

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»**

Радиотехнический факультет

Кафедра телекоммуникаций и основ радиотехники (ТОР)

Мельникова И.В.

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ
И РАСЧЕТА СЛОЖНОЙ ЛИНЕЙНОЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ В СТАЦИОНАРНОМ
РЕЖИМЕ**

Исходные данные, методические указания, примеры расчета и
контрольных вопросов к заданию по дисциплине ОТЦ

Томск 2012

Мельникова И. В.

Методы математического описания и расчета сложной линейной электрической цепи в стационарном режиме: Исходные данные, методические указания, примеры расчета и контрольных вопросов к заданию по дисциплине ОТЦ. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012. – 43 с.

Изложены цель, задачи, исходные данные для разных вариантов, методические указания, пример расчета, контрольные вопросы; указан необходимый объем и содержание теоретического материала. Работа предназначена для студентов всех форм обучения, изучающих дисциплины «Основы теории цепей» и «Теория линейных электрических цепей».

© Мельникова И.В., 2012
© Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ.....	4
2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ.....	5
3. ЗАДАНИЕ НА РАСЧЕТ	9
4. ПЕРЕЧЕНЬ ГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА.....	9
5. ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ	10
6. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ.....	11
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	12
7.1 ММЦ по методу токов ветвей	12
7.2 Расчет тока по МКТ и МУП	14
7.3 Использование теоремы об эквивалентном генераторе	17
7.4 Расчет комплексной мощности	19
7.6 Мгновенное значение искомого тока	19
8. ПРИМЕР РАСЧЕТА.....	21
8.1 Исходные данные.....	21
8.2 ММЦ по методу токов ветвей	21
8.3 Расчет тока $i_2(t)$ при действии источников гармонических колебаний	25
8.4 Комплексная мощность ветви R_2C	30
8.5 Расчет оптимального сопротивления ветви для получения P_{Amax} . Расчет P_{Amax}	31
8.6 Расчет входного сопротивления цепи на крайних частотах	33
9. ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ.....	34
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРЫ	43

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Основы теории цепей» (ОТЦ) изучается студентами РТФ в третьем и четвертом семестрах. В каждом семестре предусмотрены индивидуальные расчетные задания для глубокого усвоения наиболее важных разделов курса.

В третьем семестре это – математическое описание сложной линейной цепи разными методами при разном характере воздействия и расчет тока в одной из ветвей схемы методами контурных токов, узловых потенциалов и на основе теоремы об эквивалентном генераторе.

Работа над заданием включает три этапа:

- 1) изучение теоретического материала;
- 2) проведение индивидуальных расчетов, представляемых в виде пояснительной записки;
- 3) защита задания.

К сожалению, часть студентов игнорирует предварительное изучение теории (1-й этап), ориентируясь только на пример расчета. Это ведет к крайне низкому уровню знаний и неспособности применить использованные в задании методы и способы описания схем к конкретным задачам, несколько отличающимся от выполненного расчета.

Для самопроверки теоретических знаний и практических навыков, т.е. при подготовке к защите, целесообразно воспользоваться примерами контрольных вопросов.

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ

ЦЕЛЬ: приобрести практические навыки математического описания сложной линейной цепи при действии сигналов произвольной формы, гармонических колебаний и постоянных источников, а также практические навыки расчета линейных RLC-цепей в установившемся режиме при гармоническом воздействии методами контурных токов и узловых потенциалов и на основе теоремы об эквивалентном генераторе с использованием символической формы – метода комплексных амплитуд.

ЗАДАЧИ:

- 1) усвоить теоретические основы метода комплексных амплитуд как одной из разновидностей символических форм расчета;
- 2) усвоить теоретические основы типовых методов расчета линейной цепи в стационарном режиме и принцип эквивалентных преобразований;
- 3) приобрести практические навыки эквивалентных преобразований линейных цепей (взаимный пересчет генераторов тока и генераторов напряжения, звезды и треугольника, последовательно-параллельное соединений элементов);
- 4) научиться определять входное сопротивление цепи методом эквивалентных преобразований;

5) научиться строить эквивалентные модели цепей на крайних частотах диапазона (при $\omega=0$ и $\omega \rightarrow \infty$) и работать с ними;

6) научиться рассматривать постоянное воздействие как частный случай гармонического воздействия при $\omega=0$ (или $T \rightarrow \infty$);

7) научиться рассчитывать активную и реактивную мощность на пассивных элементах, источниках напряжения и источниках тока;

8) научиться реализовывать условие отдачи максимальной активной мощности на заданном участке цепи;

9) научиться записывать баланс мощности в цепи а) для мгновенных значений, б) для комплексных, в) для постоянных.

2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вариант задания содержит пять цифр; первые две – номер строки в табл. 2.1, две средние цифры – номер строки в табл. 2.2, последняя – индекс искомого тока, который может принимать значения 1-7. Например, вариант 09 27 6 означает, что следует взять данные девятой строки в табл. 2.1, где указаны схема и параметры источников, двадцать седьмую строку в табл. 2.2, где указаны параметры элементов модели и частоты, и рассчитать ток $i_6(t)$.

Вариант задания формирует руководитель работы (возможно несколько тысяч различных вариантов).

В н и м а н и ю п р е п о д а в а т е л е й:

1) строки 1,6,11,16,21,26 табл. 2,2,содержащие значения L_3 , варьировать только для схемы рис. 2.1а, остальные в произвольном сочетании;

2) в одной группе для одной и той же схемы не рекомендуется задавать для расчета ток через резистор, включенный параллельно источнику тока $j_0(t)$ и ток в общей ветви этого же генератора тока.

Модели цепей обозначены буквами а-д на рис. 2.1. Задающие источники $e(t)$ и $j(t)$ – источники гармонических колебаний вида

$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

В табл. 2.1 указаны комплексные действующие значения задающих источников \dot{E} и \dot{J}_0 , причем часть из них заданы в алгебраической форме, а часть в показательной, для удобства записи, представленной в полярной

системе координат $\dot{E} = E \cdot e^{j\varphi} = E \angle \varphi$. Частота ω определяется по табл. 2.2 как $\omega = k \cdot 10^3$ рад/с.

Исходные данные (модели и параметры источников)

№ строки	Рис. 2.1	$\dot{E}_1, \text{В}$	$\dot{E}_2, \text{В}$	$\dot{E}_3, \text{В}$	$\dot{J}_0, \text{А}$	n
1	а	4	j8	$4\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	2
2	б	5	j5	$5\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	1
3	в	$3 \angle 90^\circ$	3-j6	$6 \angle 270^\circ$	1	1
4	г	10	10-j10	$10 \angle 90^\circ$	-j5	2
5	д	$2\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	$8 \angle 90^\circ$	1	2
6	а	6	j12	$6\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	3
7	б	10	j10	$10\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	2
8	в	$15 \angle 90^\circ$	15-j30	$30 \angle -90^\circ$	1	2
9	г	20	20-j20	$20 \angle 90^\circ$	-j5	3
10	д	$4\sqrt{2} \angle 315^\circ$	-j8	$16 \angle 90^\circ$	1	3
11	а	2	j4	$2\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	1
12	б	2,5	j2,5	$2,5\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	3
13	в	$6 \angle 90^\circ$	6-j12	$12 \angle -90^\circ$	1	3
14	г	5	5-j5	$5 \angle 90^\circ$	-j5	2
15	д	$6\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j12	$24 \angle 90^\circ$	1	2
16	а	12	j24	$12\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	3
17	б	20	j20	$20\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	1
18	в	$12 \angle 90^\circ$	12-j24	$24 \angle 270^\circ$	1	1
19	г	40	40-j40	$40 \angle 90^\circ$	-j5	3
20	д	$8\sqrt{2} \angle 315^\circ$	-j16	$32 \angle 90^\circ$	1	3
21	а	8	j16	$8\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	1
22	б	15	j15	$15\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	2
23	в	$30 \angle 90^\circ$	30-j60	$60 \angle -90^\circ$	1	3
24	г	30	30-j30	$30 \angle 90^\circ$	-j5	2
25	д	$10\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j20	$40 \angle 90^\circ$	1	2
26	а	16	j32	$16\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j4	3
27	б	30	j30	$30\sqrt{2} \angle 45^\circ$	-j2,5	3
28	в	$9 \angle 90^\circ$	9-j18	$18 \angle 270^\circ$	1	1
29	г	50	50-j50	$50 \angle 90^\circ$	-j5	3
30	д	$20\sqrt{2} \angle -45^\circ$	-j40	$80 \angle 90^\circ$	1	3

Исходные данные (параметры элементов и частота)

№ строки	R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом	L_1 мГн	L_2 мГн	L_3 мГн	C_1 мкФ	C_2 мкФ	k
1	1	1	1	1	1	1	500	–	1
2	2	1	1	5	2,5	–	1250	2500	0,4
3	3	3	3	0,6	0,3	–	16,7	33,3	10
4	2	3	2	2	1	–	500	333	1
5	2	2	4	2,5	2,5	–	1250	2500	0,4
6	1,5	1,5	1,5	0,75	0,75	0,75	167	–	2
7	4	2	2	8	4	–	500	1000	0,5
8	15	15	15	5	2,5	–	5,55	11,11	6
9	4	6	4	0,8	0,4	–	50	33	5
10	4	4	8	4	4	–	500	1000	0,5
11	0,5	0,5	0,5	0,125	0,125	0,125	250	–	4
12	1	0,5	0,5	1,67	0,83	–	1670	3333	0,6
13	6	6	6	1,33	0,67	–	9,25	18,5	9
14	1	1,5	1	0,5	0,25	–	500	333	2
15	6	6	12	5	5	–	278	556	0,6
16	3	3	3	1	1	1	55,6	–	3
17	8	4	4	11,42	5,71	–	178,5	357	0,7
18	12	12	12	3,43	1,71	–	5,95	11,9	7
19	8	12	8	2	1	–	31,3	20,8	4
20	8	8	16	5,72	5,72	–	178	356	0,7
21	2	2	2	0,4	0,4	0,4	50	–	5
22	6	3	3	7,5	3,75	–	208	416	0,8
23	30	30	30	12	6	–	3,33	6,67	5
24	6	9	6	1	0,5	–	27,8	18,5	6
25	10	10	20	6,25	6,25	–	125	250	0,8
26	4	4	4	0,667	0,667	0,667	20,81	–	6
27	12	6	6	13,33	6,7	–	92,5	185	0,9
28	9	9	9	2,25	1,125	–	6,95	13,9	8
29	10	15	10	10	5	–	100	66,7	1
30	20	20	40	11,1	11,1	–	55,5	111	0,9

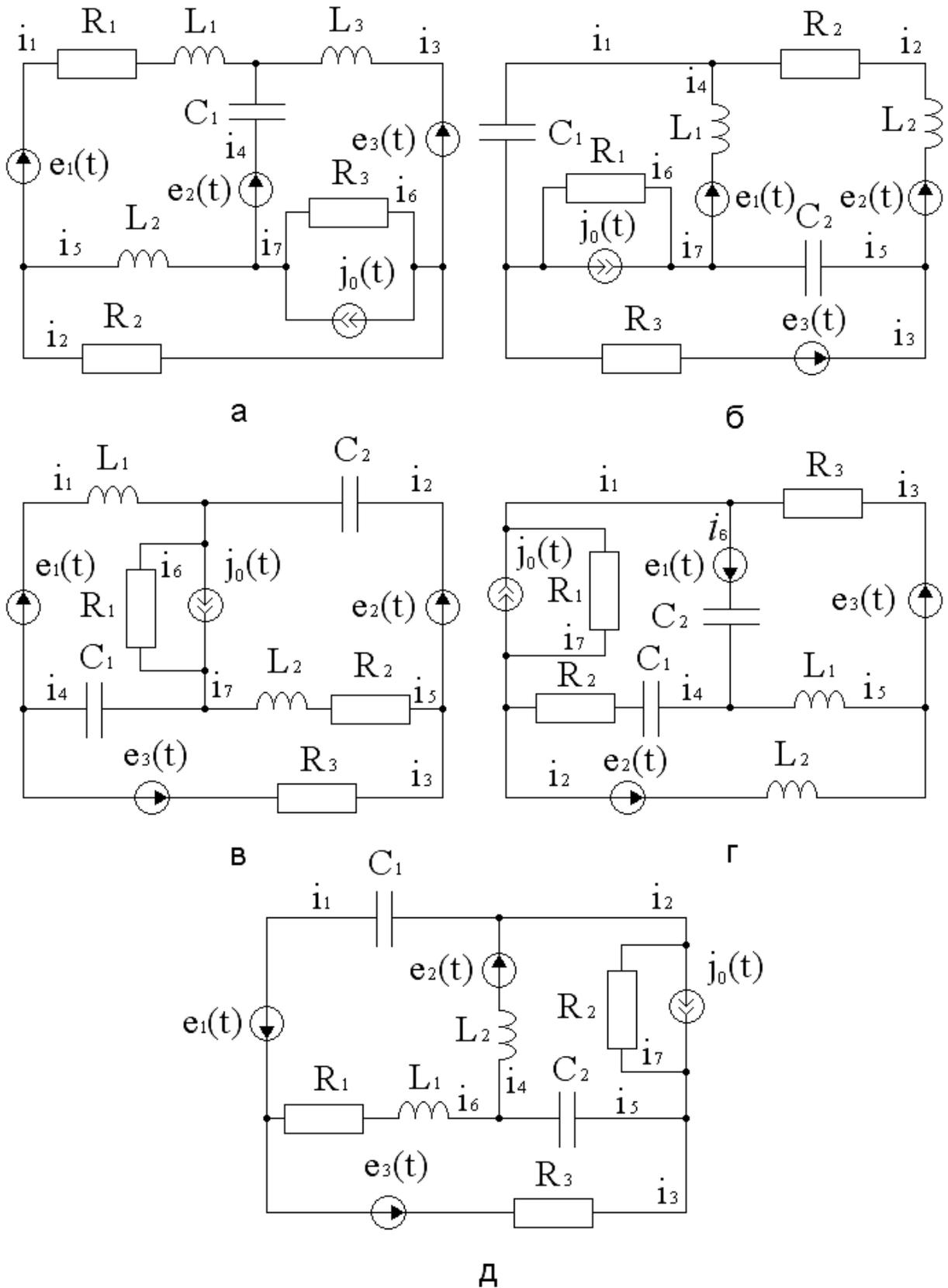


Рисунок 2.1 - Модели цепей

3. ЗАДАНИЕ НА РАСЧЕТ

3.1 Составить математические модели цепи (ММЦ) на основе заданной схемы относительно токов ветвей:

- для мгновенных значений при действии источников сигнала $e(t)$ и $j(t)$ произвольной формы,
- для комплексных значений при действии источников гармонических сигналов

$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \text{ и } j(t) = J_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

при условии, что все источники работают на одной и той же частоте ω ,

- для постоянных значений при действии источников постоянных сигналов

$$e(t) = E = const \text{ и } j(t) = J = const.$$

3.2 Записать уравнения баланса мощностей для мгновенных значений и для комплексных значений.

3.3 При действии постоянных источников E и J вычислить все токи и напряжения. Проверить выполнение баланса мощностей.

3.4 Вычислить значения входного сопротивления на постоянном токе и частоте $\omega \rightarrow \infty$ относительно зажимов подключения источника сигнала, заданного значением n (таблица 2.1), полагая значения всех остальных источников равными нулю.

3.5 Рассчитать комплексное значение тока в заданной ветви схемы в установившемся режиме при действии гармонических источников сигнала методами контурных токов и узловых потенциалов.

3.6 Записать мгновенное значение искомого тока.

3.7 Вычислить значения активной и реактивной мощностей в заданной ветви схемы.

3.8 Определить, при каком сопротивлении исследуемой ветви выделяемая в ней активная мощность будет максимальна. Вычислить значение этой максимальной мощности.

3.9 Сделать выводы по работе.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Пояснительная записка по расчетной части должна включать:

- 1) исходную модель цепи с указанием условно положительного направления всех токов ветвей схемы, обозначением элементов R , L , C и источников сигнала $e(t)$ и $j(t)$;

2) модель цепи в соответствии с методом комплексных амплитуд для составления математической модели по методу токов ветвей (с сохранением генератора тока).

3) модель цепи при действии постоянных источников E и J ;

4) две модели цепи в символической форме для расчета методом контурных токов с обозначением искомого тока ветви, контурных токов,

комплексных сопротивлений элементов и источников э.д.с. \dot{E}_k :

а) схема с буквенными обозначениями $\dot{Z}_L, \dot{Z}_C, R, \dot{E}$

б) схема с численными значениями комплексных сопротивлений в омах и источников э.д.с. в алгебраической форме в вольтах без указания размерности на самой схеме;

5) две модели цепи в символической форме для расчета методом узловых потенциалов с обозначением номеров узлов, искомого тока ветви, комплексных

проводимостей ветвей и источников тока \dot{J}_k :

а) схема с буквенными обозначениями $\dot{Y}_L, \dot{Y}_C, Y_R, \dot{J}$

б) схема с численными значениями комплексных проводимостей в сименсах и источников тока в алгебраической форме в амперах без указания размерности на самой схеме;

б) модели, поясняющие метод эквивалентного генератора и все промежуточные эквивалентные преобразования, с указанием новых обозначений для группы элементов цепи;

7) модели цепи на крайних частотах диапазона для расчета $R_{вх}$.

5. ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

В выводах сформулировать определение математической модели цепи (ММЦ), сравнить количество искомым неизвестных в ММЦ по методу токов ветвей (МТВ), методу контурных токов (МКТ) и методу узловых потенциалов (МУП) и сделать заключение; обозначить область использования и сравнить количество искомым неизвестных для ММЦ по методу токов ветвей для мгновенных, комплексных и постоянных значений источников сигнала.

Отразить суть метода комплексных амплитуд, его достоинства и ограниченность применения; дать краткую характеристику использованных методов расчета сложных цепей и заключение о преимуществах того или иного метода применительно к заданной схеме и поставленной задаче. Сформулировать почему применение всех использованных методов ограничено классом линейных цепей.

6. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ

Перед выполнением работы и в процессе ее выполнения необходимо освоить и закрепить следующий материал.

Определение линейных элементов (ЛЭ), свойства ЛЭ, основные соотношения для ЛЭ, понятие ММЦ /1, с.3-40, 54-62, 129-134/, /2, с.18-61/, /3, с.9-27/, /4, с.10-22, 26-28/, /5, с.27-38/, /6, с.11-30, 35-44/, /7, с.5-17, 21-28/, /8, с.17-43/, /9, с.8-46, 54-59/.

Электрическая цепь, элементы (компоненты) цепи, параметры элементов цепи, идеализированные элементы (пассивные, источники тока и напряжения), рабочая модель. Определение установившегося (стационарного) режима.

Определение ЛЭ и линейной цепи (ЛЦ). Компонентные уравнения и мгновенная мощность идеализированных R -, L -, C -элементов. Топологические уравнения – уравнения баланса токов и баланса напряжений (законы Кирхгофа). Узел, число независимых узлов в схеме, контур, понятие независимый контур. Математическая модель цепи (ММЦ) как совокупность топологических и компонентных уравнений для рабочей модели цепи, а также в виде дифференциального уравнения. Вид дифференциального уравнения для ЛЦ. Баланс мощностей и его роль в расчете цепей.

Свойства ЛЭ и ЛЦ: линейность вольт-амперных характеристик, выполнение принципа наложения или суперпозиции (графическая иллюстрация и математическое выражение), сохранение формы гармонических колебаний (невозможность получения на выходе ЛЭ и ЛЦ колебаний с новыми частотами).

Метод комплексных амплитуд (МКА) /1, с.63-111/, /2, с.80-96/, /3, с.28-34, 48-56/, /4, с.37-62, 69-70/, /5, с.83-117/, /6, с.115-130, 140-144/, /7, с.68-97/, /8, с.71-74, 103-110/, /9, с.72-95, 108-118/.

МКА как разновидность символических методов, алгоритм работы символическим методом. Суть МКА, достоинства МКА – упрощение ММЦ (перевод интегрально-дифференциальных соотношений в алгебраические), ограниченность применения (только для линейных цепей, только в установившемся режиме и только при гармоническом воздействии). Понятие о комплексном сопротивлении и комплексной проводимости участка цепи, компонентные и топологические уравнения в комплексной форме, энергетические соотношения для цепи в комплексной форме, баланс мощности в комплексной форме. Условие отдачи максимальной активной мощности от генератора в нагрузку. Треугольники сопротивлений, проводимостей, мощностей. Алгоритм практического применения МКА. Векторные диаграммы токов и напряжений для последовательной и параллельной моделей одного и того же участка цепи.

Эквивалентные преобразования /1, с.111-129, 137-141/, /2, с.121-123, 153-156/, /3, с.60-79, 115-118/, /4, с.63-67, 71-77, 81-91/, /5, с.139-142, 149-159/, /6, с.50-57, 137-140/, /7, с.138-142/, /8, с.145-158/, /9, с.95-108, 119-147, 150-155/.

Определение эквивалентности двух моделей или участков цепи. Эквивалентное сопротивление и проводимость нескольких последовательно и параллельно соединенных элементов рабочей модели и вытекающие из них выражения для $L_{экв}$ и $C_{экв}$. Взаимный пересчет звезды и треугольника сопротивлений, генераторов тока и напряжения. Развязка взаимноиндуктивностей при согласном и встречном последовательном, параллельном и трансформаторном включении катушек индуктивности. Понятие входного сопротивления по отношению к некоторым «зажимам» как эквивалентного сопротивления рабочей модели по отношению к этим «зажимам».

Методы расчета электрических цепей /1,с.199-231, 105-107/, /2,с.113-135, 138-148, 150,151, 156-158/, /3,с.57, 80-88, 95-100/, /4,с.91-104, 118-121/, /5,с.39-82, 143-149/, /6,с.57-73/, /7,с.120-135/, /8,с.40-61, 111-116/, /9,с.224-242, 260-263/.

Ограничения по применению метода эквивалентных преобразований и метода, основанного на непосредственном применении законов Кирхгофа (число уравнений ММЦ равно числу различных токов ветвей), относительно простыми цепями.

Методы анализа сложных электрических цепей: метод контурных токов (МКТ) и метод узловых потенциалов (МУП). Упрощение ММЦ за счет введения понятий контурного тока и узлового напряжения (потенциала). Типовые ММЦ на основе МКТ и МУП, их решение методом Крамера. Требования к типу источников сигнала и выбору условно-положительного направления токов и напряжений.

Определение тока в отдельной ветви сложной цепи на основе теоремы об эквивалентном генераторе; суть теоремы об эквивалентном генераторе и ее использование для обеспечения $P_{Аmax}$ на заданном участке сложной цепи.

Выполнение баланса мощностей – гарантия верного расчета токов и напряжений в цепи.

Понятие постоянного тока как частного случая гармонических колебаний при $\omega=0$. Эквивалентная модель цепи на постоянном токе. Общность методов расчета цепи на постоянном токе и при гармоническом воздействии.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

7.1 ММЦ по методу токов ветвей

ММЦ составить для заданной схемы без преобразования генератора тока в генератор напряжения (см. пример расчета и рисунки 8.1 – 8.4).

На схеме должны быть пронумерованы узлы и обозначены контура с выбранным направлением обхода. Балансные уравнения токов и напряжений

должны быть соответственно пронумерованы: 1 узел, 2 узел, . . . ; I конт., II конт.

Для каждого характера воздействия составить свою схему с соответствующими обозначениями:

мгновенные значения	комплексные значения	постоянные значения
e, i, u, j	$\dot{E}, \dot{I}, \dot{U}, \dot{J}$	E, I, U, J

Постоянные значения источников принять равными амплитудам соответствующих гармонических колебаний:

$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad E_{\text{ист}} = E_m.$$

Для получения эквивалентной схемы на постоянном токе ($\omega = 0$), учесть, что сопротивление индуктивного элемента обращается в ноль,

$$\omega L = 0 \quad \begin{array}{c} \dot{I}_L \quad Z_L=0 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \dot{U}_L=0 \end{array}$$

а сопротивление емкостного в бесконечность.

$$\frac{1}{\omega C} = \infty \quad \begin{array}{c} \dot{I}_C=0 \quad |Z_C|=\infty \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \dot{U}_C \end{array}$$

В ММЦ на постоянном токе войдут сопротивления R , источники E, J_0 , токи I_L, I_R , а вместо $I_C = 0$ напряжение на емкости U_C .

Методы расчета линейных цепей при гармоническом и постоянном воздействии в общем случае одинаковы, т.к. постоянный ток можно рассматривать как частный случай гармонического колебания при $\omega = 0$.

Некоторые возможные особенности расчета цепей на постоянном токе изложены в /2, с.156-158/.

Из ММЦ по МТВ для комплексных значений по желанию студента может быть вычислен искомый ток. Для этого необходимо вычислить значения

$$Z_L = j\omega L \quad \text{и} \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}, \quad \text{упорядочить уравнения по}$$

индексам токов, записать в матричной форме и рассчитать искомый ток по методу Крамера.

У к а з а н и е : для ряда исходных значений L и C , например 0,667, 3333 и т.п., значения \dot{Z}_L и \dot{Z}_C могут получаться вида $j4,02$ или $j3,98$, $-j8,01$ или $-j7,98$ Ом. В этих случаях следует принять $\dot{Z}_L = j4$, $Z_C = -j8$ Ом и использовать эти значения во в с е й д а л ь н е й ш е й р а б о т е.

7.2 Расчет тока по МКТ и МУП

При расчете по методам контурных токов и узловых потенциалов соответствующие т и п о в ы е системы уравнений /1,с.205-212/, /9,с.229-242/ должны быть составлены с использованием метода комплексных амплитуд в общем виде и в цифровом и соответствовать схемам раздела 4 (п. 4) и (п. 5).

Составлению требуемых ММЦ должны предшествовать определенные подготовительные этапы.

Для метода к о н т у р н ы х т о к о в:

- 1) расчет комплексных сопротивлений Z_L и Z_C (см. «указание» п. 7.1);
- 2) эквивалентное преобразование генераторов тока в генераторы напряжений;
- 3) запись значений задающих э.д.с. в комплексной алгебраической форме;
- 4) изображение нового варианта модели цепи с учетом предыдущих действий;
- 5) выбор и указание на модели контурных токов и искомого тока, запись искомого тока через соответствующие контурные;

В н и м а н и е ! Типовая система предполагает, что все направления контурных токов (направления обхода контуров) выбраны одинаковыми: либо по ходу часовой, либо против хода часовой стрелки. Однако, если используется внешний контур схемы, направление его контурного тока (обхода) следует выбрать обратным тому, что принято во всех других контурах, тогда знаки в типовой системе сохраняются: собственные сопротивления контуров включают сопротивления элементов с «родными» знаками, а взаимные – с обратными.

- б) расчет собственных и взаимных сопротивлений контуров, а также суммарных э.д.с. каждого контура.

Для метода у з л о в ы х н а п р я ж е н и й :

1) эквивалентное преобразование генераторов напряжения в генераторы тока, комплексные значения которых записываются в алгебраической форме;

З а м е ч а н и е: обратите внимание на случай эквивалентного преобразования, когда последовательно с источником э.д.с. включены два разнотипных элемента, например, как на рис. 7.1.

Преобразования, когда последовательно с источником э.д.с. включены два разнотипных элемента, например, как на рис. 7.1.

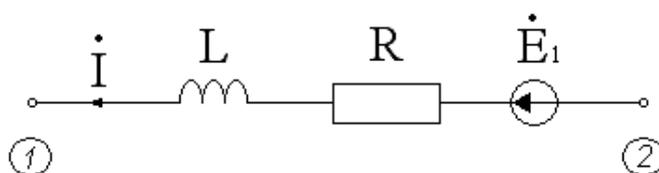


Рисунок 7.1

Эквивалентные генераторы тока при этом могут быть получены разными способами, как видно из рис. 7.2 и 7.3.

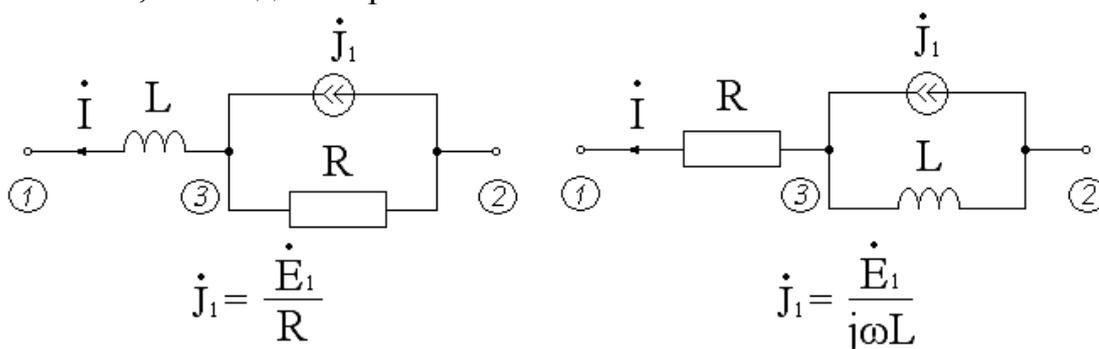


Рисунок 7.2

Преобразования, показанные на рис. 7.2, ведут к образованию нового узла 3.

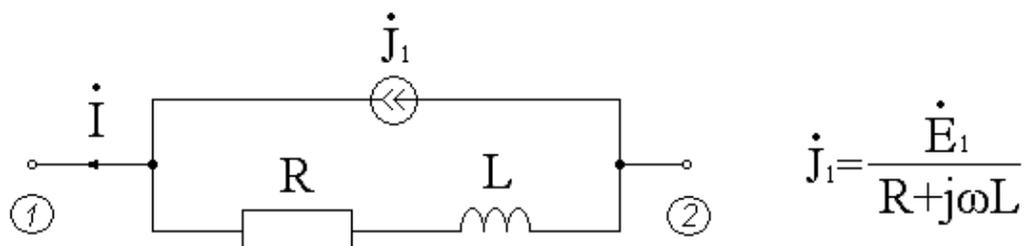


Рисунок 7.3

Выбор варианта – дело автора работы, обоснование выбора должно быть приведено в тексте ПЗ.

2) расчет комплексных проводимостей ветвей (часто результат выгоднее оставить в виде простых дробей, а не десятичных);

- 3) изображение нового варианта модели с учетом предыдущих действий;
 4) выбор опорного узла и нумерация всех остальных узлов, указание направления искомого тока ветви и выражение его через соответствующие узловые потенциалы;

В н и м а н и е : если рассчитывается ток одной ветви, выгоднее за опорный узел принять один из узлов, связанных с этой ветвью; рекомендуется тот узел, к которому направлен искомый ток. Опорному узлу присваивается нулевой номер. **Н е р а ц и о н а л ь н ы й** выбор опорного узла не использовать!

- 5) расчет собственных и взаимных проводимостей узлов (не стремитесь обязательно перейти от простых дробей к десятичным);
 б) вычисление суммарных задающих токов в узлах (ток, подтекающий к узлу, берется со знаком «+», оттекающий от узла – со знаком «-»).

Составленные в общем виде ММЦ следует проверить на соблюдение размерности, а ММЦ в цифровом виде проанализировать с целью их «упрощения»: коэффициенты в уравнениях по МКТ иногда удается сократить на общий множитель, а в коэффициента в уравнениях по МУП превратить в целые числа путем умножения на общий множитель.

ММЦ с «удобными» цифровыми коэффициентами, составленные по МКТ и МУП, следует представить в матричной форме и решить относительно искомым контурных токов или узловых потенциалов по формулам Крамера /1,с.206, 212/, /9,с.233-234, 239-240/.

При вычислении определителей и алгебраических дополнений должно быть ясно из записи к а к это делалось (прямой способ вычисления или раскрытие по элементам строки или столбца).

Например, определитель раскрыт по элементам третьего столбца:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 0 + 3 \cdot (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 9$$

Для закрепления навыков работы с комплексными числами определители вычислять без использования ЭВМ (как минимум в МКТ). Во всех расчетах, связанных с вычислением матричных уравнений, использовать метод Крамера и указывать численные значения определителей для числителя и знаменателя искомой величины.

7.3 Использование теоремы об эквивалентном генераторе

Решить задачу подбора сопротивления заданной ветви с целью выделения в ней максимальной активной мощности можно с помощью теоремы об эквивалентном генераторе. Для этого заданная ветвь (та, для которой вычислялся ток) удаляется, а оставшаяся часть схемы заменяется эквивалентным генератором. В этом случае задача сводится к известному соединению генератор – нагрузка (рисунок 7.4).

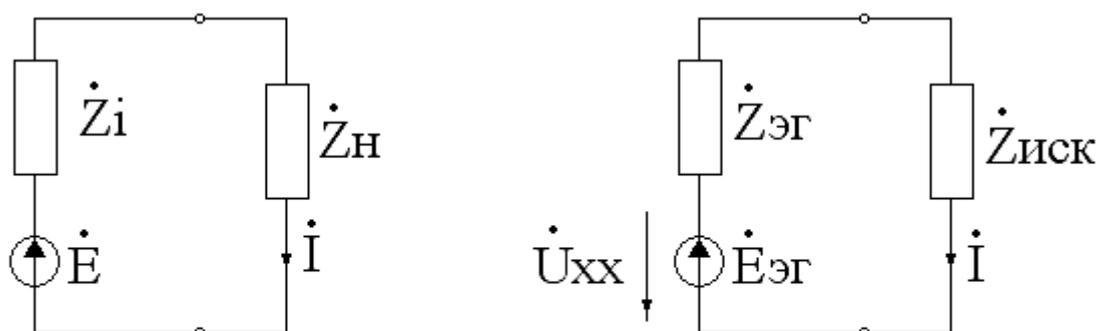


Рисунок 7.4

Условие отдачи $P_{\text{Аmax}}$ в нагрузку

$$\dot{Z}_H = \dot{Z}_i^* \quad \text{или} \quad \dot{Z}_{\text{иск}} = \dot{Z}_{\text{ЭГ}}^*$$

$\dot{U}_{\partial\partial} = \dot{A}_{\dot{Y}}$ при отключенной ветви, $\dot{U}_{\text{ХХ}}$ направляют «по току» отключаемой ветви.

$Z_{\text{ЭГ}}$ – входное сопротивление схемы, заменяемой на эквивалентный генератор, со стороны отключенной ветви.

В отличие от МКТ и МУП, для которых при использовании типовых ММЦ существует жесткий алгоритм действий, $\dot{U}_{\text{ХХ}}$ и $Z_{\text{ЭГ}}$ могут быть найдены различными способами.

$\dot{U}_{\text{ХХ}} = \dot{E}_{\text{ЭГ}}$ может быть найдено по схеме после удаления соответствующей ветви с использованием:

- законов Ома и Кирхгофа для относительно простых схем,
- МУП или МКТ для более сложных схем.

$Z_{\text{ЭГ}}$ может быть определено как $\frac{\dot{U}_{\text{ХХ}}}{\dot{I}_{\text{КЗ}}}$, где $\dot{I}_{\text{КЗ}}$ – ток короткого замыкания в переключке на месте отключенной ветви.

замыкания в переключке на месте отключенной ветви.

$Z_{ЭГ}$ может быть определено как $Z_{\dot{A}\dot{O}}$ в схеме с «обнуленными» независимыми источниками (ИН закорачивают, ИТ изображают как разрыв). Далее в зависимости от сложности схемы можно воспользоваться:

- эквивалентными преобразованиями (при наличии управляемых источников не применимо),

- МУП с подключением пробного источника $\dot{J}_{\dot{I}D}$,

- МКТ с подключением пробного источника $\dot{E}_{\dot{I}D}$.

И, наконец, $\dot{E}_{ЭГ}$ и $Z_{ЭГ}$ могут быть получены в результате эквивалентных преобразований ветвей с независимыми источниками. В частности для заданных схем это преобразование активной звезды в активный треугольник или наоборот. Последний способ не применим к схемам с управляемыми источниками.

В н и м а н и е : желательно, чтобы $\dot{A}_{\dot{Y}\dot{A}}$ и $Z_{\dot{Y}\dot{A}}$ было определено любыми двумя способами. Способ расчета выбирает сам студент.

Если удаляемая ветвь ($\dot{E}_2 Z_2$) (рис. 7.5) содержала источник и он был удален вместе с пассивным элементом, то при восстановлении схемы, подобной рисунку 7.4, источник должен быть «восстановлен» как это показано на рисунке 7.5.

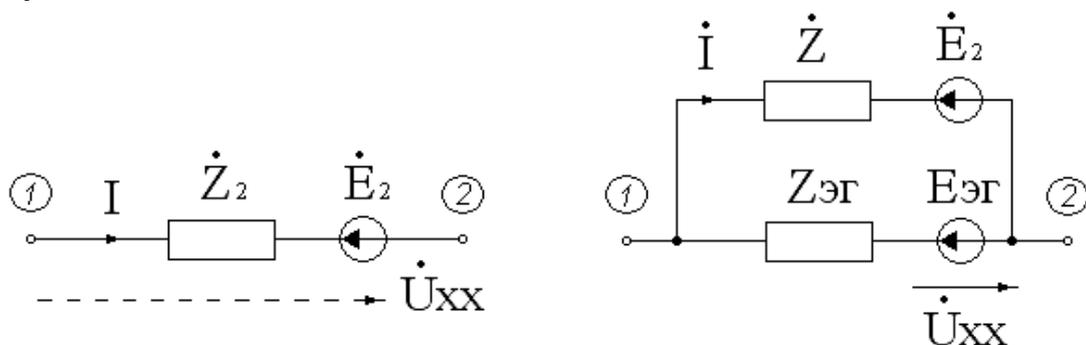


Рисунок 7.5

Если $Z = Z_2$, т.е. прежнему сопротивлению ветви, то \dot{I} должен быть таким же, как по методам МКТ и МУП (если $\dot{E}_{ЭГ}$ и $Z_{ЭГ}$ вычислены верно).

Если $Z = Z_{ЭГ}^*$, то новый ток $\dot{I}_{НОВ}$ обеспечит P_{Amax} на $R_{ЭГ}$
 $(Z_{ЭГ} = R_{ЭГ} - jX_{ЭГ})$.

7.4 Расчет комплексной мощности

Выражение $\dot{P}_S = \pm \dot{U} \dot{I}^* = P_A + jP_P$ применимо к расчету комплексной мощности любого пассивного элемента, источников тока и напряжения, а также участка цепи или всей цепи, если $\dot{U} = \dot{U}_{BX}$, $\dot{I} = \dot{I}_{BX}^*$. Для пассивных элементов возможны ряд других выражений, в частности,

$$\dot{P}_S = \left| \dot{I} \right|^2 Z.$$

В задании требуется вычислить комплексную мощность ветви, а после подбора оптимального сопротивления этой же ветви вычислить P_{Amax} . Очевидно, что необходимо сравнить активную мощность до и после подбора оптимального сопротивления.

Поэтому \dot{P}_S ветви с источником сигнала лучше считать как \dot{P}_S источника плюс \dot{P}_S пассивного элемента, т.к. P_{Amax} вычисляется только для пассивного элемента и сопоставлять надо активную мощность P_A на пассивных элементах.

7.6 Мгновенное значение искомого тока

Убедившись, что все методы дали одинаковое значение комплексного тока в заданной ветви, следует перейти к выражению для мгновенного значения искомого тока. При этом обратите внимание на два момента:

1) в каких значениях (амплитудных или действующих) использовались ток и э.д.с. задающих источников и, следовательно, определен модуль искомого тока;

2) на правильность определения аргумента при переходе от алгебраической формы комплексного тока к показательной.

Для исключения ошибок при записи выражения для аргумента всегда сохраняйте знаки вещественной и мнимой части (не выносите их перед дробью, не сокращайте), это позволяет представить комплексное число на комплексной плоскости и «увидеть» значение искомого угла.

Например, $\dot{I} = (-0,6 - j0,8) \text{ A}$ (рисунок 7.6)

$$\varphi_1 = \text{Arg } \dot{I} = \text{arctg} \frac{-0,8}{-0,6} = 223^\circ = \pi + \psi$$

где
$$\psi = \text{arctg} \frac{|\text{Im}|}{|\text{Re}|} = 223^\circ = \text{arctg} \frac{0,8}{0,6},$$

$$i(t) = \text{Re} \left[\dot{I}_m \cdot e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[I_m \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\omega t} \right],$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_1).$$

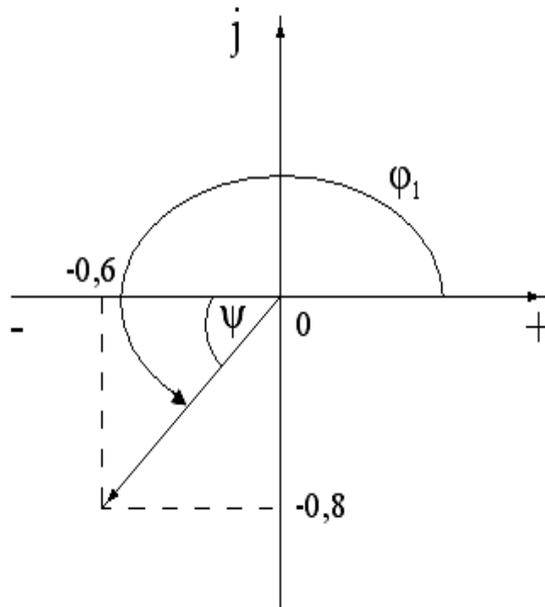


Рисунок 7.6

8. ПРИМЕР РАСЧЕТА

8.1 Исходные данные

Параметры цепи (рис. 8.1): $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_{\Gamma} = 4 \text{ Ом}$,
 $L = 1 \text{ мГн}$, $C = 25 \text{ мкФ}$;

Источники:

а) $e(t), j_0(t)$ – произвольной формы;

б) гармонические колебания $e(t) = 10\sqrt{2} \cos(10^4 t + 90^\circ) \text{ В}$
 $j_0(t) = 2\sqrt{2} \cos 10^4 t \text{ А}$

в) постоянные $e(t) = E = 10\sqrt{2} \text{ В}$
 $j_0(t) = J_0 = 2\sqrt{2} \text{ А}$

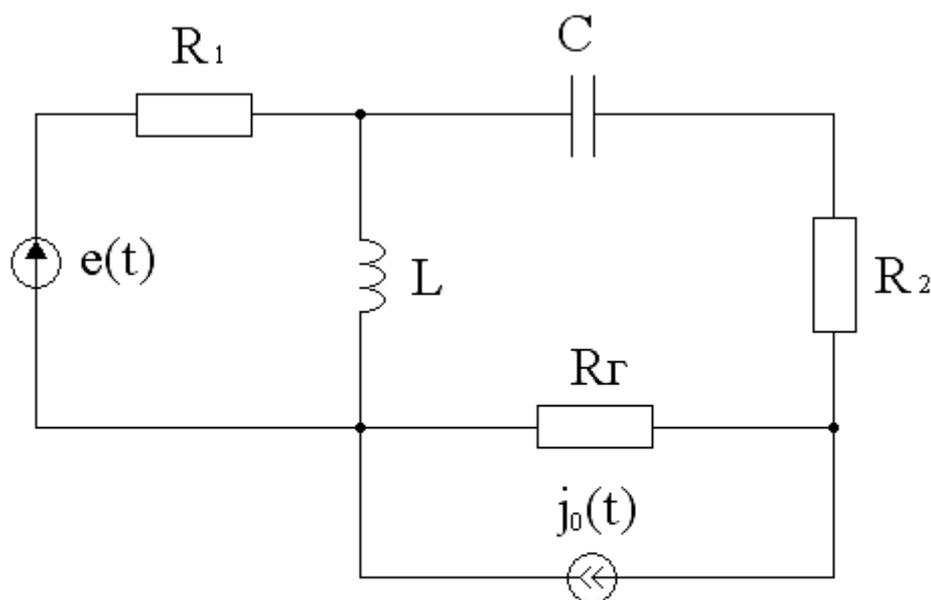


Рисунок 8.1

8.2 ММЦ по методу токов ветвей

Выберем направления токов ветвей, пронумеруем узлы, укажем направление обхода контуров

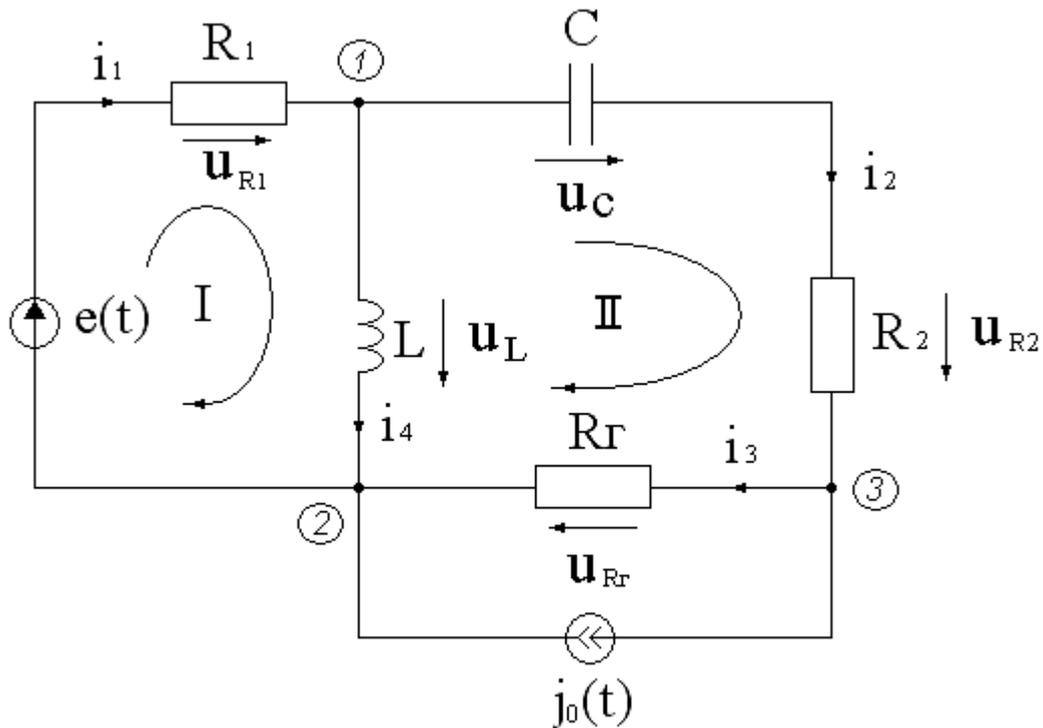


Рисунок 8.2

A) $e(t)$ и $j_0(t)$ – источники произвольной формы.

В схеме четыре неизвестных тока, следовательно необходимо составить уравнения: два по I закону Кирхгофа и два по II закону Кирхгофа.

$$1 \text{ узел} \quad i_1 - i_2 - i_4 = 0$$

$$2 \text{ узел} \quad -i_1 + i_4 + i_3 + j_0(t) = 0$$

$$I \text{ конт.} \quad u_{R1} + u_{L1} = e(t)$$

$$II \text{ конт.} \quad u_C + u_{R2} + u_{Rr} - u_L = 0$$

После подстановки компонентных уравнений (КУ) получим систему, позволяющую найти токи ветвей:

$$i_1 - i_2 - i_4 = 0$$

$$-i_1 + i_4 + i_3 = -j_0(t)$$

$$i_1 R_1 + L \frac{di_4}{dt} = e(t)$$

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_2 dt + i_2 R_2 + i_3 R_{\bar{A}} - L \frac{di_4}{dt} = 0$$

Б) $e(t)$, $j_0(t)$ – гармонические колебания одинаковой частоты.

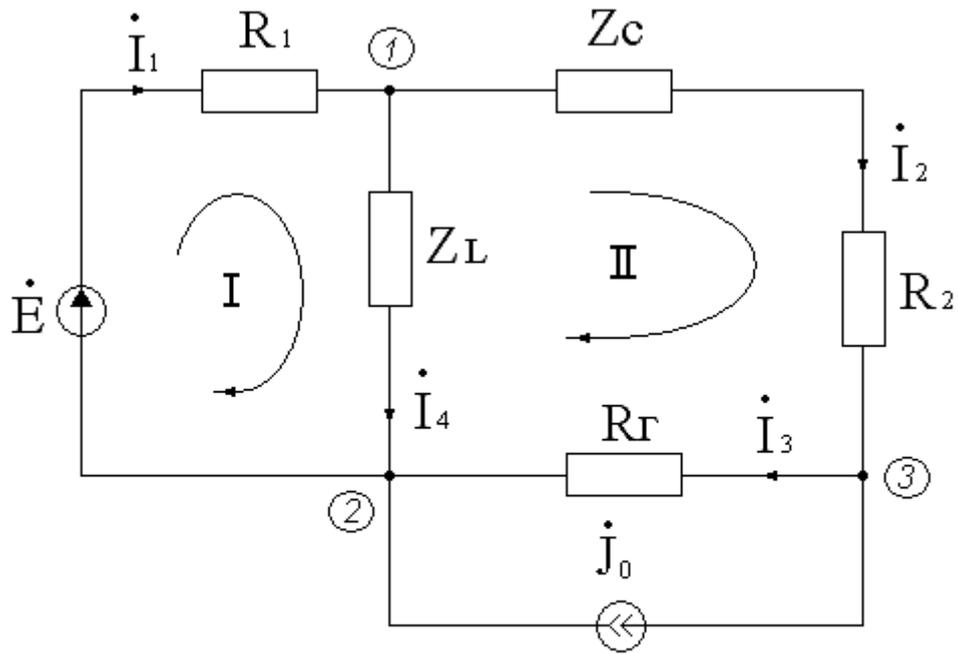


Рисунок 8.3

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_4 &= 0 \\ -\dot{I}_1 + \dot{I}_4 + \dot{I}_3 &= -\dot{J}_0 \\ \dot{I}_1 R_1 + j\omega L \cdot \dot{I}_4 &= \dot{E} \\ \dot{I}_2 \frac{1}{j\omega C} + \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_3 R_\Gamma - j\omega L \cdot \dot{I}_4 &= 0 \end{aligned}$$

В) $e(t) = E$, $j_0(t) = J_0$ – источники постоянного напряжения и постоянного тока.

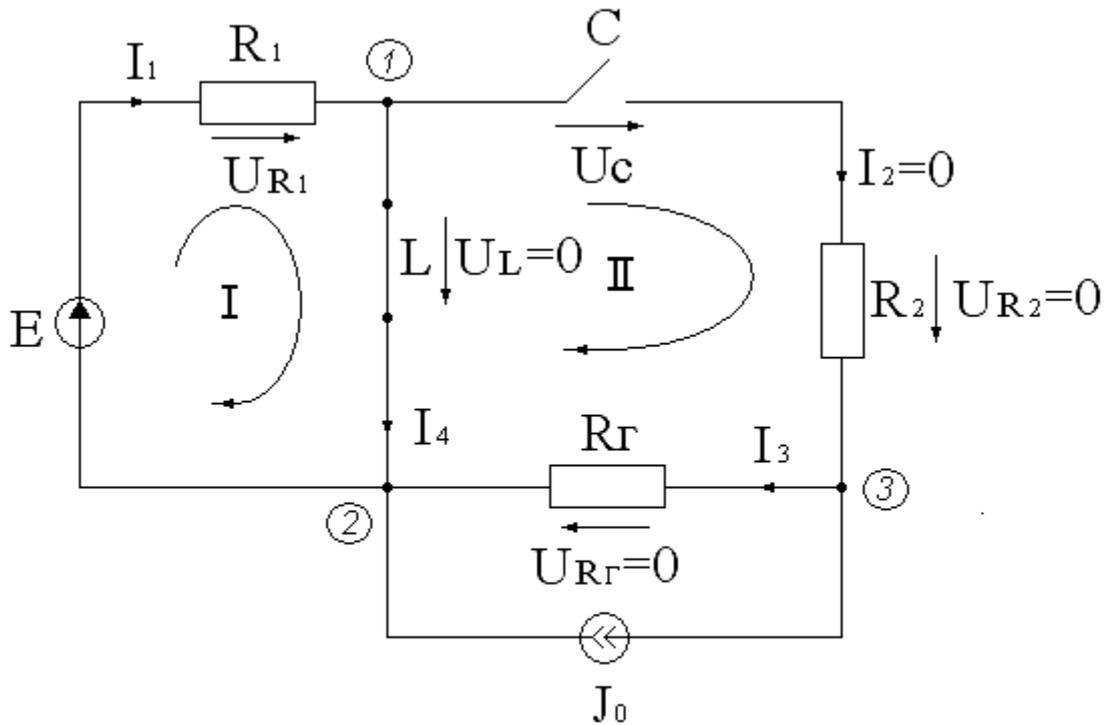


Рисунок 8.4

1 узел	$I_1 - I_4 = 0$, т.к. $I_2 = 0$
2 узел	$-I_1 + I_4 + I_3 + J_0 = 0$
I конт.	$I_1 R_1 = E$
II конт.	$I_3 R_\Gamma + U_C = 0$

Решение:

$$I_1 = I_4 = \frac{E}{R_1};$$

$$I_3 = -J_0;$$

$$U_C = R_\Gamma \cdot J_0$$

8.3 Расчет тока $\dot{i}_2(t)$ при действии источников гармонических колебаний

Так как режим установившийся, а воздействие – гармонические сигналы, задачу следует решать с использованием МКА:

$$e(t) \rightarrow \dot{E} = 10 \cdot e^{j90^\circ} = j10 \text{ В},$$

$$j_0(t) \rightarrow \dot{J} = 2 \cdot e^{j0^\circ} = 2 \text{ А},$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 10^4 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = -j4 \text{ Ом},$$

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} = j10 \text{ Ом}.$$

8.3.1 Решение методом контурных токов.

Действуем в соответствии с указаниями подраздела 7.2 для МКТ.
Пересчет генератора тока в генератор напряжения

$$\dot{E}_0 = \dot{J}_0 \cdot R_\Gamma = 2 \cdot 4 = 8 \text{ В}$$

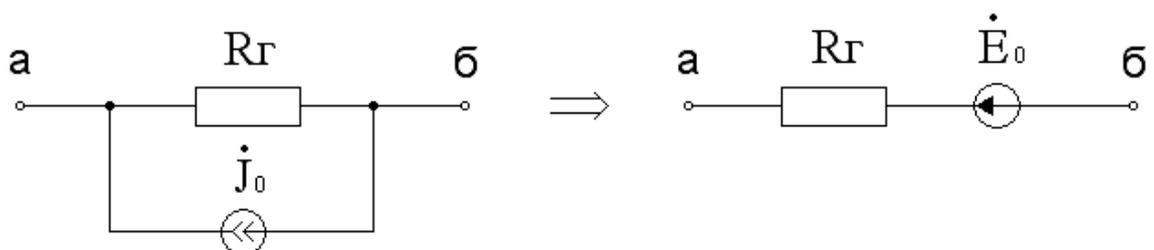


Рисунок 8.5

Эквивалентные модели цепи для МКТ представлены на рисунке 8.6.

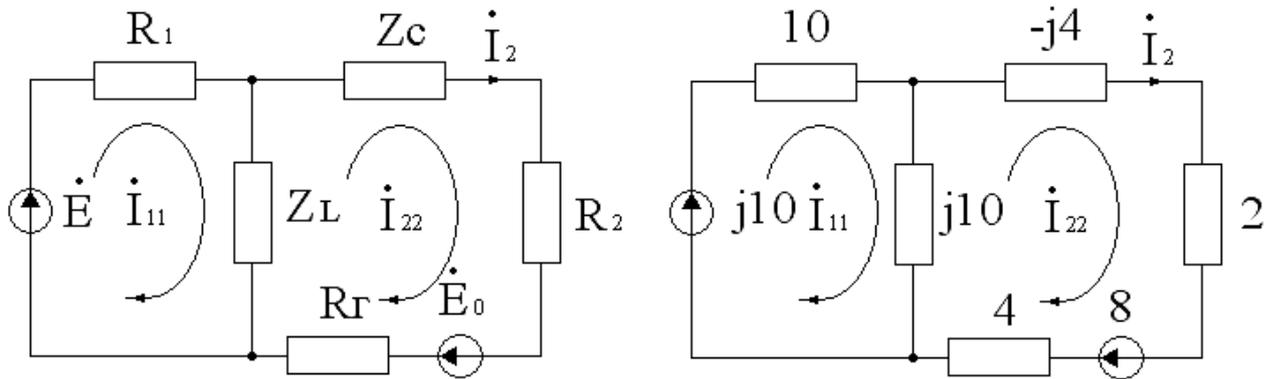


Рисунок 8.6

Искомый ток $\dot{I}_2 = \dot{I}_{22}$

Типовая ММЦ по МКТ в общем виде

$$(R_1 + Z_L)\dot{I}_{11} - Z_L \cdot \dot{I}_{22} = \dot{E}$$

$$-Z_L \cdot \dot{I}_{11} + (Z_L + Z_C + R_\Gamma + R_2) \cdot \dot{I}_{22} = \dot{E}_0$$

Собственные сопротивления контуров Z_{11} и Z_{22} и взаимное сопротивление Z_{12} в омах

$$Z_{11} = R_1 + Z_L = 10 + j10$$

$$Z_{22} = Z_L + Z_C + R_\Gamma + R_2 = 6 + j6$$

$$Z_{12} = Z_{21} = -Z_L = -j10$$

Так как в каждом контуре по одному источнику, суммарные э.д.с. каждого контура

$$\dot{E}_{11} = \dot{E} = j10 \text{ В}$$

$$\dot{E}_{22} = \dot{E}_0 = 8 \text{ В}$$

Типовая ММЦ в цифровой форме

$$(10 + j10) \cdot \dot{I}_{11} - j10 \cdot \dot{I}_{22} = j10$$

$$-j10 \cdot \dot{I}_{11} + (6 + j6) \cdot \dot{I}_{22} = 8$$

Разделим первое уравнение на десять, а второе на два

$$\begin{aligned}(1+j1) \cdot \dot{I}_{11} - j1 \cdot \dot{I}_{22} &= j1 \\ -j5 \cdot \dot{I}_{11} + (3+j3) \cdot \dot{I}_{22} &= 4\end{aligned}$$

ММЦ в матричной форме

$$\begin{vmatrix} 1+j1 & -j1 \\ -j5 & 3+j3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j1 \\ 4 \end{vmatrix}$$

По правилу Крамера искомый ток

$$\dot{I}_{22} = \dot{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1+j1 & j1 \\ -j5 & 4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

где Δ - определитель матрицы сопротивлений

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1+j1 & -j1 \\ -j5 & 3+j3 \end{vmatrix} = (1+j1) \cdot (3+j3) - (-j1) \cdot (-j5) = 5+j6$$

аналогично вычисляем $\Delta_2 = -1+j4$.

Тогда

$$\dot{I}_{22} = \dot{I}_2 = \frac{-1+j4}{5+j6} = \frac{\sqrt{17} \cdot e^{j104^\circ}}{\sqrt{61} \cdot e^{j50,2^\circ}} = 0,528 \cdot e^{j53,8^\circ}$$

8.3.2 Решение методом узловых потенциалов.

Действуем в соответствии с указаниями подраздела 7.2 для МУП.
Пересчитаем генератор напряжения в генератор тока

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}}{R_1} = \frac{j10}{10} = j1 \text{ A}$$

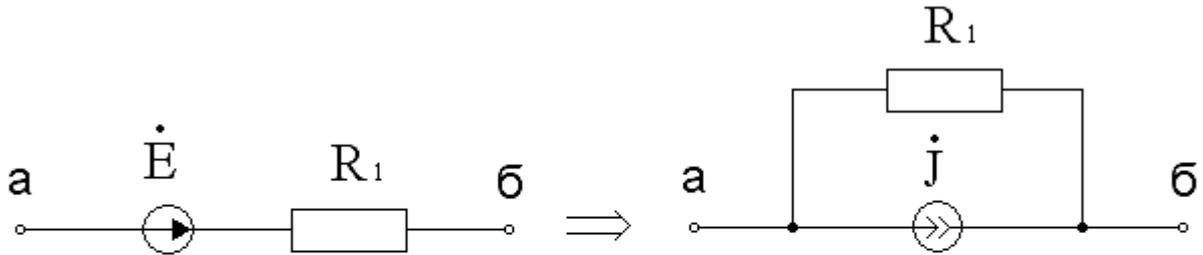


Рисунок 8.7

Проводимости ветвей в комплексной форме в сименсах

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0,1; \quad g_r = \frac{1}{R_r} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{j10} = -j0,1; \quad Y = \frac{1}{R_2 + Z_C} = \frac{1}{2 - j4} = 0,1 + j0,2$$

Эквивалентные модели цепи для МУП показаны на рисунке 8.8.

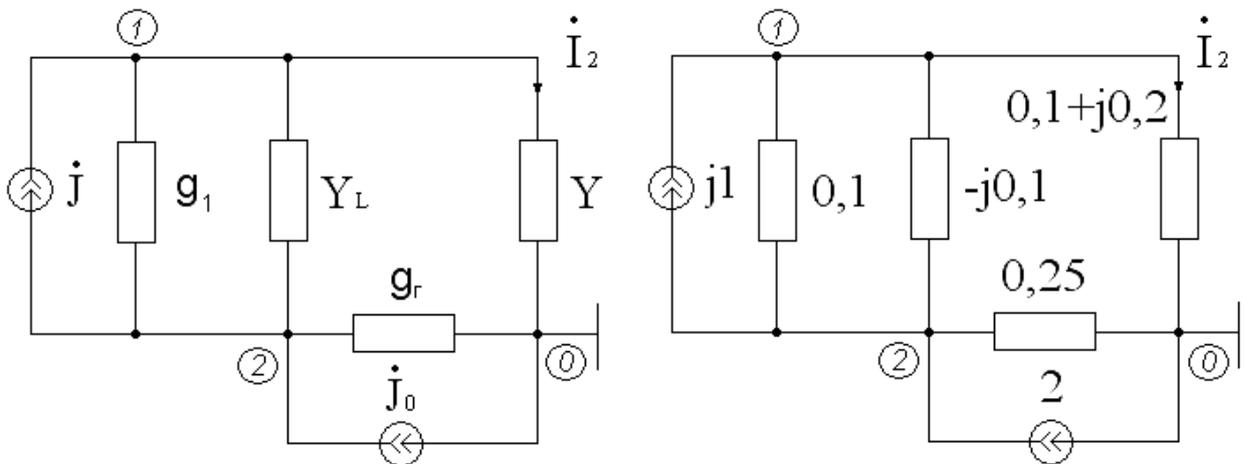


Рисунок 8.8

Сделанный выбор опорного узла обеспечивает ранее принятое направление искомого тока \dot{I}_2 в схеме и требует вычисления единственного узлового

потенциала \dot{U}_{10} при этом $\dot{I} = \dot{U}_{10} \cdot Y$.

Типовая ММЦ по МУП в общем виде

$$\begin{aligned} (g_1 + Y_L + Y) \cdot \dot{U}_{10} - (g_1 + Y_L) \cdot \dot{U}_{20} &= \dot{J} \\ -(g_1 + Y_L) \cdot \dot{U}_{10} + (g_1 + Y_L + g_\Gamma) \cdot \dot{U}_{20} &= \dot{J}_0 - \dot{J} \end{aligned}$$

Собственные проводимости узлов Y_{11} и Y_{22} и взаимная проводимость Y_{12} между узлами в сименсах

$$Y_{11} = g_1 + Y_L + Y = 0,2 + j0,1$$

$$Y_{22} = g_1 + g_\Gamma + Y_L = 0,35 - j0,1$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -(g_1 + Y_L) = -0,1 + j0,1$$

Суммарные задающие токи узлов в амперах

$$\dot{J}_{11} = \dot{J} = j1, \quad \dot{J}_{22} = \dot{J}_0 - \dot{J} = 2 - j1$$

Типовая ММЦ по МУП в цифровом виде

$$(0,2 + j0,1) \cdot \dot{U}_{10} + (-0,1 + j0,1) \cdot \dot{U}_{20} = j1$$

$$(-0,1 + j0,1) \cdot \dot{U}_{10} + (0,35 + j0,1) \cdot \dot{U}_{20} = j1$$

Умножив обе части каждого уравнения на десять, запишем в матричной форме

$$\begin{vmatrix} 2 + j1 & -1 + j1 \\ -1 + j1 & 3,5 - j1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j10 \\ 20 - j10 \end{vmatrix}$$

По правилу Крамера
$$\dot{U}_{10} = \frac{\Delta_1}{\Delta},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} 2 + j1 & -1 + j1 \\ -1 + j1 & 3,5 - j1 \end{vmatrix} = 8 + j3,5,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} j10 & -1 + j1 \\ 20 - j10 & 3,5 - j1 \end{vmatrix} = 20 + j5.$$

$$\dot{U}_{10} = \frac{20 + j5}{8 + j3,5} = 2,33 - j0,393 \text{ В}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \dot{U}_{10} \cdot Y = (2,33 - j0,393)(0,1 + j0,2) = 0,3115 + \\ &+ j0,426 = 0,528 \cdot e^{j53,8^\circ} \end{aligned}$$

8.3.3 Переход от \dot{I}_2 к $i_2(t)$

Теперь, когда результаты обоих методов совпали, перейдем к выражению для мгновенных значений искомого тока

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= 0,528 \cdot e^{j53,8^\circ} \text{ А}, \quad \dot{I}_{m2} = \sqrt{2} \cdot 0,528 \cdot e^{j53,8^\circ} \text{ А} \\ i_2(t) &= \text{Re} \left[\dot{I}_{m2} \cdot e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[\sqrt{2} \cdot 0,528 \cdot e^{j(10^4 t + 53,8^\circ)} \right] \text{ А} \\ i_2(t) &= \sqrt{2} \cdot 0,528 \cdot \cos(10^4 t + 53,8^\circ) \end{aligned}$$

8.4 Комплексная мощность ветви R_2C

$$\dot{P}_S = \left| \dot{I}_2 \right|^2 R_2 + \left| \dot{I}_2 \right|^2 Z_C = P_A + jP_P$$

$$\dot{P}_S = 0,528^2 \cdot 2 + 0,528^2 \cdot (-j4) = 0,557 - j1,115 \text{ ВА}$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_S &= \dot{U}_{\text{ветви}} \cdot \dot{I}_{\text{ветви}}^* = \dot{U}_{10} \cdot \dot{I}_2^* = (2,33 - j0,393)(0,3115 - \\ &- j0,426) = 0,557 - j1,115 \end{aligned}$$

В ветви выделяется активная мощность $P_A = 0,557 \text{ Вт}$.

8.5 Расчет оптимального сопротивления ветви для получения P_{Amax} .

Расчет P_{Amax} .

В соответствии с рис. 7.4 и указаниями подраздела 7.3 определяем $\dot{E}_{ЭГ}$ и $Z_{ЭГ}$ по схеме рис. 8.9

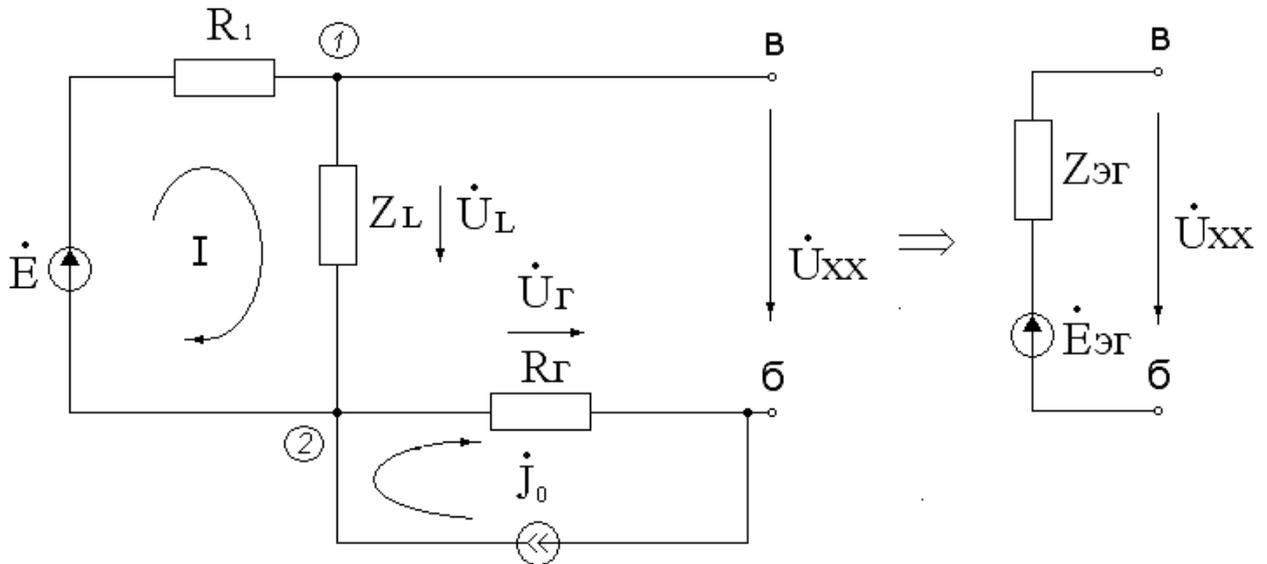


Рисунок 8.9

Определим значение $\dot{E}_{ЭГ}$;

$$\dot{E}_{ЭГ} = \dot{U}_{ХХ} = \dot{U}_{Г} + \dot{U}_{L} \quad (\text{по второму закону Кирхгофа})$$

$$\dot{U}_{Г} = \dot{J}_0 \cdot R_{Г} = 2 \cdot 4 = 8 \text{ В}$$

$$\dot{U}_{L} = \dot{I} \cdot Z_L = \frac{\dot{E} \cdot Z_L}{R_1 + Z_L} = \frac{j10 \cdot j10}{10 + j10} = -5 + j5 \text{ В}$$

$$\dot{E}_{ЭГ} = \dot{U}_{ХХ} = 3 + j5 \text{ В}$$

Определим $Z_{ЭГ}$ как входное сопротивление $Z_{БВ}$, для чего изобразим рабочую модель (рис. 8.10) с учетом того, что идеальный источник тока имеет бесконечно большое сопротивление, а идеальный источник напряжения нулевое сопротивление при «обнуленных» источниках.

$$Z_{\dot{Y}\dot{A}} = Z_{\dot{A}\dot{A}} = R_{\dot{A}} + \frac{R_1 \cdot Z_L}{R_1 + Z_L} = 4 + \frac{10 \cdot j10}{10 + j10} = 9 + j5 \text{ Ом}$$

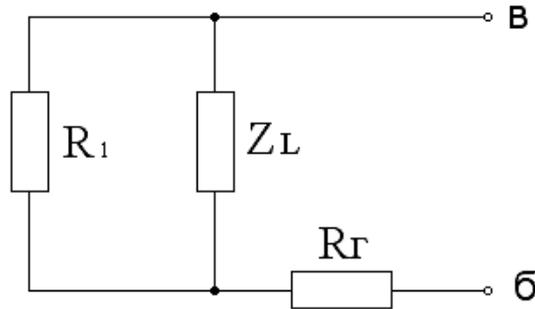


Рисунок 8.10

Для получения P_{Amax} ветвь R_2C надо заменить сопротивлением $\dot{Z}_{\dot{ЭГ}} = 9 - j5 \text{ Ом}$, (рис. 8.11).

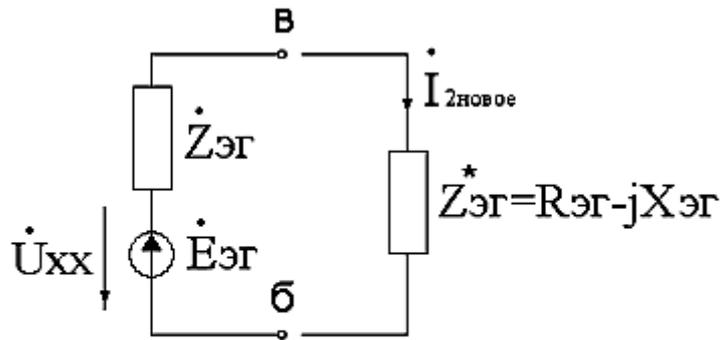


Рисунок 8.11

$$\dot{I}_{2нов} = \frac{\dot{E}_{\dot{ЭГ}}}{\dot{Z}_{\dot{ЭГ}} + \dot{Z}_{\dot{ЭГ}}^*} = \frac{3 + j5}{(9 + j5) + (9 - j5)} = \frac{3 + j5}{18} \text{ А}$$

$$P_{Amax} = \left| \dot{I}_{2нов} \right| \cdot R_{\dot{ЭГ}} = \frac{3^2 + 5^2}{18^2} \cdot 9 = 0,944 \text{ Вт}$$

$$P_{Amax} > P_A \text{ (см. п. 8.4).}$$

Примечание: т.к. $\dot{E}_{\dot{ЭГ}}$ и $Z_{\dot{ЭГ}}$ уже вычислены, логично вычислить значение тока \dot{I}_2 в соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе (рис. 8.12) и сравнить с результатом по МКТ и МУП.

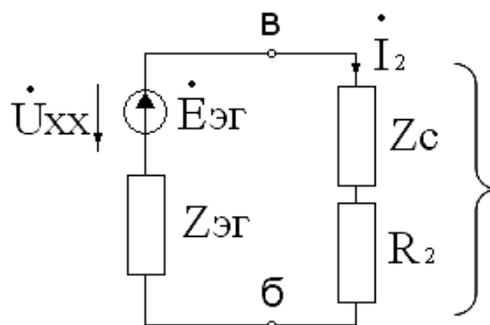


Рисунок 8.12

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_{ЭГ}}{\dot{Z}_{ЭГ} + Z_H} = \frac{3 + j5}{9 + j5 + 2 - j4} = 0,528 \cdot e^{j53,8^\circ} \text{ A}$$

8.6 Расчет входного сопротивления цепи на крайних частотах

Рассчитать входное сопротивление цепи по отношению к зажимам подключения источника э.д.с. $e(t)$ на крайних частотах диапазона $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ (рис. 8.13).

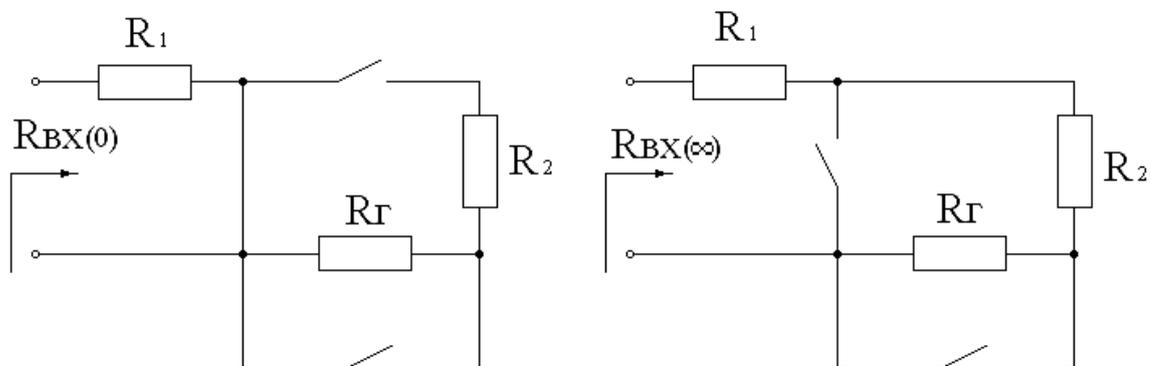


Рисунок 8.13

$$Z_{BX}(0) = R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$Z_{BX}(\infty) = R_1 + R_2 + R_{\Gamma} = 10 + 2 + 4 = 14 \text{ Ом.}$$

9. ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

Литература с указанием страниц, необходимая для ответов на контрольные вопросы, приведена в разделе 6. Смысловое деление материала в контрольных вопросах такое же, как при изложении содержания теоретической части (раздел 6).

О п р е д е л е н и е , п а р а м е т р ы , с в о й с т в а ЛЭ и ЛЦ, о с н о в н ы е з а к о н ы и ММЦ л и н е й н ы х ц е п е й :

1) дайте определение линейного элемента и линейной цепи; укажите их свойства;

2) назовите режимы работы электрических цепей, дайте определение, поясните условия их существования;

3) запишите компонентные уравнения и выражение мгновенной мощности для линейных L -, C -, R -элементов;

4) запишите уравнения баланса токов, баланса напряжений и баланса мощностей через мгновенные значения токов и напряжений и поясните:

а) в каком режиме, при каком характере воздействия, для какого типа цепей они справедливы,

б) каким образом каждое из балансных уравнений участвует в анализе цепей;

5) дайте понятие математической модели цепи и укажите ее возможные варианты;

б) запишите в общем виде дифференциальное уравнение ЛЦ (с сосредоточенными параметрами), охарактеризуйте его;

7) сформулируйте принцип наложения, дайте графическую иллюстрацию;

8) запишите выражение для гармонического колебания, укажите его параметры, покажите на основе компонентных уравнений линейных элементов замечательное свойство гармонических колебаний сохранять свою форму;

9) изобразите три гармонических колебания с амплитудой 10 В, частотой 1 кГц и начальными фазами 0° , 60° , -60° ;

10) укажите, к какому значению стремится косинусоидального колебания с параметрами $U = 20$ В, частота 10 кГц, $\varphi_0 = 0^\circ$ увеличении периода колебания ($T \rightarrow \infty$);

11) дайте определение идеальных и реальных источников (генераторов) тока и напряжения, независимых и зависимых источников сигнала;

12) запишите выражения всех токов и напряжений на элементах при действии постоянных э.д.с. ($e(t) = E$), если параметры схем и значения E заданы (рис. 9.1);

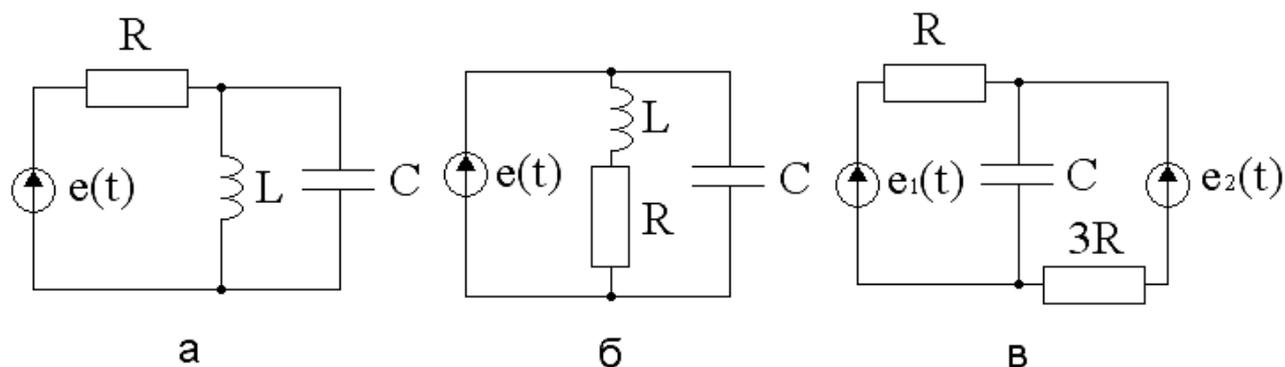


Рисунок 9.1

13) запишите ММЦ по МТВ для схем рис. 9.1 при действии источников $e(t)$:

- произвольной формы,
- гармонического характера одинаковой частоты.

Метод комплексных амплитуд:

14) изложите общие принципы символических методов, алгоритм работы, преимущества символических методов;

15) сформулируйте, какие изменения и почему претерпевает ММЦ в виде дифференциального уравнения при использовании метода комплексных амплитуд;

16) изложите суть перехода от гармонической функции времени к комплексному числу, т.е. цепочку «гармоническое колебание – его представление через проекцию вращающегося вектора – представление в виде точки на комплексной плоскости», поясните взаимную неподвижность векторов, отображающих любые токи и напряжения в цепи, на которую действует источник гармонического колебания;

17) $i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_I)$ А, запишите \dot{I} , \dot{I}_m , I , I_m и правильно их назовите, укажите, как связаны I и I_m ;

18) поясните, что такое оператор вращения, когда и почему его можно опустить; запишите его по данным предыдущего пункта;

19) запишите $i(t)$, $u(t)$, \dot{I}_m , \dot{U}_m , если

- $I = 50$ А, частота 10^4 Гц, начальная фаза 75° ,
- $U_m = 70$ В, частота 10^5 рад/с, начальная фаза $\pi/2$,
- $\dot{I} = (-5 - j10)$ А, частота 500 Гц;

20) сформулируйте, что такое комплексное сопротивление участка цепи, закон Ома в комплексной форме, покажите общность вида компонентных уравнений для R -, L -, C -элементов в комплексной форме;

21) индуктивность $L=10$ мГн находится под гармоническим напряжением с параметрами: амплитуда 10 В, частота 1 кГц, начальная фаза 0° ; вычислите сопротивление индуктивности, ток через индуктивность и фазовый сдвиг между током и напряжением двумя способами;

а) методом комплексных амплитуд,

б) на основе компонентных соотношений для u_L, i_L ;

результаты сравните и поясните;

22) через емкость $C = 0,1$ мкФ протекает косинусоидальный ток с параметрами: амплитуда 10 мА, частота 10^4 рад/с, начальная фаза 0° ; вычислите сопротивление емкости, падение напряжения и фазовый сдвиг между током и напряжением двумя способами:

а) методом комплексных амплитуд,

б) на основе компонентных уравнений для u_C, i_C ;

результаты сравните и поясните;

23) запишите законы Кирхгофа в комплексной форме и укажите, при каких условиях справедлива такая запись;

24) три источника гармонических колебаний одинаковой частоты, действуя по отдельности, создают на линейном сопротивлении R следующие напряжения:

$$u_1(t) = 2\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ В},$$

$$u_2(t) = 8\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 135^\circ) \text{ В},$$

$$u_3(t) = 6\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ В},$$

определите падение напряжения от одновременного действия сразу трех источников, изобразите схему подключения источников к сопротивлению R ;

25) с узлом схемы связаны три тока (рис. 9.2), используя МКА, вычислите ток $i_3(t)$, если

$$i_1(t) = 5 \cdot \sin \omega t ,$$

$$i_2(t) = 10 \cdot \cos(\omega t - 30^\circ) ;$$

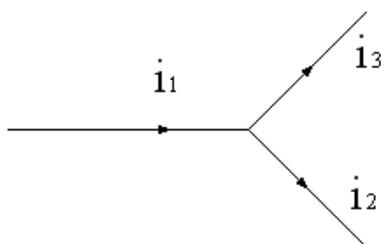


Рисунок 9.2

26) дайте определение средней мощности P_{CP} , получите выражение P_{CP} , укажите значение P_{CP} для индуктивности, емкости и сопротивления, поясните, почему средняя мощность называется активной;

27) запишите все возможные выражения для комплексной мощности в двухполюснике $Z=R+jX$, если гармонический ток $i(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_I)$ вызывает на нем падение напряжения $u(t) = U\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$;

28) запишите баланс мощностей в комплексной форме;

29) изобразите треугольники сопротивлений, проводимостей, мощностей, обозначьте активные и реактивные составляющие, запишите типовые соотношения между модулем, аргументом, активной и реактивной составляющими в любом из перечисленных треугольников;

30) вычислите значения \dot{P}_s каждого элемента схемы рисунка 9.3, если сопротивления указаны в омах, $\dot{I} = (2 + j2)$ А, $\dot{J} = (5 - j1)$ А, $\dot{E} = j4$ В.

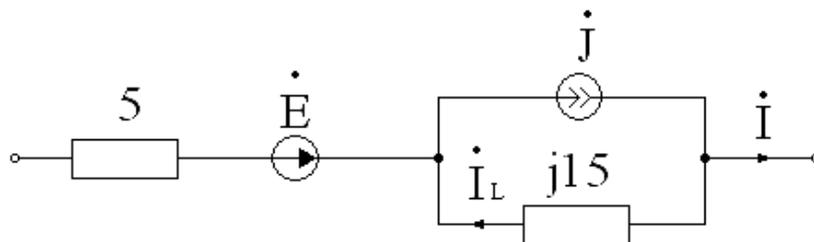


Рисунок 9.3

Эквивалентные преобразования:

31) сформулируйте условие эквивалентности двух участков цепи;

32) докажите, что полное сопротивление цепи, состоящей из n последовательно соединенных сопротивлений Z_i , определяется как

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i;$$

33) докажите, что полная проводимость двухполюсника из n параллельно соединенных ветвей с проводимостями Y_i определяется как

$$Y = \sum_{i=1}^n Y_i;$$

34) найдите полную емкость двухполюсника, состоящего из последовательно соединенных четырех разных емкостей, четырех одинаковых емкостей, двух разных емкостей, двух одинаковых емкостей;

35) сформулируйте правило для определения сопротивления двухполюсника, содержащего четыре параллельные ветви с разными сопротивлениями Z , выделите частный случай параллельного соединения двух

равных сопротивлений, выделите частный случай параллельного соединения k одинаковых сопротивлений;

36) найдите полную емкость двухполюсника, состоящего из параллельно соединенных трех одинаковых емкостей, трех разных емкостей;

37) аналогичный вопрос для индуктивности;

38) назовите условия, лежащие в основе пересчета звезды в треугольник сопротивлений и наоборот, сделайте необходимые обозначения на моделях;

39) поясните, почему нельзя эквивалентно пересчитать источник тока в источник напряжения;

40) пересчитайте генератор напряжения в генератор тока так, чтобы число узлов не увеличилось (рис. 9.4);

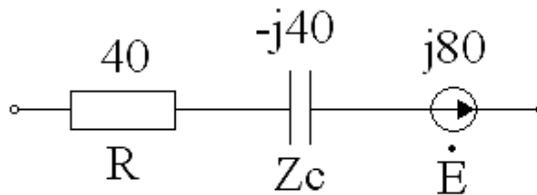


Рисунок 9.4

41) вычислите входное (эквивалентное) сопротивление для следующих двухполюсников:

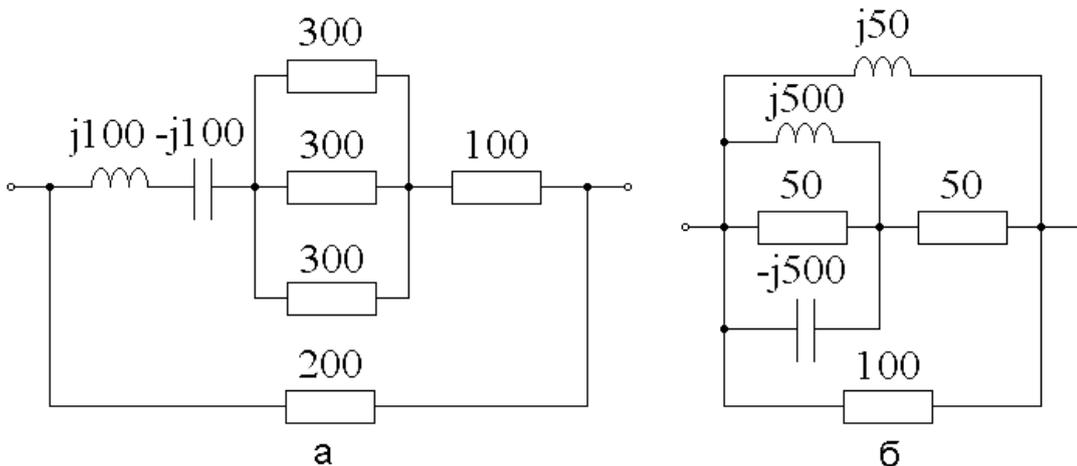


Рисунок 9.5

42) на моделях рис. 9.6 сопротивления отдельных участков указаны в омах, вычислите входное сопротивление двухполюсников;

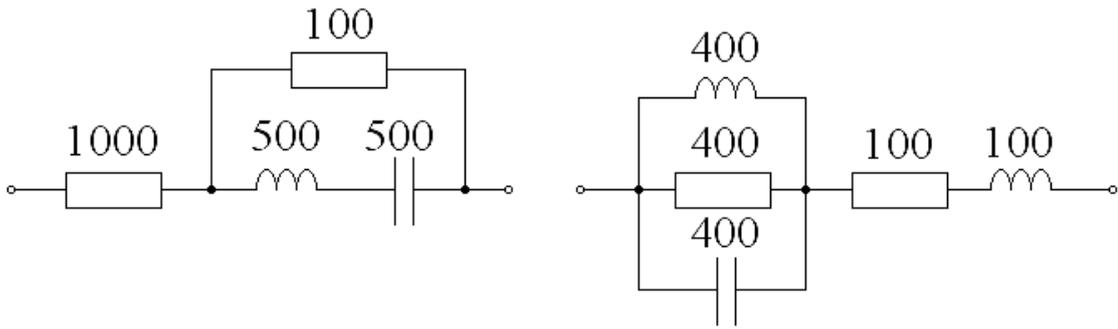


Рисунок 9.6

43) поясните смысловое значение чисел, указанных для индуктивностей и емкостей на рис. 9.5 и рис. 9.6;

44) вычислите входные сопротивления двухполюсников рис. 9.5, 9.6 и рис. 9.10 на крайних частотах диапазона $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$;

45) участок цепи на частоте 10^3 рад/с имеет сопротивление $Z = 2 \cdot e^{-j60^\circ}$ Ом, изобразите последовательную модель замещения для этого участка, постройте в относительном масштабе треугольник сопротивлений, определите эквивалентные параметры этого участка;

46) по данным предыдущего вопроса рассчитайте параллельную модель замещения участка, постройте с соблюдением относительного масштаба треугольник проводимостей, рассчитайте эквивалентные параметры для параллельной схемы замещения;

47) постройте векторную диаграмму токов и напряжений для параллельной модели участка цепи с сопротивлением $Z = 0,25 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ}$ Ом, если входной ток этого участка $i(t) = 40 \cdot \cos(10^3 t - 90^\circ)$ мА;

48) обозначив встречное включение « * », согласное « · » изобразите последовательное соединение двух связанных индуктивностей L_1 и L_2 , запишите выражение для расчета $L_{ЭКВ}$;

49) тот же вопрос для параллельного соединения.

Методы расчета электрических цепей:

50) запишите типовую ММЦ по методу контурных токов с необходимыми пояснениями обозначений и знаков

- а) в виде системы линейных уравнений,
- б) в матричной форме;

51) тот же вопрос по методу узловых потенциалов;

52) сформулируйте закон, лежащий в основе каждого уравнения, составленного

- а) по методу контурных токов,
- б) по методу узловых потенциалов;

53) дайте определение независимого контура, покажите на конкретном примере, как практически в сложной схеме определить число независимых контуров;

54) поясните, почему в методе узловых потенциалов можно сказать «узловой потенциал» и «узловое напряжение», ведь потенциал и напряжение - это разные понятия;

55) для контура, указанного преподавателем на схеме рис. 2.1, составьте уравнение по второму закону Кирхгофа, а затем преобразуйте его к типовой форме, поясните получившееся правило знаков и условия, когда оно выполняется;

56) для узла, указанного преподавателем на схеме рис. 2.1, составьте уравнение по первому закону Кирхгофа и преобразуйте его к типовой форме, поясните получившееся правило знаков и условия, когда оно выполняется;

57) поясните, почему в схеме с n узлами составляется только $(n-1)$ уравнение по первому закону Кирхгофа;

58) на рис. 9.7 приведена топология (структура) фрагмента цепи с указанием направления токов, выразите токи ветвей через контурные, определите, с какими знаками взаимные сопротивления войдут в систему уравнений по МКТ и почему;

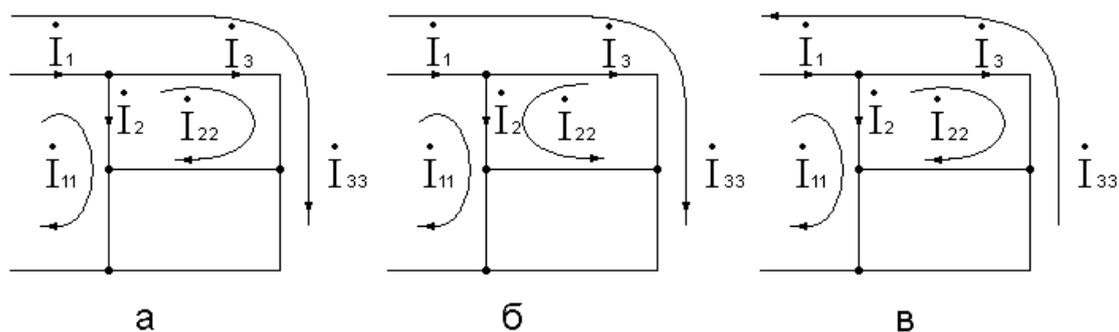


Рисунок 9.7

59) выразите токи ветвей (рис. 9.8) через узловые потенциалы;

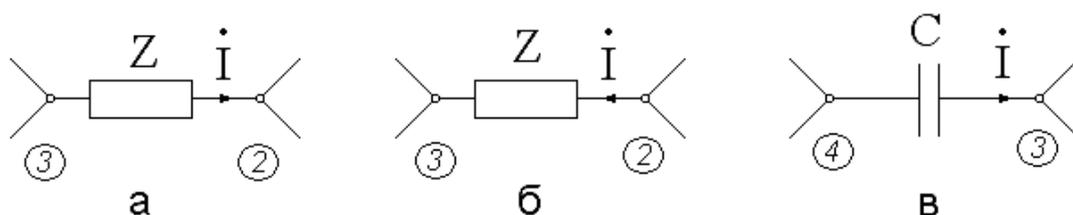


Рисунок 9.8

60) являются ли вспомогательные расчетные величины «контурные токи» и «узловые потенциалы» физически существующими, можно ли их измерить; каков смысл использования их для расчета?

61) если рассчитывается ток одной ветви, выгоднее опорным выбрать узел, соединенный с этой ветвью, поясните, почему; как следует выбирать опорный узел в общем случае, когда рассчитываются все токи?

62) изложите порядок действий при расчете методом контурных токов при использовании типовой системы;

63) то же при расчете методом узловых напряжений;

64) изобразите схему цепи по заданной типовой ММЦ

$$(R_1 + R_2) \cdot \dot{I}_{11} - R_2 \cdot \dot{I}_{22} = \dot{E}_1$$

$$-R_2 \cdot \dot{I}_{11} + (R_2 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}) \cdot \dot{I}_{22} - j\omega L \cdot \dot{I}_{33} = \dot{E}_2$$

$$-j\omega L_1 \cdot \dot{I}_{22} + (R_3 + j\omega L_1 + j\omega L_3) \cdot \dot{I}_{33} = \dot{E}_2 - \dot{E}_3$$

65) изобразите схему цепи по заданной типовой ММЦ

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}\right) \cdot \dot{U}_{10} - \left(\frac{1}{R_2 + j\omega L_2}\right) \cdot \dot{U}_{20} = \dot{J}_1 - \dot{J}_2$$

$$-\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_2}\right) \cdot \dot{U}_{10} + \left(j\omega C + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}\right) \cdot \dot{U}_{20} = \dot{J}_2 - \dot{J}_3$$

66) изложите алгоритм получения ММЦ по МУП (МКТ), если в схеме имеется зависимый источник; поясните как получить матрицу проводимостей (сопротивлений), включающую параметры зависимого источника;

67) в схему между узлами 3 и 4 (рис. 9.9) включен зависимый источник тока j_k , управляемый током i_ε ($j_k = \alpha \cdot i_\varepsilon$) или напряжением u_ε ($j_k = S \cdot u_\varepsilon$)

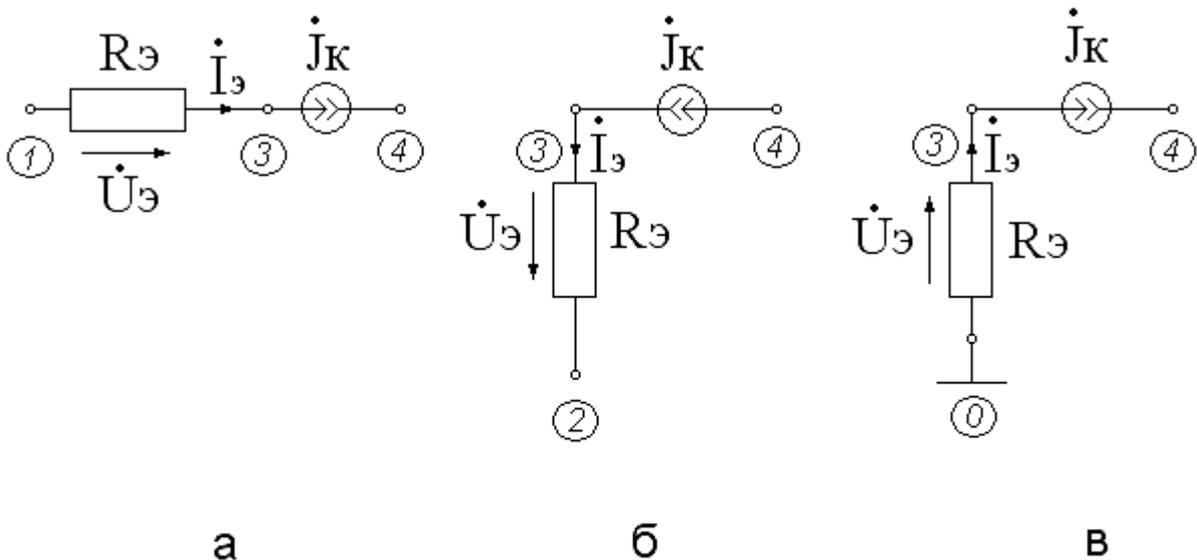


Рисунок 9.9

а) выразите ток зависимого источника \dot{J}_K через соответствующие узловые потенциалы,

б) в какие уравнения системы по МУП и с какими знаками войдет зависимый источник \dot{J}_K ,

в) каким образом войдет крутизна зависимого источника S в собственные и взаимные проводимости узлов?

68) зависимый источник $\dot{J}_K = S \cdot (\dot{U}_{40} - \dot{U}_{50})$ включен между первым и опорным (нулевым) узлом, «подтекая» к опорному узлу; поясните, каким образом (в какие ячейки и с какими знаками) крутизна S войдет в матрицу проводимостей при расчете по МУП;

69) матрица проводимостей, поставленная по МУП, включает крутизну зависимого источника S следующим образом: $Y_{22} - S$, $Y_{32} + S$, дайте два правильных варианта ответа как и между какими узлами на схеме включен зависимый источник тока и «протекает» управляющий ток;

70) сформулируйте теорему об эквивалентном генераторе; изложите возможные способы определения $\dot{E}_{ЭГ}$ и $Z_{ЭГ}$.

71) пусть для схемы рис. 9.10 с заданными параметрами L , C , R ток через индуктивность на некоторой частоте f_0 источника гармонического колебания \dot{E} известен (измерен или рассчитан по теореме об эквивалентном генераторе); изложите порядок расчета всех остальных токов на этой же частоте, введя необходимые обозначения.

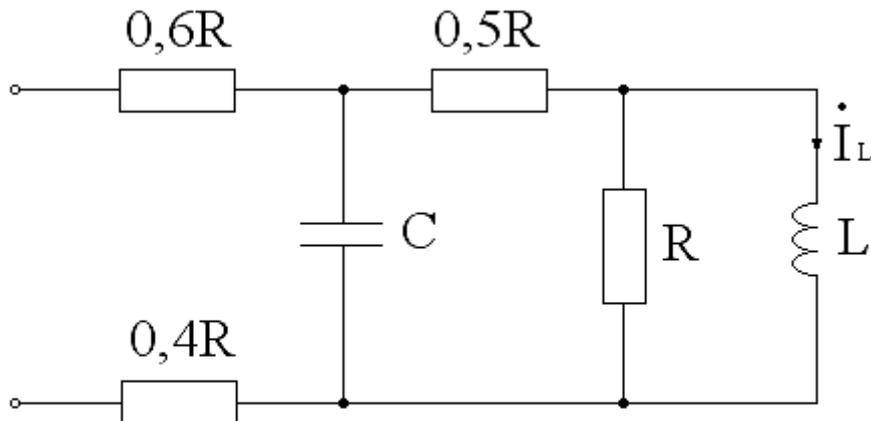


Рисунок 9.10

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш.шк.,1985.-496с.
2. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. – М.: Высш. шк., 1987.-511с.
3. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. – СПб.: Лань,2006.-424с.
4. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия,1972.-816с.
5. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – М.: Л.: Энергия, 1965.-892с.
6. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. – М.: Радио и связь,1986.-543с.
7. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. – М.: Высш.кш.,1972.-335с.
8. Афанасьев Б.П., Гольдин О.Е., Кляцкин И.Г., Пинес Г.Я. Теория линейных электрических цепей. – М.:Высш.шк., 1973.-592с.
9. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш.шк.,2000.-575с.
- 10.Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш.шк.,2003.-576с.

Учебное издание

И.В. Мельникова

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ
И РАСЧЕТА СЛОЖНОЙ ЛИНЕЙНОЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ В СТАЦИОНАРНОМ
РЕЖИМЕ**

Исходные данные, методические указания, примеры расчета и
контрольных вопросов к заданию по дисциплине ОТЦ

Формат 60×84 1/16 Усл. печ. л. 2,56

Тираж 200 экз. Заказ 1654

Отпечатано в Томском государственном университете систем управления и
радиоэлектроники.

634050, Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 533018