

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Радиотехнический факультет (РТФ)

Кафедра средств радиосвязи (СРС)

**Кологривов В.А.**

***МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ УСТРОЙСТВ  
НА ОСНОВЕ ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ***

***Учебно-методическое пособие  
к практическим занятиям и самостоятельной работе  
по дисциплине  
“Прикладные математические методы в радиотехнике”  
для студентов радиотехнических специальностей***

**2012**

**Кологривов В.А.**

Моделирование и анализ линейных устройств на основе операционных усилителей. Учебно-методическое пособие к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине “Прикладные математические методы в радиотехнике”. – Томск: ТУСУР. Образовательный портал, 2012. - 71 с.

Учебное методическое пособие посвящено первоначальному знакомству с операционными усилителями (ОУ), типовым схемным решениям на их основе, особенностям анализа характеристик устройств на основе ОУ. Рассмотренные вопросы анализа устройств на основе ОУ призваны обогатить набор схемных решений и показать некоторые приемы анализа. Пособие предназначено для студентов очной формы обучения высшего специального образования, по направлениям: «Радиотехника», «Телекоммуникации» и др.

© Кологривов В.А., 2012

© ТУСУР, РТФ, каф. СРС, 2012 г.

## Аннотация

Методическое пособие *“Моделирование и анализ линейных устройств на основе операционных усилителей”* для практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине *“Прикладные математические методы в радиотехнике”* посвящено первоначальному знакомству с операционными усилителями (ОУ) и их использованию при построении функциональных модулей (звеньев).

Основное внимание в пособии уделено основным параметрам ОУ, их моделям, типовым схемам включения ОУ и основным свойствам схемных решений на их основе. При изложении материала предполагается линейность схемных решений и допустимость использования при анализе моделей идеальных ОУ.

В пособии рассмотрены принципы работы типовых схемных решений, методы анализа основных характеристик, возможные модификации схем для достижения компромиссного набора характеристик. Проиллюстрировано использование ОУ в цепях обратных связей и каскадное соединение типовых звеньев. В последнем разделе на физическом и математическом уровне представлена проблема устойчивости схемных решений на ОУ.

Рассмотренные вопросы анализа и построения схем на основе ОУ призваны обогатить набор схемных решений для исследования передаточных, частотных, переходных и импульсных характеристик. Предварительное знакомство со схемотехникой устройств на основе идеальных ОУ будет востребовано при изучении специальных дисциплин радиотехнического профиля.

Методическое пособие для практических занятий и самостоятельной работы предназначено для студентов радиотехнических специальностей.

## Содержание

<b>Введение. Исходные предпосылки использования схемных решений на основе ОУ</b>	<b>5</b>
<b>1 Операционные усилители, параметры, модели</b>	<b>6</b>
<b>2 Канонические каскады на основе ОУ</b>	<b>10</b>
<b>3 Краткое изложение метода узловых потенциалов</b>	<b>17</b>
<b>4 Применение узлового метода к анализу каскадов на основе ОУ</b>	<b>22</b>
<b>5 Критический анализ неэффективных вариантов модификации канонических схем</b>	<b>29</b>
<b>6 Анализ вариантов модификации канонических схем</b>	<b>42</b>
<b>7 Каскадное соединение звеньев на основе ОУ</b>	<b>54</b>
<b>8 Использование ОУ в каналах ОС звеньев на основе ОУ</b>	<b>59</b>
<b>9 Устойчивость звеньев на основе ОУ</b>	<b>65</b>
<b>Заключение</b>	<b>70</b>
<b>Список рекомендуемых источников</b>	<b>70</b>

## **Введение. Исходные предпосылки использования схемных решений на основе ОУ**

**Цель методического пособия:** Обогащить набор схемных решений радиоэлектронных устройств доступных студентам младших курсов для исследования основных характеристик аналоговых систем изучаемых в дисциплине *“Прикладные математические методы в радиотехнике”*.

**Задачи методического пособия:** Познакомить студентов младших курсов с понятием операционных усилителей (ОУ), типовыми схемными решениями на основе ОУ, принципами работы, методами и особенностями их анализа, возможными модификациями схемных решений, использованием активных каналов обратной связи, каскадным соединением звеньев на ОУ, проблемой устойчивости работы и рядом сопутствующих вопросов.

**Теоретическая часть. Основные определения. Используемый математический аппарат.** Теоретической базой для методического пособия является теория линейных электрических цепей, а именно, основные законы теории цепей, модели элементной базы радиотехники и радиоэлектроники, управляемые источники, метод узловых потенциалов.

В радиотехнике и радиоэлектронике ОУ используется для построения устройств различного функционального назначения: усилителей, активных фильтров, фазовращателей, умножителей, смесителей, функциональных преобразователей и других узлов радиоэлектронной аппаратуры. В связи с широким использованием ОУ в радиотехнике и радиоэлектронике целесообразно, как можно раньше, знакомить студентов с основными свойствами ОУ и типовыми схемными решениями на их основе.

Так как дисциплина «Прикладные математические методы в радиотехнике», введена в учебный план второго года обучения специальности «Радиотехника», а дисциплина «Схемотехника аналоговых электронных устройств» изучается на третьем курсе, было принято решение дать краткое введение в схемотехнику построения линейных устройств на основе ОУ и в особенности анализа их основных характеристик. В частности, рассмотреть основные канонические ( типовые) схемы включения ОУ и их передаточные характеристики.

При изучении дисциплины «Прикладные математические методы в радиотехнике», различные схемные решения функциональных модулей на основе ОУ аналитически исследуются на предмет их передаточных, частотных, переходных и импульсных характеристик. Использование схемотехнических решений функциональных модулей на основе идеальных ОУ позволяет существенно разнообразить примеры аналитических решений, не усложняя анализа. Используемая идеализация ОУ существенно упрощает изложение принципов функционирования и вывод передаточных характеристик канонических схемных решений.

Полученные таким образом передаточные характеристики, строго говоря, являются первым приближением характеристик каскадов на реальных ОУ. В тоже время, известно, что основные характеристики

функциональных модулей на основе реальных ОУ будут мало отличаться от идеализированного случая, так как параметры современных ОУ приближаются к значениям параметров идеальных ОУ. Последнее замечание не относится к частотным и инерционным свойствам функциональных модулей, так как в идеализированном случае мы совсем не учитываем соответствующих реактивных параметров ОУ.

## 1 Операционные усилители, параметры, модели

Операционные усилители (ОУ) представляют собой особый класс усилителей постоянного тока (УПТ), выполненных в виде интегральных микросхем (ИМС), на основе дифференциальных каскадов со схемой стабилизации токов транзисторов и буферными каскадами по схемам повторителей.

Операционные усилители строятся на основе как биполярных, так и полевых транзисторов с соблюдением высокой степени идентичности параметров транзисторов дифференциальных пар, благодаря чему в таких усилителях эффективно подавляется так называемая синфазная помеха.

Микросхемы ОУ, кроме выводов по питанию, имеют симметричную пару входных электродов и один, либо симметричную пару выходных электродов. Изображение ОУ, как элемента принципиальных электрических схем, приведено на рисунке 1.1.

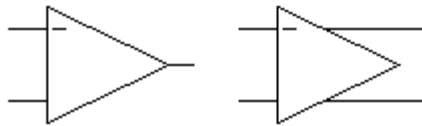


Рисунок 1.1 - Изображение ОУ, как элемента принципиальной электрической схемы

На обозначении элемента ОУ инверсный вход, как правило, особо помечается знаком '–' или 'o'. Инверсным называется вход, при подаче сигнала на который, на выходе появляется сигнал противоположной полярности, то есть в противофазе. В дальнейшем изложении нами будут в основном использованы ОУ с одним выходным электродом.

**ОУ, как активный элемент, характеризуется следующими основными параметрами:**

- 1) чрезвычайно большим коэффициентом передачи по напряжению, порядка  $10^6 \div 10^9$  раз;
- 2) большим входным сопротивлением, порядка  $10^6 \div 10^{12}$  Ом;
- 3) малым выходным сопротивлением, порядка  $50 \div 500$  Ом;
- 4) уровнем выходного напряжения, сравнимым с напряжением питания (обычно  $\sim \pm 5$  В,  $\square \pm 12$  В и так далее);

5) скоростью нарастания выходного напряжения, характеризующего динамические инерционные свойства усилителя, и измеряемой в [В/мкс].

**Частотные свойства ОУ характеризуются параметрами:**

- 1) частотой первого среза или частотой доминантного полюса  $f_1$ , на которой АЧХ усилителя (модуль коэффициента передачи по напряжению) спадает в  $\sqrt{2}$  раз или на  $3 \text{ дБ}$ , в логарифмическом масштабе, это частота первого излома логарифмической АЧХ (ЛАЧХ), после которой характеристика спадает со скоростью  $6 \text{ дБ}$  на октаву;
- 2) частотой единичного усиления  $f_0$ , на которой АЧХ спадает до значения 1 (единица) либо пересекает ось частоты ЛАЧХ, что соответствует коэффициенту передачи  $0 \text{ дБ}$ ;
- 3) иногда задаются частоты изломов ЛАЧХ  $f_2, f_3, \dots$ , после которых скорость спада модуля коэффициента передачи возрастает до  $12 \text{ дБ/октаву}$ ,  $18 \text{ дБ/октаву}$ ,  $\dots$ .

Примерный вид АЧХ и ЛАЧХ приведен на рисунке 1.2.

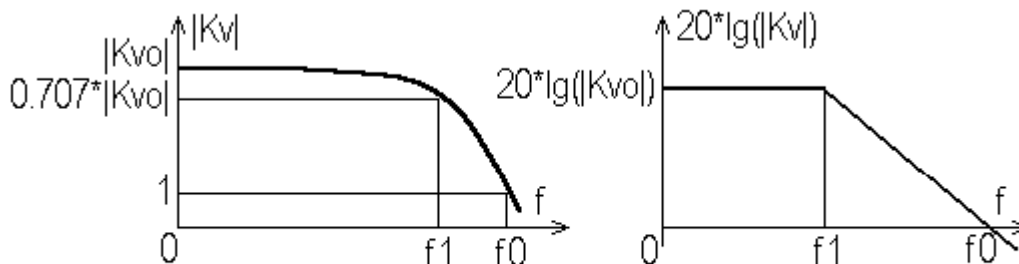


Рисунок 1.2 - Вид типовых АЧХ и ЛАЧХ операционного усилителя

Анализ вида типовых АЧХ и ЛАЧХ показывает, что рабочий диапазон частот использования ОУ для усиления сигналов может простирается от нуля до частоты  $f_0$ . При этом коэффициент передачи усилительного каскада определяется в основном внешними цепями ОУ в виде различного рода обратных связей (ОС).

**Под обратной связью понимается частичная передача сигнала в виде напряжения или тока с выходной части электрической схемы на вход.** Различают как положительную ОС, когда сигнал по петле обратной связи попадает на вход в фазе с входным сигналом, так и отрицательную ОС, когда сигнал обратной связи попадает на вход в противофазе с входным сигналом. Положительная ОС способствует увеличению коэффициента передачи устройства, однако, может привести к неустойчивому режиму работы, то есть к переходу в другое устойчивое состояние или в режим паразитной генерации. Отрицательная ОС снижает коэффициент передачи устройства, стабилизирует режим работы и снижает чувствительность к разбросу параметров.

В настоящее время выпускается широкий набор разнообразных ОУ, предназначенных для реализации устройств различного назначения. В радиотехнике и электронике развилось целое направление по использованию ОУ для построения чрезвычайно широкого класса схемных решений устройств различного назначения, отличающихся простотой реализации, функциональным разнообразием, высокой эффективностью, стабильностью параметров и хорошими массогабаритными параметрами.

На основе ОУ достаточно просто реализуются такие линейные устройства как усилители, прецизионные усилители, регулируемые усилители, усилители-корректоры, интеграторы, дифференцирующие или форсирующие устройства, активные фильтры, фазовращатели, линии задержки и так далее.

Операционные усилители используются также при построении различного рода нелинейных устройств: функциональных (усилителей, преобразователей, формирователей); ограничителей; генераторов; модуляторов; детекторов; умножителей; логарифмических усилителей; смесителей; пороговых устройств; компараторов и так далее.

При решении задач проектирования устройств на основе ОУ используются так называемые, макромодели. Макромодели описывают как основные линейные и инерционные параметры ОУ в частотном представлении и временном диапазоне, так и нелинейные параметры в диапазоне амплитуд входного сигнала.

Для описания принципа функционирования большинства линейных устройств на ОУ достаточно использовать упрощенные идеализированные модели ОУ. Идеализированные упрощенные модели ОУ отражают предельные свойства реальных ОУ. Дальнейшее изложение приложений ОУ использует их простейшие линейные модели, которые характеризуются следующими основными параметрами:

- 1) коэффициент передачи по напряжению стремится к бесконечности;
- 2) входное сопротивление стремится к бесконечности;
- 3) выходное сопротивление стремится к нулю;
- 4) все параметры модели не зависят от частоты;
- 5) все параметры линейны, то есть не зависят от амплитуды входного сигнала.

Такого рода макромодель ОУ представляет собой источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН), с коэффициентом передачи напряжения  $\mu \rightarrow \infty$ . Конечное выходное сопротивление ОУ моделируется включением сопротивления  $R$  последовательно с управляемым генератором напряжения. Идеальная модель такого вида приведена на рисунке 1.3.



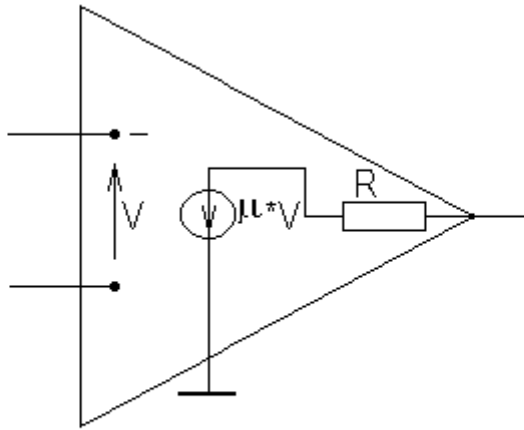


Рисунок 1.3 - Идеальная модель операционного усилителя на основе источника напряжения, управляемого напряжением

Однако, в некоторых методах анализа, например, методе узловых потенциалов, невозможно использовать ИНУН. Этот метод позволяет использовать только управляемые источники тока. Используя преобразование Нортон, можно управляемый источник напряжения с внутренним сопротивлением  $R$  преобразовать в управляемый генератор тока с параллельно включенной проводимостью  $G$ . В результате получаем идеальную модель ОУ на основе источника тока управляемого напряжением (ИТУН), приведенную на рисунке 1.4. Параметры этой модели связаны с параметрами предыдущей модели соотношениями  $S = \mu/R$ ;  $G = 1/R$ .

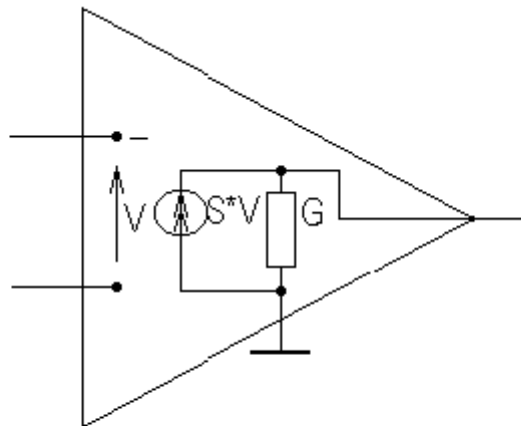


Рисунок 1.4 - Идеальная модель операционного усилителя на основе источника тока, управляемого напряжением

Если учесть тот факт, что у идеального ОУ коэффициент передачи по напряжению  $\mu \rightarrow \infty$  и выходное сопротивление  $R \rightarrow 0$ , то получается, что крутизна  $S \rightarrow \infty$  и выходная проводимость  $G \rightarrow \infty$  стремятся к бесконечным значениям. В результате приходим к предельно-идеализированной модели ОУ, изображенной на рисунке 1.5.

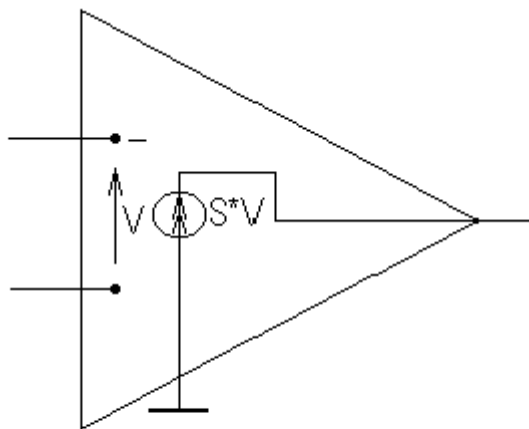


Рисунок 1.5 - Предельно-идеализированная модель операционного усилителя на основе источника тока, управляемого напряжением

Обратим внимание на кажущееся противоречие, заключающееся в том, что на выходе идеального ОУ с нулевым выходным сопротивлением в модели используется генератор тока, внутреннее сопротивление которого обычно бесконечно большое. Данное противоречие исчезает, если обратиться к выражению параметра крутизны  $S = \mu/R$ . Здесь одновременно  $\mu \rightarrow \infty$  и  $R \rightarrow 0$ . В результате, крутизна стремится, как бы к бесконечности в квадрате  $S \rightarrow \infty^2$ . Так как крутизна имеет размерность [ $C_{им} = 1/\text{Ом}$ ], следовательно, выходное сопротивление такой идеальной модели стремится к нулю.

Как уже отмечалось, при построении устройств на основе ОУ основные характеристики определяются внешними цепями, в том числе цепями обратных связей. В линейных устройствах типа усилителей и активных фильтров чаще используются отрицательные обратные связи (ООС), обеспечивающие наиболее стабильный и устойчивый режим работы. Отметим еще раз, что отрицательной ОС называется способ подачи части сигнала с выхода устройства на вход в противофазе с входным сигналом. Кроме того, при организации петли ОС, кроме основного активного канала появляется дополнительный канал передачи сигнала. При реализации положительной ОС, появление дополнительного канала чревато возникновением режима неустойчивой работы, которого в линейных устройствах стараются не допускать.

## 2 Канонические каскады на основе ОУ

Наибольшее распространение в усилительных каскадах и активных фильтрах получили три схемы включения ОУ с цепями отрицательных обратных связей (ООС). Эти схемы включения ОУ, назовем их каноническими, соответствуют усилительным каскадам (звеньям) – инвертирующему, неинвертирующему и повторителю и приведены на рисунках 2.1 – 2.3.

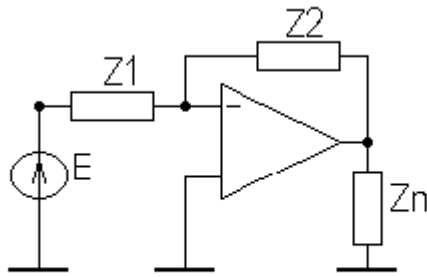


Рисунок 2.1 - Схема инвертирующего каскада на ОУ

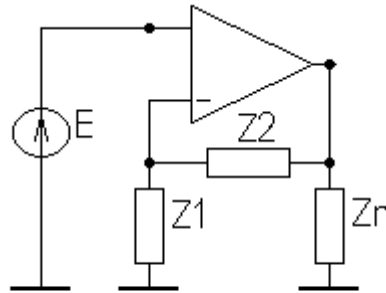


Рисунок 2.2 - Схема неинвертирующего каскада на ОУ

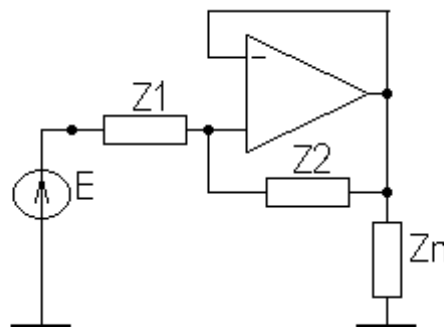


Рисунок 2.3 - Схема каскада повторителя на ОУ

Заметим, что дополнительное разнообразие практических схемных решений функциональных модулей достигается за счет двухполюсной либо четырехполюсной реализации элементов  $Z_1$  и  $Z_2$ . Указанные схемы включения ОУ и их комбинации обеспечивают огромное разнообразие схемных решений устройств на основе ОУ.

Представляет интерес исследовать передаточные свойства типовых канонических схем включения ОУ в предположении, что ОУ идеальный.

**Вывод передаточных соотношений из физических представлений.** Вначале выполним это исследование, не привлекая систематических (формальных) методов анализа, используя лишь физические представления и закон Ома для участка цепи. Под передаточными соотношениями будем понимать в данном случае выражения для коэффициента передачи по напряжению, входное и выходное сопротивления каскадов (звеньев).

**Схема инвертирующего каскада на ОУ.** Рассмотрим первую каноническую схему включения ОУ, фиксируя напряжения на входе схемы

$E$ , на входе идеального ОУ  $V_1$  и на выходе каскада  $V_2$ . Схема исследуемого каскада с параллельной ООС по напряжению приведена на рисунке 2.4.

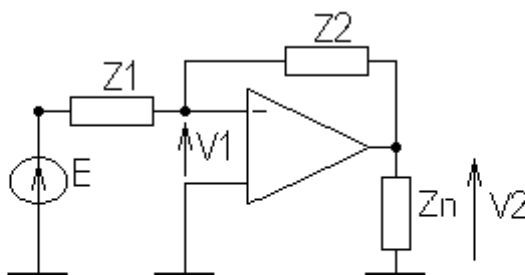


Рисунок 2.4 - Инвертирующий каскад на ОУ с параллельной ООС по напряжению

На первый взгляд задача вывода передаточных соотношений на основе физических рассуждений кажется неразрешимой, так как с выхода каскада часть сигнала подается на вход ОУ и трудно выбрать исходный пункт логических умозаключений. Заметим, однако, что входное сопротивление идеального ОУ бесконечно большое, а выходное сопротивление равно нулю. Это означает, что вход ОУ не шунтирует цепь ООС, а выход ОУ эквивалентен идеальному источнику напряжения с внутренним сопротивлением равным нулю. Отсюда следует:

- 1) сопротивление нагрузки не влияет на передаточные свойства каскада;
- 2) в схеме одновременно действуют два генератора напряжения, на входе каскада генератор с напряжением  $E$  и на выходе каскада эквивалентный генератор напряжением  $V_2$ .

Последнее обстоятельство наводит на мысль, использовать принцип суперпозиции, рассматривая реакцию цепи поочередно на входной и выходной генераторы напряжения.

**Принцип суперпозиции** применим только для линейных цепей и, заключается в том, что **реакция цепи на сумму воздействий равна сумме реакций на отдельные воздействия.**

В качестве реакции удобно рассматривать напряжение на входе идеального ОУ при поочередном действии генераторов ЭДС на входе и выходе каскада, учитывая, что элементы  $Z_1$  и  $Z_2$  образуют по отношению к ним делители напряжения.

На основании закона Ома, ток делителя под действием входного источника ЭДС определится выражением

$$I_E = \frac{E}{Z_1 + Z_2}.$$

Реакция со стороны входного источника ЭДС на входе идеального ОУ, на основании закона Ома, может быть представлена в виде

$$V_1 = I_E \cdot Z_2 = \frac{E \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

то есть

$$E = \frac{V_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_2}.$$

Ток делителя под действием эквивалентного выходного источника напряжения определится выражением

$$I_{V_2} = \frac{-V_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Реакция со стороны выходного источника ЭДС, учитывая противоположное направление протекающего в делителе тока, может быть представлена в виде

$$V_1 = I_{V_2} \cdot Z_1 = \frac{-V_2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2},$$

то есть

$$V_2 = \frac{-V_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1}.$$

В результате, предполагая, что в действующей схеме реакции от обоих источников ЭДС уравновешены, получаем выражение для коэффициента передачи инвертирующего каскада по напряжению

$$K_V = \frac{V_2}{E} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Таким образом, коэффициент передачи по напряжению каскада на основе идеального ОУ определяется только внешними цепями. Знак минус указывает на инверсию фазы входного воздействия.

Из последнего соотношения получаем выражение для выходного напряжения

$$V_2 = \frac{-E \cdot Z_2}{Z_1}.$$

Входной ток каскада определяется разностью токов, обусловленных источником сигнала на входе и эквивалентным генератором на выходе. С учетом последнего соотношения входной ток каскада записывается в виде

$$I_{in} = I_E - I_{V_2} = \frac{E}{Z_1 + Z_2} - \frac{V_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{E}{Z_1}.$$

Из этого соотношения непосредственно получаем выражение для входного сопротивления каскада

$$Z_{in} = \frac{E}{I_{in}} = Z_1.$$

Тот же результат можно получить из других рассуждений. Напомним, что входное сопротивление идеального ОУ равно бесконечности. Это означает, что ток между входными электродами отсутствует, и оба электрода находятся под одним потенциалом. В тоже время один их электродов соединен с общим нулевым потенциалом, откуда следует, что и второй электрод имеет нулевой потенциал (“**виртуальный нуль**”). В силу существования в данной схеме “виртуального нуля” на входе ОУ, получаем, что входное сопротивление инвертирующего каскада равно

$$Z_{in} = Z_1.$$

Выходное сопротивление инвертирующего каскада в случае идеального ОУ равно нулю

$$Z_{out} = 0,$$

так как выходное сопротивление идеального ОУ, равно нулю.

**Схема неинвертирующего каскада на ОУ.** Рассмотрим вторую каноническую схему включения ОУ, фиксируя напряжения на входе схемы  $E$ , на входе идеального ОУ  $V_1$  и на выходе каскада  $V_2$ . Схема исследуемого каскада с параллельной ООС по напряжению приведена на рисунке 2.5.

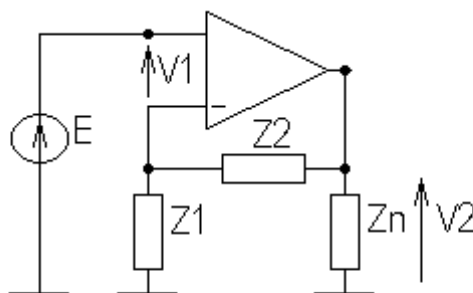


Рисунок 2.5 - Неинвертирующий каскад на ОУ с параллельной ООС по напряжению

В данном случае, входной источник ЭДС сигнала подключен к одному из входных электродов идеального ОУ, принимаемого за опорный

$$V_{1_1} = V_1 = E.$$

Согласно принципу суперпозиции, ЭДС эквивалентного генератора на выходе при этом принимается равной нулю.

Так как входное сопротивление идеального ОУ равно бесконечности и входной ток отсутствует, видим, что входное сопротивление неинвертирующего каскада также бесконечно большое

$$Z_{in} = \infty.$$

Потенциал второго входного электрода, определяемый реакцией эквивалентного генератора ЭДС на выходе, равен

$$V_{1_2} = \frac{-V_2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} = -V_1.$$

Так как в действующей схеме реакции обоих генераторов ЭДС уравновешены

$$V_1 = E = \frac{V_2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2},$$

получаем отсюда выражение для коэффициента передачи по напряжению неинвертирующего каскада

$$K_V = \frac{V_2}{E} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Таким образом, коэффициент передачи по напряжению каскада на основе идеального ОУ определяется только внешними цепями. В данном случае знак минус в выражении коэффициента передачи отсутствует, и инверсии фазы входного сигнала нет.

Выходное сопротивление неинвертирующего каскада в случае идеального ОУ равно нулю

$$Z_{out} = 0,$$

так как выходное сопротивление идеального ОУ, равно нулю.

**Схема каскада повторителя на ОУ.** Рассмотрим третью каноническую схему включения ОУ, фиксируя напряжения на входе схемы

$E$ , на входе идеального ОУ  $V_1$  и на выходе каскада  $V_2$ . Схема исследуемого каскада с параллельной ООС по напряжению приведена на рисунке 2.6.

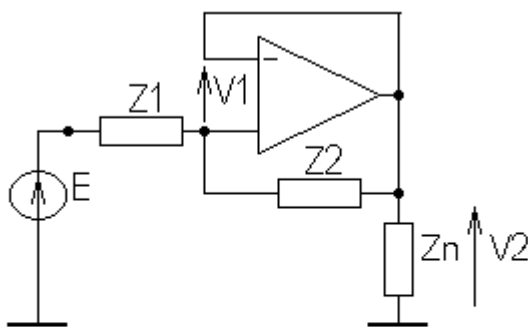


Рисунок 2.6 - Каскад повторителя на ОУ с положительной и отрицательной обратными связями по напряжению

Реакция на входе ОУ, обусловленная входным источником ЭДС, при обнуленном генераторе на выходе и выборе инверсного входа за опорный узел, запишется в виде

$$V_1 = \frac{-E \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

то есть

$$E = \frac{-V_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_2}.$$

Реакция на входе ОУ со стороны эквивалентного генератора ЭДС на выходе, при обнуленном входном генераторе, запишется в виде

$$V_1 = V_2 \cdot \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - 1 \right) = \frac{-V_2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

то есть

$$V_2 = \frac{-V_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_2}.$$

Поскольку обе реакции в схеме должны быть уравновешены, получаем выражение для коэффициента передачи по напряжению повторителя

$$K_V = \frac{V_2}{E} = 1.$$



Таким образом, коэффициент передачи по напряжению каскада повторителя на основе идеального ОУ равен единице и определяется наличием сто процентной положительной и отрицательной обратными связями. Наличие элементов  $Z_1, Z_2$ , не принципиально, и нам они понадобились лишь для аналитических выкладок. В данном случае знак минус в выражении коэффициента передачи отсутствует, и инверсии фазы входного сигнала нет.

Входное сопротивление каскада повторителя равно бесконечности

$$Z_{in} = \infty,$$

поскольку, согласно схеме, коэффициент передачи напряжения равен единице, токи от входного и выходного генераторов компенсируют друг друга.

Выходное сопротивление каскада повторителя в случае идеального ОУ равно нулю

$$Z_{out} = 0,$$

так как выходное сопротивление идеального ОУ, равно нулю.

Полученные выражения передаточных характеристик канонических схем на основе идеальных ОУ представляют собой предельные соотношения для каскадов на основе реальных ОУ.

На практике, кроме перечисленных канонических схемных решений, используются различные комбинации типовых схем, а также схемы с положительной обратной связью.

Вывод передаточных характеристик более сложных схем на основе физических рассуждений становится затруднительным, и в этих случаях, обычно, прибегают к формализованным методам, типа метода узловых потенциалов.

### 3 Краткое изложение метода узловых потенциалов

Одним из наиболее простых формализованных методов анализа и расчета электрических цепей, как моделей радиоэлектронных устройств, является метод узловых потенциалов.

Для обоснования метода узловых потенциалов удобно воспользоваться многополюсным представлением электрических цепей, при котором с каждым узлом схемы ассоциируются узловой ток и узловое напряжение. В цепи, имеющей  $n + 1$ - узел, один узел выбирается за опорный, относительно которого отсчитываются потенциалы остальных  $n$  - независимых узлов.

Остановимся кратко на сути метода узловых потенциалов. Узловая система уравнений, как известно, записывается в виде

$$Y \cdot V = I,$$

где  $Y$  - матрица проводимостей схемы размера  $n * n$ ;  $n$  - число независимых узлов;  $V$  - вектор узловых потенциалов;  $I$  - вектор узловых токов, обусловленных независимыми источниками.

**Алгоритм формирования узловой системы кратко сводится к следующему:**

1. Двухполюсная ветвь представленная проводимостью  $y$  и включенная между узлами  $i$  и  $j$  вносится во фрагмент матрицы  $Y$ , следующим образом

$$Y = \begin{matrix} & i & j \\ \begin{matrix} i \\ j \end{matrix} & \begin{bmatrix} +y & -y \\ -y & +y \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

2. Зависимый источник тока с параметром  $S$ , включенный между узлами  $k$  и  $l$ , и управляемый напряжением между узлами  $i$  и  $j$  вносится во фрагмент матрицы  $Y$ , следующим образом

$$Y = \begin{matrix} & i & j \\ \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} & \begin{bmatrix} +S & -S \\ -S & +S \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

3. Независимый источник тока  $J$ , включенный между узлами  $i$  и  $j$ , вносится во фрагмент вектора токов  $I$ , следующим образом

$$I = \begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} -J \\ +J \end{bmatrix}.$$

В данном случае предполагается, что перечисление узлов подключения элемента автоматически задает направление протекающего тока. Заметим, что матрица проводимостей  $Y$  и вектор токов  $I$  перед формированием обнуляются.

**Вывод соотношений для передаточных или частотных характеристик.** На основе матричной алгебры легко получить общие аналитические выражения для любых передаточных или частотных функций - рабочих параметров:  $K_V$ ,  $Z_{in}$ ,  $Z_{out}$  и так далее.

Проиллюстрируем вывод передаточных функций или характеристик, используя известное правило Крамера, для нахождения компонент вектора неизвестных, в данном случае вектора узловых напряжений  $V$ .

В частном случае, когда входом цепи являются  $i$ -тый узел и общий провод, вектор токов содержит одну, отличную от нуля  $i$ -ю компоненту  $I_i = J$ . В общем случае, когда вход образован парой узлов  $i$  и  $j$ , вектор токов содержит две, отличные от нуля компоненты  $I_i = J$  и  $I_j = -J$ .

Аналогично, и выход схемы может быть образован одним узлом  $k$  и общим проводом, либо парой отличных от нуля узлов  $k$  и  $l$ .

Рассмотрим наиболее простой и в тоже время достаточно распространенный случай, когда вход образован  $i$ -тым узлом и общим проводом, а выход -  $k$ -тым узлом и общим проводом. Обобщение рассматриваемого алгоритма на общий случай не составит особого труда.

В соответствии с правилом Крамера, напряжение на  $i$ -том узле определится выражением

$$v_i = \frac{i\Delta}{\Delta} = \frac{J \cdot \Delta_{ii}}{\Delta},$$

где  $i\Delta$  - определитель, полученный из исходной матрицы  $Y$ , путем замены  $i$ -го столбца вектором свободных членов  $I$ ;  $\Delta$  - определитель исходной матрицы проводимости  $Y$ ;  $\Delta_{ii}$  - алгебраическое дополнение матрицы  $Y$ , полученное путем вычеркивания строки и столбца с номерами  $i$ . Определитель числителя  $i\Delta$ , в данном случае, раскрыт по  $i$ -му столбцу.

Из полученного выражения, учитывая, что  $J = I_i$  представляет собой ток  $i$ -го узла, получаем выражение для входного сопротивления со стороны  $i$ -го входа

$$Z_{in\_i} = \frac{v_i}{I_i} = \frac{\Delta_{ii}}{\Delta}.$$

Если источник тока переместить с  $i$ -го входа на  $k$ -тый выход, то по аналогии со входным сопротивлением получаем выходное сопротивление

$$Z_{out\_k} = \frac{v_k}{I_k} = \frac{\Delta_{kk}}{\Delta}.$$

В свою очередь, напряжение на выходе, то есть на  $k$ -том узле, как реакция на источник тока, подключенный к  $i$ -му узлу, в соответствии с правилом Крамера определится выражением

$$v_k = \frac{k\Delta}{\Delta} = \frac{J \cdot \Delta_{ik}}{\Delta},$$

где  $k\Delta$  - определитель, полученный из исходной матрицы  $Y$ , путем замены  $k$ -го столбца вектором свободных членов  $I$ ;  $\Delta_{ik}$  - алгебраическое дополнение матрицы  $Y$ , полученное путем вычеркивания строки и столбца соответственно с номерами  $i$  и  $k$ . Определитель числителя  $k\Delta$ , в данном случае, раскрыт по  $k$ -му столбцу.

Из полученного выражения, учитывая, что  $J = I_i$  представляет собой ток  $i$ -го узла, получаем выражение для передаточного сопротивления с  $i$ -го входа на  $k$ -тый выход

$$Z_{tr\_ik} = \frac{v_k}{I_i} = \frac{\Delta_{ik}}{\Delta}.$$

Взяв отношение выходного напряжения к входному напряжению, получаем выражение для коэффициента передачи напряжения

$$K_{V\_ik} = \frac{v_k}{v_i} = \frac{\Delta_{ik}}{\Delta_{ii}}.$$

Если учесть, что напряжение на выходе равно произведению выходного тока  $I_k$  на сопротивление нагрузки  $k$ -го узла  $Z_{n\_k}$

$$v_k = I_k \cdot Z_{n\_k},$$

то из выражения для выходного напряжения получаем соотношение для коэффициента передачи по току

$$K_{I\_ik} = \frac{I_k}{I_i} = \frac{\Delta_{ik}}{Z_{n\_k} \cdot \Delta}.$$

Во всех полученных соотношениях, кроме последнего, предполагается, что проводимость нагрузки  $Y_{n\_k} = 1/Z_{n\_k}$  внесена в матрицу проводимостей, в противном случае, необходимо произвести замены вида

$$\Delta \rightarrow \Delta + Y_{n\_k} \cdot \Delta_{kk}, \quad \Delta_{ii} \rightarrow \Delta_{ii} + Y_{n\_k} \cdot \Delta_{ii,kk},$$

где  $\Delta_{ii,kk}$  - двойное алгебраическое дополнение, полученное путем вычеркивания из исходной матрицы строк и столбцов с номерами  $i$  и  $k$ .

Заметим, что кратное алгебраическое дополнение со всеми вычеркнутыми строками и столбцами равно единице.

Таким образом, полученные соотношения, позволят определить все интересующие нас передаточные соотношения (рабочие параметры).

Напомним, что, формально, **передаточная характеристика определяется, как отношение изображения реакции цепи, находящейся в состоянии покоя, к изображению входного воздействия**, например,

$$K_V(p) = \frac{V_{out}(p)}{E(p)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k \cdot p^k}{\sum_{k=0}^n a_k \cdot p^k}$$

и представляет собой дробно-рациональную функцию комплексной переменной  $p$ .

**Под состоянием покоя понимают полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.**

В качестве реакции в радиотехнике можно понимать любую электрическую реакцию цепи на входное воздействие в виде напряжений, токов и/или их отношений. В частности, из последнего соотношения можно получить **передаточное соотношение** для выходного напряжения

$$V_{out}(p) = E(p) \cdot K_V(p) = E(p) \cdot \frac{\sum_{k=0}^m b_k \cdot p^k}{\sum_{k=0}^n a_k \cdot p^k}.$$

С передаточной характеристикой и передаточными соотношениями тесно связано **понятие частотной характеристики**. Формально частотная характеристика определяется по передаточной характеристике или соотношению путем замены оператора Лапласа  $p$  на переменную  $j \cdot \omega$ , например,

$$K_V(\omega) = \frac{V_{out}(\omega)}{E(\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k \cdot (j \cdot \omega)^k}{\sum_{k=0}^n a_k \cdot (j \cdot \omega)^k}.$$

**Модуль комплексной частотной характеристики называют амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ). Аргумент комплексной частотной характеристики, выраженный в градусах, называют фазочастотной характеристикой (ФЧХ).**

Как видим, передаточные и частотные характеристики однозначно связаны между собой.

С другой стороны, формально и прагматически **частотная характеристика может быть определена как установившаяся реакция цепи, находящейся в состоянии покоя, на единичное гармоническое воздействие определенной частоты.**

При таком определении частотной характеристики, амплитуда установившейся реакции цепи соответствует точке на АЧХ, определяемой

частотой воздействия, а временной сдвиг реакции относительно воздействия определяет точку на ФЧХ.

Таким образом, видим, что определение передаточной характеристики не конкретизирует входное воздействие, тогда как частотная характеристика определяется при гармоническом воздействии.

Данное отступление предпринято для того, чтобы избежать путаницы и подчеркнуть, что в данном случае речь идет о выводе конкретных выражений для передаточных или частотных характеристик и соотношений из узловой системы уравнений, описывающей электрическую схему.

#### 4 Применение узлового метода к анализу каскадов на основе ОУ

Проиллюстрируем применение метода узловых потенциалов на примерах каскадов на основе идеальных ОУ, включая формирование матриц проводимостей и вычисление передаточных характеристик. В качестве модели идеального ОУ воспользуемся моделью источника тока управляемого напряжением (ИТУН).

В первую очередь определим узловым методом передаточные характеристики типовых или канонических схем включения ОУ, полученные в предыдущем разделе с физических позиций.

**Инвертирующая схема каскада на ОУ.** На рисунке 4.1 изображена инвертирующая схема каскада на ОУ.

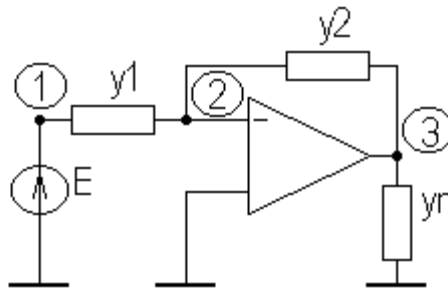


Рисунок 4.1 - Инвертирующая схема каскада на ОУ

Сформируем узловую матрицу проводимостей схемы, используя сформулированные выше правила и ИТУН в качестве модели идеального ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ 0 & S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ -y_1 & -y_2 \end{bmatrix},$$

где  $S$  - параметр крутизны ИТУН. Здесь, кроме матрицы проводимостей схемы приведена преобразованная матрица проводимостей схемы с учетом идеального ОУ. Операцию предельного перехода для краткости будем

обозначать значком «стрелка  $\Rightarrow$ ». Предварительно отметим, что преобразованная матрица в данном случае получена путем вычеркивания второго столбца и третьей строки.

Суть предельного перехода поясним ниже, а пока, по исходной узловой матрице, получим передаточные характеристики по соответствующим соотношениям и, используя предельный переход и правило Лопитала для раскрытия неопределенности, выразим характеристики, при  $S \rightarrow \infty$ .

Так, используя соответствующее соотношение, выразим коэффициент передачи каскада по напряжению

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot (S - y_2)}{y_1 \cdot y_2 + S \cdot y_2} \Rightarrow \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_1}{Z_2}.$$

Входное сопротивление данной схемы получаем в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot y_2 + S \cdot y_2}{y_1 \cdot (y_1 \cdot y_2 + S \cdot y_2) - y_1^2 \cdot (y_2 + y_n)} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1 \cdot y_2} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Выходное сопротивление схемы, без учета проводимости нагрузки  $y_n = 0$ , определяется при удалении ее из матрицы

$$Z_{out} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot y_2}{y_1 \cdot (y_1 \cdot y_2 + S \cdot y_2) - y_1^2 \cdot y_2} \Rightarrow \frac{1}{\infty} = 0.$$

Как видим, все определенные узловым методом предельные передаточные характеристики для инвертирующей схемы на идеальном ОУ, совпали с характеристиками, определенными ранее на основе физических рассуждений.

**Матричная реализация предельного перехода.** Теперь остановимся подробнее на возможном использовании предельного матричного перехода при использовании идеального ОУ, позволяющем сократить порядок анализируемой матрицы.

Тот факт, что входное сопротивление и коэффициент передачи по напряжению идеального ОУ, стремятся к бесконечности, указывает на преобразование бесконечно малой амплитуды сигнала на входе в конечную амплитуду на выходе.

Как уже отмечалось, в силу бесконечного входного сопротивления идеального ОУ, входной ток отсутствует. Это означает, что оба входных электрода находятся под одним потенциалом, и следовало бы сложить соответствующие столбцы матрицы проводимостей. Однако, в данном случае второй электрод соединен с общим проводом и имеет нулевой потенциал. Последнее означает, что на первом электроде имеем «**виртуальный нулевой потенциал**», в силу чего второй столбец матрицы проводимостей можно вычеркнуть.

При вычеркивании второго столбца матрицы она становится прямоугольной (не квадратной) и соответствует переопределенной системе уравнений. Для получения квадратной матрицы и определенной системы уравнений необходимо исключить из системы одно из уравнений. В качестве исключаемого уравнения возьмем уравнения для выходного тока, в данном случае выходного тока идеального ОУ, содержащего бесконечные составляющие, обусловленные крутизной  $S \rightarrow \infty$ . Следовательно, исключая третью строку матрицы проводимости приходим к определенной матрице проводимостей, не содержащей бесконечных составляющих.

Следует отметить, что, исключая ток третьего узла, мы теряем возможность, рассчитывать по предельной матрице выходное сопротивление каскада и коэффициент передачи по току. Такие характеристики, как коэффициент передачи по напряжению и входное сопротивление, могут быть определены по предельной матрице проводимостей.

Рассчитаем передаточные характеристики каскада с идеальным ОУ по предельной матрице проводимостей, учитывая, что в результате вычеркивания второго столбца третий узел схемы приобретает индекс «2».

Так, коэффициент передачи идеального каскада по напряжению по предельной матрице получаем в виде

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{-y_2} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление идеального каскада определится выражением

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2}{-y_1 \cdot y_2} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Как видим, передаточные характеристики, рассчитанные по предельной матрице проводимостей совпали с характеристиками, найденными по исходной матрице проводимостей с использованием предельного перехода, при  $S \rightarrow \infty$ , и раскрытием неопределенностей по правилу Лопиталья.

Использование предельных матриц проводимостей позволяет сократить порядок матрицы на число используемых идеальных ОУ.

**Неинвертирующая схема каскада на ОУ.** На рисунке 4.2 изображена неинвертирующая схема каскада на ОУ.



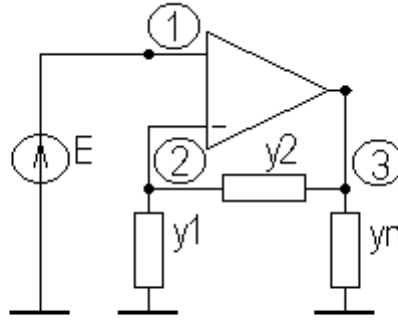


Рисунок 4.2 - Неинвертирующая схема каскада на ОУ

Сформируем узловую матрицу проводимостей схемы, используя сформулированные выше правила и ИТУН в качестве модели идеального ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ -S & S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ y_1 + y_2 & -y_2 \end{bmatrix},$$

где  $S$  - параметр крутизны ИТУН. Здесь, кроме матрицы проводимостей схемы приведена преобразованная матрица проводимостей схемы с учетом идеального ОУ. Операцию предельного перехода для краткости будем обозначать значком «стрелка  $\Rightarrow$ ». Предварительно отметим, что преобразованная матрица в данном случае получена путем суммирования первого и второго столбцов и вычеркивания третьей строки.

Суть предельного перехода поясним ниже, а пока, по исходной узловой матрице, получим передаточные характеристики по соответствующим соотношениям и, используя предельный переход и правило Лопиталья для раскрытия неопределенности, выразим характеристики, при  $S \rightarrow \infty$ .

Так, используя соответствующее соотношение, выразим коэффициент передачи каскада по напряжению

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{S \cdot (y_1 + y_2)}{(y_1 + y_2) \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot (S - y_2)} \Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление данной схемы получаем в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot (S - y_2)}{0} \Rightarrow \infty.$$

Выходное сопротивление схемы, без учета проводимости нагрузки  $y_n = 0$ , определяется при удалении ее из матрицы

$$Z_{out} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{0}{0} = 0.$$

Как видим, все определенные узловым методом предельные передаточные характеристики для неинвертирующей схемы на идеальном ОУ, совпали с характеристиками, определенными ранее на основе физических рассуждений.

**Матричная реализация предельного перехода.** Теперь остановимся подробнее на возможном использовании предельного матричного перехода при использовании идеального ОУ, позволяющем сократить порядок анализируемой матрицы.

Тот факт, что входное сопротивление и коэффициент передачи по напряжению идеального ОУ, стремятся к бесконечности, указывает на преобразование бесконечно малой амплитуды сигнала на входе в конечную амплитуду на выходе.

Как уже отмечалось, в силу бесконечного входного сопротивления идеального ОУ, входной ток отсутствует. Это означает, что оба входных электрода находятся под одним потенциалом, и следует сложить соответствующие столбцы матрицы проводимостей.

При объединении первого и второго столбцов матрицы она становится прямоугольной (не квадратной) и соответствует переопределенной системе уравнений. Для получения квадратной матрицы и определенной системы уравнений необходимо исключить из системы одно из уравнений. В качестве исключаемого уравнения возьмем уравнения для выходного тока, в данном случае выходного тока идеального ОУ, содержащего бесконечные составляющие, обусловленные крутизной  $S \rightarrow \infty$ . Следовательно, исключая третью строку матрицы проводимости приходим к определенной матрице проводимостей, не содержащей бесконечных составляющих.

Следует отметить, что, исключая ток третьего узла, мы теряем возможность, рассчитывать по предельной матрице выходное сопротивление каскада и коэффициент передачи по току. Такие характеристики, как коэффициент передачи по напряжению и входное сопротивление, могут быть определены по предельной матрице проводимостей.

Рассчитаем передаточные характеристики каскада с идеальным ОУ по предельной матрице проводимостей, учитывая, что в результате объединения первого и второго столбцов третий узел схемы приобретает индекс «2».

Так, коэффициент передачи идеального каскада по напряжению по предельной матрице получаем в виде

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{-(y_1 + y_2)}{-y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление идеального каскада определится выражением

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2}{0} = \infty.$$

Как видим, передаточные характеристики, рассчитанные по предельной матрице проводимостей совпали с характеристиками, найденными по исходной матрице проводимостей с использованием предельного перехода, при  $S \rightarrow \infty$ , и раскрытием неопределенностей по правилу Лопиталья.

Использование предельных матриц проводимостей позволяет сократить порядок матрицы на число используемых идеальных ОУ.

**Схема каскада повторителя на ОУ.** На рисунке 4.3 изображена схема каскада повторителя на ОУ.

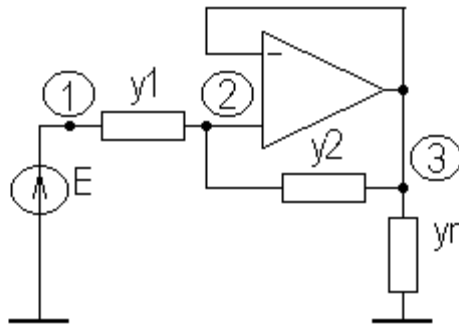


Рисунок 4.3 - Схема каскада повторителя на ОУ

Сформируем узловую матрицу проводимостей схемы, используя сформулированные выше правила и ИТУН в качестве модели идеального ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ 0 & -S - y_2 & S + y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 \\ -y_1 & y_1 \end{bmatrix}, \end{matrix}$$

где  $S$  - параметр крутизны ИТУН. Здесь, кроме матрицы проводимостей схемы приведена преобразованная матрица проводимостей схемы с учетом идеального ОУ. Операцию предельного перехода для краткости будем обозначать значком «стрелка  $\Rightarrow$ ». Предварительно отметим, что преобразованная матрица в данном случае получена путем суммирования второго и третьего столбцов и вычеркивания третьей строки.

Суть предельного перехода поясним ниже, а пока, по исходной узловой матрице, получим передаточные характеристики по соответствующим соотношениям и, используя предельный переход и правило Лопиталья для раскрытия неопределенности, выразим характеристики, при  $S \rightarrow \infty$ .

Так, используя соответствующее соотношение, выразим коэффициент передачи каскада по напряжению

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot (S + y_2)}{(y_1 + y_2) \cdot (S + y_2 + y_n) - y_2 \cdot (S + y_2)} \Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = 1.$$

Входное сопротивление данной схемы получаем в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot (S + y_2 + y_n) - y_2 \cdot (S + y_2)}{y_1 \cdot [(y_1 + y_2) \cdot (S + y_2 + y_n) - y_2 \cdot (S + y_2)] - y_1^2 \cdot (S + y_2 + y_n)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{0} = \infty.$$

Выходное сопротивление схемы, без учета проводимости нагрузки  $y_n = 0$ , определяется при удалении ее из матрицы

$$Z_{out} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot y_2}{y_1 \cdot [(y_1 + y_2) \cdot (S + y_2 + y_n) - y_2 \cdot (S + y_2)] - y_1^2 \cdot (S + y_2 + y_n)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{0}{\infty} = 0.$$

Как видим, все определенные узловым методом предельные передаточные характеристики для схемы повторителя на идеальном ОУ, совпали с характеристиками, определенными ранее на основе физических рассуждений.

**Матричная реализация предельного перехода.** Теперь остановимся подробнее на возможном использовании предельного матричного перехода при использовании идеального ОУ, позволяющем сократить порядок анализируемой матрицы.

Тот факт, что входное сопротивление и коэффициент передачи по напряжению идеального ОУ, стремятся к бесконечности, указывает на преобразование бесконечно малой амплитуды сигнала на входе в конечную амплитуду на выходе.

Как уже отмечалось, в силу бесконечного входного сопротивления идеального ОУ, входной ток отсутствует. Это означает, что оба входных электрода находятся под одним потенциалом, и следует сложить соответствующие столбцы матрицы проводимостей.

При объединении второго и третьего столбцов матрицы она становится прямоугольной (не квадратной) и соответствует переопределенной системе уравнений. Для получения квадратной матрицы и определенной системы уравнений необходимо исключить из системы одно из уравнений. В качестве исключаемого уравнения возьмем уравнения для выходного тока, в данном случае выходного тока идеального ОУ, содержащего бесконечные составляющие, обусловленные крутизной  $S \rightarrow \infty$ . Следовательно, исключая третью строку матрицы проводимости приходим к определенной матрице проводимостей, не содержащей бесконечных составляющих.

Следует отметить, что, исключая ток третьего узла, мы теряем возможность, рассчитывать по предельной матрице выходное сопротивление каскада и коэффициент передачи по току. Такие характеристики, как коэффициент передачи по напряжению и входное сопротивление, могут быть определены по предельной матрице проводимостей.

Рассчитаем передаточные характеристики каскада с идеальным ОУ по предельной матрице проводимостей, учитывая, что в результате объединения второго и третьего столбцов третий узел схемы приобретает индекс «2».

Так, коэффициент передачи идеального каскада по напряжению по предельной матрице получаем в виде

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{y_1} = 1.$$

Входное сопротивление идеального каскада определится выражением

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1}{0} = \infty.$$

Как видим, передаточные характеристики, рассчитанные по предельной матрице проводимостей совпали с характеристиками, найденными по исходной матрице проводимостей с использованием предельного перехода, при  $S \rightarrow \infty$ , и раскрытием неопределенностей по правилу Лопиталья.

Использование предельных матриц проводимостей позволяет сократить порядок матрицы на число используемых идеальных ОУ.

Заметим, что во всех трех канонических схемах включения в итоговые предельные выражения передаточных характеристик не входит проводимость нагрузки. Это обстоятельство объясняется тем, что конечное сопротивление нагрузки шунтируется нулевым выходным сопротивлением идеального ОУ.

Для того чтобы подчеркнуть канонический, типовой и наиболее простой вид рассмотренных нами схем на основе идеальных ОУ подвергнем критическому анализу некоторые “бесперспективные” варианты их модификации, обычно предпринимаемой, с целью достижения определенного компромисса между характеристиками конкретного схемного решения.

## **5 Критический анализ неэффективных вариантов модификации канонических схем**

Рассмотрим некоторые неэффективные варианты модификации канонических схем функциональных модулей. Критический анализ “бесперспективных” вариантов выполним для схем на основе идеальных ОУ, так как в этом случае исследование передаточных характеристик

существенно упрощается и легче объяснить причину отсутствия влияния отдельных элементов схем на основные характеристики каскадов.

### Избыточные варианты схем инвертирующих каскадов.

На рисунке 5.1 приведен избыточный вариант схемы инвертирующего каскада с дополнительными резисторами параллельно источнику сигнала, входу и выходу идеального ОУ.

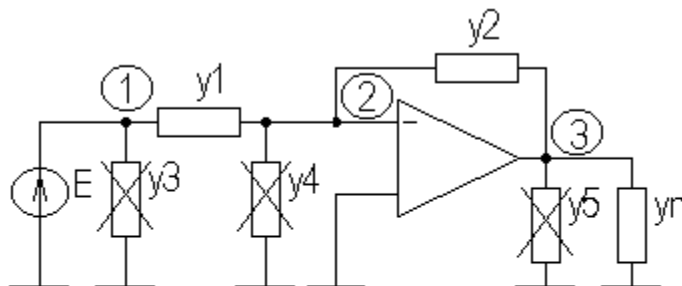


Рисунок 5.1 - Избыточный вариант схемы инвертирующего каскада с дополнительными резисторами

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_1 & 0 \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_4 & -y_2 \\ 0 & S - y_2 & y_2 + y_5 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & 0 \\ -y_1 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго столбца и третьей строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{-y_2} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2}{-y_2 \cdot (y_1 + y_3)} = \frac{1}{y_1 + y_3} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_3}.$$

Как видим, коэффициент передачи данной схемы по напряжению не зависит от проводимостей  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $y_5$ ,  $y_n$ . Это объясняется тем, что проводимость  $y_3$  шунтируется нулевым сопротивлением генератором

напряжения используемого в качестве источника входного сигнала. Отсутствие проводимости  $y_4$  в конечном выражении объясняется невозможностью шунтирования входа идеального ОУ с бесконечным усилением, имеющего на входе «**виртуальный нулевой потенциал**». Проводимости  $y_5, y_n$ , наоборот, шунтируются нулевым выходным сопротивлением идеального ОУ.

Входное сопротивление схемы представляет собой параллельное соединение входного сопротивления канонического инвертирующего каскада равного  $Z_1$  и сопротивления шунта  $Z_3$ . Проводимости  $y_4, y_5, y_n$  не входят в конечное выражение входного сопротивления по тем же причинам, что и для коэффициента передачи по напряжению.

Таким образом, приходим к выводу, что с точки зрения коэффициента передачи по напряжению включение проводимостей  $y_3, y_4, y_5, y_n$  в схему на идеальном ОУ избыточно, а в случае реального ОУ будет мало эффективным. Аналогичный вывод можно сделать и по входному сопротивлению, за исключением проводимости  $y_3$ , которая подключается параллельно входу схемы и уменьшает значение входного сопротивления.

На рисунке 5.2 приведен избыточный вариант схемы инвертирующего каскада на идеальном ОУ, с дополнительной цепью параллельной отрицательной ОС по напряжению.

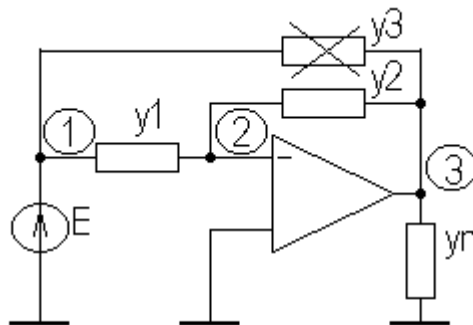


Рисунок 5.2 - Избыточный вариант схемы инвертирующего каскада с дополнительной отрицательной ОС

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_1 & -y_3 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ -y_3 & -y_2 & y_2 + y_3 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_3 \\ -y_1 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго столбца и третьей строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{-y_2} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2}{-y_2 \cdot (y_1 + y_3) - y_1 \cdot y_3} = \frac{y_2}{y_2 \cdot (y_1 + y_3) + y_1 \cdot y_3} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Из полученных соотношений видно, что данная попытка создания дополнительной цепи ОС не эффективна по отношению к коэффициенту передачи схемы по напряжению, так как напряжение ОС замыкается нулевым внутренним сопротивлением генератора ЭДС входного сигнала.

Входное сопротивление схемы меняется существенно, так как ток цепи ОС изменяет входной ток схемы.

Таким образом, приходим к выводу, что с точки зрения коэффициента передачи по напряжению, включение проводимости  $y_3$  в схему на идеальном ОУ избыточно, а в случае реального ОУ будет мало эффективным при работе от низкоомного источника. Применительно к входному сопротивлению, можно сделать вывод, что включение проводимости  $y_3$ , параллельно инвертирующему каскаду способно существенно изменить входное сопротивление каскада, практически не изменяя коэффициента передачи по напряжению.

На рисунке 5.3 приведен избыточный вариант схемы инвертирующего каскада на идеальном ОУ, с последовательно включенным резистором на входе.

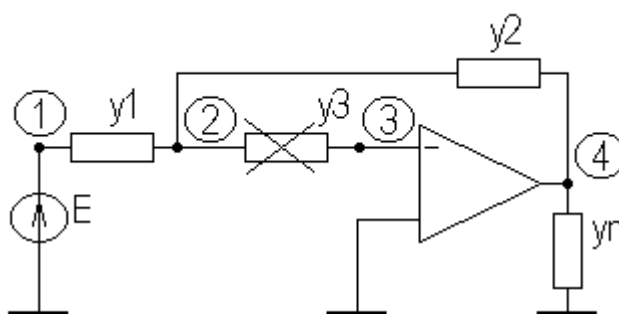


Рисунок 5.3 - Избыточный вариант схемы инвертирующего каскада с последовательным резистором на входе

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы



$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_3 & -y_2 \\ & -y_3 & y_3 & \\ & -y_2 & S & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_2 \\ & -y_3 & \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания третьего столбца и четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{-y_2 \cdot y_3} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2 \cdot y_3}{-y_2 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Как видим, при таком включении проводимости  $y_3$  в схему инвертирующего каскада на основе идеального ОУ передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Это объясняется тем, что входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико, входного тока нет, следовательно, потенциалы второго и третьего узлов одинаковы, то есть имеют «виртуальный нулевой потенциал», и ОУ оказывается в тех же условиях, что и в канонической схеме.

Таким образом, подобное включение проводимости нецелесообразно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

На рисунке 5.4 приведен избыточный вариант схемы инвертирующего каскада на идеальном ОУ, с последовательно включенным резистором между входом ОУ и общим проводом.

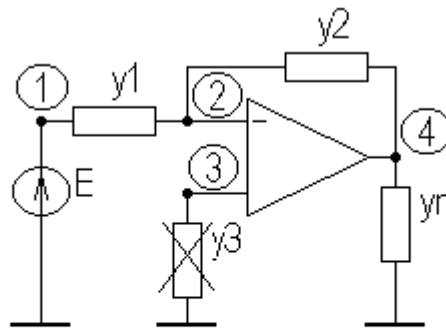


Рисунок 5.4 - Избыточный вариант схемы инвертирующего каскада с резистором между входом и общим проводом

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & -y_2 \\ & & y_3 & \\ & & & S - y_2 \end{bmatrix} & \Rightarrow & \bar{Y} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & & y_3 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования второго и третьего столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot y_3}{y_2 \cdot y_3} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_3}{y_2 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$ , последовательно с входом идеального ОУ в схему инвертирующего каскада, передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Это объясняется тем, что входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико, входной ток отсутствует и, следовательно, потенциал третьего узла по прежнему равен нулю.

Таким образом, подобное включение проводимости неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

Избыточные варианты схем неинвертирующих каскадов.

На рисунке 5.5 приведен избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада на идеальном ОУ, с резистором, включенным последовательно с входом ОУ.

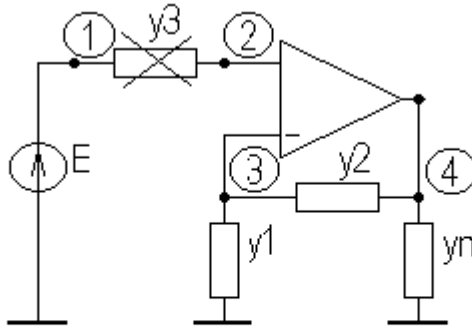


Рисунок 5.5 - Избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада с последовательным резистором на входе

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 & -y_3 & & \\ -y_3 & y_3 & & \\ & & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & -S & S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 & -y_3 & \\ -y_3 & y_3 & \\ & y_1 + y_2 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования второго и третьего столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_3 \cdot (y_1 + y_2)}{-y_2 \cdot y_3} = \frac{y_1 + y_2}{y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2 \cdot y_3}{0} = \infty.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$ , последовательно с входом идеального ОУ в схему неинвертирующего каскада, передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Это объясняется тем, что входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико, входной ток отсутствует и, следовательно, потенциалы первого и второго узлов одинаковы.

Таким образом, подобное включение проводимости неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

На рисунке 5.6 приведен избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада на идеальном ОУ, с резистором между входом и цепью ООС.

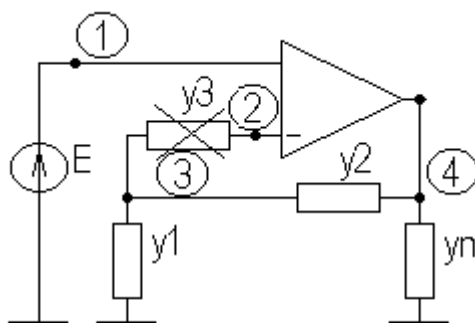


Рисунок 5.6 - Избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада с резистором между входом и ООС

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & \\ & y_3 & -y_3 & \\ & -y_3 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_2 \\ S & -S & -y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & \\ y_3 & -y_3 & \\ -y_3 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования первого и второго столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_3 \cdot (y_1 + y_2)}{y_2 \cdot y_3} = \frac{y_1 + y_2}{y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_3}{0} = \infty.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$  в схему неинвертирующего каскада, между входом идеального ОУ и цепью ООС, передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Это объясняется тем, что входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико, входной ток отсутствует и, следовательно, потенциалы второго и третьего узлов одинаковы.

Таким образом, подобное включение проводимости неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

На рисунке 5.7 приведен избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада на идеальном ОУ, с последовательным резистором на входе и общей параллельной ОС.

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 + y_4 & -y_3 & & -y_4 \\ -y_3 & y_3 & & \\ & & y_1 + y_2 & -y_2 \\ -y_4 & -S & S - y_2 & y_2 + y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 + y_4 & -y_3 & -y_4 \\ -y_3 & y_3 & \\ & y_1 + y_2 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования второго и третьего столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

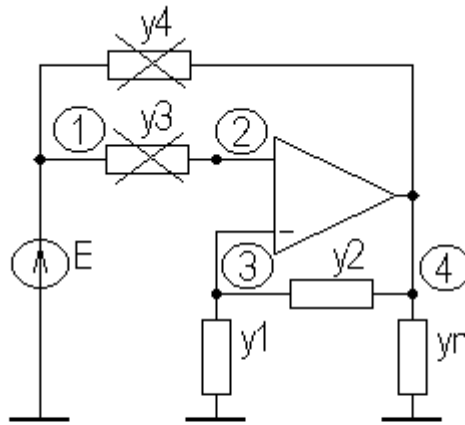


Рисунок 5.7 - Избыточный вариант схемы неинвертирующего каскада с последовательным резистором на входе и общей параллельной ОС

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_3 \cdot (y_1 + y_2)}{-y_2 \cdot y_3} = \frac{y_1 + y_2}{y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2 \cdot y_3}{-(y_3 + y_4) \cdot y_2 \cdot y_3 + y_3 \cdot y_3 \cdot y_2 + y_4 \cdot y_3 \cdot (y_1 + y_2)} = \frac{-y_2 \cdot y_3}{y_3 \cdot y_1 \cdot y_4} = \frac{-y_2}{y_1 \cdot y_4} = \frac{-Z_1 \cdot Z_4}{Z_2}.$$

Как видим, при включении проводимостей  $y_3$  и  $y_4$  в схему неинвертирующего каскада, привело, по сравнению с исходной канонической схемой, лишь к изменению входного сопротивления каскада, который к тому же стал отрицательным. Кроме того, проводимость  $y_3$  не вошла и в выражение для входного сопротивления, что объясняется бесконечно высоким входным сопротивлением идеального ОУ и, соответственно, отсутствием входного тока. Изменение знака входного сопротивления обусловлено преобладающим влиянием на входной ток выходного напряжения, имеющего значение в коэффициент передачи раз больше ЭДС входного источника. Отсутствие влияния проводимости  $y_4$  на коэффициент передачи по напряжению объясняется замыканием напряжения обратной связи нулевым внутренним сопротивлением входного источника ЭДС. Эта ситуация сохранится и при использовании реальных ОУ и работе от низкоомного источника сигнала.

Таким образом, подобное включение проводимостей  $y_3$  и  $y_4$  неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

Избыточные варианты схем каскадов - повторителей.

На рисунке 5.8 приведен избыточный вариант схемы каскада повторителя на идеальном ОУ, с резистором в цепи параллельной ОС.

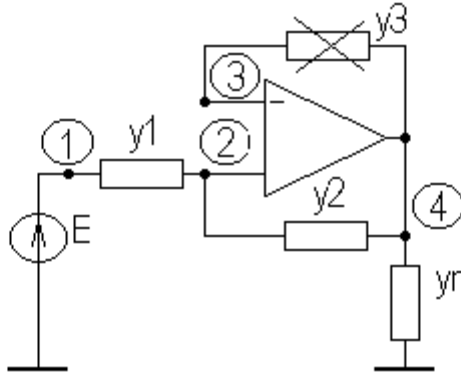


Рисунок 5.8 - Избыточный вариант схемы каскада повторителя с резистором в цепи параллельной ОС

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & -y_2 \\ & & y_3 & -y_3 \\ & -S - y_2 & S - y_3 & y_2 + y_3 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & y_3 & -y_3 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования второго и третьего столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot y_3}{-y_1 \cdot y_3} = 1.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_1 \cdot y_3}{-y_1 \cdot y_1 \cdot y_3 + y_1 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{-y_1 \cdot y_3}{0} = \infty.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$  в схему каскада повторителя, передаточные характеристики остались неизменными по

отношению к канонической схеме включения. Отсутствие влияния проводимости  $y_3$  объясняется бесконечно высоким входным сопротивлением идеального ОУ и, соответственно, отсутствием тока в цепи обратной связи, в связи с чем, реализуется 100 % ООС по напряжению.

Таким образом, подобное включение проводимости  $y_3$  неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

На рисунке 5.9 приведен избыточный вариант схемы каскада повторителя на идеальном ОУ, с последовательным резистором на входе.

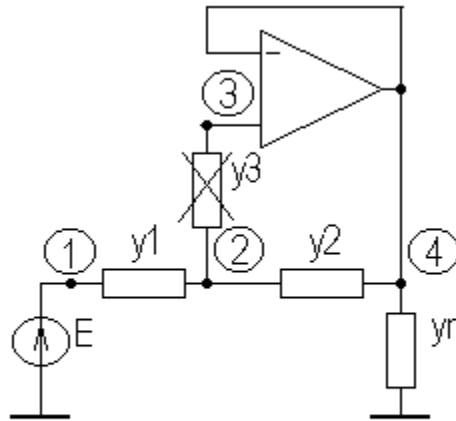


Рисунок 5.9 - Избыточный вариант схемы каскада повторителя с последовательным резистором на входе

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_3 & -y_2 \\ & -y_3 & y_3 & \\ & -y_2 & -S & S + y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_2 - y_3 \\ & -y_3 & -y_3 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования третьего и четвертого столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением



$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{y_1 \cdot y_3} = 1.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot y_3}{y_1 \cdot y_1 \cdot y_3 - y_1 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{y_1 \cdot y_3}{0} = \infty.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$  в схему каскада повторителя, передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Отсутствие влияния проводимости  $y_3$  объясняется бесконечно высоким входным сопротивлением идеального ОУ и, соответственно, отсутствием тока в цепи обратной связи, в связи с чем, реализуется 100 % ООС по напряжению.

Таким образом, подобное включение проводимости  $y_3$  неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

На рисунке 5.10 приведен избыточный вариант схемы каскада повторителя на идеальном ОУ, с общей параллельной ОС.

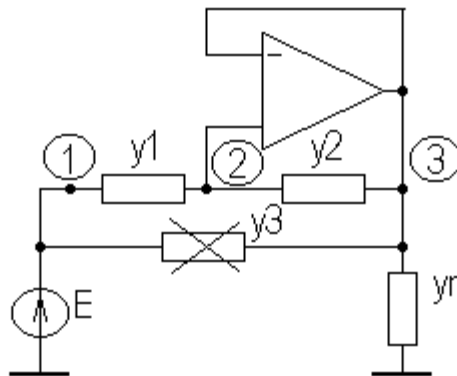


Рисунок 5.10 - Избыточный вариант схемы каскада повторителя с общей параллельной ОС

Сформируем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 + y_3 & -y_1 & -y_3 \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ -y_3 & S - y_2 & S + y_2 + y_3 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ y_1 + y_3 & -y_1 - y_3 \\ -y_1 & y_1 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем суммирования второго и третьего столбца и вычеркивания третьей строки исходной матрицы проводимостей.

Для простоты воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{y_1} = 1.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1}{0} = \infty.$$

Как видим, при включении проводимости  $y_3$  в схему каскада повторителя, передаточные характеристики остались неизменными по отношению к канонической схеме включения. Этот результат объясняется тем, что напряжение ОС, снимаемое с выхода, замыкается нулевым внутренним сопротивлением источника ЭДС сигнала. Отсутствие влияния на входное сопротивление объясняется тем, что входное напряжение и выходное напряжение, равные в повторителе друг другу взаимно компенсируются и ток в ветви  $y_3$  не возникает. Аналогичная ситуация сохранится и при использовании реального ОУ и работе от низкоомного источника сигнала.

Следовательно, подобное включение проводимости  $y_3$  неэффективно и избыточно даже при использовании реальных ОУ.

Таким образом, выполненный анализ избыточных схем каскадов на ОУ, позволил установить неэффективные варианты развития схемных решений. Физическое и математическое обоснование низкой эффективности рассмотренных вариантов позволяет избежать попыток применения подобных решений.

Для полноты картины рассмотрим возможные варианты развития канонических схем, обладающих дополнительными степенями свободы для обеспечения заданных характеристик и преодоления взаимных противоречий.

## 6 Анализ вариантов модификации канонических схем

Анализ канонических схемных решений каскадов на ОУ показал, что ими реализуется вполне определенный набор характеристик. Простая попытка модифицировать канонические схемные решения путем включения двухполюсных ветвей, как правило, приводит к мало эффективным вариантам. Низкая эффективность рассмотренных модификаций схемных решений обусловлена недостаточной степенью свободы для изменения характеристик.

В качестве простейшего приема повышения степени свободы для вариации характеристик можно предложить использовать, вместо

двухполюсных цепей  $y_1$  и  $y_2$  общего вида, простые и перекрытые Т-образные четырехполюсные цепи, изображенные на рисунке 6.1.

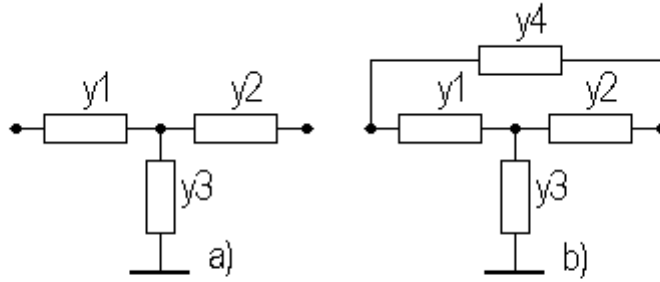


Рисунок 6.1 - Т-образные цепи общего вида  
а) - простая Т-образная цепь; б) - перекрытая Т-образная цепь

Заметим, что использование П-образных цепей нецелесообразно, так как параллельные элементы этих цепей будут шунтироваться низкими номиналами внутреннего сопротивления источника ЭДС сигнала, либо выходного сопротивления ОУ, либо окажутся включенными параллельно высокоомному входу ОУ и в силу большого коэффициента передачи ОУ по напряжению не окажут заметного влияния на передаточные характеристики. Все возможные в данном случае ситуации, по существу были проиллюстрированы в предыдущем разделе на примерах неэффективных вариантов модификации схемных решений.

Рассмотрим некоторые варианты модификации канонических схемных решений путем использования Т-образных цепей вместо двухполюсных цепей.

На рисунке 6.2 приведен вариант модификации схемы инвертирующего каскада за счет использования Т-образной цепи на входе.

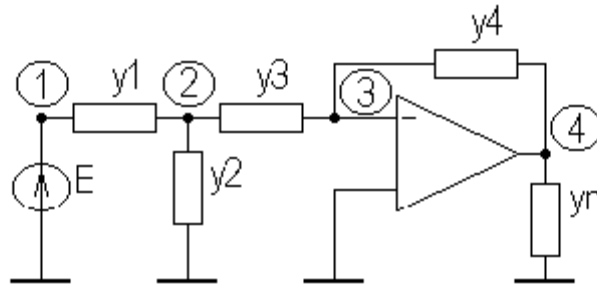


Рисунок 6.2 - Схема инвертирующего каскада с Т-образной цепью на входе

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_3 & \\ & -y_3 & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & S - y_4 & y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & \\ & -y_3 & -y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания третьего столбца и четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{-(y_1 + y_2 + y_3) \cdot y_4} = \frac{-y_1 \cdot y_3}{(y_1 + y_2 + y_3) \cdot y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-(y_1 + y_2 + y_3) \cdot y_4}{-y_1 \cdot (y_2 + y_3)} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{y_1 \cdot (y_2 + y_3)}.$$

Анализ выражений и сравнение с таковыми для исходной канонической схемы инвертирующего каскада показывают, что они существенно различаются. Данные выражения явно имеют больше параметров настройки, более того параметр  $y_4$  позволяет изменять коэффициент передачи по напряжению, не изменяя входного сопротивления.

На рисунке 6.3 приведен вариант модификации схемы инвертирующего каскада с T-образной цепью ОС.

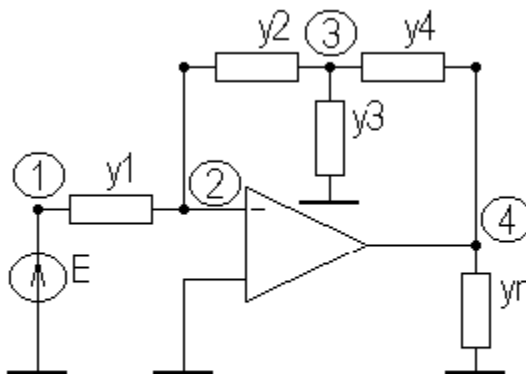


Рисунок 6.3 - Схема инвертирующего каскада с T-образной цепью ОС

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 & \\ & -y_2 & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 \\ & S & -y_4 & y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & & \\ -y_1 & -y_2 & \\ & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго столбца и четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4)}{y_2 \cdot y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_4}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_4} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Заметим, что в данном случае входное сопротивление, как и следовало, ожидать осталось прежним, по отношению к исходной канонической схеме. В выражении коэффициента передачи по напряжению, если считать, что  $y_1/y_2$  определяет исходный коэффициент передачи, появляется дополнительный множитель  $(y_2 + y_3 + y_4)/y_4$ , содержащий дополнительные параметры настройки  $y_3$  и  $y_4$ .

На рисунке 6.4 приведен вариант модификации схемы неинвертирующего каскада с T-образной цепью ОС.

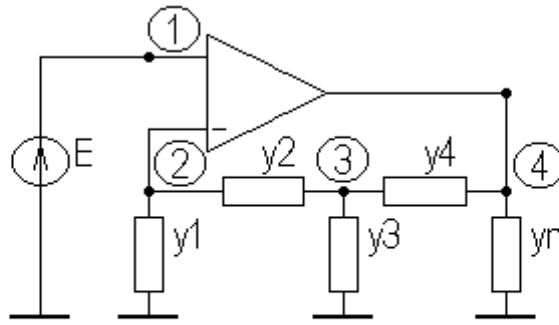


Рисунок 6.4 - Схема неинвертирующего каскада с T-образной цепью ОС

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & \\ & y_1 + y_2 & -y_2 & \\ & -y_2 & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 \\ -S & S & -y_4 & y_4 + y_n \end{bmatrix} \Rightarrow \end{matrix}$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & \\ y_1 + y_2 & -y_2 & \\ -y_2 & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения первого и второго столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4) + y_2 \cdot (y_3 + y_4)}{y_2 \cdot y_4} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot (y_3 + y_4) + y_1 \cdot y_2}{y_2 \cdot y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_4}{0} = \infty.$$

Из полученных выражений следует, что входное сопротивление по отношению к исходной канонической схеме осталось неизменным, однако в

коэффициенте передачи по напряжению появились дополнительные параметры настройки.

На рисунке 6.5 приведен вариант модификации схемы неинвертирующего каскада с T-образной цепью на входе.

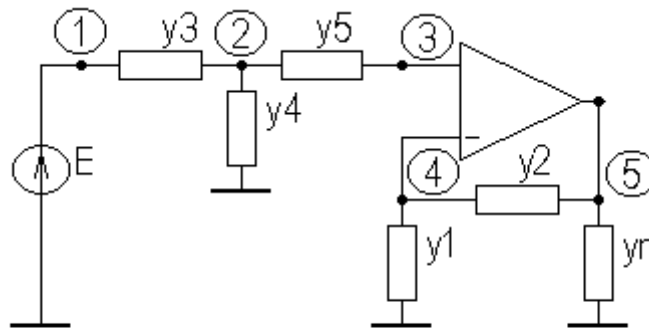


Рисунок 6.5 - Схема неинвертирующего каскада с T-образной цепью на входе

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 & -y_3 & & & \\ -y_3 & y_3 + y_4 + y_5 & -y_5 & & \\ & -y_5 & y_5 & & \\ & & & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & & -S & S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_3 & -y_3 & & \\ -y_3 & y_3 + y_4 + y_5 & -y_5 & \\ & -y_5 & y_5 & \\ & & y_1 + y_2 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения третьего и четвертого столбцов и вычеркивания пятой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_3 \cdot y_5 \cdot (y_1 + y_2)}{-y_2 \cdot y_5 \cdot (y_3 + y_4)} = \frac{y_3 \cdot (y_1 + y_2)}{y_2 \cdot (y_3 + y_4)}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2 \cdot y_5 \cdot (y_3 + y_4)}{-y_3 \cdot y_2 \cdot y_5 \cdot (y_3 + y_4) + y_3 \cdot y_3 \cdot y_2 \cdot y_5} =$$

$$= \frac{y_2 \cdot y_5 \cdot (y_3 + y_4)}{y_2 \cdot y_3 \cdot y_4 \cdot y_5} = \frac{(y_3 + y_4)}{y_3 \cdot y_4}.$$

Отметим, что теперь передаточные характеристики, по сравнению с исходной канонической схемой, существенно изменились. Входное сопротивление каскада обусловлено последовательным соединением проводимостей  $y_3$  и  $y_4$ , а коэффициент передачи по напряжению содержит дополнительный множитель  $y_3/(y_3 + y_4)$ , представляющий собой коэффициент передачи по напряжению делителя из проводимостей  $y_3$  и  $y_4$ . Следовательно, изменяя соотношение проводимостей  $y_3$ ,  $y_4$ , и, оставляя их сумму постоянной, будем регулировать значение коэффициента передачи по напряжению, при неизменном входном сопротивлении.

Кроме того, заметим, что ветвь с проводимостью  $y_5$  в данном случае избыточна, так как включена последовательно с бесконечным входным сопротивлением ОУ.

На рисунке 6.6 приведен вариант модификации схемы каскада повторителя с общей Т-образной цепью.

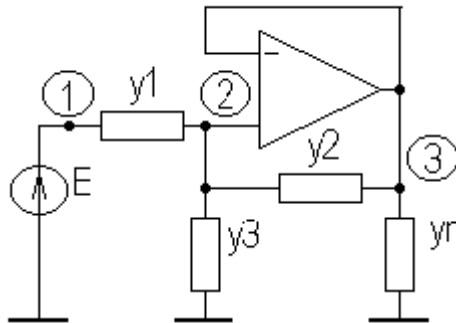


Рисунок 6.6 - Схема каскада повторителя с общей Т-образной цепью

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & -y_2 \\ & -S - y_2 & S + y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{bmatrix} & 1 & 2 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 \\ -y_1 & y_1 + y_3 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения второго и третьего столбцов и вычеркивания третьей строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.



Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{y_1 + y_3}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 + y_3}{y_1 \cdot y_3}.$$

Отметим, что теперь коэффициент передачи по напряжению меньше единицы и обусловлен делителем из проводимостей  $y_1$  и  $y_3$ . Входное сопротивление из бесконечного стало конечным и обусловлено последовательным соединением проводимостей  $y_3$  и  $y_4$ . Анализ полученных выражений показывает, что, сохраняя сумму проводимостей ветвей  $y_1$  и  $y_3$  постоянной и, изменяя их отношение, можем подбирать значение коэффициента передачи по напряжению в пределах от нуля до единицы.

Кроме того, заметим, что ветвь с проводимостью  $y_2$ , как и в канонической схеме включения, избыточна, так как второй и третий узлы находятся под одинаковым потенциалом и ток ветви отсутствует.

На рисунке 6.7 приведен вариант модификации схемы каскада повторителя с T-образной цепью на входе.

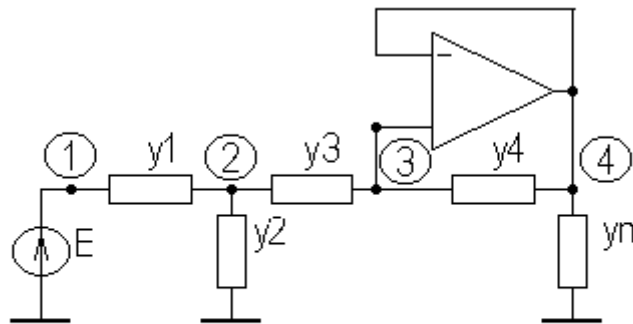


Рисунок 6.7 - Схема каскада повторителя с T-образной цепью на входе

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & y_3 & \\ & -y_3 & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & -S - y_4 & S + y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 + y_3 & y_3 \\ & -y_3 & y_3 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения третьего и четвертого столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{(y_1 + y_2) \cdot y_3} = \frac{y_1}{y_1 + y_2}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot y_3}{y_1 \cdot (y_1 + y_2) \cdot y_3 - y_1 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot y_3}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_3} = \frac{y_1 + y_2}{y_1 \cdot y_2}.$$

Передаточные характеристики модифицированной и исходной канонической схемы существенно различаются. Коэффициент передачи по напряжению обусловлен делителем из ветвей  $y_1$  и  $y_2$ . Входное сопротивление обусловлено последовательным соединением ветвей  $y_1$  и  $y_2$ . Сохраняя сумму сопротивлений ветвей  $y_1$  и  $y_2$  постоянной, можем подобрать коэффициент передачи по напряжению каскада в пределах от нуля до единицы, изменяя их соотношение. Отметим, что в данном схемном решении ветви  $y_3$ ,  $y_4$  избыточны, как и ветви  $y_1$ ,  $y_2$  исходной канонической схемы, так как потенциалы третьего и четвертого узлов равны, а входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико.

На рисунке 6.8 приведен вариант модификации схемы каскада повторителя с T-образной цепью в петле положительной ОС.

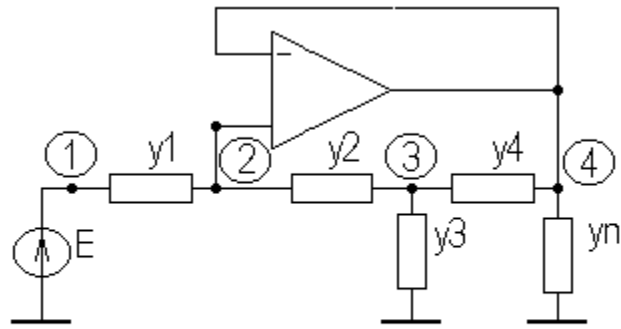


Рисунок 6.8 - Схема повторителя с T-образной цепью в петле положительной ОС

Запишем полную и предельную матрицы проводимостей схемы

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & \\ & -y_2 & y_2 + y_3 + y_4 & -y_4 \\ & -S & -y_4 & S + y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & & -y_1 \\ -y_1 & -y_2 & y_1 + y_2 \\ & y_2 + y_3 + y_4 & -y_2 - y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения второго и четвертого столбцов и вычеркивания четвертой строки исходной матрицы проводимостей. Объединенный столбец стал третьим столбцом предельной матрицы.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4)}{-y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4) - y_2 \cdot y_3} = \frac{y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4)}{y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4) + y_2 \cdot y_3}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4) - y_2 \cdot y_3}{y_1 \cdot [-y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4) - y_2 \cdot y_3] + y_1 \cdot y_1 \cdot (y_2 + y_3 + y_4)} =$$

$$= \frac{y_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot y_3 + y_1 \cdot y_4 + y_2 \cdot y_3}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_3}.$$

Сравнение характеристик, с таковыми для исходной канонической схемой, показывает, что они существенно изменились. Коэффициент передачи по напряжению и входное сопротивление обусловлены теперь внешними цепями ОУ. Из выражений видно, что проводимости всех ветвей входят в ту и другую характеристики, однако подбором отношений номиналов ветвей допускают независимое изменение характеристик.

На рисунке 6.9 приведен вариант модификации схемы каскада повторителя с T-образной цепью в петле отрицательной ОС.

Полная и укороченная матрицы проводимости схемы запишутся:

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & & -y_2 \\ & & y_3 & -y_3 & \\ & & -y_3 & y_3 + y_4 + y_5 & -y_5 \\ & -S - y_2 & S & -y_5 & y_2 + y_5 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & -y_2 \\ & y_3 & -y_3 & \\ & -y_3 & y_3 + y_4 + y_5 & -y_5 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

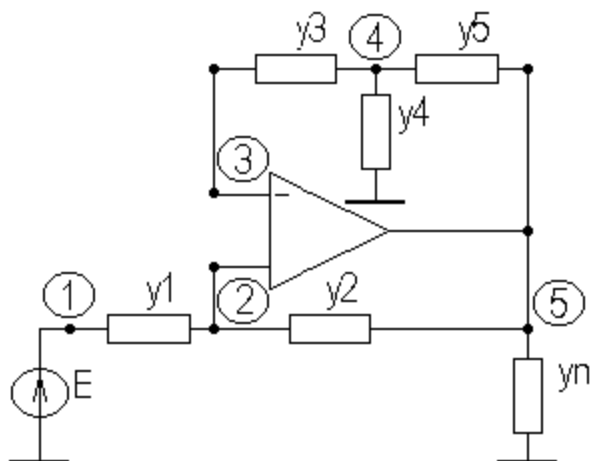


Рисунок 6.9 - Схема каскада повторителя с Т-образной цепью в петле отрицательной ОС

Заметим, что предельная матрица проводимостей получена путем объединения второго и третьего столбцов и вычеркивания пятой строки исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскада.

Коэффициент передачи инвертирующего каскада с дополнительными резисторами определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3 \cdot (y_4 + y_5)}{(y_1 + y_2) \cdot y_3 \cdot y_5 - y_2 \cdot y_3 \cdot (y_4 + y_5)} =$$

$$= \frac{y_1 \cdot (y_4 + y_5)}{y_5 \cdot (y_1 + y_2) - y_2 \cdot (y_4 + y_5)} = \frac{y_1 \cdot (y_4 + y_5)}{y_1 \cdot y_5 - y_2 \cdot y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot y_3 \cdot y_5 - y_2 \cdot y_3 \cdot (y_4 + y_5)}{y_1 \cdot [(y_1 + y_2) \cdot y_3 \cdot y_5 - y_2 \cdot y_3 \cdot (y_4 + y_5)] - y_1 \cdot y_1 \cdot y_3 \cdot y_5} =$$

$$= \frac{y_2 \cdot y_4 - y_1 \cdot y_5}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_4}.$$

В данной схеме реализуется уже не 100% ООС и начинает сказываться влияние положительной ОС через  $y_2$ . В результате получилось схемное решение с комбинированной ОС и, в зависимости от соотношения параметров внешних цепей ОС, изменяются значения и знаки передаточных характеристик.

Рассмотренными вариантами, конечно, не исчерпываются возможные модификации канонических схем с целью достижения желаемых передаточных характеристик. Для модификации могут использоваться и более сложные структуры внешних цепей, а так же их различные

комбинации. Целью анализа рассмотренных вариантов модификации канонических схем является иллюстрация возможных путей и способов модификации схемных решений, а также демонстрация приемов анализа и физической интерпретации полученных результатов.

## 7 Каскадное соединение звеньев на основе ОУ

При разработке сложных устройств на основе ОУ используют различные соединения отдельных каскадов. Наиболее часто для достижения нужных передаточных характеристик используют каскадное соединение, включая на выход одного звена другое и так далее, пока не получат заданного коэффициента передачи по напряжению.

Рассмотрим примеры каскадного соединения отдельных звеньев.

На рисунке 7.1 приведена схема каскадного соединения инвертирующих звеньев.

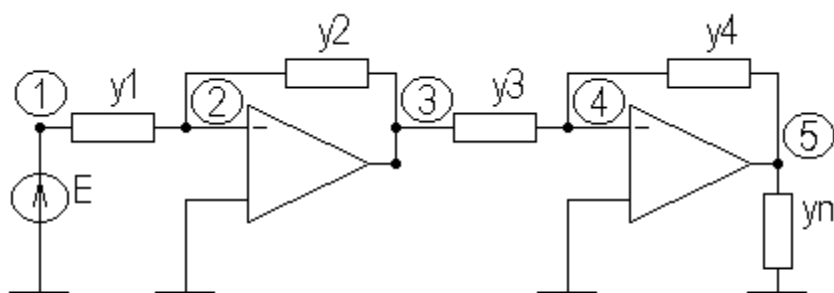


Рисунок 7.1 - Каскадное соединение инвертирующих звеньев

Передаточные характеристики каскадного соединения будем искать на основе метода узловых потенциалов, используя матрицу проводимости соединения.

Полная и предельная матрицы проводимости каскадного соединения звеньев запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 & & \\ & S_1 - y_2 & y_2 + y_3 & -y_3 & \\ & & -y_3 & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & & S_2 - y_4 & y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & & \\ -y_1 & -y_2 & \\ & -y_3 & -y_1 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot$$

Предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго и четвертого столбцов и вычеркивания третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскадного соединения.

Коэффициент передачи по напряжению каскадного соединения указанных звеньев определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{y_2 \cdot y_4} = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_4}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_4} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Анализ передаточных характеристик показывает, что при каскадировании коэффициенты передачи по напряжению отдельных звеньев перемножаются, а входное сопротивление каскадного соединения определяется входным сопротивлением первого звена. Данные факты можно физически объяснить тем, что выходное сопротивление первого звена, в силу идеальности используемых ОУ, равно нулю, следовательно, второе звено работает как бы от источника ЭДС с внутренним сопротивлением равным нулю и ЭДС равной выходному напряжению первого звена. Нулевое выходное сопротивление первого звена как бы развязывает звенья, исключая влияние второго звена на входное сопротивление каскадного соединения.

На рисунке 7.2 приведена схема каскадного соединения неинвертирующих звеньев.

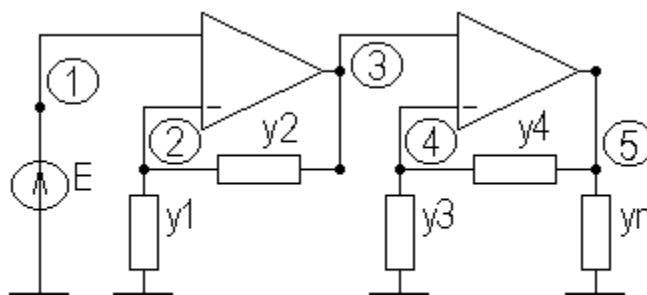


Рисунок 7.2 - Каскадное соединение неинвертирующих звеньев

Передаточные характеристики каскадного соединения будем искать на основе метода узловых потенциалов, используя матрицу проводимости соединения.

Полная и предельная матрицы проводимости каскадного соединения звеньев запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccccc} & & & & \\ & y_1 + y_2 & -y_2 & & \\ -S_1 & S_1 - y_2 & y_2 & & \\ & & & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & -S_2 & S_2 - y_4 & y_4 + y_n \end{array} \right] \Rightarrow \end{matrix}$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccc} & & \\ y_1 + y_2 & -y_2 & \\ & y_3 + y_4 & -y_4 \end{array} \right]. \end{matrix}$$

Предельная матрица проводимостей получена путем объединения первого плюс второго и третьего плюс четвертого столбцов и вычеркивания третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскадного соединения.

Коэффициент передачи по напряжению каскадного соединения указанных звеньев определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot (y_3 + y_4)}{y_2 \cdot y_4} = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{Z_4}{Z_3}\right).$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_4}{0} = \infty.$$

Анализ передаточных характеристик показывает, что при каскадировании коэффициенты передачи по напряжению отдельных звеньев перемножаются, а входное сопротивление каскадного соединения определяется входным сопротивлением первого звена. Данные факты можно физически объяснить тем, что выходное сопротивление первого звена, в силу идеальности используемых ОУ, равно нулю, следовательно, второе звено работает как бы от источника ЭДС с внутренним сопротивлением равным нулю и ЭДС равной выходному напряжению первого звена. Нулевое выходное сопротивление первого звена как бы развязывает звенья, исключая влияние второго звена на входное сопротивление каскадного соединения.

На рисунке 7.3 приведена схема каскадного соединения инвертирующего и неинвертирующего звеньев.



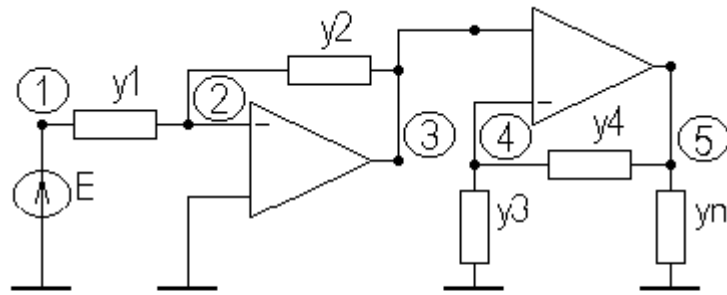


Рисунок 7.3 - Каскадное соединение инвертирующего и неинвертирующего звеньев

Полная и предельная матрицы проводимости каскадного соединения звеньев запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 & & \\ & S_1 - y_2 & y_2 & & \\ & & & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & -S_2 & S_2 - y_4 & y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & & \\ -y_1 & -y_2 & \\ & y_3 + y_4 & -y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго и объединения третьего и четвертого столбцов и вычеркивания третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскадного соединения.

Коэффициент передачи по напряжению каскадного соединения указанных звеньев определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot (y_3 + y_4)}{y_2 \cdot y_4} = \frac{-y_1}{y_2} \cdot \left(1 + \frac{y_3}{y_4}\right) = \frac{-Z_2}{Z_1} \cdot \left(1 + \frac{Z_4}{Z_3}\right).$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_2 \cdot y_4}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_4} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Из полученных выражений вновь видим, что при каскадировании коэффициенты передачи по напряжению звеньев перемножаются, а входное сопротивление определяется входным сопротивлением первого звена. Физическое обоснование результатов также объясняется нулевым входным сопротивлением первого звена, развязывающего каскады между собой и обеспечивающего работу второго звена от источника ЭДС.

На рисунке 7.4 приведена схема каскадного соединения инвертирующего звена и звена повторителя.

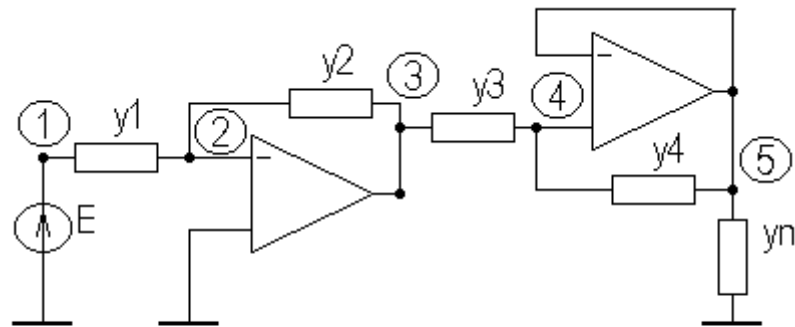


Рисунок 7.4 - Каскадное соединение инвертирующего звена и звена повторителя

Полная и предельная матрицы проводимости каскадного соединения звеньев запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 & & \\ & S_1 - y_2 & y_2 + y_3 & -y_3 & \\ & & -y_3 & y_3 + y_4 & -y_4 \\ & & & -S_2 - y_4 & S_2 + y_4 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & & \\ -y_1 & -y_2 & \\ & -y_3 & y_3 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Предельная матрица проводимостей получена путем вычеркивания второго и объединения четвертого и пятого столбцов и вычеркивания третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики каскадного соединения.

Коэффициент передачи по напряжению каскадного соединения указанных звеньев определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_3}{-y_2 \cdot y_3} = \frac{-y_1}{y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2 \cdot y_3}{-y_1 \cdot y_2 \cdot y_3} = \frac{1}{y_1} = Z_1.$$

Полученные соотношения вновь подтверждают, что коэффициенты передачи по напряжению каскадно-соединенных звеньев перемножаются, а входное сопротивление каскадного соединения определяется первым звеном. Физическое обоснование, как и в прежних примерах, основано на нулевом входном сопротивлении первого звена, что обеспечивает работу второго звена от источника ЭДС и развязку между каскадами.

Итак, в силу специфики звеньев на основе ОУ при их каскадном соединении автоматически реализуется развязка между каскадами, и передаточные характеристики каскадного соединения достаточно просто выражаются через известные передаточные характеристики звеньев.

Более сложные соединения звеньев на основе ОУ проиллюстрируем на примере простейших структур построения трактов передачи с отрицательными и положительными обратными связями. Для простоты и наглядности ограничимся примерами, содержащими по одному звену в каналах прямой и обратной передачи.

## 8 Использование ОУ в каналах ОС звеньев на основе ОУ

Как уже отмечалось, использование в схемных решениях обратных связей позволяет добиться целого ряда полезных свойств. Кроме того, отмечалось, что характеристики схем на основе операционных усилителей определяются в основном внешними цепями. В связи с этими замечаниями интересно рассмотреть простейшие схемные решения на основе ОУ, при организации каналов (петель) ОС которых также используются звенья на основе ОУ. Таким образом, предлагается рассмотреть некоторые схемные решения с активными каналами ОС.

Примеры организации положительной и отрицательной ОС (ПОС и ООС) в каналах передачи.

На рисунке 8.1 приведена схема инвертирующего звена, в дополнительном канале ОС которого используется неинвертирующее звено. Отметим, что в данном случае дополнительный активный канал реализует ПОС по напряжению.

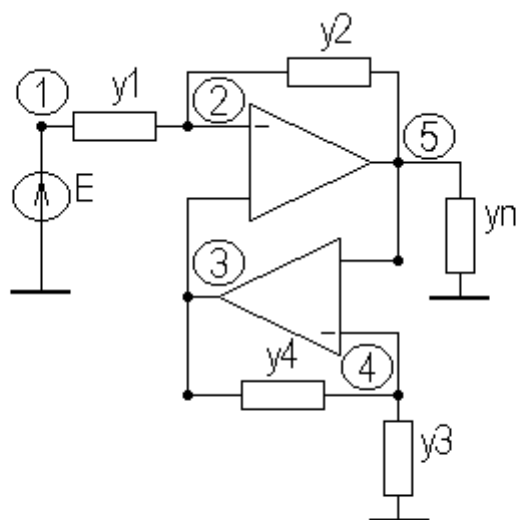


Рисунок 8.1 - Схема на основе инвертирующего звена с петлей ОС на основе неинвертирующего звена

Полная и предельная матрицы проводимости схемы с активной ОС запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & & -y_2 \\ & & y_4 & S_2 - y_4 & -S_2 \\ & & -y_4 & y_3 + y_4 & \\ & S_1 - y_2 & -S_1 & & y_2 + y_n \end{bmatrix} \Rightarrow \end{matrix}$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & -y_4 & y_3 + y_4 \end{bmatrix} \cdot \end{matrix}$$

Предельная матрица проводимостей получена путем объединения второго плюс третьего и четвертого плюс пятого столбцов и вычеркивания третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики звена с активной ОС.

Коэффициент передачи по напряжению звена с активной ОС определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_4}{y_1 \cdot (y_3 + y_4) + y_2 \cdot y_3}$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot (y_3 + y_4) + y_2 \cdot y_3}{y_1 \cdot y_1 \cdot (y_3 + y_4) + y_2 \cdot y_3 - y_1 \cdot y_1 \cdot (y_3 + y_4)} =$$

$$= \frac{y_1 \cdot y_3 + y_1 \cdot y_4 + y_2 \cdot y_3}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_3}.$$

Попробуем выразить коэффициент передачи по напряжению схемы через коэффициент передачи отдельных звеньев

$$K_V = \frac{\frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3 + y_4}}{\frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{y_3 + y_4}{y_3 + y_4} + \frac{y_2}{y_2} \cdot \frac{y_3}{y_4} \cdot \frac{y_4}{y_3 + y_4}} =$$

$$= \frac{-K_{V1}}{-K_{V1} + \frac{y_3}{y_4} \cdot \frac{1}{K_{V2}}} = \frac{-K_{V1}}{\frac{y_3}{y_4} - K_{V1} \cdot K_{V2}}.$$

Из анализа коэффициента передачи по напряжению следует, что классического выражения для развязанных звеньев образующих систему с ОС вида:

$$K_V = \frac{K_{V1}}{1 + K_{V1} \cdot K_{V2}}$$

не получилось, так как полной развязки звеньев прямой и обратной передачи, простым соединением двух звеньев не основе ОУ, достичь не удастся. В схеме, в частности, получается дополнительный канал через цепь ОС  $u_3$ ,  $u_4$ . Отметим также, что соединение, в зависимости от соотношения параметров, получается либо инвертирующим либо неинвертирующим. Кроме того, соединение имеет четыре параметра регулировки  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $u_4$ , подбором которых возможно достижение некоторого компромисса совокупности передаточных характеристик.

На рисунке 8.2 приведена схема неинвертирующего звена, в канале ОС которого используется также неинвертирующее звено. Отметим, что в данном случае активный канал реализует ООС по напряжению.

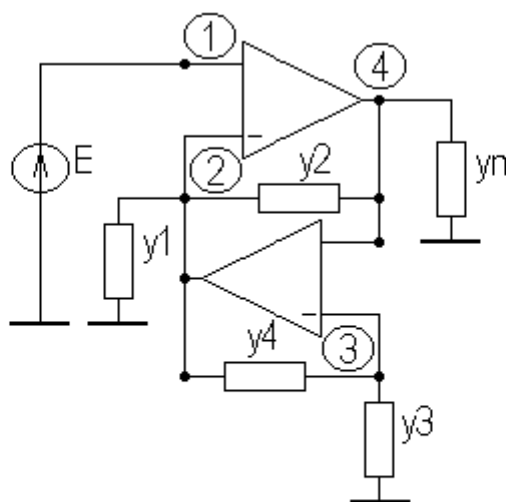


Рисунок 8.2 - Схема на основе неинвертирующего звена с петлей ОС на основе неинвертирующего звена

Полная и предельная матрицы проводимости схемы с активной ОС запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & \\ & y_1 + y_2 + y_4 & S_2 - y_4 & -S_2 - y_2 \\ & -y_4 & y_3 + y_4 & \\ -S_1 & S_1 - y_2 & & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -y_4 & y_3 + y_4 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Предельная матрица проводимостей получена путем объединения первого плюс второго и третьего плюс четвертого столбцов и вычеркивания второй и четвертой строк исходной матрицы проводимостей.

Вспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики звена с активной ОС.

Коэффициент передачи по напряжению звена с активной ОС определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_4}{y_3 + y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_3 + y_4}{0} = \infty.$$

Отметим, что коэффициент передачи по напряжению соединения получается равным обратной величине коэффициента передачи звена в канале обратной связи. Так как коэффициент передачи получился меньше единицы, то данное соединение может использоваться для реализации

заданного ослабления сигнала. Входное сопротивление, как и следовало ожидать, бесконечно велико.

На рисунке 8.3 приведена схема инвертирующего звена, в дополнительном канале ОС которого используется также инвертирующее звено. Отметим, что в данном случае дополнительный активный канал реализует ООС по напряжению.

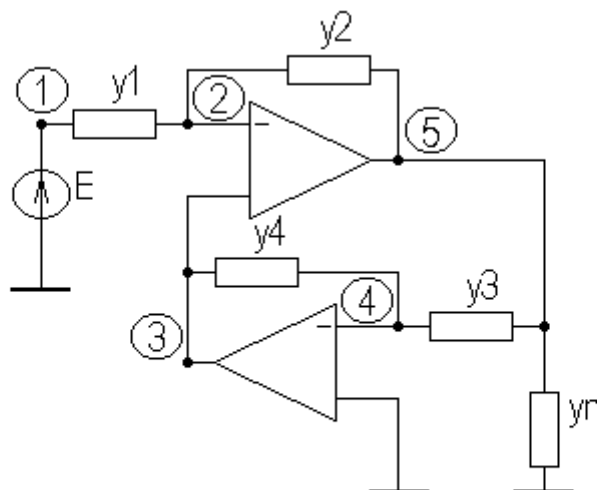


Рисунок 8.3 - Схема на основе инвертирующего звена с петлей ОС на основе инвертирующего звена

Полная и предельная матрицы проводимости схемы с активной ОС запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & & & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & & & -y_2 \\ & & y_4 & S_2 - y_4 & \\ & & -y_4 & y_3 + y_4 & -y_3 \\ & S_1 - y_2 & -S_1 & -y_3 & y_2 + y_3 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & -y_4 & -y_3 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Предельная матрица проводимостей получена путем объединения второго и третьего столбцов и вычеркивания четвертого столбца и третьей и пятой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики звена с активной ОС.

Коэффициент передачи по напряжению звена с активной ОС определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot y_4}{-(y_1 + y_2) \cdot y_3 - y_2 \cdot y_4} = \frac{-y_1 \cdot y_4}{(y_1 + y_2) \cdot y_3 + y_2 \cdot y_4}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-(y_1 + y_2) \cdot y_3 - y_2 \cdot y_4}{-y_1 \cdot [(y_1 + y_2) \cdot y_3 + y_2 \cdot y_4] + y_1 \cdot y_1 \cdot y_3} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot y_3 + y_2 \cdot y_4}{y_1 \cdot y_2 \cdot (y_3 + y_4)}.$$

Отметим, что соединение в целом получилось инвертирующим. Соединение, согласно полученным выражениям, имеет четыре параметра регулировки  $y_1, y_2, y_3, y_4$ , позволяющих регулировать компромиссное соотношение итоговых передаточных характеристик.

На рисунке 8.4 приведена схема неинвертирующего звена, в канале ОС которого используется инвертирующее звено. Отметим, что в данном случае дополнительный активный канал реализует ПОС по напряжению.

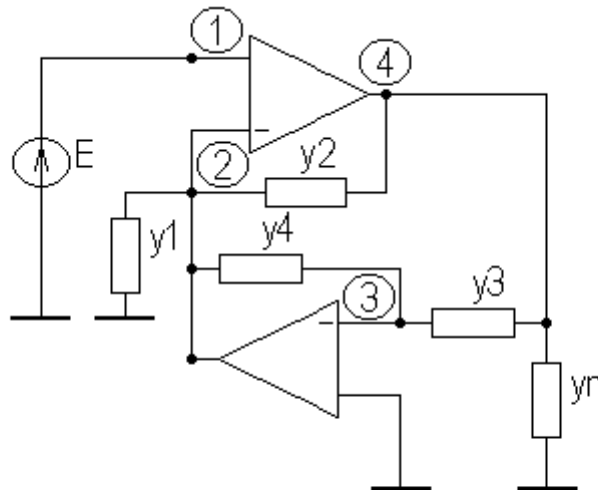


Рисунок 8.4 - Схема на основе неинвертирующего звена с петлей ОС на основе инвертирующего звена

Полная и предельная матрицы проводимости схемы с активной ОС запишутся в виде

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} & & & \\ & y_1 + y_2 + y_4 & S_2 - y_2 & -y_2 \\ & -y_4 & y_3 + y_4 & -y_3 \\ -S_1 & S_1 - y_2 & -y_3 & y_2 + y_3 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -y_4 & -y_3 \end{bmatrix}.$$



Предельная матрица проводимостей получена путем объединения первого и второго столбцов и вычеркивания третьего столбца и второй и четвертой строк исходной матрицы проводимостей.

Воспользуемся предельной матрицей проводимостей и найдем основные передаточные характеристики звена с активной ОС.

Коэффициент передачи по напряжению звена с активной ОС определится выражением

$$K_V = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_4}{-y_3} = \frac{-y_4}{y_3}.$$

Входное сопротивление приведенной схемы запишется в виде

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_3}{0} = \infty.$$

Отметим, что коэффициент передачи по напряжению, оказался равным обратному значению коэффициента передачи по напряжению звена канала ОС и, в целом, соединение получилось инвертирующим. Входное сопротивление, как и ожидалось, бесконечно большое. Таким образом, данное соединение эквивалентно составному инвертирующему звену.

## 9 Устойчивость звеньев на основе ОУ

В связи с широким использованием в радиотехнике обратных связей, на примере каскадов на основе ОУ, удобно познакомиться с так называемой **проблемой устойчивости**. Проблема устойчивости возникает при использовании ПОС в активных цепях, обладающих усилением и заключается в переходе устройства в режим паразитной генерации за счет самовозбуждения либо в переключении режима работы из исходного устойчивого режима в другой устойчивый режим. Первый режим самовозбуждения в радиотехнике используют при построении различного рода генераторов электрических колебаний. Второй режим перехода из одного устойчивого состояния в другое используют при построении различного рода пороговых устройств.

На основе ОУ можно строить и те и другие устройства, нас же неустойчивость в данном случае будет интересовать скорее как нежелательный паразитный эффект в аналоговых усилительных устройствах, активных фильтрах и т.д. Особо акцентируем внимание на механизме возникновения неустойчивости, как с точки зрения физики, так и математики.

Прежде всего, отметим, что все активные устройства сугубо нелинейные, дело в том, что в окрестности рабочей точки в рабочем режиме прибор может быть почти линейным, однако в момент его включения,

например подачи питающего напряжения его крутизна изменяется от нулевого значения до номинального значения в рабочей точке. Далее при подаче большой амплитуды сигнала на вход прибора также проявляется нелинейные свойства, так как сигнал на выходе не может у реальных устройств достигать бесконечно больших величин, например больше чем напряжение источника питания (эффект насыщения), а также в силу проявления эффекта отсечки. Реальные ОУ в этом смысле не являются исключением, так, например, идеализированная амплитудная характеристика ОУ имеет следующий характерный вид, представленный на рисунке 9.1.

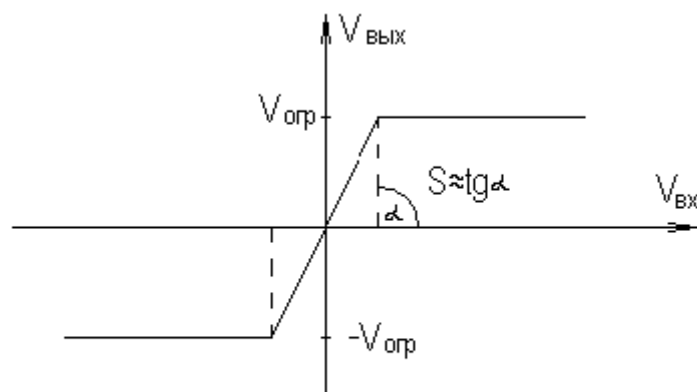


Рисунок 9.1 - Амплитудная характеристика ОУ

Это так называемая статическая амплитудная характеристика. Она характеризуется крутизной  $S$  пропорциональной тангенсу угла наклона характеристики и значением максимального выходного напряжения при превышении определенного значения амплитуды входного сигнала.

Динамические нелинейные свойства ОУ характеризуются скоростью нарастания выходного напряжения, обусловленной инерционностью процессов протекающих в выходных каскадах ОУ.

Для более предметного обсуждения проблемы устойчивости, вернемся к рассмотрению канонических схем на основе ОУ предполагая замену инверсного входа на неинверсный и наоборот.

На рисунке 9.2 приведена схема инвертирующего звена с заменой инверсного входа ОУ на неинверсный.

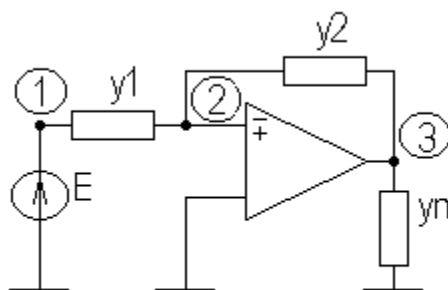


Рисунок 9.2 - Инвертирующее звено на ОУ

Запишем полную и предельную матрицы проводимости звена, используя идеализированную модель ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & \pm S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ -y_1 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Предельную матрицу проводимости получили путем вычеркивания третьей строки и второго столбца.

Используя полную и предельную матрицы проводимости, запишем передаточные характеристики звена

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{-y_1 \cdot (\pm S - y_2)}{y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2} \Rightarrow \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1}{-y_2} = \frac{-Z_2}{Z_1};$$

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2}{y_1 \cdot [y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2] - y_1 \cdot y_1 \cdot (y_2 + y_n)} =$$

$$= \frac{y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2}{y_1 \cdot [y_2 \cdot (y_n \pm S)]} \Rightarrow \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{-y_2}{-y_1 \cdot y_2} = \frac{1}{y_1}.$$

Анализ выражений показывает, что передаточные характеристики при замене инверсного входа на неинверсный в предельном случае вроде бы равны между собой. Более детальный анализ однако показывает, что при использовании ПОС знаменатель передаточных характеристик, в частности коэффициента передачи по напряжению содержит разность двух составляющих, в одну из которых входит крутизна. Поскольку при включении питания значение крутизны начинает изменяться от нулевого значения до номинального значения в рабочей точке, при выполнении условия равенства обеих составляющих коэффициент передачи устремится к бесконечности и ОУ войдет в насыщение. Другими словами, при **выполнении баланса фаз и амплитуд** знаменателя возникает неустойчивый режим работы соответствующий насыщению. Естественно, речь идет о случае, когда номинального значения крутизны в рабочей точке достаточно для выполнения баланса амплитуд и фаз. В том случае, если по предварительным расчетам выбрана такая глубина ПОС, чтобы данная ситуация не возникала, все равно в процессе эксплуатации звена в силу колебания питающего напряжения либо изменения параметров цепей при температуре или за счет старения элементов опасность возникновения неустойчивого режима работы сохраняется. К неустойчивому режиму может привести даже изменение амплитуды входного сигнала, что вызовет изменение положения рабочей точки и изменение номинального значения крутизны достаточного для возникновения неустойчивого режима работы.

В силу указанных причин ПОС находит ограниченное применение за исключением случаев построения генераторов колебаний, пороговых устройств и других аналогичных устройств.

На рисунке 9.3 приведена схема неинвертирующего звена с заменой инверсного входа ОУ на неинверсный.

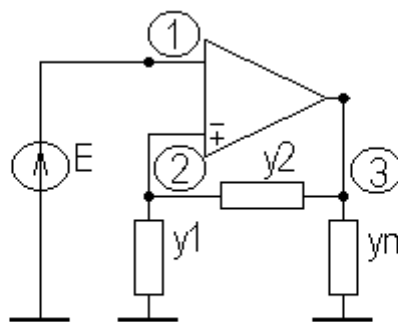


Рисунок 9.3 - Неинвертирующее звено на ОУ

Запишем полную и предельную матрицы проводимости звена, используя идеализированную модель ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & & \\ & y_1 + y_2 & -y_2 \\ \mp S & \pm S - y_2 & y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -y_2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Предельную матрицу проводимости получили путем вычеркивания третьей строки и суммированием первого и второго столбцов.

Используя полную и предельную матрицы проводимости, запишем передаточные характеристики звена

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{\pm S \cdot (y_1 + y_2)}{y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2} \Rightarrow \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}} = \frac{-(y_1 + y_2)}{-y_2} = 1 + \frac{y_1}{y_2};$$

$$Z_{in} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot (y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n \pm S \cdot y_2}{0} = \infty \Rightarrow \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 + y_2}{0} = \infty.$$

Как видим, предельные передаточные характеристики, вроде бы не зависят от знака ОС, однако более детальный анализ полного выражения для коэффициента передачи по напряжению показывает, что при положительной обратной связи в знаменателе вновь появляется разность двух составляющих, которая при определенных условиях может обратиться в ноль, что приведет к возникновению неустойчивого режима работы звена. Таким образом, ПОС увеличивая значение коэффициента передачи, увеличивает и чувствительность к изменению параметров и нестабильности параметров ОУ, питающих напряжений, температуры среды, уровня сигнала и чревата возникновением неустойчивого режима работы.

На рисунке 9.4 приведена схема звена повторителя с заменой инверсного входа ОУ на неинверсный.

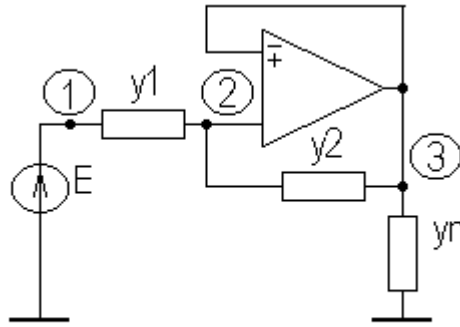


Рисунок 9.4 - Звено повторителя на ОУ

Запишем полную и предельную матрицы проводимости звена, используя идеализированную модель ОУ

$$Y = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 & \\ -y_1 & y_1 + y_2 & -y_2 \\ & \mp S - y_2 & \pm S + y_2 + y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \bar{Y} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_1 & -y_1 \\ -y_1 & y_1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Предельную матрицу проводимости получили путем вычеркивания третьей строки и суммированием второго и третьего столбцов.

Используя полную и предельную матрицы проводимости, запишем передаточные характеристики звена

$$K_V = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{11}} = \frac{y_1 \cdot (\pm S + y_2)}{y_1 \cdot (\pm S + y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n} \Rightarrow \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = \frac{y_1}{y_1} = 1;$$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1 \cdot (\pm S + y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n}{y_1 \cdot [y_1 \cdot (\pm S + y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n] - y_1 \cdot y_1 \cdot (\pm S + y_2 + y_n)} = \\ &= \frac{y_1 \cdot (\pm S + y_2 + y_n) + y_2 \cdot y_n}{y_1 \cdot y_2 \cdot y_n} \Rightarrow \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{y_1}{0} = \infty. \end{aligned}$$

Из выражений следует, что предельные передаточные характеристики не зависят от знака ОС, однако углубленный анализ, в частности, коэффициента передачи по напряжению показывает, что в случае положительной обратной связи он содержит в знаменателе разность двух составляющих, которая свидетельствует о возможной неустойчивости звена при выполнении баланса амплитуд и фаз составляющих знаменателя.

Таким образом, приведенные примеры иллюстрируют природу возникновения неустойчивости в каскадах на ОУ при использовании ПОС.

Все рассмотренные в данном разделе схемы содержат прямой активный канал передачи и пассивный канал обратной связи. В случае положительной обратной связи при выполнении условия баланса фаз и амплитуд возникает неустойчивый режим работы устройства.

## Заключение

В пособии рассмотрены понятие и свойства ОУ, модели идеального ОУ, основные схемы включения. Подробно изложены вопросы анализа и основные характеристики типовых схемных решений на ОУ. Проиллюстрирована избыточность включения некоторых дополнительных корректирующих элементов в канонических схемах. Показаны возможные пути модификации типовых схем включения с целью достижения требуемого набора характеристик. Проиллюстрировано каскадное соединение типовых звеньев, а также возможность использования активных каналов ОС при построении схемных решений на основе ОУ. На конкретных примерах построения типовых звеньев, как с физической, так и математической точек зрения, продемонстрирована проблема возникновения неустойчивой работы.

Все рассмотренные в пособии вопросы анализа и построения схем на основе ОУ позволят в дальнейшем разнообразить примеры аналитических исследований характеристик аналоговых устройств. Кроме того, предварительное знакомство со схемотехникой устройств на основе идеальных ОУ пригодится студентам при изучении специальных дисциплин радиотехнического профиля.

## Список рекомендуемых источников

1. Активные RC- фильтры на операционных усилителях. / Под ред. Г.Н. Алексеева. – М.: Энергия, 1974.
2. Аналоговые и гибридные вычислительные машины. / Под ред. А.Н. Лебедева, В.Б. Смолова. – М.: Высшая школа, 1984.
3. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. - М.: Радио и связь, 1988.- 560 с.
4. Горбачев Е.Д., Левизон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. / Под ред. Е.Б Попова и И.М. Тетельбаума. – М.: Наука, 1984.- 304 с.
5. Грэм Дж., Тоби Дж., Хьюлсман Л. Проектирование и применение операционных усилителей. – М.: Мир, 1974.
6. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам. – М.: Энергоатомиздат, 1983.- 128 с.
7. Достал И. Операционные усилители. – М.: Мир, 1982.
8. Капустян В.И. Активные RC-фильтры высокого порядка. – М.: Радио и связь, 1985.- 248 с.
9. Кириллов В.В., Моисеев В.С. Аналоговое моделирование динамических систем. – Л.: Машиностроение, 1977.
10. Кологривов В.А. Основы автоматизированного проектирования радиоэлектронных устройств: Учебное пособие. – Томск: ТМЦДО, 2003.- 246 с.

11. Коротков А.С. Микроэлектронные аналоговые фильтры на преобразователях импеданса. – СПб.: Наука, 1999.- 416 с.
12. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и проектирование. – М.: Мир, 1982.- 592 с.
13. Марше Ж. Операционные усилители и их применение. – Л.: Энергия, 1974.
14. Мощиц Г., Хорн П. Проектирование активных фильтров. – М.: Мир, 1984.- 320 с.
15. Нерретер В. Расчет электрических цепей на персональной ЭВМ. - М.: Энергоатомиздат, 1991.- 220 с.
16. Операционные усилители и компараторы. – М.: Изд. дом «Додэка-XXI», 2002.- 560 с.
17. Полонников Д.Е. Решающие усилители. – М.: Энергия, 1973.
18. Святный В.А. Гибридные вычислительные системы. – К.: Вища школа, 1980.
19. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы: В 2-х частях. Ч. 1. – М.: Мир, 1988.- 336 с., Ч. 2. – М.: Мир, 1988.- 360 с.
20. Современная теория фильтров и их проектирование. / Под ред. Г. Темеша и С. Митра. – М.: Мир, 1977.- 560 с.
21. Справочник по аналоговой вычислительной технике. / Под ред. Г.Е. Пухова. – К.: Техника, 1975.
22. Справочник по расчету и проектированию ARC- схем. / Под ред. А.А. Ланнэ. – М.: Радио и связь, 1984.- 368 с.
23. Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р. 400 схем на АВМ. М.: Энергия, 1978.
24. Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р. Практика аналогового моделирования динамических систем: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат, 1987.- 384 с.
25. Типовые линейные модели объектов управления. / С.А. Анисимов, И.С. Зайцева, Н.С. Райбман, А.А. Яралов; Под ред. Н.С. Райбмана. – М.: Энергоатомиздат, 1983.- 264 с.
26. Урмаев А.С. Практикум по моделированию на АВМ. – М.: Наука, 1976.
27. Урмаев А.С. Основы моделирования на аналоговых вычислительных машинах. / Под ред. С.В. Емельянова. - М.: Наука, 1978.
28. Фидлер Дж.К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем. - М.: Высшая школа, 1985.- 216 с.
29. Хейнлейн В.Е., Холмс В.Х. Активные фильтры для интегральных схем. – М.: Связь, 1980.- 656 с.
30. Хьюлсман Л.П. Активные фильтры. – М.: Мир, 1972.
31. Хьюлсман Л.П. Теория и расчет активных RC- цепей. М.: Связь, 1973.
32. Хьюлсман Л.П., Аллен Ф.Е. Введение в теорию и расчет активных фильтров. – М.: Радио и связь, 1984.- 382 с.