

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Радиотехнический факультет (РТФ)

Кафедра средств радиосвязи (СРС)

Кологривов В.А.

***Руководство к лабораторным работам по
дисциплине
“Прикладные математические методы в
радиотехнике”***

**Учебное методическое пособие
для студентов радиотехнических специальностей**

2012

Кологривов В.А.

Руководство к лабораторным работам по дисциплине “Прикладные математические методы в радиотехнике”. Учебное методическое пособие. – Томск: ТУСУР. Образовательный портал, 2012. - 61 с.

Учебное методическое пособие содержит описание компьютерных лабораторных работ. Пособие предназначено для студентов очной формы обучения высшего специального образования, по направлениям: «Радиотехника», «Телекоммуникации» и др.

© Кологривов В.А., 2012

© ТУСУР, РТФ, каф. СРС, 2012 г.

Аннотация

В руководстве сформулированы цели и задачи лабораторного цикла по дисциплине «Прикладные математические методы в радиотехнике», приведены краткие теоретические сведения, даны общие указания по проведению лабораторных работ. Лабораторные работы посвящены аналитическим и численным исследованиям частотных и переходных характеристик аналоговых и дискретных устройств.

При описании содержания каждой из работ указываются цели и задачи, приводятся необходимые теоретические сведения, формулируются конкретные задания и требования к содержанию отчета.

Руководство к лабораторным работам предназначено для студентов радиотехнических специальностей радиотехнического факультета (РТФ).

СОДЕРЖАНИЕ

Введение. Компьютерный лабораторный практикум	5
1 Лабораторная работа №1 – Функциональная среда системы MatLab	12
2 Лабораторная работа №2 – Системы параметров описания электронных схем	13
3 Лабораторная работа №3 – Частотные характеристики простых аналоговых цепей	15
4 Лабораторная работа №4 – Переходные характеристики простых аналоговых цепей	17
5 Лабораторная работа №5 – Реакция аналоговых цепей на гармоническое воздействие	19
6 Лабораторная работа №6 – Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие	21
7 Лабораторная работа №7 – Реализация дискретной цепи по частотной характеристике аналогового прототипа	23
8 Лабораторная работа №8 – Реализация дискретной цепи по дифференциальному уравнению аналогового прототипа	25
9 Лабораторная работа №9 – Реализация дискретной цепи по импульсной характеристике аналогового прототипа	28
10 Лабораторная работа №10 – Реакция дискретных цепей на дискретное гармоническое воздействие	30
11 Пример выполнения отчета по лабораторной работе	33
Заключение	43
Приложение А – Версия программы для лабораторной работы №1	44
Приложение Б – Версия программы для лабораторной работы №2	46
Приложение В – Версия программы для лабораторной работы №3	49
Приложение Г – Версия программы для лабораторной работы №4	50
Приложение Д – Версия программы для лабораторной работы №5	51
Приложение Е – Версия программы для лабораторной работы №6	52
Приложение Ж – Версия программы для лабораторной работы №7	54
Приложение З – Версия программы для лабораторной работы №8	56
Приложение И – Версия программы для лабораторной работы №9	58
Приложение К – Версия программы для лабораторной работы №10	60

Введение. Компьютерный лабораторный практикум

Цель лабораторного цикла: С использованием функциональной среды системы для инженерных и научных расчетов **MatLab**, ознакомиться на практике с основными математическими методами и алгоритмами, используемыми в радиотехнике, получить навыки математической формулировки и решения прикладных радиотехнических задач, получить опыт проведения модельных исследований и интерпретации полученных результатов.

Задачи лабораторного цикла: Освоить программную реализацию используемых математических методов, основные понятия и характеристики радиотехнических схем, взаимную связь частотных и временных характеристик.

Теоретическая часть. Основные определения. Используемый математический аппарат. Теоретической базой для лабораторных работ являются: теория электрических цепей, системы линейных алгебраических уравнений, системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений для непрерывных схем, системы линейных разностных уравнений для дискретных схем, системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных для схем с распределенными параметрами.

Более конкретно, теоретическая часть включает: матричный аппарат и системы параметров четырехполюсного и многополюсного описания аналоговых схем в частотной области, системы обыкновенных дифференциальных уравнений, системы разностных уравнений, способы их получения и решения во временной области.

Математическое описание аналоговых линейных электронных схем в частотной области, как моделей реальных устройств, ведется на основе многополюсного представления с использованием матричного аппарата. При этом используются различные системы параметров (A, B, G, H, Y, Z), в зависимости от физического содержания задачи. В качестве переменных используются, как правило, токи и напряжения в узлах, контурах и так далее. В области СВЧ иногда используют волновое представление переменных в виде падающих и отраженных волн в передающем тракте или на нагрузках.

Таким образом, **математической моделью аналоговой цепи** в частотной области является система линейных алгебраических уравнений.

Наиболее простое описание электронных схем реализуется в системе Y - параметров **методом обобщенных узловых потенциалов**. Этот метод получил самое широкое распространение, прост в реализации, широко освещен в учебной литературе, поэтому более подробно здесь на нем останавливаться не будем. Заметим лишь, что метод узловых потенциалов позволяет получить все необходимые малосигнальные **передаточные и соответственно частотные характеристики** линейных аналоговых электронных схем. Под передаточными характеристиками будем понимать более широкую трактовку, включающую любое отношение изображений токов и/или напряжений реакции цепи и входного воздействия.

Для дискретных и цифровых устройств и систем вместо передаточных характеристик используются системные характеристики, представляющие собой отношение Z - изображений реакции и входного воздействия. Для получения системных характеристик используются чаще всего функциональные схемы устройств.

Передаточная и системная характеристики аналоговых и дискретных систем представляют собой дробно-рациональные функции комплексной переменной, соответственно, p и z .

Аналоговые устройства описываются во временной области непрерывными функциями времени $f(t)$ с использованием дифференциального и интегрального исчисления и дифференциальных уравнений. Взаимное соответствие временных и частотных представлений характеристик и реакций аналоговых систем, как оригиналов и изображений, устанавливается **операционным исчислением**, основанном на **преобразовании Лапласа**.

Дискретные и цифровые устройства описываются во временной области дискретными или решетчатыми функциями времени $f(k \cdot T) = f_k$ с использованием исчисления конечных разностей и разностных уравнений. Взаимное соответствие временных и частотных представлений характеристик и реакций дискретных систем, то есть изображений и оригиналов, устанавливается **операционным исчислением**, основанном на дискретном преобразовании Лапласа и **Z - преобразовании**.

Дискретные или решетчатые функции времени задаются дискретной последовательностью мгновенных значений функции с **периодом дискретизации T** . **Оператору дифференцирования d/dt** непрерывных функций времени соответствует **оператор сдвига E** либо **разностный оператор Δ** дискретных функций времени. Различают сдвиг вперед на n тактов $E^n \cdot f_k = f_{k+n}$ или **упреждение** и сдвиг назад на n тактов $E^{-n} \cdot f_k = f_{k-n}$ или **запаздывание**.

Цифровые устройства являются частным случаем дискретных устройств, при котором мгновенные значения сигналов как дискретных функций времени представляются двоичной последовательностью импульсов определенной разрядности, и все операции над сигналами выполняются в двоичном коде логическими устройствами.

Математическая модель систем во временной области. В технических задачах поведение аналоговой или дискретной физической системы во времени часто описывается, соответственно, дифференциальным или разностным уравнением n - го порядка относительно интересующей переменной состояния, которая подлежит определению в процессе решения. Путем введения новых переменных обыкновенное дифференциальное либо разностное уравнение n - го порядка может быть преобразовано в эквивалентную систему из n соответствующих уравнений первого порядка. Переход к эквивалентным системам уравнений первого порядка позволяет применить в аналитических исследованиях векторно-матричную символику.

В отдельных задачах, в качестве независимой переменной может выступать не время, а скажем пространственная координата.

Обыкновенное дифференциальное уравнение представляет собой уравнение связи неизвестной функции и ее производных. Правая часть неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения соответствует внешнему воздействию на исследуемую аналоговую систему.

Разностное уравнение представляет собой уравнение связи неизвестной дискретной функции и ее сдвигов или разностей. Правая часть неоднородного разностного уравнения соответствует внешнему воздействию на исследуемую дискретную систему.

Решение дифференциального либо разностного уравнения соответствует определению неизвестной функции удовлетворяющей этому уравнению. Из уравнения связи можно определить лишь общее решение дифференциального либо разностного уравнения, представляющее собой семейство функций удовлетворяющих уравнению.

Для определения **частного решения** кроме уравнения связи необходимы **независимые дополнительные условия**, в качестве которых обычно используют **начальные условия**. Начальные условия представляют собой **начальные значения** неизвестной функции и ее производных либо сдвигов до $(n-1)$ -го порядка.

Методы интегрирования. Для решения **обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений** используются: **операторный метод**, метод вариации произвольных постоянных или **метод Лагранжа**, представление решения в форме Коши или **метод Коши** в векторно-матричной форме. Однозначность решения достигается заданием **начальных условий**. Для дифференциального либо разностного уравнения n -го порядка требуется задание n начальных условий, представляющих значение функции и, ее производных и, соответственно, сдвигов, до $(n-1)$ -го порядка включительно.

Операторный метод основан на непрерывном или дискретном преобразовании Лапласа или Z -преобразовании. Использование метода подразумевает наличие таблиц обратных преобразований, либо выполнение интегрального преобразования с использованием вычетов. Кроме того, данный метод активно использует понятие обобщенных функций в качестве идеальных воздействий и реакций. Применение операторного метода ограничено классом интегрируемых функций. Расширение операторного метода на обобщенные функции описывается операторной алгеброй.

В операторном методе используется переход из временной плоскости t или t_k (оригиналов) в плоскость комплексной переменной p или z (изображений), путем замены оператора дифференцирования d/dt комплексной переменной p , и соответственно, замены оператора сдвига E комплексной переменной z .

В соответствии с преобразованием Лапласа непрерывных функций времени производная $y^{(n)}(t)$ заменяется выражением

$$L \cdot [y^{(n)}(t)] = p^n \cdot Y(p) - \sum_{k=1}^n p^{n-k} \cdot y^{(k-1)}(+0).$$

Запаздыванию дискретной функции времени $y(k) = y_k$ на n тактов $E^{-n} \cdot y_k = y_{k-n}$ соответствует изображение вида

$$Z \cdot y_{k-n} = z^{-n} \cdot Y(z),$$

если исходная функция y_k равна нулю при отрицательных значениях аргумента.

Упреждению дискретной функции времени $y(k) = y_k$ на n тактов $E^n \cdot y_k = y_{k+n}$ соответствует изображение вида

$$z^n \cdot \left[Y(z) - \sum_{m=0}^{n-1} y_m \cdot z^{-m} \right].$$

В результате этих преобразований, оригинал - дифференциальное или разностное уравнение переводится в изображение - алгебраическое уравнение в виде степенного полинома относительно переменной p или z . Правая часть неоднородного дифференциального либо разностного уравнения представляет собой оригинал входного воздействия на физическую систему. Изображение входного воздействия и отнесенные в правую часть начальные условия, предварительно умноженные на соответствующие коэффициенты при неизвестной функции и, ее производных или сдвигов, представляют собой изображение входного воздействия на физическую систему с учетом начальных условий.

В том случае, когда входное воздействие представляет собой δ -функцию для аналоговых систем либо одиночный единичный δ -импульс для дискретных систем, изображения которых равны единице, можно разрешить алгебраическое уравнение относительно изображения выходной переменной. В результате приходим к изображению передаточной либо системной функции физической системы.

В радиотехнических задачах чаще легче определить и задать передаточную либо системную функцию физической системы, если требуется определить реакцию выходной переменной на заданное входное воздействие. В этом случае, если физическая система линейна, находят изображение входного воздействия и, умножая его на передаточную либо системную характеристику, получают изображение выходной переменной. Оригиналы или реакцию физической системы во времени находят, используя таблицы обратного преобразования Лапласа (либо Z -преобразования), либо выполняют интегральное преобразование с помощью вычетов.

Метод Лагранжа интегрирования (решения) дифференциальных либо разностных уравнений основан на представлении общего решения неоднородного уравнения линейной комбинацией фундаментальных решений однородного уравнения с использованием переменных коэффициентов или варьируемых постоянных в виде неизвестных функций от независимого аргумента, вместо констант. На предполагаемое общее

решение накладываются условия, ограничивающие производную либо сдвиг неизвестных функций первым порядком, при дифференцировании либо сдвиге решения общего вида, с целью подстановки в исходное уравнение. Для уравнения n -го порядка получаем, таким образом, $n-1$ условие, которые совместно с результатом подстановки общего решения в исходное уравнение, дают систему n уравнений первого порядка относительно производных либо сдвигов неизвестных функций или **разрешающую систему уравнений Лагранжа** относительно производных либо разностей варьируемых постоянных. Из решения системы и последующим интегрированием либо суммированием функциональных последовательностей находим неизвестные функции, а дополнительные постоянные интегрирования либо суммирования определяем из начальных условий. Метод Лагранжа применим как для уравнений с постоянными, так и переменными коэффициентами и с правой частью произвольного вида, в отличие от метода неопределенных коэффициентов.

Метод Коши или представление решения в форме Коши, применительно к дифференциальному либо разностному уравнению n -го порядка, основан на переходе к системе n уравнений первого порядка, путем введения новых переменных для искомой функции, и ее производных либо сдвигов, до $n-1$ -го порядка. Система дифференциальных либо разностных уравнений относительно новых переменных представляется в матричной форме, а решение - в виде **аналитической функции от матрицы** коэффициентов.

В соответствии с матричным аппаратом, функции от матриц, основаны на введении понятий **собственных векторов и собственных значений**. Действие матрицы на собственный вектор эквивалентно умножению его на некоторый скалярный множитель. Собственные вектора образуют собственный базис, собственные значения соответствуют скалярным множителям собственных векторов. Собственные вектора, как столбцы, образуют **модальную матрицу**, а собственные значения представляются в виде диагональной либо блочно диагональной матрицы. Применительно к однородной системе обыкновенных дифференциальных либо разностных уравнений первого порядка, модальная матрица является **фундаментальной матрицей решений** в виде набора n векторных функций. При этом собственные значения матрицы коэффициентов системы равны значениям корней характеристических уравнений. В теориях дифференциальных и разностных уравнений доказывается, что общее решение однородной системы представляются линейной комбинацией фундаментальных решений, а коэффициенты линейной комбинации однозначно определяются **начальными условиями**. Решения систем обыкновенных дифференциальных либо разностных уравнений с постоянными коэффициентами представляются соответственно через экспоненциальную и степенную функции от матрицы коэффициентов. В соответствии с каноническим разложением невырожденной матрицы $A = H \cdot \Lambda \cdot H^{-1}$,

аналитическая функция $F(A)$ вводится следующим соотношением $F(A) = H \cdot F(\Lambda) \cdot H^{-1}$, где H - модальная матрица собственных векторов; Λ - диагональная матрица собственных значений. Общее решение неоднородной системы уравнений представляется в виде суммы общего решения однородной системы и частного решения неоднородной системы.

Основные характеристики. Основными характеристиками аналоговых и дискретных устройств являются: передаточная либо системная характеристика, частотная характеристика, переходная характеристика и импульсная характеристика. Частотная, переходная и импульсная характеристики могут быть определены через реакцию соответствующей системы, находящейся в состоянии покоя, на специфическое тестовое воздействие. **Под состоянием покоя** понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.

Передаточная или системная характеристика формально определяются как отношение изображений реакции системы к изображению входного воздействия.

Частотная характеристика, как комплексная функция частоты, определяется путем замены переменных $p = j \cdot \omega$ или $z = e^{j \cdot \omega \cdot T}$, соответственно, в передаточной и системной характеристике. Модуль частотной характеристики называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)**. Аргумент частотной характеристики, выраженный в градусах, называется **фазочастотной характеристикой (ФЧХ)**.

Переходная и импульсная характеристики также связаны с передаточной или системной характеристикой. В частности, импульсная характеристика может быть определена обратным преобразованием Лапласа от передаточной характеристики или обратным Z - преобразованием системной характеристики.

Тестовые воздействия. Для аналоговых систем тестовыми воздействиями являются: гармоническое воздействие единичной амплитуды $\sin(\omega \cdot t)$, $\cos(\omega \cdot t)$, единичный скачок $1(t)$ и единичный импульс или δ - функция $\delta(t)$. Тестовыми воздействиями дискретных систем являются: дискретное гармоническое воздействие единичной амплитуды $\sin(\omega \cdot k \cdot T)$, $\cos(\omega \cdot k \cdot T)$, последовательность единичных δ - импульсов 1_k и одиночный единичный δ - импульс 1_0 . В качестве реакции систем может рассматриваться любая электрическая величина, определяющая состояние системы. В нашем случае в качестве реакции обычно рассматривается выходное напряжение.

Частотная характеристика системы может быть определена как установившаяся реакция аналоговой или дискретной системы, находящейся в состоянии покоя на единичное непрерывное или дискретное гармоническое воздействие. Амплитуда установившейся реакции на гармоническое воздействие определенной частоты соответствует точке на **АЧХ**, а сдвиг реакции на временной оси, выраженный в долях периода колебаний,

определяет точку на **ФЧХ**.

Переходная характеристика аналоговой системы представляет собой реакцию системы, находящейся в состоянии покоя, на единичный импульс.

Переходная характеристика дискретной системы представляет собой реакцию системы, находящейся в состоянии покоя, на последовательность единичных δ -импульсов.

Импульсная характеристика аналоговой системы является реакцией системы, находящейся в состоянии покоя, на δ -функцию.

Импульсная характеристика дискретной системы является реакцией системы, находящейся в состоянии покоя, на одиночный единичный δ -импульс.

Цепи, рекомендуемые для проведения исследований: Простые пассивные RC - и RL - дифференцирующие и интегрирующие цепи. Активные RC - дифференцирующие и интегрирующие цепи, на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**) по инвертирующей и неинвертирующей схемам включения. В обоих случаях, наряду с ветвью C , можно использовать RC - параллельную и RC - последовательную ветви.

Порядок проведения работ: *Каждая работа выполняется подгруппой студентов из 2 - 3- х человек в течение 4- х академических часов. Каждый студент ведет рабочую тетрадь, в которой отражаются результаты подготовки к предстоящей работе в виде кратких понятий и определений, необходимых аналитических выкладок и предварительного плана проведения исследований. Содержание рабочей тетради является основным критерием допуска к работе.*

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится в конце текущего занятия, либо, как исключение, в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

*Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла. Отчет содержит название работы, фамилии исполнителей и преподавателя, дату выполнения, цель работы и ее краткое содержание, с интерпретацией полученных результатов и выводами.*

*Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.*

Сформулированные в каждой лабораторной работе контрольные вопросы должны найти отражение в представленном отчете. Пример оформления отчета по лабораторной работе приведен в разделе 6.

1 Лабораторная работа №1 — Функциональная среда системы MatLab

Цель работы: Ознакомление с функциональной средой и входным языком системы для инженерных и научных исследований **MatLab**. Оценка возможностей системы **MatLab** применительно к дисциплине «**Прикладные математические методы в радиотехнике**».

Задачи работы: Ознакомление с основными операторами языка программирования, функциями формирования векторов и матриц, реализацией векторно-матричных операций, решения систем линейных алгебраических уравнений, интегрированием систем дифференциальных уравнений, операциями ввода-вывода файлов данных, графическими возможностями системы **MatLab**.

Теоретические предпосылки: Необходимые сведения по программированию в системе **MatLab** изложены в кратком методическом пособии «**Функциональная среда программирования системы MatLab**» оформленного в виде отдельного приложения.

Задание:

1. С помощью команды **help** просмотреть список библиотек стандартных функций и их наполнение, а с помощью команды **demo** просмотреть отдельные демонстрационные примеры.
2. Реализовать фрагменты, иллюстрирующие основные операторы входного языка системы **MatLab** и возможности создания функций пользователя.
3. Проиллюстрировать основные команды и функции формирования массивов данных и функции операций с векторами и матрицами, решения линейных систем алгебраических уравнений.
4. Реализовать фрагменты программы, иллюстрирующие графический вывод информации и организации диалогового меню выбора.
5. Проиллюстрировать основные функции чтения и записи в файлы данных и использованием стандартных диалоговых панелей.
6. Представить краткое резюме о проведенных исследованиях возможностей системы для инженерных и научных расчетов **MatLab**.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении А**.

Контрольные вопросы:

1. Операторы входного языка системы **MatLab**.
2. Основные функции системы **MatLab** для работы с массивами.
3. Функции ввода-вывода системы **MatLab**.
4. Создание функций пользователя в системе **MatLab**.
5. Графические функции системы **MatLab**.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.

2. Цель работы, краткое содержание.
3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

2 Лабораторная работа №2 — Системы параметров описания электронных схем

Цель работы: Закрепить на практике метод обобщенных узловых потенциалов для описания электронных схем в системе Y - параметров, переход от многополюсного представления к четырехполюсному представлению и взаимосвязь различных систем параметров.

Задачи работы: Для простых пассивных цепей RLC - типа либо активных цепей на основе идеальных операционных усилителей **ОУ**, отработать алгоритм перехода от многополюсного представления к четырехполюсному представлению, реализовать переход от системы Y - параметров к системам Z - и A - параметрам и обратно.

Для упрощения тестирования алгоритмов, рекомендуется искусственное введение внутренних узлов в простейшие Γ -, Π - и T -образные схемы, при которых любой двухполюсный элемент представляется последовательным соединением двухполюсников. В этом случае суммарный номинал замещающих двухполюсников должен быть равен исходному номиналу.

Для исключения вырождения матрицы проводимостей схемы при переходе от многополюсника к четырехполюснику общего вида, хотя бы один из узлов схемы должен быть соединен ветвью с общим проводом, имеющим нулевой потенциал, в противном случае матрица будет неопределенной с нулевым определителем.

Теоретические предпосылки: Переход в системе Y - параметров от многополюсного представления к четырехполюсному представлению в случае одного входного и одного выходного узлов заключается в простом исключении внутренних узлов многополюсника, например, по методу Гаусса. Для четырехполюсника общего вида, образованного парами входных и выходных узлов, необходимо предварительно исключить внутренние узлы. Далее, с учетом того, что входное и выходное напряжения представляются разностью потенциалов соответствующей пары узлов, а токи узлов каждой пары противоположны, необходимо: перейти к Z - параметрам, соответствующим образом просуммировать строки и столбцы матрицы с индексами входных и выходных узлов и вернуться к Y - параметрам.

Отметим, что исключение переменных по методу Гаусса эквивалентно инверсии исходной матрицы, вычеркиванию строк и столбцов, соответствующих внутренним узлам и повторной инверсии получившейся матрицы. В случае если вход и/или выход образуются парой узлов, то перед повторной инверсией необходимо алгебраическое суммирование соответствующих строк и столбцов входа и/или выхода. Исключение переменных через операцию инверсии более трудоемкое с точки зрения числа операций, однако, в системе **MatLab** реализуется значительно проще.

Задание:

1. Для простых пассивных цепей RLC - типа либо активных цепей, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, методом узловых потенциалов записать матрицы Y - параметров для исходных вариантов и эквивалентных вариантов с дополнительными внутренними узлами.
2. Реализовать переход от многополюсного представления к четырехполюсному представлению, используя функцию обращения матриц.
3. Реализовать функции перехода от Y - параметров к Z - и A - параметрам и обратно.
4. Реализовать канонические соединения четырехполюсников в системах Y -, Z -, A - параметров.
5. В системе **MatLab** реализовать программу сценарий, иллюстрирующую разработанные алгоритмы в виде универсальных функций.
6. Представить доказательства работоспособности реализованных алгоритмов и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении Б**.

Контрольные вопросы:

1. Правила формирования матрицы проводимостей электронных схем (матрицы Y - параметров).
2. Формулы перехода между Y -, Z -, A - параметрами.
3. Канонические соединения четверполюсников в системах Y -, Z -, A - параметров.
4. Суть исключения переменных по алгоритму Гаусса.
5. Особенность реализации алгоритма исключения переменных через обратную матрицу.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
2. Цель работы, краткое содержание.
3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с

краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

3 Лабораторная работа №3 — Частотные характеристики простых аналоговых цепей

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа частотных характеристик простых пассивных RC - и RL - цепей, и активных цепей на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**). В частности, используя метод узловых потенциалов, продемонстрировать вывод основных передаточных (частотных) характеристик. Вспомнить понятия - частотной характеристики (**ЧХ**), амплитудно-частотной характеристики (**АЧХ**), фазочастотной характеристики (**ФЧХ**), постоянной времени τ , граничной частоты ω_{gr} , полосы пропускания ΔF .

Задачи работы: Для заданных цепей аналитически получить необходимые соотношения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель цепи в частотной области есть в общем случае система линейных алгебраических уравнений. Частотная характеристика (**ЧХ**), в общем случае есть комплексная функция частоты, описывающая частотную зависимость какой либо переменной и/или отношения переменных. В качестве переменных в радиотехнике выступают напряжения, токи, мощности, падающие и отраженные волны и так далее. Амплитудно-частотная характеристика (**АЧХ**) есть модуль **ЧХ**, а фазочастотная характеристика (**ФЧХ**) есть аргумент **ЧХ**. Граничная частота обычно определяется для коэффициентов передачи полосно-пропускающих цепей по уровню спада **АЧХ** на величину $1/\sqrt{2}$ от номинального или среднего значения. Для простейших RC - и RL - цепей граничная частота определяется выражением $\omega_{gr} = 1/\tau$, где $\tau = R \cdot C = L/R$ - постоянная времени, равная времени изменения напряжения RC - цепи, либо тока RL - цепи в e раз, после скачкообразного перепада.

Заметим также, что передаточная (частотная) характеристика может быть определена как установившаяся реакция цепи, находящейся в состоянии покоя, на единичное гармоническое воздействие. Другими словами, измеряя установившуюся часть реакции во времени на единичное гармоническое воздействие, можно по амплитуде реакции определить точку на **АЧХ**, а по временному сдвигу реакции определить точку на **ФЧХ**.

Под состоянием покоя понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, методом узловых потенциалов получить выражения для частотных характеристик в виде коэффициента передачи по напряжению.
2. Для простых пассивных RC - или RL - цепей получить выражения для граничной частоты ω_{gr} и значений **АЧХ** и **ФЧХ** на граничной частоте.
3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода **АЧХ** и **ФЧХ** исследуемых цепей, используя как полученные выражения, так и матричную форму описания.
4. Пронаблюдать и зафиксировать в отчете полученные значения граничной частоты и значения **АЧХ** и **ФЧХ** на граничной частоте.
5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений одного из параметров цепи или постоянной времени τ , пронаблюдать по графикам **АЧХ** и **ФЧХ** и зафиксировать в отчете изменение граничной частоты, связав, полученные значения, с изменением постоянной времени цепи.
6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении В**.

Контрольные вопросы:

1. Матрицы проводимостей простых пассивных RC - и RL - цепей.
2. Основные передаточные соотношения в системе Y - параметров (входное сопротивление, коэффициент передачи по напряжению через отношение алгебраических дополнений матрицы проводимостей).
3. Выражения для коэффициентов передач по напряжению простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей.
4. Выражения для постоянных времени простых пассивных RC - и RL - цепей и связь постоянной времени с граничной частотой.
5. Значения модулей и фаз коэффициентов передач простых пассивных RC - и RL - цепей на граничной частоте.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
2. Цель работы, краткое содержание.
3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале

следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

4 Лабораторная работа №4 — Переходные характеристики простых аналоговых цепей

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа переходных характеристик простых пассивных RC - и RL - цепей, и активных цепей, на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**), в частности формирование дифференциальных уравнений по передаточным характеристикам и их решение, понятия переходных характеристик (**ПХ**), времени нарастания (t_n), постоянных времени τ .

Задачи работы: Для заданных цепей при единичном скачке на входе сформировать и аналитически решить дифференциальные уравнения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель сосредоточенной цепи во временной области есть в общем случае система обыкновенных дифференциальных уравнений. Переходная характеристика (**ПХ**) есть реакция цепи, находящейся в состоянии покоя, на единичный скачок $1(t)$ или функцию Хевисайда. Под состоянием покоя понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников. Единичная функция или функция Хевисайда определяется следующим образом

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \text{не определена} & \text{при } t = 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}.$$

Для простых RC - или RL - цепей время нарастания или фронта равно $t_n \approx 2.2 \cdot \tau$ и определяется временем изменения реакции цепи от уровня 0.1 до уровня 0.9 от своего установившегося значения, где $\tau = R \cdot C = L / R$ - постоянная времени, равная времени изменения напряжения RC - цепи, либо тока RL - цепи в e раз, после скачкообразного перепада.

Переходная характеристика цепи может быть определена операторным методом по изображению выходной реакции, либо из решения дифференциального уравнения составленного относительно реакции.

Дифференциальное уравнение проще всего формировать путем перехода от передаточной характеристики либо передаточного соотношения, как изображения, к оригиналу, при нулевых начальных условиях. Истинные начальные значения учитываются непосредственно при интегрировании соответствующего дифференциального уравнения.

Наиболее универсальными методами интегрирования дифференциальных уравнений являются - операторный метод, метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) и представление решения в форме Коши (метод Коши).

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, используя передаточные характеристики, и, заменяя, оператор p оператором d/dt , получить и решить обыкновенное дифференциальное уравнение относительно выходного напряжения.
2. Для простых пассивных RC - либо RL - цепей получить выражения для времени нарастания t_n , и значения **ПХ** при времени $t = t_n$.
3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода **ПХ** исследуемых цепей, используя полученные выражения.
4. Пронаблюдать и зафиксировать в отчете значение времени нарастания t_n , и значение **ПХ** при времени $t = t_n$.
5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений одного из параметров цепи или постоянной времени τ , пронаблюдать по графикам **ПХ** и зафиксировать в отчете изменение времени нарастания, связав, полученные значения с постоянной времени цепи.
6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении Г**.

Контрольные вопросы:

1. Операторные выражения для выходного напряжения простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей при подаче на вход единичного импульса.
2. Выражения для переходных характеристик простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей.
3. Выражения для импульсных характеристик простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей.
4. Связь импульсной характеристики аналоговых цепей с переходной характеристикой.
5. Связь времени нарастания переходной характеристики с постоянной времени цепи для простых RC - и RL - цепей.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
 2. Цель работы, краткое содержание.
 3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
 4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.
- Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый

студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

5 Лабораторная работа №5 — Реакция аналоговых цепей на гармоническое воздействие

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа переходного процесса простых пассивных RC - и RL - цепей, в частности взаимосвязь частотных характеристик и переходного процесса, исследуя установившуюся временную реакцию цепи на гармоническое воздействие вида $\sin(\omega \cdot t)$ либо $\cos(\omega \cdot t)$.

Задачи работы: Для заданной цепи при единичном гармоническом воздействии на входе аналитически решить соответствующие дифференциальные уравнения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель сосредоточенной аналоговой цепи во временной области есть в общем случае система обыкновенных дифференциальных уравнений. Реакция аналоговой цепи на гармоническое воздействие содержит, как известно, переходную и установившуюся составляющие. Время установления переходного процесса определяется постоянными времени цепи и для простых RC - и RL - цепей составляет величину $t_n \approx 2.2 \cdot \tau$. Установившиеся амплитуда и сдвиг по времени гармонического колебания на выходе цепи относительно входного воздействия определяется частотой гармонического воздействия, а точнее произведением $\omega \cdot \tau$.

Так, для простых RC - и RL - цепей, если это произведение равно единице, то установившееся значение амплитуды на выходе составляет $1/\sqrt{2}$ от входной амплитуды, а временной сдвиг составляет $\pm 1/8$ периода входного гармонического воздействия, соответственно для дифференцирующих и интегрирующих цепей. Установившееся значение реакции соответствует точке $1/\sqrt{2}$ на **АЧХ**, а временной сдвиг определяет точку $\pm \pi/4$ на **ФЧХ**. Если это произведение для дифференцирующей цепи больше единицы, то установившееся значение амплитуды на выходе увеличивается, а фазовый сдвиг уменьшается по абсолютному значению. Для интегрирующей цепи зависимости **АЧХ** и **ФЧХ** и, соответственно, амплитуды и временного сдвига реакции - обратные.

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей, используя передаточные характеристики, воспользоваться операторным методом либо, заменяя, оператор p оператором дифференцирования d/dt , получить и решить обыкновенное дифференциальное уравнение относительно выходного напряжения.

2. Для простых пассивных RC - либо RL - цепей, используя выражение передаточной характеристики, получить выражения для **АЧХ** и **ФЧХ**, определяющие амплитуду и временной сдвиг установившегося колебания на выходе.

3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода реакции исследуемых цепей, используя полученные выражения.

4. На графиках кроме выходной реакции вывести для контроля входное воздействие.

5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений произведений $\omega \cdot \tau$, пронаблюдать изменение реакции по графикам и зафиксировать в отчете изменение установившихся значений амплитуды реакции и временного сдвига, связав полученные значения с **АЧХ** и **ФЧХ** цепи.

6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.

7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении Д**.

Контрольные вопросы:

1. Выражения для модулей и фаз коэффициентов передач по напряжению простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей.

2. Выражения изображений единичных гармонических воздействий типа $\sin(\omega \cdot t)$ и $\cos(\omega \cdot t)$.

3. Операторные выражения для выходного напряжения простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей при подаче на вход, одного из гармонических воздействий.

4. Выражения оригиналов для выходного напряжения простых интегрирующих и дифференцирующих RC - и RL - цепей при подаче на вход, одного из гармонических воздействий.

5. Получение частотной и передаточной характеристик по установившимся частям найденных оригиналов выходного напряжения.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.

2. Цель работы, краткое содержание.

3. Интерпретация полученных результатов и выводы.

4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих

тетрадах студентов.

6 Лабораторная работа №6 — Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа переходного процесса простых пассивных RC - и RL - цепей и механизм появления частотных искажений сложного сигнала, а также взаимосвязь частотных характеристик и переходного процесса, исследуя установившуюся временную реакцию цепи на амплитудно-модулированное гармоническое воздействие вида

$$[1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t)] \cdot \sin(\omega \cdot t), [1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t)] \cdot \cos(\omega \cdot t), \\ [1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t)] \cdot \sin(\omega \cdot t), [1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t)] \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Задачи работы: Для заданной цепи при единичном амплитудно-модулированном гармоническом воздействии на входе аналитически решить дифференциальные уравнения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель сосредоточенной аналоговой цепи во временной области есть в общем случае система обыкновенных дифференциальных уравнений. Реакция аналоговой цепи на амплитудно-модулированное гармоническое воздействие содержит, как известно, переходные и установившиеся составляющие на несущей и боковых частотах (разностной и суммарной). Время установления переходного процесса определяется постоянными времени цепи и для простых RC - и RL - цепей составляет величину $t_n \approx 2.2 \cdot \tau$. Установившиеся значения амплитуд и сдвигов по времени гармонических колебаний на выходе цепи по отношению к входным колебаниям определяются частотами спектральных составляющих амплитудно-модулированного воздействия, а точнее произведениями $\omega \cdot \tau$, $(\omega \pm \Omega) \cdot \tau$.

Так, для простых RC - и RL - цепей, если это произведение, для соответствующей спектральной составляющей, равно единице, то установившееся значение амплитуды на выходе, составляет $1/\sqrt{2}$ от уровня входной составляющей, а временной сдвиг составляет $\pm 1/8$ периода гармонической составляющей входного гармонического воздействия, соответственно для дифференцирующих и интегрирующих цепей. Установившееся значение реакции соответствует точке $1/\sqrt{2}$ на **АЧХ**, а временной сдвиг определяет точку $\pm \pi/4$ на **ФЧХ**. Если это произведение для дифференцирующей цепи больше единицы, то установившееся значение амплитуды на выходе увеличивается, а фазовый сдвиг уменьшается по абсолютному значению. Для интегрирующей цепи зависимости **АЧХ** и **ФЧХ** и, соответственно, амплитуды и временного сдвига реакции - обратные.

Заметим, что амплитуды боковых составляющих содержат дополнительный множитель $m/2$, зависящий от глубины модуляции.

Задание:

1. Для двух простых пассивных RC - или RL - цепей, используя передаточные характеристики, воспользоваться операторным методом либо, заменяя, оператор p оператором d/dt , получить и решить обыкновенное дифференциальное уравнение относительно выходного напряжения.
2. Для простых пассивных RC - либо RL - цепей получить выражения для **АЧХ** и **ФЧХ**, определяющие амплитуду и временной сдвиг установившихся колебаний основной и боковых составляющих на выходе.
3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода реакции исследуемых цепей, используя полученные выражения.
4. На графиках кроме выходных реакций вывести для контроля входное воздействие и его составляющие.
5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений произведений $\omega \cdot \tau$, $(\omega \pm \Omega) \cdot \tau$, пронаблюдать изменение реакции по графикам и зафиксировать в отчете изменение установившихся значений амплитуд составляющих реакции и временные сдвиги составляющих, связав полученные значения с **АЧХ** и **ФЧХ** цепи.
6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении Е**.

Контрольные вопросы:

1. Раскрыть одно из выражений амплитудно-модулированного колебания через составляющие несущей, разностной и суммарной частот.
2. Записать изображения гармонических составляющих выбранного амплитудно-модулированного воздействия.
3. Привести выражения изображений реакций на каждую из гармонических составляющих выбранного амплитудно-модулированного воздействия.
4. Привести выражения оригиналов реакций на каждую из гармонических составляющих выбранного амплитудно-модулированного воздействия.
5. Получить частотную и передаточную характеристики выбранной цепи по установившимся частям найденных оригиналов выходного напряжения.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
2. Цель работы, краткое содержание.

3. Интерпретация полученных результатов и выводы.

4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

7 Лабораторная работа №7 — Реализация дискретной цепи по частотной характеристике аналогового прототипа

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа и синтеза частотных характеристик простых дискретных RC - и RL - цепей, включая цепи на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**). В частности, используя передаточные характеристики аналоговых прототипов и дробно-рациональное преобразование, связывающее комплексную переменную p с комплексной переменной z , перейти к системной и частотной характеристикам дискретной цепи. Кроме того, используя переход от обыкновенных дифференциальных к разностным уравнениям, продемонстрировать вывод системных (частотных) характеристик дискретных цепей. Убедиться в периодическом характере - частотных характеристик (**ЧХ**), амплитудно-частотных характеристик (**АЧХ**), фазочастотных характеристик (**ФЧХ**) дискретных цепей и зависимости точности воспроизведения характеристик прототипа от периода дискретизации T .

Задачи работы: Для заданных цепей аналоговых прототипов аналитически получить необходимые соотношения для дискретных цепей, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Используя передаточную характеристику аналогового прототипа, воспользовавшись дробно-рациональным преобразованием вида $p = \frac{2 \cdot (z-1)}{T \cdot (z+1)}$, перейти к системной и частотной характеристике дискретной цепи. Другой способ, используя передаточную характеристику аналогового прототипа, перейти к соответствующему обыкновенному дифференциальному уравнению, затем, произведя замену производных конечными разностями, получить разностное уравнение, и от него перейти к системной и частотной характеристикам дискретной цепи.

Частотная характеристика (**ЧХ**) дискретной цепи может быть получена из системной характеристики (функции) путем замены вида $z^k \rightarrow e^{j \cdot \omega \cdot k \cdot T}$. Частотная характеристика (**ЧХ**) дискретной цепи, в общем случае есть

периодическая комплексная функция частоты, описывающая частотную зависимость какой либо переменной и/или отношения переменных. В качестве переменных в радиотехнике выступают напряжения, токи, мощности, падающие и отраженные волны и так далее. Амплитудно-частотная характеристика (**АЧХ**) есть модуль **ЧХ**, а фазочастотная характеристика (**ФЧХ**) есть аргумент **ЧХ**. Точность воспроизведения частотных характеристик аналогового прототипа дискретной цепью зависит от отношения периода дискретизации T к постоянной времени цепи прототипа τ .

Заметим также, что частотная (системная) характеристика дискретной цепи может быть определена как установившаяся реакция цепи, находящейся в состоянии покоя, на единичное дискретное гармоническое воздействие. Другими словами, измеряя установившуюся часть реакции во времени на единичное гармоническое воздействие определенной частоты, можно по амплитуде реакции определить точку на **АЧХ**, а по временному сдвигу реакции определить точку на **ФЧХ**.

Под состоянием покоя понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, путем перехода от передаточной характеристики аналогового прототипа, получить выражения для системной функции и частотной характеристики коэффициента передачи по напряжению дискретной цепи.
2. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, путем перехода от передаточной характеристики аналогового прототипа к дифференциальному и разностному уравнению, получить выражения для системной функции и частотной характеристики коэффициента передачи по напряжению дискретной цепи.
3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода **АЧХ** и **ФЧХ** исследуемых цепей, используя полученные выражения.
4. На графиках для контроля вывести **АЧХ** и **ФЧХ** аналогового прототипа, а также вывести графики переходных характеристик аналогового прототипа и дискретной цепи, полученные различными путями перехода от аналогового прототипа.
5. Организовать перебор 3÷5 значений периода дискретизации T , пронаблюдать и зафиксировать в отчете изменения **АЧХ** и **ФЧХ** цепи, включая периодичность повторения.
6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом

текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении Ж**.

Контрольные вопросы:

1. Записать выражение передаточной, частотной характеристики и дифференциального уравнения, относительно выходных напряжений, для простой аналоговой RC - или RL - цепи.
2. Используя дробно-рациональную подстановку, найти системную функцию, соответствующей дискретной цепи.
3. Путем замены производных обратными разностями перейти от дифференциального уравнения к разностному уравнению, соответствующей дискретной цепи.
4. Используя полученное разностное уравнение, перейти к системной и частотной функции, соответствующей дискретной цепи.
5. Путем решения исходного дифференциального и полученного разностного уравнения найти выражения переходных характеристик аналоговой и соответствующей дискретной цепи.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
2. Цель работы, краткое содержание.
3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

8 Лабораторная работа №8 — Реализация дискретной цепи по дифференциальному уравнению аналогового прототипа

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа и синтеза переходных и частотных характеристик простых дискретных RC - и RL -цепей, включая цепи на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**). В частности, используя дифференциальные уравнения аналоговых прототипов и переход к разностным уравнениям, и их решение, продемонстрировать вывод переходных характеристик дискретной цепи. Убедиться в зависимости точности воспроизведения переходных характеристик прототипа от периода дискретизации T .

Используя переход от обыкновенного дифференциального уравнения к передаточной и частотной характеристикам и переход от разностного уравнения к системной и частотным характеристикам, убедиться в периодическом характере - частотных характеристик (**ЧХ**), амплитудно-

частотных характеристик (**АЧХ**), фазочастотных характеристик (**ФЧХ**) дискретных цепей.

Задачи работы: Для заданных цепей аналоговых прототипов аналитически получить необходимые соотношения для дискретных цепей, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель дискретной цепи во временной области есть в общем случае система разностных уравнений. Используя обыкновенное дифференциальное уравнение аналогового прототипа, можно перейти к разностному уравнению дискретной цепи. Переход от обыкновенного дифференциального уравнения к соответствующему разностному уравнению осуществляется путем замены производных конечно-разностным представлением.

Решая обыкновенное дифференциальное и разностное уравнения при соответствующих входных воздействиях, можно определить переходные характеристики (**ПХ**) аналогового прототипа и соответствующей дискретной цепи.

Точность воспроизведения переходных характеристик аналогового прототипа дискретной цепью зависит от отношения периода дискретизации T к постоянной времени цепи прототипа τ .

Переходная характеристика (**ПХ**) есть реакция дискретной цепи, находящейся в состоянии покоя, на последовательность единичных δ -импульсов. Под состоянием покоя понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.

Переходная характеристика цепи может быть определена операторным методом по изображению выходной реакции, либо из решения разностного уравнения составленного относительно реакции.

Разностное уравнение проще всего формировать путем перехода от системной характеристики, как изображения, к оригиналу, при нулевых начальных условиях. Истинные начальные значения учитываются непосредственно при решении соответствующего разностного уравнения.

Наиболее универсальными методами решения разностных уравнений являются - операторный метод, метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) и представление решения в форме Коши (метод Коши).

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, путем перехода от обыкновенного дифференциального уравнения аналогового прототипа, получить разностное уравнение относительно выходного напряжения дискретной цепи.
2. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, путем перехода от обыкновенного дифференциального уравнения аналогового прототипа к разностному уравнению, получить выражения для системной функции и частотной характеристики

коэффициента передачи по напряжению дискретной цепи.

3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода **АЧХ** и **ФЧХ** исследуемых цепей, используя полученные выражения.

4. На графиках для контроля вывести **ПХ** аналогового прототипа, а также вывести графики **АЧХ** и **ФЧХ** аналогового прототипа и дискретной цепи.

5. Организовать перебор 3÷5 значений периода дискретизации T , пронаблюдать и зафиксировать в отчете изменение переходной характеристики (**ПХ**) и частотных характеристик по графикам **АЧХ** и **ФЧХ** цепи.

6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.

7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении 3**.

Контрольные вопросы:

1. Записать выражения передаточной характеристики, переходной характеристики и дифференциального уравнения, относительно выходного напряжения, для простой аналоговой RC - или RL - цепи.

2. Путем замены производных обратными разностями перейти от дифференциального уравнения к разностному уравнению, соответствующей дискретной цепи.

3. Используя дробно-рациональную подстановку, найти системную функцию и частотную характеристику, соответствующей дискретной цепи.

4. От системной функции, полученной дробно-рациональной подстановкой, перейти к разностному уравнению, соответствующей дискретной цепи.

5. Из решения полученных разностных уравнений, найти выражения переходных характеристик, соответствующих им дискретных цепей.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.

2. Цель работы, краткое содержание.

3. Интерпретация полученных результатов и выводы.

4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

9 Лабораторная работа №9 — Реализация дискретной цепи по отсчетам импульсной характеристики аналогового прототипа

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа и синтеза импульсных и частотных характеристик простых дискретных RC - и RL -цепей, включая цепи на основе идеальных операционных усилителей (**ОУ**). В частности, используя импульсные характеристики аналоговых прототипов, продемонстрировать переход к системным, частотным и импульсным характеристикам дискретной цепи, по конечному и бесконечному числу отсчетов. Убедиться в зависимости точности воспроизведения импульсных и частотных характеристик прототипа от периода дискретизации T .

Используя переход от системной характеристики к частотной характеристике, убедиться в периодическом характере - частотных характеристик (**ЧХ**), амплитудно-частотных характеристик (**АЧХ**), фазочастотных характеристик (**ФЧХ**) дискретных цепей.

Задачи работы: Для заданных цепей аналоговых прототипов аналитически получить необходимые соотношения для дискретных цепей, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель дискретной цепи во временной области есть в общем случае система разностных уравнений. Используя отсчеты импульсной характеристики аналогового прототипа, можно, используя Z - преобразование, перейти к системной характеристике дискретной цепи.

Различают два варианта получения системной характеристики дискретной цепи по конечному и бесконечному числу отсчетов импульсной характеристики аналогового прототипа. Переход от системной характеристики к частотной характеристике дискретной цепи осуществляется путем замены вида $z^k \rightarrow e^{j\omega \cdot k \cdot T}$. От системной характеристики к разностному уравнению переход осуществляется на основании теории обратного Z -преобразования путем замены комплексной переменной z оператором сдвига E .

Решая обыкновенное дифференциальное и разностное уравнения, при соответствующих входных воздействиях, можно определить импульсные характеристики (**ИХ**) аналогового прототипа и соответствующей дискретной цепи.

Точность воспроизведения переходных характеристик аналогового прототипа дискретной цепью зависит от отношения периода дискретизации T к постоянной времени цепи прототипа τ .

Импульсная характеристика (**ИХ**) есть реакция дискретной цепи, находящейся в состоянии покоя, на одиночный единичный δ - импульс. Под состоянием покоя понимается полное установление реакции на предыдущее воздействие и отсутствие сторонних источников.

Импульсная характеристика цепи может быть определена операторным методом по изображению выходной реакции, либо из решения разностного уравнения составленного относительно реакции.

Разностное уравнение проще всего формировать путем перехода от системной характеристики, как изображения, к оригиналу, при нулевых начальных условиях. Истинные начальные значения учитываются непосредственно при решении соответствующего разностного уравнения.

Наиболее универсальными методами решения разностных уравнений являются - операторный метод, метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) и представление решения в форме Коши (метод Коши).

Задание:

1. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, используя обыкновенное дифференциальное уравнение и импульсную характеристику аналогового прототипа, и, заменяя производные конечными разностями, перейти к разностному уравнению и получить импульсную характеристику соответствующей дискретной цепи.

2. Для простых пассивных RC - или RL - цепей или активных, на основе идеального **ОУ** по инвертирующей либо неинвертирующей схеме включения, используя конечное и бесконечное число отсчетов импульсной характеристики аналогового прототипа, получить выражения для системных и частотных характеристик дискретной цепи.

3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода **АЧХ** и **ФЧХ** исследуемых цепей, используя полученные выражения.

4. На графиках для контроля вывести **ИХ** аналогового прототипа, а также вывести графики **АЧХ** и **ФЧХ** аналогового прототипа и дискретной цепи.

5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений периода дискретизации T , пронаблюдать и зафиксировать в отчете изменение импульсной характеристики (**ИХ**) и частотных характеристик по графикам **АЧХ** и **ФЧХ** цепи.

6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.

7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении II**.

Контрольные вопросы:

1. Записать выражения передаточной характеристики, импульсной функции и дифференциального уравнения, относительно выходного напряжения, для простой аналоговой RC - или RL - цепи.

2. Путем замены производных обратными разностями перейти от

дифференциального уравнения к разностному уравнению, системной функции и частотной характеристики, соответствующей дискретной цепи.

3. Обратным Z - преобразованием системной функции либо решением разностного уравнения получить аналитическое выражение импульсной характеристики дискретной цепи.

4. Используя конечное число отсчетов импульсной характеристики аналоговой цепи, путем прямого Z - преобразования, получить выражение системной функции и частотной характеристики дискретной цепи.

5. Используя бесконечное число отсчетов импульсной характеристики аналоговой цепи, путем прямого Z - преобразования и формулы суммы сходящейся геометрической прогрессии, получить выражение системной функции и частотной характеристики дискретной цепи.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнитель, преподаватель, дата выполнения.

2. Цель работы, краткое содержание.

3. Интерпретация полученных результатов и выводы.

4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

10 Лабораторная работа №10 — Реакция дискретных цепей на дискретное гармоническое воздействие

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа переходного процесса простых дискретных RC - и RL - цепей, в частности взаимосвязь частотных характеристик и переходного процесса, исследуя установившуюся временную реакцию цепи на дискретное гармоническое воздействие вида $\sin(\omega \cdot k \cdot T)$ либо $\cos(\omega \cdot k \cdot T)$.

Задачи работы: Для заданной цепи при дискретном гармоническом воздействии единичной амплитуды на входе аналитически решить соответствующие разностные уравнения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Математическая модель сосредоточенной дискретной цепи во временной области есть в общем случае система разностных уравнений. Реакция цепи на дискретное гармоническое воздействие содержит переходную и установившуюся составляющие. Время установления переходного процесса определяется

постоянными времени цепи и для простых RC - и RL - цепей составляет величину $t_n \approx 2.2 \cdot \tau$. Установившиеся амплитуда и сдвиг по времени дискретного гармонического колебания на выходе цепи определяется частотой гармонического воздействия, а точнее произведением $\omega \cdot \tau$.

Так, для простых RC - и RL - цепей, если это произведение равно единице, то установившееся значение амплитуды на выходе составляет $1/\sqrt{2}$ от входной амплитуды, а временной сдвиг составляет $\pm 1/8$ периода входного дискретного гармонического воздействия, соответственно для дифференцирующих и интегрирующих цепей. Установившееся значение реакции соответствует точке $1/\sqrt{2}$ на **АЧХ**, а временной сдвиг определяет точку $\pm \pi/4$ на **ФЧХ**. Если это произведение для дифференцирующей цепи больше единицы, то установившееся значение амплитуды на выходе увеличивается, а фазовый сдвиг уменьшается по абсолютному значению. Для интегрирующей цепи зависимости **АЧХ** и **ФЧХ** и, соответственно, амплитуды и временного сдвига реакции - обратные.

Задание:

1. Для простых дискретных RC - или RL - цепей, используя системные характеристики, и, заменяя, оператор z оператором сдвига E , получить и решить разностное уравнение относительно выходного напряжения.
2. Для простых дискретных RC - либо RL - цепей, используя выражение системной характеристики, получить выражения для **АЧХ** и **ФЧХ**, определяющие амплитуду и временной сдвиг установившегося колебания на выходе.
3. Реализовать в системе **MatLab** программу вычислений и графического вывода реакции исследуемых цепей, используя полученные выражения.
4. На графиках кроме выходной реакции вывести для контроля входное воздействие.
5. Организовать перебор $3 \div 5$ значений произведений $\omega \cdot \tau$, пронаблюдать изменение реакции по графикам и зафиксировать в отчете изменение установившегося значения амплитуды реакции и временной сдвиг, связав полученные значения с **АЧХ** и **ФЧХ** цепи.
6. Дать теоретическое и физическое обоснование полученных результатов.
7. Отчет оформляется в **Notepad** («блокноте») либо графическом текстовом редакторе **Word**, в виде краткого текстового файла.

Примечание: Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, приведена в **приложении К**.

Контрольные вопросы:

1. По заданной передаточной характеристике простой аналоговой RC - или RL - цепи получить дифференциальное уравнение относительно выходного напряжения.
2. Записать изображения единичных дискретных гармонических воздействий типа $\sin(\omega \cdot k \cdot T)$ и $\cos(\omega \cdot k \cdot T)$.

3. От дифференциального уравнения перейти к разностному уравнению и системной характеристике соответствующей дискретной цепи.
4. Используя полученную системную функцию и изображение дискретного гармонического воздействия, записать изображение выходной реакции дискретной цепи.
5. По изображению выходной реакции дискретной цепи найти оригинал выходной реакции в аналитическом виде.

Содержание отчета:

1. Название работы, исполнители, преподаватель, дата выполнения.
2. Цель работы, краткое содержание.
3. Интерпретация полученных результатов и выводы.
4. Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке системы **MatLab** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Отчет выполняется один на подгруппу, рабочую тетрадь ведет каждый студент. Защита работы производится либо в конце занятия, либо в начале следующего. Зачет работы проставляется в журнале преподавателя и рабочих тетрадях студентов.

11 Пример выполнения отчета по лабораторной работе

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра средств радиосвязи (СРС)

Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие

Отчет по лабораторной работе по дисциплине
«Прикладные математические методы в радиотехнике»

Выполнили: ст-ты гр. 141-1

Неизвестный Ф.Г. _____

Небывалов А.В. _____

Дата выполнения 07.05.2012 г.

Принял: доц. кафедры СРС
Кологривов В.А. _____

_____ 2012 г.

Тема работы: Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие.

Цель работы: Закрепить на практике: методы анализа переходного процесса простых RC - и RL - цепей и механизм появления частотных искажений сложного сигнала, в частности взаимосвязь частотных характеристик и переходного процесса, исследуя установившуюся временную реакцию цепи на амплитудно-модулированное гармоническое воздействие вида

$$[1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t)] \cdot \sin(\omega \cdot t), [1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t)] \cdot \cos(\omega \cdot t), \\ [1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t)] \cdot \sin(\omega \cdot t), [1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t)] \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Задачи работы: Для заданной цепи при единичном амплитудно-модулированном гармоническом воздействии на входе аналитически решить дифференциальные уравнения, и используя средства системы **MatLab**, проиллюстрировать их графически и интерпретировать полученные результаты.

Теоретические предпосылки: Для определенности рассмотрим аналоговую дифференцирующую RC - цепь, находящуюся под воздействием амплитудно-модулированного сигнала (АМ - сигнала) вида $e(t) = \langle 1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t) \rangle \cdot \cos(\omega \cdot t)$, где $e(t)$ - оригинал входного воздействия; m - глубина модуляции; Ω - частота огибающей; ω - несущая частота. В качестве реакции выбираем выходное напряжение цепи.

Передаточная характеристика дифференцирующей RC - цепи имеет вид

$$K_V(p) = \frac{V(p)}{E(p)} = \frac{p}{p + \alpha},$$

где $-\alpha = -1/\tau$ - корень характеристического уравнения; $\tau = R \cdot C$ - постоянная времени. Изображение реакции, соответственно, описывается соотношением

$$V(p) = \frac{p \cdot E(p)}{p + \alpha},$$

где $E(p)$ - изображение входного воздействия (сигнала).

Для определения реакции дифференцирующей RC - цепи воспользуемся операторным методом. Так, учитывая тригонометрическое соотношение

$$\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \langle -\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta) \rangle,$$

входное воздействие можно представить в виде

$$e(t) = \cos(\omega \cdot t) - \frac{m}{2} \cdot \sin(R \cdot t) + \frac{m}{2} \cdot \sin(\Sigma \cdot t),$$

где $R = \omega - \Omega$ - разностная частота (нижняя боковая частота спектра АМ - сигнала); $\Sigma = \omega + \Omega$ - суммарная частота (верхняя боковая частота спектра АМ - сигнала).

Так как интегральное преобразование Лапласа линейная операция, используя таблицы, найдем изображение входного воздействия как алгебраическую сумму изображений составляющих оригинала входного воздействия

$$e(t) = e_\omega(t) + e_R(t) + e_\Sigma(t) \Rightarrow E(p) = E_\omega(p) + E_R(p) + E_\Sigma(p),$$

$$e(t) = e_{\omega}(t) + e_R(t) + e_{\Sigma}(t) \Rightarrow E(p) = E_{\omega}(p) + E_R(p) + E_{\Sigma}(p),$$

$$e(t) = e_{\omega}(t) + e_R(t) + e_{\Sigma}(t) \Rightarrow E(p) = E_{\omega}(p) + E_R(p) + E_{\Sigma}(p),$$

$$e(t) = e_{\omega}(t) + e_R(t) + e_{\Sigma}(t) \Rightarrow E(p) = E_{\omega}(p) + E_R(p) + E_{\Sigma}(p),$$

где

$$e_{\omega}(t) = \cos(\omega \cdot t) \Rightarrow E_{\omega}(p) = \frac{p}{p^2 + \omega^2};$$

$$e_R(t) = -\frac{m}{2} \cdot \sin(R \cdot t) \Rightarrow E_R(p) = -\frac{m}{2} \cdot \frac{R}{p^2 + R^2};$$

$$e_{\Sigma}(t) = \frac{m}{2} \cdot \sin(\Sigma \cdot t) \Rightarrow E_{\Sigma}(p) = \frac{m}{2} \cdot \frac{\Sigma}{p^2 + \Sigma^2}.$$

Так как цепь линейна, то в соответствии с принципом суперпозиции, изображение реакции на сложное входное воздействие равно сумме реакций отдельных составляющих

$$V(p) = V_{\omega}(p) + V_R(p) + V_{\Sigma}(p),$$

где

$$V_{\omega}(p) = \frac{p}{p + \alpha} \cdot \frac{p}{p^2 + \omega^2};$$

$$V_R(p) = -\frac{m}{2} \cdot \frac{p}{p + \alpha} \cdot \frac{R}{p^2 + R^2};$$

$$V_{\Sigma}(p) = \frac{m}{2} \cdot \frac{p}{p + \alpha} \cdot \frac{\Sigma}{p^2 + \Sigma^2}.$$

Оригинал реакции на выходе цепи можно определить алгебраической суммой реакций отдельных составляющих

$$v(t) = v_{\omega}(t) + v_R(t) + v_{\Sigma}(t).$$

Воспользовавшись таблицами обратного преобразования Лапласа, определим оригиналы составляющих выходной реакции

$$v_{\omega}(t) = \left\langle \frac{-\omega \cdot \sin(\omega \cdot t - \Theta_{\omega})}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} + \frac{\alpha^2 \cdot e^{-\alpha \cdot t}}{\alpha^2 + \omega^2} \right\rangle,$$

$$v_R(t) = -\frac{m \cdot R}{2} \cdot \left\langle \frac{\cos(R \cdot t - \Theta_R)}{\sqrt{\alpha^2 + R^2}} - \frac{\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}}{\alpha^2 + R^2} \right\rangle;$$

$$v_{\Sigma}(t) = \frac{m \cdot \Sigma}{2} \cdot \left\langle \frac{\cos(\Sigma \cdot t - \Theta_{\Sigma})}{\sqrt{\alpha^2 + \Sigma^2}} - \frac{\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}}{\alpha^2 + \Sigma^2} \right\rangle,$$

где

$$\Theta_{\omega} = \arctg(\omega / \alpha);$$

$$\Theta_R = \arctg(R / \alpha);$$

$$\Theta_{\Sigma} = \arctg(\Sigma / \alpha).$$

В результате видим, что реакция на каждую компоненту входного воздействия содержит переходную (затухающую) составляющую и установившуюся (стационарную) составляющую.

Суммарная стационарная реакция цепи на АМ – сигнал может быть представлена в виде

$$v(\infty) = v_{\omega}(\infty) + v_R(\infty) + v_{\Sigma}(\infty),$$

где

$$v_{\omega}(\infty) = -\omega \cdot \frac{\sin(\omega \cdot t - \Theta_{\omega})}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}},$$

$$v_R(\infty) = -\frac{m \cdot R}{2} \cdot \frac{\cos(R \cdot t - \Theta_R)}{\sqrt{\alpha^2 + R^2}};$$

$$v_{\Sigma}(\infty) = \frac{m \cdot \Sigma}{2} \cdot \frac{\cos(\Sigma \cdot t - \Theta_{\Sigma})}{\sqrt{\alpha^2 + \Sigma^2}}.$$

Из соотношений следует, что амплитуда реакции цепи на гармонические составляющие изменяется в соответствии с АЧХ цепи, фазовый сдвиг изменяется в соответствии с ФЧХ цепи.

В свою очередь, из математики известны формулы представления фазового сдвига гармонических колебаний в виде алгебраических сумм ортогональных гармонических составляющих соответствующих амплитуд

$$A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm \Theta) = A \cdot \left\langle \frac{a}{A} \cdot \sin(\omega \cdot t) \pm \frac{b}{A} \cdot \cos(\omega \cdot t) \right\rangle;$$

$$A \cdot \cos(\omega \cdot t \mp \Theta) = A \cdot \left\langle \frac{a}{A} \cdot \cos(\omega \cdot t) \pm \frac{b}{A} \cdot \sin(\omega \cdot t) \right\rangle,$$

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\Theta = \arctg(b/a)$. В нашем случае $a = \alpha$, а b , в зависимости от составляющей, равно ω , R , Σ . В связи этим обстоятельством стационарные составляющие выходной реакции можно переписать в виде

$$v_{\omega}(\infty) = -\omega \cdot \frac{\alpha \cdot \sin(\omega \cdot t) - \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}{\alpha^2 + \omega^2};$$

$$v_R(\infty) = -\frac{m \cdot R}{2} \cdot \frac{\alpha \cdot \cos(R \cdot t) + R \cdot \sin(R \cdot t)}{\alpha^2 + R^2};$$

$$v_{\Sigma}(\infty) = \frac{m \cdot \Sigma}{2} \cdot \frac{\alpha \cdot \cos(\Sigma \cdot t) + \Sigma \cdot \sin(\Sigma \cdot t)}{\alpha^2 + \Sigma^2}.$$

Учитывая тот факт, что мгновенные значения синуса и косинуса можно соотнести с действительной и мнимой составляющими комплексного представления, перепишем стационарные составляющие реакции в виде

$$V_{\omega}(p) = -\omega \cdot \frac{-j \cdot \alpha - \omega}{\alpha^2 + \omega^2} = j \cdot \omega \cdot \frac{\alpha - j \cdot \omega}{\alpha + j \cdot \omega} = \frac{j \cdot \omega}{\alpha + j \cdot \omega} = \frac{p}{p + \alpha} = K(j \cdot \omega);$$

$$V_R(p) = -R \cdot \frac{j \cdot \alpha + R}{\alpha^2 + R^2} = -j \cdot R \cdot \frac{\alpha - j \cdot R}{\alpha^2 + R^2} = \frac{-j \cdot R}{\alpha + j \cdot R} = -\frac{p}{p + \alpha} = -K(j \cdot R);$$

$$V_{\Sigma}(p) = \Sigma \cdot \frac{j \cdot \alpha + \Sigma}{\alpha^2 + \Sigma^2} = j \cdot \Sigma \cdot \frac{\alpha - j \cdot \Sigma}{\alpha^2 + \Sigma^2} = \frac{j \cdot \Sigma}{\alpha + j \cdot \Sigma} = \frac{p}{p + \alpha} = K(j \cdot \Sigma).$$

Заметим, что при соотношении мгновенных значений синуса и косинуса за действительную составляющую берется компонента соответствующая

входному воздействию. Кроме того, если входное воздействие соответствует косинусу, то знак мнимой части меняется на противоположный.

В результате приходим к выводу, что стационарная реакция на гармоническое воздействие единичной амплитуды соответствует частотной характеристике исследуемой цепи. Амплитуда установившейся реакции соответствует точке на АЧХ, а временной сдвиг соответствует точке на ФЧХ. Установившиеся значения амплитуд и сдвигов по времени гармонических колебаний на выходе цепи определяются частотами спектральных составляющих амплитудно-модулированного воздействия, а точнее произведениями $\omega \cdot \tau$, $(\omega \pm \Omega) \cdot \tau$.

Таким образом, спектральные составляющие передаются на выход с разным значением модуля коэффициента передачи и разным фазовым сдвигом, что эквивалентно частотным искажениям сложного сигнала.

Программная реализация. Программа расчета реакции дифференцирующей RC- цепи написана на входном языке системы для инженерных и научных расчетов **MatLab**. Листинг программы (Script-файл) приведен в приложении отчета.

В программе заданы параметры цепи, в частности постоянная времени τ , частоты несущей ω и огибающей Ω , коэффициент модуляции m . Заготовлены массивы: отсчетов времени, значений входного АМ - воздействия и его составляющих, а также составляющих реакции цепи.

Далее, организуется цикл по времени, и, в соответствии с полученными выражениями, заполняются заготовленные массивы значений входного воздействия и реакции цепи.

По завершении цикла выводятся две графические панели, иллюстрирующих реакцию цепи на АМ – воздействие. На поле первой панели выводятся два графических поля: на первом - график входного АМ – воздействия и реакции цепи, а на втором составляющие реакции цепи. На поле второй панели выводятся три графических поля, по числу составляющих реакции. Здесь на трех графиках отображаются составляющие воздействий и реакции на них, в соответствии с полученными соотношениями.

После вывода последней, то есть второй графической панели, вычисляются ожидаемые значения модулей и фаз составляющих реакции на несущей и боковых частотах, по выражениям АЧХ и ФЧХ цепи.

Далее предусмотрена возможность графического съема информации (измерения) с одного из графических полей второй панели. При этом необходимо на установившейся части одного из графиков с помощью «мышки» отметить амплитуду и период составляющей входного воздействия, а также амплитуду и временной сдвиг реакции. Для этого достаточно трижды щелкнуть левой кнопкой «мышки» - на максимум входного воздействия, ближайший максимум реакции и второй максимум входного воздействия.

Расчет графически измеренных значений амплитуды и фазовой задержки реакции производится по формулам

$m_{kv} = y(2)$; $fi_{kv} = 360 \cdot x(1) - x(2) / x(3) - x(1)$, где $x(i)$, $y(i)$ – компоненты массивов аргументов и значений графических зависимостей, формируемые функцией **ginput** среды системы **MatLab**.

Полученные результаты и выводы. Приведем графики получаемых зависимостей при подаче на дифференцирующую RC- цепь воздействия вида $e(t) = \langle 1 + m \cdot \sin(\Omega \cdot t) \rangle \cdot \cos(\omega \cdot t)$, прокомментируем их и сделаем выводы.

На первом графике, рисунка 11.1, приведено входное амплитудно-модулированное воздействие и реакция цепи. На втором графике рисунка 11.1 приведены зависимости составляющих реакции цепи на амплитудно-модулированное воздействие.

Аналоговая дифференцирующая RC- цепь задана постоянной времени цепи $\tau = R \cdot C$. Несущая частота амплитудно-модулированного колебания выбрана соответствующей нижней граничной частоте цепи равной $\omega = \omega_{gr} = 1/\tau$. Частота огибающей выбрана равной $\Omega = 0.1 \cdot \omega$. Значение коэффициента модуляции равно $m = 0.5$.

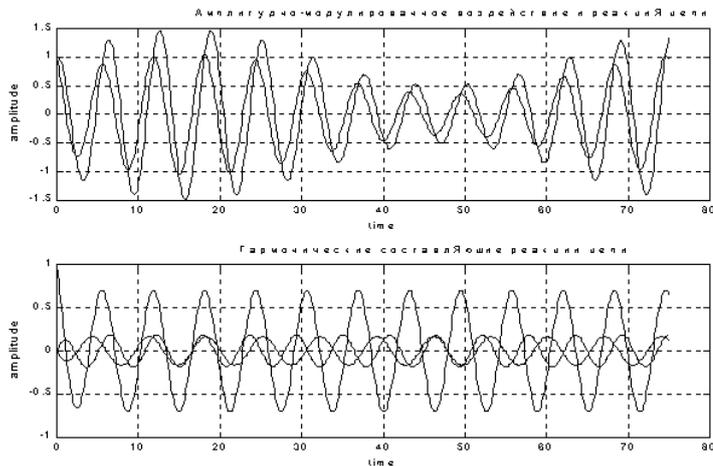


Рисунок 11.1 – Прохождение АМ - воздействия через дифференцирующую RC- цепь: а) АМ – воздействие и реакция цепи; б) составляющие реакции дифференцирующей RC- цепи на АМ – воздействие

Из первого графика видно, что на вход цепи подано указанное воздействие. Реакция цепи составляет примерно $1/\sqrt{2}$ по амплитуде и имеет опережение по времени примерно равное $-1/8$ периода несущего колебания или по фазе примерно равное $-\pi/4$. Эти результаты вполне согласуются со значениями АЧХ и ФЧХ дифференцирующей RC- цепи на граничной частоте.

Из второго графика следует, что наибольшую амплитуду на выходе имеет колебание с несущей частотой. Колебания боковых частот имеют меньшую амплитуду, так как эти составляющие содержат дополнительный множитель $m/2$. Частоты колебаний боковых частот соответствуют разностной $\omega - \Omega$ и суммарной $\omega + \Omega$ частотам, причем колебание суммарной частоты $\omega + \Omega$ имеет большую амплитуду и меньшее опережение по фазе. Все

отмеченное вполне согласуется со значениями АЧХ и ФЧХ дифференцирующей RC- на несущей, разностной и суммарной частотах.

На рисунке 11.2 приведены зависимости составляющих входного АМ – воздействия и соответствующих составляющих реакции дифференцирующей RC- цепи.

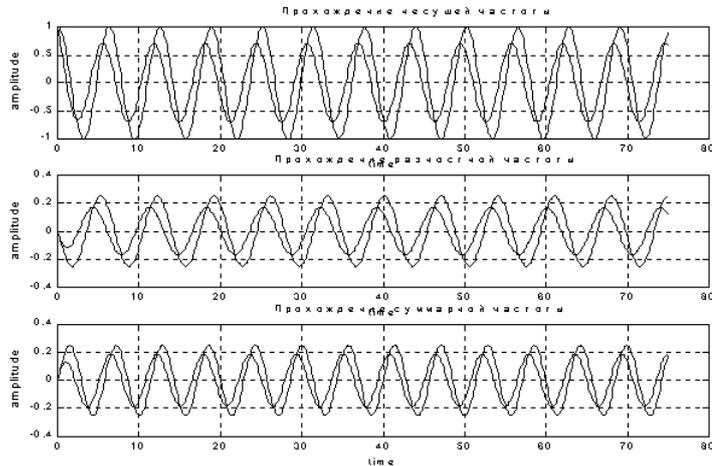


Рисунок 11.2 – Прохождение составляющих АМ – воздействия через дифференцирующую RC- цепь: а) прохождение составляющей несущей частоты; б) прохождение составляющей разностной частоты; в) прохождение составляющей суммарной частоты

Из приведенных графиков следует, что максимальную амплитуду на входе и выходе имеет составляющая несущей частоты. Составляющие разностной и суммарной частот имеют меньшую амплитуду на входе и выходе из-за присутствия множителя $m/2$, обусловленного амплитудной модуляцией. Поскольку все спектральные составляющие АМ – воздействия сгруппированы в районе граничной частоты дифференцирующей RC- цепи, то все составляющие реакции имеют амплитуду примерно в $1/\sqrt{2}$ раз меньшую и опережение по времени близкое к $-1/8$ части периода колебания соответствующей частоты.

В соответствии с выражением ЧХ дифференцирующей RC- цепи, амплитудами и частотами составляющих входного АМ – воздействия, ожидаемые значения модулей и фаз выходных составляющих, рассчитанные в программе, должны быть равными:

а) ожидаемые значения модулей:

$$m_w = 0.7071; m_r = 0.1672; m_s = 0.1850;$$

б) ожидаемые значения фаз (в градусах):

$$f_w = 45.0000; f_r = 48.0128; f_s = 42.2737.$$

В результате графических измерений после трех кратного запуска программы были получены следующие результаты для составляющих реакции цепи:

а) на несущей частоте – модуль = 0.6807; фаза (в градусах) = 44.0816;

б) на разностной частоте – модуль = 0.1667; фаза (в градусах) = 46.6667;

в) на суммарной частоте - модуль = 0.1800; фаза (в градусах) = 40.0000.

Как видим, результаты графических измерений вполне согласуются с теоретическими. Полученные расхождения результатов обусловлены мелким масштабом графиков.

Физическая интерпретация зависимости модулей и фаз выходного напряжения дифференцирующей RC- цепи от частоты сводится к следующим рассуждениям. Ток цепи обратно пропорционален сумме сопротивлений конденсатора $1/(j \cdot \omega \cdot C)$ и резистора R . Напряжение на резисторе всегда совпадает по фазе с током, а напряжение на конденсаторе всегда опережает ток на 90 градусов. В результате входное напряжение может быть представлено суммой ортогональных векторов, соответствующих падениям напряжений на резисторе и конденсаторе.

Заметим, что для дифференцирующей RC- цепи выходным является напряжение на резисторе, а для интегрирующей RC- цепи выходным является напряжение на конденсаторе.

На рисунке 11.3 изображены векторные диаграммы напряжений RC- цепи в зависимости от частоты приложенного напряжения E .

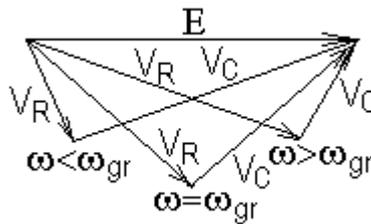


Рисунок 11.3 – Векторные диаграммы напряжений RC- цепи

В соответствии с рисунком 6.3, на граничной частоте, сопротивление резистора и конденсатора равны по модулю, а напряжения на резисторе и конденсаторе равны друг другу и ортогональны. При этом выходное напряжение, то есть напряжение на резисторе, составляет величину $E/\sqrt{2}$ и опережает входное напряжение на -45° . При понижении частоты входного напряжения сопротивление конденсатора увеличивается обратно пропорционально частоте, ток в цепи уменьшается, следовательно, выходное напряжение уменьшаются, и опережение по фазе возрастает. При увеличении частоты входного напряжения, сопротивление цепи уменьшается, ток растет, выходное напряжение возрастает, опережение по фазе уменьшается.

Таким образом, полученные зависимости полностью соответствуют теоретическим положениям, следовательно, моделирование цепи выполнено правильно. Кроме того, установившаяся реакция цепи на гармоническое воздействие определенной частоты, по модулю и временному сдвигу соответствует АЧХ и ФЧХ цепи. Сложное входное воздействие может подвергаться заметным частотным искажениям, так как различные

составляющие спектра входного воздействия передаются в соответствии с АЧХ и ФЧХ цепи.

В заключение отметим, что контрольные вопросы, сформулированные в лабораторной работе, нашли отражение в представленном отчете.

Приложение (обязательное)
к отчету по лабораторной работе
Листинг программы на входном языке системы **MatLab**

```
% Лабораторная работа
% Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие
% Цель - расчет реакции аналоговой цепи
% на амплитудно-модулированное воздействие, например,
% дифференцирующей RC- цепи и установление связи
% установившихся реакций цепи с частотной характеристикой цепи
% входное воздействие (1+m*sin(v*t))*cos(w*t)

clc; format compact; format short;
r=1; c=1; g=1/r; tau=r*c; al=1/tau; m=0.5;
w=1/tau; v=0.1*w; r=w-v; s=w+v;
% численная реализация
t=[]; vn=[]; vr=[]; vs=[]; vm=[]; vrw=[]; vrr=[]; vrs=[];
for tt=0:0.1*tau:75*tau;
    t=[t tt];
    % опорные колебания несущей и боковых частот
    vn=[vn cos(w*tt)];
    vr=[vr -m/2*sin((w-v)*tt)];
    vs=[vs m/2*sin((w+v)*tt)];
    % входное амплитудно-модулированное колебание
    vm=[vm (1+m*sin(v*tt))*cos(w*tt)];
    % реакция на несущей частоте
    qw=atan(w/al);
    vtw=-w*sin(w*tt-qw)/sqrt(al*al+w*w)+ ...
        al*al*exp(-al*tt)/(al*al+w*w);
    vrw=[vrw vtw];
    % реакция на разностной частоте
    qr=atan(r/al);
    vtr=-m/2*r*(cos(r*tt-qr)/sqrt(al*al+r*r)- ...
        al*exp(-al*tt)/(al*al+r*r));
    vrr=[vrr vtr];
    % реакция на суммарной частоте
    qs=atan(s/al);
    vts=m/2*s*(cos(s*tt-qs)/sqrt(al*al+s*s)- ...
```

```

    al*exp(-al*tt)/(al*al+s*s));
    vrs=[vrs vts];
end;

figure(1);
subplot(2,1,1); plot(t,vm,t,vrw+vrr+vrs);
title('Амплитудно-модулированное воздействие и реакция цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t,vrw,t,vrr,t,vrs);
title('Гармонические составляющие реакции цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;

figure(2);
subplot(3,1,1); plot(t,vn,t,vrw);
title('Прохождение несущей частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(3,1,2); plot(t,vr,t,vrr);
title('Прохождение разностной частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(3,1,3); plot(t,vs,t,vrs);
title('Прохождение суммарной частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;

disp('Результаты вычисления и графического измерения');
disp('амплитуд спектральных составляющих реакции ');
disp('аналоговой цепи на амплитудно-модулированное воздействие');
disp(' ');
kvw=j*w/(j*w+al);
kvr=j*r*m/2/(j*r+al);
kvs=j*s*m/2/(j*s+al);
mw=abs(kvw); mr=abs(kvr); ms=abs(kvs);
fiw=angle(kvw)*180/pi; fir=angle(kvr)*180/pi; fis=angle(kvs)*180/pi;
fprintf('Ожидаемые значения модулей: \n mw = %7.4f; mr = %7.4f; ms = %7.4f
\n',mw,mr,ms);
fprintf('Ожидаемые значения фаз (в градусах): \n fiw = %7.4f; fir = %7.4f; fis =
%7.4f \n',fiw,fir,fis);

[x,y]=ginput(3);
m=y(2); % /y(1);
fi=(x(1)-x(2))/(x(3)-x(1))*360;
fprintf('Измеренные значения: \n модуль = %7.4f; фаза (в градусах) = %7.4f \n
\n',m,fi);

break;

```

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цикл лабораторных работ по дисциплине «Прикладные математические методы в радиотехнике», приведенный в руководстве, раскрывает основное содержание дисциплины и позволяет приобрести практические навыки численно-аналитических исследований характеристик аналоговых и дискретных цепей.

Функциональная среда системы для инженерных и научных исследований **MatLab** полностью соответствует предъявляемым в данном случае требованиям и позволяет не только адекватно представить аналитические соотношения, но и визуализировать характеристики исследуемых цепей.

Предлагаемая тематика лабораторных работ позволяет студенту приобрести и закрепить навыки моделирования в системе **MatLab**, ознакомиться детально с основными характеристиками аналоговых и дискретных систем, а также взаимосвязью временных и частотных характеристик.

Количество лабораторных работ превышает их число, предусмотренное учебным планом, поэтому, в зависимости от обстоятельств, тематика работ может варьироваться.

Исходные версии программ лабораторных работ, реализованные в функциональной среде системы **MatLab** и представленные в приложениях, помогут на конкретных примерах разобраться с содержанием работ и особенностями их выполнения.

Цикл лабораторных работ может быть выполнен и в среде для инженерных и научных расчетов **SciLab**, входной язык которой на 95% совпадает с входным языком системы **MatLab**. Файлы программных кодов на языке **SciLab** доступны студентам и не приводятся здесь из соображений сокращения объема учебно-методического пособия.

Пример выполнения отчета по лабораторной работе, представленный в руководстве, иллюстрирует предъявляемые требования к содержанию и оформлению отчетов.

Приложение А (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №1

«Функциональная среда системы MatLab»

```
% Лабораторная работа
% Функциональная среда системы MatLab
% Цель - иллюстрация входного Языка
% и функциональной среды системы MatLab.
% В программе используется файл-функция
% S_R- вычисления суммы и разности двух аргументов,
% а при иллюстрации файлового ввода-вывода
% используется файл данных dd1.m

clc; format compact; format short;
disp('Иллюстрация возможностей системы MatLab');
disp(' ');
a=1-j*2, b=a+1;
if imag(a) >= 0;
    fprintf('Значение a = %7.4f +j*%7.4f; \n',real(a),abs(imag(a)));
else
    fprintf('Значение a = %7.4f -j*%7.4f; \n',real(a),abs(imag(a)));
end;
disp('Вычисление суммы и разности аргументов');
[s,r]=s_r(a,b) % Обращ. к функции вычисл. суммы и разности
c=input('Введите значение c = ');
x=input('Используя [ ], введите массив x из 3-х эл-тов >> ');
disp('Вектор столбец');
y=[1; 2; 3]
disp('Для продолжения Нажмите любую клавишу'); pause;
disp('Скалярное произведение векторов');
xy=x*y
disp('Кронекерово произведение векторов');
yx=y*x
disp('Покомпонентное умножение векторов');
yx=y(:).*x(:)
s=sprintf('Для продолжения Нажмите любую клавишу');
disp(s); pause;
fprintf('Матрица 2*3 \n');
m=[1 2 3;
    a b c]
fprintf('Матрица 3*3 \n');
m=[m;x]
fprintf('Определитель \n');
d=det(m)
```

```

fprintf('Обратная матрица \n');
mi=inv(m)
fprintf('Единичная матрица \n');
e=m*mi
disp('Для продолжения Нажмите любую клавишу'); pause;

k1=menu('Демонстрация графиков','Показать ?','Пропустить ?');
if k1==1;
    disp('Использование операции векторизации');
    disp('при построении графиков');
    x=0:0.05*pi:3*pi;
    y=sin(x); z=cos(x);
    figure(1);
    plot(x,y,x,z); title('Функции sin и cos'); grid;

    disp('Использование операции компоновки вектора');
    disp('при построении графиков');
    x=[]; y=[]; z=[];
    for xt=0:0.05*pi:3*pi;
        x=[x xt]; y=[y sin(xt)]; z=[z cos(xt)];
    end;
    figure(2);
    subplot(2,2,1); plot(x,y);
    title('Функция sin'); grid;
    subplot(2,2,2); plot(x,z);
    title('Функция cos'); grid;
    subplot(2,2,3); plot(x,y,x,z);
    title('Функции sin и cos'); grid;
    subplot(2,2,4); plot(y,z);
    title('Параметрически заданная окружность'); grid;

    disp('Использование индексации');
    disp('при построении графиков');

    k=1;
    for xt=0:0.05*pi:3*pi;
        x(k)=xt; y(k)=sin(xt); z(k)=cos(xt);
        k=k+1;
    end;
    figure(3);
    subplot(2,1,1); plot(x,y);
    title('Функция sin'); grid;
    subplot(2,1,2); plot(x,z);
    title('Функция cos'); grid;
end;

```

```

disp('Иллюстрация файлового ввода-вывода');
% Запись матрицы в файл
% (в данном случае реальной части матрицы)

[file_name,path_name] = uiputfile('dd*.m', 'Save As >>> Записать в файл ?')
fid_1=fopen([path_name file_name],'w+');
count=fwrite(fid_1,m,'int16');
fclose(fid_1);
m

% Чтение матрицы из файла
[file_name,path_name] = uigetfile('dd*.m', 'Read As >>> Прочитать из файла ?')
fid_1=fopen([path_name file_name],'r+');
[mm,count]=fread(fid_1,inf,'int16');
fclose(fid_1);
mm=mm./count;
k=sqrt(count);
mmm=reshape(mm,k,k)

break;

function [s,r]= S_R(arg1,arg2);
% function [s,r]=S_R(arg1,arg2);
% Функция вычисления суммы и разности входных аргументов
% arg1, arg2- входные параметры (аргументы)
% s, r- выходные параметры s- сумма, r- разность

s=arg1+arg2;
r=arg1-arg2;

```

Приложение Б (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №2

«Системы параметров описания электронных схем»

```

% Лабораторная работа
% Системы параметров описания электронных схем
% Цель - многополюсное представление электронных схем,
% переход от многополюсника к четырехполюснику,
% преобразование систем параметров,
% канонические соединения четырехполюсников.
% Используются функции:
% Y4_Y2- приведения матрицы проводимостей

```

```

% 4-го порядка к эквивалентной матрице
% проводимостей 4-х полюсника
% Ya- переход от Y- параметров к A- параметрам
% Ay- переход от A- параметров к Y- параметрам

clc; format compact; format short;
r1=10; g1=1/r1; r2=20; g2=1/r2;
r3=15; g3=1/r3; r4=500; g4=1/r4;
disp('Матрица проводимостей П-образной схемы');
y1=[g1+g2 -g2;
    -g2  g2+g3]
disp('Матрица проводимостей П-образной схемы');
disp('с дополнительными внутренними узлами');
yd=[g1+3*g2 -3*g2 0  0;
    -3*g2  6*g2 -3*g2 0;
    0  -3*g2 6*g2 -3*g2;
    0  0 -3*g2 3*g2+g3]
disp('Исключение внутренних узлов инверсией матрицы');
ydi=inv(yd);
y2i=[ydi(1,1) ydi(1,4);
    ydi(4,1) ydi(4,4)];
y2=inv(y2i)
disp('Для продолжения НАЖМИТЕ ввод');
pause;
disp('Матрица проводимостей схемы 4-го порядка');
y4=[g1+g2+g4 -g1 -g2  0;
    -g1  g1+g2+g4 0  -g2;
    -g2  0  g2+g3+g4 -g3;
    0  -g2  -g3  g2+g3+g4]
disp('Матрица проводимостей 4-х полюсника общего вида');
i_o=[1 2 3 4]; % массив входных и выходных узлов 4-х полюсника
y2=y4_y2(y4,i_o)
disp('Переход к A- параметрам 4-х полюсника');
a2=ya(y2)
disp('A- параметры каскадного соединения');
ak=a2*a2
disp('Y- параметры каскадного соединения');
yk=ay(ak)
disp('Для продолжения НАЖМИТЕ ввод');
pause;
disp('Полная Y- матрица каскадного соединения');
ykk=[y2(1,1) y2(1,2)  0;
    y2(2,1) y2(2,2)+y2(1,1) y2(1,2);
    0  y2(2,1)  y2(2,2)]
ykki=inv(ykk);

```

```

yki=[ykki(1,1) ykki(1,3);
     ykki(3,1) ykki(3,3)];
disp('Эквивалентная Y- матрица каскадного соединения');
yke=inv(yki)

```

```
break;
```

```

function y2=y4_y2(y4,i_o);
% function y2=y4_y2(y4,i_o);
% Функция приведения матрицы
% проводимостей 4-го порядка
% к матрице проводимостей 2-го порядка,
% то есть к 4-х полюснику
% y4- матрица проводимостей 4-го порядка
% i_o-массив, содержащий входную и выходную пары узлов
% y2- матрица проводимостей 4-х полюсника
% Алгоритм формирования параметров 4-х полюсника
% относительно внешних узлов:
% 1) переход от Y- к Z- параметрам;
% 2) если пара вх. или вых. узлов отличны от нуля, то
% соответствующие строки матрицы z вычитаются,
% а столбцы складываются;
% 3) переход от Z- к Y- параметрам.

```

```

zz=inv(y4); z=zeros(2,2);
k1=1; k2=1;
for k=i_o;
    l1=1; l2=1;
    for l=i_o;
        if (k~=0) & (l~=0);
            z(k1,l1)=z(k1,l1)+(-1)^(k2+l2)*zz(k,l);
        end;
        if (l2==i_o(2));
            l1=l1+1;
        end;
        l2=l2+1;
    end;
    if (k2==i_o(2));
        k1=k1+1;
    end;
    k2=k2+1;
end;
y2=inv(z);

```

```
function A=Ya(Y);
```

```
% function A=Ya(Y);
% Расчет A-параметров 4-х полюсника по Y-параметрам
% Y- матрица Y- параметров
% A- матрица A- параметров
```

```
A=[-Y(2,2) -1; -det(Y) -Y(1,1)]./Y(2,1);
```

```
function Y=Ay(A);
% function Y=Ay(A);
% Расчет Y-параметров 4-х полюсника по A-параметрам
% A- матрица A- параметров
% Y- матрица Y- параметров
```

```
Y=[A(2,2) -det(A); -1 A(1,1)]./A(1,2);
```

Приложение В (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №3

«Частотные характеристики простых аналоговых цепей»

```
% Лабораторная работа
% Частотные характеристики простых аналоговых цепей
% Цель - расчет частотной характеристики аналоговой цепи
% первого порядка, например, интегрирующей RC- цепи
```

```
clc; format compact; format short;
r=1; c=1; g=1/r; tau=r*c; fgr=1/tau/2/pi;
% скалярная реализация
ff=[]; ms=[]; fis=[];
for ft=0.01*fgr:0.05*fgr:3*fgr;
    ff=[ff ft];
    p=j*2*pi*ft;
    kvs=1/(1+p*tau);
    ms=[ms abs(kvs)];
    fis=[fis angle(kvs)*180/pi];
end;
% матричная реализация
ff=[]; mm=[]; fim=[];
for ft=0.01*fgr:0.05*fgr:3*fgr;
    ff=[ff ft];
    p=j*2*pi*ft;
    y=[ g -g;
        -g g+p*c];
    yd=inv(y).'*det(y);
```

```

kvm=yd(1,2)/yd(1,1);
mm=[mm abs(kvm)];
fim=[fim angle(kvm)*180/pi];
end;

figure(1);
subplot(2,2,1); plot(ff,ms);
title('modul_s'); xlabel('frequency'); grid;
subplot(2,2,2); plot(ff,fis);
title('phase_s'); xlabel('frequency'); grid;
subplot(2,2,3); plot(ff,mm);
title('modul_m'); xlabel('frequency'); grid;
subplot(2,2,4); plot(ff,fim);
title('phase_m'); xlabel('frequency'); grid;

break;

```

Приложение Г (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №4

«Переходные характеристики простых аналоговых цепей»

```

% Лабораторная работа
% Переходные характеристики простых аналоговых цепей
% Цель - расчет переходной характеристики
% аналоговых цепей первого порядка, например,
% интегрирующей и дифференцирующей RC- цепей

clc; format compact; format short;
r=1; c=1; g=1/r; tau=r*c; al=1/tau;
th=0.1*tau; % шаг по времени
% численная реализация
t=[]; hi=[]; hd=[];
for tt=0:th:6*tau;
    t=[t tt];
    hti=1-exp(-al*tt); htd=exp(-al*tt);
    hi=[hi hti]; hd=[hd htd];
end;

% символьная реализация (с привлечением пакета Symbol Toolbox)

figure(1);
subplot(2,1,1); plot(t,hi);
title('Переходная характеристика интегрирующей цепи');

```

```
ylabel('h_i_n_t(t)');xlabel('time'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t,hd);
title('Переходная характеристика дифференцирующей цепи');
ylabel('h_d_i_f(t)');xlabel('time'); grid;
```

```
break;
```

Приложение Д (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №5

«Реакция аналоговых цепей на гармоническое воздействие»

```
% Лабораторная работа
% Реакция аналоговых цепей на гармоническое воздействие
% Цель - расчет реакции аналоговой цепи на гармоническое воздействие, %
% например, интегрирующей RC- цепи и установление связи
% установившейся реакции цепи с частотной характеристикой цепи.
% Используется входное воздействие типа sin(w*t)
```

```
clc; format compact; format short;
r=1; c=1; g=1/r; tau=r*c; al=1/tau; w=1/tau;
% численная реализация
t=[]; hv=[]; hr=[];
for tt=0:0.1*tau:30*tau;
    t=[t tt]; hv=[hv sin(w*tt)];
    q=atan(w/al);
    ht=al*w*(sin(w*tt-q)/w/sqrt(al*al+w*w)+ ...
        exp(-al*tt)/(al*al+w*w));
    hr=[hr ht];
end;
```

```
figure(1);
plot(t,hv,t,hr);
title('Гармоническое воздействие и реакция цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
```

```
disp('Результаты вычисления и графического измерения ');
disp('реакции аналоговой цепи на гармоническое воздействие');
disp(' ');
kv=al/(j*w+al);
m=abs(kv);
fi=angle(kv)*180/pi;
fprintf('Ожидаемые значения: \n модуль = %7.4f; фаза (в градусах) = %7.4f\n',m,fi);
```

```
[x,y]=ginput(3);
m=y(2);
fi=(x(1)-x(2))/(x(3)-x(1))*360;
fprintf('Измеренные значения: \n модуль = %7.4f; фаза (в градусах) = %7.4f
\n',m,fi);

break;
```

Приложение Е (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №6

«Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие»

```
% Лабораторная работа
% Реакция аналоговых цепей на амплитудно-модулированное воздействие
% Цель - расчет реакции аналоговой цепи
% на амплитудно-модулированное воздействие, например,
% интегрирующей RC- цепи и установление связи
% установившихся реакций цепи с частотной характеристикой цепи
% входное воздействие (1+m*sin(v*t))*sin(w*t)

clc; format compact; format short;
r=1; c=1; g=1/r; tau=r*c; al=1/tau; m=0.5;
w=1/tau; v=0.1*w; r=w-v; s=w+v;
% численная реализация
t=[]; vn=[]; vr=[]; vs=[]; vm=[]; vrw=[]; vrr=[]; vrs=[];
for tt=0:0.1*tau:75*tau;
    t=[t tt];
    % опорные колебания несущей и боковых частот
    vn=[vn sin(w*tt)];
    vr=[vr m/2*cos((w-v)*tt)];
    vs=[vs -m/2*cos((w+v)*tt)];
    % входное амплитудно-модулированное колебание
    vm=[vm (1+m*sin(v*tt))*sin(w*tt)];
    % реакция на несущей частоте
    qw=atan(w/al);
    vtw=al*w*(sin(w*tt-qw)/w/sqrt(al*al+w*w)+ ...
        exp(-al*tt)/(al*al+w*w));
    vrw=[vrw vtw];
    % реакция на разностной частоте
    qr=atan(r/al);
    vtr=al*m/2*(cos(r*tt-qr)/sqrt(al*al+r*r)- ...
```

```

    al*exp(-al*tt)/(al*al+r*r));
vrr=[vrr vtr];
% реакция на суммарной частоте
qs=atan(s/al);
vts=-al*m/2*(cos(s*tt-qs)/sqrt(al*al+s*s)- ...
    al*exp(-al*tt)/(al*al+s*s));
vrs=[vrs vts];
end;

figure(1);
subplot(2,1,1); plot(t,vm,t,vrw+vrr+vrs);
title('Амплитудно-модулированное воздействие и реакция цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t,vrw,t,vrr,t,vrs);
title('Гармонические составляющие реакции цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;

figure(2);
subplot(3,1,1); plot(t,vn,t,vrw);
title('Прохождение несущей частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(3,1,2); plot(t,vr,t,vrr);
title('Прохождение разностной частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;
subplot(3,1,3); plot(t,vs,t,vrs);
title('Прохождение суммарной частоты');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;

disp('Результаты вычисления и графического измерения');
disp('амплитуд спектральных составляющих реакции ');
disp('аналоговой цепи на амплитудно-модулированное воздействие');
disp(' ');
kvw=al/(j*w+al);
kvr=al*m/2/(j*r+al);
kvs=al*m/2/(j*s+al);
mw=abs(kvw); mr=abs(kvr); ms=abs(kvs);
fiw=angle(kvw)*180/pi; fir=angle(kvr)*180/pi; fis=angle(kvs)*180/pi;
fprintf('Ожидаемые значения модулей: \n mw = %7.4f; mr = %7.4f; ms = %7.4f
\n',mw,mr,ms);
fprintf('Ожидаемые значения фаз (в градусах): \n fiw = %7.4f; fir = %7.4f; fis =
%7.4f \n',fiw,fir,fis);

[x,y]=ginput(3);
m=y(2); % /y(1);
fi=(x(1)-x(2))/(x(3)-x(1))*360;

```

```
fprintf('Измеренные значения: \n модуль = %7.4f; фаза (в градусах) = %7.4f \n \n',m,fi);
```

```
break;
```

Приложение Ж (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №7

«Реализация дискретной цепи по частотной характеристике аналогового прототипа»

```
% Лабораторная работа
% Реализация дискретной цепи по частотной характеристике
% аналогового прототипа
% Цель - реализация дискретной цепи
% по частотной характеристике аналогового прототипа,
% например, по частотной характеристике интегрирующей RC- цепи.
% Сравнение переходных и частотных характеристик
% аналогового прототипа и дискретной реализации

clc; format compact; format short;
tau=1; al=1/tau; fgr=1/tau/2/pi;
th=0.25*tau; % период дискретизации
d=1-al*th;
ff=[]; ma=[]; fia=[]; md=[]; fid=[]; mdd=[]; fidd=[];
for ft=0.01*fgr:0.1*fgr:30*fgr;
    ff=[ff ft];
    % аналоговый вариант
    pa=j*2*pi*ft;
    % kva=1/(1+pa*tau);
    kva=al/(pa+al);
    ma=[ma abs(kva)];
    fia=[fia angle(kva)*180/pi];
    % дискретный вариант
    % (переход от передаточной функции к системной функции
    % дробно-рациональным преобразованием)
    z=exp(pa*th);
    pd=2/th*(z-1)/(z+1);
    % kvd=1/(1+pd*tau);
    kvd=al/(pd+al);
    md=[md abs(kvd)];
    fid=[fid angle(kvd)*180/pi];
    % дискретный вариант
    % (по системной функции дискретной цепи
```

```

% из разностного уравнения)
z=exp(pa*th);
kvd=al*th/(z-d);
mdd=[mdd abs(kvd)];
fidd=[fidd angle(kvd)*180/pi];
end;

figure(1);
subplot(2,2,1); plot(ff,ma);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,2); plot(ff,fia);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,3); plot(ff,ma,ff,md,ff,mdd);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_d'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,4); plot(ff,fia,ff,fid,ff,fidd);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_d'); xlabel('freq. '); grid;

% переходные характеристики аналогового и дискретного вариантов
t=[]; ha=[]; hd=[]; hds=[];
k=0;
for tt=0:th:6*tau;
    t=[t tt];
    % аналоговый вариант
    hta=1-exp(-al*tt);
    ha=[ha hta];
    % дискретный вариант 1 - по разностному уравнению,
    % полученному из диф. уравнения аналогового прототипа
    htd=al*th*(1-d^k)/(1-d);
    hd=[hd htd];
    % дискретный вариант 2 - по разностному уравнению,
    % полученному из системной функции аналогового прототипа
    a=(2-al*th)/(2+al*th);
    b=al*th/(2+al*th);
    htd=b*(2-(a+1)*a^k)/(1-a);
    hds=[hds htd];
    k=k+1;
end;

figure(2);
subplot(2,1,1); plot(t,ha);
title('Переходная характеристика аналоговой цепи');

```

```
ylabel('h_a(t)'); xlabel('time'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t,ha,t,hd,t,hds);
title('Переходные характеристики аналоговой и дискретной цепей');
ylabel('h_a(t), h_d(t), h_d_s'); xlabel('time'); grid;
```

```
break;
```

Приложение 3 (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №8

«Реализация дискретной цепи по дифференциальному уравнению аналогового прототипа»

```
% Лабораторная работа
% Реализация дискретной цепи по дифференциальному уравнению
% аналогового прототипа
% Цель - реализация дискретной цепи
% по дифференциальному уравнению аналогового прототипа,
% например, по диф. уравнению интегрирующей RC- цепи.
% Сравнение переходных и частотных характеристик
% аналогового прототипа и дискретной реализации

clc; format compact; format short;
tau=1; al=1/tau; fgr=1/tau/2/pi;
th=0.25*tau; % период дискретизации
d=1-al*th;
% переходные характеристики аналогового и дискретного вариантов
t=[]; ha=[]; hd=[];
k=0;
for tt=0:th:6*tau;
    t=[t tt];
    % аналоговый вариант
    hta=1-exp(-al*tt);
    ha=[ha hta];
    % дискретный вариант
    htd=al*th*(1-d^k)/(1-d);
    hd=[hd htd];
    k=k+1;
end;

figure(1);
subplot(2,1,1); plot(t,ha);
title('Переходная характеристика аналоговой цепи');
ylabel('h_a(t)'); xlabel('time'); grid;
```

```
subplot(2,1,2); plot(t,ha,t,hd);
title('Переходные характеристики аналоговой и дискретной цепей');
ylabel('h_a(t), h_d(t)'); xlabel('time'); grid;
```

```
% частотные характеристики аналогового и дискретного вариантов
```

```
ff=[]; ma=[]; fia=[]; md=[]; fid=[];
for ft=0.01*fgr:0.1*fgr:30*fgr;
    ff=[ff ft];
    % аналоговый вариант
    pa=j*2*pi*ft;
    % kva=1/(1+pa*tau);
    kva=a1/(pa+a1);
    ma=[ma abs(kva)];
    fia=[fia angle(kva)*180/pi];
    % дискретный вариант
    % (по системной функции дискретной цепи
    % из разностного уравнения)
    z=exp(pa*th);
    kvd=a1*th/(z-d);
    md=[md abs(kvd)];
    fid=[fid angle(kvd)*180/pi];
end;
```

```
figure(2);
subplot(2,2,1); plot(ff,ma);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,2); plot(ff,fia);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,3); plot(ff,ma,ff,md);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_d'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,4); plot(ff,fia,ff,fid);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_d'); xlabel('freq. '); grid;
```

```
break;
```

Приложение И (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №9

«Реализация дискретной цепи по отсчетам импульсной характеристики аналогового прототипа»

```
% Лабораторная работа
% Реализация дискретной цепи по отсчетам импульсной характеристики
% аналогового прототипа
% Цель - реализация дискретной цепи
% по отсчетам импульсной характеристики аналогового прототипа,
% например, по отсчетам имп. хар-ки интегрирующей RC- цепи.
% Сравнение импульсных и частотных характеристик
% аналогового прототипа и дискретной реализации

clc; format compact; format short;
tau=1; al=1/tau; fgr=1/tau/2/pi;
th=0.25*tau; % период дискретизации
d=1-al*th;
t=[]; ga=[]; gd=[];
k=0;
for tt=0:th:6*tau;
    t=[t tt];
    % аналоговый вариант
    gta=al*exp(-al*tt);
    ga=[ga gta];
    % дискретный вариант
    gtd=al*th*d^k;
    gd=[gd gtd];
    k=k+1;
end;
mgd=max(gd);

figure(1);
subplot(2,1,1); plot(t,ga);
title('Импульсная характеристика аналоговой цепи');
ylabel('g_a(t)'); xlabel('time'); grid;
subplot(2,1,2); plot(t,ga,t,gd/mgd);
title('Импульсные характеристики аналоговой и дискретной цепей');
ylabel('g_a(t), g_d(t)'); xlabel('time'); grid;

% частотные характеристики аналогового и дискретного вариантов
ff=[]; ma=[]; fia=[]; mds=[]; fids=[];
mdn=[]; fidn=[]; mdb=[]; fidb=[];
for ft=0.01*fgr:0.1*fgr:30*fgr;
```

```

ff=[ff ft];
% аналоговый вариант
pa=j*2*pi*ft;
% kva=1/(1+pa*tau);
kva=al/(pa+al);
ma=[ma abs(kva)];
fia=[fia angle(kva)*180/pi];
% дискретный вариант
% (по системной функции дискретной цепи
% из разностного уравнения)
z=exp(pa*th);
kvds=al*th/(z-d);
mds=[mds abs(kvds)];
fids=[fids angle(kvds)*180/pi];
% дискретный вариант
% (по конечному числу отсчетов имп. хар-ки)
z=exp(pa*th);
kvdn=al*(z^2+exp(-al*th)*z+exp(-2*al*th))/z^2;
mdn=[mdn abs(kvdn)];
fidn=[fidn angle(kvdn)*180/pi];
% дискретный вариант
% (по бесконечному числу отсчетов имп. хар-ки)
z=exp(pa*th);
kvdb=al*z/(z-exp(-al*th));
mdb=[mdb abs(kvdb)];
fidb=[fidb angle(kvdb)*180/pi];
end;
mmds=max(mds); mmdn=max(mdn); mmdb=max(mdb);

figure(2);
subplot(2,2,1); plot(ff,ma);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,2); plot(ff,fia);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_a'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,3); plot(ff,ma,ff,mds/mmds,ff,mdn/mmdn,ff,mdb/mmdb);
title('ampl.-freq.char. ');
ylabel('modul_d'); xlabel('freq. '); grid;
subplot(2,2,4); plot(ff,fia,ff,fids,ff,fidn,ff,fidb);
title('phas.-freq.char ');
ylabel('phase_d'); xlabel('freq. '); grid;

break;

```

Приложение К (справочное)

Исходная версия программы, реализованной в функциональной среде системы **MatLab**, для лабораторной работы №10

«Реакция дискретных цепей на дискретное гармоническое воздействие»

```
% Лабораторная работа
% Реакция дискретных цепей на дискретное гармоническое воздействие
% Цель - расчет реакции дискретной цепи,
% например, дискретного аналога интегрирующей RC- цепи на
% дискретное гармоническое воздействие и установление связи
% установившейся реакции цепи с частотной характеристикой цепи.
% Используется входное воздействие типа  $\sin(w*k*th)$ 

clc; format compact; format short;
tau=1; al=1/tau; w=1/tau;
th=0.25*tau; % период дискретизации
d=1-al*th;
t=[]; vs=[]; vr=[];
k=0;
for tt=0:th:30*tau;
    t=[t tt];
    % входное дискретное гармоническое воздействие
    vst=sin(w*k*th);
    vs=[vs vst];
    % выходная реакция на гармоническое воздействие
    vrt=al*th*(d^k*sin(w*th)-d*sin(w*k*th)+sin(w*(k-1)*th))/ ...
        (d^2-2*cos(w*th)*d+1);
    vr=[vr vrt];
    k=k+1;
end;

figure(1);
plot(t,vs,t,vr);
title('Гармоническое воздействие и реакция дискретной цепи');
ylabel('amplitude'); xlabel('time'); grid;

disp('Результаты вычисления и графического измерения');
disp('реакции дискретной цепи на гармоническое воздействие');
disp(' ');
kv=al*th/(exp(j*w*th)-d);
m=abs(kv);
fi=angle(kv)*180/pi;
fprintf('Ожидаемые значения: \n модуль = %7.4f; фаза = %7.4f \n',m,fi);
```

```
[x,y]=ginput(3);  
m=y(2);  
fi=(x(1)-x(2))/(x(3)-x(1))*360;  
fprintf('Измеренные значения: \n модуль = %7.4f; фаза = %7.4f \n',m,fi);  
  
break;
```