Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

Взаимодействие оптического излучения с веществом

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ОПТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Методические указания к лабораторной работе
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и «Электроника и микроэлектроника»
(специальность «Электронные приборы и устройства»

2012

Гейко, Павел Пантелеевич

Моделирование распространения световых пучков в оптически неоднородных средах = Взаимодействие оптического излучения с веществом: методические указания к лабораторной работе для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства»/ П.П. Гейко; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 11 с.

Цель данной работы - изучить основные закономерности распространения лазерных пучков в оптически неоднородных средах, оказывающих на пучок фокусирующее или расфокусирующее действие. Распределение «элементарных оптических линз» вдоль пути распространения пучка задается априори («линзовая» среда).

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом»

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ЭП
_____________С.М. Шандаров
«___» _____________ 2012 г.

Взаимодействие оптического излучения с веществом

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Методические указания к лабораторной работе
для студентов направлений «Фотоника и оптоэлектроника» и
«Электроника и микроэлектроника»
(специальность «Электронные приборы и устройства»

Разработчик
профессор каф. ЭП
______ П.П. Гейко
__________ 2012 г

2012

Содержание

1 Введение 5
2 Теоретическая часть 5
2.1 Распространение световых пучков (квазиоптическое приближение) 5
2.2 Дифракция световых пучков в оптически однородных средах 7
2.3 Распространение пучков в линзовых средах 7
2.4 Контрольные вопросы 8
3 Экспериментальная часть 8
3.1 Постановка и проведение вычислительных экспериментов 8
3.2 Задания 10
3.3 Содержание отчета 10
Список литературы 10

1 Введение

Цель данной работы - изучить основные закономерности распространения лазерных пучков в оптически неоднородных средах, оказывающих на пучок фокусирующее или расфокусирующее действие. Распределение «элементарных оптических линз» вдоль пути распространения пучка задается априори («линзовая» среда).

2 Теоретическая часть

2.1 Распространение световых пучков (квазиоптическое приближение)

Распространение гармонических электромагнитных волн описывается уравнением Гельмгольца

$$\Delta E + \varepsilon k_0^2 E = 0\,, \tag{2.1}$$

где Δ - лапласиан; ε - диэлектрическая проницаемость среды; $\kappa_0 = \omega / c$ - волновое число в вакууме; ω - частота электромагнитных колебаний; c - скорость света в вакууме. Нас будет интересовать распространение волн в оптически неоднородных средах, диэлектрическая проницаемость которых изменяется в пространстве:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(r)\,, \tag{2.2}$$

где ε_0 - постоянная составляющая, а $\varepsilon_1(r)$ - переменная составляющая. В оптическом диапазоне изменения диэлектрической проницаемости малы по величине:

$$\left|\varepsilon_1(r)\right| \ll \varepsilon_0 \tag{2.3}$$

и происходят достаточно медленно на расстояниях порядка длины волны $\lambda = 2\pi / k$:

$$\left|grad\varepsilon_1(r)\right| \ll k\varepsilon_0\ ; \quad k = k_0\sqrt{\varepsilon_0}\ . \tag{2.4}$$

Представим решение уравнения (1) в виде

$$E = Ae^{-ikz}\ . \tag{2.5}$$

Здесь A можно рассматривать как комплексную амплитуду почти плоской волны. После подстановки (2.5) в (2.1) получаем

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2ik}\Delta A - \frac{ik\varepsilon_1(r)}{2\varepsilon_0}A\,. \tag{2.6}$$

В слабонеоднородных средах волны мало отличаются от плоских на всем пути своего распространения, т. е. амплитуда волны A медленно меняется по сравнению с быстрыми изменениями эйконала e^{-ikz}:

$$|gradA| \ll k|A| \; . \tag{2.7}$$

Физически это означает, что поперечные размеры пучка остаются много больше длины волны, $a_{\perp} \gg \lambda$, в любом сечении z. Это дает основание пренебречь в (6) членом $\partial^2 A / \partial z^2$, описывающим продольную диффузию комплексной амплитуды.

Таким образом, распространение слабо сходящихся и слабо расходящихся световых пучков в слабо неоднородных средах можно описывать параболическим уравнением для амплитуды волны, которое для аксиально-симметричных волн имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2ik}\left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial z}\right) - \frac{ik\varepsilon_1(r,z)}{2\varepsilon_0} A \; , \tag{2.8}$$

где r - поперечная координата, а z - продольная. Уравнение (8) трактует дифракцию волны как процесс поперечной диффузии амплитуды. В силу того, что коэффициент диффузии является мнимой величиной, изменения претерпевает не только профиль интенсивности волны, но и волновой фронт.

Действительно, комплексную амплитуду можно представить в виде

$$A = A_0 e^{-iks} \, , \tag{2.9}$$

где A_0 -действительная амплитуда, s - добавка к эйконалу плоской волны. Подставляя (9) в (8) и отделяя мнимую и действительные части, находим

$$2\frac{\partial s}{\partial z} + \left(\frac{\partial s}{\partial z}\right)^2 = \frac{\varepsilon_1(r,z)}{\varepsilon_0} + \frac{\Delta_{\perp} A_0}{k^2 A_0} \; , \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial A_0^2}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial r}\frac{\partial A_0^2}{\partial r} + A_0^2 \Delta_{\perp} s = 0 \; , \tag{2.11}$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial r^2 + (1/r)\partial / \partial r$. Уравнение (2.10) описывает искажение фазового фронта вследствие рефракции лучей на неоднородностях $\varepsilon_1(r,z)$ и дифракции. Уравнение (2.11) – уравнение переноса – выражает закон сохранения энергии в дифференциальной форме. Интегрируя (2.11) по поперечному сечению, находим, что полная мощность волны

$$P = \frac{cn_0}{8\pi}\int_0^{\infty} A_0^2(r,z) 2\pi r dr \tag{2.12}$$

сохраняется в любом сечении z: $dP / dz = 0$.

Используем квазиоптическое описание (2.10) - (2.11) для описания распространения световых пучков в линзовых средах.

2.2 Дифракция световых пучков в оптически однородных средах

В линейной среде без искажений профиля распространяются гауссовы пучки

$$A_0 = \frac{E_0}{f(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2 f^2(z)}\right) \qquad (2.13)$$

со сферическим фронтом

$$s = \frac{r^2 f'(z)}{2 f(z)} + \varphi(z) \ . \qquad (2.14)$$

Функция $f(z)$ называется безразмерной шириной пучка. Функции (2.13), (2.14) тождественно удовлетворяют уравнению переноса (2.11). Подставляя их в (2.10), находим

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = \frac{1}{R_Д^2 f^3} \ , \qquad (2.15)$$

$R_Д$ - характерная длина, связанная с дифракцией пучка,

$$R_Д = ka^2 / 2 \, . \qquad (2.16)$$

Уравнение (2.15) имеет решение

$$f^2 = (1 + z/R)^2 + z^2 / R_Д^2 \ , \qquad (2.17)$$

где $1/R = \frac{df}{dz} \Big|_{z=0}$ - начальная кривизна волнового фронта; $\alpha = a/R$ - начальная расходимость пучка. Из (2.17) видно, что во всех случаях дифракция ограничивает поле (нигде $f(z)$ не равно 0) и приводит в конечном счете к расплыванию пучка: $f^2 \sim z^2 \left(R^{-2} + R_Д^{-2}\right)$.

2.3 Распространение пучков в линзовых средах

Световые пучки, как было показано в предыдущем разделе, расплываются по мере своего распространения. Для воспрепятствования дифракционному расплыванию световые пучки заключают в трубы, заполненные газом, или в стеклянные волноводы. Причем специальным образом создают такие условия, чтобы диэлектрическая проницаемость имела параболический профиль в поперечном сечении:

$$\varepsilon_1(r, z) = \varepsilon_0 \phi(z) r^2 \, . \qquad (2.18)$$

В линзовой среде (2.18) безразмерная ширина гауссова пучка описывается уравнением:

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = \phi(z) f + \frac{1}{R_Д^2 f^3} \, . \qquad (2.19)$$

Появление нового члена связано с рефракцией лучей в линзовой среде, функция $\phi(z)$ характеризует распределение «элементарных оптических линз» вдоль оси трубы. В области $\phi > 0$ среда оказывает дефокусирующее действие на пучок, а в области $\phi < 0$ - фокусирующее. Из (19) можно получить условие распространения пучка без дифракционного расплывания в виде волновода постоянного сечения $f(z) \equiv 1$. Полагая в (2.19) $f = 1$ и $f'' = 0$, находим $\phi = -R_Д^{-2}$, т.е. оптический волновод можно сформировать в однородной по длине фокусирующей линзовой среде с $a = \sqrt{-2\phi / k}$. При нарушении этого условия или появлении начальной расходимости $\alpha \neq 0$ ширина пучка осциллирует вдоль оси z. Размах этих колебаний (f_{max} и f_{min}) нетрудно найти, вычислив первый интеграл уравнения (19).

2.4 Контрольные вопросы

1. Вывести уравнения (2.10) и (2.11).
2. Понятие дифракции света и смысл дифракционной длины $R_Д$.
3. Что представляет собой безразмерная ширина пучка?
4. Какая среда называется линзовой и при каком условии в ней формируется оптический волновод?

3 Экспериментальная часть

3.1 Постановка и проведение вычислительных экспериментов

Рассмотренные случай распространения гауссовых световых пучков в линзовых средах описываются уравнением для безразмерной ширины пучка следующего типа:

$$\frac{d^2 f}{dX^2} = \frac{Ae^{-BX}}{f^N} + \frac{C}{f^3} \quad , \tag{3.1}$$

с граничными условиями при $X = 0$: $f = 1$ и $df / dX = D$

Здесь $X = z / L$, где L - характерная длина, в качестве которой можно взять $R_Д$ (тогда $C = 1$, $A = \pm R_Д^2 / R_{НЛ}^2$, $B = \delta R_Д$, $D = R_Д / R$). Здесь $R_{НЛ} = a\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{2\varepsilon_2 E_0^2}}$.

Уравнение (3.1) решается методом Рунге-Кутта с постоянным шагом интегрирования H как система двух уравнений:

$$\frac{dY_1}{dX} = F_1 \quad ; \quad F_1 = Y_2 , \tag{3.2}$$

$$\frac{dY_2}{dX} = F_2 \; ; \quad F_2 = \frac{Ae^{-BX}}{Y_1^N} + \frac{C}{Y_1^3} \tag{3.3}$$

с начальными условиями

$Y_1(X_0) = 1$ и $Y_2(X_0) = D$

Массив начальных и текущих значений функции и ее производной есть $Y[2] = Y_1, Y_2$

При вычислении по методу Рунге-Кутта используются рекуррентные формулы:

$$Y_j^{(i)} = Y_j^{(i-1)} + \frac{H}{6}\left[P_{j,1}^{(i)} + 2P_{j,2}^{(i)} + 2P_{j,3}^{(i)} + P_{j,4}^{(i)}\right],$$

$$P_{j,1}^{(i)} = F_j\left(X_{i-1};\ Y_1^{(i-1)};\ Y_2^{(i-1)}\right),$$

$$P_{j,2}^{(i)} = F_j\left(X_{i-1} + \frac{H}{2};\ Y_1^{(i-1)} + \frac{H}{2}P_{1,1}^{(i)};\ Y_2^{(i-1)} + \frac{H}{2}P_{2,1}^{(i)}\right),$$

$$P_{j,3}^{(i)} = F_j\left(X_{i-1} + \frac{H}{2};\ Y_1^{(i-1)} + \frac{H}{2}P_{1,2}^{(i)};\ Y_2^{(i-1)} + \frac{H}{2}P_{2,2}^{(i)}\right),$$

$$P_{j,4}^{(i)} = F_j\left(X_{i-1} + H;\ Y_1^{(i-1)} + HP_{1,3}^{(i)};\ Y_2^{(i-1)} + HP_{2,3}\right),$$

где i - номер очередной (текущей) точки интегрирования X_i;

j - номер уравнения системы (3.2) – (3.3), $j = 1,2$;

H - шаг интегрирования;

F_1, F_2 - правые части системы (3.2) – (3.3);

$Y_1^{(i-1)}, Y_2^{(i-1)}$ - решение в предыдущей точке.

Для счета выбрана разрядность 6. Необходимо задать следующие параметры:

X_0 - начальная координата (начало счета);

X_k - конечная координата (конец счета);

N - степень фокусировки;

H - шаг интегрирования;

$П$ - число шагов, через которые выводятся на печать данные счета;

A - величина и знак нелинейной рефракции;

B - наличие затухания;

C - наличие дифракции;

$Y[2] = f(X_0)$;

$df / dX\,|_{X=X_0}$ - начальные данные.

Различным вариантам соответствуют следующие параметры.

1. Распространение коллимированных на входе в среду пучков $D = 0$, сходящихся $D < 0$ и расходящихся $D > 0$ пучков.

2. Дифракция пучков в линейной однородной среде: $A = 0$, $C = 1$.

3. Явление рефракции в фокусирующей линзовой среде $C = 0$, $N = -1$, $A = -1$, однородной $B = 0$ или неоднородной по длине $B \neq 0$.

4. Явление рефракции в дефокусирующей линзовой среде $C = 0$, $N = -1$, $A = 1$, однородной $B = 0$ или неоднородной по длине $B \neq 0$.

3.2 Задания

1. В фокусирующей линии изучить зависимость размаха колебаний ширины пучка и их период (вдоль оси z) от начальной расходимости и оптической силы распределенной линзы A<0.

2. В фокусирующей линии исследовать темп уширения пучка в зависимости от начальной расходимости и оптической силы распределенной линзы.

3. Исследовать с помощью Matcad несколько вариантов распространения пучков в средах. При этом рекомендуется задавать числовые значения коэффициентов A, B, C и D в интервале от 0 до 2÷3 (по модулю). Результаты исследования представить в виде графиков.

3.3 Содержание отчета

3.4.1. При составлении отчета необходимо руководствоваться общими требованиями и правилами оформления отчета о лабораторной работе.

3.4.2. В соответствующих разделах отчета необходимо представить:

1) задание;
2) таблицы экспериментальных данных;
3) результаты расчетов, предусмотренных заданием;
4) выводы.

Список литературы

1. Оптика : Учебное пособие для вузов / Г. С. Ландсберг. - М. : Физматлит, 2006. - 848 с.
2. Волновая оптика : Учебное пособие для вузов / Н. И. Калитеевский. - 4-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2006. - 465 с.
3. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. - М.: Мир, 1987. – 616 с.
4. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. – М.: Наука, 1989. – 557 с.
5. Гейко П.П. Прикладная нелинейная оптика : учебное пособие, Томск, ТУСУР, 2007
6. Взаимодействие оптического излучения с веществом: учебное пособие / П. П. Гейко. - Томск: ТУСУР, 2007. - 151 с.

Учебное пособие

Гейко Павел Пантелеевич

Моделирование распространения световых пучков в оптически неоднородных средах

Методические указания к лабораторной работе
по дисциплине «Взаимодействие оптического излучения с веществом»

Усл. печ. л.______ Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40