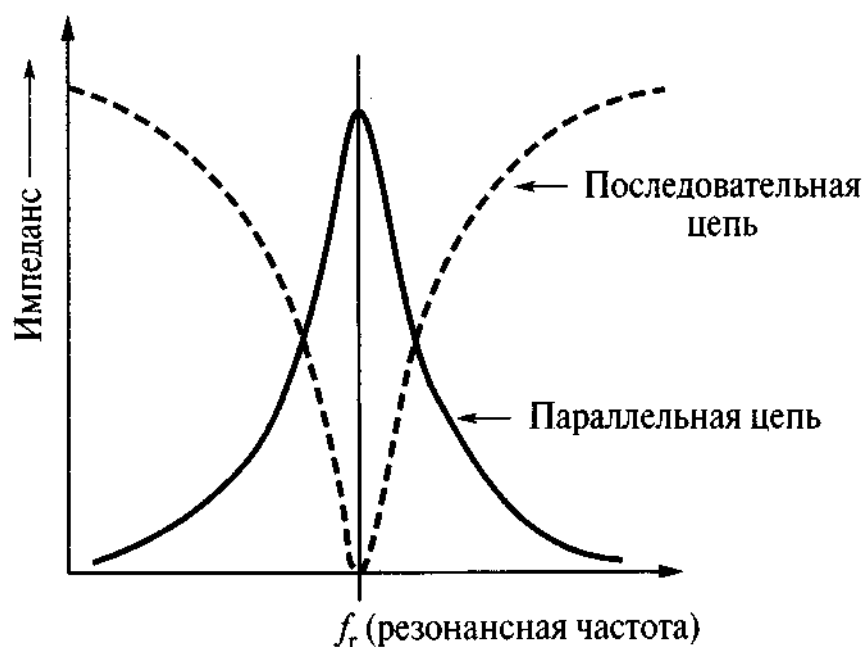


А.П. Кулинич, А.С. Шостак

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ LC - КОНТУРОВ

Методические указания к лабораторной работе  
для студентов радиоконструкторского факультета



ТОМСК 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ .....	2
1 ВВЕДЕНИЕ .....	4
2 ЦЕЛИ РАБОТЫ .....	4
3 ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЙ .....	5
4 ОСОБЕННОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА $LC$ – КОНТУРОВ С МАЛЫМИ ПОТЕРЯМИ .....	5
4.1 Свободные колебания в $LC$ – контурах .....	5
4.2 Вынужденные колебания в $LC$ – контурах (резонанс) .....	6
4.2.1 Последовательный колебательный контур .....	6
4.2.2 Параллельный колебательный контур .....	8
4.3 Особенности применения и экспериментального исследования основных характеристик $LC$ - контуров .....	10
5 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ .....	10
6 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ ПРИ ПОМОЩИ ИАЧХ .....	11
6.1 Ознакомиться с принципом работы и органами управления прибором для исследования амплитудно-частотных характеристик Х1-40 (Х1-41, Х1-48): .....	11
6.2 Исследование характеристики последовательного колебательного контура: .....	11
6.2.1 Измерение резонансной частоты ( $f_0$ ), полосы задержания ( $2\Delta f$ ) и эквивалентной добротности ( $Q_{ЭКВ}$ ) .....	11
6.2.2 Измерение сопротивления собственных потерь контура $R$ .....	11
6.2.3 Исследование влияния емкости измерительного прибора и соединительного кабеля на характеристики последовательного колебательного контура (рис. 6.9) .....	12
6.2.4 Измерение добротности .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
6.3 Исследование характеристики параллельного колебательного контура .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
6.3.1 Измерение резонансной частоты ( $f_0$ ), полосы пропускания ( $2\Delta f$ ) и эквивалентной добротности $Q_{ЭКВ}$ .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
6.3.2 Измерение сопротивления потерь и добротности .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>

**7 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ ПРИ ПОМОЩИ ГЕНЕРАТОРА ГЗ – 118 И МИЛЛИВОЛЬТМЕТРА ВЗ - 38**ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.

**8 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ**ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ О

**9 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ

# 1 ВВЕДЕНИЕ

В электрических цепях, в которых включено не менее двух элементов, накапливающих энергию электрического (конденсатор) и магнитного (катушка индуктивности) полей, при малых потерях энергии, могут возникать колебательные процессы, в которых напряжения и токи изменяются во времени почти по синусоидальному закону. При этом различают два вида колебательных процессов: *свободные колебания* и *вынужденные колебания*.

*В случае вынужденных колебаний* колебания в контуре происходят под воздействием внешнего (“вынуждающего”) источника сигнала. При этом в режиме установившихся колебаний, энергия, теряемая в контуре за один период колебаний, пополняется точно таким же количеством энергии, поступающей от источника сигнала, и колебания могут продолжаться бесконечно долго, пока продолжается воздействие на контур источника сигнала. Интенсивность колебаний в этом режиме обладает ярко выраженной зависимостью от частоты внешнего воздействия и становится максимальной при совпадении частоты источника сигнала с резонансной частотой контура, определяемой следующими выражениями:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1.1)$$

Это явление, получившее название “*резонанс*” (от латинского “resono” - откликаюсь), относится к наиболее фундаментальным понятиям современной радиотехники. Причем, в одних случаях, резонанс является полезным и необходимым, в других - с ним приходится бороться.

В случае если запас энергии в контуре не пополняется извне, а лишь теряется на сопротивлении потерь  $R$  в контуре возникают так называемые “*свободные колебания*”. Колебательный процесс в этом случае имеет вид постепенно затухающих колебаний.

## 2 ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Изучение физических процессов, протекающих в последовательном и параллельном колебательных контурах.
2. Изучение методов расчета и экспериментального исследования основных характеристик LC-контуров.
3. Приобретение навыков работы с измерительными приборами.
4. Изучение возможностей и особенностей применения последовательного и параллельного LC-контуров в радиоэлектронной аппаратуре.

### 3 ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЙ

В работе исследуются последовательный и параллельный колебательные контура, состоящие из катушек индуктивностей и конденсаторов, расположенных на съемной печатной плате универсального макета УМ-16.

### 4 ОСОБЕННОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА LC – КОНТУРОВ С МАЛЫМИ ПОТЕРЯМИ

#### 4.1 Свободные колебания в LC – контурах

Если заряженный до напряжения  $U_0$  конденсатор  $C$  замкнуть на катушку индуктивности  $L$  (рис. 4.1), то при достаточно малых потерях  $R$  наблюдается процесс затухающих колебаний напряжений и тока (рис. 4.2).

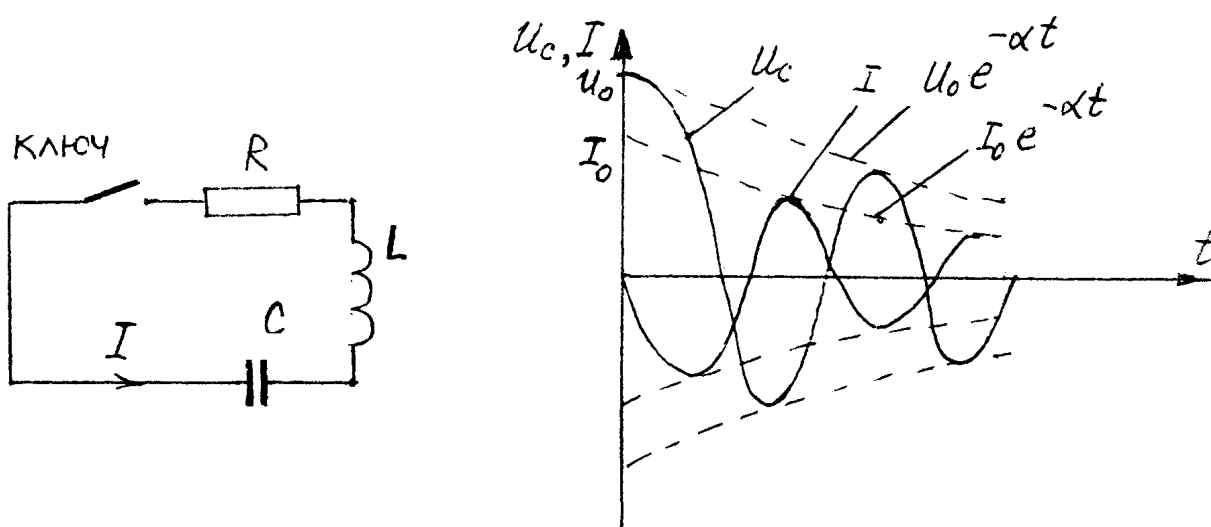


Рисунок 4.1. Колебательный контур Рисунок 4.2. Затухающие колебания напряжения и тока в колебательном контуре с потерями

Физические процессы, протекающие в такой электрической цепи, описываются дифференциальным уравнением 2-го порядка:

$$\frac{\partial^2 U_c}{\partial t^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{\partial U_c}{\partial t} + \frac{1}{LC} \cdot U_c = 0,$$

решение которого позволяет определить вид колебаний напряжений и тока на элементах контура:

$$U_c(t) \approx U_0 \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega_{CB}t + \varphi),$$

$$I(t) \approx I_0 \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega_{CB}t + \pi),$$

$$U_L(t) \approx U_0 \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega_{CB}t - \varphi),$$

где  $U_C(t), U_L(t), I(t)$  - изменения во времени напряжений на емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и тока  $I$ , соответственно;

$\alpha = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания;

$\omega_0$  - частота свободных колебаний;

$\varphi$  - начальная фаза колебаний;  $\operatorname{tg} \varphi = \omega_0 / \alpha$ .

Для идеального контура без потерь ( $R=0$ ) частота свободных колебаний

$\omega_{CB}$  совпадает с резонансной частотой контура  $\omega_0$ . При наличии потерь  $R$ :  $\omega_{CB} < \omega_0$ . Скорость затухания свободных колебаний определяется величиной суммарных потерь  $R$  колебательного контура - чем больше сопротивление потерь  $R$ , тем быстрее затухают колебания.

Емкость  $C$  - идеальный элемент, не вносящий потерь энергии (емкости соответствует физический элемент - конденсатор); индуктивность  $L$  - идеальный элемент не вносящий потерь энергии (индуктивности соответствует физический элемент - катушка индуктивности); сопротивление потерь  $R$  учитывает потери энергии в реальных элементах контура. Суммарные потери в цепи с колебательным контуром складываются, с одной стороны, из внутренних потерь энергии в элементах самого контура, с другой стороны, из потерь, внесенных в контур подключенными к нему внешними элементами схемы (выходным сопротивлением генератора  $R_G$ , сопротивлением нагрузки  $R_H$ ).

Потери  $R_L$  в катушке индуктивности складываются из омического сопротивления провода (резко возрастает на высокой частоте - явление скин-эффекта), потерь в магнитном сердечнике на перемагничивание и вихревые токи, потерь из-за влияния экрана и диэлектрика каркаса. Диэлектрические потери и токи утечки определяют общие потери  $R_C$  в конденсаторе.

Таким образом, суммарные активные потери контура существенно определяются конструктивно-технологическими факторами и материалами для изготовления элементов  $LC$ -контура.

## **4.2 Вынужденные колебания в $LC$ – контурах (резонанс)**

### **4.2.1 Последовательный колебательный контур**

В зависимости от способа соединения катушки индуктивности и конденсатора различают явления последовательного (последовательный колебательный контур) и параллельного (параллельный колебательный контур) резонансов. Процессы, протекающие в обоих случаях, имеют общую физическую природу. Однако, различия в способе соединения реактивных элементов, а также подключения источника сигнала и нагрузки обуславливают различия свойств колебательных контуров и особенности их использования в радиоэлектронной аппаратуре.

Полное (комплексное) сопротивление последовательного колебательного контура (рис.4.3) равно:

$$Z_K(j\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (4.1)$$

где  $R$  - эквивалентное сопротивление активных потерь контура,  
 $X_K$  - реактивное сопротивление контура.

Индуктивное сопротивление контура  $X_L = \omega L$  с ростом частоты тока  $\omega$  увеличивается, а емкостное сопротивление  $X_C = 1/\omega C$ , наоборот, уменьшается. На некоторой частоте  $\omega_0$ , называемой **резонансной частотой** контура, индуктивное сопротивление контура компенсирует емкостное сопротивление;

$$X_K = \omega_0 L - 1/\omega_0 C = 0.$$

Комплексное сопротивление последовательного колебательного контура  $Z_K$  (выражение (4.1) при резонансе становится минимальным и равным сопротивлению активных потерь контура  $R$ . Индуктивное  $X_L$  и емкостное  $X_C$  сопротивления при резонансе равны и называются **характеристическим сопротивлением контура**:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.2)$$

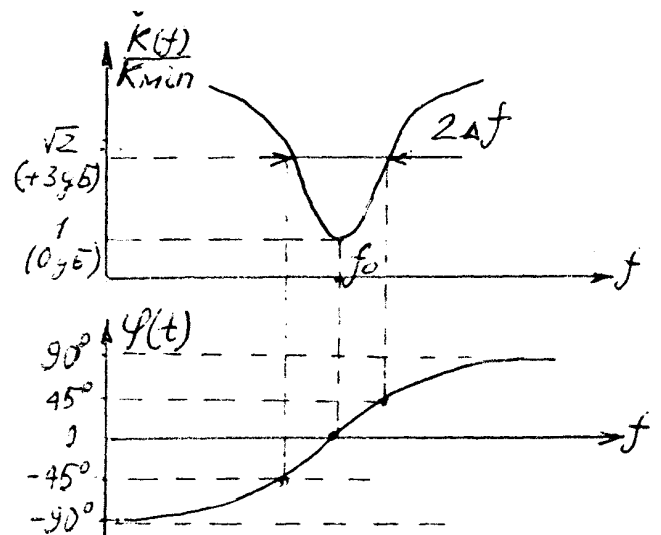
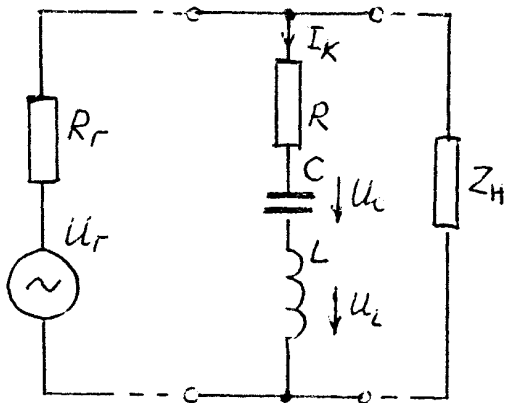


Рисунок 4.3. Последовательный колебательный контур. Рисунок 4.4. АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура

Отношение напряжения на индуктивности или емкости к напряжению на входных зажимах последовательного контура  $U_{K \min}$  (напряжение источника сигнала) при резонансе называется **добротностью контура** и определяется следующим выражением:

$$Q = \frac{U_{L0}}{U_{K \min}} = \frac{U_{C0}}{U_{K \min}} = \frac{\rho}{R}. \quad (4.3)$$

С физической точки зрения добротность  $Q$  характеризует скорость уменьшения запасенной в контуре энергии и численно равна отношению полной энергии, запасённой в контуре, к потерям энергии за один период колебаний.

При резонансе в последовательном колебательном контуре резонансные напряжения на реактивных элементах  $U_{L0}$ ,  $U_{C0}$ , в  $Q$  раз больше напряжения  $U_{K \min}$  на входных зажимах контура:

$$U_{L0} = U_{C0} = \rho \cdot I_{K \max} = Q \cdot U_{K \min},$$

где  $I_{K \max}$  - максимальный ток в контуре (при резонансе). Как правило, добротность контура  $Q \gg 1$  и  $U_{L0} = U_{C0} > U_{K \min}$ , поэтому последовательный резонанс называют также **резонансом напряжений**.

Часто используют представление комплексного сопротивления последовательного контура в виде

$$Z_K(j\omega) = R(1 + j\xi),$$

где  $\xi = Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$  - обобщенная расстройка контура.

Примерный вид амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ) цепи с последовательным колебательным контуром приведены на рис.4.4. Здесь  $2\Delta f$  - полоса задержания последовательного контура по уровню +3 дБ (1/0.7),  $f_0$  - резонансная частота в герцах.

Добротность контура  $Q$ , одновременно с выражением (4.3), определяется через параметры АЧХ в следующем виде

$$Q = \frac{f_0}{2\Delta f}. \quad (4.4)$$

#### 4.2.2 Параллельный колебательный контур

Эквивалентная схема параллельного колебательного  $LC$  контура с учетом потерь представлена на рис. 4.5. Здесь  $R_{OE}$  - эквивалентное сопротивление контура при резонансе.

Полная проводимость параллельного контура определяется соотношением:

$$G_K = \frac{1}{R_{OE}} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right).$$

На резонансной частоте контура  $\omega_0$  реактивная составляющая проводимости  $G_K$  становится равной нулю:

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0,$$



и полное сопротивление параллельного контура  $Z_K$  при резонансе определяется

эквивалентным сопротивлением контура  $R_{OE}$ :

$$Z_K = \frac{1}{G_K} = R_{OE}.$$

АЧХ и ФЧХ параллельного колебательного контура приведены на рис. 4.6. Полоса пропускания контура по уровню минус 3 дБ (0,7)  $2\Delta f$  связана с резонансной частотой  $f_0$  и добротностью контура  $Q$  также, как и для последовательного контура выражением (4.4). С другой стороны, через параметры контура при резонансе, добротность определяется выражением вида.

$$Q = \frac{R_{OE}}{\rho},$$

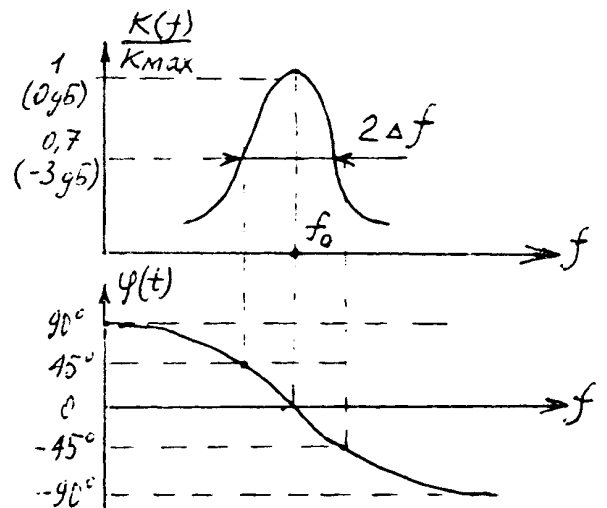
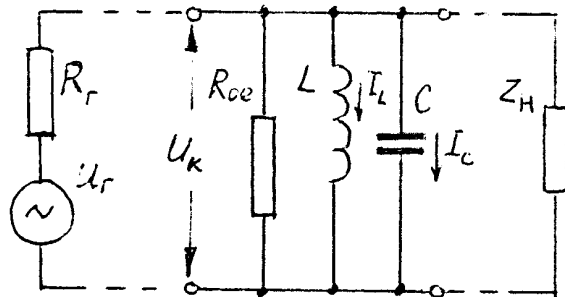


Рисунок 4.5. Эквивалентная схема параллельного  $LC$  контура.

Рисунок 4. 6. АЧХ и ФЧХ параллельного  $LC$  контура.

$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$  - характеристическое сопротивление контура.

В параллельном контуре резонансные токи  $I_{L0}$  и  $I_{C0}$  в  $Q$  раз больше тока, протекающего через входные зажимы контура (ток от источника сигнала):

$$I_{L0} = I_{C0} = \frac{U_K}{\rho} = Q \cdot I_{K \min},$$

где  $U_K$  - напряжение на входных зажимах контура (см. рис. 6.5). Как правило,  $Q \gg 1$  и  $I_{L0} = I_{C0} \gg I_{K \min}$  поэтому параллельный резонанс называют также **резонансом токов**.

### 4.3 Особенности применения и экспериментального исследования основных характеристик $LC$ - контуров

$LC$ -контура целесообразно использовать в определенном диапазоне рабочих частот. “Снизу” диапазон рабочих частот  $LC$ -контуров ограничен ухудшением масса - габаритных показателей вследствие необходимости увеличения значений емкости и индуктивности для уменьшения резонансной частоты контура. “Сверху” - наличием собственных резонансных частот у физических элементов контура - конденсатора и катушки индуктивности. Так, например, эквивалентную схему конденсатора в области высоких частот можно представить в виде последовательного колебательного контура, в котором роль индуктивности играет индуктивность выводов конденсатора.

На низких и средних частотах хорошие результаты дает использование активных фильтров. В области высоких частот в качестве резонансных систем используются микрополосковые линии, в области сверхвысоких частот - полые резонаторы.

При экспериментальном исследовании характеристик колебательных контуров и их проектировании необходимо учитывать влияние внешних подключаемых к контуру цепей и приборов: выходное сопротивление генератора  $R_g$ , сопротивление и емкость нагрузки, емкости и входные сопротивления подключаемых приборов (вольтметр, осциллограф, частотомер, измеритель АЧХ), емкость кабеля.

## 5 ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

5.1. Ознакомиться с комплексом измерительной аппаратуры, необходимой для проведения лабораторной работы, и экспериментальной установкой УМ-16.

5.2. Используя заданные преподавателем значения индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , рассчитать основные характеристики  $LC$ -контуров (резонансную частоту  $f_0$  и характеристическое сопротивление  $\rho$  контура - выражения (1.1) и (4.3) соответственно).

5.3. Экспериментально исследовать основные свойства последовательного, колебательного контура и их зависимость от свойств подключаемых к контуру внешних цепей (источника сигнала, нагрузки, измерительных приборов, кабелей).

5.4. Экспериментально исследовать основные свойства параллельного колебательного контура и их зависимость от свойств подключаемых к контуру внешних цепей.

5.5. Ответить на контрольные вопросы.

5.6. Подготовить и защитить отчет по лабораторной работе.

## 6 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ КОНТУРОВ ПРИ ПОМОЩИ ИАЧХ

**6.1 Ознакомиться с принципом работы и органами управления прибором для исследования амплитудно-частотных характеристик XI-40 (XI-41, XI-48):**

- Соединить через тройник выход генератора качающейся частоты (ГКЧ) прибора для исследования АЧХ (ИАЧХ) со входом индикатора этого же прибора. Второй выход тройника подключить к частотомеру 43-33 (44-54). Измерить частоты частотных меток индикатора ИАЧХ (190, 200, 210 кГц) при использовании ручной регулировки частоты ГКЧ.

- Вольтметром переменного тока ВЗ-38А (ВЗ-39, ВЗ-40) измерить максимальное напряжение на выходе ГКЧ при установке выходного сопротивления ГКЧ равным 75, 150, 600, 10 000 Ом.

**6.2 Исследование характеристики последовательного колебательного контура:**

- Используя элементы СПП макета УМ-16, собрать схему последовательного колебательного контура (рис. 6.7). Подключить параллельно всему колебательному контуру ГКЧ и индикатор ИАЧХ. Установить выходное сопротивление ГКЧ равное 75 Ом.

**6.2.1 Измерение резонансной частоты ( $f_0$ ), полосы задержания ( $2\Delta f$ ) и эквивалентной добротности ( $Q_{ЭКВ}$ )**

- С помощью ИАЧХ измерить значения резонансной частоты контура  $f_0$  и полосу задержания последовательного колебательного контура  $2\Delta f$ . Рассчитать эквивалентную добротность  $Q_{ЭКВ}$ . Зарисовать вид АЧХ последовательного колебательного контура. Сравнить измеренное значение резонансной частоты контура с расчетным.

**6.2.2 Измерение сопротивления собственных потерь контура  $R$**

*Для этого можно использовать тот факт, что при резонансе полное сопротивление последовательного колебательного контура равно сопротивлению активных потерь контура  $R$ . При этом сопротивление потерь контура  $R$  образует с выходным сопротивлением ГКЧ делитель напряжения (рис. 6.8).*

- Используя ручную регулировку частоты ГКЧ, настроить контур в резонанс.

- Измерить напряжение на контуре при резонансе  $U_{K \min}$ , и напряжение на выходе ГКЧ при разомкнутом колебательном контуре  $U_{ГХХ}$  (напряжение холостого хода ГКЧ). Рассчитать значение сопротивления потерь контура по формуле

$$R = \frac{U_{K \min}}{U_{ГХХ} - U_{K \min}} \cdot R_{Г}.$$

- Рассчитать собственную добротность контура (без учета влияния выходного сопротивления ГКЧ -  $R_{Г} = 75 \text{ Ом}$ ) по формуле

$$Q_{\text{соб}} = \frac{\rho}{R}.$$

### **6.2.3** Исследование влияния емкости измерительного прибора и соединительного кабеля на характеристики последовательного колебательного контура (рис. 6.9).

- Для этого подключить параллельно катушке индуктивности вольтметр переменного тока ВЗ-38А. Оценить изменение резонансной частоты контура  $\Delta f_0$ .

- Рассчитать величину суммарной емкости вольтметра и соединительного кабеля по формуле

$$C_{\text{сум}} = \frac{\Delta f_0}{f_0} \cdot 2C,$$

где  $\Delta f_0$  - резонансная частота контура до подключения вольтметра;

$\Delta f$  - изменение резонансной частоты контура в результате подключения вольтметра;

$C$  - емкость контура.