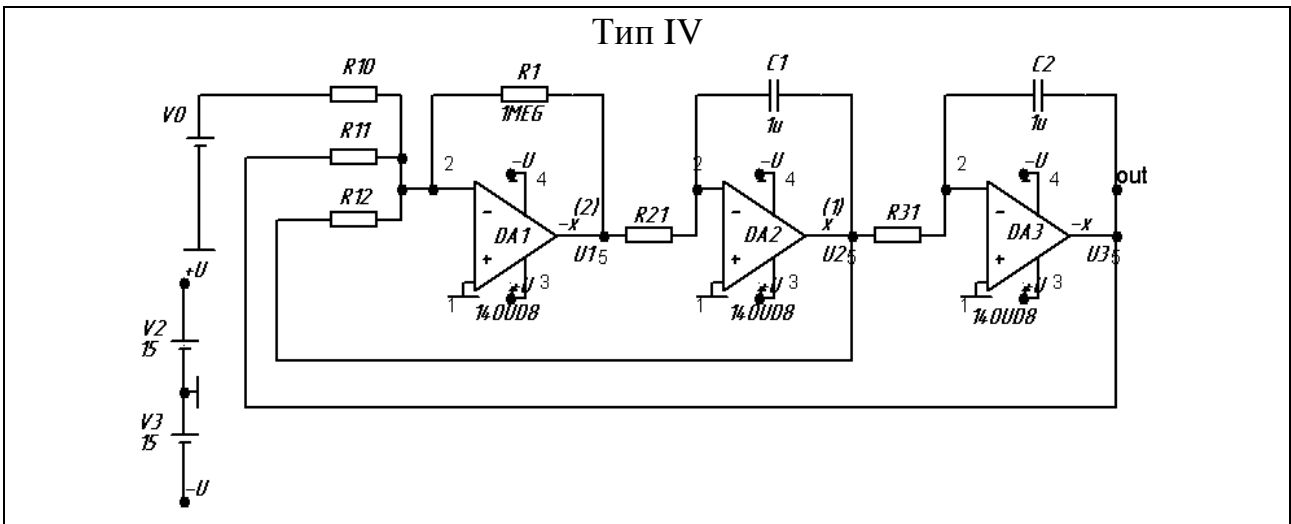
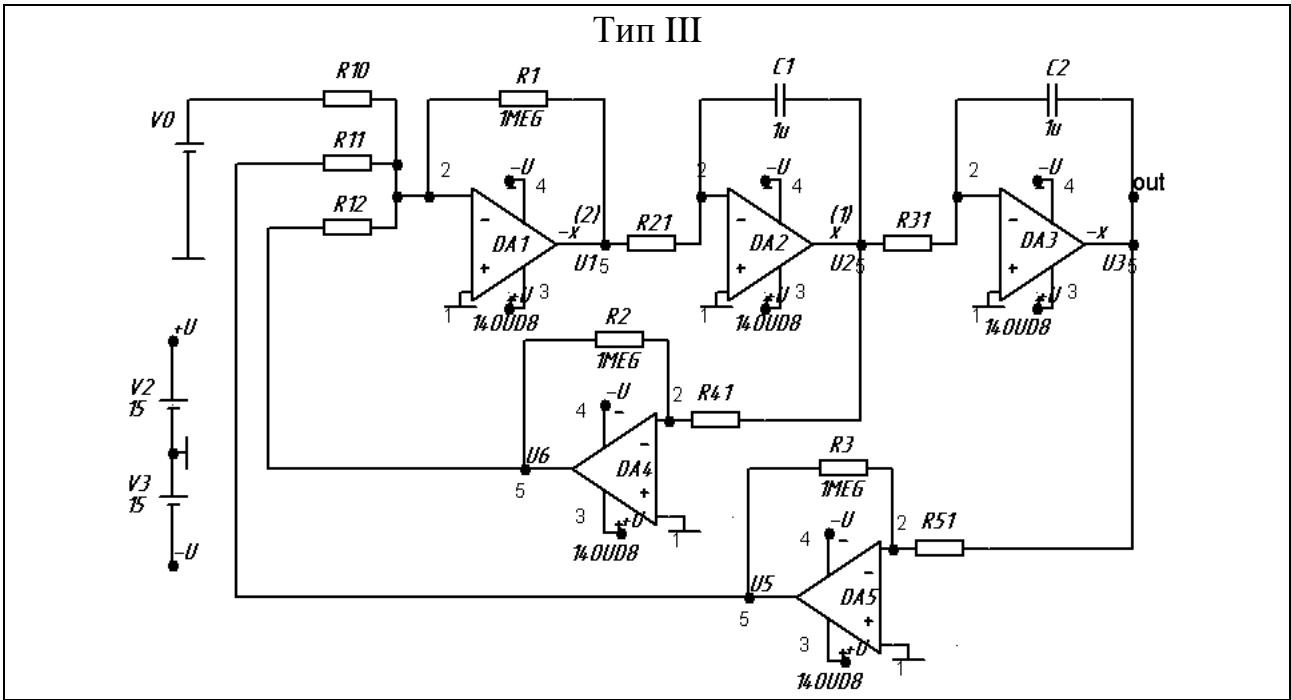


Таблица 1.2

Варианты заданий

№ варианта	Схема набора	Уравнение движения	Известные коэффициенты передачи
1	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.2 \frac{dx}{dt} + 3x = 0.02$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1$
2	Тип III	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.002 \frac{dx}{dt} - 0.003x = 0.002$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1; K_{11}=1$
3	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.02 \frac{dx}{dt} + 0.3x = 0.2$	$K_{21}=1; K_{31}=1$

Продолжение таблицы 1.2

№ варианта	Схема набора	Уравнение движения	Известные коэффициенты передачи
4	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.002 \frac{dx}{dt} - 0.003x = 0.002$	$K_{21}=1; K_{31}=1;$ $K_{11}=1$
5	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.03x = 0.02$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{21}=1$
6	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.03x = 0.02$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{11}=1; K_{21}=1$
7	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.002 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.002$	$K_{11}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{12}=1; K_{31}=1$
8	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.02 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.002$	$K_{11}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{31}=1$
9	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.002$	$K_{11}=10^{-9};$ $K_{12}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{31}=1$
10	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.1 \frac{dx}{dt} + 1.5x = 8$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1$
11	Тип III	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.004 \frac{dx}{dt} - 0.006x = 0.001$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1; K_{11}=1$
12	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.06 \frac{dx}{dt} + 0.1x = 0.1$	$K_{21}=1; K_{31}=1$
13	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.004 \frac{dx}{dt} - 0.001x = 0.005$	$K_{21}=1; K_{31}=1;$ $K_{11}=1$
14	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.1x = 0.2$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{21}=1$
15	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.009x = 0.001$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{11}=1; K_{21}=1$
16	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.001 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.007$	$K_{11}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{12}=1; K_{31}=1$
17	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.05 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.003$	$K_{11}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{31}=1$

Окончание таблицы 1.2

№ варианта	Схема набора	Уравнение движения	Известные коэффициенты передачи
18	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.006$	$K_{11}=10^{-9};$ $K_{12}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{31}=1$
19	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.3 \frac{dx}{dt} + 0.5x = 0.8$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1$
20	Тип III	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.007 \frac{dx}{dt} - 0.005x = 0.003$	$K_{21}=1; K_{12}=1;$ $K_{31}=1; K_{11}=1$
21	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.09 \frac{dx}{dt} + 0.5x = 0.5$	$K_{21}=1; K_{31}=1$
22	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.007 \frac{dx}{dt} - 0.007x = 0.001$	$K_{21}=1; K_{31}=1;$ $K_{11}=1$
23	Тип IV	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.08x = 0.07$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{21}=1$
24	Тип II	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.001x = 0.006$	$K_{12}=10^{-9}; K_{31}=1;$ $K_{11}=1; K_{21}=1$
25	Тип I	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.003 \frac{dx}{dt} + 0x = 0.006$	$K_{11}=10^{-9}; K_{21}=1;$ $K_{12}=1; K_{31}=1$

2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 – ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение типовых звеньев, входящих в состав систем автоматического управления;
- 2) знакомство с критериями устойчивости систем автоматического управления, применяемые в инженерной практике;
- 3) оценка границ устойчивости систем автоматического управления.

2.2 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к лабораторной работе.
2. Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенном в пункте 2.5.
3. Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
5. Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

2.3 Типовые динамические звенья систем автоматического управления

Типовые динамические звенья описываются определенными дифференциальными уравнениями. Это позволяет рассматривать качественные показатели системы управления вне зависимости от физической природы ее элементов. Поэтому в основу классификации звеньев положен вид дифференциального уравнения, которым могут описываться разнообразные устройства как по своей функции, так и по своему конструктивному оформлению.

В общем виде дифференциальные уравнения звеньев систем управления записываются как

$$d(p)x_{\text{ВЫХ}} = kx_{\text{ВХ}}$$

или

$$d(p)x_{\text{ВЫХ}} = m(p)x_{\text{ВХ}},$$

где $x_{\text{ВХ}}$, $x_{\text{ВЫХ}}$ - соответственно входной и выходной параметры звена системы управления; k - коэффициент пропорциональности; $d(p)$ и $m(p)$ - операторные полиномы (многочлены) от p .

Если дифференциальные уравнения составлены при нулевых начальных условиях, то символ p можно рассматривать как алгебраическое число. Это позволяет для решения дифференциальных уравнений использовать алгебраические методы.

Основной характеристикой динамического звена является его передаточная функция, которая находится из дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях как отношение изображений по Лапласу выходного и входного сигналов:

$$W(p) = \frac{x_{\text{ВЫХ}}(p)}{x_{\text{ВХ}}(p)}.$$

Зная передаточную функцию звена, можно определить его выходную величину, переходя от изображений к оригиналам, из выражения:

$$x_{\text{ВЫХ}} = W(p) \cdot x_{\text{ВХ}}.$$

Рассмотрим частотные характеристики основных динамических звеньев [6].

Безынерционное звено описывается уравнением:

$$x_{\text{ВЫХ}} = k \cdot x_{\text{ВХ}},$$

где k – коэффициент передачи (усиления) звена. Передаточная функция этого звена постоянна:

$$W(p) = k.$$

К безынерционным звеньям можно отнести (рисунок 2.1, а, б) делитель напряжения, операционный усилитель, постоянная времени которого пренебрежимо мала, и т.д.

Фазовые сдвиги в безынерционном звене отсутствуют при любой частоте входного сигнала, т.е. $\varphi = 0$. Поэтому ФЧХ этого звена совпадает с осью частот и, следовательно, может не учитываться при расчетах.

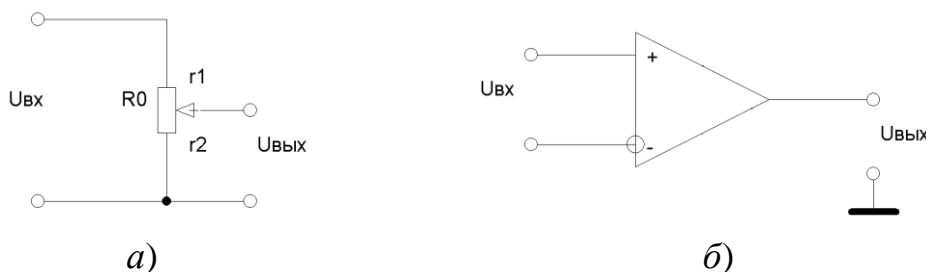


Рисунок 2.1 – Примеры безынерционных звеньев

Аперриодическое звено описывается уравнением:

$$(Tp + 1) \cdot x_{\text{ВЫХ}} = k \cdot x_{\text{ВХ}},$$

где T – постоянная времени звена.

Передаточная функция этого звена записывается как:

$$W(p) = \frac{k}{1 + Tp}.$$

Примерами такого типа звена могут быть RC - и RL -цепи, изображенные на рисунке 2.2, а, б.

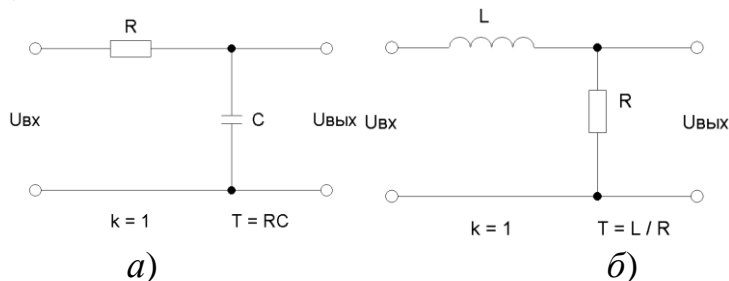


Рисунок 2.2 – Примеры апериодических звеньев

Колебательное звено описывается дифференциальным уравнением:

$$(T^2 p^2 + 2cTp + 1) \cdot x_{\text{ВЫХ}} = k \cdot x_{\text{ВХ}},$$

где c – параметр затухания, $0 < c < 1$. Передаточная функция этого звена:

$$W(p) = \frac{k}{1 + 2cTp + T^2 p^2}.$$

Примером колебательного звена могут быть RLC -цепи (рисунок 2.3).

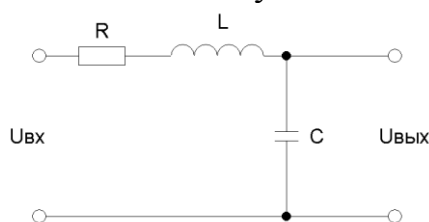


Рисунок 2.3 – Пример колебательного звена

Интегрирующее звено описывается дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dx_{\text{вых}}}{dt} = kx_{\text{вх}} \quad \text{или} \quad px_{\text{ВЫХ}} = kx_{\text{ВХ}}.$$

Выходной параметр можно определить из уравнения с помощью интегрирования:

$$x_{\text{вых}} = k \int_0^t x_{\text{вх}} dt.$$

Передаточная функция этого звена записывается как:

$$W(p) = \frac{k}{p}.$$

К интегрирующим звеньям можно отнести примеры, приведенные на рисунке 2.4, а, б: RC -цепь, интегрирующий операционный усилитель и т. д.

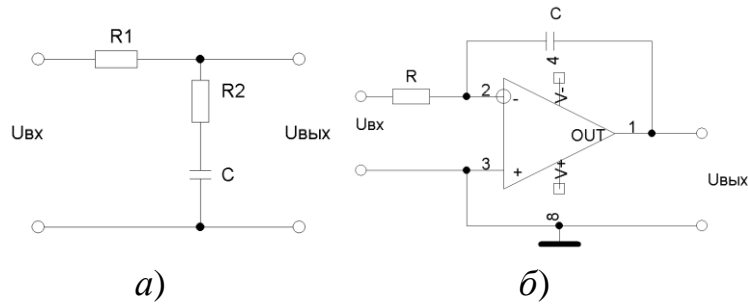


Рисунок 2.4 – Примеры интегрирующих звеньев

Дифференцирующее звено описывается уравнениями:

$$x_{\text{ввых}} = \frac{k dx_{\text{ввх}}}{dt} \text{ или } x_{\text{ВВХ}} = kp x_{\text{ВХ}}.$$

Передаточная функция этого звена записывается как:

$$W(p) = kp.$$

Дифференцирующие звенья с такой передаточной функцией называются *идеальными*. Реально дифференцирующие звенья чаще всего применяются в системах управления в качестве корректирующих цепей и имеют в большинстве случаев передаточную функцию следующего вида:

$$W(p) = \frac{kp}{1 + Tp}.$$

К таким звеньям можно отнести (рисунок 2.5, а, б) дифференцирующие RC-цепи, дифференцирующие трансформаторы и т.д.

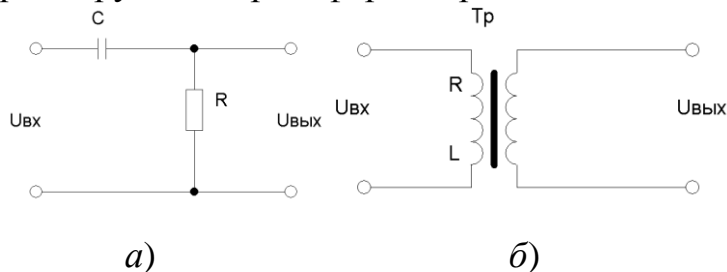


Рисунок 2.5 – Примеры дифференцирующих звеньев

Нетрудно заметить, что реальное дифференцирующее звено представляет собой два последовательно включенных звена: идеальное дифференцирующее и апериодическое.

Из рассмотренных типовых звеньев *элементарными* являются безынерционное, интегрирующее и дифференцирующее. Все другие звенья можно сформировать из элементарных путем соответствующего соединения их между собой.

Звенья, у которых переходная функция со временем затухает, называются *устойчивыми*. Типовые звенья всегда устойчивы. Их действие описывается линейными дифференциальными уравнениями с положительными коэффициентами. Исключение составляет интегрирующее звено, которое, исходя из условий устойчивости, называют *нейтральным*. В *неустойчивых* зве-

ных переходный процесс является расходящимся. Действие этих звеньев описывается линейными дифференциальными уравнениями с отрицательными коэффициентами. Примерами неустойчивых звеньев являются звенья с передаточными функциями:

$$W(p) = \frac{k}{1+Tp}; \quad W(p) = \frac{k}{1-Tp}; \quad W(p) = \frac{k}{1-2cTp+T^2p^2}.$$

Для устойчивых и неустойчивых звеньев одного типа АЧХ одинаковы, а ФЧХ различны. На одной и той же частоте вынужденных колебаний сдвиг фаз в устойчивом звене по абсолютной величине меньше, чем в неустойчивом, поэтому устойчивые звенья являются минимально-фазовыми, а неустойчивые – неминимально-фазовыми. Важно также отметить, что ФЧХ типовых звеньев не зависит от коэффициентов передачи этих звеньев.

При исследовании системы управления ее можно разбить на комбинацию динамических звеньев с определенными передаточными функциями. В простейшем случае считается, что динамические звенья направленные и независимые, т.е. такие, сигналы которых проходят только от входа к выходу. Подключение последующих звеньев не влияет на характер переходных и устанавливающихся процессов в предыдущих звеньях. Следовательно, исходные уравнения звеньев и их передаточные функции останутся неизменными.

При последовательном соединении звеньев выходной сигнал предыдущего звена является входным сигналом последующего. Результирующая передаточная функция равна произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \dots$$

или

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p).$$

2.4 Устойчивость линейных систем

Любая система автоматического управления и управления характеризуется переходным процессом, который возникает в ней при нарушении состояния равновесия вследствие какого-либо воздействия. Переходный процесс $x(t)$ зависит как от свойств системы, так и от вида возмущающего воздействия. В переходном процессе различают две составляющие:

$$x(t) = x_B(t) + x_{CB}(t).$$

Первая из них выражает вынужденные движения, определяемые возмущающим воздействием и свойствами системы; вторая – свободные движения системы, определяемые начальными условиями и свойствами самой системы.

Основной динамической характеристикой САРиУ является ее *устойчивость*. Под устойчивостью понимается свойство системы возвращаться к состоянию установившегося равновесия после устранения возмущения, которое вывело ее из этого состояния. Физическую трактовку понятия устойчивости можно пояснить следующим примером. Если шар помещен в верхнюю точку возвышенности (рисунок 2.6, а), то система неустойчива, поскольку при малейшем отклонении шара от начального положения он скатится по склону поверхности и не возвратится в исходное положение. Если же шар помещен во впадине (рисунок 2.6, б), то система устойчива: после отклонения шар обязательно возвратится к первоначальному положению. В обеих ситуациях устойчивость и неустойчивость системы не зависят от величины начальных отклонений шара. Однако возможны случаи, когда система при малых отклонениях будет устойчива, а при больших – неустойчива, например, если шар находится во впадине, а впадина расположена на вершине выпуклой поверхности (рисунок 2.6, в). Принято считать, что такая система устойчива в малом и неустойчива в большом, поскольку устойчивость связана с величиной начального отклонения.

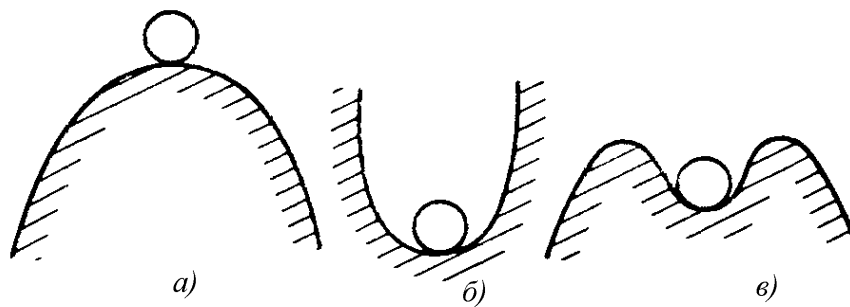


Рисунок 2.6 – Физическая трактовка понятия устойчивости

Система автоматического управления будет устойчива, если в переходном процессе свободная составляющая с течением времени стремится к нулю, т.е. если $\lim_{t \rightarrow \infty} x_{CB}(t) \rightarrow 0$. При невыполнении этого условия САУ считается неустойчивой.

На практике используют разные критерии устойчивости, позволяющие без вычисления корней характеристического уравнения судить об устойчивости исследуемой системы. Различают алгебраические и частотные критерии оценки устойчивости.

Алгебраические критерии устойчивости основаны на исследовании зависимости между коэффициентами характеристического уравнения и характером распределения корней этого уравнения в комплексной плоскости. Частотные критерии устойчивости основаны на изучении связи между формой частотной характеристики САУ и характером распределения корней характеристического уравнения. Рассмотрим два частотных критерия, которые на практике нашли наибольшее применение.

Для оценки устойчивости замкнутой САУ при известной амплитудно-фазовой частотной характеристике (АФЧХ) разомкнутой системы применяют

критерий, предложенный в 1932 г. американским ученым Г. Найквистом. Необходимая АФЧХ может быть получена как аналитически, так и экспериментально. Последнее обстоятельство выгодно отличает рассматриваемый критерий устойчивости от прочих.

Отметим, что разомкнутая САУ может быть устойчивой, неустойчивой или находиться на границе устойчивости. Если САУ состоит из устойчивых звеньев, то она будет устойчивой в разомкнутом состоянии. При наличии хотя бы одного неустойчивого элемента разомкнутая система будет неустойчивой. При наличии одного интегрирующего звена разомкнутая САУ находится на границе устойчивости.

Сформулируем теперь *критерий Найквиста*. Чтобы замкнутая САУ была устойчивой, необходимо и достаточно соблюдение следующих условий:

1) при устойчивой разомкнутой САУ (или находящейся на границе устойчивости) АФЧХ при изменении ω от 0 до ∞ не должна охватывать точку с координатами $-1, j0$;

2) при неустойчивой разомкнутой САУ АФЧХ при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ должна охватывать точку $-1, j0$ столько раз, сколько корней характеристического уравнения разомкнутой системы лежит справа от мнимой оси плоскости корней.

На рисунке 2.7 приведены примеры АФЧХ, которые соответствуют неустойчивой (а) и устойчивой (б) разомкнутой САУ. Амплитудно-фазовые частотные характеристики построены в плоскости $W(j\omega) = U + jV$, где $U = \text{Re}W(j\omega)$ – вещественная часть разомкнутой частотной передаточной функции, откладываемая по оси абсцисс; $V = \text{Im}W(j\omega)$ – мнимая часть этой же передаточной функции, откладываемая по оси ординат.

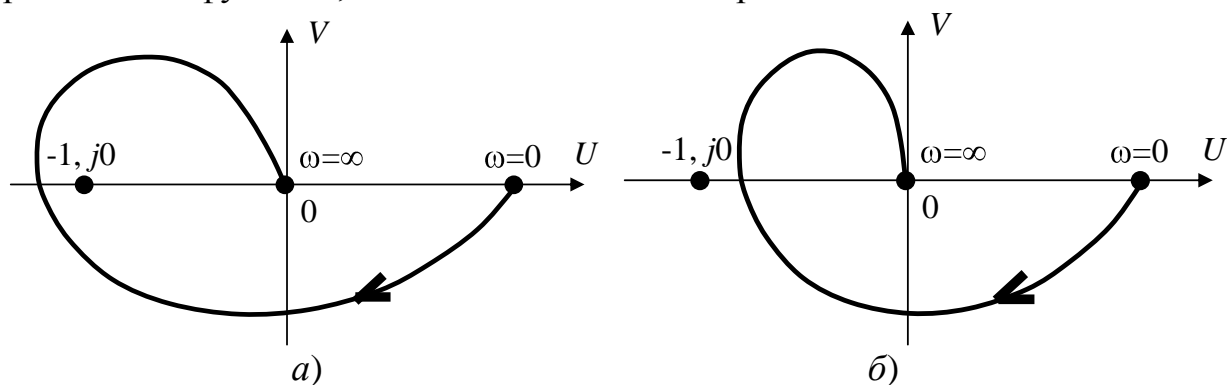


Рисунок 2.7 – АФЧХ для разомкнутой САУ

В инженерной практике широкое применение получил способ определения устойчивости САУ по логарифмическим частотным характеристикам. В основу этого способа положен критерий Найквиста, но строится при этом не амплитудно-фазовая характеристика, а логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) и логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ) разомкнутой системы. Критерий устойчивости, основан-

ный на рассмотрении логарифмических частотных характеристик, формулируется следующим образом.

Если разомкнутая САУ устойчива, то для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы во всех областях положительных ЛАЧХ $[L(\omega) > 0]$ разность между числом положительных и отрицательных переходов фазовой характеристики $\varphi(\omega)$ через линию -180° равнялась нулю.

Система будет абсолютно устойчивой, если точка a пересечения ЛАЧХ с осью частот лежит левее точки b , в которой фазовый сдвиг достигает значения -180° (рисунок 2.8, *а*). На рисунке 2.8, *б* изображен случай неустойчивой системы (точка a лежит правее точки b). Если же ЛАЧХ и ЛФЧХ пересекаются в одной точке a (рисунок 2.8, *в*), то система находится на границе устойчивости. И, наконец, на рисунке 2.8, *г* изображен случай условно-устойчивой системы. Здесь точка a лежит левее точки b , но фазовый сдвиг достигает значения -180° в области положительных ЛАЧХ дважды (точки c и d). Значение фазы, имеющей место при пересечении амплитудной характеристикой $L(\omega)$ оси частот (точка a на рисунке 2.8, *а*), определяет запас устойчивости по фазе (γ). Значение амплитуды, имеющей место при пересечении фазовой характеристикой $\varphi(\omega)$ линии -180° (точка b на рисунке 2.8, *а*), определяет запас устойчивости по амплитуде (l).

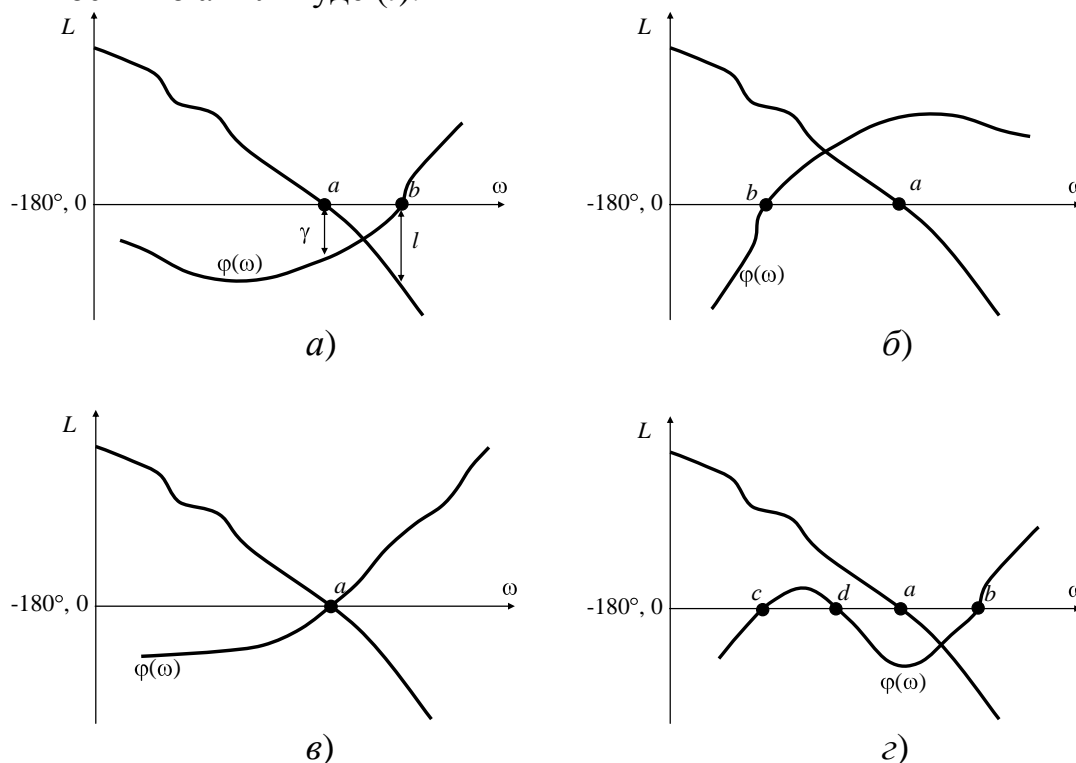


Рисунок 2.8 – Примеры логарифмических частотных характеристик

В большинстве случаев для нормальной работы САУ запас устойчивости по фазе составляет около $30^\circ \div 60^\circ$, а запас по амплитуде составляет $(6 \div 20)$ дБ. При оценке устойчивости может считаться достаточным, если отрезок ха-

рактеристики, пересекающей ось частот с наклоном -20 дБ на декаду, охватывает область частот не менее 0.75 декады.

2.5 Пример исследования границ устойчивости линейной системы автоматического управления

Имеется последовательное соединение двух типовых звеньев – колебательного и апериодического (рисунок 2.9), причем заранее известно, что такое соединение обладает безусловной устойчивостью. Требуется ввести дополнительное безынерционное звено и рассчитать его коэффициент передачи таким образом, чтобы установить границу устойчивости вновь полученного соединения по критерию Найквиста.

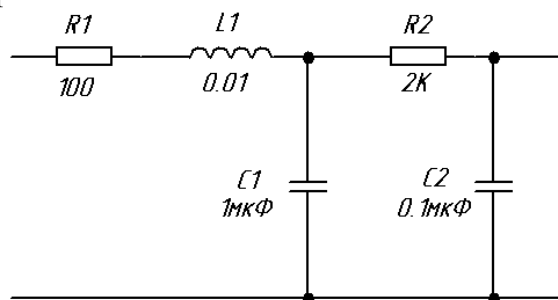


Рисунок 2.9 – Последовательное соединение двух типовых звеньев

1 этап. Исследование границы устойчивости в системе MathCAD.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №6, 7, 8, 9 раздела «Типовые приемы работы в MathCAD...».

Исследование границ устойчивости по критерию Найквиста проводится при разомкнутом состоянии САУ (см. пункт 2.4). Можно предположить, что последовательное соединение двух типовых звеньев на рисунке 2.9 представляет собой фрагмент прямой передачи разомкнутой САУ. Типовое инерционное звено в обобщенном виде есть четырехполюсник с двумя комплексными сопротивлениями (рисунок 2.10).

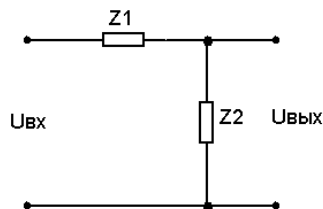


Рисунок 2.10 – Обобщенный вид типового инерционного звена

Передаточная функция такого четырехполюсника $W = \frac{z_2}{z_1 + z_2}$. Колебательное звено исследуемой САУ – это цепь, состоящая из ЭРЭ $R1L1C1$, где

$z_1 = z_{R1} + z_{L1} = R1 + j\omega L1$; $z_2 = z_{C1} = \frac{1}{j\omega C1}$. Передаточная функция колеба-

тельного звена:
$$W(j\omega) = \frac{1/j\omega C1}{R1 + j\omega L1 + 1/j\omega C1}$$
.

Апериодическое звено представляет собой цепь, составленную из ЭРЭ

$R2C2$, где $z_1 = z_{R2} = R2$; $z_2 = z_{C2} = \frac{1}{j\omega C2}$. Передаточная функция апериоди-

ческого звена:
$$W(j\omega) = \frac{1/j\omega C2}{R2 + 1/j\omega C2}$$
.

Ниже приведен листинг программы и графики частотных характеристик (рисунки 2.11– 2.12) двух последовательно соединенных типовых звеньев.

$$\frac{1}{C1 \cdot p} \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{R1 \cdot C1 \cdot p + L1 \cdot p^2 \cdot C1 + 1} \quad \frac{1}{C2 \cdot p} \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{R2 \cdot C2 \cdot p + 1}$$

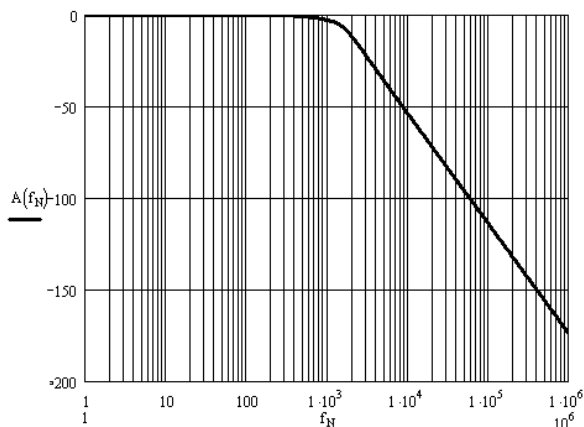
$$\text{Step} := 1.01 \quad N := 0..1400 \quad f_N := \text{Step}^N$$

$$R1 := 100 \quad R2 := 2000 \quad C1 := 10^{-6} \quad C2 := 10^{-7} \quad L1 := 10^{-2}$$

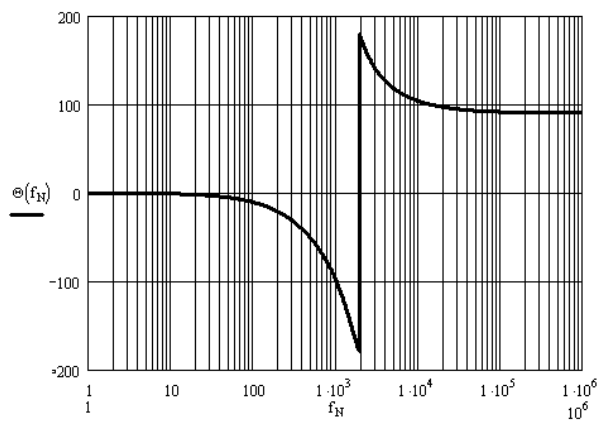
$$p(f) := i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \quad W1(f) := \frac{1}{\{R1 \cdot C1 \cdot p(f) + L1 \cdot p(f)^2 \cdot C1 + 1\}} \quad W2(f) := \frac{1}{(R2 \cdot C2 \cdot p(f) + 1)}$$

$$W(f) := W1(f) \cdot W2(f)$$

$$A(f) := 20 \log |W(f)| \quad \Theta(f) := \arg(W(f)) \cdot \frac{180}{\pi}$$



a)



б)

Рисунок 2.11 – ЛАЧХ (а) и ЛФЧХ (б) последовательного соединения двух типовых звеньев

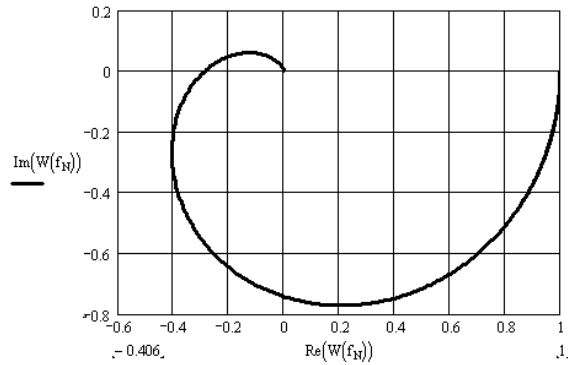


Рисунок 2.12 – Годограф последовательного соединения двух типовых звеньев

Из рисунка видно, что годограф разомкнутой САУ не охватывает точку с координатами $(-1; j0)$. На основании этого можно сделать вывод, что САУ в замкнутом состоянии и с данными типовыми звеньями будет безусловно устойчивая.

Замкнутая САУ будет находиться на границе устойчивости, если в разомкнутом состоянии выполняется условие:

$$\begin{cases} |W(j\omega)| = 1, \\ \arg[W(j\omega)] = -\pi. \end{cases}$$

Аналитическое решение уравнения $\arg[W(j\omega)] = -\pi$ в системе MathCAD трудно представить в обозримом виде. В связи с этим целесообразно составить программный блок для численного решения указанного уравнения. В нижеследующем листинге, принято, что шаг геометрической прогрессии для вычисления очередного значения частоты $Step = 1.01$. Начальное значение частоты $f = 1$ Гц.

```

f0 := | Step ← 1.01
      | N ← 0
      | f ← 1          f0 = 1.943 × 103   A(f0) = -10.815
      | while @ (f) ≥ -179
      |   | N ← N + 1
      |   | f ← StepN

```

Результат численного решения – частота $f_0 = 1943$ Гц, при которой фазовый сдвиг разомкнутой САУ достигает -180° . Амплитудное значение на частоте 1943 Гц составляет $A_{f_0} = -10.815$ дБ.

Проведем преобразование уравнения $|W(j\omega)| = 1$:

$$\begin{aligned} 20 \cdot \lg |W(j\omega)| &= 0; \\ 20 \cdot \lg |W_0 \cdot W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega)| &= 0; \\ 20 \cdot \lg |W_0| + 20 \cdot \lg |W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega)| &= 0; \\ 20 \cdot \lg |W_0| + A_{f_0} &= 0, \end{aligned}$$

где W_0 – коэффициент передачи дополнительного безынерционного звена; A_{f0} – коэффициент передачи колебательного и апериодического звеньев на частоте f_0 .

Аналитическое решение уравнения $20 \cdot \lg |W_0| + A_{f0} = 0$ в системе MathCAD можно получить с помощью ключевого слова solve (решить).

$$20 \cdot \log(W_0) + A(1943) \text{ solve, } W_0 \rightarrow \frac{1}{12500000} \cdot \left[(6250000 + 3775249 \cdot \pi^2) \cdot \left[25000000 \cdot \left(\frac{-3775249}{25000000} \cdot \pi^2 + 1 \right)^2 + 3775249 \cdot \pi^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}} = 3.471$$

Следовательно, коэффициент передачи дополнительного безынерционного звена $W_0 = 3.471$. На рисунках 2.13 – 2.14 показано поведение САУ в разомкнутом состоянии при наличии безынерционного звена с коэффициентом передачи $W_0 = 3.471$.

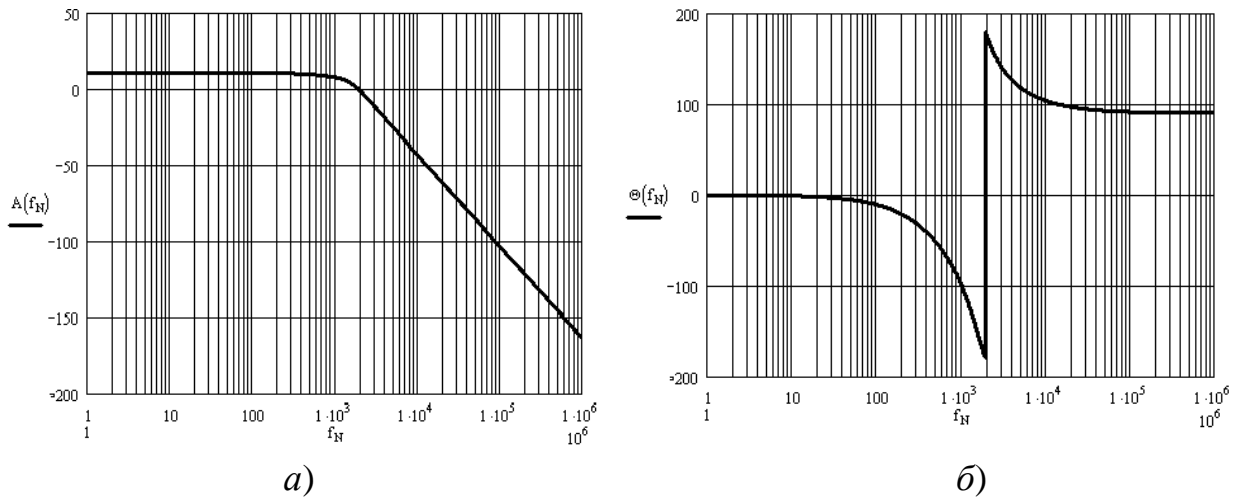


Рисунок 2.13 - ЛАЧХ (а) и ЛФЧХ (б) модифицированной САУ в разомкнутом состоянии

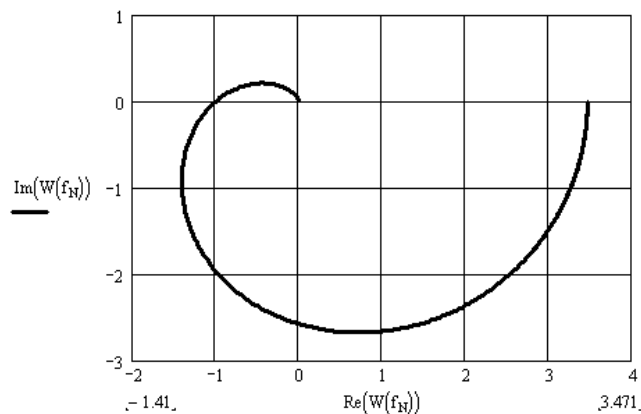


Рисунок 2.14 - Годограф модифицированной САУ в разомкнутом состоянии

Из рисунка 2.14 видно, что годограф проходит через точку с координатами $(-1; j0)$, следовательно, модифицированная САУ в замкнутом состоянии будет находиться на границе устойчивости.

Для следующего этапа исследования необходимо получить аналитический вид передаточной функции для колебательного и апериодического звена.

$$R1 := 100 \quad R2 := 2000 \quad C1 := 10^{-6} \quad C2 := 10^{-7} \quad L1 := 10^{-2}$$

$$\frac{1}{C1 \cdot p} \text{ simplify } \rightarrow \frac{100000000}{R1 + L1 \cdot p + \frac{1}{C1 \cdot p}} \quad \frac{1}{C2 \cdot p} \text{ simplify } \rightarrow \frac{5000}{R2 + \frac{1}{C2 \cdot p}}$$

$$\frac{100000000}{(10000 \cdot p + p^2 + 100000000)} \quad \frac{5000}{(p + 5000)}$$

II этап. Исследование границ устойчивости в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №1, 3, 5 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

Исходная САУ в разомкнутом состоянии изображена на рисунке 2.15. Элементы X1 и X2 – это линейные функциональные блоки, в которых с помощью преобразования Лапласа заданы передаточные функции колебательного и апериодического звеньев, соответственно. Напомним, что комплексная частота в программе MicroCAP обозначается как s .

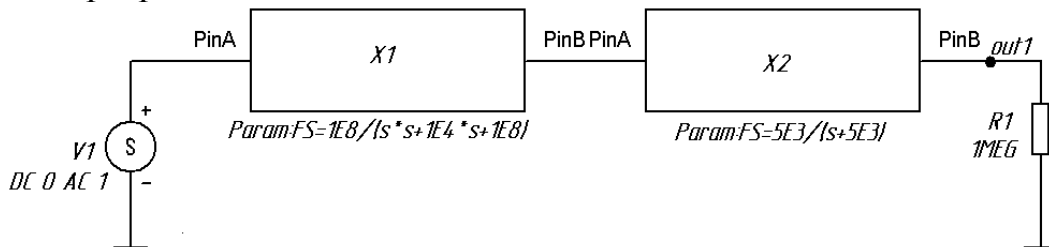


Рисунок 2.15 – Исходная САУ в разомкнутом состоянии

Для построения АЧХ и ФЧХ в диалоговом окне **AC Analysis Limits** (Ограничения в частотной области) следует указать:



- в строке ввода **Frequency Range** (Диапазон частот) **1MEG,1** – от 1 МГц до 1 Гц;
- в строке ввода **Number of Points** (Количество точек) **1400** – количество точек для построения характеристик, такое же, как при исследовании в системе MathCAD;
- в выпадающем списке **Frequency Step** (шаг по частоте) выбираем значение **Log** (логарифмический);
- опцию **Auto Scale Range** (Автоматическое масштабирование) рекомендуется включить.

В столбцах **P**, **X Expression**, **Y Expression** вводятся данные:

P	X Expression	Y Expression
1	F	DB(V(out1))
2	F	PH(V(out1))

Установки параметров для построения годографа аналогичны за исключением того, что в столбцах **P**, **X Expression**, **Y Expression** вводятся следующие данные:

P	X Expression	Y Expression
1	Re(V(out1))	Im(V(out1))

Напомним, что шкалы по осям абсцисс и ординат при построении годографа должны быть линейные – графические кнопки имеют вид  и , соответственно.

Результаты исследования исходной САУ в разомкнутом состоянии представлены на рисунках 2.16 – 2.17.

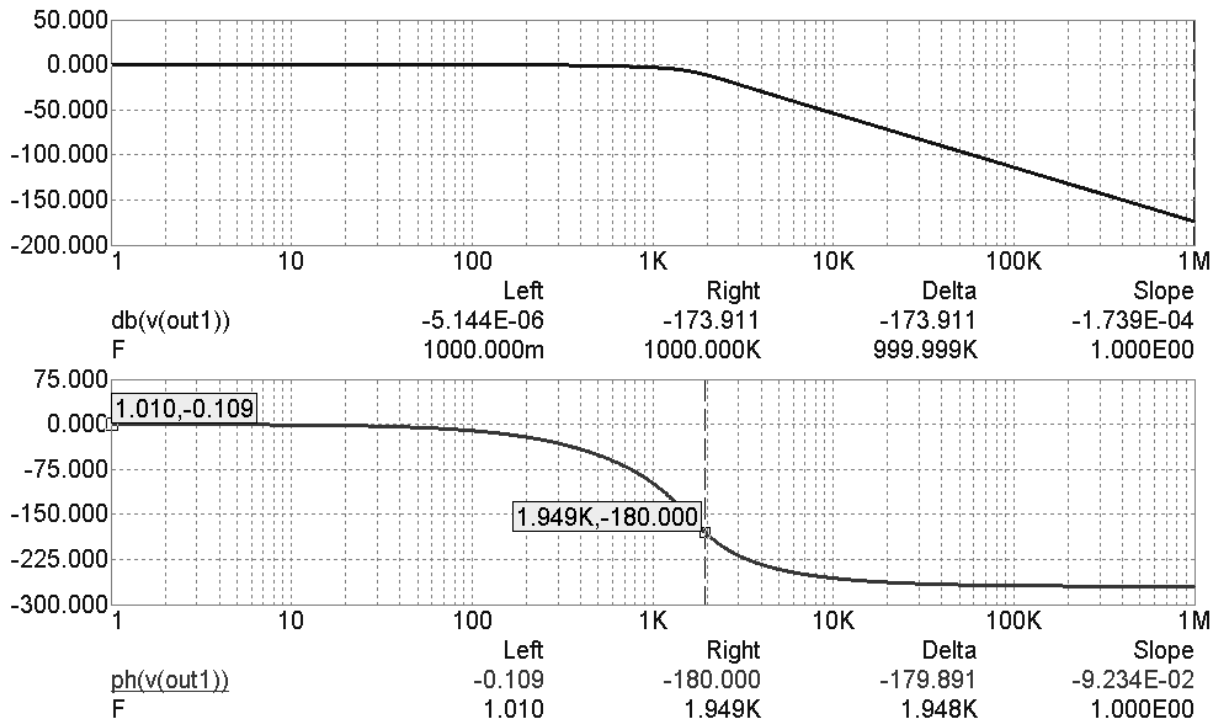


Рисунок 2.16 – ЛАЧХ (вверху) и ЛФЧХ исходной САУ в разомкнутом состоянии

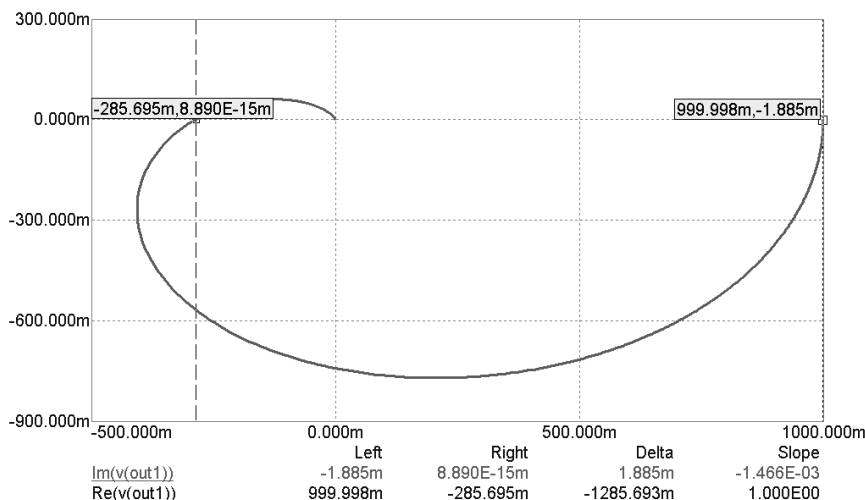


Рисунок 2.17 – Годограф исходной САУ в разомкнутом состоянии

Модификация САУ заключается в размещении масштабирующего блока X_0 , который будет имитировать безынерционное звено (рисунок 2.18). В диалоговом окне свойств этого блока указываем вычисленное на предыдущем этапе значение коэффициента передачи **3.471**. Результаты исследования модифицированной САУ представлены на рисунках 2.19 – 2.20.

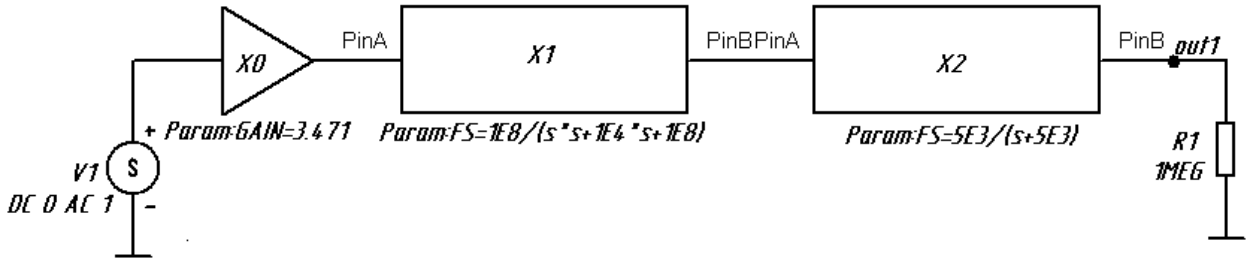


Рисунок 2.18 – Модифицированная САУ в разомкнутом состоянии

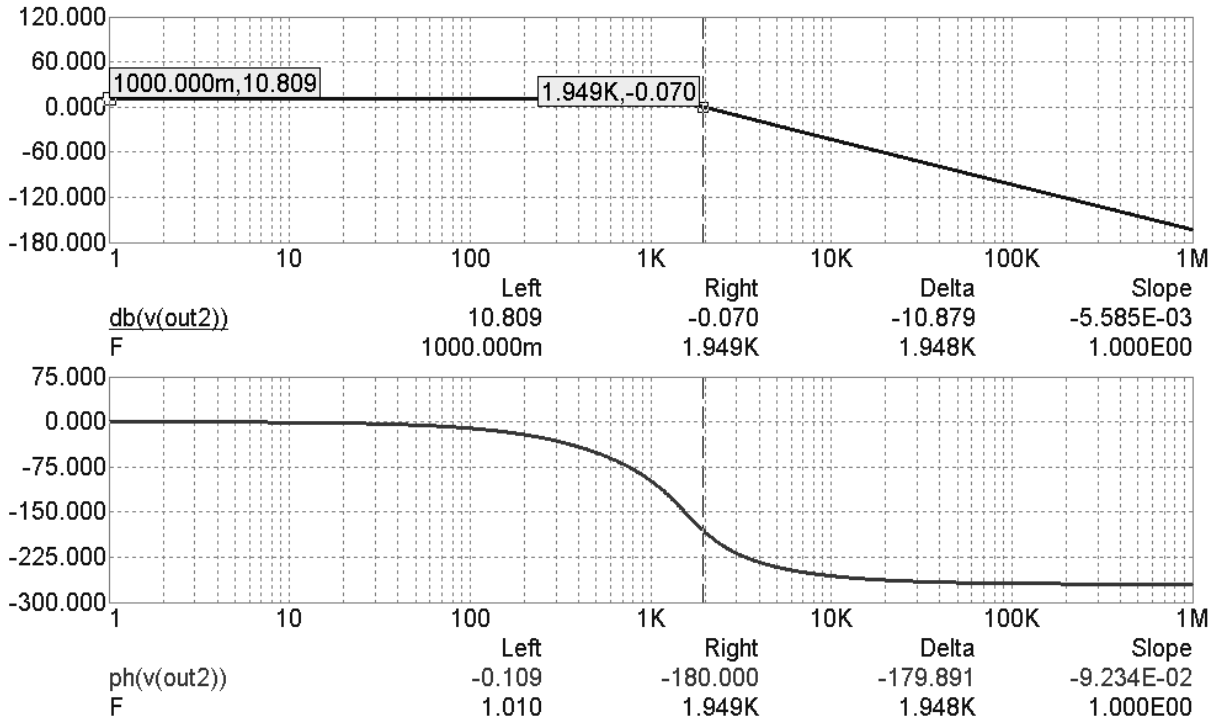


Рисунок 2.19 – ЛАЧХ (вверху) и ЛФЧХ модифицированной САУ в разомкнутом состоянии

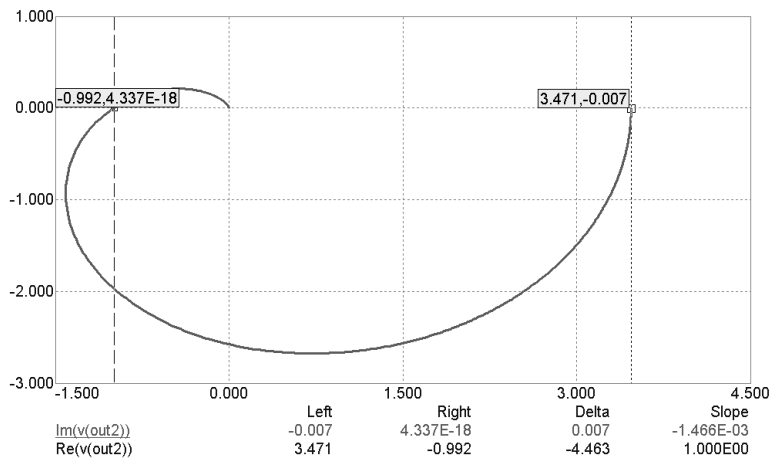


Рисунок 2.20 – Годограф модифицированной САУ в разомкнутом состоянии

Для исследования переходного процесса во временной области модифицированная САУ переведена в замкнутое состояние (рисунок 2.21). При размещении вычитающего устройства $X1$ необходимо обратить внимание на правильность подсоединения выводов. Вывод (+) соединяется с источником внешнего возмущения, вывод (-) соединяется с цепью обратной связи. В диалоговом окне свойств вычитающего устройства Sub следует убедиться, что масштабные коэффициенты $K_A=K_B=1$. В диалоговом окне свойств универсального источника напряжения \underline{V} в строке ввода DC указываем **1** – постоянное напряжение 1В. Таким способом моделируется единичный скачок напряжения.

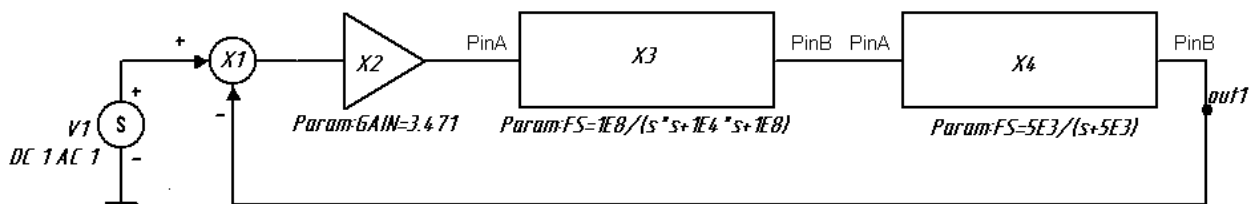


Рисунок 2.21 – Модифицированная САУ в замкнутом состоянии

В диалоговом окне **Transient Analysis Limits** следует указать:

- в строке ввода **Time Range 5m** – время переходного процесса 5 мс;
- в строке ввода **Time Step 0.001m** – шаг по времени 0.001 мс;
- опцию **Operating Point** нужно выключить для того, чтобы запретить нахождение рабочей точки в установившемся режиме;
- опцию **Auto Scale Range** (Автоматическое масштабирование) рекомендуется включить;
- в столбце **X Expression T** – независимая переменная (время);
- в столбце **Y Expression V(out1)** – имя контрольной точки на выходе САУ.

Результаты анализа переходного процесса модифицированной САУ в замкнутом состоянии представлены на рисунке 2.22.

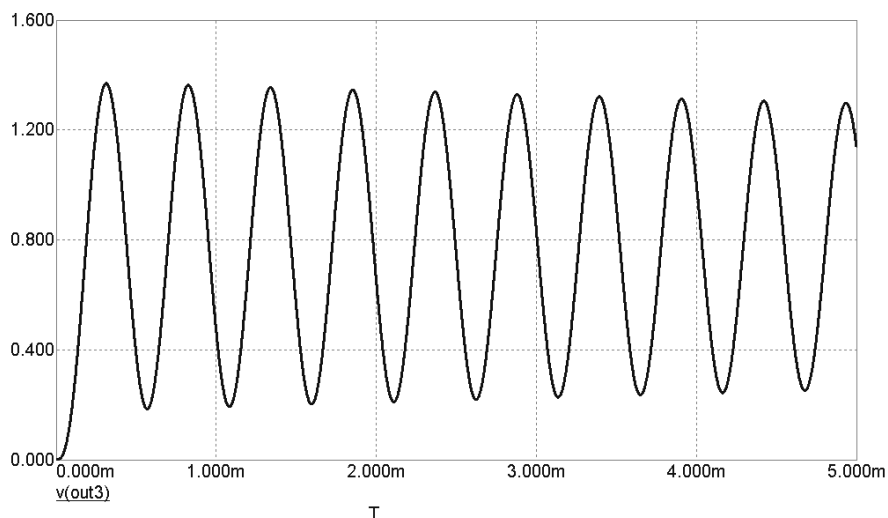


Рисунок 2.22 – Переходной процесс модифицированной САУ в замкнутом состоянии

Из рисунка 2.22 видно, что модифицированная САУ находится на границе устойчивости, колебательный процесс имеет слабозатухающий характер. Полученный результат согласуется с исследованиями в частотной области. Исходная САУ обладает запасом устойчивости по амплитуде в 3.471 раза.

2.6 Лабораторное задание

1. Выделить в схеме Вашего варианта типовые инерционные звенья. Записать для каждого из звеньев передаточную функцию.

2. Повторить методический пример, рассмотренный выше, по исходным данным Вашего варианта.

Примечание. В некоторых вариантах задания при исследовании устойчивости в MicroCAP получаются небольшие расхождения с аналогичными исследованиями в MathCAD. В этом случае необходимо экспериментальным путем в MicroCAP скорректировать коэффициент передачи безынерционного звена так, чтобы годограф проходил точно через точку $(-1, j0)$. После этого оценить процентное расхождение значения коэффициента передачи в MathCAD и MicroCAP, объяснить причину.

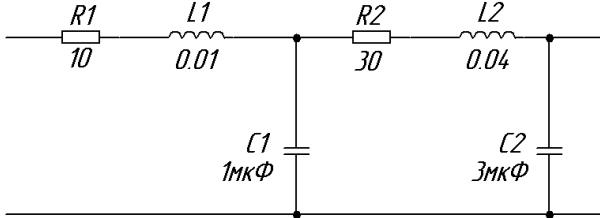
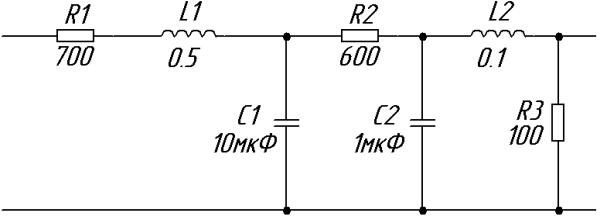
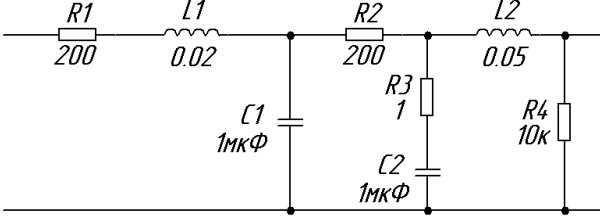
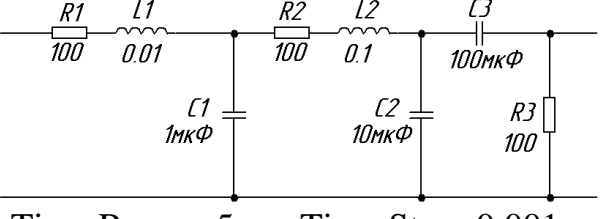
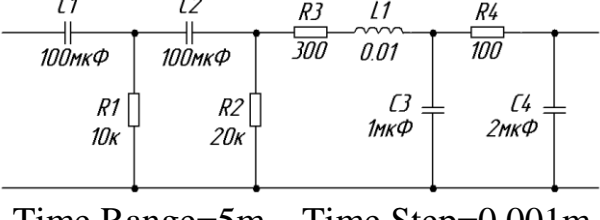
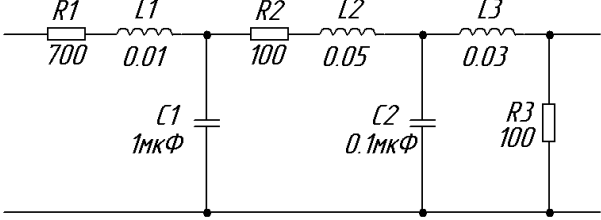
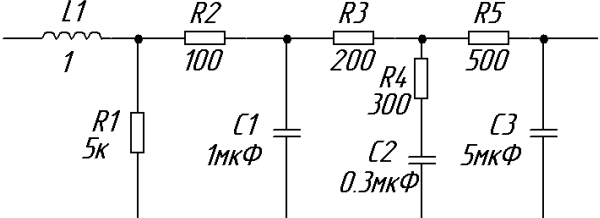
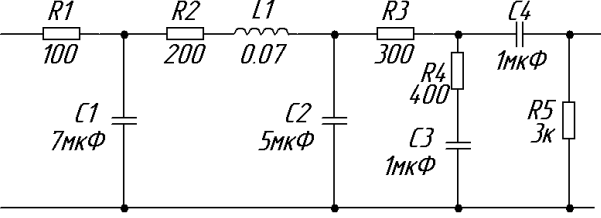
2.7 Контрольные вопросы

1. Чему равен фазовый сдвиг в безынерционном звене?
2. Что такое элементарные звенья?
3. Чему равна результирующая передаточная функция для последовательно соединенных звеньев?
4. Как формулируется критерий Найквиста?
5. В каком состоянии должна быть САУ, чтобы исследовать ее по критерию Найквиста?
6. Для какого состояния САУ имеет смысл проводить исследование переходного процесса?
7. В методическом примере показан программный блок, реализованный в системе MathCAD, для поиска частоты, при которой фазовый сдвиг САУ достигает -180° . Почему в циклическом операторе поставлено такое условие: *while* $\Theta(f) \geq -179$?
8. Почему коррекцию устойчивости САУ наиболее просто осуществить за счет изменения коэффициента передачи безынерционного звена?

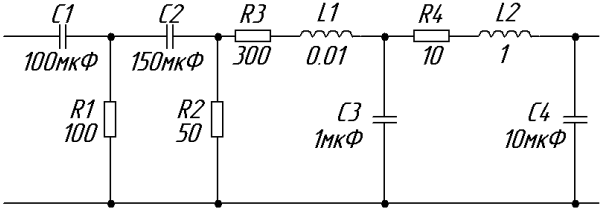
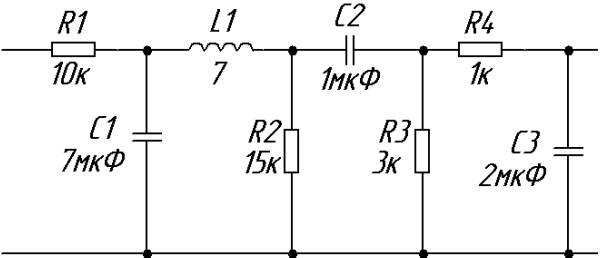
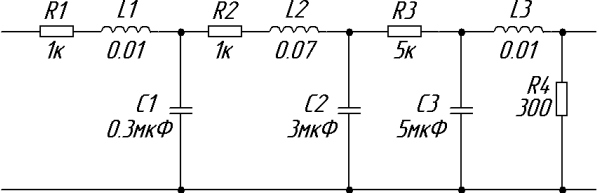
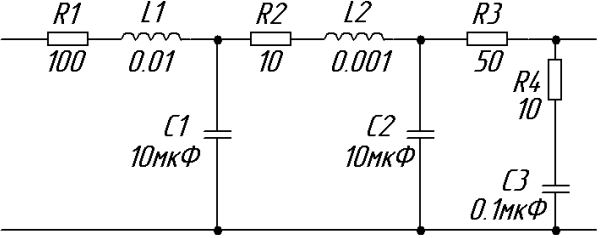
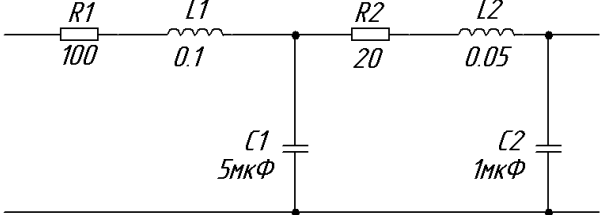
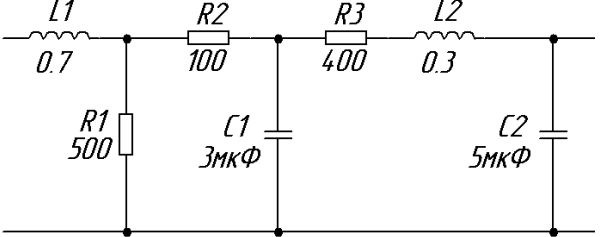
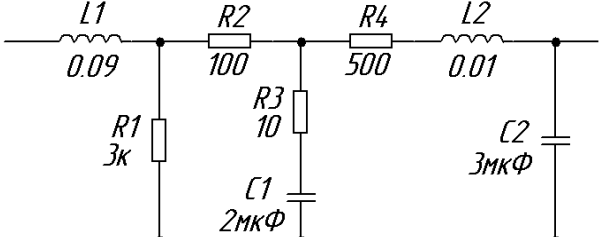
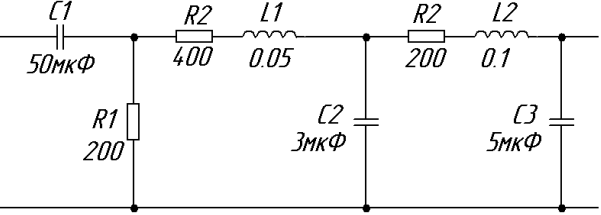
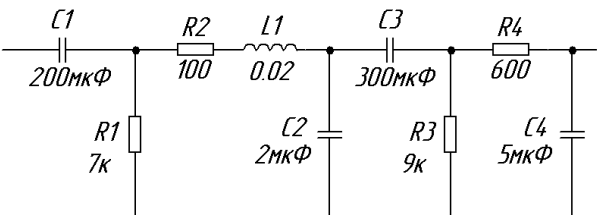
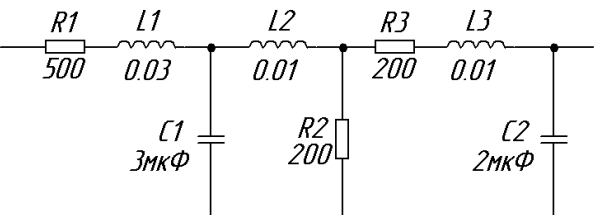
2.8 Варианты задания

Для удобства исследования во временной области для каждого варианта задания заранее даны два параметра: **Time Range** (Временной диапазон) и **Time Step** (Шаг по времени).

Таблица 2.1

<p style="text-align: center;">1</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">2</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>
<p style="text-align: center;">3</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">4</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">5</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">6</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">7</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">8</p>  <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>

Продолжение таблицы 2.1

<p style="text-align: center;">9</p>  <p>Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">10</p>  <p>Time Range=50m Time Step=0.01m</p>
<p style="text-align: center;">11</p>  <p>Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">12</p>  <p>Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">13</p>  <p>Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">14</p>  <p>Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">15</p>  <p>Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">16</p>  <p>Time Range=50m Time Step=0.01m</p>
<p style="text-align: center;">17</p>  <p>Time Range=5m Time Step=0.001m</p>	<p style="text-align: center;">18</p>  <p>Time Range=5m Time Step=0.001m</p>

Окончание таблицы 2.1

<p style="text-align: center;">19</p> <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">20</p> <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">21</p> <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">22</p> <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>
<p style="text-align: center;">23</p> <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	<p style="text-align: center;">24</p> <p style="text-align: center;">Time Range=5m Time Step=0.001m</p>
<p style="text-align: center;">25</p> <p style="text-align: center;">Time Range=50m Time Step=0.01m</p>	

3 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 – ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

3.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение нелинейных звеньев, входящих в состав систем автоматического управления: звено с насыщением; звено с зоной нечувствительности; звено с релейным переключением; звено с люфтом;
- 2) знакомство с различными способами численного решения дифференциальных уравнений высших порядков в системе MathCAD;
- 3) приобретение навыков построения структурных схем систем автоматического управления, содержащих нелинейные звенья;
- 4) исследование различий между линейными и нелинейными системами автоматического управления.

3.2 Порядок выполнения работы

- 1 Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2 Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенном в пункте 3.4.
- 3 Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
- 4 Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
- 5 Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

3.3 Специализированные функциональные преобразователи, используемые в нелинейных системах автоматического управления

К нелинейным относятся системы, в которых связь между выходным и входным сигналами одного или нескольких основных элементов задается нелинейными уравнениями. Любая реальная САУ всегда содержит нелинейности вследствие наличия люфтов, трения, ограниченной мощности исполнительных элементов и других факторов. Если влияние нелинейностей на си-

стему несущественно, то ее можно линеаризовать. Это позволяет свести рассмотрение динамических свойств САУ к решению линейной задачи. Однако на практике часто приходится встречаться с САУ, которые имеют существенные нелинейные характеристики, влияющие на динамические свойства системы.

Нелинейности, встречающиеся в САУ, либо являются неотъемлемыми физическими свойствами элементов (например, сухое трение, люфт, прилипание, насыщение и т.д.), либо преднамеренно вводятся в систему для получения требуемых показателей качества САУ (например, релейные усилители, нелинейные корректирующие устройства и т.д.).

Нелинейные системы могут обладать качественными особенностями, которые не свойственны линейным системам. К таким особенностям относятся, например, возникновение периодических колебаний (называемых автоколебаниями), возможность нескольких равновесных состояний, только часть которых устойчива, переход системы из одного установившегося режима в другой под действием внешних сил и т.д.

Обычно в любой нелинейной САУ можно выделить группу линейных элементов (ЛЭ) и один или несколько нелинейных (НЭ). При одном нелинейном элементе структурная схема САУ может быть представлена как одноконтурная, состоящая из последовательно включенных линейных и нелинейного элементов (рисунок 3.1). При других видах включения линейных и нелинейных частей САУ ее также можно привести к схеме на рисунке 3.1, с помощью структурных преобразований. При составлении структурной схемы нелинейной САУ вместо нелинейного элемента обычно указывают его нелинейную статическую характеристику или, если это возможно, записывают аналитическое выражение нелинейной функции элемента. Нелинейные статические характеристики могут быть разделены на две группы: *однозначные* и *неоднозначные*.

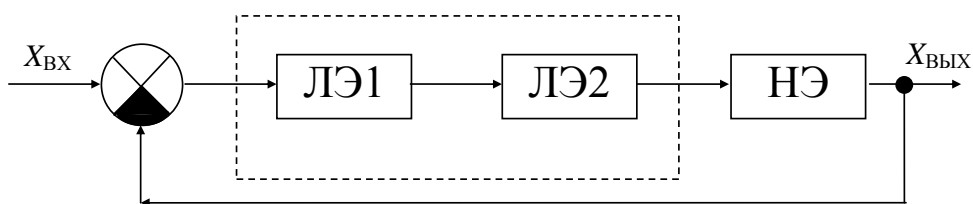


Рисунок 3.1 – Структурная схема нелинейной САУ

Нелинейные элементы с однозначной нелинейной характеристикой имеют однозначную зависимость между входным и выходным сигналами как при увеличении, так и при уменьшении входного сигнала. Элементы с неоднозначной нелинейной характеристикой имеют разные зависимости между входным и выходным сигналами, которые определяются знаком изменения входного сигнала. Указанные группы нелинейностей можно классифицировать и по другим признакам. В таблице 3.1 приводятся некоторые типовые нелинейные характеристики и аналитические зависимости между входным

сигналом x и выходным y . Нелинейности типа насыщения, зоны нечувствительности и релейного переключения имеют однозначные и симметричные характеристики, а нелинейности типа люфта и насыщения с петлей гистерезиса – неоднозначные и, как правило, несимметричные.

Таблица 3.1

Типовые нелинейные характеристики

Нелинейность	Графический вид нелинейности	Аналитическое описание нелинейной зависимости
Насыщение		$y = \begin{cases} kx & \text{при } x \leq C \\ B & \text{при } x > C \\ -B & \text{при } x < -C \end{cases}$
Зона нечувствительности		$y = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq C \\ k(x - C) & \text{при } x > C \\ k(x + C) & \text{при } x < -C \end{cases}$
Релейное переключение		$y = \begin{cases} B & \text{при } x > C \\ 0 & \text{при } x \leq C \\ -B & \text{при } x < -C \end{cases}$
Люфт		$y = \begin{cases} k(x - C) & \text{при } x' > C \\ k(x + C) & \text{при } x' < -C \end{cases}$

На рисунке 3.2 показано изменение гармонического сигнала в зависимости от вида нелинейности. Обычно при гармоническом входном возмущении на выходе нелинейного элемента появляются сложного вида периодические колебания. Кроме основной гармоники они содержат также высшие гармоники, которые на рисунке 3.2 не приводятся. Следовательно, анализ и синтез нелинейных САУ оказывается значительно сложнее, чем линейных.

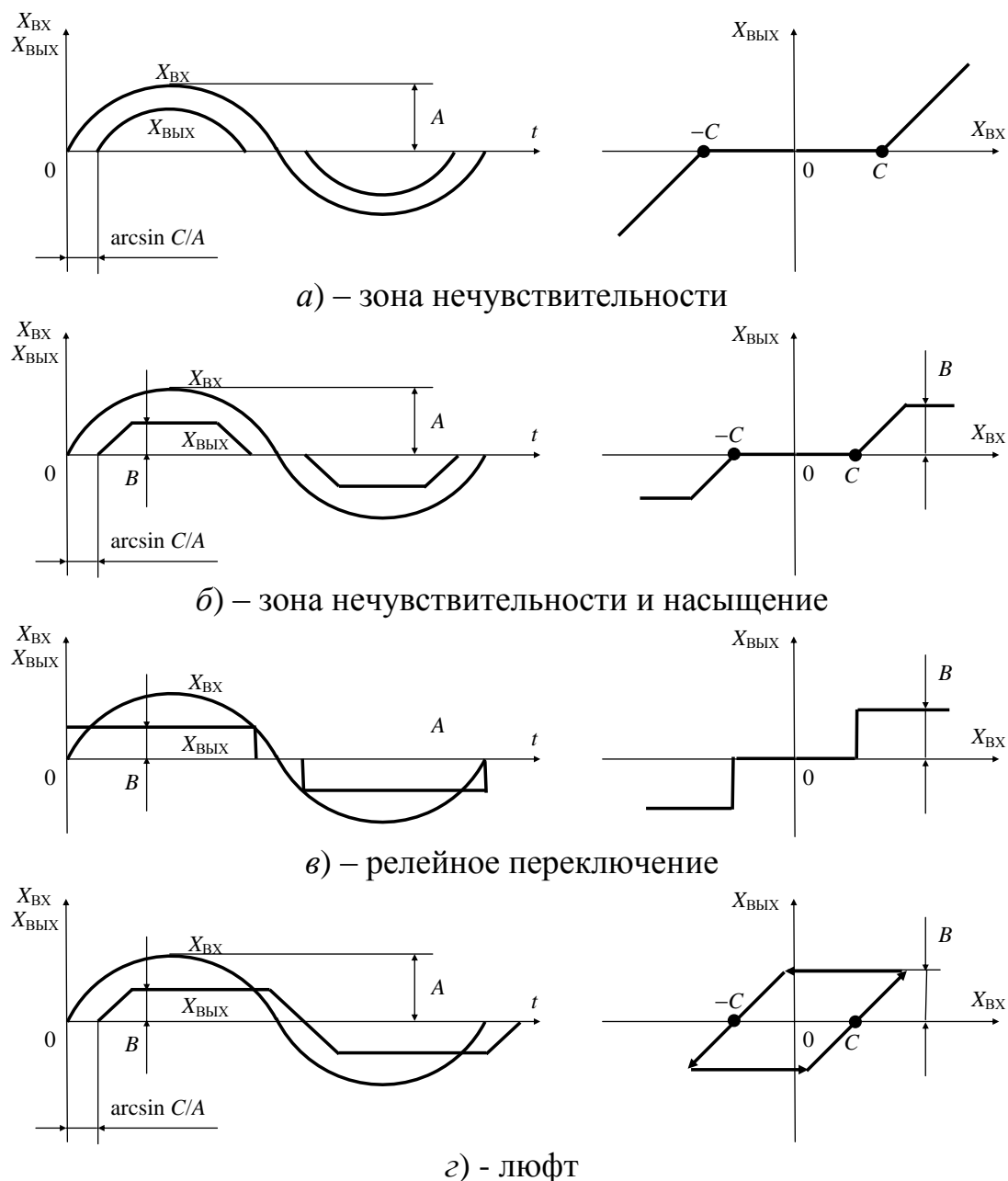


Рисунок 3.2 – Изменение гармонического сигнала в зависимости от вида нелинейности

Специализированные преобразователи используются для моделирования нелинейных элементов (или просто нелинейностей) систем управления, связанных со скачкообразными изменениями коэффициентов передачи отдельных звеньев (их чаще называют типичными нелинейностями). К таким нелинейностям приводит наличие ограничения координат по модулю, наличие зоны нечувствительности, наличие люфта (зазора) в кинематических парах и др. Кроме того, они используются для улучшения динамических характеристик систем управления. Рассмотрим модели таких нелинейностей.

Моделирование ограничения по модулю. Ограничение по модулю имеет место при ограниченной мощности звена или задается из конструктивных соображений (например, для получения заданного закона управления). В

качестве практического примера можно привести устройство для самолета с ограничением отклонения рулей при помощи упоров.

Схема для воспроизведения рассматриваемой нелинейности показана на рисунке 3.3, а. Схема преобразователя представляет собой масштабирующее звено на операционном усилителе с коэффициентом передачи $K = \frac{R2}{R1}$.

Кроме резистора $R2$, в цепь обратной связи операционного усилителя введена цепочка из встречно включенных стабилитронов $VD1$ и $VD2$, с помощью которых ограничивается величина выходного напряжения и тем самым формируется требуемая характеристика. Напряжение стабилизации обоих стабилитронов в данном случае равно 0,4В. Напряжение ограничения определяется напряжением $U_{ОГР}$, равным сумме напряжения стабилизации и падения напряжения на стабилитроне (около 0,6 В). Таким образом, в данном случае $U_{ОГР} = 1В$.

Передаточная характеристика рассматриваемой схемы показана на рисунке 3.3, б, откуда видно, что при входном напряжении $|U_{ВХ}| < U_{ОГР}$ оно передается на выход с коэффициентом передачи $K = 1$ (см. параметр Slope внизу рисунка). При $|U_{ВХ}| > U_{ОГР}$ один из стабилитронов открывается, а второй пробивается (для положительной полуволны входного напряжения это будут соответственно стабилитроны $VD2$ и $VD1$) и коэффициент передачи становится

равным $K = \frac{R2}{R1} \cdot \frac{|R_{ОГР}}{R1}$, где $R_{ОГР}$ – суммарное сопротивление открытых стабилитронов. Поскольку обычно выбирается $R_{ОГР} \ll R2$, то коэффициент

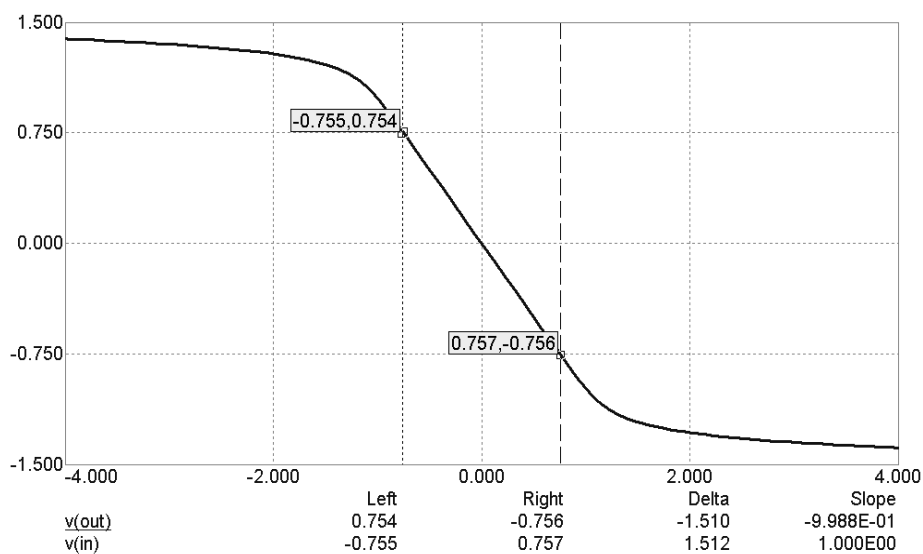
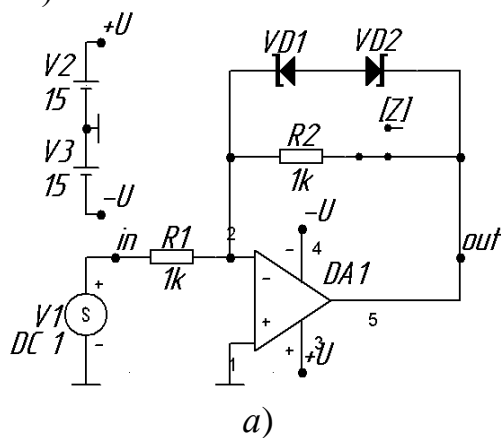
передачи $K = \frac{R_{ОГР}}{R2}$ существенно уменьшается, что и приводит к ограничению

выходного сигнала примерно на уровне $U_{ОГР}$.

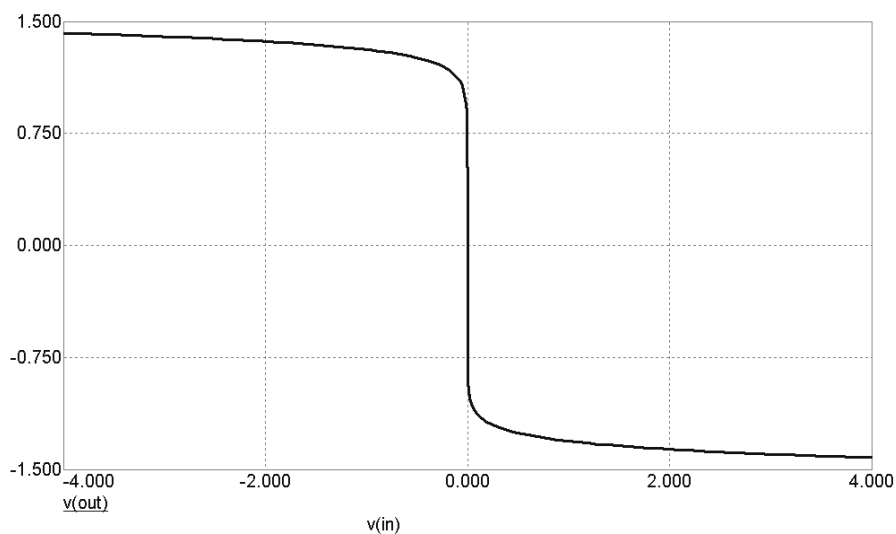
При размыкании ключа Z передаточная характеристика приобретает релейный характер (рисунок 3.3, в), поскольку при $|U_{ВХ}| < U_{ОГР}$ цепь обратной связи операционного усилителя разомкнута и коэффициент передачи практически равен коэффициенту усиления операционного усилителя.

Следует отметить, что наличие рассмотренного звена в одноконтурной системе управления при больших возмущениях приводит к изменению формы кривой процесса регулирования, однако это обычно не влияет на устойчивость системы. Наоборот, наличие такой нелинейности приводит в большинстве случаев к повышению устойчивости. Если в линейной неустойчивой системе возникающие в ней колебания имели бы расходящийся характер, то при наличии звена с характеристикой на рисунке 3.3, б они будут увеличиваться по линейному закону только до значения $U_{ОГР}$. Далее выходная величина будет ограничена постоянным значением, что равносильно снижению общего коэффициента усиления регулятора, вследствие чего раскачивание колебаний

системы прекратится. В этом смысле переход за границу устойчивости в одноконтурной системе управления, включающей в себя звено с нелинейной характеристикой типа рисунка 3.3, б, является «безопасным» (по сравнению с чисто линейной системой).



б)



в)

Рисунок 3.3 - Схема для воспроизведения звена с ограничением координат по модулю (а) и ее передаточные характеристики (б, в)

Моделирование зоны нечувствительности. Такой вид нелинейности имеет место во многих чувствительных элементах регуляторов и в устройствах привода. В любой одноконтурной системе управления наличие зоны нечувствительности в каком-либо звене приводит к появлению дополнительной статической ошибки. В многоконтурных системах наличие зоны нечувствительности может привести к возникновению автоколебаний. Все это требует специального исследования в каждой конкретной системе.

Схема для воспроизведения звена с зоной нечувствительности показана на рисунке 3.4, *а*. Эта схема отличается от показанной на рисунке 3.3, *а* тем, что ограничивающая цепь из стабилитронов перенесена из цепи обратной связи операционного усилителя в его входную цепь. При $|U_{ВХ}| < U_{ОГР}$ стабилитроны $VD1$ и $VD2$ закрыты и входной сигнал на выход усилителя практически не передается, поскольку $R2 \ll R_{УТ}$, где $R_{УТ}$ – сопротивление утечки закрытых стабилитронов. При $|U_{ВХ}| > U_{ОГР}$ стабилитроны открываются, и коэффициент передачи усилителя становится равным $K = \frac{R2}{R1 + R_{ОГР}} = 0.946 \approx 1$

(см. параметр Slope внизу рисунка 3.4, *б*). На передаточной характеристике зона нечувствительности воспроизводимого звена близка к значению напряжения ограничения $U_{ОГР} = 1В$.

Если переключатель Z перевести в другое положение, то коэффициент усиления возрастет примерно до 35 раз (см. параметр Slope внизу рисунка 3.4, *в*). При этом на передаточной характеристике звена появляется ограничивающая ветвь, вызванная ограничивающими свойствами уже самого операционного усилителя. На рисунке 3.4, *в* ограничение наступает при выходном напряжении около 13В, что соответствует максимальному выходному напряжению операционного усилителя.

Заметим, что наличие ограничивающих ветвей в передаточной характеристике на рисунке 3.4, *в* придает ей положительные качества, о которых говорилось выше применительно к характеристике на рисунке 3.3, *б*.

Моделирования зазора (люфта) в механической передаче. Такой тип нелинейности характерен для кинематических пар, передающих вращательное или поступательное движение. При этом различают ведущее и ведомое звено, например, ведущую и ведомую шестерню при передаче вращательного момента, причем принимают, что ведомое звено не обладает моментом инерции. В модели такой нелинейности должны быть предусмотрены элементы, воспроизводящие зону нечувствительности, а также элементы, воспроизводящие неизменность выходной координаты при изменении направления движения на время, пока весь зазор (люфт) в узле сопряжения кинематической пары не будет полностью выбран (пройден). В известных электронных моделях люфта для этой цели используются диодные дискриминирующие элементы и запоминающий конденсатор [5]. При этом модель может выполняться по разомкнутой или замкнутой (следающей) схеме.

конденсатором $C1$ на входе. В качестве источника испытательного сигнала используется генератор пилообразного напряжения.

Передаточная характеристика схемы $U_{\text{ВЫХ}} = f(U_{\text{ВХ}})$ показана на рисунке 3.5, б, откуда видно, что она имеет гистерезисный характер. Наклон гистерезисной кривой определяется коэффициентом передачи $K \approx -\frac{C1}{C2}$, а ее ширина – удвоенным напряжением срабатывания диодной цепочки. Диодная цепочка выполняет роль переключающего элемента только в течение короткого времени после пуска, когда начинается интенсивный заряд конденсаторов $C1$ и $C2$ (см. рисунок 3.5, в). Это приводит к фазовому сдвигу выходного сигнала (трапецеидальной формы).

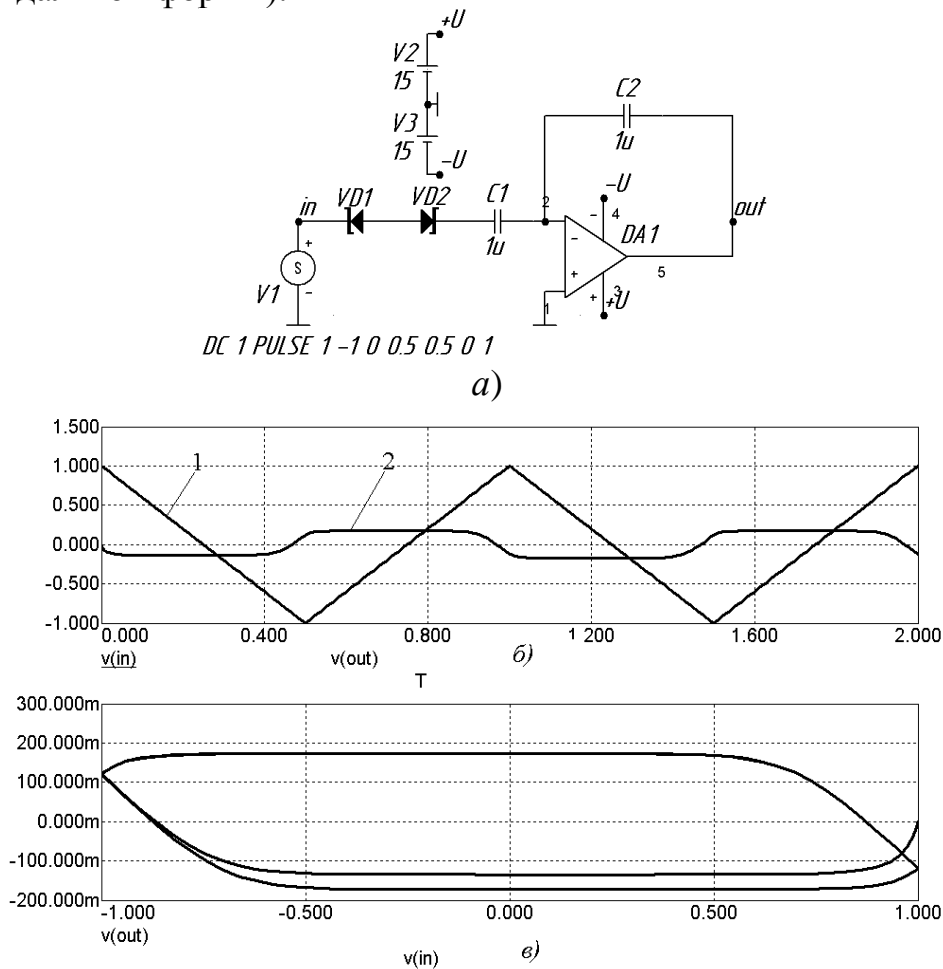


Рисунок 3.5 – Схема модели люфта разомкнутого типа (а), временная зависимость входного (1) и выходного (2) сигналов (б), передаточная характеристика (в)

Моделирование статических релейных характеристик. Универсальная схема для воспроизведения таких характеристик показана на рисунке 3.6. Она состоит из операционных усилителей $DA1$, $DA2$ с ограничительной диодной цепочкой в обратной связи, сумматора на операционном усилителе $DA3$, источников постоянного напряжения $V1$, $V2$ и цепи положительной обратной

связи, образованной делителем на потенциометре R и резисторами $R13$, $R23$. Напряжение U_3 на подвижном контакте потенциометра при указанном на рисунке 3.6 положении этого контакта (50% общего сопротивления между выводами $PIN A$ и $PIN B$) составляет $0.5U_0$. Для улучшения формы передаточной характеристики введен конденсатор C в цепи обратной связи сумматора.

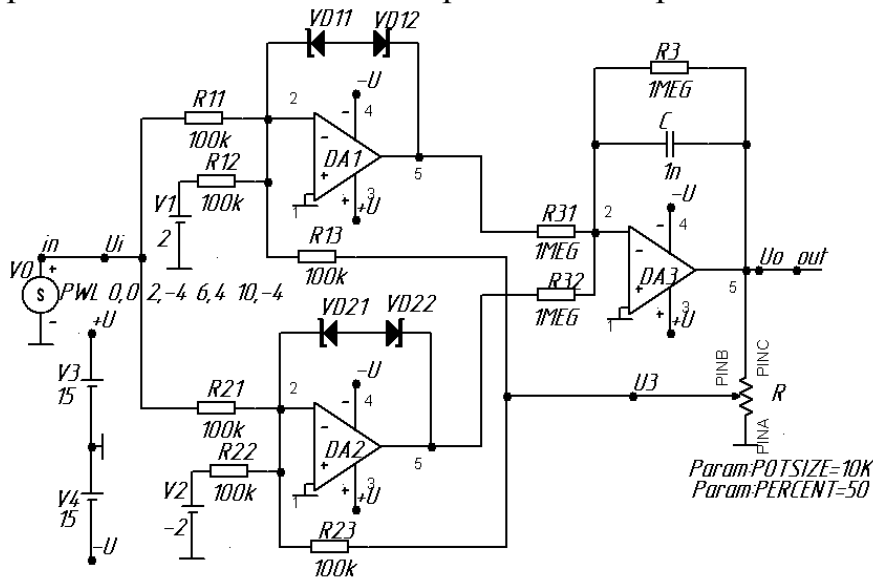
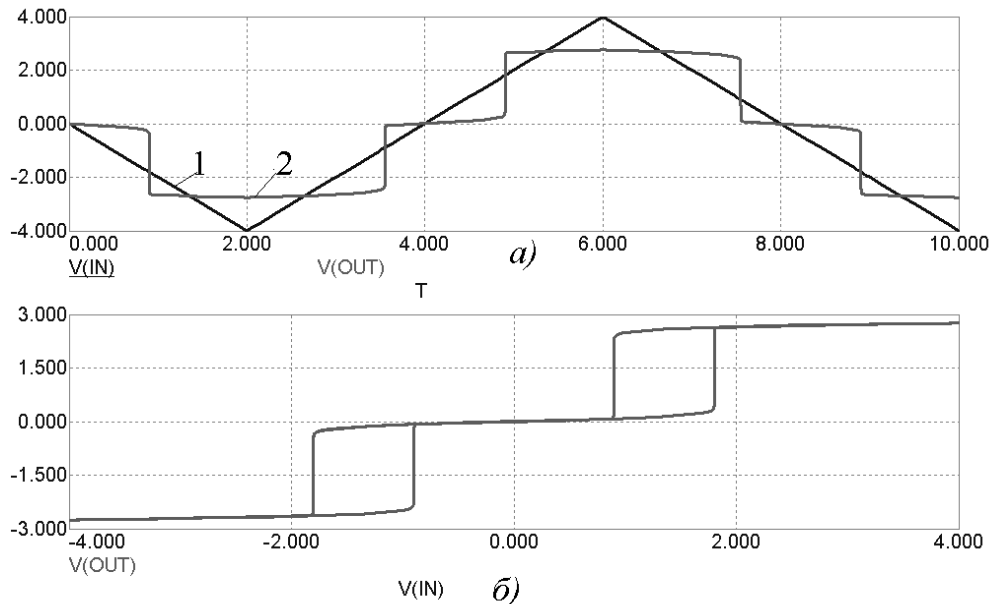


Рисунок 3.6 – Универсальная схема для воспроизведения релейных характеристик

Передаточная характеристика схемы при указанных на ней значениях параметров показана на рисунке 3.7, б. Она формируется следующим образом. Поскольку $|V1| = |V2| > U_{огр}$ ($U_{огр}$ – напряжение срабатывания ограничивающей диодной цепочки, равного ориентировочно 1.3 В), то перед пуском, напряжения на выходах $DA1$ и $DA2$ будут соответственно равны $-U_C$ и $+U_C$, а на выходе сумматора $U_0 = 0$. После пуска, когда входное пилообразное напряжение достигнет значения $-V1$ (см. график на рисунке 3.7, а), напряжение на выходе $DA1$ скачком изменится до значения $+U_C$, т.е. на входе сумматора будут действовать два напряжения $+U_C$, и, следовательно, его выходное напряжение U_0 равно $-2U_C$ (примерно -2.6 В). При этом сформируется (см. рисунок 3.7, б) горизонтальная и вертикальная часть передаточной характеристики в третьем квадранте, после чего начинается формирование ее плоской части. Одновременно на входы $DA1$ и $DA2$ по цепи положительной обратной связи подается напряжение $-K_{\Pi}U_0$ (K_{Π} – коэффициент положительной обратной связи, равный в данном случае 0.5), т.е. на входе $DA1$ будет действовать в качестве ограничительного уже не напряжение $V1$, а напряжение $V1 - K_{\Pi}U_0 = V1 - 2K_{\Pi}U_C$ (около 0.7 В). Когда после формирования плоской части передаточной характеристики входное пилообразное напряжение (см. рисунок 3.7, а) достигнет значения -0.7 В, выходное напряжение $DA1$

скачком изменится до значения $-U_C$, схема возвращается в исходное состояние и формирование передаточной характеристики в третьем квадранте завершается. Формирование характеристики в первом квадранте происходит аналогичным образом с той лишь разницей, что при ее формировании участвует ограничитель $DA2$.



a) – временная зависимость (1 – входной сигнал; 2 – выходной сигнал)

б) – передаточная характеристика

Рисунок 3.7 – Релейные характеристики

Передаточной характеристикой типа показанной на рисунке 3.7, *б* обладают трехпозиционные, например, поляризованные реле, имеющие три положения контактной системы: среднее (в обесточенном состоянии) и два крайних, соответствующих двум направлениям токов в обмотке. Реле характеризуются током или напряжением срабатывания (в рассмотренной схеме имитируется напряжениями $V1$ и $V2$) и током или напряжением отпускания (имитируется напряжениями $V1 - 2K_{II}U_C$ и $V2 + 2K_{II}U_C$). Отношение тока (напряжения) отпускания к току (напряжению) срабатывания называют коэффициентом возврата реле [7].

3.4 Пример исследования системы автоматического управления с нелинейным звеном люфта

Уравнение исследуемой системы задано в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2.5 \frac{dx}{dt} + x + F(x) = y(t). \quad (3.1)$$

Функция $F(x)$ описывает поведение нелинейного звена с люфтом и представлена в таблице 3.1. Масштабный коэффициент нелинейного звена $k =$

1. Полуширина петли гистерезиса $C = 1$. Функция $y(t)$ представляет собой внешнее возмущение (входной сигнал) гармонического характера: $A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$. Амплитуда внешнего возмущения $A = 5$ единиц; круговая частота $\omega = 1$ Гц; начальная фаза $\varphi = 0^\circ$.

Требуется провести исследование данной нелинейной САУ и, в частности, получить на временном интервале $[0; 20 \text{ с}]$ выходной сигнал x уравнения (3.1) при следующих начальных условиях: $x(0) = 0$; $x'(0) = 0$.

1 этап. Исследование нелинейности САУ в системе MathCAD.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №2, 3, 4, 5, 7, 8 раздела «Типовые приемы работы в MathCAD...».

Представим исходное дифференциальное уравнение (3.1) нелинейной САУ в виде двух уравнений первого порядка (см. прием №3):

$$\begin{cases} \frac{dx_0}{dt} = x_1; \\ \frac{dx_1}{dt} = -2.5x_1 - x_0 - F(x_0, x_1) + y(t), \end{cases} \quad (3.2)$$

где x_0 – нулевая производная; x_1 – первая производная.

Ниже приведен листинг программы в MathCAD по исследованию нелинейности САУ с соответствующими комментариями.

Масштабный коэффициент нелинейного элемента	$k := 1$	Полуширина петли гистерезиса	$C := 1$
Амплитуда	$A := 5$		
Круговая частота	$\omega := 1$	Внешнее возмущение	$y(t) := A \cdot \sin(\omega t)$
Начальное время	$t_{\min} := 0$	Конечное время	$t_{\max} := 20$
Количество шагов	$N := 4000$	Начальные условия	$x0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
Нелинейная функция	$F(z, Z) := \begin{cases} k \cdot (z - C) & \text{if } (Z \geq C) \\ [k \cdot (z + C)] & \text{if } (Z \leq -C) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$		
Линейное дифференциальное уравнение	$W(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_0 - 2.5 \cdot x_1 + y(t) \end{pmatrix}$		
Дифференциальное уравнение с нелинейностью	$D(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -F(x_0, x_1) - x_0 - 2.5 \cdot x_1 + y(t) \end{pmatrix}$		
Решение линейного дифференциального уравнения	$Q := \text{rkfixed}(x0, t_{\min}, t_{\max}, N, W)$		

Решение нелинейного дифференциального уравнения	$R := \text{rkfixed}(x0, tmin, tmax, N, D)$
Выделение столбцов из матрицы решения	$r0 := R^{(0)} \quad r1 := R^{(1)} \quad r2 := R^{(2)}$
	$i := 1..N$
Табулированная нелинейная функция люфта	$f_i := F(r1_i, r2_i)$
Табулированная функция внешнего возмущения	$Y_i := y\left(tmax \frac{i}{N}\right)$

Необходимо дать некоторые пояснения по приведенному листингу. Нелинейная функция $F(x)$ в уравнениях (3.1) и (3.2), описывающая люфт, на самом деле является функцией двух аргументов x и x' (см. таблицу 3.1). Поскольку область определения и параметры сигнала x заранее неизвестны, возникает неопределенность с областью значений функции $F(x, x')$ при условии $(-C < x' < C)$. Поэтому в качестве начальной итерации принято, что $F(x, x') = 0$ при $(-C < x' < C)$. При описании нелинейной функции люфта в MathCAD произведена замена на формальные переменные: $x \Rightarrow z$; $x' \Rightarrow Z$:

$$F(z, Z) := \begin{cases} k \cdot (z - C) & \text{if } (Z \geq C) \\ [k \cdot (z + C)] & \text{if } (Z \leq -C) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Для сравнения результатов исследования введена функция $W(t, x)$, которая описывает дифференциальное уравнение без нелинейности. При решении дифференциальных уравнений численным методом принято, что число шагов $N = 4000$. Чтобы построить график решения, надо отложить соответствующие компоненты матрицы решения по координатным осям, например: значение аргумента $R^{(0)}$ - вдоль оси абсцисс; значения нулевой и первой производной $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$ - вдоль оси ординат.

Для построения графиков нелинейной функции люфта и входного возмущения следует определить векторные функции $f_i = F(r1_i, r2_i)$ и $Y_i = y(i)$, соответственно:

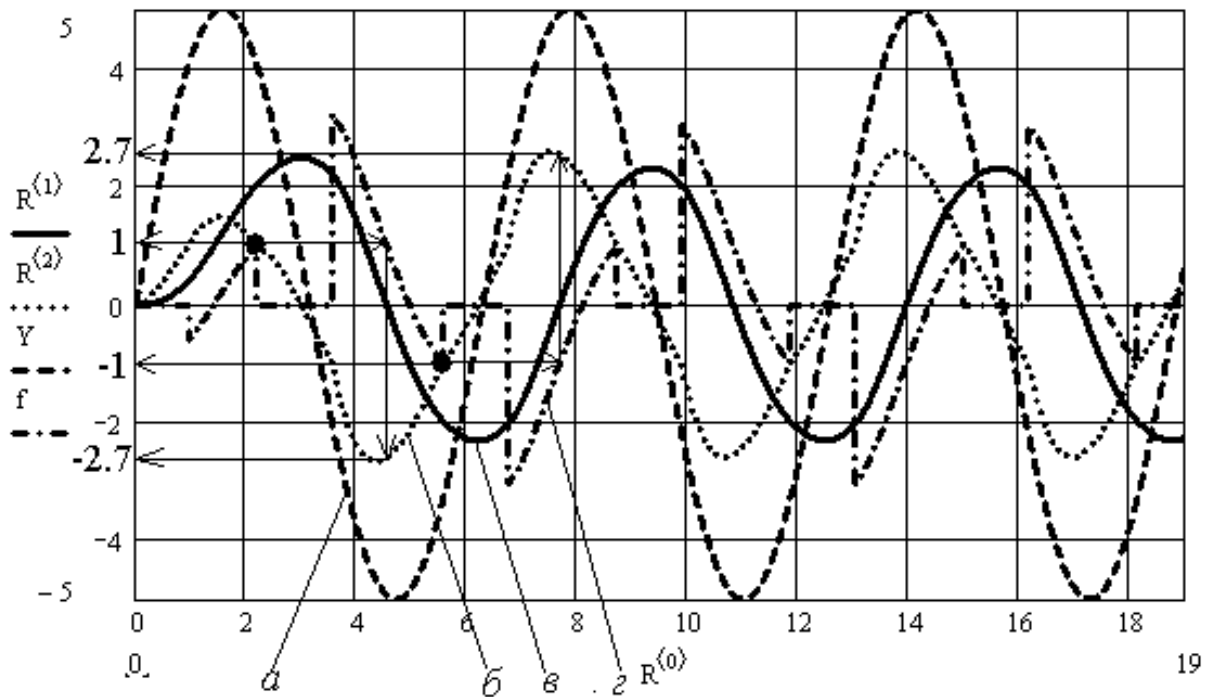
$$r0 := R^{(0)} \quad r1 := R^{(1)} \quad r2 := R^{(2)}$$

$$i := 1..N \quad f_i := F(r1_i, r2_i) \quad Y_i := y\left(tmax \frac{i}{N}\right),$$

где $tmax = 20$ с – конечное время расчета; y – заранее описанная функция внешнего возмущения.

Промежуточные результаты исследования представлены на рисунке 3.8. Из графика видно, что нелинейная функция люфта в определенных точках периодически имеет разрывы. Исходя из физического принципа действия

звена с люфтом нелинейную функцию $F(x, x')$ необходимо скорректировать. Коррекция заключается в том, что выбросы нелинейной функции в точках разрыва заменяются плоскими вершинами. Наличие плоских вершин означает, что периодически нелинейная функция с течением времени сохраняет свое значение, т.е. реализует свойства звена с люфтом.



a – внешнее возмущение; b – первая производная; $в$ – нулевая производная; z – нелинейная функция люфта

Рисунок 3.8 – Промежуточные результаты исследования

По графику на рисунке 3.8 в режиме трассировки установлено:

- разрыв нелинейной функции происходит когда $F(x, x') = \pm 1$;
- значение функции $F(x, x') = 1$ должно сохраняться при $(-2.7 < x' < 1)$ и $(x \geq 0)$;
- значение функции $F(x, x') = -1$ должно сохраняться при $(-1 < x' < 2.7)$ и $(x < 0)$.

С учетом вышесказанного, исходный листинг программы должен быть изменен – в нем появятся три отличия:

1. Нелинейная функция после коррекции $F(x, x')$ будет иметь вид:

$$F_{\text{кор}}(z, Z) := \begin{cases} k(z - C) & \text{if } (Z \geq C) \\ [k(z + C)] & \text{if } (Z \leq -C) \\ 1 & \text{if } (-2.7 < Z < 1) \wedge (z \geq 0) \\ -1 & \text{if } (-1 < Z < 2.7) \wedge (z < 0) \end{cases}$$

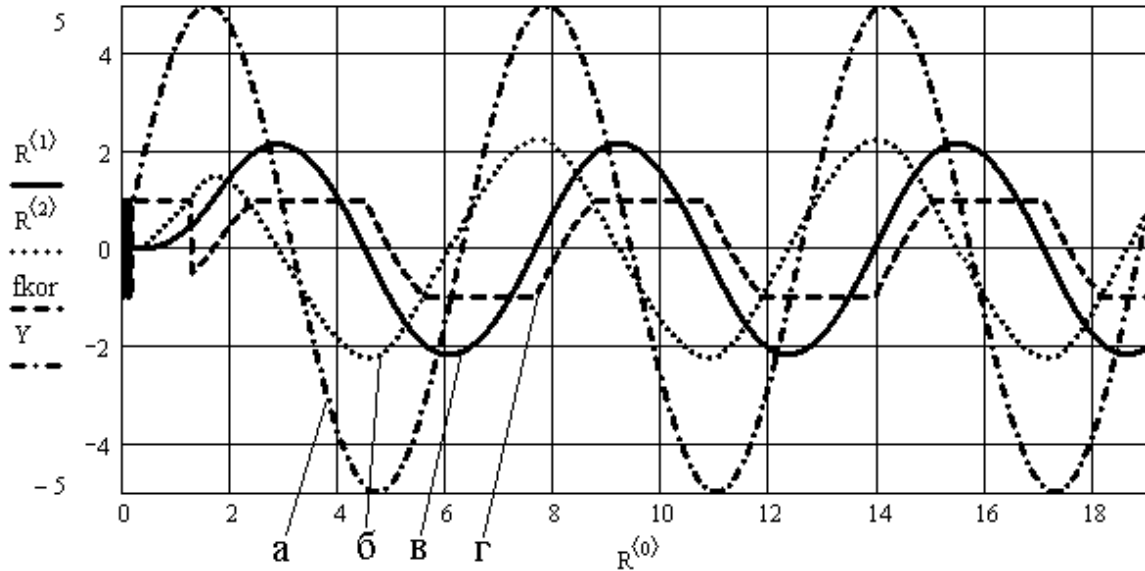
2. Нелинейное дифференциальное уравнение содержит слагаемое нелинейной функции после коррекции:

$$D(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -Fkor\{x_0, x_1\} - x_0 - 2.5 \cdot x_1 + y(t) \end{pmatrix}$$

3. Табулированная скорректированная функция люфта будет иметь вид:

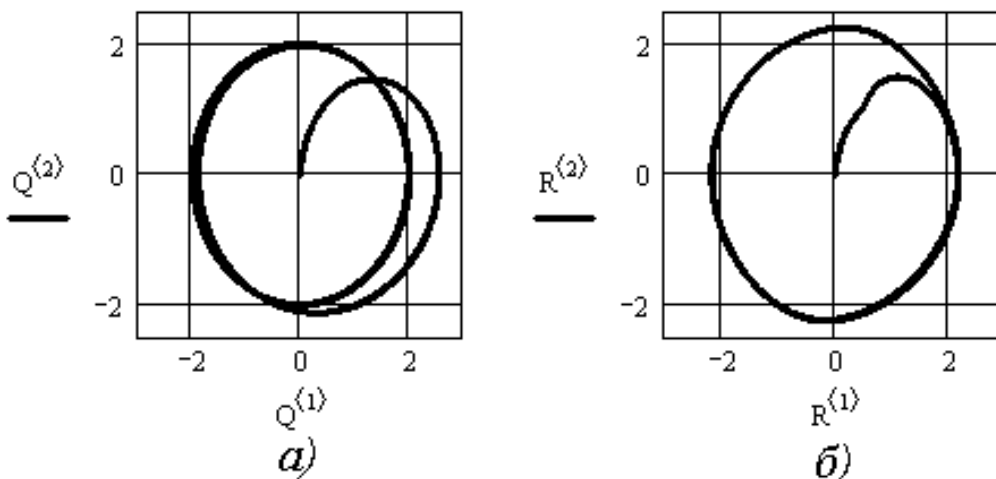
$$fkor_i := Fkor\{r1_i, r2_i\}$$

Итоговые результаты исследования в MathCAD представлены на рисунках 3.9 – 3.11 и в таблице 3.2.



a – внешнее возмущение; *б* – первая производная; *в* – нулевая производная; *г* – нелинейная функция люфта

Рисунок 3.9 – Итоговые результаты исследования



a – линейное уравнение; *б* – нелинейное уравнение

Рисунок 3.10 – Фазовые траектории дифференциальных уравнений

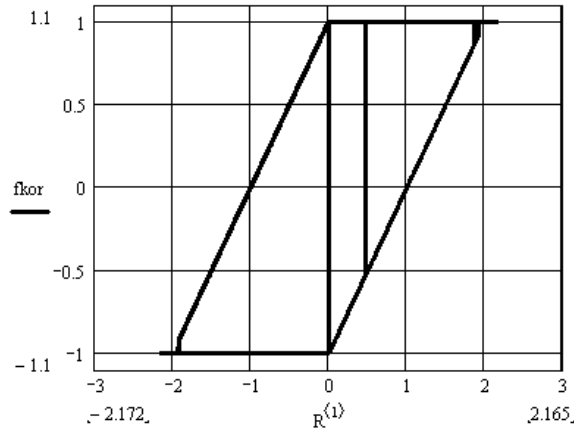


Рисунок 3.11 – Передаточная функция нелинейного звена с люфтом

Анализ результатов позволяет сделать вывод, что наличие нелинейного звена с люфтом позволяет стабилизировать колебательный процесс в момент включения САУ (см. рисунки 3.10, а, б).

II этап. Составление структурной схемы с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №1, 2, 4 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

При составлении структурной схемы используется метод понижения порядка производной (см. лабораторную работу №1). Структурная схема приведена на рисунке 3.12.

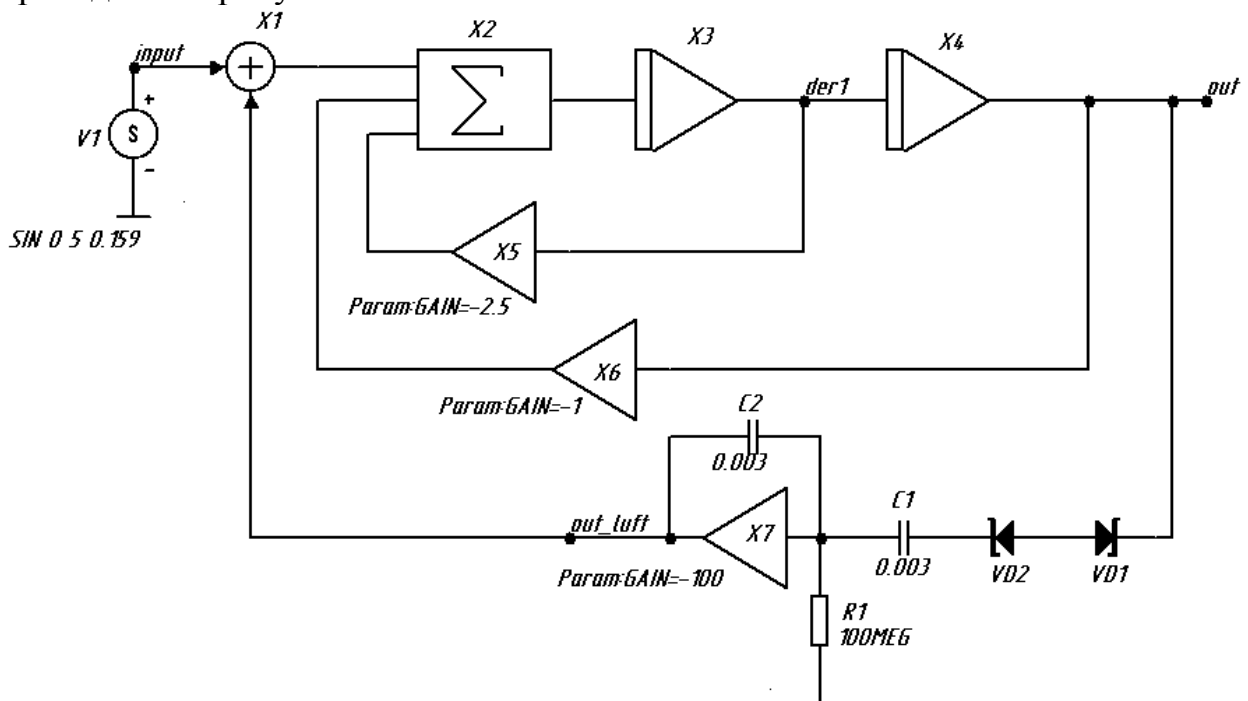


Рисунок 3.12 – Структурная схема нелинейной САУ

По правилам программы MicroCAP частота периодических сигналов в источниках напряжения или тока должна быть указана линейной. Поэтому

частота входного сигнала источника $V1$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} = 0.159 \text{ Гц}$. Чтобы получить полуширину петли гистерезиса $C = 1$ следует задать пробивное напряжение стабилитронов $U_{\text{СТАБ}} = 0.4 \text{ В}$. При этом встречно включенный стабилитрон будет давать при прямом смещении падение напряжения $U_{\text{ПР}} = 0.6 \text{ В}$ (см. пункт 3.3). Номиналы емкостей $C1$ и $C2$ подобраны экспериментальным путем, так чтобы амплитуда плоской вершины на выходе нелинейного звена совпадала с результатом, полученным в MathCAD. Высокоомный резистор $R1$ является фиктивным элементом и служит только для устранения разрыва цепи по постоянному току. При отсутствии фиктивного элемента программа MicroCAP выдает сообщение об ошибке и моделирование не проводит.

При размещении на поле чертежа универсального источника напряжения $V1$ в появившемся диалоговом окне свойств элемента следует выбрать из выпадающего списка **Transient format** (Вид временной зависимости) значение **SIN** (синусоидальный сигнал). В строке ввода **V0** (Уровень постоянной составляющей) указываем **0**; в строке ввода **VA** (Амплитуда сигнала) указываем **5**; в строке ввода **F0** (Частота сигнала) указываем **0.159**.

При размещении стабилитронов $VD1$ и $VD2$ в диалоговом окне свойств **Zener** следует в списке моделей (справа посередине) выбрать модель стабилитрона по умолчанию **\$GENERIC**. Затем в строке ввода **BV** (Пробивное напряжение) указываем **0.4**.

Моделирование во временной области проводится аналогично описанию в методическом примере лабораторной работы №1. Для получения передаточной характеристики нелинейного звена с люфтом (см. рисунок 3.13, внизу) в строке **X Expression** диалогового окна **Transient Analysis Limits** указывают имя контрольной точки на входе нелинейного звена – она же выходная контрольная точка всей САУ; в строке **Y Expression** указывают имя контрольной точки на выходе нелинейного звена. Знак минус в выражении **-V(out_luft)** учитывает, что в цепи обратной связи люфта на схеме 3.12 происходит инверсия сигнала.

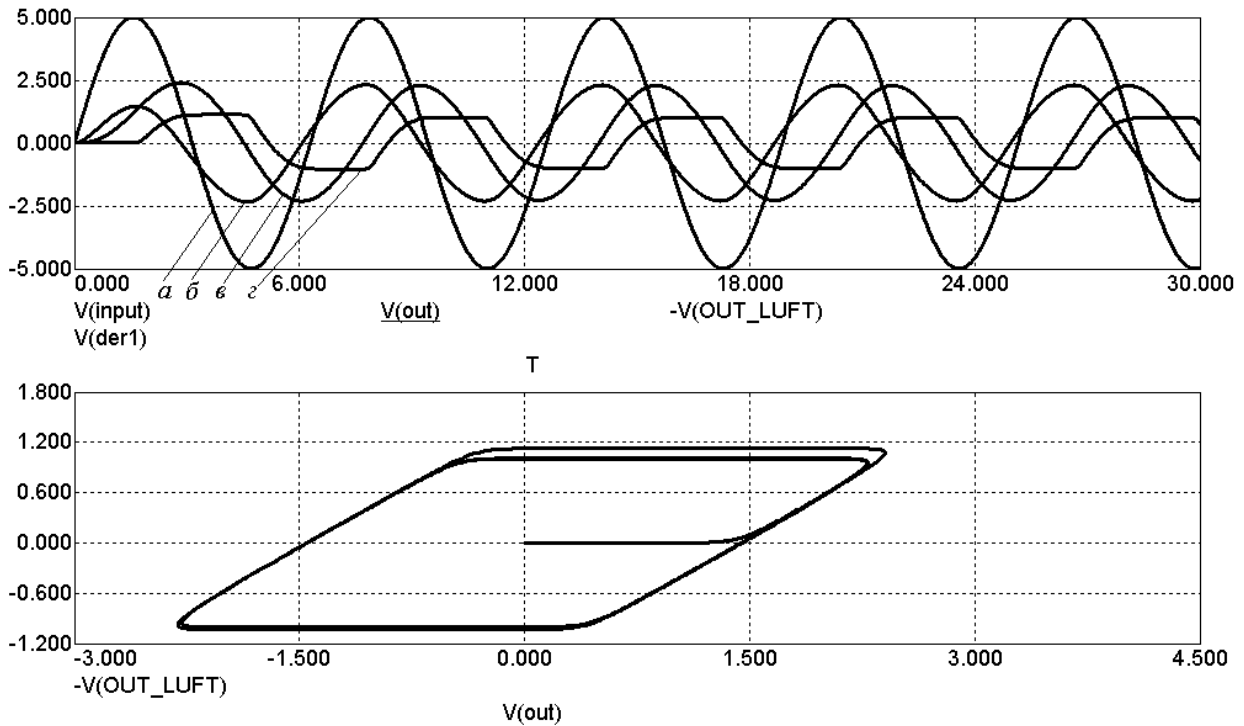
Результаты исследования в системе MicroCAP на основе структурной схемы представлены на рисунке 3.13 и в таблице 3.2.

III этап. Синтез моделирующей установки с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использован прием №8 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

Общая схема набора задачи соответствует схеме, приведенной на рисунке 1.4 в лабораторной работе №1. В качестве решающих усилителей использованы операционные усилители К140УД6А. Напряжения питания операционных усилителей $\pm 15 \text{ В}$. По результатам этапа исследования в системе MathCAD следует, что наибольший уровень имеет входное возмущение $y(t) = 5$ единиц. В связи с этим принято решение, что масштабы представления ве-

личин $y(t)$ и $x(t)$ равны $M_X = M_Y = 1$. Масштаб времени примем реальным, т.е. $M_t = 1$. Примем также, что номиналы конденсаторов и резисторов в цепях отрицательной обратной связи операционных усилителей: $C_{OC} = 1$ мкФ; $R_{OC} = 1$ МОм.



a – внешнее возмущение; b – первая производная; v – нулевая производная; z – нелинейная функция люфта

Рисунок 3.13 – Эпюры сигналов во временной области (вверху) и передаточная характеристика нелинейного звена с люфтом

Уравнения напряжений для каждого звена схемы на рисунке 3.14 будут:

$$\begin{cases} U_1 = -K_{10}U_0 + K_{11}U_6 + K_{12}U_3 + K_{13}U_4 \\ U_2 = -\frac{1}{p} K_{21}U_1 \\ U_3 = -\frac{1}{p} K_{31}U_2 \\ U_4 = -K_{41}U_2 \\ U_6 = f(U_3) \end{cases}$$

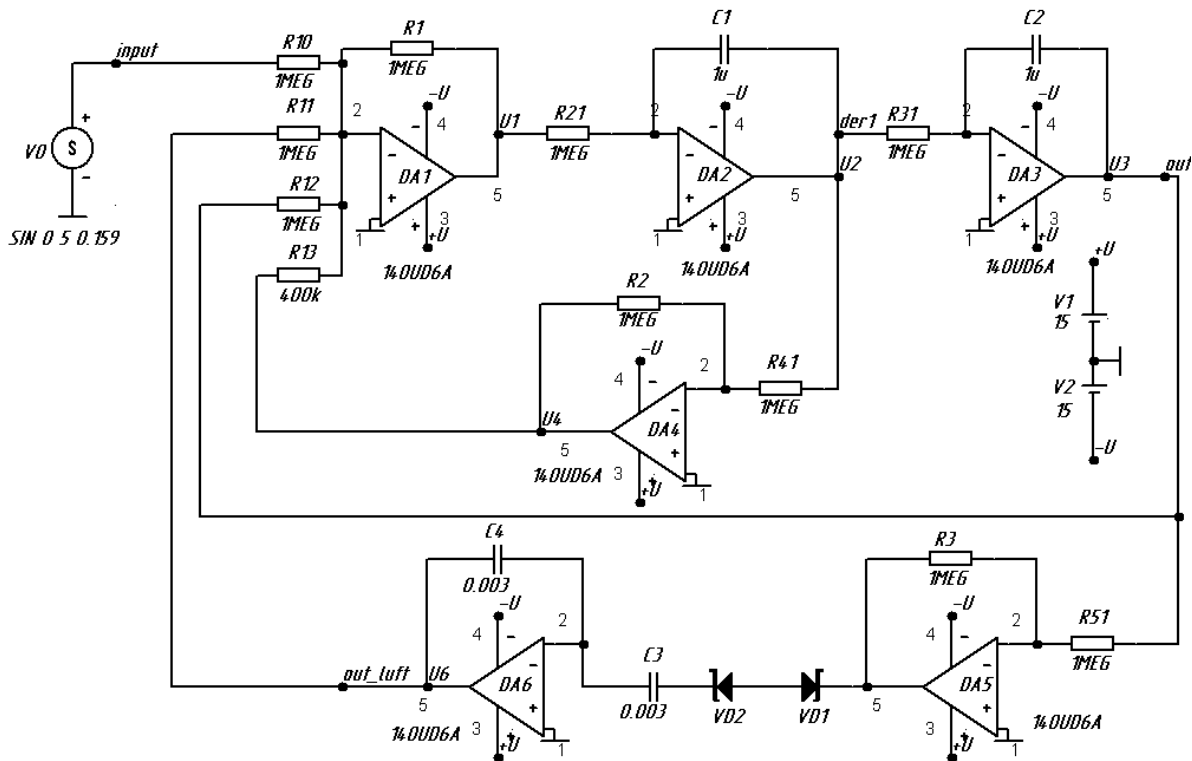


Рисунок 3.14 – Моделирующая установка

Дальнейший ход преобразований и вычислений с целью синтеза моделирующей установки аналогичен соответствующему этапу в методическом примере лабораторной работы №1. Решая полученную систему уравнений относительно U_3 , представляющую искомую величину x , получим:

$$U_3[p^2 + K_{13}K_{41}K_{21}p + K_{12}K_{31}K_{21}] + K_{11}K_{21}K_{31}f(U_3) = -K_{10}K_{21}K_{31}U_0.$$

После преобразования переменных $U_3 = \frac{x}{M_x}$, $U_0 = \frac{y}{M_y}$, $p = M_t \frac{d}{dt}$ получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K_{13}K_{41}K_{21}}{M_t} \frac{dx}{dt} + \frac{K_{13}K_{31}K_{21}}{M_t^2} x + K_{11}K_{21}K_{31}f\left(\frac{x}{M_x}\right) \frac{M_x}{M_t^2} = \\ = -K_{10}K_{21}K_{31} \frac{M_x}{M_t^2 M_y} y(t). \end{aligned}$$

Сравнивая исходное уравнение (3.1) и полученное, имеем:

$$K_{13}K_{41}K_{21} = 2.5; K_{12}K_{31}K_{21} = 1; K_{11}K_{21}K_{31} = 1; K_{10}K_{21}K_{31} = 1.$$

Пусть $K_{11} = K_{12} = K_{21} = K_{31} = 1$, тогда:

$$K_{10} = 1; K_{41} = 1; K_{13} = \frac{2.5}{K_{41}K_{21}} = 2.5.$$

Используя соотношения $K_{ij} = \frac{1}{R_{ij}C_{OC}}$ и $K_{ij} = \frac{R_{OC}}{R_{ij}}$ для интегратора и масштабного усилителя, соответственно, вычислим номиналы резисторов во входных цепях операционных усилителей:

$$R_{10} = \frac{R_{OC}}{K_{10}} = \frac{10^6}{1} = 1MOm; R_{11} = \frac{R_{OC}}{K_{11}} = \frac{10^6}{1} = 1MOm; R_{12} = \frac{R_{OC}}{K_{12}} = \frac{10^6}{1} = 1MOm;$$

$$R_{13} = \frac{R_{OC}}{K_{13}} = \frac{10^6}{2.5} = 400кOm;$$

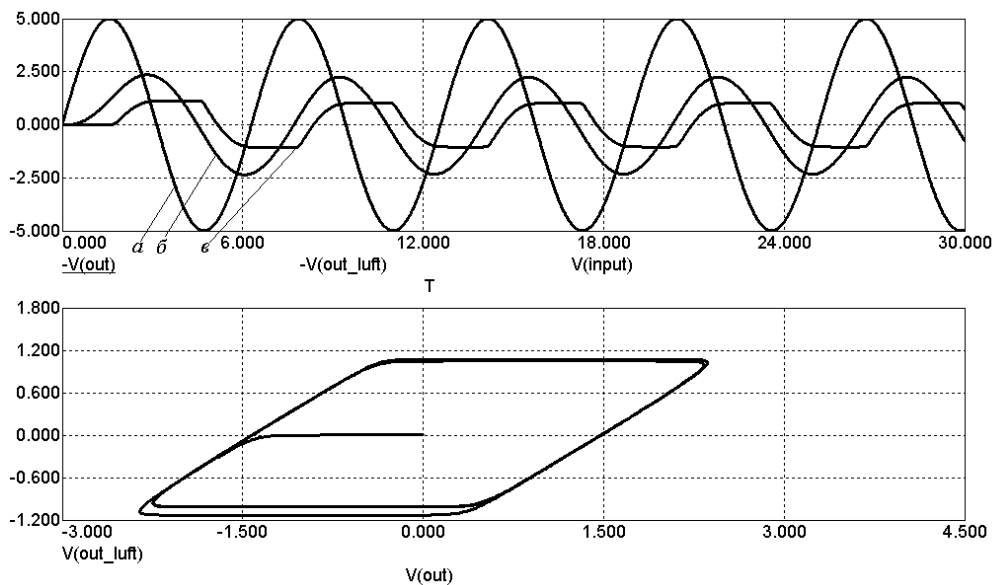
$$R_{21} = \frac{1}{K_{21}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1MOm; R_{31} = \frac{1}{K_{31}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1MOm;$$

$$R_{41} = \frac{1}{K_{41}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1MOm.$$

Заметим, что использованная схема набора задачи предполагает инверсию выходного сигнала САУ (количество операционных усилителей в цепи прямой передачи нечетное). В связи с этим для верного представления выходных сигналов $x(t)$ и $F(x, x')$ во временной области в строках ввода **Y Expression** диалогового окна **Transient Analysis Limits** необходимо поставить знак минус перед выражением.

Внимание! Опция **Operating Point** (Расчет положения рабочей точки) в диалоговом окне **Transient Analysis Limits** должна быть обязательно *выключена* при моделировании схемы на рисунке 3.14.

Результаты исследования в системе MicroCAP на основе моделирующей установки представлены на рисунке 3.15 и в таблице 3.2.



a – внешнее возмущение; b – нулевая производная;
 c – нелинейная функция люфта

Рисунок 3.15 - Эпюры сигналов во временной области (вверху) и передаточная характеристика нелинейного звена с люфтом

Таблица 3.2

Координаты точек экстремума выходного сигнала

Способ расчета	Координаты
Система MathCAD	(2.7; 2.2) (6.1; -2.2) (9.2; 2.2) (12.4; -2.2) (15.5; 2.2) (18.7; -2.2)
Структурная схема	(2.8; 2.4) (6.1; -2.3) (9.2; 2.3) (12.4; -2.3) (15.5; 2.3) (18.7; -2.3)
Моделирующая установка	(2.8; 2.4) (6.1; -2.3) (9.2; 2.3) (12.4; -2.3) (15.5; 2.3) (18.7; -2.3)

Качественное и количественное сравнение выходных сигналов $x(t)$ нелинейной САУ, рассчитанных тремя способами, позволяет сделать вывод об адекватности проведенного исследования.

3.5 Лабораторное задание

Перед началом выполнения лабораторного задания следует убедиться в том, что библиотека математических моделей операционных усилителей подключена (см. прием №8 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP ...»).

Повторить методический пример, приведенный выше, по исходным данным Вашего варианта. При выполнении лабораторного задания следует обратить внимание на некоторые особенности:

- корректировку нелинейной функции на I этапе проводить не требуется, т.к. варианты задания не содержат нелинейность типа люфт;
- для упрощения синтеза моделирующей установки в таблице с вариантами задания дана соответствующая схемы набора задачи;
- при анализе схемы электрической принципиальной во временной области в диалоговом окне **Transient Analysis Limits** опция **Operating Point** должна быть *выключена*;
- поскольку все схемы набора задач, необходимые для построения моделирующей установки, имеют нечетное количество операционных усилителей в цепи прямой передачи, то сигнал на выходе будет инвертирован. Для того, чтобы наблюдать неинвертированный сигнал на выходе всей установки и на выходе нелинейного блока, следует в строке ввода **Y Expression** диалогового окна **Transient Analysis Limits** указать $-V(\dots)$, где вместо многоточия наименование интересующей контрольной точки;
- целесообразно фрагмент моделирующей установки, который представляет собой схему набора линейной части дифференциального уравнения, заимствовать из своего варианта задания лабораторной работы №1. При этом отпадает необходимость в повторном вычислении номиналов ЭРЭ указанного фрагмента.

Критерием правильности проведенного исследования на I, II, III этапах является совпадение выходного сигнала, как по форме, так и по величине. При этом допускается некоторое расхождение числовых величин порядка 5%.

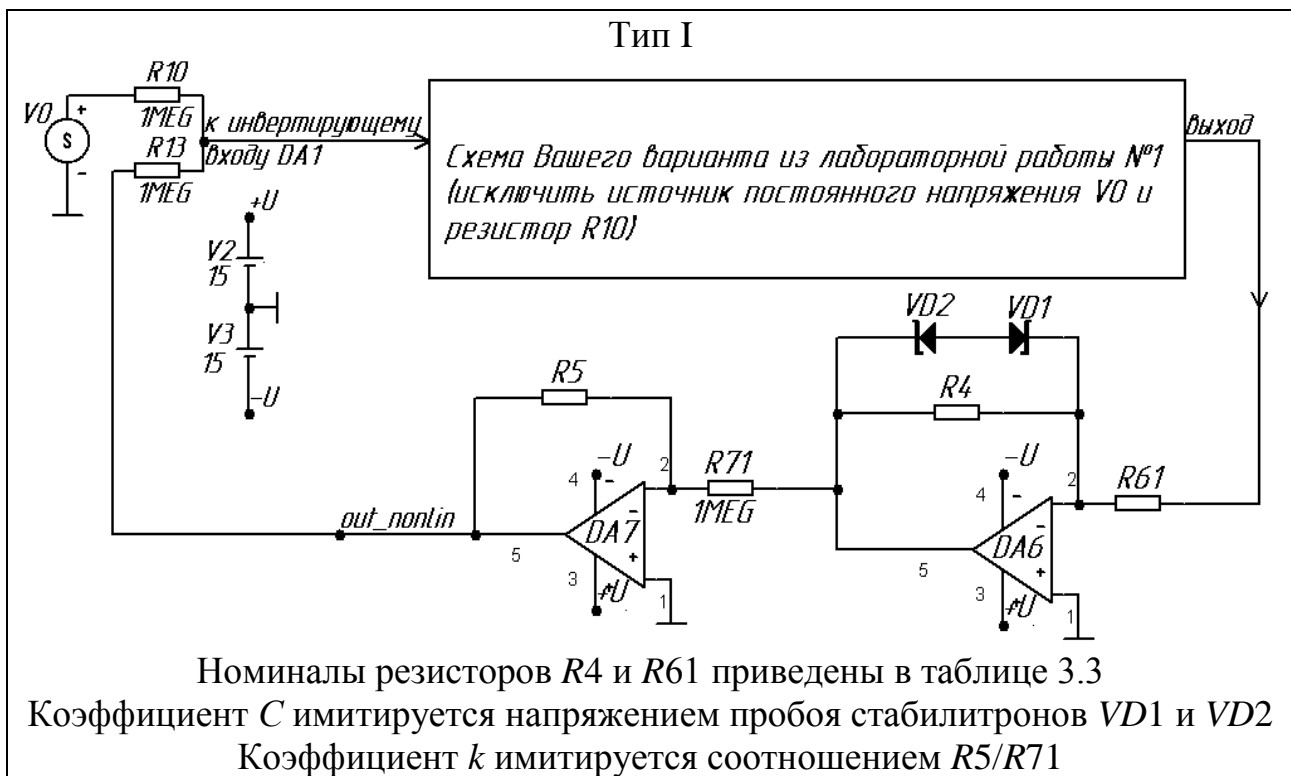
3.6 Контрольные вопросы

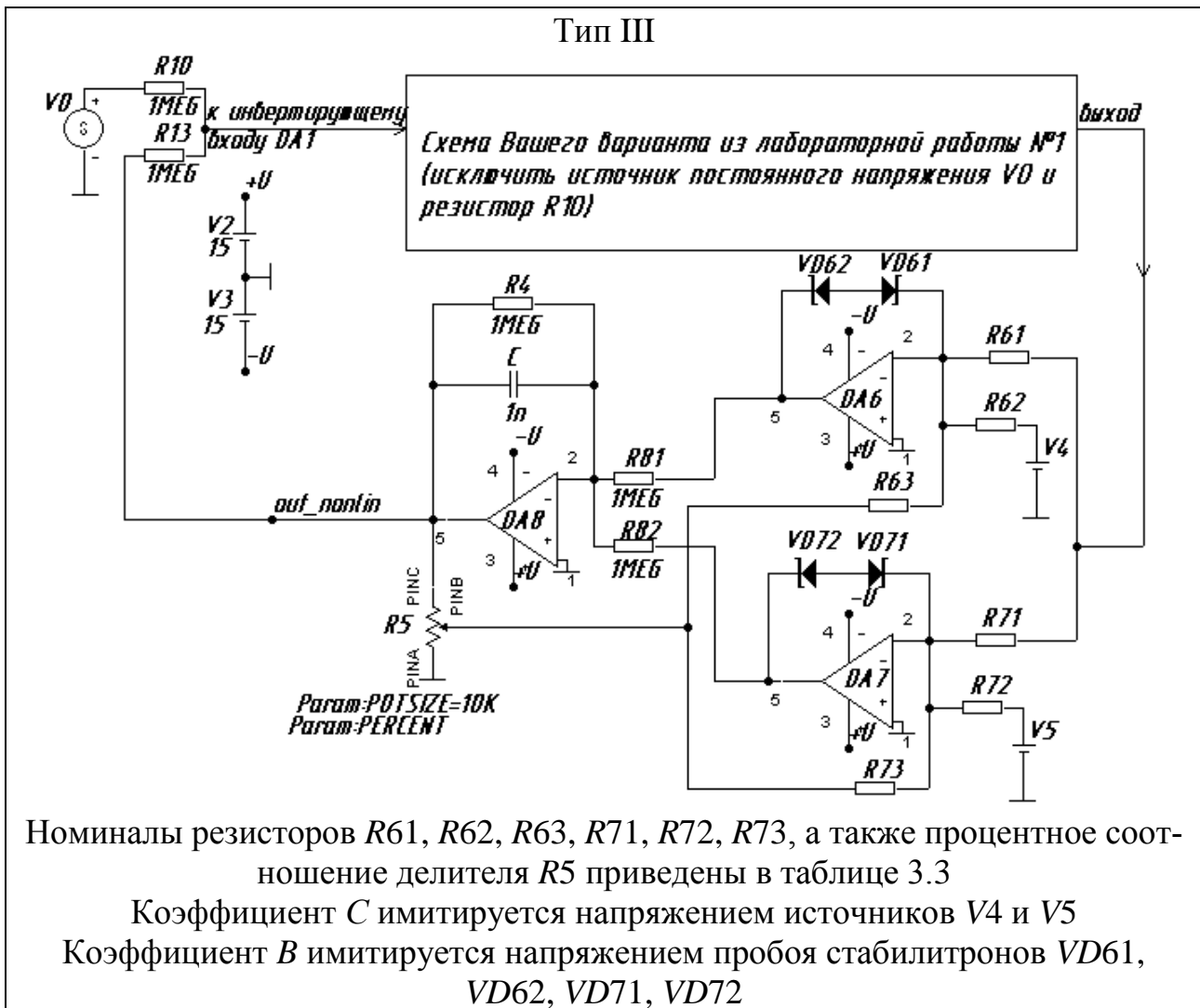
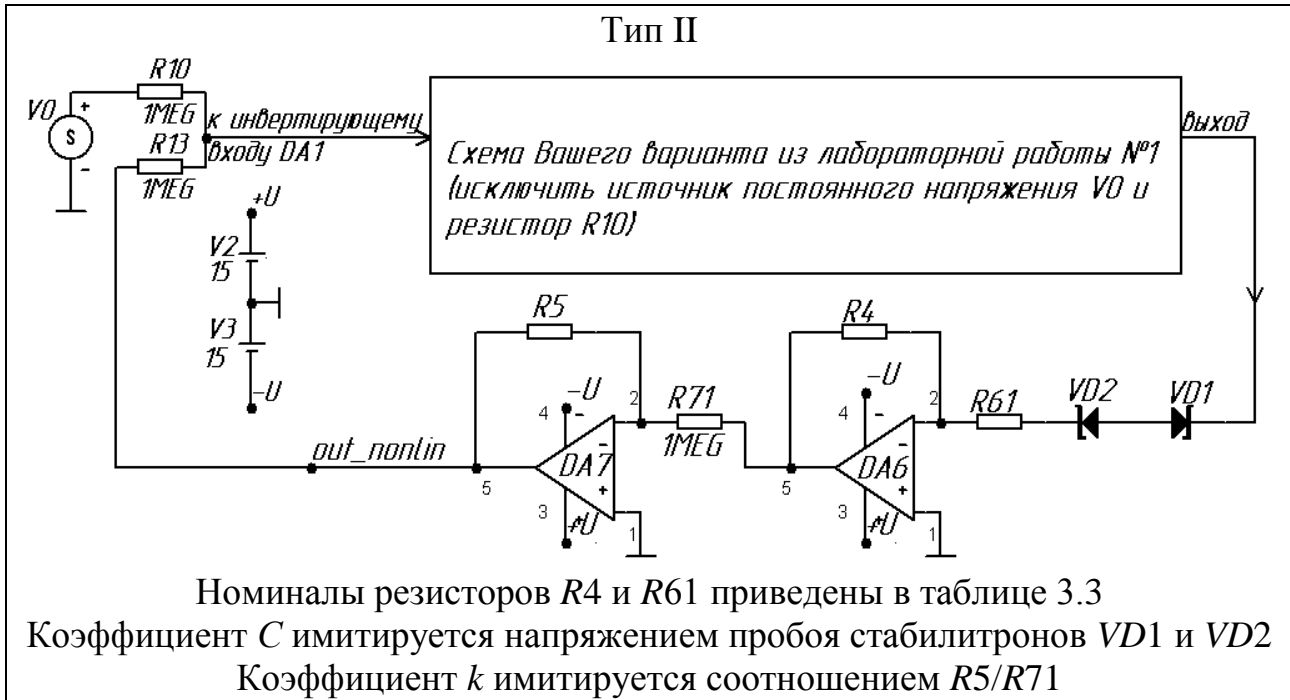
1. Что такое нелинейная система автоматического управления?
2. С какой целью в реальные системы автоматического управления вводят нелинейные звенья?
3. Что такое однозначные и неоднозначные нелинейные статические характеристики?
4. Каким образом определяется напряжение ограничения при моделировании звена с ограничением по модулю?
5. Каким образом определяется коэффициент передачи при моделировании звена с зоной нечувствительности?
6. С помощью какого элемента в модели люфта, выполненного по разомкнутой схеме, происходит запоминание выходной координаты при изменении направления движения?
7. Каким образом определяется наклон петли гистерезиса в модели люфта, выполненной по разомкнутой схеме?

3.7 Варианты задания

- Во всех вариантах задания одинаковыми являются следующие данные:
- временной интервал для исследования выходного сигнала $x(t)$ - $t \in [0, 20\text{с}]$;
 - напряжение питания операционных усилителей $\pm 15\text{В}$;
 - для схемы набора линейной части дифференциального уравнения номиналы емкостей и резисторов в цепях обратной связи операционных усилителей $C_{OC} = 1 \text{ мкФ}$ и $R_{OC} = 1 \text{ МОм}$, соответственно;
 - нулевые начальные условия по производным всех порядков;
 - масштабные коэффициенты $M_t = M_x = M_y = 1$;
 - внешнее возмущение $y(t) = \sin(\omega t + \varphi)$; круговая частота $\omega = 1 \text{ Гц}$; начальная фаза $\varphi = 0^\circ$.

Типовые схемы набора





В таблице 3.3 в столбце «Примечание» приведены сведения о типовой схеме построения моделирующей установки и номиналах резисторов.

Таблица 3.3

Но- мер вари- анта	Вид не- линей- ности $F(x)$	Пара- метры нели- нейно- сти	Уравнение движения	Примечание
1	Насы- щение	$C = 1$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.2 \frac{dx}{dt} + 3x + F(x) = 10y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=1\text{МОм}$
2	нечув- стви- тель- ность	$C = 1$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.002 \frac{dx}{dt} - 0.003x + F(x) = 0.5y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=40\text{кОм}$
3	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 1$ $B = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.02 \frac{dx}{dt} + 0.3x + F(x) = 1y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$
4	насы- щение	$C = 1$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.002 \frac{dx}{dt} - 0.003x + F(x) = 2y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=130\text{кОм}$
5	нечув- стви- тель- ность	$C = 1$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.03x + F(x) = 1y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
6	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 2$ $B = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.03x + F(x) = 1y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$
7	насы- щение	$C = 2$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.002 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 3y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=80\text{кОм}$
8	нечув- стви- тель- ность	$C = 2$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.02 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 0.8y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
9	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 3$ $B = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 2y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$

Продолжение таблицы 3.2

Но- мер вари- анта	Вид не- линей- ности $F(x)$	Пара- метры нели- нейно- сти	Уравнение движения	Примечание
10	насы- щение	$C = 2$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.1 \frac{dx}{dt} + 1.5x + F(x) = 8y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=130\text{кОм}$
11	нечув- стви- тель- ность	$C = 2$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.004 \frac{dx}{dt} - 0.006x + F(x) = 0.5y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=30\text{кОм}$
12	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 0.5$ $B = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.06 \frac{dx}{dt} + 0.1x + F(x) = 1.5y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$
13	насы- щение	$C = 1$ $k = 0.5$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.004 \frac{dx}{dt} - 0.001x + F(x) = 0.5y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=50\text{кОм}$
14	нечув- стви- тель- ность	$C = 1$ $k = 0.5$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.1x + F(x) = 1y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
15	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 1$ $B = 3$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.009x + F(x) = 2y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$
16	насы- щение	$C = 1$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.001 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 0.7y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=5\text{кОм}$
17	нечув- стви- тель- ность	$C = 1$ $k = 2$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.05 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 0.8y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
18	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 1$ $B = 4$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 1y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ $Percent=0.5\%$
19	насы- щение	$C = 1$ $k = 5$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.3 \frac{dx}{dt} + 0.5x + F(x) = 5y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=30\text{кОм}$

Окончание таблицы 3.2

Но- мер вари- анта	Вид не- линей- ности $F(x)$	Пара- метры нели- нейно- сти	Уравнение движения	Примечание
20	нечув- стви- тель- ность	$C = 1$ $k = 5$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.007 \frac{dx}{dt} - 0.005x + F(x) = 2y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
21	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 0.5$ $B = 5$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.09 \frac{dx}{dt} + 0.5x + F(x) = 0.5y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=100\text{кОм}$ <i>Per-</i> <i>cent=0.05%</i>
22	насы- щение	$C = 5$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} - 0.007 \frac{dx}{dt} - 0.007x + F(x) = 1y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=1\text{МОм}$
23	нечув- стви- тель- ность	$C = 5$ $k = 1$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} + 0.08x + F(x) = 2y(t)$	Тип II $R4=R61=$ $=100\text{кОм}$
24	релей- ное пе- реклю- чение	$C = 3$ $B = 3$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0 \frac{dx}{dt} - 0.001x + F(x) = 2y(t)$	Тип III $R61=\dots=R73=$ $=500\text{кОм}$ <i>Per-</i> <i>cent=0.05%</i>
25	насы- щение	$C = 1$ $k = 0.1$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 0.003 \frac{dx}{dt} + 0x + F(x) = 0.1y(t)$	Тип I $R4=R61=$ $=1\text{МОм}$

4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 – ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

4.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение дискретного преобразования Лапласа и дискретных систем автоматического управления;
- 2) исследование устойчивости дискретных САУ;
- 3) приобретение навыков в построении кривой переходного процесса по его дискретному изображению;
- 4) исследование взаимосвязи между характером переходного процесса САУ и видом частотных характеристик.

4.2 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к лабораторной работе.
2. Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенном в пункте 4.4.
3. Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
4. Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
5. Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

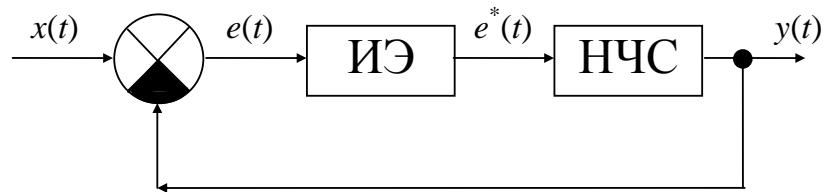
Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

4.3 Основные характеристики дискретных систем автоматического управления

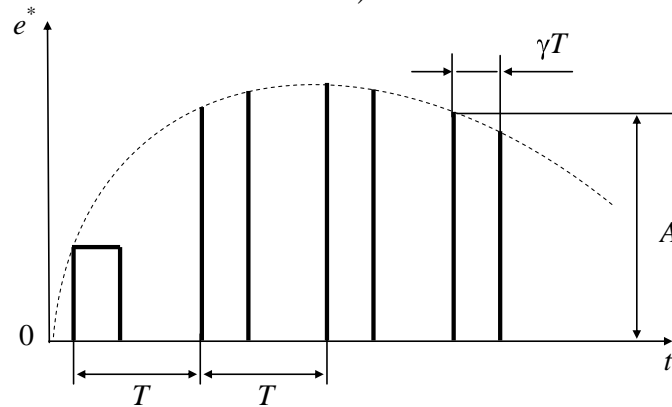
В настоящее время широкое применение находят дискретные системы управления. Использование в этих системах цифровых вычислительных устройств (ЦВУ) обеспечивает реализацию достаточно сложных алгоритмов (законов) управления, а также высокую точность вычислений, связанных с коррекцией динамических свойств систем автоматического управления. Подобные САУ относятся к классу *дискретных систем*, в которых квантование сигнала осуществляется одновременно по времени и по уровню. При малом

количестве уровней квантования дискретная САУ становится существенно нелинейной и сводится к релейной, а при большом количестве уровней квантования – к импульсной системе, поскольку дискретностью по уровню можно пренебречь.

Импульсная САУ может быть представлена в виде соединения импульсного элемента (ИЭ) и непрерывной части системы (НЧС) (рисунок 4.1, а). Импульсный элемент преобразует непрерывный сигнал в последовательность модулированных импульсов (рисунок 4.1, б) с параметрами A (амплитуда импульса), γT (длительность импульса) и T (период чередования импульсов). В общем случае импульсный элемент может быть заменен последовательным соединением идеального импульсного элемента и специально выбранного непрерывного фильтра, который называется *экстраполятором*, или *формирующим элементом*. Идеальный импульсный элемент преобразует непрерывный сигнал в мгновенные импульсы в виде δ -функций, а экстраполятор формирует импульсы заданной формы из δ -импульсов.



а)



б)

а) структурная схема; б) модуляция импульсов

Рисунок 4.1 – Импульсная САУ

В простейшем случае импульсное звено можно выполнить в виде ключа, который замыкается с периодом T . Если время замыкания ключа мало по сравнению с T и постоянными времени непрерывной части системы, а сигнал на входе ключа $e = \text{const}$ при замкнутом его состоянии, то последовательность модулированных импульсов на входе ключа можно заменить последовательностью δ -функций:

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

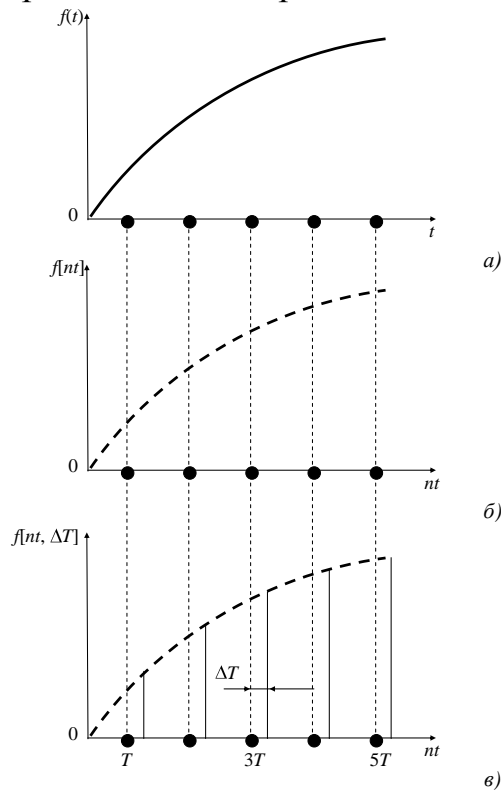
Значение каждой δ -функции пропорционально величине сигнала на входе ключа в момент его замыкания. На выходе импульсного элемента получают сигнал:

$$e^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) \delta(t - nT). \quad (4.1)$$

Сигналы в импульсных САУ могут быть представлены в виде *дискретных* (или так называемых *решетчатых*) *функций времени*, значения которых определены для дискретных моментов $t = nT$ (n – целое число, а T – период повторения). Между этими значениями независимой переменной дискретная функция равна нулю. Любую непрерывную функцию $f(t)$ (рисунок 4.2, а) можно заменить дискретной (решетчатой) (рисунок 4.2, б):

$$f[nT] = f(t) \Big|_{t=nT}.$$

Ординаты, определяющие дискретные значения решетчатой функции в одинаковые моменты времени, называются *дискретами*. Дискреты $f(t)$ могут быть также определены и для смещенных моментов $t = nT + \Delta T$ (рисунок 4.2, в). Это позволяет просматривать процессы внутри периодов с дискретностью T . Смещение $\Delta T = \text{const}$ может иметь положительное значение (как показано на рисунке 4.2, в) или отрицательное – при выполнении условия $|\Delta T| < T$.



а) непрерывная функция; б) решетчатая функция; в) смещение решетчатой функции

Рисунок 4.2 – Представление сигнала в импульсных САУ

Аналогом дифференциалов непрерывной функции для решетчатой являются разности, аналогом интегралов – суммы. Первая разность, т.е. разность первого порядка, решетчатой функции определяется выражением:

$$\Delta f [nT] = f [nT + T] - f [nT]. \quad (4.2)$$

Вторая разность, т.е. разность второго порядка, определяется как первая разность от первой разности:

$$\Delta^2 f [nT] = \Delta f [nT + T] - \Delta f [nT],$$

а учитывая выражение (4.2):

$$\Delta^2 f [nT] = f [nT + 2T] - 2f [nT + T] + f [nT].$$

Разность k -ого порядка:

$$\Delta^k f [nT] = \Delta^{k-1} f [nT + T] - \Delta^{k-1} f [nT]. \quad (4.3)$$

Для решения разностных уравнений (4.3) удобно воспользоваться операционным методом, основанным на дискретном преобразовании Лапласа в соответствии с формулой:

$$F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f [nT] \underline{e}^{-pnT}, \quad (4.4)$$

где $F^*(p)$ – изображение оригинала дискретной функции $f [nT]$. Эта формула является обобщением на дискретные функции обычного преобразования Лапласа:

$$F(p) = L \left[f(t) \right] = \int_0^t f(t) e^{-pt} dt, \quad (4.5)$$

где $F(p)$ – изображение оригинала непрерывной функции $f(t)$.

Как видно из формулы (4.4), дискретное преобразование устанавливает функциональную связь между решетчатыми функциями (сигналами) и их изображениями, которые являются функциями величины e^{-pT} . По существу, выражение (4.3) есть сумма изображений всех δ -функций, входящих в формулу (4.1).

Для исследования импульсных САУ на практике весьма распространено z -преобразование, которое получается из дискретного преобразования Лапласа путем подстановки $z = e^{pT}$:

$$F(z) = Z \left[f [nT] \right] = \sum_{n=0}^{\infty} f [nT] \underline{z}^{-n}, \quad (4.6)$$

где $F(z)$ – изображение в соответствии с z -преобразованием.

Процедура нахождения z -преобразования непрерывной функции включает следующие три этапа:

- 1) определение функции $f^*(t)$, представляющей выходной сигнал импульсного элемента для входной функции $f(t)$;
- 2) определение преобразования Лапласа для функции $f^*(t)$;

$$F^*(p) = L \left[f^*(t) \right] = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) e^{-pnT};$$

3) замена e^{pT} на z в выражении для $F^*(p)$, чтобы получить функцию:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) z^{-n}.$$

Обратное z -преобразование обозначается как $f(nT) = z^{-1}[F(z)]$. Обратное z -преобразование может быть определено *методом разложения на простые дроби*. Этот метод при небольшой модификации соответствует методу разложения на простые дроби в преобразовании Лапласа. При анализе непрерывных систем обратное преобразование Лапласа функции $F(p)$ может быть получено разложением $F(p)$ в виде:

$$F(p) = \frac{A}{p+a} + \frac{B}{p+b} + \frac{C}{p+c} + \dots, \quad (4.7)$$

где a, b, c – отрицательные полюсы функции $F(p)$ (здесь предполагается случай простых полюсов); A, B, C – вычеты функции $F(p)$ в этих полюсах. Тогда обратное преобразование Лапласа функции $F(p)$ определяется как:

$$f(t) = Ae^{-at} + Be^{-bt} + Ce^{-ct} + \dots$$

Для случая z -отображения функцию $F(z)$ не надо представлять в форме (4.7). Дело в том, что в таблице z -преобразований [8] обратное z -преобразование для выражения вида $\frac{A}{z+a}$ отсутствует, хотя при положи-

тельном значении a член такого вида соответствует последовательности импульсов с экспоненциально затухающей амплитудой, когда присутствует временная задержка. Вместе с тем известно, что обратное z -преобразование функции $\frac{Az}{z - e^{-aT}}$ равно Ae^{-akT} . Следовательно, удобнее разложить на про-

стые дроби функцию $\frac{F(z)}{z}$. После разложения обе части выражения для $\frac{F(z)}{z}$ умножают на z для получения $F(z)$.

Для функций, которые не содержат нулей ($z = 0$), соответствующая последовательность импульсов имеет временной сдвиг. Разложение функции $F(z)$ на простые дроби представляется в обычном виде:

$$F(z) = \frac{A}{z+a} + \frac{B}{z+b} + \dots$$

После чего находят:

$$F_1(z) = z \cdot F(z) = \frac{Az}{z+a} + \frac{Bz}{z+b} + \dots$$

Если найдено обратное z -преобразование от функции $F_1(z)$ как функция $f_1(n, T)$, то обратное z -преобразование от функции $F(z)$ определяется следующим образом:

$$f(nT) = Z^{-1}[F(z)] = Z^{-1}[z^{-1}F_1(z)] = f_1[(n-1)T]. \quad (4.8)$$

Равенство в выражении (4.8) является прямым результатом соотношения (4.6), если $f(nT) = 0$ для всех $n < 0$.

Схема импульсной САУ изображена на рисунке 4.3. При определении дискретных передаточных функций импульсных САУ учитывается передаточная функция приведенной непрерывной части:

$$W_{\Pi}(p) = W_{\Xi}(p)W_{\text{H}}(p),$$

где $W_{\Xi}(p)$ – передаточная функция экстраполятора; $W_{\text{H}}(p)$ – передаточная функция непрерывной части САУ.

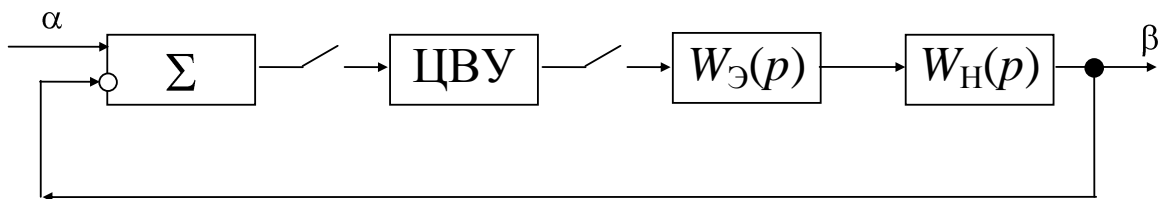


Рисунок 4.3 – Структурная схема импульсной САУ с приведенной непрерывной частью

При использовании экстраполятора нулевого порядка, т.е. когда:

$$W_{\Xi}(p) \cong \frac{1 - e^{-pT}}{p},$$

передаточная функция:

$$W_{\Pi}(p) \cong \frac{1 - e^{-pT}}{p} W_{\text{H}}(p) \cong (-e^{-pT}) \frac{W_{\text{H}}(p)}{p}.$$

Учитывая, что $z = e^{pT}$ и переходя от непрерывного преобразования Лапласа к z -преобразованию, записываем:

$$W_{\Pi}(z) \cong (-z^{-1}) Z \left\{ \frac{W_{\text{H}}(p)}{p} \right\}.$$

Передаточная функция разомкнутой импульсной системы – это отношение изображений (в соответствии с дискретным преобразованием Лапласа) выходного и входного импульсных сигналов (см. рисунок 4.1, а) при нулевых начальных условиях:

$$W^*(z) \cong \frac{Y^*(z)}{E^*(z)}.$$

Аналогично определяется эта передаточная функция в соответствии с z -преобразованием:

$$W(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Y(z)}{E(z)}.$$

Передаточная функция замкнутой импульсной системы определяется в соответствии с уравнением замыкания через дискретную передаточную функцию разомкнутой САУ (см. рисунок 4.1, а):

$$\Phi(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W(z)}{1+W(z)}. \quad (4.9)$$

Передаточная функция ошибки импульсной системы определяется через дискретную передаточную функцию разомкнутой САУ по формуле:

$$\Phi_e(z) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{E(z)}{X(z)} = \frac{1}{1+W(z)}.$$

По этой передаточной функции при известном задающем воздействии можно оценить динамическую точность импульсной САУ, найдя решетчатую функцию ошибки.

Как и в теории непрерывных САУ, для определения устойчивости дискретных САУ достаточно исследовать характеристическое уравнение замкнутой системы. Если передаточная функция замкнутой системы описывается выражением (4.9), то характеристическое уравнение имеет вид:

$$1 + W(z) = 0.$$

Как известно из линейной теории САУ, если корни характеристического уравнения лежат слева от мнимой оси (рисунок 4.4, а), то система устойчива. Область устойчивости в плоскости p (рисунок 4.4, а) можно отразить в плоскость z (рисунок 4.4, б). Для этого в выражение для $z = e^{pT}$ необходимо подставить $s = j\omega$ и изменять частоту в пределах $-\infty < \omega < \infty$. При изменении частоты ω комплексная величина $z = e^{j\omega T}$ изменяется так, что ее модуль $|z| = 1$ и аргумент $\arg z = \omega T$. В результате на комплексной плоскости получается окружность единичного радиуса. Областью устойчивости является внутренняя часть круга.

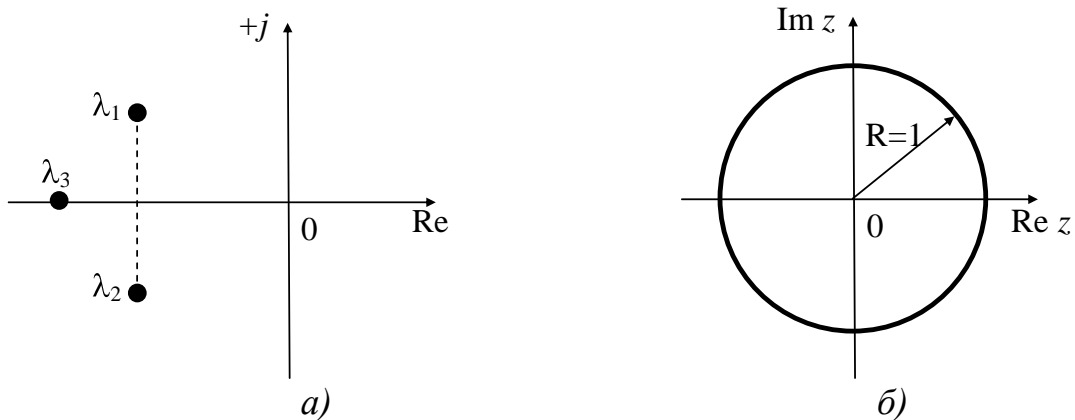


Рисунок 4.4 – Область устойчивости САУ в плоскости p (а) и в плоскости z (б)

Для того чтобы пользоваться критерием устойчивости непрерывных САУ для анализа устойчивости дискретных САУ, необходимо преобразовать характеристическое уравнение дискретной САУ путем подстановки:

$$z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega}, \quad (4.10)$$

где выражение (4.10) представляет собой билинейное преобразование. С помощью билинейного преобразования единичный круг в комплексной плоскости z отображается в левую часть комплексной плоскости ω .

Пусть характеристическое уравнение определяется выражением:

$$c_n z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_1 z + c_0 = 0. \quad (4.11)$$

Чтобы отобразить единичный круг в комплексной плоскости z в левую часть комплексной плоскости ω , необходимо в уравнении (4.11) вместо z подставить его значение из выражения (4.10):

$$c_n \left[\frac{1 + \omega}{1 - \omega} \right]^n + c_{n-1} \left[\frac{1 + \omega}{1 - \omega} \right]^{n-1} + \dots + c_0 = 0,$$

или

$$c_n \omega^n + c_{n-1} \omega^{n-1} + \dots + c_1 \omega + c_0 = 0. \quad (4.12)$$

Корням характеристического уравнения (4.11), лежащим внутри круга единичного радиуса плоскости z , будут соответствовать корни характеристического уравнения (4.12), лежащие в левой части плоскости ω .

Таким образом, благодаря применению билинейного преобразования (4.10) все критерии устойчивости, разработанные для анализа устойчивости непрерывных САУ, можно использовать и для анализа дискретных САУ.

Кривую переходного процесса САУ с ЦВУ можно определить различными способами. Рассмотрим решение задачи построения переходного процесса по его дискретному изображению. Изображение кривой переходного процесса:

$$H(z) = W_3(z) Z \{h[n]\} = W_3(z) \frac{z}{z-1}, \quad (4.13)$$

где $W_3(z)$ – передаточная функция замкнутой САУ; $Z \{h[n]\} = \frac{z}{z-1}$ – изображение единичной решетчатой функции.

Выражение (4.13) можно представить в другом виде:

$$H(z) = \frac{D(z)}{F(z)} = \frac{c_m z^{-m} + c_{m-1} z^{m-1} + \dots + c_1 z + z_0}{d_n z^{-n} + d_{n-1} z^{n-1} + \dots + d_1 z + d_0}. \quad (4.14)$$

С учетом дискретного преобразования Лапласа запишем:

$$H(z) = \frac{D(z)}{F(z)} = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] z^{-n}, \quad (4.15)$$

где $h[n]$ – решетчатая переходная функция.

Приравняв правые части выражений (4.14) и (4.15), получаем:

$$\frac{\sum_{j=0}^m c_j z^j}{\sum_{j=0}^n d_j z^j} = \sum_{n=0}^{\infty} h \mathbb{I} \bar{z}^{-n}. \quad (4.16)$$

Раскрывая сумму и умножая левую и правую части выражения (4.16) на полином $F(z)$, находим:

$$c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_m z^{-m} = (d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_n z^{-n}) \times (h[0] + h[1] + h[2] + \dots). \quad (4.17)$$

Приравнявая коэффициенты правой и левой частей выражения (4.17) при одинаковых степенях z , получаем:

$$\begin{cases} c_0 = d_0 h \mathbb{I} \bar{z}; \\ c_1 = d_0 h \mathbb{I} \bar{z} + d_1 h \mathbb{I} \bar{z}; \\ c_2 = d_0 h \mathbb{I} \bar{z} + d_1 h \mathbb{I} \bar{z} + d_2 h \mathbb{I} \bar{z}; \\ \dots \end{cases} \quad (4.18)$$

Из выражения (4.18) определяем значения решетчатой переходной функции в дискретные моменты времени:

$$\begin{cases} h \mathbb{I} \bar{z} = \frac{c_0}{d_0}; \\ h \mathbb{I} \bar{z} = \frac{\mathbb{I}_1 - d_1 h[0] \bar{z}}{d_0}; \\ h \mathbb{I} \bar{z} = \frac{\mathbb{I}_2 - d_1 h[1] - d_2 h[0] \bar{z}}{d_0}; \\ \dots \end{cases}$$

В общем случае рекуррентная формула для определения решетчатой кривой переходного процесса имеет вид:

$$h \mathbb{I} \bar{z} = \frac{1}{d_0} \left[c_n - \sum_{j=0}^{n-1} d_{n-j} h[j] \right]. \quad (4.19)$$

Вычисление по формуле (4.19) легко реализуется на ЦВУ.

4.4 Пример анализа устойчивости дискретной САУ во временной и частотной областях

Дана одноконтурная дискретная САУ, структурная схема которой приведена на рисунке 4.5. На структурной схеме присутствуют блоки преобразования аналоговой величины в дискретную (АД) и дискретной величины в аналоговую (ДА). Коэффициент передачи блока дискретных величин $D[z] =$

$k_D = 10$. Передаточная функция интегрирующего блока $W(p) = \frac{k_0}{p}$, где $k_0 = 0.5$.

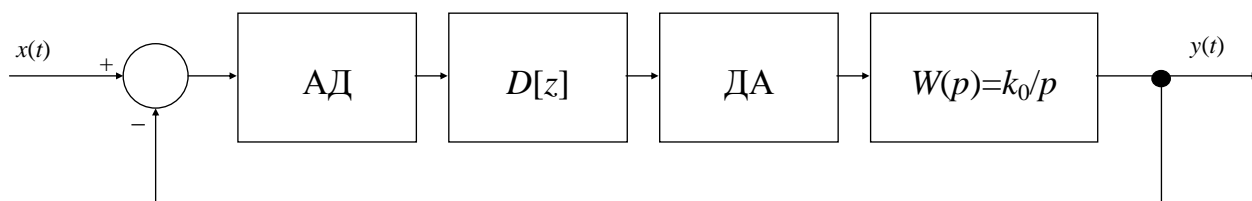


Рисунок 4.5 – Структурная схема одноконтурной дискретной САУ

Требуется установить: 1) обеспечивается ли при каком-либо значении периода квантования T устойчивость данной САУ; 2) в случае обеспечения устойчивости САУ – возможно ли при каком-либо значении периода квантования T получить переходный процесс за один шаг дискретности.

1 этап. Исследование дискретной САУ в системе MathCAD.

При выполнении этапа исследования использованы приемы №2, 6, 8, 9 раздела «Типовые приемы работы в MathCAD...».

Подвергнем преобразованию исходную структурную схему дискретной САУ. На преобразованной структурной схеме (рисунок 4.6) видно, что цепь обратной связи отсутствует; цифровая часть представлена в виде ключа S с периодом замыкания равным периоду квантования T . Предполагаем, что процесс размыкания и замыкания ключа происходит мгновенно. На выходе ключа S присутствует приведенная непрерывная часть САУ в составе: экстраполятор нулевого порядка $G(p)$, безынерционный блок с коэффициентом передачи $k_D = 10$ и интегрирующий блок $W(p)$.



Рисунок 4.6 – Разомкнутая САУ с приведенной непрерывной частью

Для дальнейшего анализа свойств дискретной САУ необходимо перейти в z -плоскость, т.е. провести z -преобразование. Z -преобразование выходного сигнала разомкнутой САУ равно z -преобразованию произведения составляющих звеньев:

$$Y[z] = Z\{G(p) \cdot k_D \cdot W(p)\}.$$

Как следует из пункта 4.3, передаточная характеристика в p -плоскости экстраполятора нулевого порядка равна:

$$G(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Учитывая, что $z = e^{pT}$, имеем:

$$\begin{aligned} Y[z] &= Z \left\{ \frac{1 - e^{-pT}}{p} \cdot k_D \cdot \frac{k_0}{p} \right\} = k_D k_0 \left(-z^{-1} \right) Z \left\{ \frac{1}{p^2} \right\} = k_D k_0 \left(-z^{-1} \right) \frac{zT}{z-1} = \\ &= \frac{k_D k_0 T}{z-1}. \end{aligned}$$

Заметим, что константы k_D и k_0 можно выносить за знак z -преобразования по *теореме об умножении константы* [9]. Z -преобразование числителя передаточной функции экстраполятора $(1 - e^{-pT})$ также можно вынести за скобки в соответствии с *теоремой сдвига во временной области* [9]. Однако z -преобразование всех других выражений, содержащих переменную p , должно быть определено как для одного целого.

Z -преобразование выражения $\frac{1}{p^2}$ можно осуществить двумя способами: либо по алгоритму, рассмотренному в пункте 4.3, либо с помощью системы MathCAD. Второй вариант является более предпочтительным. По правилам системы MathCAD z -преобразование осуществляется из временной области. Следовательно, нужно провести обратное преобразование Лапласа выражения $\frac{1}{p^2}$, а затем полученное выражение перевести в z -область. При работе с функциями символьного процессора `invlaplace` и `ztrans` следует указывать после запятой переменную той области, из которой происходит преобразование. Кроме этого, при работе с функцией `ztrans` производится искусственный прием – замена всех вхождений аргумента t в исходном выражении на произведение $t \cdot T$, где T – период квантования.

$$\frac{1}{p^2} \text{ invlaplace, p } \rightarrow t \quad t \cdot T \text{ ztrans, t } \rightarrow T \cdot \frac{z}{(z-1)^2} \quad k_D \cdot k_0 \cdot \{1 - z^{-1}\} \cdot \left[T \cdot \frac{z}{(z-1)^2} \right] \text{ simplify } \rightarrow T \cdot k_D \cdot \frac{k_0}{(z-1)}$$

Итак, передаточная функция разомкнутого контура САУ:

$$Y[z] = \frac{k_D k_0 T}{z-1}.$$

Передаточная функция замкнутого контура САУ:

$$\Phi[z] = \frac{Y[z]}{1 + Y[z]} = \frac{k_D k_0 T}{z + k_D k_0 T - 1}.$$

Аналогичный результат может быть получен в системе MathCAD при использовании функции символьного процессора `simplify`:

Найдем z -преобразование переходного процесса данной САУ. Пусть на вход системы подан единичный скачок $x(t) = 1$. Z -преобразование единичного скачка равно:

$$X[z] = Z \left\{ \overset{1}{\underbrace{1}_{t \rightarrow \tau}} \right\} \frac{z}{z-1}.$$

$$1 \xrightarrow{z \text{ trans, } t} \frac{z}{(z-1)}$$

Тогда z -изображение переходного процесса выглядит как z -преобразование произведения передаточной функции замкнутого контура САУ $\Phi[z]$ и единичного скачка $X[z]$:

$$H[z] = \Phi[z] \cdot X[z] = \frac{k_D k_0 T}{z + k_D k_0 T - 1} \cdot \frac{z}{z-1}. \quad (3.21)$$

Проверим предыдущие расчеты путем исследования переходного процесса данной дискретной САУ при четырех различных периодах квантования:

Период	Гипотеза
$T_1 = 0.1$ с	Система должна выходить в установившийся режим за несколько шагов дискретности
$T_2 = 0.2$ с	Система должна выходить в установившийся режим за один шаг дискретности
$T_3 = 0.4$ с	Система должна находиться на границе устойчивости
$T_4 = 0.8$ с	Система должна обладать неустойчивым (расходящимся) переходным процессом

Первый и четвертый случаи введены нами для большей наглядности, чтобы противопоставить их случаям №2 и №3, соответственно. Значения периодов квантования T_1 и T_4 взяты произвольно, но так, что $T_1 < T_2$ и $T_4 > T_3$. Подставляя числовые значения в (3.21), будем иметь z -изображение переходного процесса для четырех случаев периода квантования:

$$T_1 = 0.1 \text{ с}; \quad H[z] = \frac{0.5z}{z^2 - 1.5z + 0.5};$$

$$T_2 = 0.2 \text{ с}; \quad H[z] = \frac{1}{z-1};$$

$$T_3 = 0.4 \text{ с}; \quad H[z] = \frac{2z}{z^2 - 1};$$

$$T_4 = 0.8 \text{ с}; \quad H[z] = \frac{4z}{z^2 + 2z - 3}.$$

Для того, чтобы получить дискретное изображение кривой переходного процесса необходимо числитель выражения (3.21) поделить на знаменатель того же выражения. При делении необходимо руководствоваться правилом: **наибольший показатель степени в многочлене, который получается как**

частное от деления, должен быть таким, чтобы в остатке от деления получался ноль в старшем разряде (см. нижеследующий листинг).

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 -2z \\
 -2z - 2z^{-1} \\
 \hline
 0 + 2z^{-1} \\
 \hline
 2z^{-1} - 2z^{-3} \\
 \hline
 0 + 2z^{-3} \\
 \hline
 2z^{-3} - 2z^{-5} \\
 \hline
 \dots\dots\dots
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 z^2 - 1 \\
 \hline
 2z^{-1} + 0z^{-2} + 2z^{-3} + \dots
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

ноль в старшем разряде
наибольший показатель степени

Показатель степени -1 характеризует минимальный сдвиг во временной области относительно начального момента времени $t = 0$. Показатель степени 0 получается при делении числителя на знаменатель, имеющих полиномы одинакового порядка, и характеризует, что дискретная система имеет ненулевые начальные условия.

Для случая $T_3 = 0.4$ с процесс деления выглядит следующим образом:

Возьмем обратное z -преобразование от многочлена, полученного как частное от деления:

$$\begin{aligned}
 h_3(nT_3) &= 0 + 2h(t - T_3) + 0h(t - 2T_3) + 2h(t - 3T_3) + \dots = \\
 &= 0 + 2h(t - 0.4) + 0h(t - 0.8) + 2h(t - 1.2) + \dots,
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

где $h(t)$ – единичная ступенчатая функция.

Преобразуем выражение (3.22) с целью получить функцию, зависящую от одного аргумента – времени t :

$$h_3(t) = \begin{cases} 0; \rightarrow 0 \leq t \leq T_3; \\ 2; \rightarrow T_3 < t \leq 2T_3; \\ 0; \rightarrow 2T_3 < t \leq 3T_3; \\ 2; \rightarrow 3T_3 < t \leq 4T_3; \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Аналогичным образом можно получить функции $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_4(t)$ для случаев, когда период квантования $T_1 = 0.1$ с; $T_2 = 0.2$ с; $T_4 = 0.8$ с, соответственно.

$$h_1(t) = \begin{cases} 0; \rightarrow 0 \leq t \leq T_1; \\ 0.5; \rightarrow T_1 < t \leq 2T_1; \\ 0.75; \rightarrow 2T_1 < t \leq 3T_1; \\ 0.875; \rightarrow 3T_1 < t \leq 4T_1; \\ 0.9375; \rightarrow 4T_1 < t \leq 5T_1; \\ 0.96875; \rightarrow 5T_1 < t \leq 6T_1; \\ \dots\dots\dots \end{cases} \quad h_2(t) = \begin{cases} 0; \rightarrow 0 \leq t \leq T_2; \\ 1; \rightarrow T_2 < t \leq 2T_2; \\ 1; \rightarrow 2T_2 < t \leq 3T_2; \\ 1; \rightarrow 3T_2 < t \leq 4T_2; \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$h_4(t) = \begin{cases} 0; \rightarrow 0 \leq t \leq T_4; \\ 4; \rightarrow T_4 < t \leq 2T_4; \\ -8; \rightarrow 2T_4 < t \leq 3T_4; \\ 28; \rightarrow 3T_4 < t \leq 4T_4; \\ -80; \rightarrow 4T_4 < t \leq 4T_4; \\ \dots \end{cases}$$

Графики функций переходных процессов $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$, $h_4(t)$ представлены на рисунке 4.7.

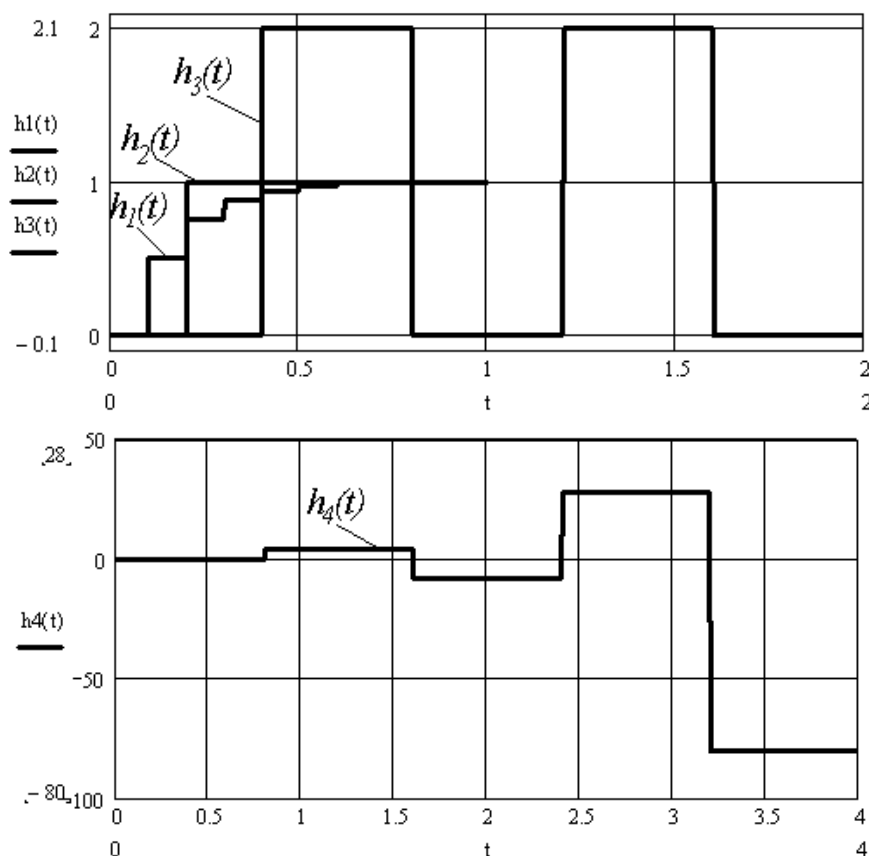


Рисунок 4.7 – Графики функций переходных процессов

Анализ графиков показывает, что четыре различных периода квантования характеризуют различные переходные процессы – установившийся за несколько шагов дискретности [$h_1(t)$, $T_1 = 0.1$ с]; установившийся за один шаг дискретности [$h_2(t)$, $T_2 = 0.2$ с]; колебательный незатухающий [$h_3(t)$, $T_3 = 0.4$ с]; колебательный расходящийся [$h_4(t)$, $T_4 = 0.8$ с].

Проведем исследование дискретной САУ в частотной области для четырех рассмотренных выше случаев. Необходимость во введении билинейного преобразования частоты $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$ (см. пункт 4.3) при анализе частотных свойств исторически была связана со сложностью трансцендентных исходных выражений. Билинейное преобразование позволяло привести исходное

выражение к виду, которое поддается качественному анализу и построению приближительных частотных характеристик. Однако применение системы MathCAD позволяет избегать искусственных приемов в виде билинейного преобразования частоты.

Пусть диапазон рабочих частот дискретной САУ составляет 1 – 20 Гц; количество точек, в которых будут вычислены частотные характеристики, $N = 1000$. Тогда шаг приращения аргумента:

$$Step = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{N}.$$

Вычисление нового значения аргумента (линейной частоты) будет происходить по рекуррентной формуле:

$$f_i = f_{\min} + Step \cdot i,$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, N$.

Учитывая, что $z = e^{pT} = e^{j2\pi fT}$, определим промежуточную функцию частоты z как:

$$z(f_i) = \text{Exp}(j2\pi f_i T),$$

где f_i – текущее значение линейной частоты; T – период квантования.

Заметим, что при исследовании в частотной области должна быть представлена только передаточная функция замкнутого контура САУ $\Phi[z]$, без учета z -изображения единичного скачка $X[z]$. Например, для третьего случая, когда $T_3 = 0.4$ с, передаточная функция замкнутого контура САУ:

$$\Phi[z] = \frac{k_D k_0 T}{z + k_D k_0 T - 1} = \frac{10 \cdot 0.5 \cdot 0.4}{z + 10 \cdot 0.5 \cdot 0.4 - 1} = \frac{2}{z + 1}.$$

В системе MathCAD расчетная часть выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} f_{\min} &:= 1 & f_{\max} &:= 20 & N &:= 1000 & Step &:= \frac{f_{\max} - f_{\min}}{N} & i &:= 0..N & f_i &:= f_{\min} + Step \cdot i \\ z1_i &:= e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot T1} & z2_i &:= e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot T2} & z3_i &:= e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot T3} & z4_i &:= e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot T4} \\ \Phi1_i &:= \frac{2}{z1_i + 1} & \Phi2_i &:= \frac{1}{z2_i} & \Phi3_i &:= \frac{0.5}{z3_i - 0.5} & \Phi4_i &:= \frac{4}{z4_i + 3} \\ A1_i &:= 20 \cdot \log(|\Phi1_i|) & A2_i &:= 20 \cdot \log(|\Phi2_i|) & A3_i &:= 20 \cdot \log(|\Phi3_i|) & A4_i &:= 20 \cdot \log(|\Phi4_i|) \\ \Theta1_i &:= \arg(\Phi1_i) \cdot \frac{180}{\pi} & \Theta2_i &:= \arg(\Phi2_i) \cdot \frac{180}{\pi} & \Theta3_i &:= \arg(\Phi3_i) \cdot \frac{180}{\pi} & \Theta4_i &:= \arg(\Phi4_i) \cdot \frac{180}{\pi} \end{aligned}$$

Графики АЧХ и ФЧХ, построенные в системе MathCAD, представлены на рисунке 4.8.

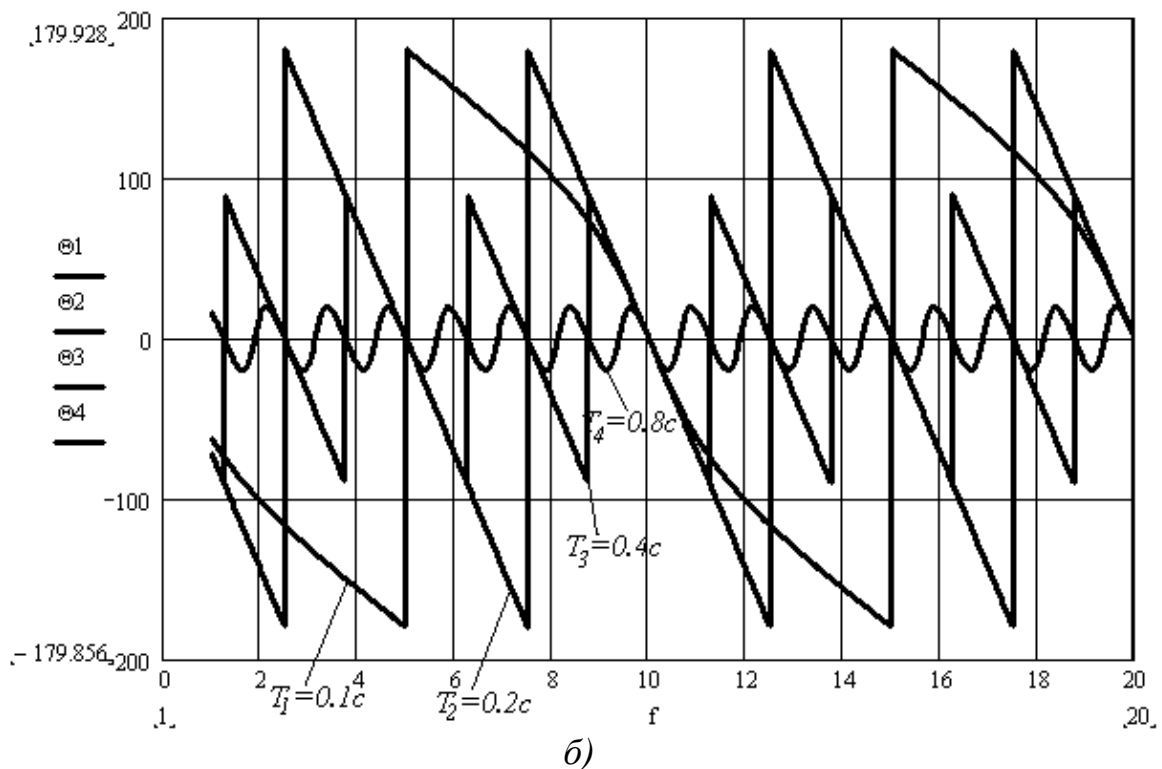
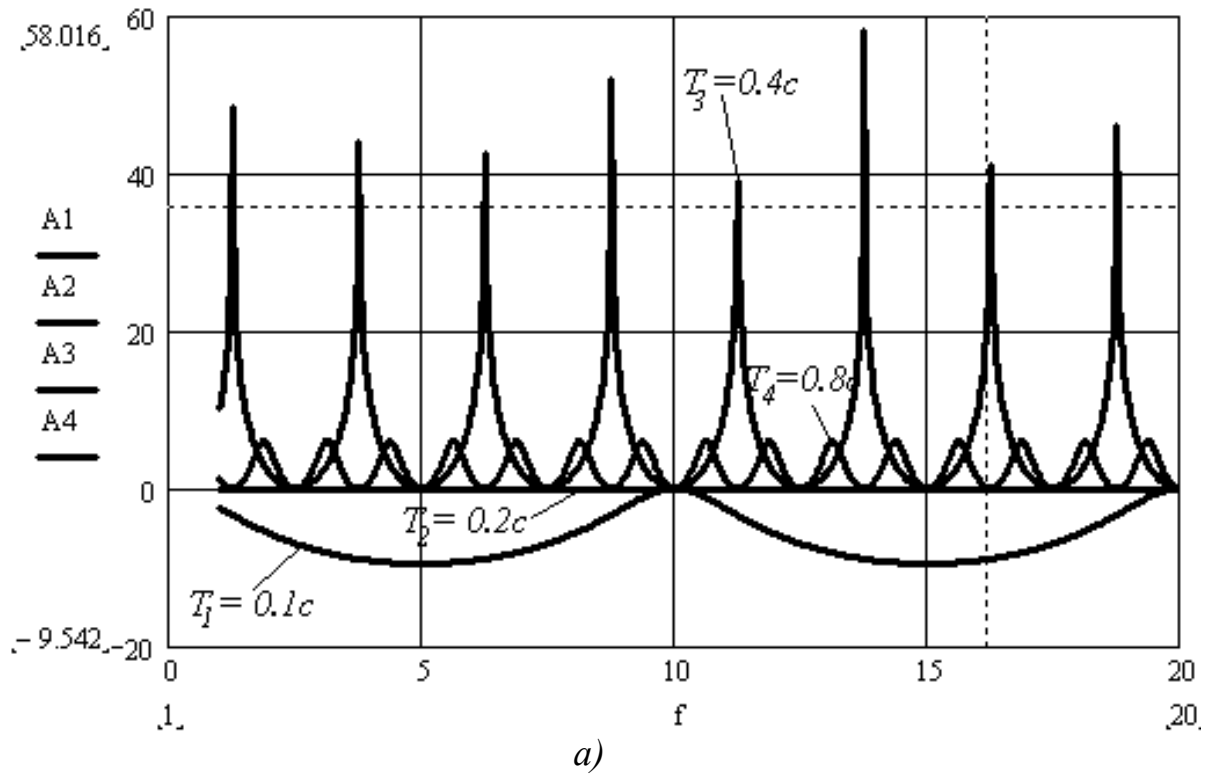


Рисунок 4.8 – Амплитудно-частотные (а) и фазо-частотные (б) характеристики, полученные в MathCAD

Из анализа графиков можно сделать выводы:

1. Если во временной области переходный процесс занимает несколько шагов дискретности, то в частотной области система ведет себя как дискретный аттенуатор (ослабитель) сигналов с частотой:

$$f = \frac{1}{2T} + \frac{n}{T},$$

где T – период квантования; $n = 0, 1, 2, \dots$

2. Если во временной области переходный процесс занимает один шаг дискретности, то в частотной области система ведет себя как линейное фазосдвигающее звено с единичным коэффициентом усиления.

3. Если во временной области переходный процесс имеет незатухающий колебательный характер, то в частотной области система ведет себя как резко выраженный дискретный фильтр для сигналов с частотой:

$$f = \frac{1}{2T} + \frac{n}{T}.$$

4. Если во временной области переходный процесс имеет расходящийся колебательный характер, то в частотной области система обладает слабо выраженными свойствами дискретного фильтра.

II этап. Исследование дискретной САУ в системе MicroCAP.

При выполнении этапа исследования использован прием №7 раздела «Типовые приемы работы в MicroCAP...».

На функциональном уровне вся дискретная САУ может быть представлена одним линейно управляемым z -источником с соответствующими параметрами. Заметим, что передаточная функция дискретной САУ $\Phi[z]$ не должна включать z -изображения входного единичного скачка $X[z]$. Единичный скачок задается в программе MicroCAP путем подключения универсального источника с напряжением по постоянному и переменному току в 1В. При этом преобразование в z -область сигнала входного источника программа делает при моделировании автоматически.

Функциональные схемы дискретной САУ для четырех ранее рассмотренных случаев представлены на рисунке 4.9.

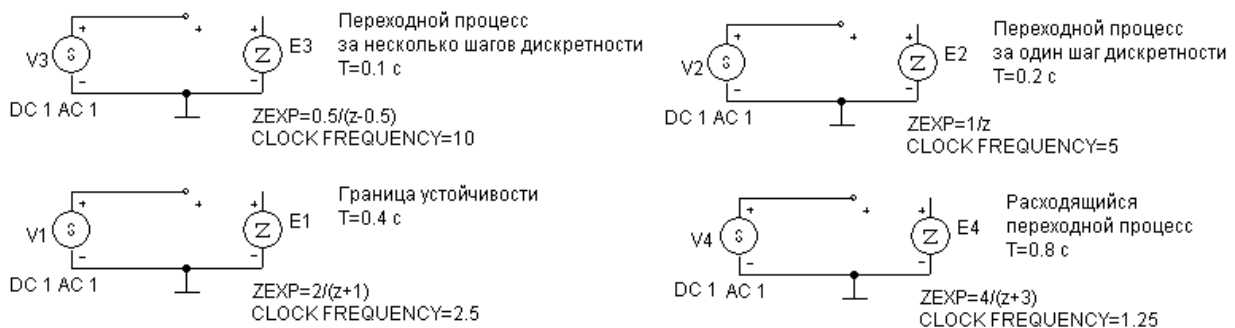




Рисунок 4.9 – Функциональные схемы дискретной САУ

При исследовании во временной области опция **Operating Point** (Расчет положения рабочей точки) в диалоговом окне **Transient Analysis Limits** должна быть обязательно *выключена*.

При исследовании в частотной области:

- в строке ввода **Frequency Range** (Диапазон частот) указываем рабочий диапазон частот **20,1**;
- в выпадающем списке **Frequency Step** (Шаг по частоте) выбираем значение **Linear** (Линейный);
- в строке ввода **Number of Points** (Количество точек) указываем **1000**, аналогично этапу исследования в системе MathCAD;
- шкалы по осям абсцисс и ординат должны быть линейные – графические кнопки слева от таблицы имеют вид  и , соответственно.

Результаты исследования в системе MicroCAP представлены на рисунках 4.10 – 4.11. Сравнительный анализ графиков функций, полученных в системах MathCAD и MicroCAP, позволяет сделать вывод об адекватности проведенного исследования.

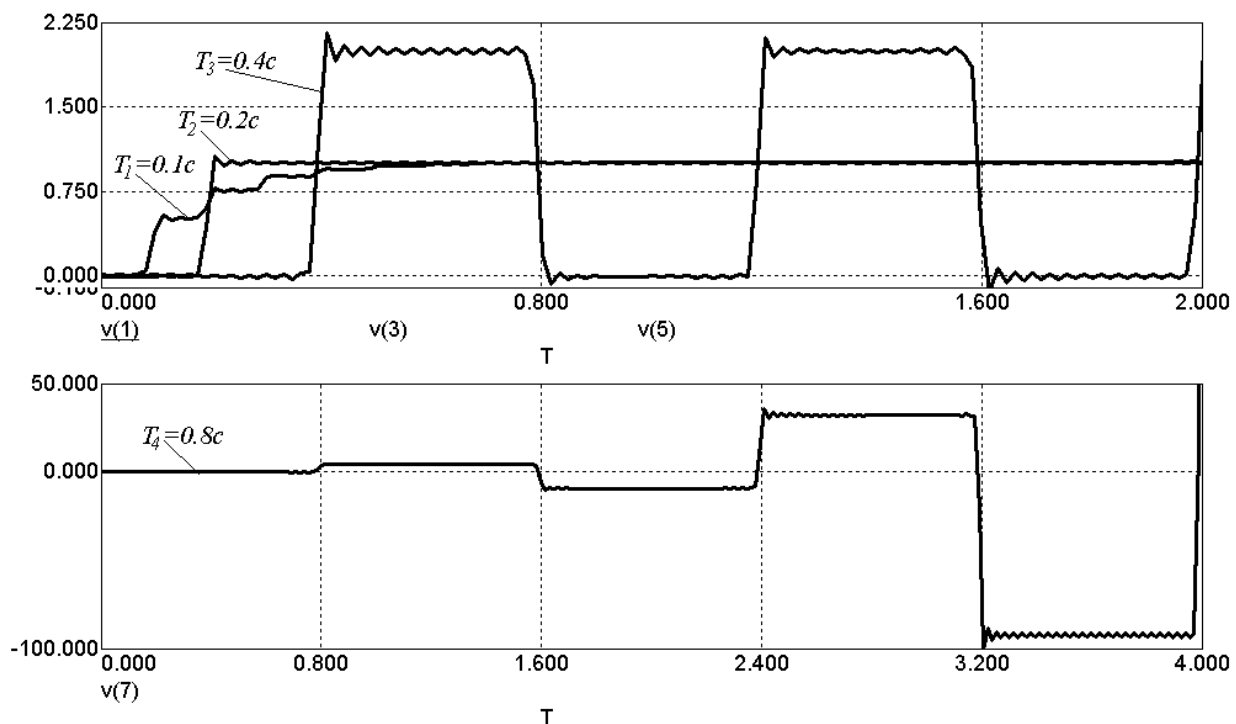


Рисунок 4.10 - Графики функций переходных процессов, полученные в MicroCAP

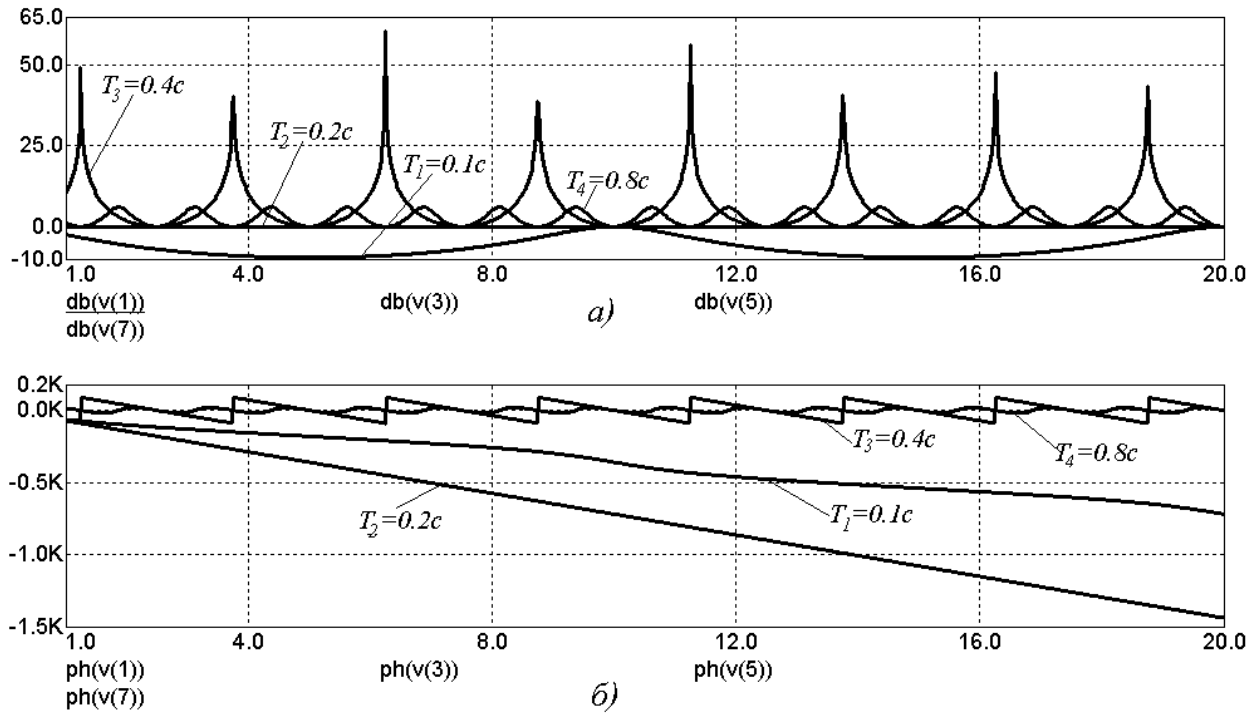


Рисунок 4.11 - Амплитудно-частотные (а) и фазо-частотные (б) характеристики, полученные в MicroCAP

4.5 Лабораторное задание

Варианты №1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25. Для этих вариантов задания необходимо провести исследование дискретной САУ с дифференцирующим звеном в непрерывной части.

1. В системе MathCAD получить передаточную функцию замкнутого контура САУ.

2. Доказать, что устойчивость и количество тактов переходного процесса такой САУ не зависят от периода квантования.

3. Получить z-изображение переходного процесса замкнутого контура САУ при $T = 0.4$ с. Ограничиться первыми пятью слагаемыми в частном от деления числителя на знаменатель.

4. Получить АЧХ и ФЧХ дискретной системы при $T = 0.4$ с.

5. В системе MicroCAP получить переходной процесс, АЧХ и ФЧХ при $T = 0.4$ с.

6. Сравнить результаты, сделать выводы.

Примечание. В символических преобразованиях в MathCAD функция $\text{Dirac}(t)$ обозначает дельта-функцию $\delta(t)$, представляющую собой производную единичной ступенчатой функции. Дельта-функции свойственна тождественность нулю повсюду, кроме точки $t = 0$, в которой она стремится к бесконечности.

Варианты №2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23. Для этих вариантов задания необходимо провести исследование дискретной САУ с интегрирующим звеном в непрерывной части.

Выполнение лабораторного задания аналогично методическому примеру, рассмотренному выше. Значения периодов квантования T_1 и T_4 принять

так, чтобы $T_1 = \frac{T_2}{2}$ и $T_4 = 2 \cdot T_3$, где T_2 – период квантования при котором пе-

реходный процесс занимает один такт; T_3 – период квантования, соответствующий границе устойчивости. Диапазон рабочих частот дискретной си-

стемы определить как $\Delta f = 2 \cdot \frac{1}{T_1}$.

Варианты №3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24. Для этих вариантов задания необходимо провести исследование дискретной САУ с интегрирующим звеном в непрерывной части.

1. В системе MathCAD получить передаточную функцию замкнутого контура САУ.

2. Доказать, что устойчивость такой САУ не зависит от периода квантования. Доказать, что при любом периоде квантования невозможно получить длительность переходного процесса в один такт.

3. Получить z -изображение переходного процесса замкнутого контура САУ при $T_1 = 0.1$ с и $T_2 = 0.2$ с. Ограничиться первыми пятью слагаемыми в частном от деления числителя на знаменатель.

4. Получить АЧХ и ФЧХ дискретной системы при $T_1 = 0.1$ с и $T_2 = 0.2$ с.

5. В системе MicroCAP получить переходной процесс, АЧХ и ФЧХ при $T_1 = 0.1$ с и $T_2 = 0.2$ с.

6. Сравнить результаты, сделать выводы.

Примечание. В символических преобразованиях в MathCAD функция $\text{Dirac}(t)$ обозначает дельта-функцию $\delta(t)$, представляющую собой производную единичной ступенчатой функции. Дельта-функции свойственна тождественность нулю повсюду, кроме точки $t = 0$, в которой она стремится к бесконечности.

4.6 Контрольные вопросы

1. Что такое дискретная система автоматического управления?
2. Что такое экстраполятор нулевого порядка?
3. Для чего в методическом примере при рассмотрении преобразованной структурной схемы на рисунке 4.6 сделано допущение о том, что ключ S замыкается и размыкается мгновенно?
4. Что такое решетчатая функция?
5. Какие величины и выражения можно выносить за знак z -преобразования?
6. Почему для того, чтобы переходный процесс заканчивался за один шаг дискретности необходимо равенство нулю полюса передаточной функции САУ?
7. Каково условие устойчивости дискретной САУ в частотной области?
8. Чему равно z -преобразование единичной ступенчатой функции?

4.7 Варианты задания

Во всех вариантах задания одинаковыми являются следующие данные:

- структура построения дискретной САУ, аналогичная рисунку 4.5;
- количество точек для построения частотных характеристик $N = 1000$.

Таблица

Номер варианта	Коэффициент передачи дискретного блока k_D	Передаточная функция аналогового блока $W(p)$
1	2	$1 + k_0 p$; где $k_0 = 1$
2	4	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 10$
3	1	$1 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 1$; $k_2 = 1$
4	6	$0.2 + k_0 p$; где $k_0 = 5$
5	10	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 0.2$
6	2	$1 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 10$; $k_2 = 5$
7	5	$1 + k_0 p$; где $k_0 = 7$
8	0.2	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 5$
9	0.1	$1 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 0.2$; $k_2 = 0.5$
10	15	$15 + k_0 p$; где $k_0 = 0.3$
11	0.1	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 0.01$
12	5	$1 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 0.4$; $k_2 = 10$
13	20	$1 + k_0 p$; где $k_0 = 0.5$
14	4	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 1$
15	6	$10 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 12$; $k_2 = 0.2$
16	2	$1 - k_0 p$; где $k_0 = 1$

Окончание таблицы

Номер варианта	Коэффициент передачи дискретного блока k_D	Передаточная функция аналогового блока $W(p)$
17	2	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 0.5$
18	0.3	$0.1 + \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 1$; $k_2 = 0.4$
19	2	$-1 - k_0 p$; где $k_0 = 1$
20	0.8	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 10$
21	15	$1 + \frac{k_1}{p} - k_2 p$; где $k_1 = 1$; $k_2 = 1$
22	3	$2 - k_0 p$; где $k_0 = 10$
23	0.05	$\frac{k_0}{p}$; где $k_0 = 0.5$
24	10	$1 - \frac{k_1}{p} + k_2 p$; где $k_1 = 1$; $k_2 = 1$
25	1	$-2 - k_0 p$; где $k_0 = 5$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяконов В. MathCAD 2001: Учебный курс. СПб: Питер, 2001. – 621 с.
2. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью Micro-CAP 7. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 368 с.
3. Micro-CAP 7.0. Electronic Circuit Analysis Program. User's Guide – Sunnyvale: Spectrum Software, 2001.
4. Micro-CAP 7.0. Electronic Circuit Analysis Program. Reference Manual - Sunnyvale: Spectrum Software, 2001.
5. Коган Б.Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 512 с.
6. Андрющенко В.А. Теория систем автоматического управления: Учеб. пособие. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1990. – 256 с.
7. Коммутационные устройства радиоэлектронной аппаратуры / Под ред. Г.Я.Рыбина. М.: Радио и связь, 1985. – 263 с.
8. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления/ Под ред. Е.А.Санковского. – Минск: Вышэйшая школа, 1973. – 584 с.
9. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. М.:Машиностроение, 1986. – 448 с.
10. Смоллов В.Б., Лебедев А.Н. и др. Вычислительные машины непрерывного действия. М.: Высш. школа, 1964. – 553 с.
11. Подлипенский В.С., Сабинин Ю.А., Юрчук Л.Ю. Элементы и устройства автоматики. С.-П.: Политехника, 1995. – 471 с.
12. Васильев Д.В., Чуич В.Г. Системы автоматического регулирования и управления. М.: Высш. школа, 1967. – 417 с.
13. Устройства и элементы автоматического регулирования и управления/ Под ред. В.В.Солодовникова. М.: Машиностроение, 1975.
14. Созонник Г.Д., Стеклов В.К. Цифровые системы управления. К.: Тэхніка, 1991. – 191 с.
15. Барковский В.В., Захаров В.Н., Шаталов А.С. Методы синтеза систем управления. Под общей редакцией А.С.Шаталова. М.: Машиностроение, 1969. – 328 с.
16. Теория автоматического управления. Под ред. А.С.Шаталова. М.: Высшая школа, 1977. – 448 с.
17. Задачник по теории автоматического управления/ Андреев Н.И., Васильев С.К., Захаров В.Н. и др. Под ред. А.С.Шаталова. М.: Энергия, 1979. – 544 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 – НЕКОТОРЫЕ ВСТРОЕННЫЕ ФУНКЦИИ MATHCAD

Таблица

Функция	Аргументы	Описание
$a... (z)$ (вместо многоточия \sin , \cos и т.д.)	z - аргумент	Обратная тригонометрическая или гиперболическая функция
$\arg(z)$	z - аргумент функции	Аргумент комплексного числа
$\text{atan2}(x,y)$	x, y - координаты точки	Угол, отсчитываемый от оси ox до точки (x,y)
$\text{Bulstoer}(y_0,t_0,tl,M,D)$	См. <i>rkfixed</i>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Булирша-Штера
$\text{bulstoer}(y_0,t_0,tl,ace,D, k,s)$	См. <i>rkadapt</i>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Булирша-Штера (для определения только последней точки интервала)
$\text{ceil}(x)$	x - аргумент	Наименьшее целое, не меньшее x
$\text{cfft}(y)$ $\text{CFFT}(y)$	y - вектор данных	Вектор прямого комплексного преобразования Фурье (в разных нормировках)
$\cos(z)$	z - аргумент	Косинус
$\cosh(z)$	z - аргумент	Гиперболический косинус
$\cot(z)$	z - аргумент	Котангенс
$\coth(z)$	z - аргумент	Гиперболический котангенс
$\csc(z)$	z - аргумент	Косеканс
$\text{csch}(z)$	z - аргумент	Гиперболический косеканс

Продолжение таблицы

Функция	Аргументы	Описание
$\text{csgn}(z)$	z - аргумент	Комплексный знак числа
$\text{exp}(z)$	z - аргумент	Экспонента в степени z
$\text{expfit}(x,y,g)$	x, y - векторы данных; g - вектор начальных значений a, b, c	Регрессия экспонентой $ae^{bx} + c$
$\text{fft}(y)$ $\text{FFT}(y)$	y - вектор данных	Вектор прямого преобразования Фурье (в разных нормировках)
$\text{find}(x_1, x_2, \dots)$	x_1, x_2, \dots - переменные	Возвращает корень алгебраического уравнения (скаляр) или системы (вектор), определенных в блоке с <code>given</code>
$\text{floor}(x)$	x - аргумент	Наибольшее целое число, меньшее или равное x
<code>given</code>		Ключевое слово для ввода систем уравнений, неравенств и т.п.
$\text{icfft}(v)$ $\text{ICFFT}(v)$	v - вектор частотных данных Фурье-спектра	Вектор комплексного обратного преобразования Фурье (в разных нормировках)
$\text{if}(cond, x, y)$	<i>cond</i> - логическое условие; x, y - значения, возвращаемые, если условие верно (ложно)	Функция условия
$\text{ifft}(v)$ $\text{IFFT}(v)$	v - вектор частотных данных Фурье-спектра	Вектор обратного преобразования Фурье (в разных нормировках)
$\text{Im}(z)$	z - аргумент	Мнимая часть комплексного числа
$\text{intercept}(x, y)$	x, y - векторы данных	Коэффициент b линейной регрессии $b + ax$

Продолжение таблицы

Функция	Аргументы	Описание
$\text{line}(x,y)$	x, y - векторы данных	Вектор из коэффициентов линейной регрессии $b + ax$
$\text{linterp}(x,y,t)$	x, y - векторы данных; t - аргумент	Кусочно-линейная интерполяция
$\text{ln}(z)$	z - аргумент	Натуральный логарифм
$\text{lnfit}(x,y)$	x, y - векторы данных	Регрессия логарифмической функцией $a \cdot \ln(x) + b$
$\text{log}(z)$	z - аргумент	Десятичный логарифм
$\text{log}(z,b)$	z - аргумент	Логарифм z по основанию b
$\text{logfit}(x,y,g)$	x, y - векторы данных; g - вектор начальных значений a, b, c	Регрессия логарифмической функцией $a \cdot \ln(x + b) + c$
$\text{lsolve}(A,b)$	A - матрица СЛАУ; b - вектор правых частей	Решение системы линейных уравнений (СЛАУ)
$\text{maximize}(f,x1,\dots)$	$f(x1,\dots)$ - функция; $x1,\dots$ - аргументы, по которым производится максимизация	Вектор значений аргументов, при которых функция f достигает максимума (возможно задание дополнительных условий в блоке <code>given</code>)
$\text{minimize}(f,x1,\dots)$	$f(x1,\dots)$ - функция; $x1,\dots$ - аргументы, по которым производится минимизация	Вектор значений аргументов, при которых функция f достигает минимума (возможно задание дополнительных условий в блоке <code>given</code>)

Продолжение таблицы

Функция	Аргументы	Описание
<code>odesolve(t,tl[,step])</code>	t - переменная интегрирования ОДУ; tl - конечная точка интервала интегрирования; $step$ - число шагов интегрирования ОДУ	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для одного ОДУ, определенного в блоке <code>given</code> и начальными условиями в точке t_0
<code>polyroots(v)</code>	v - вектор, составленный из коэффициентов полинома	Возвращает вектор всех корней полинома
<code>pwfit(x,y,g)</code>	x, y - векторы данных; g - вектор начальных значений a, b, c	Регрессия степенной функцией $a \cdot x^b + c$
<code>Re(z)</code>	z - аргумент	Действительная часть комплексного числа
<code>rkadapt(y0,t0,tl,acc, D,k,s)</code>	y_0 - вектор начальных условий; (t_0, tl) – интервал интегрирования; acc – погрешность вычисления; $D(t, y)$ – векторная функция, задающая систему ОДУ; k - максимальное число шагов интегрирования; s - минимальный шаг интегрирования	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге-Кутты с переменным шагом и заданной точностью (для определения только последней точки интервала)
<code>Rkadapt(y0,t0,tl,M,D)</code>	См. <code>rkfixed</code>	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге-Кутты с переменным шагом

Продолжение таблицы

Функция	Аргументы	Описание
$\text{rkfixed}(y_0, t_0, t_l, M, D)$	y_0 - вектор начальных условий; (t_0, t_l) – интервал интегрирования; M - число шагов интегрирования; $D(t, y)$ – векторная функция, задающая систему ОДУ	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для системы ОДУ методом Рунге-Кутты с фиксированным шагом
$\text{root}(f(x, \dots), x[a, b])$	$f(x, \dots)$ – функция; x – переменная; (a, b) – интервал поиска корня	Возвращает корень функции
$\text{round}(x, n)$	x – аргумент; n - число знаков округления после десятичной точки	Округление
$\text{sec}(z)$	z - аргумент	Секанс
$\text{sech}(z)$	z - аргумент	Гиперболический секанс
$\text{sign}(x)$	x - аргумент	Знак числа
$\text{signum}(z)$	z - аргумент	Комплексный знак числа $ z $
$\text{sin}(z)$	z - аргумент	Синус
$\text{sinh}(z)$	z - аргумент	Гиперболический синус
$\text{slope}(x, y)$	x, y - векторы данных	Коэффициент a линейной регрессии $b + ax$
$\text{Stiffb}(y_0, t_0, t_l, M, D, J)$	См. rkfixed $J(t, y)$ -матричная функция Якоби для $D(t, y)$	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Булирша-Штера

Окончание таблицы

Функция	Аргументы	Описание
$\text{stiffb}(y_0, t_0, t_l, \text{acc}, D, J, k, s)$	См. rkadapt $J(t, y)$ - матричная функция Якоби для $D(t, y)$	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Булирша-Штера (для определения только последней точки интервала)
$\text{Stiff}(y_0, t_0, t_l, M, D, J)$	См. Stiffb	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Розенброка
$\text{stiff}(y_0, t_0, t_l, \text{acc}, D, J, k, s)$	См. stiffb	Возвращает матрицу с решением задачи Коши для жесткой системы ОДУ методом Розенброка (для определения только последней точки интервала)
$\tan(z)$	z - аргумент	Тангенс
$\tanh(z)$	z - аргумент	Гиперболический тангенс
$\text{trunc}(x)$	x - аргумент	Целая часть числа

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2 – НЕКОТОРЫЕ СООБЩЕНИЯ ОБ ОШИБКАХ,
ВЫДЫВАЕМЫЕ ПРОГРАММОЙ MATHCAD**

Таблица

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
A "Find" or "Minerr" must be preceded by a matching "Given"	Find или Minerr должны предв-ряться ключе-вым словом Given	Эта ошибка выде-ляет функцию Find или Minerr при их несогласованности с Given	Каждый вычислитель-ный блок, который за-канчивается функцией Find или Minerr, должен начинаться с ключевого слова Given
All evalua-tions result-ed in either an er-ror or a complex result	Вычисления приводят к ошибке или комплексному результату	MathCAD не мо-жет начертить не-которые точки, по-тому что не суще-ствует действи-тельных значений для их нанесения на график	Это сообщение может появиться, если имеет-ся ошибка или все зна-чения комплексные
Arguments in function definitions must be names	Аргументы в определениях функции должны быть именами	Выделенное опре-деление функции содержит непра-вильный перечень аргументов	В списке аргументов должны быть правиль-но поименованы пере-менные, или список имен необходимо отде-лить запятыми

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
Can't converge to a solution	Не сходится к решению	Численный метод расходится (не может найти решения)	Убедитесь, что операция не применяется к функции в области непосредственной близости точки ее сингулярности (деления на ноль). Попробуйте поменять параметры численного метода (например, начальное приближение). Попробуйте увеличить константу TOL, т.е. осуществить поиск решения с худшей погрешностью. Попробуйте поменять численный алгоритм, если это возможно (вызвав контекстное меню нажатием на месте ошибки правой кнопки мыши)
Can't divide by zero	Деление на ноль невозможно	Где-то в программе или внутри численного метода возникло деление на ноль	Найдите место деления на ноль и устраните его. Попробуйте поменять параметры численного метода, константы точности или сам численный алгоритм
Could not find a solution	Невозможно найти решение	Численный метод расходится (не может найти решения)	<i>См. "Can't converge to a solution"</i>
Can't plot this many points	Невозможно начертить график с таким большим количеством точек	Попытка построения графика с числом точек, превосходящим возможное	Попробуйте сделать число точек меньше, чем 150000

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
Can't put a ":@" inside a solve block.	Нельзя помещать ":@" внутрь вычислительного блока	Внутри вычислительного блока не должно быть формулировки присваивания. Он должен содержать только булевы выражения	Используйте панель с булевыми операторами
Can't solve a system having this many equations	Невозможно решить систему, имеющую так много уравнений	MathCAD не способен решить систему	
Can't understand the name of this function	Невозможно понять имя этой функции	Такое сообщение может появиться, если в качестве имени функции используется, например, число $b(x)$	Выражение должно соответствовать требованиям, предъявляемым в MathCAD к написанию имен функций
Can't understand this number	Невозможно понять это число	Это выражение содержит символ или десятичную точку там, где это непозволительно	Вы увидите эту ошибку, например, если случайно запишете число так: .452.
Cannot evaluate this accurately at one or more of the values you specified	Невозможно точно вычислить одно или более значений	Эта ошибка появляется, если попытаться вычислить функцию для аргумента, находящегося за пределами точной области определения функции	Проверьте область определения функции
End points cannot be the same	Конечные точки не могут быть одинаковы	Это сообщение появляется при некорректном решении дифференциальных уравнений	Конечные точки интервала, на котором будет вычисляться решение, должны быть различны

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
Equation too large	Уравнение слишком большое	Это выражение слишком сложное для вычисления	Разбейте выражение на два или более простых
Floating point error	Ошибка вычислений с плавающей точкой	Функция вычисляется в точке, в которой это не разрешено	
Found a singularity while evaluating this expression. You may be dividing by zero	Найдена сингулярность при вычислении этого выражения. Возможно, вы делите на ноль	Вычисляется функция или выполняется операция с недопустимым значением	Например, это сообщение возникнет при попытке деления на ноль или обращения к сингулярной матрице; разберитесь, где это происходит
Found a number with a magnitude greater than 10^{307}	Найдено число, превышающее значение 10^{307}		Попробуйте поменять параметры численного алгоритма или сам алгоритм
Illegal context. Press <F1> for help	Недопустимый контекст. Нажмите <F1>, чтобы получить помощь	Часто встречается при синтаксических ошибках	Проверьте синтаксис и порядок расположения формул в документе
Integer too large/ Integer too small	Целое число слишком большое/ слишком маленькое	Это число слишком велико/ мало для работы с ним	Если вы работаете со встроенными функциями, то щелкните на имени функции и вызовите подсказку с помощью <F1>
Invalid format	Недопустимый формат	Аргументы этой функции могут быть некорректны	Если вы работаете со встроенными функциями, то щелкните на имени функции и вызовите подсказку с помощью <F1>

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
Must be function	Этот аргумент должен быть функцией		
Must be positive	Должен быть положительным	Невозможно вычислить эту функцию, когда ее значения меньше или равны нулю	Это сообщение может касаться построения XY- или полярных графиков с логарифмическими осями. Отрицательные числа или ноль не могут располагаться на логарифмических осях
Must be real	Должно быть действительным	Это значение должно быть действительным. Его мнимая часть должна быть нулем	Примером таких выражений могут служить нижний и верхний индексы, решения дифференциальных уравнений, углы
Must be real scalar	Должно быть действительным скаляром	Это значение не должно быть комплексным или мнимым	
No solution found	Не найдено решение		Если вы используете встроенные функции, то щелкните мышью на имени функции и нажмите клавишу <F1> для того, чтобы быть уверенным в корректности использования функции. Однако решение может просто не существовать. <i>См. также "Can't converge to a solution"</i>

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
Not enough memory for this operation	Для этой операции недостаточно памяти	Не хватает памяти, чтобы завершить это вычисление	Попробуйте освободить немного памяти путем уменьшения массива или матрицы (MathCAD тратит около 8 байт памяти на каждый элемент матрицы), или удаления каких-либо больших побитовых отображений, массивов, матриц
The expression to the left of the equal sign cannot be defined	Выражение слева от знака равенства не может быть определено	В левой части находится что-то, что не является допустимым определяемым выражением	В левой части можно разместить одно из следующих определений: <ul style="list-style-type: none"> - имя переменной; - имя переменной с верхним или нижним индексом; - явный вектор или матрицу; - имя функции с аргументами $f(x,y)$. Любые другие выражение не допустимы
This expression is incomplete. You must fill in the placeholders	Это выражение неполное. Необходимо добавить содержимое в местозаполнители	Не заполнены указанные местозаполнители	Необходимо дописать числа или выражения в указанные местозаполнители
This expression is incomplete. You must provide an operator	Это выражение неполное. Необходимо вставить оператор	Не заполнены местозаполнители оператора или пустое пространство между двумя операндами	Это могло произойти при удалении оператора, проверьте правильность ввода выражения

Продолжение таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
This function has too many arguments	Эта функция имеет слишком много аргументов	Выделенное выражение содержит функцию с числом аргументов большим, нежели требуется	Проверьте правильность применения функции
This function is undefined at one or more of the points you specified	Эта функция не определена для одной или более точек	Попытка вычисления оператора или функции с неподходящими значениями	Например, выражения $-3!$ и $\ln(0)$ выдадут ошибку, т.к. факториал не определен для отрицательного числа, а логарифм для нуля
This function needs more arguments	Этой функции не хватает аргументов	Выделенное выражение содержит функцию с меньшим, нежели требуется, числом аргументов	Для встроенных функций, щелкните мышью на имени функции и воспользуйтесь подсказкой <F1>, чтобы проверить правильность числа и типа аргументов; для функции пользователя проверьте ее определение
This operation can only be performed on a function	Эта операция может быть произведена только над функцией	Этот аргумент должен быть функцией	Для встроенных функций, щелкните мышью на имени функции и воспользуйтесь подсказкой <F1>
This subscript is too large	Этот нижний индекс слишком велик	Попытка использовать верхний или нижний индекс, который превышает ограничения	
This value must be an integer greater than 1	Это значение должно быть целым числом, превосходящим 1	Это значение должно быть >1	При использовании встроенных функций щелкните мышью на имени функции и нажмите клавишу <F1>

Окончание таблицы

Ошибка	Перевод	Вероятная причина	Возможные пути устранения
This variable or function is not defined above	Эта переменная или функция не определена выше	Имя неопределенной функции будет помечено красным цветом	Удостоверьтесь, что эта функция или переменная определена выше. Это сообщение появится, если переменная некорректно используется в глобальном определении. Эта ошибка часто свидетельствует о том, что другое уравнение выше в документе является ошибкой. В этом случае, все выражения, использующие выражение с ошибкой, будут помечены красным цветом
Value of subscript or superscript is too big (or too small) for this array	Значение нижнего или верхнего индекса слишком велико (или слишком мало) для этого массива	Это выражение использует нижний или верхний индекс, который относится к несуществующему элементу массива	
This is not a scalar. Press <F1> for help	Это не скаляр. Нажмите клавишу <F1>, чтобы получить помощь	Использован вектор или выражение с интервалами, или какой-то другой тип выражения, где требуется применение скаляра	

ПРИЛОЖЕНИЕ 3 - СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПРОГРАММЕ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ MICROCAP

При создании принципиальных схем используются числа, переменные и математические выражения. Числовые значения параметров компонентов представляются в виде:

- действительных чисел с фиксированным десятичным знаком (**обратим внимание, что в качестве десятичного знака в программе MicroCAP используется точка**). Например, сопротивление 2,5 кОм, записывается как 2500, а емкость 1 мкФ как 0.000001;

- действительных чисел с плавающим десятичным знаком - научная нотация. Например, емкость 1 мкФ может быть записана как 1E-6;

- действительных чисел с плавающим десятичным знаком - инженерная нотация, согласно которой различные степени числа 10 обозначаются следующими суффиксами:

F фемто 10^{-15}	M милли 10^{-3}
P пико 10^{-12}	K кило 10^3
N нано 10^{-9}	MEG мега 10^6
U микро 10^{-6}	G гига 10^9
	T тера 10^{12}

Для экономии места на осях X, Y графиков результатов моделирования малая буква "m" обозначает 10^{-3} , большая буква "M" – 10^6 (вместо MEG). Во всех остальных случаях большие и малые буквы не различаются.

Например, сопротивление 1,5 МОм может быть записано как 1.5MEG, 1.5meg или 1500K, емкость 1 мкФ как 1U или 1uF. В последнем примере показано, что для большей наглядности после стандартных суффиксов допускается помещать любые символы, которые при интерпретации чисел не будут приниматься во внимание. **Пробелы между числом и буквенным суффиксом не допускаются.**

В программе Micro-CAP ряд констант и переменных имеют стандартные значения:

T – время в секундах;

F – частота в герцах;

DCINPUT1 – первая варьируемая переменная в DC-анализе;

E – $\text{EXP}(1) = 2,718281828$;

S – комплексная частота, равная $2 \cdot \text{PI} \cdot \text{J}$;

GMIN – минимальная проводимость ветви, задаваемая в диалоговом окне Options/Global settings;

PI – число $\pi = 3.14159265389795$;

TEMP – температура компонентов в градусах Цельсия;

VT – температурный потенциал *p-n*-перехода, при TEMP = 27 °C
VT=25,86419 мВ;

J – корень квадратный из -1;

Tmin – начальный момент времени расчета переходных процессов;

Tmax – конечный момент времени расчета переходных процессов;

Fmin – начальная частота расчета частотных характеристик;

Fmax – конечная частота расчета частотных характеристик;

PGT – общая мощность, генерируемая в схеме;

PST – общая мощность, запасаемая в схеме;

PDT – общая рассеиваемая в схеме мощность.

Номера точек, присваиваемые программой MicroCAP автоматически, представляют собой целые числа, например 0, 2, 25. Кроме того, пользователь может присвоить любой точке имя в виде текстовой алфавитно-цифровой переменной, начинающейся с буквы или символа "_" и содержащей не более 50 символов, например A1, Out, Reset. В математических выражениях могут использоваться следующие переменные:

D(A)	Логическое состояние на проводнике A
V(A)	Напряжения в точке A (напряжения измеряются относительно узла "земли", которой программа присваивает номер 0)
V(A,B)	Разность потенциалов между точками A и B
V(D1)	Напряжение между выводами устройства D1
I(D1)	Ток через устройство D1
I(A,B)	Ток через ветвь между точками A и B
IR(Q1)	Ток, втекающий в вывод R устройства Q1
VRS(Q1)	Напряжение между выводами R и S устройства Q1
CRS(Q1)	Емкость между выводами R и S устройства Q1
QRS(Q1)	Заряд емкости между выводами R и S устройства Q1
R(R1)	Сопротивление резистора R1
C(X1)	Емкость конденсатора или диода X1
Q(X1)	Заряд конденсатора или диода X1
L(X1)	Индуктивность катушки индуктивности или сердечника X1
X(L1)	Магнитный поток в катушке индуктивности или сердечнике L1
B(L1)	Магнитная индукция сердечника L1
H(L1)	Напряженность магнитного поля в сердечнике L1
RND	Случайное число с равномерным законом распределения на отрезке [0, 1]
ONoise	Корень квадратный из спектральной плотности выходного напряжения

INOISE	Корень квадратный из спектральной плотности входного напряжения, равной $ONOISE/$ коэффициент передачи по мощности
PG(V1)	Мощность, генерируемая источником V1
PS(X1)	Реактивная мощность, накапливаемая в устройстве X1
PD(D1)	Мощность, рассеиваемая в устройстве D1

В этом перечне символы A и B обозначают номера точек схемы, D1 - имя компонента с двумя выводами или управляемого источника, Q1 - имя любого активного устройства или линии передачи. Символы R и S заменяются аббревиатурами выводов устройств согласно следующей таблице:

Устройство	Аббревиатуры выводов	Названия выводов
МОП-транзистор (MOSfets)	D,G,S,B	Сток, затвор, исток, подложка
Полевой транзистор (Jfets)	D,G,S	Сток, затвор, исток
Арсенид-галлиевый транзистор (GaAsfets)	D,G,S	Сток, затвор, исток
Биполярный транзистор (BJT)	B,E,C,S	База, эмиттер, коллектор, подложка
Статически индуцированный биполярный транзистор (IGBT)	C,G,E	Коллектор, затвор, эмиттер
Линия передачи (Tran. Line)	AP, AM, BP, BM	Вход+, вход-, выход+, выход-

Например, следующие выражения означают: $I(R1)$ – ток через резистор R1; $R(Rload)$ – сопротивление резистора Rload; $IC(VT1)$ – ток коллектора биполярного транзистора VT1; $VBE(Q1)$ – напряжение между базой и эмиттером биполярного транзистора Q1.

Приведем список обозначений переменных типа напряжение, ток, емкость и заряд для всех компонентов:

Компонент	Напряжение	Ток	Емкость	Заряд
Резистор	V	I	Нет	Нет
Конденсатор	V	I	C	Q
Индуктивность	V	I	Нет	Нет
Диод	V	I	C	Q
Линия передачи	VAP, VAM, VBP, VBM	IA, IB	Нет	Нет

Биполярный транзистор	VBE, VBC, VEB, VEC, VCB, VCE	IB, IE, IC	CBE, CBC	QBE, QBC
Биполярный транзистор с выводом подложки	VBE, VBC, VBS, VEB, VEC, VES, VCB, VCE, VBS	IB, IE, IC, IS	CBE, CBC, CCS	QBE, QBC, QCS
МОП-транзистор	VGS, VGD, VGB, VDS, VDG, VDS, VSG, VSD, VSB, VBG, VBD, VBS	IG, IS, ID, IB	CGS, CGD, CGB, CBD, CBS	QGS, QGD, QGB, QBD, QBS
Полевой транзистор	VGS, VGD, VSG, VSD, VDG, VDS	IG, IS, ID	CGS, CGD	QGS, QGD
Арсенид-галлиевый транзистор	VGS, VGD, VSG, VSD, VDG, VDS	IG, IS, ID	CGS, CGD	QGS, QGD
Источники тока или напряжения	V	I	Нет	Нет

После имени переменной в скобках указывается позиционное обозначение компонента. Например, напряжение затвор-исток МОП-транзистора M1 обозначается как VGS(M1).

При указании переменных, выводимых на графиках при проведении моделирования, возможно использовать следующие математические операции.

Арифметические операции

+ сложение;

– вычитание;

* умножение;

/ деление;

DIV целочисленное деление;

MOD остаток целочисленного деления.

Тригонометрические функции от действительных и комплексных величин (x – действительная, z – комплексная величина)

Exp(x) – экспонента;

Ln(x) – натуральный логарифм |x|;

Log(x) или Log10(x) – десятичный логарифм |x|;

Sin(x) – синус, x в радианах;

$\text{Cos}(x)$ – косинус, x в радианах;
 $\text{Tan}(x)$ – тангенс, x в радианах;
 $\text{Asin}(x)$ – арксинус;
 $\text{Acos}(x)$ – арккосинус;
 $\text{Atn}(x)$ или $\text{Arctan}(x)$ – арктангенс;
 $\text{Atan2}(y, x) = \text{Atn}(y/x)$;
 $\text{Sinh}(z)$ – гиперболический синус;
 $\text{Cosh}(z)$ – гиперболический косинус;
 $\text{Tanh}(z)$ – гиперболический тангенс;
 $\text{Coth}(z)$ – гиперболический котангенс.

Прочие функции от действительных и комплексных величин

$\text{ABS}(y)$ – абсолютное значение y ;

$\text{SQRT}(y)$ – корень квадратный из модуля y ;

$\text{SGN}(y)$ – знак числа y ;

$\text{POW}(y, x)$ – степенная функция комплексных величин обозначаемая как y^x ;

$\text{PWR}(y, x)$ – действительная часть степенной функции y^x ;

$**$ – степенная функция, например $5**2=25$;

$\text{PWRS}(y, x)$ – действительная часть степенной функции y^x ;

$\text{FACT}(n)$ – факториал целого числа n ;

$\text{JN}(n, z[, m])$ – функция Бесселя n -го порядка первого рода комплексного аргумента z , полученная суммированием первых m членов ряда; по умолчанию $m = 10$;

$\text{J0}(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка первого рода комплексного аргумента z , аналогичная $\text{JN}(0, z, 10)$;

$\text{J1}(z)$ – функция Бесселя первого порядка первого рода комплексного аргумента z , аналогичная $\text{JN}(1, z, 10)$;

$\text{YN}(n, z[, m])$ – функция Бесселя n -го порядка второго рода комплексного аргумента z , полученная суммированием первых m членов ряда; по умолчанию $m = 10$;

$\text{Y0}(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода комплексного аргумента z , аналогичная $\text{YN}(0, z, 10)$;

$\text{Y1}(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода комплексного аргумента z , аналогичная $\text{YN}(1, z, 10)$;

$\text{Series}(n, n1, n2, z)$ – текущая сумма ряда комплексной функции $z = z(n)$ при изменении n от $n1$ до $n2$;

RND – случайные числа на отрезке $[0, 1]$ с равномерным законом распределения;

$\text{STP}(x)$ – функция единичного скачка, равная 1 при $x > 0$ и равная 0 при $x < 0$;

$\text{IMPULSE}(y)$ – Импульсная функция, равная y и площадь которой равна 1;

$\text{TABLE}(x, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$ – табличная зависимость функции y от x .

Переменная x должна быть определена как параметр с помощью директивы `.define`. Задаются координаты точек (x_i, y_i) , в промежуточных точках используется линейная интерполяция. Если $x < x_i$, то $y = y_1$, если $x > x_n$, то $y = y_n$;

`Waveform(имя файла,y)` – импорт функции y из файла *имя файла*, имеющего стандартный формат Micro-CAP; в этот файл пользователя (User source) могут быть записаны дискретизированные результаты моделирования, если на закладке *Save Waveforms* команды **Properties (F10)** выбрать из списка имя переменной и ввести имя файла *.USR;

`IMPORT(имя_файла,y)` – импорт функции y из файла. Текстовый файл должен иметь формат SPICE или Micro-CAP; в него помещается таблица значений переменных, в качестве которых может быть время (T), частота (F), напряжение источника напряжений ($V(\text{имя источника})$), ток источника тока ($I(\text{имя источника})$), и выражение для y ;

`SUM(y,x[,start])` – текущий интеграл от переменной y по переменной x ; начальное значение x равно *start*;

`SD(y,[start])` – текущий интеграл от переменной y по времени T при анализе переходных процессов, по частоте F при АС-анализе или по переменной DCINPUT1 при DC-анализе; начальное значение независимой переменной равно *start*;

`DD(y)` – производная y по времени T при анализе переходных процессов, по частоте F при АС-анализе частотных характеристик и по переменной DCINPUT1 при DC-анализе по постоянному току;

`RMS(y[,start])` – текущее среднеквадратичное отклонение переменной y при интегрировании по времени T при анализе переходных процессов, по частоте F при АС-анализе частотных характеристик и по переменной DCINPUT1 при DC-анализе по постоянному току; начальное значение независимой переменной равно значению *start*;

`AVG(y[,start])` – текущее среднее значение переменной y при интегрировании по времени T при анализе переходных процессов, по частоте F при АС-анализе частотных характеристик и по переменной DCINPUT1 при DC-анализе по постоянному току; начальное значение независимой переменной равно значению *start*;

`DEL(y)` – приращение процесса $y(t)$ относительно предыдущей точки при расчете переходных процессов. Производная рассчитывается как отношение двух таких операторов, например производная dy/dt равна `DEL(y)/DEL(t)`;

`SDT(y)` – текущий интеграл процесса $y(t)$ относительно времени T , начиная от $T = T_{\min}$;

`DDT(y)` – производная процесса $y(t)$ относительно времени T ;

`DIFA(u,v[,d])` – сравнение значений двух функций u и v во всех дискретных точках при расчете переходных процессов. DIFA присваивается значение 1, если во всех точках абсолютное значение разности функций меньше величины d , в противном случае присваивается 0. Параметр d необязательный, по

умолчанию полагается $d = 0$;

$DIFD(u, v[, d])$ – сравнение значений двух логических u и v во всех дискретных точках при расчете переходных процессов. $DIFA$ присваивается значение 1, если во всех точках значения функций отличаются друг от друга, в противном случае присваивается 0. В течение первых d секунд после начала расчета переходных процессов сравнение не проводится. Параметр d необязательный, по умолчанию полагается $d = 0$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4 – НЕКОТОРЫЕ СООБЩЕНИЯ ОБ ОШИБКАХ, ВЫДАВАЕМЫЕ ПРОГРАММОЙ MICROCAP 7

В этом Приложении приведены некоторые сообщения об ошибках, возникающие при моделировании в программе MicroCAP 7, а также их краткое толкование. Список сообщений об ошибках упорядочен по алфавиту.

1. Can't find label in V(...). *Не найдена метка в символическом выражении V(...).*

Ошибка возникает из-за несоответствия позиционного обозначения ЭРЭ на схеме и позиционного обозначения в символическом выражении, когда оно записывается в таблице диалоговых окон DC Analysis Limits, AC Analysis Limits или Transient Analysis Limits.

Ошибка может также возникнуть, если в символическом выражении содержится указание на несуществующую на схеме контрольную точку.

2. Expecting '...' Parameter: ... Text: ... *Ожидается '...' в параметре ... в тексте....*

Сообщение возникает, когда в математической модели ЭРЭ формата SPICE содержится недопустимый символ или синтаксическая ошибка. При этом вместо символов «многоточие» будут присутствовать ожидаемый символ, название параметра и начальный фрагмент описания математической модели. Следует перейти к файлу библиотеки математических моделей и исправить указанную ошибку.

3. Failed to converge in specified number of iterations in time=0. *Прекращение сходимости за указанное число итераций в нулевой момент времени.*

Ошибка, возникающая при работе вычислительных алгоритмов программы MicroCAP. Возможных причин может быть несколько: неправильно изображенная схема, неверно заданные номиналы, неверно заданные параметры моделирования в диалоговых окнах DC Analysis Limits, AC Analysis Limits или Transient Analysis Limits.

4. Floating point 'overflow'. *Переполнение разрядов в ячейках оперативной памяти при работе с числами с плавающей запятой.*

Ошибка возникает в случае, когда в схеме встречаются (намеренно или случайно) бесконечно малые или бесконечно большие числовые значения. Часто причина ошибки заключается в неправильном использовании стандартных суффиксов MicroCAP для обозначения кратных и дольных единиц.

5. Illegal character in label '...'. *Непредусмотренная буква в метке '...'.*
Ошибка возникает, если в позиционных обозначениях ЭРЭ на схеме используются буквы русского алфавита.

6. Illegal temperature. *Непредусмотренная температура.*

Ошибка возникает при указании бесконечно малой (менее -273°C) или бесконечно большой температуры окружающей среды.

7. Illegal time range. *Непредусмотренный временной диапазон.*

Ошибка возникает при неправильном указании временного диапазона в диалоговом окне Transient Analysis Limits.

8. Inductor/voltage source loop found. *Найдено короткое замыкание источника напряжения или катушки индуктивности.*

Ошибка возникает, когда на схеме какой-либо проводник шунтирует источник напряжения или катушку индуктивности.

9. Matrix singular. *Единичная матрица.*

Ошибка возникает, когда при расчете по постоянному току в вычислительном алгоритме Ньютона-Рафсона появляется единичная матрица. Такой результат следствие неправильно заданных номиналов ЭРЭ или неправильно изображенной электрической схемы.

10. Missing model statement ‘...’. *Отсутствующее наименование математической модели.*

Ошибка возникает либо при ошибочном написании имени математической модели, либо при отсутствии таковой в библиотеки математических моделей.

11. Need at least two values for ‘SIN’. *Нужно по крайней мере два значения для задания синусоидального сигнала.*

Обычно ошибка возникает при отсутствии параметров синусоидального источника напряжения или тока при попытке провести моделирования во временной области. Подобное сообщение может появляться при отсутствии параметров у других источников сигнала (импульсных, экспоненциальных, кусочно-линейных и т.д.).

12. No Model Name Given. *Математической модели ЭРЭ не дано наименование.*

Ошибка, характерная при размещении на поле чертежа многопараметрических ЭРЭ, описание которых содержится в математических моделях.

13. Node ... has no DC path to ground. *Узел не имеет соединения по постоянному току с общим проводником.*

Ошибка возникает при неправильном соединении проводниками ЭРЭ. Возможны следующие случаи: разрыв проводника в электрической цепи, наличие на схеме несоединенных выводов ЭРЭ, параллельно-последовательное соединение подряд нескольких емкостей (приводит к появлению электрического узла без гальванической связи с остальной схемой).

14. Source not found. *Источник не найден.*

Ошибка возникает при указании в диалоговых окнах DC Analysis Limits, AC Analysis Limits или Transient Analysis Limits на несуществующий источник напряжения или тока.

15. The AC signal magnitudes of all sources in this circuit are zero. *Амплитуды переменного сигнала всех источников в этой схеме равны нулю.*

Обычно ошибка возникает, если не указана амплитуда переменного сигнала в источнике напряжения или тока при попытке провести моделирование в частотной области.

16. The circuit is missing a ground. *В электрической схеме отсутствует общий проводник.*

По правилам программы MicroCAP каждая электрическая схема должна иметь общий проводник с нулевым потенциалом.

17. The high limit and low limit must be non-zero when using log stepping. *Верхний предел и нижний предел должны быть ненулевыми, когда используется логарифмический шаг.*

Ошибка возникает при моделировании по постоянному току или в частотной области и связана с неправильным заданием диапазонов варьирования переменной или неправильным шагом приращения.

18. Unknown identifier ‘...’ in ‘...’. *Неизвестный идентификатор ‘...’ в ‘...’.*

Ошибка возникает, когда в символических выражениях или позиционных обозначениях ЭРЭ встречается неизвестный (нерезервированный) в программе MicroCAP символ.

19. Value must be greater than or equal to zero. *Значение должно быть либо больше нуля, либо равно нулю.*

Ошибка возникает, когда по физическому смыслу переменная должна принимать только неотрицательные значения.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 5 – ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА ПО
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

КАФЕДРА КОНСТРУИРОВАНИЯ И ПРОИЗВОДСТВА РАДИОАППАРАТУРЫ (КИПР)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

**«РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ
СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

по дисциплине «Основы автоматики и системы автоматического управления»

Выполнил
студент группы 239-1
_____ В.А.Ботанов
15 сентября 2012 г.

Проверил
доцент каф. КИПР
_____ Д.В.Озёркин
« » _____ 2012 г.

Томск, 2012

Цели работы

1. Изучение способа численного решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков;
2. Знакомство со счетно-решающими элементами, необходимыми для решения линейных дифференциальных уравнений;
3. Приобретение навыков набора линейного дифференциального уравнения методом понижения порядка производной;
4. Приобретение навыков синтеза моделирующей установки для решения дифференциальных уравнений движения систем автоматического управления.

Лабораторное задание

Условие. Требуется найти в натуральном масштабе времени решение дифференциального уравнения третьего порядка:

$$\frac{d^3x}{dt^3} - 0.05 \frac{d^2x}{dt^2} + 0.006x = 0.01,$$

при заданных начальных условиях: $x(0) = 0$; $x^{(2)}(0) = 0$.

Выполнение.

I этап. Решение дифференциального уравнения в системе MathCAD.

Листинг и график решения (рисунок П.5.1) $x(t)$ линейного дифференциального уравнения третьего порядка в системе MathCAD.

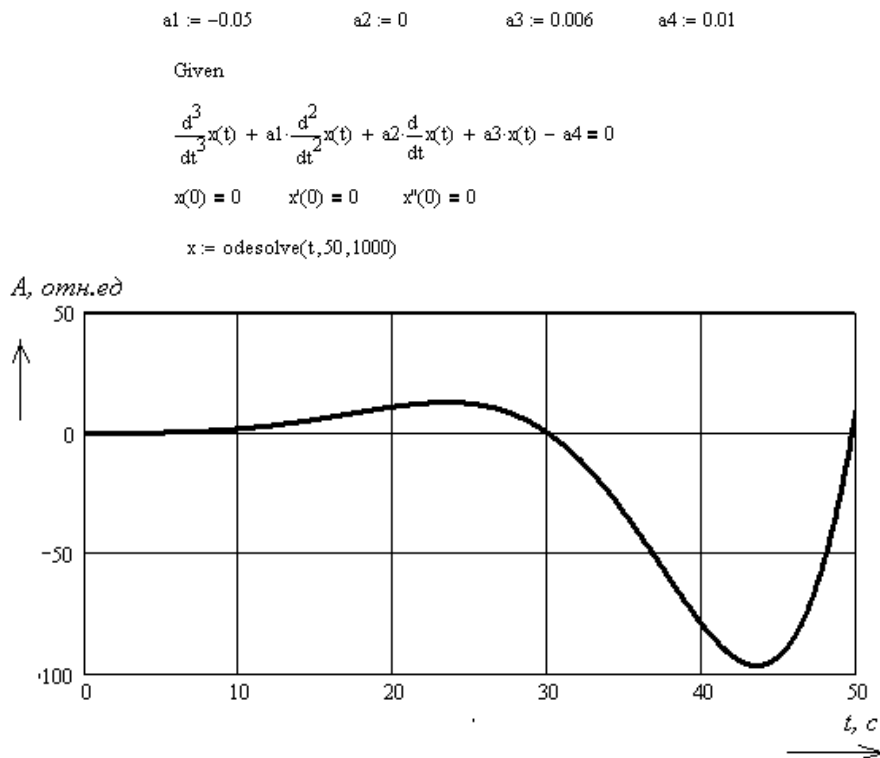


Рисунок П.5.1 – Результат решения линейного дифференциального уравнения третьего порядка

Решение получено на интервале от 0 до 50 с, количество шагов для численного решения по методу Рунге-Кутты составляет 1000. Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице П.5.1. Из графика решения на рисунке П.5.1 следует, что максимальное абсолютное значение функции $|x(t)|_{\max} = 96.757$ при $t = 43.6$ с.

II этап. Составление структурной схемы с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

При составлении структурной схемы используется метод понижения порядка производной. Структурная схема приведена на рисунке П.5.2.

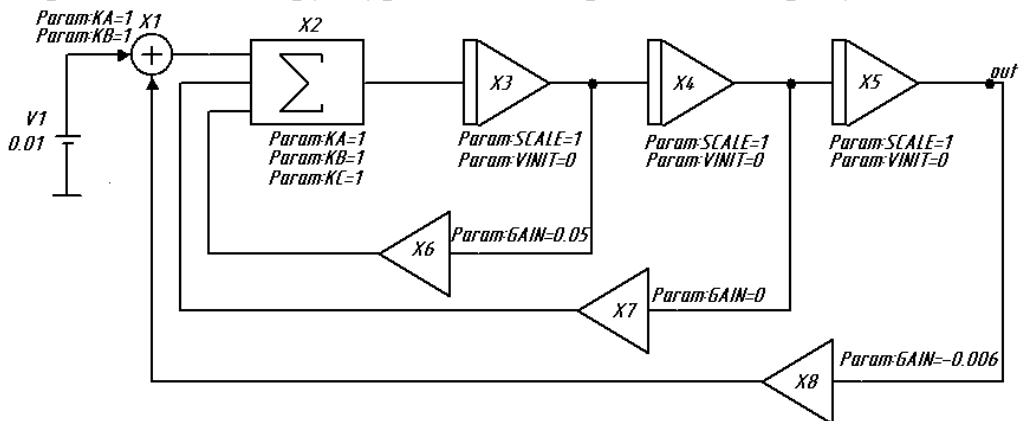


Рисунок П.5.2 – Структурная схема для решения дифференциального уравнения

Результат решения дифференциального уравнения в системе MicroCAP на основе структурной схемы, состоящей из аналоговых функциональных блоков, представлен на рисунке П.5.3. Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице П.5.1.

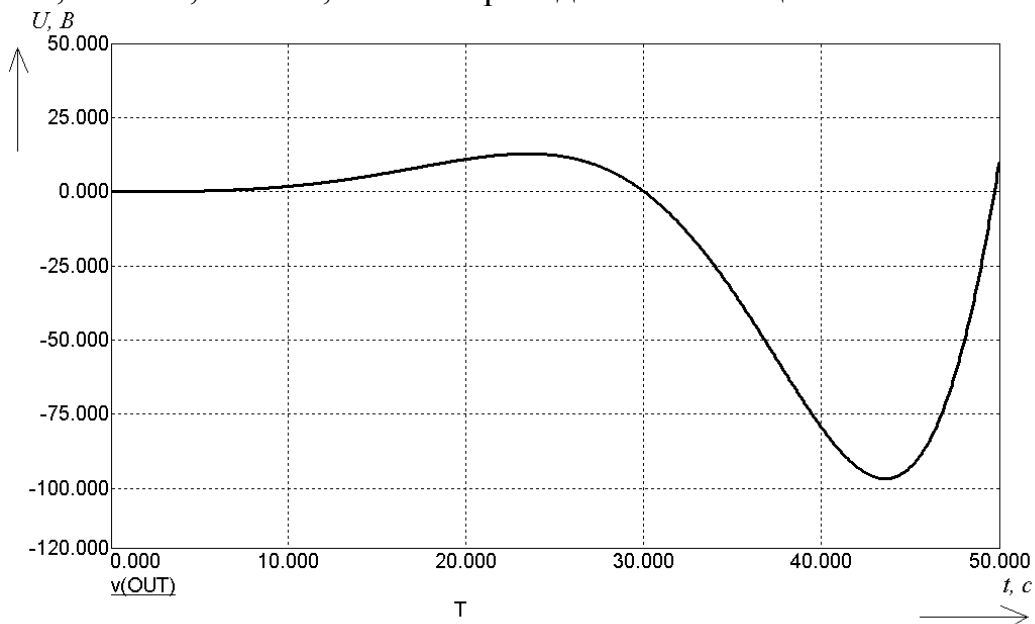


Рисунок П.5.3 – Результат решения дифференциального уравнения на основе структурной схемы

III этап. Синтез моделирующей установки с последующим решением дифференциального уравнения в системе MicroCAP.

Коэффициенты дифференциального уравнения:

$$b_1 = -0.05; b_2 = 0; b_3 = 0.006; b_0 = 1; y(t) = 0.01.$$

По условию задания масштаб времени – реальный, т.е. $M_t = 1$. Ограничим наибольший уровень напряжения на выходе операционного усилителя величиной 10В. Максимальное абсолютное значение функции $x(t)$ по результатам моделирования в системе MathCAD составляет около 100 единиц. Масштаб представления величины $x(t)$ в виде напряжения равен:

$$M_x = \frac{|x(t)|_{\max}}{U_4} = \frac{100}{10} = 10,$$

где U_4 – выходное напряжение моделирующей установки.

Масштаб представления внешнего возмущения $y(t)$ можно принять равным единице: $M_y = 1$.

Составим уравнения, связывающие входные и выходные величины для отдельных решающих блоков структурной схемы на рисунке П.5.4. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = -K_{10}U_0 + K_{11}U_6 + K_{12}U_3 + K_{13}U_2 \\ U_2 = -\frac{1}{p} K_{21}U_1 \\ U_3 = -\frac{1}{p} K_{31}U_2 \\ U_4 = -\frac{1}{p} K_{41}U_3 \\ U_6 = -K_{61}U_4 \end{cases}$$

$$U_4[p^3 - K_{21}K_{13}p^2 + K_{31}K_{21}K_{12}p + K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}] = K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}U_0.$$

$$\begin{cases} U_4 = \frac{x}{M_x}, \\ U_0 = \frac{y}{M_y}, \\ p = \frac{d}{dt_M} = M_t \frac{d}{dt}. \end{cases}$$

Тогда уравнение моделирующей установки, записанное через коэффициенты передачи, масштабные коэффициенты и исходные переменные, будет выглядеть:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 x}{dt^3} - \frac{K_{21}K_{13}}{M_t} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{K_{31}K_{21}K_{12}}{M_t^2} \frac{dx}{dt} + \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}}{M_t^3} x &= \\ &= \frac{M_x}{M_y M_t^3} K_{41}K_{31}K_{21}K_{10} y(t). \end{aligned}$$

Сравнивая исходное дифференциальное уравнение и полученное, имеем:

$$\begin{cases} -\frac{K_{21}K_{13}}{M_t} = b_1, & \frac{K_{31}K_{21}K_{12}}{M_t^2} = b_2, & \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61}}{M_t^3} = b_3, \\ \frac{K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}}{M_y M_t^3} M_x = b_0. \end{cases}$$

Заменяя коэффициенты b_i их числовыми значениями, получим:

$$-K_{21}K_{13} = -0.05; \quad K_{31}K_{21}K_{12} = 0; \quad K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}K_{61} = 0.006; \\ K_{41}K_{31}K_{21}K_{10}M_x = 0.01.$$

Примем $K_{12} = 10^{-9} \approx 0$; $K_{21} = K_{31} = K_{41} = K_{11} = 1$; тогда:

$$K_{13} = \frac{0.05}{K_{21}} = 0.05; \quad K_{61} = \frac{0.006}{K_{41}K_{31}K_{21}K_{11}} = 0.006; \quad K_{10} = \frac{0.01}{K_{41}K_{31}K_{21}M_x} = 0.001.$$

Пусть номиналы емкостей и резисторов в цепях отрицательной обратной связи операционных усилителей: $C_{OC} = 1 \text{ мкФ}$; $R_{OC} = 1 \text{ МОм}$.

$$R_{10} = \frac{R_{OC}}{K_{10}} = \frac{10^6}{0.001} = 10^9 \text{ Ом}; \quad R_{11} = \frac{R_{OC}}{K_{11}} = \frac{10^6}{1} = 10^6 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = \frac{R_{OC}}{K_{12}} = \frac{10^6}{10^{-9}} = 10^{15} \text{ Ом}; \quad R_{13} = \frac{R_{OC}}{K_{13}} = \frac{10^6}{0.05} = 2 \cdot 10^7 \text{ Ом};$$

$$R_{21} = \frac{1}{K_{21}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом}; \quad R_{31} = \frac{1}{K_{31}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом};$$

$$R_{41} = \frac{1}{K_{41}C_{OC}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \text{ Ом}; \quad R_{61} = \frac{R_{OC}}{K_{61}} = \frac{10^6}{0.006} = 166666667 \text{ Ом}.$$

Схема электрическая принципиальная моделирующей установки представлена на рисунке П.5.4.

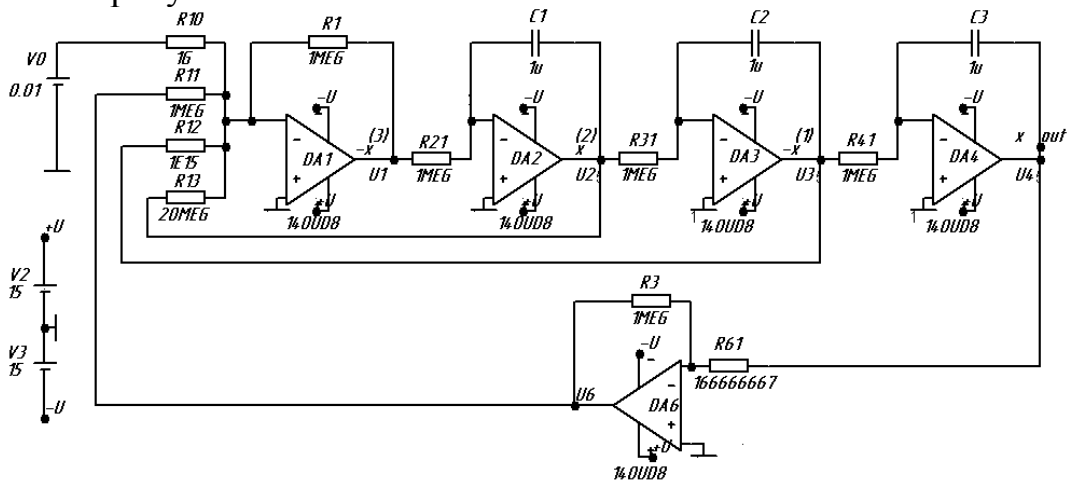


Рисунок П.5.4 – Моделирующая установка

Результат решения дифференциального уравнения в системе MicroCAP на основе моделирующей установки представлен на рисунке П.5.5.

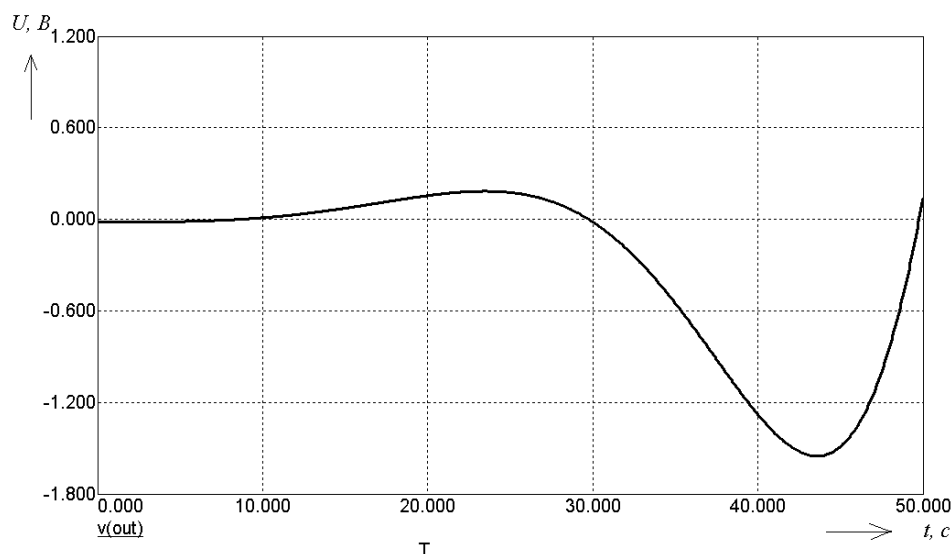


Рисунок П.5.5 - Результат решения дифференциального уравнения на основе моделирующей установки

Значения функции $x(t)$ в точках $t = 10$ с; $t = 20$ с; $t = 30$ с; $t = 40$ с; $t = 50$ с приведены в таблице П.5.1.

Таблица П.5.1
Значения функции $x(t)$, рассчитанные тремя способами

Способ расчета	$t = 10$ с	$t = 20$ с	$t = 30$ с	$t = 40$ с	$t = 50$ с
Система MathCAD	1.802	10.939	0.101	-79.414	9.923
Структурная схема	1.802	10.938	0.101	-79.406	9.925
Моделирующая установка	0.01	0.155	-0.017	-1.278	0.139

Выводы: Качественный анализ графиков на рисунках П.5.1, П.5.3, П.5.5 позволяет сказать об адекватности проведенного моделирования. Количественный анализ значений функции $x(t)$ в первых двух случаях показывает практически полное совпадение решений. В третьем случае значения функции $x(t)$ подобны соответствующим значениям для первых двух случаев. При этом коэффициент подобия $K_{\Pi} \approx 65$.


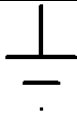
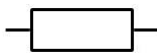

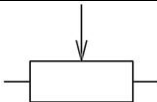


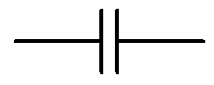

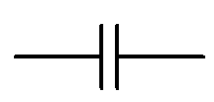

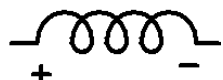
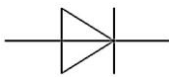
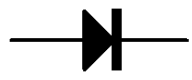
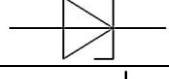
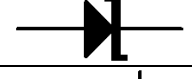
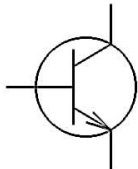
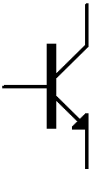
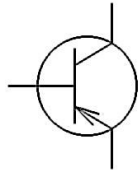

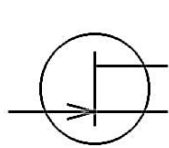
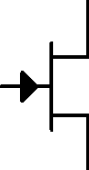
Ответы на контрольные вопросы

1. *В какой форме могут быть представлены дифференциальные уравнения движения систем автоматического управления?* Дифференциальные уравнения могут быть представлены: в виде одного уравнения, записанного относительно исследуемой координаты; в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка; в виде системы, расчлененной на уравнение объекта регулирования и уравнение регулятора; в виде уравнений динамических звеньев.

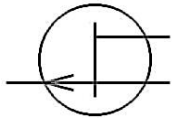
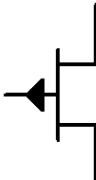
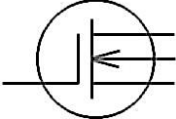
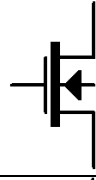
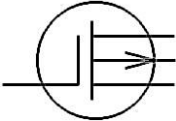
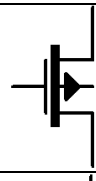
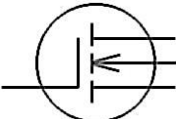
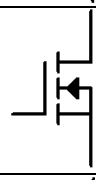
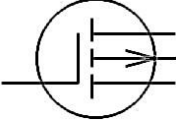
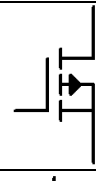
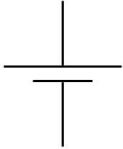
2.

ПРИЛОЖЕНИЕ 6 – СООТВЕТСТВИЕ УСЛОВНЫХ ГРАФИЧЕСКИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ЭРЭ В РОССИИ И ЗА РУБЕЖОМ

Таблица

Название ЭРЭ	Обозначения, принятые в ЕСКД		Обозначения, принятые в MicroCAP	
	Символ позиционного обозначения	Условное графическое обозначение	Символ позиционного обозначения	Условное графическое обозначение
Общий проводник	---		---	
Резистор постоянный	<i>R</i>		<i>R</i>	
Резистор переменный	<i>R</i>		<i>R</i>	
Конденсатор постоянный	<i>C</i>		<i>C</i>	
Конденсатор постоянный поляризованный	<i>C</i>		<i>C</i>	
Катушка индуктивности	<i>L</i>		<i>L</i>	
Диод выпрямительный	<i>VD</i>		<i>D</i>	
Стабилитрон	<i>VD</i>		<i>D</i>	
Биполярный транзистор <i>n-p-n</i>	<i>VT</i>		<i>Q</i>	
Биполярный транзистор <i>p-n-p</i>	<i>VT</i>		<i>Q</i>	
Полевой транзистор с <i>p-n</i> переходом и <i>n</i> -каналом	<i>VT</i>		<i>J</i>	

Окончание таблицы

Название ЭРЭ	Обозначения, принятые в ЕСКД		Обозначения, принятые в MicroCAP	
	Символ позиционного обозначения	Условное графическое обозначение	Символ позиционного обозначения	Условное графическое обозначение
Полевой транзистор с p - n переходом и p -каналом	VT		J	
МДП-транзистор с встроенным n -каналом	VT		M	
МДП-транзистор с встроенным p -каналом	VT		M	
МДП-транзистор с индуцированным n -каналом	VT		M	
МДП-транзистор с индуцированным p -каналом	VT		M	
Элемент питания	GB		V	