#### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

# «ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Кафедра "Механики и графики (МиГ)"

# И.П. Шибаева

### Начертательная геометрия

Методические указания к проведению практических занятий

Методические указания предназначены для проведения практических работ по дисциплинам «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика» для студентов всех специальностей, изучающих данную дисциплину. Ниже приведен перечень тем практических занятий с изложением краткого содержания, методических указаний по их проведению и вариантов индивидуальных заданий.

# Практические занятия № 1, 2, 3.

Тема: Комплексный чертеж точки. Метод Монжа основан на том,

что точку (или любой объект) проецируют на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций, используя прямоугольное проецирование, а затем эти плоскости совмещают с одной плоскостью.

В ряде случаев при решении задач оказывается необходимым вводить в систему плоскостей V, H и другие плоскости проекций (рис. 1).

На рис. 1 точка проецируют на три взаимно перпендикулярных плоскости проекций.

V — фронтальная плоскость проекций; a' — фронтальная проекция точки A.

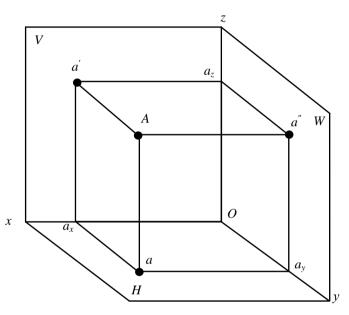


Рис. 1–Проецирование точки на три плоскости проекций.

H — горизонтальная плоскость проекций; a — горизонтальная проекция точки A.

W – профильная плоскость проекций; a'' – профильная проекция точки.

При решении задач и выполнении машиностроительных чертежей пользуются комплексным чертежом (эпюром). Комплексный чертеж из трех плоскостей проекций получается совмещением плоскостей V, H, W в одну плоскость (рис. 2 и 3).

Три плоскости проекций (рис. 1) носят и другое название — плоскости координат. В этом случае линии их взаимного пересечения называют осями координат и обозначают x, y, z. Точка пересечения осей называется началом координат и обозначается буквой O.

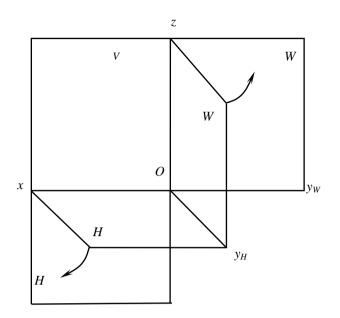


Рис. 2-Образование эпюра из трех плоскостей проекций

Рис. 3-Проекция точки на три плоскости проекций

Координата x означает расстояние от точки до профильной плоскости проекций W.

Координата y означает расстояние от точки до фронтальной плоскости проекций V.

Координата z означает расстояние от точки до горизонтальной плоскости проекций H.

Точка может быть задана либо своими проекциями, либо координатами, например, B (30, 10, 20) (рис. 4).

Итак, точка B(x, y, z): b:  $x, y_{\text{H}}$ ; b': x, z; b":  $z, y_{\text{w}}$  .

Запомним два правила:

- 1) объект предполагается расположенным между наблюдателем и плоскостью проекций,
- 2) две проекции точки находятся на одном перпендикуляре к оси, которая их разделяет.

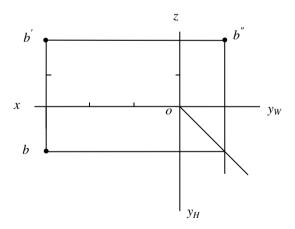


Рис. 4-Построение эпюра точки по ее координатам

Точка относительно плоскостей проекций может занимать следующие положения:

- точка общего положения. Это точка, не принадлежащая ни одной из плоскостей проекций; точка, у которой ни одна из координат не равна нулю (рис. 4, 5).
- точка частного положения: это может быть точка, принадлежащая одной из плоскостей проекций, тогда одна из координат равна нулю. Например,

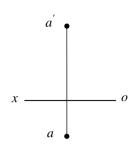


Рис. 5–Эпюр точки общего положения

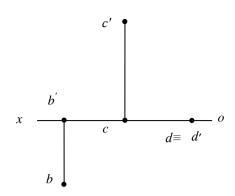


Рис. 6–Эпюр точек частного положения

на рис. 6 точка B принадлежит плоскости H, тогда координата z точки B равна нулю; точка C принадлежит плоскости V, тогда координата y точки C равна нулю;

• точкой частного положения может быть точка, принадлежащая оси проекций, тогда у этой точки две остальные координаты равны нулю. Например, на рис. 6 точка D принадлежит оси x.

#### Контрольные вопросы.

- 1) Смысл метода Монжа.
- 2) Назовите плоскости проекций.
- 3) Что такое координаты x, y, z?
- 4) В чем отличие эпюра от пространственного чертежа?
- 5) Какие координаты необходимы для построения горизонтальной, фронтальной и профильной проекций точки.

Тема: **Комплексный чертеж прямой.** Известно, что две точки определяют прямую. Следовательно, чтобы изобразить прямую на чертеже, необхо-

димо иметь проекции определяющих её точек. Положим, что даны фронтальные и горизонтальные проекции точек A (a', a) и B (b', b). Соединим фронтальные проекции a' и b', а также горизонтальные проекции a' и b', а также горизонтальные проекции a' и b' прямыми линиями (рис. 5.1), получаем проекции отрезка a' ф' и горизонтальную a' b' b' и горизонтальную a' b' b' и горизонтальную a' b' b' b' и горизонтальную a' b' b' b' b'

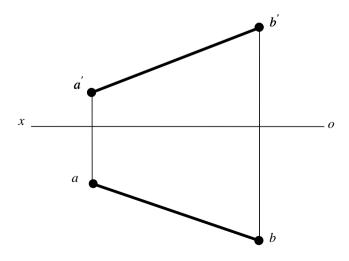


Рис. 7— Эпюр прямой общего положения

Значит, точки  $A_{\_}(a', a)$  и  $B_{\_}(b', b)$  находятся на разных расстояниях от каждой из плоскостей H, V, W, т.е. прямая AB (a' b', ab) не параллельна ни одной из них. Такая прямая называется прямой общего положения. У отрезка такой прямой проекции меньше самого отрезка, т.е. прямая общего положения проецируется на все плоскости проекций с искажением. У такой прямой ни одна из проекций не параллельна и не перпендикулярна ни одной из осей проекций.

Прямая линия может занимать относительно плоскости проекций частные положения. Рассмотрим их по следующим двум признакам:

- Прямая параллельна одной плоскости проекций;
- Прямая параллельна двум плоскостям проекций.

В первом случае одна проекция отрезка равна самому отрезку. Во втором случае две проекции отрезка равны ему.

Прямые линии, параллельные плоскостям проекций, называют соответственно горизонтальной, фронтальной и профильной прямыми. Их также называют линиями уровня.

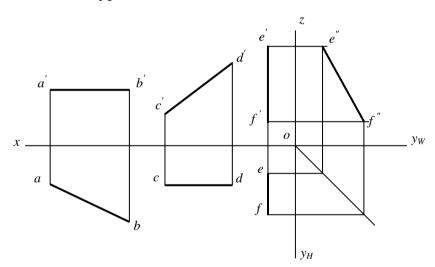


Рис. 8— Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций

На рис. 8 показаны линии уровня. Прямая линия AB (ab, a' b') является горизонтальной прямой, она параллельна горизонтальной плоскости проекций.

Прямая линия CD (cd, c'd') является фронтальной прямой, она параллельна фронтальной плоскости проекций.

Прямая  $EF_{(e'f', e_f, e''f'')}$  является профильной прямой, она параллельна профильной плоскости проекций.

Если прямая параллельна двум плоскостям проекций, то она перпендикулярна третьей плоскости проекций и проецируется на эту плоскость в точку, а на две другие плоскости проекций в отрезки, равные самому отрезку. Такие прямые называют *проецирующими прямыми*. На рис. 9 изображены проецирую-

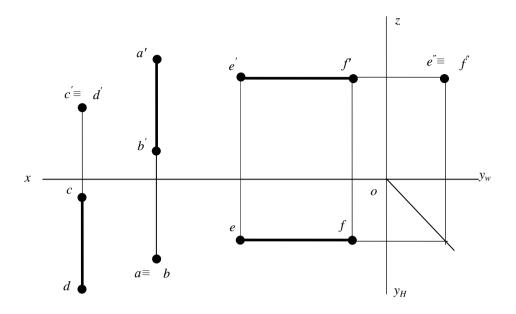


Рис. 9- Проецирующие прямые

щие прямые. Прямая  $AB_{\underline{\ }}(a'b',ab)$ , перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, является горизонтально-проецирующей прямой. Прямая CD(c'd',cd),

перпендикулярная фронтальной плоскости проекций называется фронтально-проецирующей прямой. Прямая EF (e'f', ef, e''f''), перпендикулярная профильной плоскости проекций является профильно-проецирующей прямой.

Если известно, что точка принадлежит прямой, то проекции точки находятся на одноименных проекциях прямой и на общей линии связи (рис. 10).



1) Назовите, чем отличается эпюр прямой общего положения от эпюра прямой линии уровня?

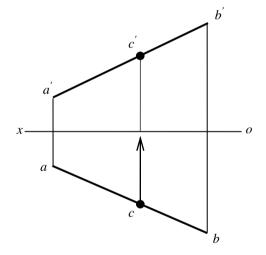


Рис. 10– Точка на прямой

- 2) Дайте определения каждой из трех линий уровня и назовите характерные особенности их проекций.
- 3) Что такое проецирующие прямые?

Тема: **Взаимное положение двух прямых.** Прямые линии в пространстве могут занимать различные положения: они могут быть *взаимно параллельны*, пересекаться и быть скрещивающимися.

Параллельные прямые. Одноименные проекции параллельных прямых расположены параллельно между собой (рис. 11).

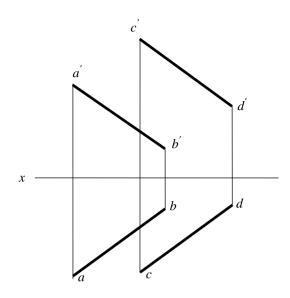


Рис. 11– Параллельные прямые общего положения

Согласно свойству параллельного проецирования одноименные проекции этих прямых пересекаются и точки их пересечения являются проекциям одной точки пространства, т.е. принадлежат одной линии связи (рис. 12). Угол между пересекающимися прямыми общего положения не проецируется в натуральную величину ни на одну из плоскостей проекций.

Скрещивающиеся прямые. Прямые, не пересекающиеся и не параллельные между собой, называются скрещивающимися.

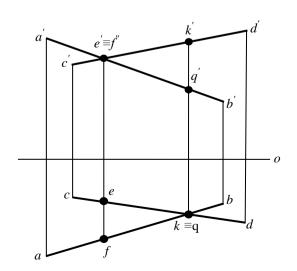


Рис. 13— Скрещивающиеся прямые

Для определения по проекциям прямых их взаимного положения в пространстве для прямых общего положения достаточно двух проекций этих прямых.

Но если дан чертеж двух параллельных линий уровня, то вопрос об их взаимном положении наглядно решается при помощи проекций этих прямых на той плоскости проекций, по отношению к которой данные прямые параллельны.

Пересекающиеся прямые. Прямые линии, имеющие общую точку, называются пересекающимися. На чертеже (рис. 12) прямые a'b', abuc'd', cd пересекаются в точке k, k'.

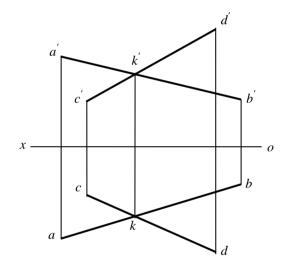


Рис. 12– Пересекающиеся прямые

На рис. 13 показан пример двух скрещивающихся прямых ab, a'b' и cd, c'd'.

Проекции двух скрещивающихся прямых могут пересекаться, но точки пересечения одноименных проекций не лежат на одной линии связи, т.е. каждая из точек пересечения проекций прямых является проекцией двух точек пространства, они лежат на одном проецирующем луче. Такие точки называются конкурирующими.

Точки E (e', e) и F (f', f) (рис. 13) лежат на одном проецирующем луче по отношению к плоскости V; они одинаково

удалены от плоскости H, т.е. координаты z этих точек одинаковы, а по координатам y этих точек можно определить, что точка F ближе к наблюдателю, чем точка E.

Точки K(k', k) и Q(q', q) (рис. 13) лежат на одном проецирующем луче по отношению к плоскости H.

У этих точек одинаковые координаты y, а координата z точки K больше координаты z точки Q, значит, точка K "закрывает" точку Q, т.е. точка K ближе к наблюдателю, чем точка Q.

#### Содержание и индивидуальные варианты домашнего задания №1.

По заданным координатам X, Y, Z четырех точек A, B, C, D построить фронтальные, горизонтальные и профильные проекции. Построить проекции отрезков AB и CD, определить их взаимное расположение. Определить натуральную величину отрезка AB. Рекомендуемый масштаб эпюра 2:1.

#### Варианты задания №1.

№	A			В			C			D		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	10	15	20	15	20	15	40	20	10	40	10	20
2	55	5	20	15	20	5	<b>4</b> 5	20	10	0	10	20
3	55	10	30	15	20	10	<b>4</b> 5	20	10	10	10	20
4	45	5	20	15	40	5	45	20	0	0	10	20
5	55	35	10	15	0	5	45	20	10	10	30	20
6	25	25	20	25	20	45	45	20	30	10	10	10
7	15	5	20	10	20	45	45	20	20	10	10	20
8	55	15	10	15	20	10	45	10	10	10	15	20
9	55	5	30	15	20	5	45	15	10	0	30	20
10	55	5	20	15	30	5	<b>4</b> 5	20	10	40	10	10
11	55	5	20	15	15	5	45	15	10	10	10	20
12	30	5	20	15	20	5	45	20	25	10	5	25

#### Практические занятия № 4, 5, 6.

Тема: **Комплексный чертеж плоскости**. На чертеже плоскость может быть задана:

- а) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис. 14, а),
- б) проекциями прямой и точки, взятой вне прямой, (рис. 14,  $\delta$ ),
- в) проекциями двух пересекающихся прямых (рис. 14, в),
- г) проекциями двух параллельных прямых (рис. 14, г),
- $\partial$ ) проекциями плоской фигуры, например, треугольника (рис. 14,  $\partial$ ).

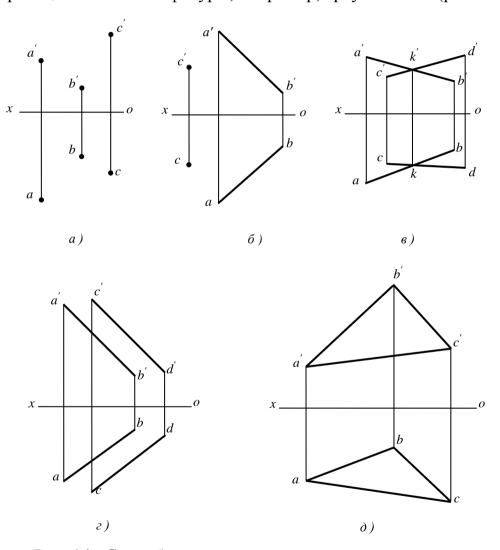


Рис. 14— Способы задания плоскости на комплексном чертеже

Более наглядно плоскость может быть задана следами. *Прямые, по ко*торым некоторая плоскость пересекает плоскости проекций, называются следами этой плоскости на плоскостях проекций (рис. 15).

Возможны следующие положения плоскости относительно плоскостей проекций: 1) плоскость, не перпендикулярная ни одной из плоскостей проек-

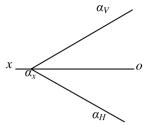


Рис. 15- Задание

плоскости следами

ций - это плоскость общего положения; 2) плоскость, перпендикулярная одной или двум плоскостям проекций - это проецирующая плоскость.

Все вышеприведенные случаи задания плоскости были для плоскости общего положения (рис. 14-15).

Проецирующие плоскости. Любые геометрические образы, расположенные в проецирующих плоскостях, проецируются на перпендикулярные к ним плоскости проекций в виде прямых линий.

а) Фронтально-проецирующая плоскость – это плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций (рис. 16).

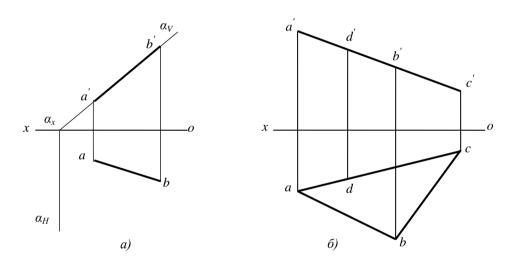


Рис. 16- Фронтально-проецирующие плоскости

б) Горизонтально-проецирующая плоскость – это плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций (рис. 17).

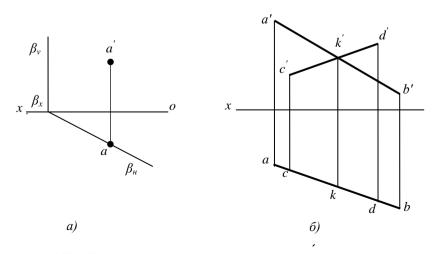


Рис. 17– Горизонтально-проецирующие плоскости

в) Плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется профильно-проецирующей плоскостью (рис. 18).

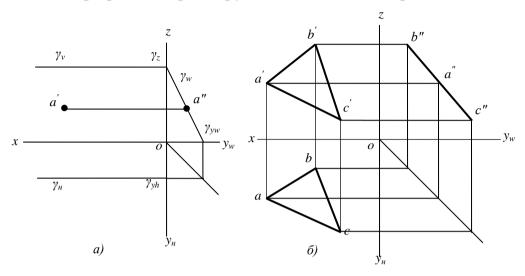


Рис. 18- Профильно-проецирующие плоскости

Проецирующие плоскости могут быть перпендикулярны двум плоскостям проекций. Здесь возможны три случая положений.

- а) Плоскость перпендикулярна к фронтальной и профильной плоскостям проекций. Такие плоскости называются горизонтальными.
- б) Плоскость перпендикулярна к горизонтальной и профильной плоскостям проекций, т.е. параллельна фронтальной плоскости проекций. Такие плоскости называются фронтальными..
- в) Плоскость перпендикулярна к фронтальной и горизонтальной плоскостям проекций, т.е. параллельна профильной плоскости проекций. Такие плоскости называются профильными.

#### Тема: Пересечение поверхности прямой линией.

Пересечение многогранника с прямой линией. При пересечении поверхности призмы или пирамиды прямой линией получаются две точки. Для них встречается название точек входа и выхода. Прием решения этой задачи происходит по следующей схеме:

- 1) через данную прямую надо провести вспомогательную плоскость, обычно проецирующую,
- 2) построить фигуру сечения многогранника этой вспомогательной плоскостью,
- 3) определить точки пересечения сторон многоугольника сечения с прямой, эти точки являются точками входа и выхода,
  - 4) определить видимость прямой.

На рис. 19 показано построение точек пересечения прямой линии EF с поверхностью пирамиды SABC. Через прямую EF проведена вспомогательная

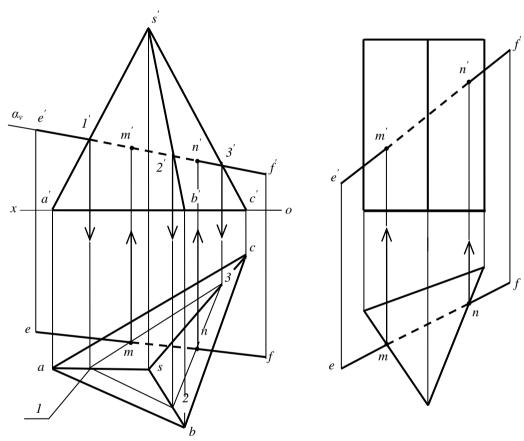


Рис. 19– Пересечение пирамиды с прямой линией

Рис. 20— Пересечение призмы с прямой пинией

Могут быть случаи, когда нет надобности в таких построениях. Пример дан на рис. 20; положение проекций m и n очевидно, так как боковые грани призмы являются горизонтально - проецирующими плоскостями. По точкам m и n найдены точки m', n'.

Пересечение поверхности вращения прямой линией. Для построения точек пересечения прямой с какой-либо поверхностью необходимо провести через данную прямую вспомогательную секущую плоскость; затем найти линию пересечения вспомогательной плоскости с данной поверхностью и,

наконец, определить точки пересечения полученной линии с данной прямой. Эти точки и будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью.

Вспомогательная плоскость чаще всего может быть проецирующей плоскостью, но может быть и плоскостью общего положения. Главное, чтобы вспомогательная плоскость, проведенная через прямую, при пересечении этой прямой с поверхностью, была выбрана так, чтобы получились простые сечения.

Рассмотрим случай пересечения прямой AB со сферой на рис. 21. Так как прямая AB параллельна плоскости V, за вспомогательную плоскость примем плоскость  $\alpha$ , параллельную плоскости V. Окружность сечения плоскостью  $\alpha$  сферы спроецируется на плоскость V без искажения. Эта

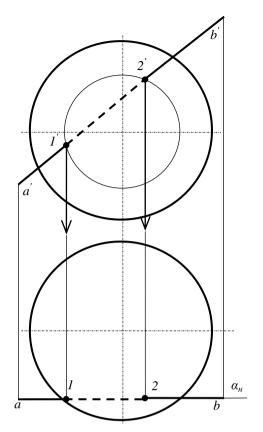


Рис. 21-Пересечение прямой со сферой

окружность пересечется с фронтальной проекцией прямой  $AB\ a'b'$  в точках I' и 2' Горизонтальные проекции точек входа и выхода — I и 2 находим по принадлежности их прямой  $a \epsilon$ . Определяем видимость отрезка прямой на проекциях.

# Контрольные вопросы.

- 1) Назовите способы задания плоскости.
- 2) В чем отличие проецирующей плоскости от плоскости общего положения.
- 3) Приведите примеры изображения проецирующих плоскостей на эпюре. Плоскость можете задать любым способом.
- 4) Назовите алгоритм построения точек пересечения прямой линии с многогранником.

# Содержание и индивидуальные варианты домашнего задания №2

Построить три проекции точек пересечения прямой линии с данной поверхностью. Варианты индивидуальных заданий №2 приведены в Приложении 1. Рекомендуемый масштаб эпюра 2:1.

#### Практические занятия № 7, 8, 9.

Тема: **Взаимное пресечение поверхностей**. Линия пересечения двух поверхностей в общем случае представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на две и более частей. Эти части могут быть, в частности, и плоскими кривыми.

Для построения линии пересечения поверхностей необходимо найти общие точки для данных поверхностей. Общим способом построения этих точек является *способ вспомогательных поверхностей-посредников*. Он состоит в следующем:

- 1) заданные поверхности пересечь вспомогательной поверхностью посредником,
- 2) построить линии, по которым посредник пересекает каждую из заданных поверхностей,
- 3) отметить точки пересечения этих линий, эти точки и принадлежат искомой линии пересечения.

Повторить эту схему "n" раз. В результате получится конечное множество точек; линия, соединяющая эти точки, является искомой линией пересечения.

В домашней работе эта тема применяется для построения проекций геометрического тела со сквозным вырезом. На рис. 22 построены проекции шара со сквозным отверстием. Отверстие образовалось в результате пересечения призмы с шаром. Призма и часть шара удалены. Грани призмы являлись фронтально-проецирующими плоскостями. Таким образом задача сводится к построению линии пересечения поверхности вращения с проецирующей плоскостью

Как известно, при пересечении шара любой плоскостью в сечении получается окружность. А так как в нашем примере все три секущие плоскости (грани удаленной призмы) являются фронтально-проецирующими, то окружности сечения проецируются на плоскость проекций V в отрезки прямых. Обозначим эти фронтально-проецирующие плоскости как  $\alpha$ ,  $\beta$ , N. Отметим на фронтальной плоскости проекции точек, принадлежащих линии пересечения. Горизонтальные и профильные проекции этих точек находят по свойству принадлежности их соответствующим меридианам и параллелям шара.

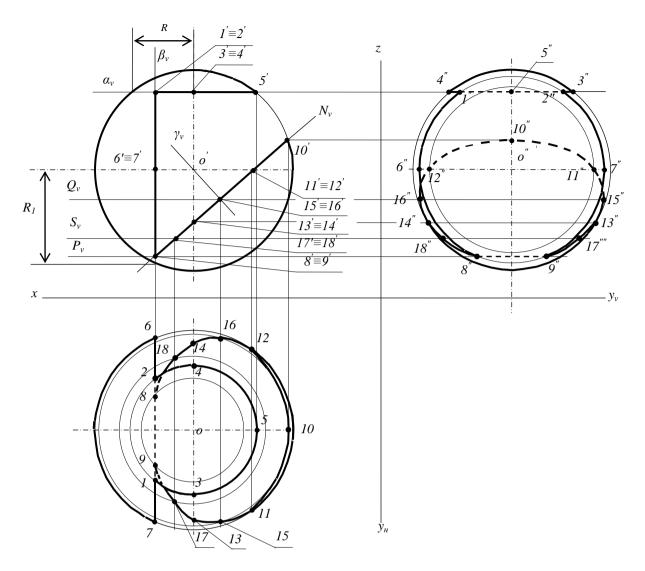


Рис. 22- Проекции шара со сквозным вырезом

Плоскость  $\alpha$  параллельна горизонтальной плоскости проекций. Поэтому линия пересечения шара этой плоскостью проецируется на плоскость H без искажения в усеченную окружность радиуса R, проходящую через точки 2, 4, 5, 3, 1. На плоскость W линия пересечения проецируется в отрезок прямой, которому принадлежат точки 1'', 2'', 3'', 4'', 5''. Главный меридиан пересекается с плоскостью  $\alpha$  в точке V (5', 5, 5''), профильный меридиан - в точках III (3', 3, 3'') и IV (4', 4, 4'').

Плоскость  $\beta$  параллельна профильной плоскости проекций. Поэтому линия пересечения шара с этой плоскостью проецируется на плоскость W без искажения в усеченную окружность радиуса  $R_I$ , проходящую через точки 2'', 6'', 8'' и 9'', 7'', 1'', а на плоскости H - в отрезок прямой, которому принадлежат точки 7, 1, 9, 8, 2, 6. Плоскость  $\beta$  пересекает экватор в точках VI (6', 6, 6'') и VII (7', 7, 7'').

Все названные точки, принадлежащие линиям пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$  с шаром, являются опорными точками, случайные точки здесь находить не нужно, так как проекции сечения — отрезки прямых или окружности.

Плоскость N наклонена к горизонтальной и профильной плоскостям проекций. Поэтому линия пересечения плоскостью N шара спроецируется на плоскости H и W в эллипсы, ограниченные проекциями отрезка прямой 8, 9 и 8", 9" соответственно. Проекции этих точек построены с помощью вспомогательной секущей плоскости P. Одна из осей эллипса проецируется на плоскость V в натуральную величину и совпадает с фронтальным следом плоскости N -  $N_v$ ; это отрезок прямой, проходящей через точки 10′, 8′, 9′. Вторая ось эллипса проецируется на плоскость V в точку. Вторая ось построена как линия пересечения плоскости  $\gamma$ , проходящей через центр шара O перпендикулярно плоскости N, с плоскостью N - это отрезок XV, XVI (15′ 16′, 15 16, 15″ 16″). Для построения проекций точек XV (15′,15,15″) и XVI (16′,16,16″) проведена вспомогательная секущая плоскость Q.

Опорными точками линии пересечения шара плоскостью N являются точки 11', 11 и 12', 12 (это точки видимости для плоскости H или "очерковые" точки, принадлежащие экватору); точки 13', 13, 13'' и 14', 14, 14'' (это точки видимости для плоскости W или "очерковые" точки, принадлежащие профильному очерку шара ). Точка 10', 10, 10'' – это высшая точка, точки 8', 8, 8'' и 9', 9, 9'' - низшие точки, а точки 3', 3, 3'' и 4', 4, 4'' - самая близкая и самая дальняя точки линии пересечения.

Точки 17', 17, 17'' и 18', 18, 18'' являются случайным точками, они построены с помощью вспомогательной секущей плоскости S.

После построения проекций точек, принадлежащих линии пересечения, необходимо на их проекциях выделить оставшийся после выреза очерк шара и соединить точки, принадлежащие линиям пересечения с учетом видимости.

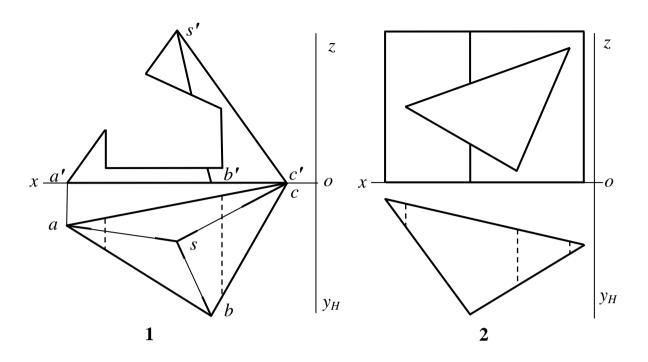
Контрольные вопросы.

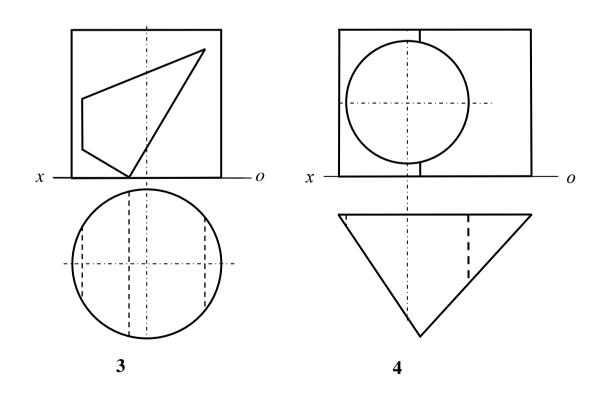
- 1) Назовите общий способ построения линий пересечения двух поверхностей.
  - 2) Что такое опорные и случайные точки?

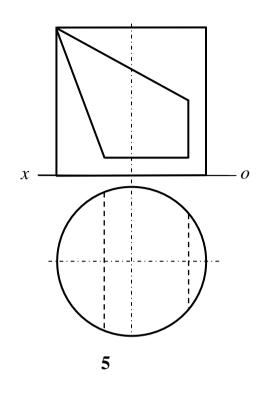
# Содержание и индивидуальные варианты домашнего задания №3

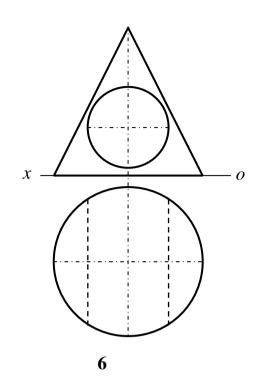
Построить три проекции данного геометрического тела со сквозным вырезом. Рекомендуемый масштаб эпюра 2:1.

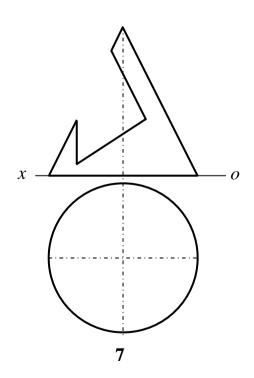
Варианты индивидуальных заданий №3 приведены ниже.

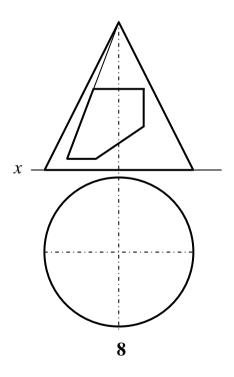


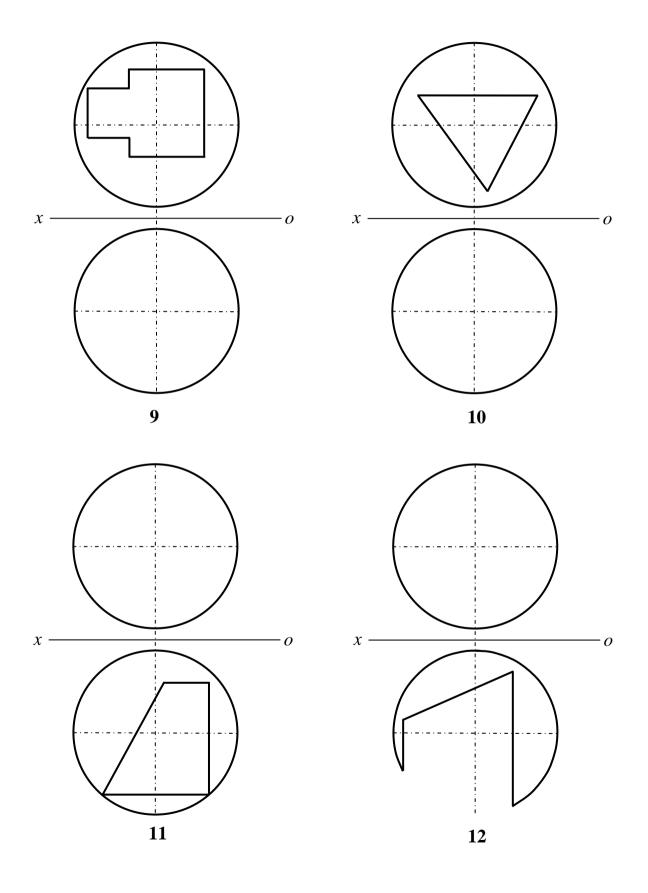












# Приложение 1

