

Кафедра конструирования и производства радиоэлектронной аппаратуры
(КИПР)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой КИПР

В.Н.Татаринов

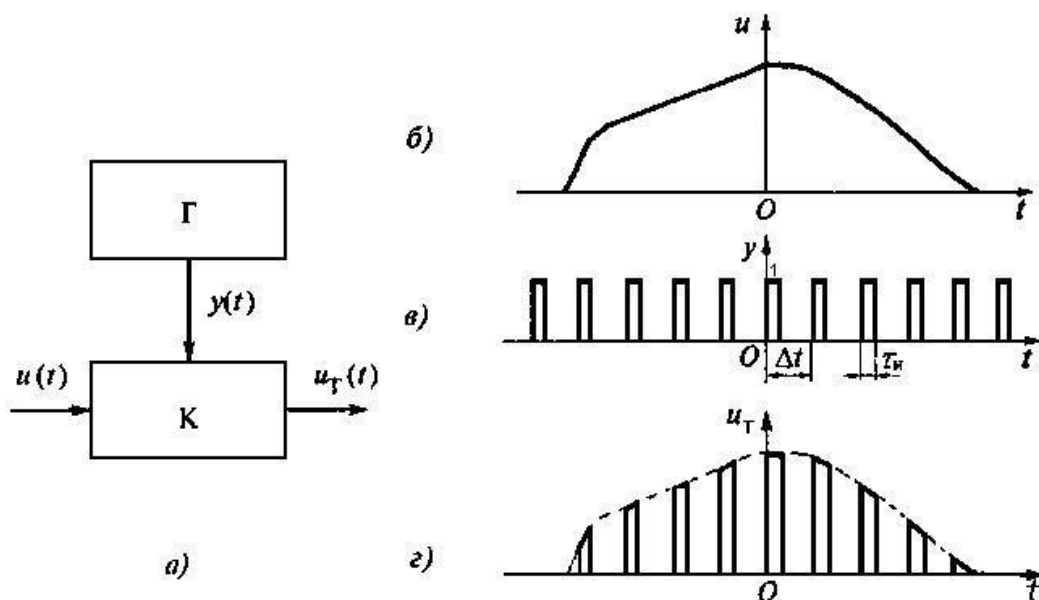
« ____ » _____ 2012 г.

Дискретизация непрерывных сигналов во времени

РУКОВОДСТВО

к лабораторной работе по дисциплинам «Основы радиоэлектроники и связи»
и «Радиотехнические цепи и сигналы» для студентов радиоконструкторского
факультета специальностей 210201 «Проектирование и технология
радиоэлектронных средств» и 160905 (201300) «Техническая эксплуатация
транспортного радиооборудования»

Разработчики: доценты кафедры КИПР,
кандидаты физико- математических наук
В.Г. Козлов и А.П. Кулинич



2012

1 Цель работы

Исследование процессов дискретизации и восстановления непрерывных сигналов.

2 Общие теоретические сведения о преобразователях аналогового сигнала в цифровой сигнал и цифрового сигнала в аналоговый

2.1 Цифровое представление сигналов

Процесс преобразования аналогового сигнала в цифровой состоит из трёх операций (рисунок 2.1): дискретизации по времени, квантования по уровню величины напряжения или силы тока и кодирования.

Дискретизация - процесс преобразования непрерывного во времени сигнала в дискретную последовательность отсчетов (выборок), следующих с определенным временным интервалом Δt , по которым можно вновь восстановить первичный сигнал. В простейшем случае при дискретизации непрерывного сигнала формируется множество его отсчетных значений в виде коротких импульсов соответствующей амплитуды, следующих через интервал времени Δt . При этом амплитуда k -го отсчета $u_k(t)$ равна значению непрерывного сигнала $u(t)$ в момент времени $t = k \cdot \Delta t$ (рисунок 2.1, а, б).

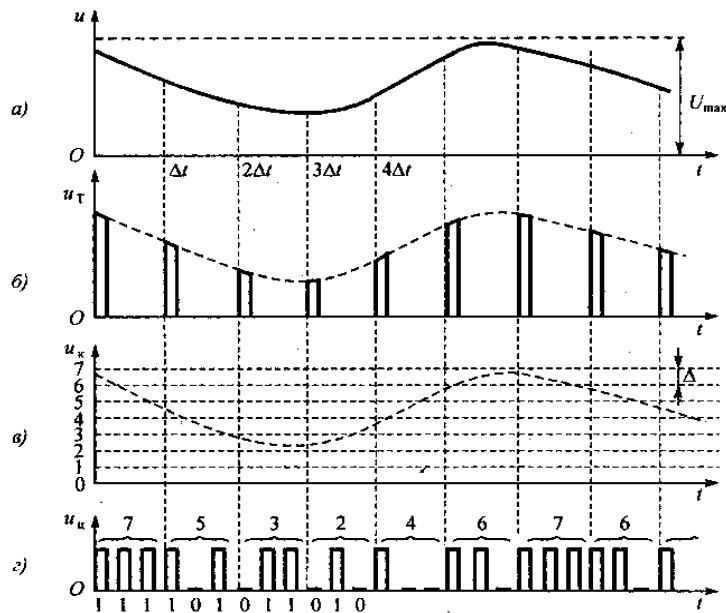


Рисунок 2.1 - Последовательность аналого-цифрового преобразования сигнала: а — аналоговый сигнал; б — дискретизация по времени; в — квантование по уровню; г — кодирование двоичным кодом - цифровой сигнал [1]

Для представления дискретных отсчетов цифровыми сигналами (кодирования) их предварительно квантуют по уровню. В процессе квантования

весь диапазон возможных изменений уровня аналогового сигнала от 0 до U_{max} разбивается на определенное число фиксированных уровней, отстоящих друг от друга на величину Δ , называемую *шагом квантования* (рисунок 2.1, в). Различают равномерное (Δ - постоянная величина) и *неравномерное* (Δ - переменная величина) квантование. Неравномерное квантование применяется при большом динамическом диапазоне квантуемого сигнала.

При квантовании каждому фиксированному уровню сигнала $u_k(t)$ присваивают определенное значение в форме условного числа - цифрового кода. Наиболее часто используют двоичные цифровые коды, составленные из n (n - целое натуральное число) разрядов, каждый из которых представлен «1» - импульсом или «0» - паузой. Общее число уровней квантования составляет 2^n . Величина шага квантования Δ (рисунок 2.1, в) связана с количеством разрядов двоичного кода формулой:

$$\Delta = U_{max} / 2^n. \quad (2.1)$$

На рисунке 2.1 показано квантование некоторого временного отрезка однополярного аналогового сигнала [1] $2^n = 2^3 = 8$ уровней, что соответствует **трехразрядному коду**. На временной оси **трехразрядный код изображается различными комбинациями из трех импульсов и пауз**. Каждый из этих импульсов на одном интервале дискретизации Δt в соответствии с занимаемой **позицией, отвечающей разряду $2^2, 2^1, 2^0$, имеет множитель 1 или 0**. Наличие на данном интервале дискретизации импульсов с тем или иным множителем определяет уровень квантования. В частности, при кодировании значения напряжения $u(0) = 7$ ($1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$) каждый разряд имеет множитель 1, чему соответствует присутствие всех трех импульсов на интервале дискретизации – множители «111». Аналогично значение $u(2\Delta t) = 3$ ($0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3$) представлено двоичным кодом, состоящим из множителей «011», то есть паузой и двумя импульсами. Используется также метод кодирования отсчетов непрерывного сигнала, при котором разрядные импульсы (и паузы) следуют в одном временном интервале без промежутков и несколько импульсов могут сливаться в один более длинный импульс.

Процесс преобразования непрерывного сигнала в цифровой сопровождается округлением мгновенных значений до ближайших разрешённых уровней квантования (рисунок 2.1, в). В результате этого при восстановлении аналогового сигнала из дискретного возникает систематическая погрешность, величина которой не превышает половины шага квантования. Погрешность (ошибка) квантования, представляющая собой разность между исходным сигналом и сигналом, восстановленным по квантованным отсчетам, называется шумом квантования. Качество квантования характеризуют отношением сигнал/шум – чем выше это отношение, тем ближе квантованный (цифровой) сигнал к не квантованному. Так как уровень шума квантования определяется числом уровней квантования,

то его можно сделать достаточно малым, увеличивая число уровней. Однако это ведет к расширению спектра сигнала.

Для восстановления первичного аналогового сигнала из дискретизированного с малыми искажениями, необходимо выбрать интервал дискретизации Δt . Чем он короче, тем меньше будет отличаться функция $u_k(t)$ от плавной кривой. Но с уменьшением интервала Δt усложняется устройство обработки. При большом интервале Δt возрастают искажения и потери информации при восстановлении аналогового сигнала из цифрового.

Оптимальную величину интервала дискретизации устанавливает теорема Котельникова (теорема отсчетов), которая определяет также и оптимальный способ его восстановления по отсчетным значениям посредством временного ряда (ряда Котельникова). Согласно теореме произвольный сигнал $u(t)$, спектр которого ограничен частотой F_g , может быть восстановлен по своим дискретным отсчетам, взятым с интервалом времени $\Delta t = 1/2F_g$ секунд.

Сигнал $u(t)$ представляется временным рядом Котельникова:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k \cdot \Delta t) \frac{\sin \omega_g(t - k \cdot \Delta t)}{\omega_g(t - k \cdot \Delta t)}, \quad (2.2)$$

где, k -номер отсчета; $u(k \cdot \Delta t)$ - значение непрерывного сигнала в точках отсчета; $\omega_g = 2\pi F_g = \pi / \Delta t$ - верхняя частота спектра сигнала. Непрерывная функция $u(t)$ определяется совокупностью дискретных отсчетов в моменты времени $k \cdot \Delta t$. Простейшие сигналы вида

$$s_k(t) = \frac{\sin \omega_g(t - k\Delta t)}{\omega_g(t - k\Delta t)}, \quad (2.3)$$

ортогональные друг другу на интервале времени $[-\infty, \infty]$, называются функциями отсчетов (базисными функциями Котельникова (рисунок 2.2)).

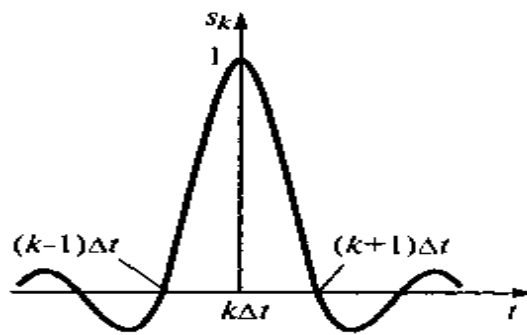


Рисунок 2.2 – Базисная функция Котельникова [1, 2]

Аппроксимация непрерывного сигнала $u(t)$ рядом Котельникова (2.2) иллюстрируется временными диаграммами на рисунке 2.3. На графике построены четыре первых члена ряда, соответствующие отсчетам сигнала в

моменты времени $0, \Delta t, 2 \cdot \Delta t, 3 \cdot \Delta t$. При суммировании этих членов ряда в любые отсчётные моменты времени $k \cdot \Delta t$, непрерывный сигнал абсолютно точно аппроксимируется независимо от числа выбранных отсчётов. В интервале же между любыми отсчётами сигнал $u(t)$ аппроксимируется тем точнее, чем больше суммируется членов ряда.

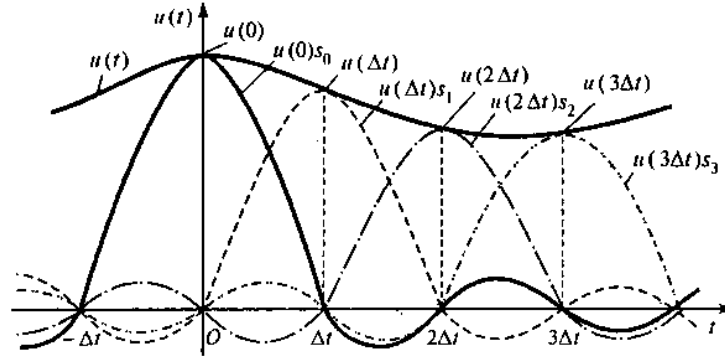


Рисунок 2.3 - Аппроксимация аналогового сигнала временным рядом Котельникова

Практическая значимость теоремы Котельникова заключается в том, что она даёт теоретическое обоснование возможности передачи непрерывных сообщений дискретными значениями.

Дискретизация непрерывного сигнала. Преобразование непрерывного сигнала в дискретный $u_d(t)$ можно представить операцией перемножения непрерывного сигнала $u(t)$ и дискретизирующей последовательности $y(t)$ в виде прямоугольных импульсов единичной амплитуды и большой скважности - $u_d(t) = u(t)y(t)$.

Эту операцию осуществляют с помощью электронного ключа K , состояние которого «Открыто» и «Закрыто» управляется генератором прямоугольных импульсов Γ (рисунок 2.4, а) [1, 2]. Длительность дискретизирующих импульсов τ_u должна быть много меньше интервала дискретизации Δt . Поэтому скважность импульсной последовательности выбирают достаточно большой, ($T_u/\tau_u \gg 1$). Принцип формирования дискретного сигнала показан на рисунке 2.4, б...г, где изображены графики функций $u(t)$, $y(t)$ и $u_d(t)$ [1, 2].

Спектральный состав дискретного сигнала $u_d(t)$. Пусть непрерывный сигнал $u(t)$ имеет спектральную плотность $S(\omega)$ (рисунок. 2.5, а), а последовательность дискретизирующих прямоугольных импульсов $y(t)$ задана рядом Фурье:

$$y(t) = \frac{\tau_u}{\Delta t} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos n\omega_1 t \right], \quad (2.4)$$

где круговая частота $\omega_1 = 2\pi / \Delta t$, а коэффициенты I_n равны:

$$I_n = \frac{\sin(n\omega_1\tau_u/2)}{n\omega_1\tau_u/2} \quad (2.5)$$

Используя теорему о спектрах – «Спектр произведения двух сигналов равен свертке спектров этих сигналов» - спектральную плотность дискретного сигнала $u_\delta(t)$ запишем в следующем виде:

$$S_\delta(\omega) = \frac{\tau_u}{\Delta t} \left[S(\omega) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n S(\omega - n\omega_1) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n S(\omega + n\omega_1) \right]. \quad (2.6)$$

Так как при $n = 0$ коэффициент $I_0 = 1$, то выражение для спектральной плотности дискретного сигнала (2.6) можно записать в более компактном виде:

$$S_\delta(\omega) = \frac{\tau_u}{\Delta t} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\omega_1\tau_u/2)}{n\omega_1\tau_u/2} S(\omega - n\omega_1) \right]. \quad (2.7)$$

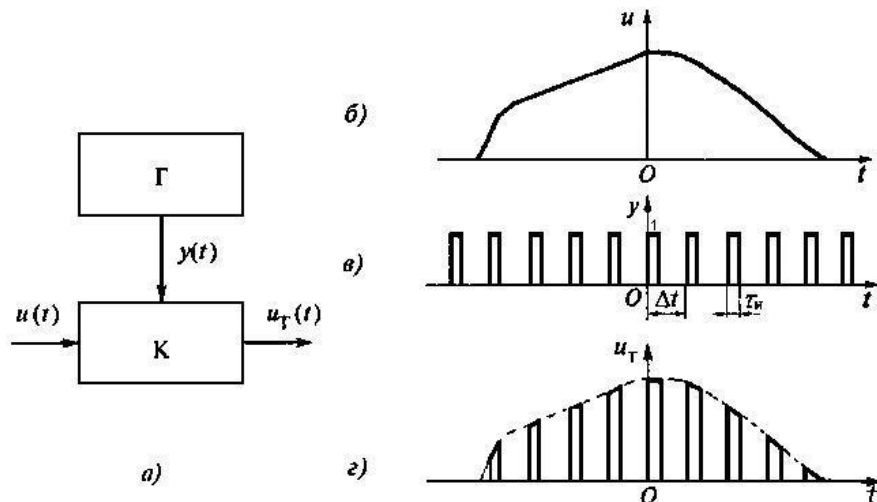


Рисунок 2.4 - Принцип формирования дискретного сигнала: а-структурная схема дискретизатора; б- непрерывный первичный сигнал; в -дискритизирующая последовательность импульсов; г- дискретный сигнал на выходе ключа

Графики спектральной плотности непрерывного первичного сигнала и соответствующего дискретного сигнала, показаны на рисунке 2.5 [1, 2].

Сформулируем основные свойства спектров дискретных сигналов:

- *спектральная плотность $S_\delta(\omega)$ дискретного сигнала $u_\delta(t)$ представляет собой бесконечную последовательность спектральных плотностей $S(\omega)$ исходного непрерывного сигнала $u(t)$ сдвинутых друг относительно друга на частоту дискретизации ω_1 ;*
- *огибающая спектральной плотности $S_\delta(\omega)$ дискретного сигнала $u_\delta(t)$ с точностью до коэффициента $1/\Delta t$ повторяет огибающую спектральной плотности дискретизирующего прямоугольного импульса.*

Чтобы восстановить непрерывный сигнал $u(t)$ из дискретного $u_d(t)$, достаточно выделить центральную часть спектра $S_d(\omega)$ при помощи идеального ФНЧ с коэффициентом передачи $K(\omega) = K_0$ в области $-\omega_g \leq \omega \leq \omega_g$. АЧХ идеального ФНЧ показана штриховой линией прямоугольной формы на рисунке 2.5 б. Реальный ФНЧ имеет частотную характеристику, отличную от идеальной из-за конечной крутизны скатов АЧХ, которая перекрывает несколько лепестков спектра дискретного сигнала. (штрих - пунктирная линия на рисунке 2.5, б). Этот недостаток устраняется уменьшением интервала дискретизации непрерывного сигнала. При этом отдельные составляющие спектра дискретного сигнала достаточно удалены друг от друга по оси частот и не перекрываются (как это и показано на рисунке 2.5, б). Поэтому они могут быть легко выделены реальным ФНЧ или ПФ, с центральной частотой полосы пропускания, совпадающей с частотой дискретизации [1, 4].

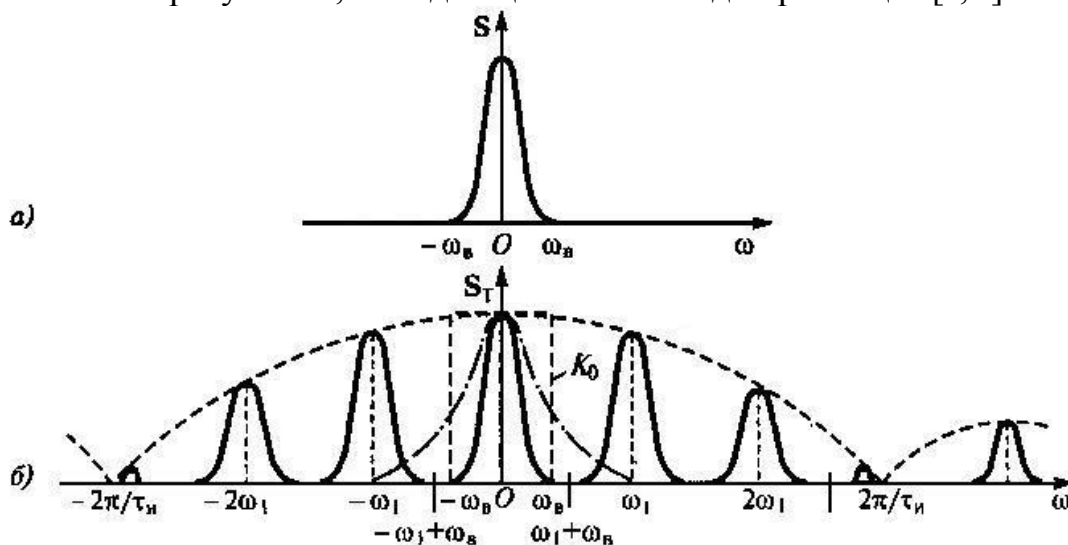


Рисунок 2.5 - Спектральная плотность сигналов: а – непрерывного первичного; б- дискретного

С уменьшением длительности дискретизирующего импульса τ_u амплитуды спектральных составляющих с ростом частоты убывают медленнее. В предельном случае, при $\tau_u \rightarrow 0$, спектр дискретного сигнала будет представлять собой бесконечную последовательность «копий» спектров исходного сигнала, имеющих одинаковые амплитуды. Если одновременно с уменьшением длительности увеличивать амплитуду импульса так, чтобы его площадь оставалась неизменной и равной единице, то теоретически дискретизирующим сигналом может быть бесконечная последовательность дельта-функций, что упрощает анализ аналоговых сигналов. В частности, спектральную плотность $S_d(\omega)$ можно вычислить непосредственно по совокупности временных отсчетов $\{u(k \Delta t)\}$, когда сигнал $u_d(t)$ представляет последовательность дельта-функций, следующих с интервалом времени Δt , а амплитудные коэффициенты этих

функций будут равны по величине уровням аналогового сигнала в точках дискретизации $t = k \cdot \Delta t$. Величина дискретного сигнала:

$$u_{\delta}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t). \quad (2.8)$$

Спектральную плотность $S_{\delta}(\omega)$ можно вычислить по совокупности временных отсчетов $\{u(k\Delta t)\}$, применив прямое преобразование Фурье к сигналу (2.8) и учитывая фильтрующее свойство дельта-функции («интеграл от произведения дельта-функций на функцию сигнала равен значениям амплитуды сигнала в отсчетные моменты времени» [2]. С учетом этого спектральную функцию $S_{\delta}(\omega)$ получим в следующем виде

$$S_{\delta}(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} u(k\Delta t)e^{-j\omega k\Delta t}, \quad (2.9)$$

позволяющем сократить время обработки аналоговых сигналов.

Алгоритм дискретного преобразования Фурье. В современных РЭС производят обработку дискретных сигналов в частотной области, что позволяет повысить производительность и улучшить массогабаритные показатели РЭС. Выполнив дискретное преобразование непериодического импульсного сигнала $u(t)$ с длительностью T_u и со спектральной плотностью $S(\omega)$, получим формулу для вычисления комплексных коэффициентов преобразования Фурье, называемую дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) [1]:

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k e^{-j2\pi nk/N}, \quad (2.10)$$

где $N = T_u / \Delta$ - число отсчетов, а u_k - отсчеты уровня импульсного сигнала. Последовательность перехода от аналогового импульсного сигнала к дискретному преобразованию Фурье показана на рисунке 2.6 [1, 2]. ДПФ позволяет вычислить гармонические составляющие комплексного спектра C_n по заданным дискретным отсчетам u_k аналогового сигнала $u(t)$. ДПФ обладает следующими свойствами, идентичными свойствам непрерывного преобразования Фурье [1-5]:

1. Линейность ДПФ – спектр суммы (разности) дискретных сигналов равен сумме (разности) их ДПФ.
2. Если задержать дискретный сигнал на один такт, то спектр необходимо умножить на $\exp(-j2\pi n/N)$.
3. Коэффициенты преобразования Фурье свертки двух дискретных сигналов являются произведениями коэффициентов ДПФ свертываемых сигналов.
4. Коэффициент C_0 равен среднему значению (постоянной составляющей) всех дискретных отсчетов сигнала

$$C_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \quad (2.11)$$

5. Число определяемых коэффициентов C_n равно числу отсчетов N за длительность сигнала T_u ; при $n = N$ коэффициент $C_N = C_0$.

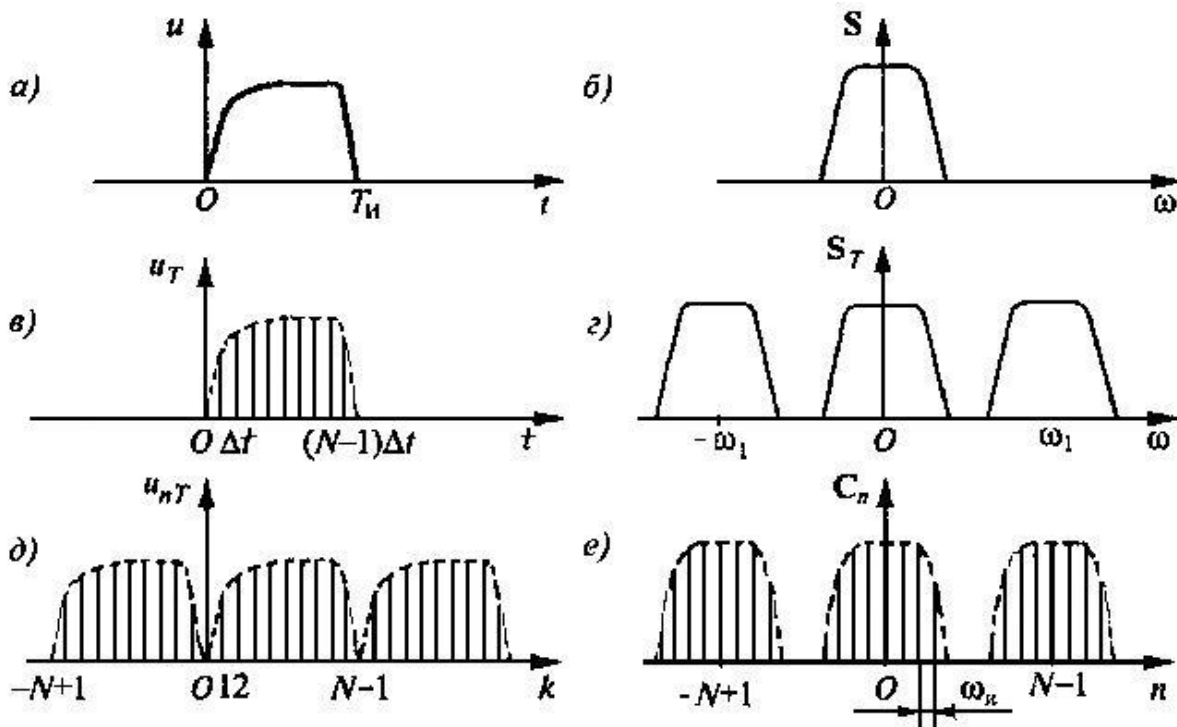


Рис. 2.6- Дискретизация импульсного сигнала и гармонические составляющие ДПФ: $a, б$ — аналоговый сигнал и его спектр; $в, г$ — дискретный сигнал и его спектр; $д$ — периодическая последовательность дискретного сигнала; $е$ — ДПФ импульсного сигнала

Из формулы (2.10) следует, что для определения одного коэффициента ДПФ сигнальной последовательности из N отсчетов, необходимо выполнить около N операций умножения на комплексное число и столько же сложений, а для нахождения всех коэффициентов необходимо выполнить N^2 вычислений. В частности, при $N = 2^{10} = 1024$ надо осуществить более миллиона (1024^2) умножений и сложений. Если длины обрабатываемых массивов превышают тысячу единиц, то дискретная спектральная обработка в реальном масштабе времени требует существенного увеличения быстродействия и усложнения вычислительных устройств РЭС [9-11].

Быстрое преобразование Фурье. Многократно сократить число операций позволяет быстрое преобразование Фурье (БПФ), обеспечивающее более скоростное и эффективное цифровое вычисление коэффициентов ДПФ [1-3]. В основу этого алгоритма положен принцип разбиения (прореживания во времени) заданной последовательности отсчетов дискретного сигнала на ряд

промежуточных последовательностей (подпоследовательностей). Это значит, что число дискретов N разделяется на множители (например, $N = 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $N=60=3 \cdot 4 \cdot 5$). Затем определяются спектры этих промежуточных последовательностей и через них находится спектр всего сигнала. Удобно обрабатывать сигнальные последовательности со значениями числа отсчетов N , являющимися степенью с основанием два (4, 8, 16 и т. д.) и многократно делить входную последовательность отсчетов на более мелкие подпоследовательности.

Выражение для алгоритма БПФ имеет следующий вид:

$$C_{N/2+n} = C_{\text{нчт}} - e^{-j2\pi n/N} C_{\text{нчч}}, \quad n=0,1,2,\dots,N/2-1, \quad (2.12),$$

где $C_{\text{нчт}}$, $C_{\text{нчч}}$ - коэффициенты четной и нечетной подпоследовательностей.

Алгоритмы БПФ сокращают число операций по сравнению с алгоритмами ДПФ в $N/\log_2 N$ раз. При очень больших массивах отсчетов входного сигнала выигрыш в скорости обработки может достигать более трех порядков [1].

2.2 Принцип квантования гармонического сигнала

Преобразования сигналов из аналоговой формы в цифровую и из цифровой в аналоговую осуществляют аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи (АЦП и ЦАП). Они характеризуются погрешностью, быстродействием и динамическим диапазоном. Основная погрешность при цифровой обработке сигналов обусловлена квантованием сигнала в АЦП на конечное число уровней, определяемое разрядностью кода k . Основным путем снижения шумов квантования - использование многоразрядных кодов. Однако это приводит к уменьшению быстродействия цифровых устройств. Уровень шума квантования, обеспечивающего заданную точность восстановления непрерывного сигнала определяет необходимое количество разрядов в кодах.

Процесс равномерного квантования аналогового сигнала показан на рисунке 2.7 [1]. Если на вход схемы квантования АЦП подано линейно нарастающее напряжение $u_1(t) = u_1$ (штриховая линия), то выходное напряжение $u_2(t) = u_2$ будет представлять собой линию ступенчатой формы (рисунок 2.7, а). Эта линия носит название характеристики квантования. Разность двух напряжений $q(t) = q = u_2(t) - u_1(t)$ представляет собой шум (ошибку или погрешность) квантования. При равномерном квантовании максимальное значение погрешности не зависит от уровня напряжения $u_1(t)$ и всегда равно половине шага квантования $\Delta/2$. В большинстве случаев $q(t)$ можно считать случайным процессом с равномерным распределением вероятности и нулевым средним значением. Пусть на вход АЦП поступает полупериод гармонического колебания $u_{ВХ}(t)$ (рисунок 2.7, а). Выходной сигнал $u_{ВЫХ}(t) = u_{ВЫХ}$ приобретает ступенчатую форму (ступенчатая линия на

рисунке 2.7, б), отличающуюся от входного сигнала $u_{ВХ}(t)$. Функция погрешности квантования $q(t)$ (рисунок 2.7, в) аналитически запишется в виде:

$$q(t) = u_{ВЫХ}(t) - u_{ВХ}(t) . \quad (2.13)$$

Изменения амплитуды и частоты гармонического сигнала на входе АЦП приводят лишь к изменению частоты следования зубцов функции $q(t)$, а их форма остается почти треугольной (рисунок 2.7, в). Среднюю мощность (дисперсию) шума квантования можно вычислить из геометрических построений на рисунке 2.7, в:

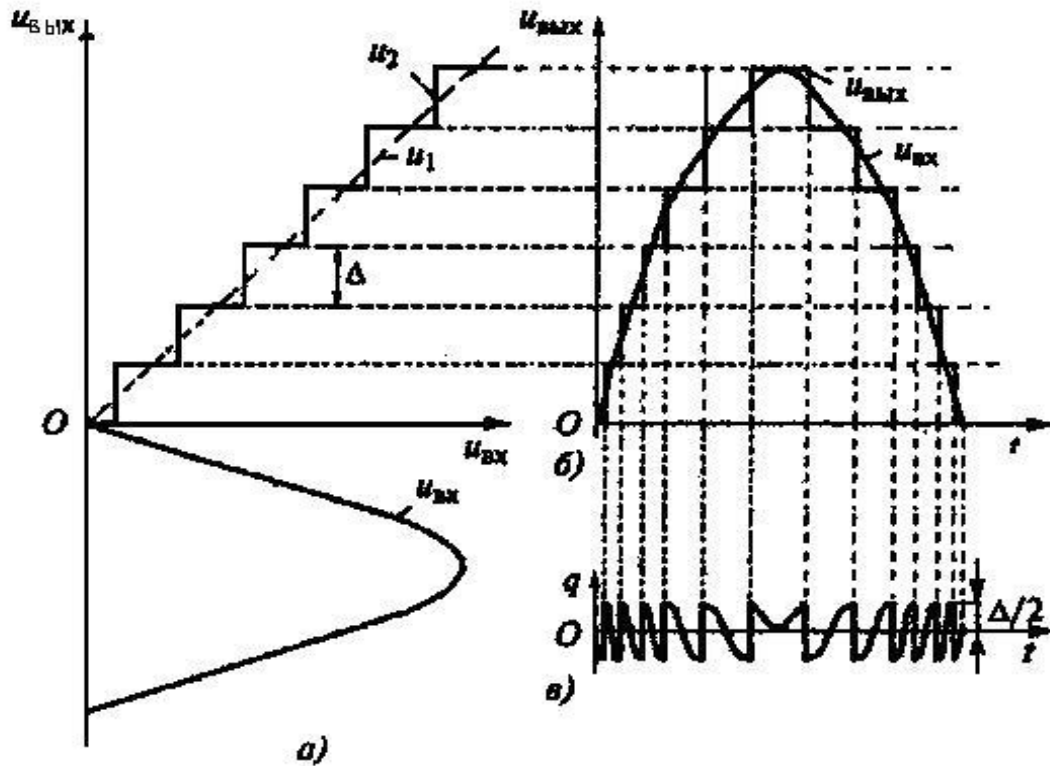


Рисунок 2.7 – Равномерное квантование гармонического сигнала

а — принцип квантования полупериода гармонического сигнала ; б — сигнал на выходе;
в — шум квантования

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 = \frac{\Delta^2}{12} . \quad (2.13a)$$

Из формулы следует, что шум квантования снижается с уменьшением шага квантования Δ (с увеличением разрядности цифрового кода). Если при квантовании вместо *округления* используется *усечение* (округление в сторону меньшего значения), то шум квантования лежит в диапазоне $1 \dots \Delta$, его среднее значение равно $\Delta/2$, а дисперсия, как и при округлении, составляет $\Delta^2/12$. Отношение сигнал/шум (С/Ш) при квантовании гармонического сигнала определим, разделив амплитуду U_m на средне-квадратическое значение шума

квантования: $C/Ш = U_m / (\Delta^2/12)^{1/2} = 2 U_m 3^{1/2} / \Delta = N / 3^{1/2}$, здесь $N = 2 U_m / \Delta$ - число уровней квантования, укладываемых в размах сигнала. Если АЦП имеет k двоичных разрядов, то он обеспечивает $N = 2^k$ уровней квантования. При поступлении на вход АЦП гармонического сигнала, размах которого равен входному диапазону АЦП, отношение сигнал/шум на выходе составляет $C/Ш = 2^k 3^{1/2}$. Логарифмирование этого выражения дает приближенную формулу для расчета отношения сигнал/шум (в децибелах) при заданном числе k двоичных разрядов - $C/Ш_{дБ} = 6k + 4,77$ дБ [3].

3 Описание установки и измерительная аппаратура для проведения работы [5]

Исследуемое устройство (рисунок 3.1) размещено на сменном блоке ТЕОРЕМА КОТЕЛЬНИКОВА и представляет собой дискретизатор (обозначенный на макете как перемножитель сигналов) и набор из трех фильтров - восстановителей с разными частотами среза. Источники исследуемых сигналов - S_1 , S_2 и S_3 находятся в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ, а сами сигналы представляют собой суммы гармоник с частотами 2, 4 и 6 кГц. (При необходимости исследуемый сигнал может быть усложнен добавлением еще одного гармонического сигнала с частотой 1кГц с помощью сумматора стенда).

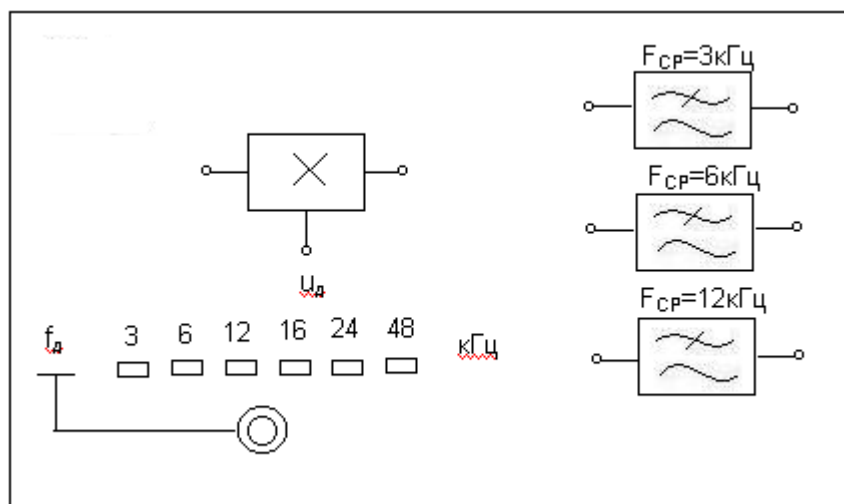


Рисунок 3.1 – Исследуемое устройство для проведения работы

Дискретизатор, формирующий отсчеты $s(k\Delta t)$ непрерывного сигнала $s(t)$, выполняет функцию перемножителя этого сигнала на короткие импульсы напряжения дискретизации ($U_{дискр}$). В данном случае дискретизатор выполнен по схеме аналогового коммутатора, пропускающего входной сигнал $s(t)$ на выход в течение короткого времени существования импульсов дискретизации.

Временной интервал между соседними отсчетами дискретизированного сигнала $s(k\Delta t)$ зависит от выбора частоты дискретизации f_δ :

$$\Delta t = 1/f_\delta \quad (3.1)$$

Эта частота может изменяться дискретно при нажатии кнопки f_δ , при этом выбранное значение этой частоты индицируется светодиодом ($f_\delta = 3, 6, 12, 16, 24$ и 48 кГц). Все упомянутые выше частоты (частоты дискретизации и частоты гармоник исследуемых сигналов) жестко синхронизированы, что упрощает наблюдение процессов на осциллографе.

В качестве фильтров - восстановителей используются три активных ФНЧ четвертого порядка с частотами среза $3, 6$ и 12 кГц. Для снятия импульсных характеристик фильтров используется генератор коротких импульсов " δ - функций" (гнезда $\delta(t)$ в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ).

В соответствии с теоремой Котельникова отсчеты, следующие через интервалы времени $\Delta t = 1/2F_B$, где F_B - верхняя частота сигнала, могут быть преобразованы в исходный сигнал после прохождения через идеальный ФНЧ с частотой среза $F_{CP} = F_B$. В работе используются реальные ФНЧ с достаточно крутыми спадами АЧХ после частоты среза. Поэтому на практике выбирают

Δt несколько меньше (а иногда и в несколько раз меньше), чем требуется в теореме Котельникова с тем, чтобы реальный ФНЧ с АЧХ трапециевидной формы позволял выделить спектр исходного сигнала из спектра дискретизированного сигнала, что гарантирует отсутствие искажений при обратном преобразовании (восстановлении) сигнала.

В качестве измерительных приборов используются двухлучевой осциллограф и ПК, работающий в режиме анализатора спектра.

4 Задание на работу

4.1 Произвести дискретизацию одного из сложных сигналов (s_1, s_2 или s_3).

4.2 Исследовать спектры исходного и дискретизированного сигналов.

4.3 Исследовать частотные и импульсные характеристики фильтров – восстановителей.

4.4 Исследовать процесс восстановления дискретизированных сигналов.

5 Методические указания по выполнению работы [5]

5.1 Дискретизация сигнала.

5.1.1 Выбрать один из трех сигналов (например, s_1) в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ и подать его на вход "А" ПК, работающего в

режиме спектроанализатора. (Входы ПК находятся в нижней части стенда справа).

5.1.2 С помощью спектроанализатора (ПК) получить спектр сигнала и определить его верхнюю частоту (F_B).

5.1.3 Рассчитать требуемую частоту дискретизации f_δ и установить ее на макете кнопкой " f_δ ".

5.1.4 Соединить входы двухлучевого осциллографа со входом и выходом дискретизатора, установить режим внешней синхронизации осциллографа (от гнезда $C1$ блока ИСТОЧНИКИ). Вход спектроанализатора подключить к выходу дискретизатора.

5.1.5 Зафиксировать в отчете временные диаграммы в следующем порядке (с сохранением масштаба по оси времени)

исследуемый сигнал $s(t)$;

напряжение дискретизации (гнездо нижнего входа перемножителя);

выходной дискретизированный сигнал $s(k\Delta t)$.

С экрана монитора ПК зарисовать спектры перечисленных выше сигналов.

5.1.6 Переключая кнопкой частоту дискретизации f_δ на 1-2 шага выше и ниже выбранного значения f_δ , наблюдать изменения в осциллограммах и спектрах на выходе дискретизатора. Наиболее характерные случаи зафиксировать в отчете.

5.2 Исследование фильтров.

С целью выбора наилучшего из трех ФНЧ в качестве фильтра - восстановителя необходимо определить частоту среза каждого из них по АЧХ либо по импульсной характеристике $g(t)$. Кроме того, АЧХ фильтров необходима для последующей коррекции f_δ , а импульсная реакция $g(t)$ нужна для объяснения процесса восстановления сигнала.

5.2.1 Снятие АЧХ фильтра проводится путем подачи на его вход гармонического сигнала с напряжением $1В$ и с частотой $1кГц$ от встроенного генератора в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. К выходу фильтра подключить встроенный цифровой вольтметр переменного напряжения. Плавно увеличивая частоту генератора, снять частотную характеристику $U_{ВЫХ}=\varphi(f)$ с шагом $1-2 кГц$ так, чтобы зафиксировать частоту среза F_C , на которой $U_{ВЫХ}$ окажется в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем на частоте $1 кГц$, а также частоты, на которых $U_{ВЫХ}$ уменьшится до $0,1$ и $0,05$ от $U_{ВЫХ}(1кГц)$. Построить на одном графике АЧХ трех фильтров и отметить на них уточненные значения частот среза F_C . Выбрать лучший фильтр - восстановитель для исследуемого сигнала.

5.2.2. Снятие импульсной реакции ФНЧ производится путем подачи на вход фильтра коротких импульсов (от гнезда " $\delta(t)$ " блока "ИСТОЧНИКИ").

Осциллограмма выходного сигнала будет соответствовать импульсной реакции фильтра $g(t)$. Зарисовать осциллограммы $g(t)$ для трех фильтров, фиксируя на них значения "нулей" (рисунок 3.2) по шкале на экране осциллографа с учетом масштаба развертки ($мкс/дел$). Определив Δt^1 для каждого ФНЧ, находим частоты среза по формуле:

$$F_C = 1/(2 \Delta t^1). \quad (5.1)$$

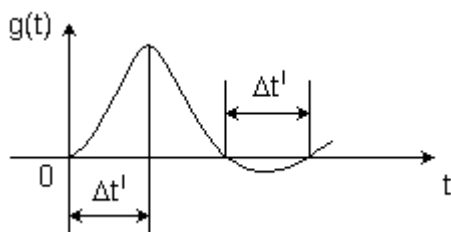


Рисунок 3.2 – Осциллограммы импульсной реакции фильтра $g(t)$.

5.2.3. По пунктам 5.2.1 или 5.2.2 выбрать фильтр, наиболее пригодный для восстановления дискретизированного сигнала.

5.3 Восстановление дискретизированного сигнала.

5.3.1. Сопоставляя спектры, снятые по пункту 5.1.6 с частотной характеристикой выбранного фильтра - восстановителя, скорректировать частоту дискретизации, увеличив её на 1 - 2 шага от расчетного значения с тем, чтобы спектр исходного сигнала $s(t)$ можно было выделить из спектра дискретизированного сигнала с помощью выбранного реального ФНЧ.

5.3.2. Соединить выход дискретизатора со входом выбранного ФНЧ, установить на макете уточненное в пункте 5.3.1. значение f_0^1 . Подключив один из входов осциллографа ко входу дискретизатора, а второй - к выходу ФНЧ, зафиксировать в отчете осциллограммы исходного и восстановленного сигнала.

5.3.3. Изменяя частоту дискретизации на 1 - 2 шага от скорректированного значения f_0 , зафиксировать наиболее характерные осциллограммы восстановленных сигналов. В отчете привести заключение о том, допустимо ли изменять интервал между отсчетами дискретизированного сигнала (Δt).

5.3.4. Установив прежнее значение f_0^1 , заменить выбранный ФНЧ на другой, а затем и на третий фильтр, фиксируя в отчете осциллограммы восстановленных сигналов с указанием F_C ФНЧ.

5.3.5. Соедините вход дискретизатора с источником периодической последовательности прямоугольных импульсов, в качестве которого используется КОДЕР-1. Установите тумблерами КОДЕРА-1 любую

комбинацию из одной единицы и четырех нулей. При этом на выходе КОДЕРА-1 формируются прямоугольные импульсы длительностью 450 мкс с периодом 7650 мкс. Проведя анализ спектра этого сигнала, выберите f_0 и фильтр восстановитель. Зафиксируйте осциллограммы и спектры входного, дискретизированного и восстановленного сигналов.

6 Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Функциональную схему установки.
2. Осциллограммы, спектры и характеристики фильтров по всем пунктам задания.
3. Выводы по пунктам 5.3.3 и 5.3.5.

7 Перечень заданий и контрольных вопросов, которые могут быть предложены во время защиты отчёта по работе [5]

1. Каков практический смысл в дискретизации аналоговых сигналов?
2. Сформулируйте теорему Котельникова.
3. При каких условиях теорема Котельникова гарантирует двойное преобразование сигналов (дискретизация и восстановление) без искажений?
4. Каков алгоритм восстановления дискретизированного сигнала?
5. Какова роль ряда Котельникова в объяснении процесса восстановления сигнала?
6. Какую функцию выполняет ФНЧ?
7. С какой целью в работе исследовались спектры исходного и дискретизированного сигналов?
8. Можно ли произвольно увеличивать или уменьшать Δt между отсчетами? К чему это может привести?
9. В чем отличие идеального и реального ФНЧ?
10. С чем связана необходимость корректировать значение частоты дискретизации?
11. Как Вы представляете себе процесс дискретизации аналогового сигнала? Какие функциональные узлы для этого необходимы?
12. Назовите причины, вызывающие искажения при восстановлении дискретизированных сигналов.

8 Список литературы

1. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники и связи: Учебник для вузов / В.И.Нефедов - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2002.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. Изд. 3-е, перер. и доп. - М.: Высшая школа, 2000.
3. Скляр Бернанд. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд.2-е, испр.: Пер.с англ. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.
4. Теория электрической связи: Учебник для вузов. Под ред. Д.Д. Кловского М.: Радио и связь, 1999.
5. Борисенко А. В. Теория электрической связи. Методические указания к лабораторным работам. Части 1 и 2. СПб, 2004.