

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

Взаимодействие оптического излучения с веществом

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ СВЕТА В СРЕДАХ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

Методические указания к лабораторной работе  
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и  
«Электроника и микроэлектроника»  
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

**Гейко, Павел Пантелеевич**

Моделирование параметрической генерации света в средах с квадратичной нелинейностью = Взаимодействие оптического излучения с веществом: методические указания к лабораторной работе для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» / П.П. Гейко; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 14 с.

Целью данной работы является исследование особенностей трехчастотного параметрического взаимодействия трех волн в нелинейной среде без затухания и с учетом затухания. Это исследование включает в себя нахождение эффективности преобразования энергии волны накачки в энергию сигнальной волны, а также расстояний (длин кристаллов), на которых достигаются максимальные коэффициенты преобразования.

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом».

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

Взаимодействие оптического излучения с веществом

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ СВЕТА  
В СРЕДАХ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Методические указания к лабораторной работе  
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и  
«Электроника и микроэлектроника»  
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

Разработчик  
профессор каф. ЭП  
\_\_\_\_\_ П.П. Гейко  
\_\_\_\_\_ 2012 г

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| 1 Введение.....                                  | 5  |
| 2 Теоретическая часть.....                       | 6  |
| 2.1 Основные теоретические положения.....        | 6  |
| 2.2 Контрольные вопросы.....                     | 8  |
| 3 Экспериментальная часть.....                   | 8  |
| 3.1 Физические процессы, происходящие в ПГС..... | 8  |
| 3.2 Задания.....                                 | 11 |
| 3.3 Содержание отчета.....                       | 13 |
| Список литературы.....                           | 13 |

## 1 Введение

В средах с квадратичной зависимостью диэлектрической проницаемости от амплитуды электромагнитного поля процессы обмена энергией между волнами различающихся частот эффективно используются в параметрических генераторах света (ПГС). ПГС обеспечивают получение перестраиваемого по частоте излучения в диапазоне длин волн от 1 мм до  $10^{-7}$  м (ближний ультрафиолет).

Пусть интенсивная когерентная световая волна (волна накачки) распространяется через нелинейный кристалл. В кристалле всегда имеются флуктуации поля в виде чрезвычайно слабых, хаотических сигналов. Благодаря параметрическому взаимодействию этих сигналов с волной накачки распространение волны накачки по кристаллу будет сопровождаться переизлучением световых волн на частотах, меньших частоты накачки. Это явление называют параметрической люминесценцией (параметрическим рассеянием света). В отличие от обычной люминесценции здесь имеет место связь между переизлучаемыми частотами и углами, образуемыми направлениями наблюдения с направлением распространения волны накачки. Кроме того, при параметрической люминесценции переизлучаемые частоты никак не связаны с частотами переходов между уровнями в среде).

Поместим нелинейный кристалл внутрь оптического резонатора (рис. 1.1), ориентируя его таким образом, чтобы ось резонатора совпадала с направлением синхронизма. Для простоты рассматриваем в данном случае скалярный синхронизм - когда все волновые векторы коллинеарны. Будем накачивать кристалл достаточно интенсивной волной. При определенных условиях в резонаторе возбуждается параметрическая генерация. Обычно для ее возбуждения в кристалл вводят только волну накачки; в этом случае генерация развивается от уровня шумов, на основе параметрической люминесценции.

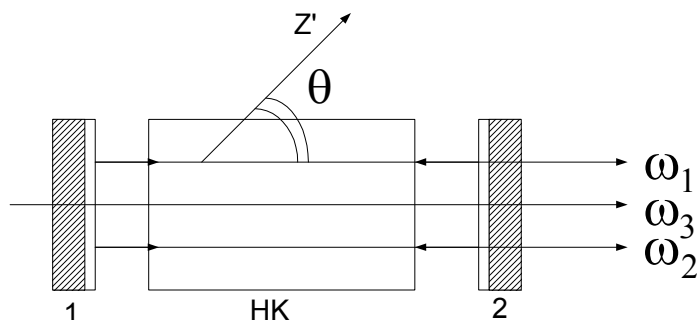


Рисунок 1.1 - Схема параметрического генератора света

Возможно также инициирование параметрической генерации дополнительно вводимым в кристалл когерентным сигналом (инжекция сигнала).

Если резонатор высокодобротен на двух частотах (сигнальной и холостой), то говорят о двухрезонаторном ПГС. Если же добротность резонатора высока только на одной из двух частот, а на другой частоте резонатор фактически отсутствует, то это однорезонаторный ПГС.

Отметим, что именно резонатор позволяет выделить всякий раз те конкретные частоты, на которые «расщепляется» частота волны накачки. Число пар волн, сумма частот которых равна частоте волны накачки, может быть, очевидно, сколь угодно большим. Однако генерируется всякий раз именно та пара волн, для которой направление синхронизма совпадает с осью резонатора (рассматривая синхронизм, надо, очевидно, принимать во внимание все три волны, т.е. учитывать также волну накачки). Заметим в этой связи, что резонатор в ПГС оказывает сильное влияние на реализацию такой настройки - как частотной, так и волновой.

Процессы, происходящие в ПГС, имеют многочисленные аналоги. Это, например, взаимодействия плазменных волн, некоторые биологические процессы, идущие с изменением численности антагонистических видов, движение твердого тела с одной неподвижной точкой и т. д.

Аналитическое решение уравнений теории нелинейных взаимодействий рассматриваемого типа во многих случаях затруднительно. Поэтому для получения характеристик ПГС, таких, как коэффициент преобразования, пространственный период перекачки энергии, необходимо применение численных методов.

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Основные теоретические положения

Распространение одномерных электромагнитных волн в плотных средах описывается волновым уравнением, связывающим напряженность  $\mathbf{E}$  и индукцию  $\mathbf{D}$  электрического поля:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D}. \quad (2.1)$$

Здесь  $z$  - координата, вдоль которой распространяется волна;  $t$  - время;  $c$  - скорость света. Уравнение (2.1) незамкнуто, его следует дополнить материальным уравнением

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon} \mathbf{E}. \quad (2.2)$$

Мощное излучение изменяет свойства вещества, в том числе оптические. При этом диэлектрическая проницаемость становится зависящей от поля  $\mathbf{E}$ .

В средах, внутренняя структура которых не имеет центра инверсии, основной вклад в нелинейность дает член, квадратичный по полю. В этом случае (2.2) можно переписать в виде

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}_0 \mathbf{E} + 2\pi \hat{\chi} \mathbf{E} \mathbf{E}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\hat{\chi}$  - тензор квадратичной нелинейности.

Дальнейший анализ системы (2.1) - (2.3) проводится методом медленных амплитуд, подробное изложение которого содержится в [1].

В линейной среде волны разных частот не взаимодействуют. В нелинейной среде такое взаимодействие оказывается возможным. Так, при распространении в среде волна частоты  $\omega_1$  может породить волны с частотой  $2\omega_1$  или  $\omega_1/2$ . Две сильные волны с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  кроме своих гармоник  $2\omega_{1,2}$  и субгармоник  $\omega_{1,2}/2$  могут породить волны суммарной и разностной частот  $\omega_{3,4} = \omega_1 \pm \omega_2$  и наоборот.

Рассмотрим взаимодействие волн с частотами  $\omega_1, \omega_2$  и  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . Решение системы (2.1)-(2.3) отыскиваем в виде

$$\mathbf{E}(z, t) = \sum_{j=1}^3 \mathbf{A}_j(z) \exp[i(\omega_j t - k_j z)] + KC, \quad (2.4)$$

где  $k_i = \omega_j \operatorname{Re} \varepsilon_0^{1/2}(\omega_j)/c$ ,  $KC$  - комплексно - сопряженные члены. Амплитуды  $A_j$  здесь медленно изменяются на расстояниях порядка длины волны. Подставляя (2.4) в (2.1) и проводя усреднение по пространственному и временному периодам, получаем систему укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d}{dz} + \alpha_1 \right) A_1 &= i \sigma_1 A_2^* A_3, \\ \left( \frac{d}{dz} + \alpha_2 \right) A_2 &= i \sigma_2 A_1^* A_3, \\ \left( \frac{d}{dz} + \alpha_3 \right) A_3 &= i \sigma_3 A_1 A_2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь коэффициенты  $\alpha_j$ , связанные с мнимой частью линейной диэлектрической проницаемости, описывают поглощение волн в среде. Коэффициенты нелинейной связи  $\sigma_j$  пропорциональны квадратичной восприимчивости  $\chi$ .

Для численного анализа проведем следующую замену переменных:

$$\begin{aligned} x &= (\sigma_1 \sigma_2)^{1/2} A_0 z, \quad A_0 = A_3(0), \quad R_3 = A_3 / A_0, \\ R_1 &= (\sigma_3 \sigma_1)^{1/2} A_1 / A_0, \quad R_2 = -i(\sigma_3 / \sigma_2)^{1/2} A_2 / A_0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В этих переменных (2.5) преобразуется в систему

$$\begin{aligned} \left( \frac{d}{dx} + \delta_1 \right) R_1 &= R_2 R_3, \\ \left( \frac{d}{dx} + \delta_2 \right) R_2 &= R_1 R_3, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\left(\frac{d}{dx} + \delta_3\right)R_3 = -R_1R_2,$$

где  $\delta_1 = \alpha_j(\sigma_1\sigma_2)^{-1/2}A_0^{-1}$  - безразмерные коэффициенты поглощения.

## 2.2 Контрольные вопросы

1. Какая среда называется нелинейной квадратичной?
2. Вывести систему укороченных уравнений (2.5).
3. Смысл величин  $R_i$ ,  $x$  и  $S_i$ .
4. Какие физические процессы протекают в квадратичной среде при распространении в ней нескольких световых волн?
5. В каком случае параметрический усилитель превращается в генератор?
6. При каком условии будут усиливаться сигнальные волны?
7. Что такое вырожденный параметрический усилитель и генератор?
8. Виды фазового синхронизма при параметрическом взаимодействии волн.
9. Какова роль поглощения света при параметрическом взаимодействии волн?
10. Чем отличается двухрезонаторный ПГС от однорезонаторного и безрезонаторного?
11. Выведите выражение для угла фазового синхронизма в параметрическом усилителе на кристалле KDP, в котором две волны — необыкновенные, а третья — обыкновенная. Которую из трех волн (т. е. сигнальную, «холостую» или накачки) выбрать как обыкновенную? Может ли этот тип фазового синхронизма быть выполнен при  $\lambda_3=1$  мкм,  $\lambda_2=\lambda_1=2$  мкм. Если да, то каково значение угла синхронизма?

### Дисперсия в KDP

| $\lambda$ , мкм | $n_o$    | $n_e$    |
|-----------------|----------|----------|
| 1.0             | 1,496044 | 1,460993 |
| 2.0             | 1,460044 | 1,450308 |

## 3 Экспериментальная часть

### 3.1 Физические процессы, происходящие в ПГС

1. Приведем примеры стационарных процессов взаимодействия волн, которые описываются в зависимости от граничных условий системой (2.7).

а) Параметрическое усиление. Если на линейную среду в сечении  $x=0$  падает интенсивная волна частоты  $\omega_3$  ( $R_3(0) \gg R_{1,2}(0)$ ), происходит параметрическое усиление слабых волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Для простоты будем считать сначала поглощение пренебрежимо малым



( $\delta_j = 0$ ). На малых расстояниях ( $\chi \ll 1$ ) лишь незначительная часть мощности сильной волны (ее называют волной «накачки») преобразуется в мощность слабых волн. Система (2.7) упрощается:

$$\frac{dR_1}{dx} = R_2, \quad \frac{dR_2}{dx} = R_1. \quad (3.1)$$

Ее решение с граничными условиями  $R_1(0) = R_{10}$ ,  $R_2(0) = R_{20}$  есть выражения (3.2) (рис. 3.1)

$$\begin{aligned} R_1(x) &= R_{10} \operatorname{ch} x + R_{20} \operatorname{sh} x, \\ R_2(x) &= R_{20} \operatorname{ch} x + R_{10} \operatorname{sh} x. \end{aligned} \quad (3.2)$$

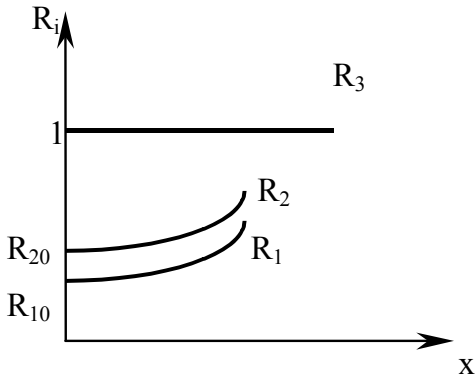


Рисунок 3.1 - Распределение амплитуд полей вдоль кристалла при ПГС

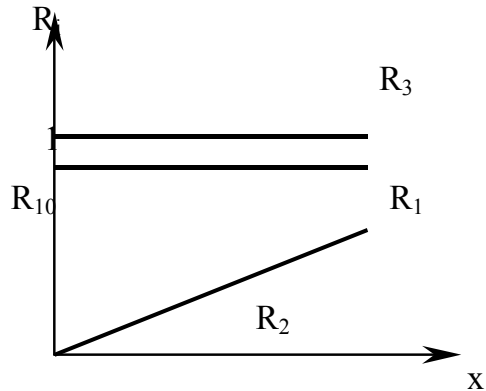


Рисунок 3.2 - Распределение амплитуд полей вдоль кристалла при ГРЧ

б) Генерация разностной частоты (ГРЧ). Две сильные волны, например, с частотами  $\omega_3$  и  $\omega_1$ , падая на линейную среду, порождают волну с частотой  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ . При  $x \ll 1$  этот процесс описывается приближенно следующим образом (рис. 3.2):

$$\begin{aligned} R_3(x) &\cong 1, \quad R_1(x) \cong R_{10}, \\ R_2(x) &\cong R_{10}x + R_{20}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Учет поглощения в приближении заданного поля накачки (или накачек), рассмотренного выше, достаточно прост.

2. Если пренебречь поглощением ( $\delta_j = 0$ ), система (2.7) интегрируется точно и с учетом изменения амплитуд накачек. Решение ее выражается через эллиптические функции Якоби  $\operatorname{sn}(x)$ ,  $\operatorname{cn}(x)$  и  $\operatorname{dn}(x)$ .

Типичные зависимости амплитуд взаимодействующих волн от координаты показаны на рис. 3.3 а, б.

Таким образом, коэффициент преобразования мощности

$$\eta_{1,2}(x) = R_{1,2}^2(x) \quad (3.4)$$

важный в практических приложениях, периодически зависит от координаты  $x$  и изменяется в пределах от  $R_{1,2}^2(0)$  до  $1 - R_{1,2}^2(0)$ . Следовательно, для получения максимального коэффициента преобразования при заданной мощности накачки (скажем, в процессе параметрической генерации) необходимо подобрать определенную длину нелинейной среды, обратно пропорциональную амплитуде накачки.

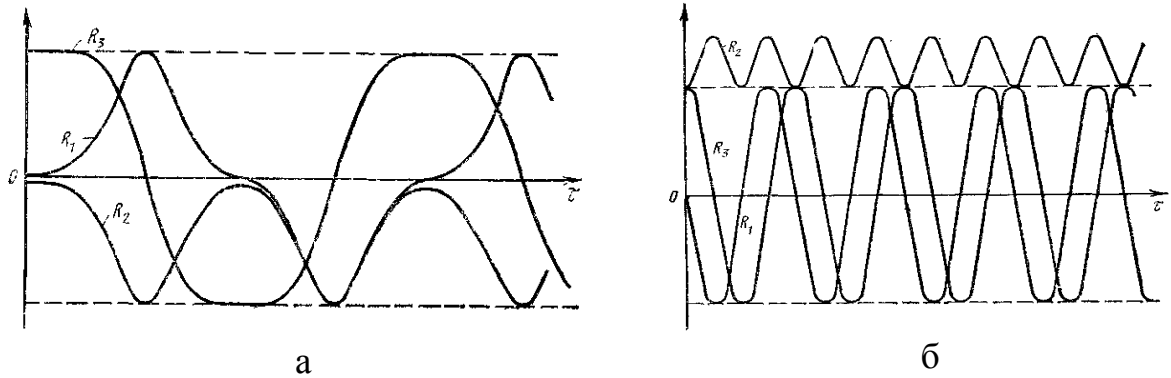


Рисунок 3.3 - Зависимости амплитуд взаимодействующих волн от координаты  $z$

Система (2.7) интегрируется аналитически и при  $\delta_j = \delta$ , так как члены вида  $\delta R_j$  исключаются заменой:

$$R_j = P_j \exp(-\delta x), \quad y = \frac{1 - \exp(-\delta x)}{\delta}. \quad (3.5)$$

Осцилляции амплитуд при этом становятся затухающими, а при достаточно большом поглощении вообще отсутствуют.

3. Для более общего случая ( $\delta_1 \neq \delta_2 \neq \delta_3$ ) аналитического решения получить не удастся. В то же время на практике именно этот случай реализуется чаще всего. Важным является, например анализ возможностей ПГС, работающего вблизи характеристических полос поглощения  $(\delta_1 = \delta_2 = 0, \delta_3 \neq 0)$ . Учет поглощения дает также важную для эксперимента оценку минимальной длины среды, в которой достигается наивысший коэффициент преобразования.

В заключение, отметим, что параметрические генераторы являются одним из основных источников получения перестраиваемого в широком диапазоне частот лазерного излучения. Как было уже установлено, генерация возникает на той частоте (или частотах), для которых выполняется лучше всего условие фазового синхронизма:  $k_1 + k_2 = k_3$ . Поэтому, меняя тем или иным способом частоту, на которой это условие соблюдается, мы тем самым будем менять частоту генерации параметрического генератора. Эти изменения можно осуществлять следующими четырьмя способами:

1) меняя угол  $\theta$  между оптической осью кристалла  $z'$  и направлением  $K$ , распространения пучка накачки (угловая перестройка частоты), мы

будем менять показатель преломления необыкновенного луча  $n_2'(\theta)$ , а т.к. и  $n_n$ , и  $n_0$ , и  $n_2'$  зависят от частоты, то мы тем самым будем менять частоту, на которой выполняется условие фазового синхронизма;

2) угол синхронизма в кристаллах обычно зависит от температуры, меняя которую мы также будем менять при заданном  $\theta$  частоту, на которой выполняется условие синхронизма, а значит и частоту генерации;

3) оптические индикатрисы кристалла можно менять внешним постоянным электрическим полем и тем самым осуществлять электрическую перестройку частоты генерации;

4) генерируемую частоту можно менять изменением частоты  $\omega_3$  накачки, причем в процентном отношении перестройка частоты  $\omega_1$  будет больше, чем частоты  $\omega_3$ . Первый параметрический генератор, предложен в 1962 году советскими физиками С.А. Ахмановым и Р. В. Хохловым и независимо от них американцами Н.М. Кроллом и Р.Х. Киндстоном.

Данная работа сводится к решению системы укороченных уравнений (2.7) с целью определения зависимостей относительных амплитуд световых волн  $R_1(x)$ ;  $R_2(x)$ ; и  $R_3(x)$  от величины  $x$ , связанной с расстоянием  $z$ , пройденным волнами в нелинейной среде.

### 3.2 Задания

#### 1. Изучение параметрической генерации волн при $\delta_i = 0$ .

В этом задании рассматривается среда без затухания. Задайте следующие начальные условия:  $R_1(0) = 0,5$ ;  $R_2(0) = 0$  и  $R_3(0) = 1$ . Это означает, что в нелинейную среду инжектируются две волны: сигнальная на частоте  $\omega_1$  и волна накачки  $\omega_3$ . В этом случае амплитуды  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  будут соответствовать функциям Якоби:  $ch(x)$ ,  $sh(x)$ ,  $dh(x)$  (рис. 3.1). Аргумент  $x$  изменять так, чтобы на графиках  $R_i(x)$  укладывалось не менее 3 периодов функции  $R_1$  и  $R_2$ . Из полученных графиков определить:

а) период перекачки энергии, для чего измерить расстояние между максимумом и минимумом функции  $R_3$  (измерение провести для нескольких максимумов и минимумов и найти среднее значение);

б) максимальный коэффициент преобразования, для чего измерить максимальные значения  $R_i$  и усреднить, а затем рассчитать КПД по формуле (3.4).

2. Изучение влияния затухания на параметрическое взаимодействие волн. Очевидно, что учет затухания приводит к уменьшению амплитуд всех волн при распространении в среде.

2.1 Определение квазипериода и КПД преобразования энергии волны накачки в энергию сигнальной волны в зависимости от расстояния.

Ввести одинаковое для всех волн затухание  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0,03\text{см}^{-1}$  и задать начальные условия  $R_1(0) = 0,5$ ;  $R_2(0) = 0$ ;  $R_3(0) = 1$ . Решить систему уравнений (2.7) и построить графики функций  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  так, чтобы на них укладывалось 6-8 периодов. Из графиков определить:

а) зависимость периода амплитуды для каждой из волн от номера максимума  $n$ ;

б) зависимость КПД от номера максимума по формуле

$$\eta(n) = \frac{R_{1\max}^2(n) + R_{2\max}^2(n)}{R_3^2(0)}. \quad (3.6)$$

Результаты расчета представить в виде графиков.

2.2 Определение величины затухания, при котором процесс перекачки становится апериодическим.

Изменяя затухание  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$  (0,01; 0,02;...), построить кривые, соответствующие различным значениям  $\delta_i$ . Найти такое значение  $\delta$ , при котором каждая из функций  $R_i$  имеет не более одного максимума.

2.3 Определение зависимости КПД преобразования волн от затухания волны накачки  $\delta_3$ .

Рассматривается случай, когда сигнальные волны не поглощаются, а волна накачки затухает с  $\delta_3 \neq 0$ . Задача решается при начальных условиях:  $R_1(0) = 0,5$ ;  $R_2(0) = 0$ ;  $R_3(0) = 1$ . Для пяти значений  $\delta_3$  (0,01; 0,02;...) рассчитать КПД преобразования по формуле (13). Результат представить в виде графика зависимости  $\eta(n)$  от  $\delta_3$ .

2.4 Определение КПД преобразования в зависимости от  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

Задать начальные условия те же, что и в предыдущем случае. Однако затухание  $\delta_3 = 0$ , а  $\delta_1 = \delta_2$  (0,01; 0,02;...). По методике предыдущего пункта найти зависимость  $\eta(\delta_1)$ .

3. Изучение генерации волны разностной частоты при  $\delta_i = 0$ .

Установить начальные условия  $R_1(0) = R_3(0) = 1$ ;  $R_2(0) = 0$ , что соответствует падению на границу нелинейной среды двух волн равной интенсивности. По методике, описанной в задании 1, построить графики изменения с расстоянием амплитуд всех трех волн  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ . Из них определить:

а) периоды перекачки энергии для волн  $R_1$  и  $R_3$ ;

б) по формуле

$$\eta_{\max} = \frac{R_{2\max}^2}{R_{1\max}^2 + R_{3\max}^2} \quad (3.7)$$

-максимальный КПД перекачки энергии в волну разностной частоты  $\omega_2$ .

### 3.3 Содержание отчета

3.4.1. При составлении отчета необходимо руководствоваться общими требованиями и правилами оформления отчета о лабораторной работе.

3.4.2. В соответствующих разделах отчета необходимо представить:

- 1) задание;
- 2) таблицы экспериментальных данных;
- 3) результаты расчетов, предусмотренных заданием;
- 4) выводы.

### Список литературы

1. Оптика : Учебное пособие для вузов / Г. С. Ландсберг. - М. : Физматлит, 2006. - 848 с.
2. Волновая оптика : Учебное пособие для вузов / Н. И. Калитеевский. - 4-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2006. - 465 с.
3. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. - М.: Мир, 1987. – 616 с.
4. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989. – 557 с.
5. Гейко П.П. Прикладная нелинейная оптика : учебное пособие, Томск, ТУСУР, 2007
6. Взаимодействие оптического излучения с веществом: учебное пособие / П. П. Гейко. - Томск: ТУСУР, 2007. - 151 с.

Учебное пособие

Гейко Павел Пантелеевич

Моделирование распространения световых пучков  
в нелинейных средах

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом»

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_ Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40