

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

Взаимодействие оптического излучения с веществом

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ОГРАНИЧЕННЫМИ ПУЧКАМИ СВЕТА

Методические указания к лабораторной работе
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и
«Электроника и микроэлектроника»
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

Гейко, Павел Пантелеевич

Эффективность генерации второй гармоники ограниченными пучками света = Взаимодействие оптического излучения с веществом: методические указания к лабораторной работе для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» / П.П. Гейко; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 19 с.

Целью данной работы является расчет коэффициента преобразования во вторую гармонику основного излучения накачки в реальных лазерных пучках и анализ оптимальных условий преобразования.

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом»).

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ЭП

_____ С.М. Шандаров

« ___ » _____ 2012 г.

Взаимодействие оптического излучения с веществом

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ
ОГРАНИЧЕННЫМИ ПУЧКАМИ СВЕТА

Методические указания к лабораторной работе
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и
«Электроника и микроэлектроника»
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

Разработчик

профессор каф. ЭП

_____ П.П. Гейко

_____ 2012 г

Содержание

1 Введение.....	5
2 Теоретическая часть.....	5
2.1 Теоретические основы нелинейных эффектов в кристаллах.....	5
2.2 Укороченные уравнения для амплитуд взаимодействующих волн ..	7
2.3 Приближение плоских волн и заданных полей волн накачки....	9
2.4 Нелинейный режим (учет истощения волны накачки).....	11
2.5 Контрольные вопросы.....	14
3 Экспериментальная часть.....	15
3.1 Учет поглощения.....	15
3.2 Задания.....	16
3.3 Содержание отчета.....	17
Список литературы	17
Приложение А _Параметры распространенных, одноосных нелинейных кристаллов.....	18

1 Введение

Целью данной работы является расчет коэффициента преобразования во вторую гармонику основного излучения накачки в реальных лазерных пучках и анализ оптимальных условий преобразования.

2 Теоретическая часть

2.1 Теоретические основы нелинейных эффектов в кристаллах

Существовавшие в долазерную эпоху (до 1960 г.) источники света даже с использованием всех мыслимых оптических систем могли обеспечить напряженность электрического поля в световой волне на много порядков меньше, чем внутриатомные поля. Это означает, что влияние световых волн на свойства среды считалось пренебрежимо малым и не проявлялось в реальных условиях. Отклик среды на внешнее оптическое воздействие в этом случае линейно пропорционален величине электрического поля в волне и принцип линейной суперпозиции выполняется. Систему теоретического описания таких явлений, возникающих при взаимодействии с веществом, поэтому называют линейной оптикой. Обычно, считается, что при распространении света в веществе характеристики среды не изменяются под его воздействием. Из этого предположения следует, в частности, принцип суперпозиции, позволяющий рассматривать любое волновое поле как сумму полей более простой пространственной конфигурации, например плоских монохроматических волн. При этом каждую из компонент можно рассматривать независимо от других.

С появлением лазеров существенное значение при взаимодействии света с веществом приобрели нелинейные эффекты, т.е. эффекты, зависящие от интенсивности света. Если линейная оптика описывается линейными дифференциальными уравнениями, то нелинейные оптические эффекты протекают при относительно высоких интенсивностях, когда нарушается принцип суперпозиции и описываются нелинейными уравнениями. Одним из первых нелинейных эффектов, получивших в настоящее время широкое практическое применение, является генерация гармоник света, в частности второй гармоники.

Первый эксперимент по генерации второй гармоники света был выполнен Франкеном с сотрудниками в 1961 году. Излучение рубинового лазера с $\lambda=694,3\text{нм}$ фокусировалось на поверхность пластины из кристаллического кварца. Выходящее излучение анализировалось спектрометром. Было найдено, что в нем содержится компонента с удвоенной частотой (т.е. с $\lambda=347,15\text{нм}$). Эффективность преобразования в первых экспериментах была порядка 10^{-8} . Использование более эффективных материалов, увеличение мощности лазера, обеспечение

условий фазового синхронизма позволили в последние годы довести коэффициент преобразования почти до единицы.

Для теоретического анализа процесса генерации второй гармоники рассмотрим уравнения Максвелла для немагнитной однородной среды:

$$\begin{aligned} [\nabla \mathbf{H}] &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}, \quad (\nabla \mathbf{D}) = 0, \\ [\nabla \mathbf{E}] &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H}, \quad (\nabla \mathbf{H}) = 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}$, \mathbf{P} - вектор поляризации. Нелинейные эффекты можно рассмотреть, учитывая в разложении вектора \mathbf{P} по полю члены более высокого порядка, чем первый, например, для j -ой компоненты можно записать

$$P_j = \alpha_{ij} E_i + \chi_{jik} E_i E_k + \theta_{jiki} E_i E_k E_l + \dots, \quad (2.2)$$

где наибольшим нелинейным членом является поляризация, квадратичная по полю $P_j^{(2)} = \chi_{jik} E_i E_k$. Следует отметить, что в обладающих центром инверсии средах в нелинейной поляризации отсутствуют все четные члены и наибольшая нелинейность – кубическая:

$$P_j^{(3)} = \theta_{jiki} E_i E_k E_l.$$

Квадратичная нелинейная поляризация приводит, в частности, к эффекту генерации второй гармоники. Из уравнений Максвелла с учетом разложения $P_j = \alpha_{ji} E_i + \chi_{ijk} E_i E_k$ для поля основной частоты и поля второй гармоники получим два волновых уравнения, где индексы 1 и 2 относятся соответственно к основной частоте и второй гармонике:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}_1 - \frac{\varepsilon_2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}_1 &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}_1^{(2)} \\ \Delta \mathbf{E}_2 - \frac{\varepsilon_2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}_2 &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}_2^{(2)}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Поляризации $\mathbf{P}_1^{(2)}$ и $\mathbf{P}_2^{(2)}$ играют роль нелинейной силы, соответственно, на частотах ω_1 и $\omega_2 = 2\omega_1$. Образующая электромагнитная волна на удвоенной частоте, в свою очередь, может образовывать высшие гармоники и комбинационные частоты.

В оптическом диапазоне вследствие дисперсии эффективно может взаимодействовать только конечное число волн, для которых выполнено

условие синхронизма. Для наиболее эффективного преобразования энергии первой гармоники требуется выполнение условий $\omega_2 = 2\omega_1 = 2\omega$ и $\vec{k}(2\omega) = 2\vec{k}(\omega)$.

Для второй гармоники это условие в случае коллинеарного взаимодействия имеет вид:

$$k_2 = 2k_1 \text{ или } \frac{2\omega}{c} n(2\omega) = \frac{2\omega}{c} n(\omega) \Rightarrow n(\omega) = n(2\omega). \quad (2.4)$$

Из-за дисперсии это условие в среде с нормальной дисперсией невозможно, так как в оптике с ростом частоты показатель преломления растет.

Выполнение условия синхронизма требует аномальной дисперсии и может быть удовлетворено, в частности, в анизотропных кристаллах для взаимодействующих волн различной поляризации, распространяющихся под определенным направлением к кристаллографическим осям кристалла. Во многих случаях задача генерации второй гармоники может быть сведена к одномерной задаче. Например, для распространения плоских волн по оси z получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_1}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_1}{c^2} \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_1^{(2)}, \\ \frac{\partial^2 E_2}{\partial z_2^2} - \frac{\varepsilon_2}{c^2} \frac{\partial^2 E_2}{\partial t^2} &= \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_2^{(2)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $P_1^{(2)} = \chi_{\text{эф}} E_2 E_1^*$, $P_2^{(2)} = \frac{1}{2} \chi_{\text{эф}} E_1^2$;

$\chi_{\text{эф}}$ - эффективный нелинейный коэффициент взаимодействия волн E_1 и E_2 , удовлетворяющих условию синхронизма фазового синхронизма (2.4).

2.2 Укороченные уравнения для амплитуд взаимодействующих волн

Система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка (2.5) может быть решена только приближенными методами. Так в нелинейной оптике развит метод медленно меняющихся амплитуд, то есть предполагается, что комплексная амплитуда поля медленно меняется с расстоянием z , то есть $\frac{dE}{dz} \gg \frac{d^2 E}{dz^2}$, что практически всегда реализуется на практике.

$$\begin{aligned} \widehat{M}_1 A_1 &= -i\sigma_1 A_2 A_1^* \exp(i\Delta kz) \\ \widehat{M}_2 A_2 &= -i\sigma_2 A_1^2 \exp(-i\Delta kz) \end{aligned} \quad (2.6)$$

где оператор \widehat{M}_n имеет вид:

$$\widehat{M}_n = \frac{\partial}{\partial z} + \rho_n \frac{\partial}{\partial x} + \frac{i}{2k_n} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{u_n} \frac{\partial}{\partial t} + ig_n \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \alpha_n + Q_n(A).$$

где ρ_n - углы двулучепреломления (сноса), причем снос необыкновенного луча предполагается в плоскости xz;

u_n -групповые скорости;

σ_n -коэффициенты нелинейной связи;

g_n -коэффициенты дисперсионного расплывания;

Δk -суммарная волновая расстройка;

α_n -коэффициенты линейного поглощения;

$Q_n(A)$ учитывает нелинейное поглощение.

Первый член оператора описывает изменение амплитуд в процессе их распространения и взаимодействия. Второй член описывает влияние анизотропии кристалла (снос необыкновенного луча по оси x). Третий член, содержащий производные по поперечным координатам, соответствует эффекту дифракции (диффузионного расплывания пучка). Четвертый член (производная по времени) описывает влияние временной модуляции (импульсный режим).

Член со второй производной по времени соответствует эффекту дисперсионного расплывания импульсов. Правые части уравнений описывают нелинейное взаимодействие волн. Фазовый множитель нелинейных членов уравнений $\exp(\pm i\Delta kz)$ описывает влияние расстройки пространственного резонанса волн второй гармоники и накачки на эффективность генерации второй гармоники. Величину Δk называют волновой расстройкой. Эффективность любого процесса смешения частот оптического излучения зависит от степени рассогласования фазы между волной поляризации и генерируемой электромагнитной волной. Для получения значительной мощности в экспериментах по смешению частот нужно каким-либо способом создать условия, при которых фазы этих двух волн были бы синхронизированы. Это достигается выполнением условия $\Delta k = 0$, получившим название условия фазового синхронизма. Это условие играет важную роль во многих нелинейных оптических процессах.

Систему уравнений (2.6) необходимо дополнить начальными условиями: волна накачки на входе кристалла принимает постоянное значение, вторая гармоника отсутствует, что значит, что амплитуда второй гармоники на входе равна нулю: $A_{20} = 0$. Поэтому для ГВГ будем считать, что граничные условия имеют вид:

$$A_1(0) = A_{10}, \quad A_2(0) = A_{20} = 0. \quad (2.7)$$

Важно подчеркнуть, что граничные условия (2.7) нужно понимать в предельном смысле:

$$A_1(0) = \lim_{z \rightarrow +0} A_1(z), \quad A_2(0) = \lim_{z \rightarrow +0} A_2(z),$$

т. е. граничные условия для амплитуд берутся справа от входной границы раздела $z = 0$ и должны быть пересчитаны на входные амплитуды волн, которые удобно выразить через соответствующие плотности мощности.

2.3 Приближение плоских волн и заданных полей волн накачки

Получим аналитическое решение системы укороченных уравнений для случая генерации второй гармоники. Но, сначала введем следующие эффективные длины процесса взаимодействия:

- апертурная длина $L_a = d_0 \rho^{-1}$, где d_0 - характерный диаметр луча, ρ - угол анизотропии (сноса);

- квазистатическая длина взаимодействия $L_{кв} = -\tau \nu^{-1}$, где τ - длительность импульсов излучения, ν - расстройка обратных групповых скоростей. Для случая генерации второй гармоники $\nu = u_1^{-1} - u_3^{-1}$, где u_1, u_3 - групповые скорости на соответствующих длинах волн;

- дифракционная длина $L_{диф} = kd_0^2$;

- длина дисперсионного расплывания импульса $L_{оис} = \tau^2 g^{-1}$, g - коэффициент дисперсионного расплывания;

- длина нелинейного взаимодействия $L_{нел} = (\sigma a_0)^{-1}$, где σ - коэффициент нелинейной связи, $a_0 = \sqrt{a_1^2(0) + a_2^2(0)}$, $a_i(0)$ - амплитуды волн на входе кристалла. На этой длине происходит эффективная перекачка энергии от волны накачки к волне второй гармоники.

Необходимость учета того или иного эффекта в математическом описании процесса нелинейного преобразования определяется сравнением длины кристалла L с соответствующей эффективной длиной. При $L < L_{эф}$ соответствующим эффектом можно пренебречь. Например, при $L < L_a$ можно пренебречь влиянием анизотропии и положить равным нулю второй член в операторе; при $L < L_{диф}$ можно пренебречь дифракционным расплыванием пучка и т.д. Особо отметим роль длины нелинейного взаимодействия $L_{нел}$.

При выполнении условия $L < L_{нел}$ реализуется так называемое приближение заданных полей преобразуемых волн, что означает, что укороченные уравнения из системы преобразуются к линейным по вещественным амплитудам полей. При $L \geq L_{нел}$ необходимо решать полные (нелинейные) уравнения. Так как получение аналитического решения системы укороченных уравнений возможно лишь при некоторых упрощениях, получим его в следующих приближениях.

В этом приближении можно пренебречь такими ограничивающими факторами, как дифракция, анизотропия (снос), запаздывание групповых скоростей, дисперсионное расплывание. Кроме того, будем пренебрегать тепловыми эффектами, линейным и нелинейным поглощением. Другими словами, в этом приближении должны выполняться условия: $L < L_{\text{нел}}$, $L < L_{\text{эф}}$. В частности, условие $L < L_{\text{нел}}$ означает для генерации второй гармоники: $A_3(z) \ll A_1(0) = A_2(0)$. Система уравнений со всеми допущениями для генерации второй гармоники будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -i\sigma_1 A_2 A_1^* e^{-i\Delta kz}, \quad \sigma_1 = \frac{4\pi\omega_1}{cn_1} \chi_{\text{эф}} \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i\sigma_2 A_1^2 e^{i\Delta kz}, \quad \sigma_2 = \frac{4\pi\omega_2}{cn_2} \chi_{\text{эф}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Предположим, что амплитуду падающей волны можно считать постоянной по всей длине нелинейной среды, то тогда два уравнения сводятся к одному, которое можно проинтегрировать. Итак, если предположить, что A_1 постоянна, то можем записать:

$$\begin{aligned} A_2 &= -i\sigma_2 A_1^2 \int_0^L \exp(-i\Delta kz) dz, \\ A_2 &= \frac{\sigma_2 A_1^2}{\Delta k} (\exp(-i\Delta kL) - 1). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Используя то, что мощность пучка, проходящего через единичную площадку в среде с показателем преломления n , равна $P = \frac{cn}{2\pi} AA^*$, получим в системе CGS:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{128\pi^5 d^2 L^2 P_1}{cn_1^2 n_2 \lambda_2^2} \sin c^2 \left(\frac{|\Delta k|L}{2} \right), \quad (2.10)$$

где $\sin c \left(\frac{|\Delta k|L}{2} \right) = \frac{\sin \left(\frac{|\Delta k|L}{2} \right)}{\frac{|\Delta k|L}{2}}$, d -эффективная нелинейность в направлении синхронизма, n_i - показатели преломления на длинах волн λ_i , P_i - интенсивность волны накачки. В системе СИ получим:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\pi^2 d^2 L^2 P_1}{\varepsilon_0 cn_1^2 n_2 \lambda_2^2} \sin c^2 \left(\frac{|\Delta k|L}{2} \right), \quad (2.11)$$

где соответствующие величины имеют размерности: d [м/В], P [Вт/м²], L, λ [м], $c=3 \cdot 10^8$ м/с, $\epsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12}$ [А с/В м].

2.4 Нелинейный режим (учет истощения волны накачки)

При произвольном соотношении L и $L_{\text{нел}}$, когда амплитуда второй гармоники становится сравнимой с амплитудой основной волны, приближение заданного поля непригодно, следует учитывать истощение мощности волн накачки, т.е. решать полную систему укороченных уравнений.

Эту систему целесообразно исследовать в действительных переменных, для чего введем вместо комплексных амплитуд действительные амплитуды и фазы, после чего можем записать:

$$A_i = a_i e^{i\varphi_i(z)} \quad (2.12)$$

Подставляя (2.12) в систему (2.8) и отделяя мнимую и действительную части, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dz} + \sigma_1 a_1 a_2 \sin \psi &= 0, \\ \frac{da_2}{dz} - \sigma_2 a_1 a_2 \sin \psi &= 0, \\ \frac{d\psi}{dz} - \Delta k + (2\sigma_1 a_2 - \sigma_2 \frac{a_1^2}{a_2}) \cos \psi &= 0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $\psi(z) = 2\varphi_1(z) - \varphi_2(z) + \Delta kz$ – обобщенная фаза.

Система уравнений (2.13-2.15) дополняется граничными условиями:

$$a_1(0) = a_{10}, \quad a_2(0) = a_{20} = 0, \quad \psi(0) = \psi_0. \quad (2.15)$$

Эта система уравнений имеет два интеграла движения. Первый интеграл следует из первых двух уравнений системы (2.13), умножая первое уравнение на $\sigma_2 a_1$, а второе на $\sigma_1 a_2$ и складывая их, находим первый интеграл движения:

$$I_1(z) = \sigma_2 a_1^2(z) + \sigma_1 a_2^2(z) = \text{const}. \quad (2.16)$$

Очевидно, что интеграл I_1 обусловлен только видом первых двух уравнений и никоим образом не связан с видом третьего уравнения для обобщенной фазы $\psi(z)$. Второй интеграл движения обусловлен видом уже всех уравнений системы. Подставляя в третье уравнение системы (2.13)

выражения для $a_2(z)$ и $a_1^2(z)$ соответственно из первого и второго уравнений, получаем

$$d\psi/dz = [(2/a_1) da_1/dz + (1/a_2) da_2/dz] \operatorname{ctg}\psi = d[\ln(a_1^2 a_2)]/dz \operatorname{ctg}\psi. \quad (2.17)$$

Так как, $\operatorname{tg}\psi d\psi/dz = -d\ln\cos\psi/dz$, то находим $(d/dz)\ln(a_1^2 a_2 \cos\psi) = 0$, откуда и следует второй интеграл

$$I_2(z) = a_1^2(z)a_2(z)\cos\psi = \operatorname{const}. \quad (2.18)$$

Из вида интеграла I_2 следуют некоторые важные выводы. Если на границе $z = 0$ хотя бы одна из амплитуд $a_1(0)$, $a_2(0)$ обращается в нуль (обычно это амплитуда 2-й гармоники), то $I_2(z) \equiv 0$, но так как амплитуды $a_1(z)$ и $a_2(z)$ не могут быть тождественно равны нулю на всей длине кристалла, то $\cos\psi(z) \equiv 0$, т.е. $\psi(z) \equiv \pm \pi/2$.

Для получения аналитического решения системы первый интеграл движения удобно переписать в виде

$$I_1(z) = \sigma_2 a_1^2(z) + \sigma_1 a_2^2(z) = \sigma_1 a_0^2, \quad (19)$$

где константа a_0 определяется из выражения $\sigma_1 a_0^2 = \sigma_2 a_1^2(0) + \sigma_1 a_2^2(0)$. Исключая с помощью (2.17) из (2.18) амплитуду $a_1(z)$, получаем:

$$\begin{aligned} da_2/dz &= \sigma_1(a_0^2 - a_2^2)\sin\psi, \\ d\psi/dz &= (\sigma_1/a_2)(a_0^2 - 3a_2^2)\cos\psi. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Т.к. мы получили, что $\psi(z) \equiv \pm \pi/2$, система из двух уравнений сводится к одному уравнению для амплитуды второй гармоники

$$da_2/dz = \sigma_1(a_0^2 - a_2^2) \quad (2.21)$$

с граничным условием $u_2(0) = 0$.

Решение (2.21), удовлетворяющее граничному условию $u_2(0) = 0$ выражается через гиперболический тангенс

$$a_2(z) = a_0 \operatorname{th}(\sigma_1 a_0 z). \quad (2.22)$$

Очевидно, для амплитуды накачки в этом случае справедливо выражение

$$a_1(z) = a_1(0)/\operatorname{ch}[\sigma_1 a_1(0)z]. \quad (2.23)$$

Используя, то что интенсивность равна $P = \frac{cn}{2\pi} AA^*$, а эффективность (КПД)- $\eta(L) = P_2(L)/P_1(0)$, получим:

$$\eta(L) = th^2(L\sigma_1 a_0) \quad (2.24)$$

Из (2.24) следует важный вывод о возможности практически 100%-ного преобразования излучения основной частоты во вторую гармонику (рис. 2.1).

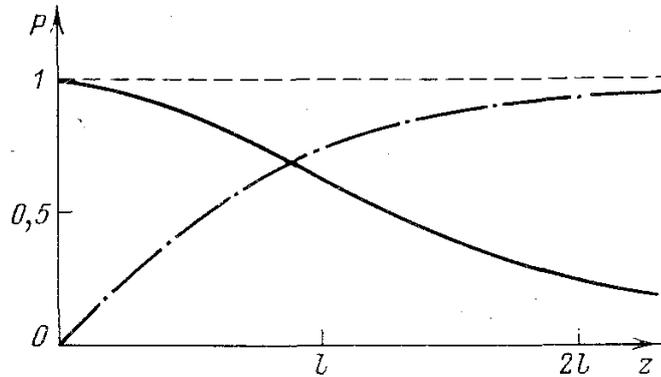


Рисунок 2.1 - Убывание амплитуды волны основной частоты (сплошная кривая) и рост амплитуды волны второй гармоники (штрихпунктирная кривая) в случае точного синхронизма

Точное же решение было получено Н. Бломбергом в виде эллиптических интегралов. При наличии ненулевой расстройки в тех же допущениях систему уравнений (2.13) можно свести с помощью интегралов движения к одному уравнению. Например, исключая из (2.13) амплитуду a_2 и угол ψ , можно получить одно уравнение для a_1 , которое решается в аналитическом виде. Далее аналогично получению формулы (2.24). Приведем лишь окончательный результат:

$$\eta(L) = \beta sn^2(u, \beta), \quad (2.25)$$

где $sn(u, \beta)$ - эллиптический синус, $u = \sigma_1 a_0 L / \sqrt{\beta}$,

$$\beta = (\sqrt{1 + (\Delta_0/2)^2} - \Delta_0/2)^2, \quad \Delta_0 = \Delta k (2\sigma_1 a_0)^{-1}.$$

При $\Delta k = 0, \Delta_0 = 0, \beta = 1$, и эллиптический синус переходит в гиперболический тангенс т.е. в (2.24), при $\Delta_0 \gg 1$ $\beta \rightarrow 0$ и эллиптический синус трансформируется в обычный.

В итоге получаем

$$\eta(L) = \left(\frac{L}{L_{нел}}\right)^2 \sin^2 c^2 \left(\frac{|\Delta k|L}{2}\right) \quad (2.25)$$

При выполнении условия фазового синхронизма

$$\eta(L) = \left(\frac{L}{L_{\text{нел}}}\right)^2 \quad (2.26)$$

При расчетах $L_{\text{нел}}$ амплитуда поля a_0 находится по известной исходной мощности излучения на основной частоте $P_1(0)$ с помощью формулы:

$$a_0 = \sqrt{\frac{752P_1(0)}{n}},$$

где P [Вт/см²].

Для гауссовых пучков получается формула:

$$\eta(L) = \left(1 - 2 \frac{L_{\text{нел}}}{L} \operatorname{th}\left(\frac{L}{L_{\text{нел}}}\right) + 2 \left(\frac{L_{\text{нел}}}{L}\right)^2 \ln\left(\operatorname{ch}\left(\frac{L}{L_{\text{нел}}}\right)\right)\right) \quad (2.27)$$

2.5 Контрольные вопросы

1. Докажите, что в кристаллах с квадратичной нелинейностью происходит генерация второй гармоники, а с кубической нелинейностью - третьей.

2. Какова причина возникновения второй гармоники?

3. Чем определяется длина кристалла, на которой первая гармоника переходит во вторую?

4. Вывести укороченные уравнения для амплитуды лазерного излучения и его второй гармоники.

5. Как осуществляется волновой синхронизм $\Delta k = 0$ в анизотропной среде?

6. Как найти угол фазового синхронизма с помощью оптической индикатрисы одноосного кристалла?

7. Выведите формулу, позволяющую рассчитать угол фазового синхронизма.

8. Для чего на Ваш взгляд в схеме внерезонаторной генерации второй гармоники используется цилиндрическая линза?

9. Получить условие на показатели преломления при генерации второй гармоники в случае ое-е синхронизма.

10. Найти направление распространения обыкновенной волны в кристалле (по отношению к оптической оси) при котором происходит оптимальная генерация второй гармоники е-волны если: $n_o(\omega) = 1.5$; $n_e(\omega) = 1.45$; $n_e(2\omega) = 1.49$; $n_o(2\omega) = 1.53$. Синхронизм оо-е типа.

11. Продумайте эксперимент по генерации второй гармоники света в теллуре при длине волны основного луча 10,6 мкм. Теллур принадлежит к группе симметрии 32. Найдите угол синхронизма, определите направление поляризации луча и ориентацию кристалла, обеспечивающие максимальную выходную мощность с $\lambda = 5,3$ мкм.

Дисперсия в теллуре

λ , мкм	n_o	n_e	λ , мкм	n_o	n_e
4	4,929	6,372	8	4,809	6,253
5	4,864	6,316	10	4,796	6,246
6	4,838	6,826	12	4,789	6,237
7	4,821	6,257	14	4,785	6,230

12. Требуется удвоить частоту излучения Nd:YAG лазера в кристалле KDP (KH_2PO_4) Вычислите угол синхронизма.

Дисперсия в KDP

λ , мкм	n_o	n_e
1.06	1,507	-----
0.53	1,5283	1.48222

13. Оцените эффективность преобразования во вторую гармонику по 1 типу взаимодействия в случае идеального фазового синхронизма в кристалле KDP длиной 2.5 см, если падающий пучок имеет длину волны 1.06 мкм и интенсивность 100 МВт/см^2 , $d_{\text{эф}} = d_{36} \sin \theta = 0.28 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$

3 Экспериментальная часть**3.1 Учет поглощения**

Укороченные уравнения с учетом линейных потерь α_1 , α_2 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} + \alpha_1 A_1 &= -i\sigma_1 A_2 A_1^* \exp(i\Delta kz) \\ \frac{dA_2}{dz} + \alpha_2 A_2 &= -i\sigma_2 A_1^2 \exp(-i\Delta kz). \end{aligned} \quad (3.1)$$

В частном случае $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ система (2.8) имеет аналитическое решение:

$$A_1(z) = A_{10} e^{-\alpha z} \operatorname{sech} \left[\sigma_1 A_{10} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha z}) \right], \quad (3.2)$$

$$A_2(z) = A_{10} e^{-\alpha z} \operatorname{th} \left[\sigma_1 A_{10} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha z}) \right]. \quad (3.3)$$

И для эффективности преобразования получаем

$$\eta(L) = e^{-\alpha L} \operatorname{th}^2 \left\{ \frac{1}{L_{\text{нел}}} \frac{2}{\alpha} (1 - \exp(-\frac{\alpha L}{2})) \right\} \quad (3.4)$$

В случае точного отсутствия истощения накачки (3.5) упрощается

$$\eta(L) = e^{-\alpha L} \left(\frac{1}{L_{\text{нел}}} \right)^2 \left\{ \frac{2}{\alpha} (1 - \exp(-\frac{\alpha L}{2})) \right\}^2, \quad (3.5)$$

В экспериментах по генерации второй гармоники большое значение величины $|A_{10}\sigma_1 l|$, необходимое для достижения высоких коэффициентов преобразования, может быть достигнуто при использовании импульсных лазеров. Для сравнения экспериментальных данных с теорией необходимо учесть временное и пространственное распределение излучения накачки.

Во многих интересных для практики случаях процесс генерации второй гармоники можно считать стационарным, т.е. в каждый момент времени справедливы уравнения (2.9), (2.10) для мгновенного значения интенсивности основного излучения A_{10} . Учет пространственного распределения мощности основного излучения для пучков, у которых несущественно дифракционное расплывание пучка на длине нелинейной среды l , также может быть произведен простым интегрированием по сечению пучка решения (2.10) для плоской волны.

Проведем расчет эффективности преобразования во вторую гармонику импульса основного излучения, имеющего гауссовское распределение как во времени, так и по пространству. Пусть $A_1 = A_{10} e^{-r^2/\rho^2} \times e^{-t^2/\tau^2}$, где τ - длительность импульса, ρ - радиус гауссовского пучка. Для КПД преобразования по энергии η_3 такого импульса можно записать:

$$\begin{aligned} \eta_3 = \frac{E_2}{E_1} &= \frac{A_{10}^2 \int_0^\infty 2\pi r dr \int_0^\infty 2e^{-2r^2/\rho^2} e^{-2t^2/\tau^2} e^{-2\alpha l} th^2 \left[\sigma_1 A_{10} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha l}) \right] dt}{A_{10}^2 \int_0^\infty 2\pi r dr \int_0^\infty 2e^{-2r^2/\rho^2} e^{-2t^2/\tau^2} dt} = \\ &= \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} e^{-2\alpha l} \int_0^\infty z e^{-2z^2} dz \int_0^\infty e^{-2y^2} th^2 \left[A_{10} \sigma e^{-z^2} e^{-y^2} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha l}) \right] dy, \quad (3.6) \end{aligned}$$

где $z = \frac{r}{\rho}$; $y = \frac{t}{\tau}$.

3.2 Задания

1. Составить программу в Mathcad (или иной системе) и рассчитать КПД η_3 преобразования основного излучения во вторую гармонику (формула (3.6)) как функцию величины $\sigma A_{10} l$ в интервале 0 - 10 для

различных коэффициентов поглощения α (например, $\alpha = 0$; $\alpha = 0,05 \text{ см}^{-1}$). Длину кристалла l положить равной 1 см.

2. При заданной интенсивности волны накачки 10 Мвт/см^2 и коэффициенте поглощения ($\alpha = 0,1 \text{ см}^{-1}$) рассчитать КПД преобразования во вторую гармонику в зависимости от длины нелинейной среды l . Из полученных данных определить оптимальную длину преобразователя.

3. Решить численно систему уравнений (3.1) с использованием Mathcad для одинаковых коэффициентах поглощения на длинах волн второй гармоники и накачки, сравнить результат с точным решением (3.4) и (3.5).

4. Решить численно систему уравнений (3.1) с учетом различного поглощения на длинах волн накачки и второй гармоники.

Сводка данные о конкретных одноосных нелинейных кристаллах приведена в приложении А.

3.3 Содержание отчета

3.4.1. При составлении отчета необходимо руководствоваться общими требованиями и правилами оформления отчета о лабораторной работе.

3.4.2. В соответствующих разделах отчета необходимо представить:

- 1) задание;
- 2) таблицы экспериментальных данных;
- 3) результаты расчетов, предусмотренных заданием;
- 4) выводы.

Список литературы

1. Оптика : Учебное пособие для вузов / Г. С. Ландсберг. - М. : Физматлит, 2006. - 848 с.
2. Волновая оптика : Учебное пособие для вузов / Н. И. Калитеевский. - 4-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2006. - 465 с.
3. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. - М.: Мир, 1987. – 616 с.
4. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989. – 557 с.
5. Гейко П.П. Прикладная нелинейная оптика : учебное пособие, Томск, ТУСУР, 2007
6. Взаимодействие оптического излучения с веществом: учебное пособие / П. П. Гейко. - Томск: ТУСУР, 2007. - 151 с.

Приложение А
Параметры распространенных, одноосных нелинейных
кристаллов

Кристалл	Группа симметрии	n_o (1,06 мкм)	Диапазон прозрачности, мкм	Коэффициент поглощения, $см^{-1}$	d_{max} , 1,06 мкм пм/В	d_{max}^2/n^3 (пм/В) ²
KH_2PO_4 Дигидрофосфат калия (KDP)	$\bar{4}2m$	1,49	0,174-1,57	0,05	0,39	0,046
$KH_{2-x}D_xPO_4$ Дидейтерофосфат калия (KD*P, DKDP)	$\bar{4}2m$	1,50	0,2-2,1	< 0,01	0,37	0,041
$NH_4H_2PO_4$ Дигидрофосфат аммония (ADP)	$\bar{4}2m$	1,51	0,18-1,53	< 0,1	0,47	0,064
CsH_2AsO_4 Дигидроарсенат цезия (CDA)	$\bar{4}2m$	1,55	0,216-1,87 (1,67) о-волна (е-волна)	0,04	0,40	0,043
$CsH_{2-x}D_xAsO_4$ Дидейтероарсенат цезия (CD*A, DCDA,)	$\bar{4}2m$	1,55	0,27-2,03 (1,78) о-волна (е-волна)	0,02	0,40	0,043
$\beta-BaB_2O_4$ Бета-борат бария (BBO)	3m	1,65	0,189-3,5	0,01	2,3 (d_{22}) -0,16 (d_{31})	1,178 -
$LiIO_3$ Иодат лития	6	1,86	0,28-6,0	< 0,1	4,5	3,147
$LiNbO_3$ Ниобат лития	3m	2,23	0,4-5,5	< 0,01	2,46 (d_{22}) - 4,64 (d_{31}) 41,7	3,59 9,08 156,8
$AgGaS_2$ Тиогаллат серебра	$\bar{4}2m$	2,45	0,47-13,0	0,01	11	8,23
$ZnGeP_2$ Фосфид цинка-германия	$\bar{4}2m$	3,22	0,74-12,0	0,1-0,4	75	160
$GaSe$ Селенид галлия	$\bar{6}2m$	2,90	0,62-20,0	0,45 и < 0,1 (1,06 и 10,6 мкм)	54	119,56
Ag_3AsS_3 Прустит	3m	2,83	0,6-13,0	< 0,1	17	12,75

Учебное пособие

Гейко Павел Пантелеевич

Эффективность генерации второй гармоники
ограниченными пучками света

Методические указания к лабораторной работе
по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом»

Усл. печ. л. _____ Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40