

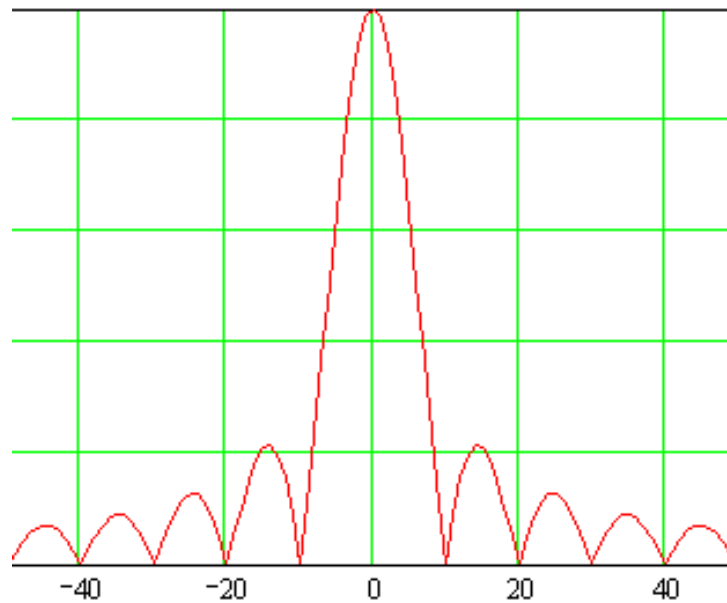


Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

А. П. Кулинич, А. С. Шостак

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА СИГНАЛОВ

Методические указания к лабораторной работе
для студентов радиоконструкторского факультета



ТОМСК 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

А.П. Кулинич, А.С. Шостак

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА СИГНАЛОВ

Руководство к лабораторной работе
для студентов радиоконструкторского факультета

2012

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	3
1 ВВЕДЕНИЕ.....	4
2 СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ	4
2.1 Спектры и их свойства.....	4
2.2 Спектр последовательности прямоугольных импульсов.....	7
2.3 Спектр амплитудно-модулированного колебания.....	8
2.4 Спектр последовательности косинусоидальных импульсов	9
3 МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ	11
4 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ	12
5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ	15
6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	16

1 ВВЕДЕНИЕ

В современной радиотехнике используются два равноправных способа представления (описания) процессов, протекающих в различных радиотехнических цепях. С одной стороны, всякий сигнал может быть представлен некоторой временной функцией $S(t)$, выражающей изменение во времени той или иной электрической величины (например, тока или напряжения). С другой стороны, временной сигнал $S(t)$ может быть представлен в виде суммы гармонических (синусоидальных) колебаний разных частот - спектра этого сигнала. По сути дела, об одном и том же процессе говорят на различных языках - на языке временном и языке спектральном (частотном).

В принципе можно было бы обойтись только временными или только спектральными представлениями. Но дело в том, что в зависимости от назначения радиотехнических устройств, в одних случаях естественно и удобно пользоваться спектральными представлениями, в других – временными. Так, например, назначение всякого фильтра состоит в том, чтобы пропустить колебания одних частот и задержать колебания других; иначе говоря, фильтр видоизменяет спектр воздействия. Поэтому действие и свойства фильтра естественно описывать на спектральном языке.

При разработке же какой либо схемы передачи импульсов (например, импульсного усилителя, линии задержки и т.д.), когда в первую очередь интересуются искажениями формы импульсов, удобнее описывать работу схемы на временном языке.

Целями настоящей работы являются:

- 1) изучение спектральных представлений различных радиотехнических сигналов (последовательность прямоугольных импульсов; амплитудно-модулированное (АМ) колебание; последовательность косинусоидальных импульсов);
- 2) изучение методики спектрального анализа.

2 СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

2.1 Спектры и их свойства

Сигнал вида:

$$S(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.1)$$

называется гармоническим сигналом. Существенно отметить, что сигнал (2.1) является бесконечно протяженным во времени, т.е. существует в интервале $[-\infty; \infty]$.

Периодическим называется повторяющийся с периодом T сигнал, обладающий следующим свойством:

$$S(t) = S(t + nT), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

Периодический сигнал может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\omega_1 t - \varphi_n), \quad (2.3)$$

где $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}, \quad (2.4)$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \partial t, \quad (2.5)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot \cos n\omega_1 t \cdot \partial t, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot \sin n\omega_1 t \cdot \partial t. \quad (2.6)$$

Как видно из выражения (2.3) периодический сигнал $S(t)$ в общем случае содержит постоянную составляющую a_0 и бесконечный набор гармонических колебаний $A_n \cdot \cos(n\omega_1 t - \varphi_n)$, так называемых “гармоник” с частотами $\omega_n = n\omega_1$ кратными основной частоте периодической последовательности

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}. \quad (2.7)$$

Совокупность гармонических составляющих (2.3), образующих в сумме сигнал $S(t)$, называют спектром сигнала.

Для того, чтобы определить спектр некоторого сигнала, необходимо найти амплитуды A_n и начальные фазы φ_n в общем случае бесконечного ряда

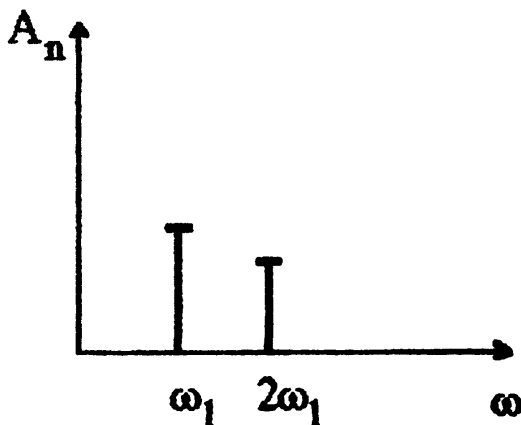


Рисунок 2.1. Спектр амплитуд

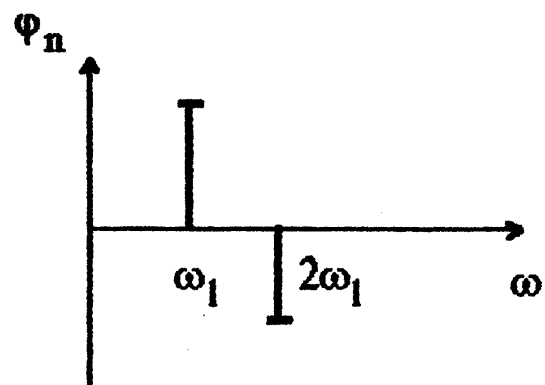


Рисунок 2.2. Спектр фаз

гармоник исследуемого сигнала. На практике ограничиваются некоторым

конечным числом гармоник, с определенной точностью представляющих сигнал $S(t)$.

Спектр периодической функции имеет дискретный (линейчатый) характер и графически изображается в виде отрезков линий, высота и расположение которых на частотной оси определяют амплитуду или начальную фазу и частоту спектральных составляющих (рис. 2.1, рис. 2.2).

График на рис.2.1 называют - спектром амплитуд (амплитудным спектром), а график на рис.2.2 - спектром фаз (фазовым спектром). Обычно в первую очередь интересуются амплитудным спектром, который позволяет судить о процентном содержании тех или иных гармоник в спектре сигнала.

Часто используют комплексную форму записи ряда Фурье:

$$S(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (2.8)$$

где

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot e^{-jn\omega_1 t} \cdot dt. \quad (2.9)$$

Бесконечно протяженные во времени сигналы являются удобной математической моделью, но физически существовать не могут, поскольку мощность таких сигналов была бы бесконечно велика. Реальные же сигналы всегда имеют конечную длительность.

Для перехода в выражении от периодических сигналов к непериодическим (например, одиночный импульс) будем увеличивать период повторения T . При этом частоты соседних гармоник $n\omega_1$ и $(n+1)\omega_1$ окажутся сколь угодно близкими, а выражения (2.3), (2.8) преобразуются к следующему виду:

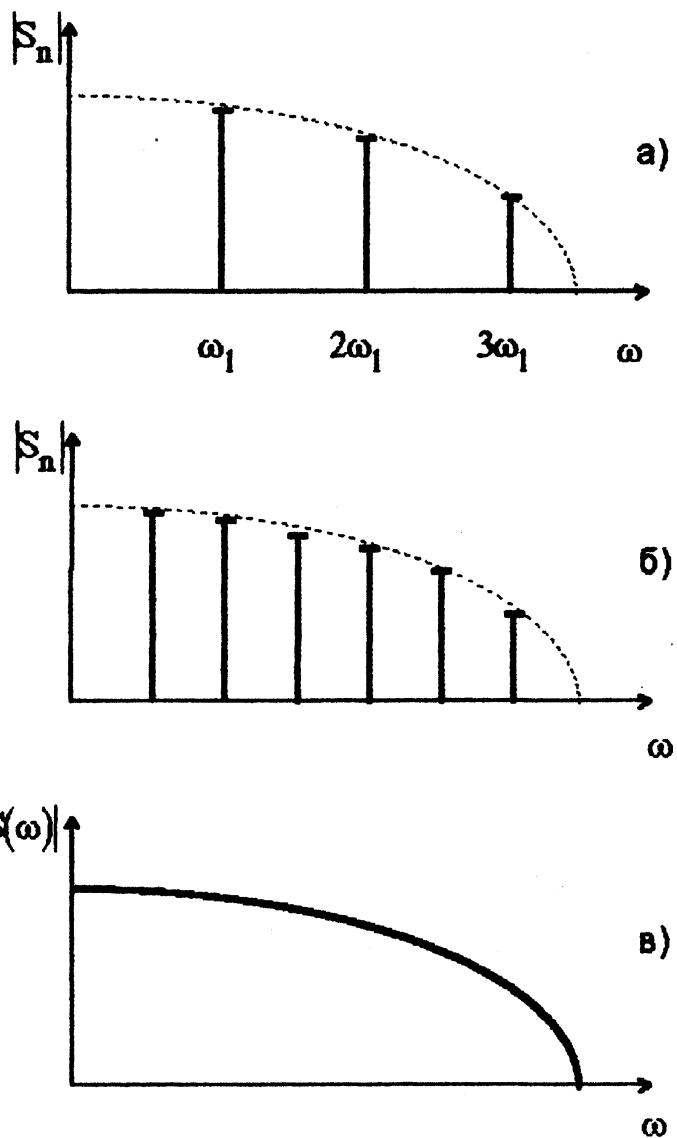


Рисунок 2.3. Изменение спектра при переходе от периодического сигнала к непериодическому

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt. \quad (2.10)$$

Функция $S(\omega)$ носит название спектральной плотности сигнала $S(t)$, а формула (2.10) осуществляет преобразование Фурье данного сигнала. Сигналы конечной длительности имеют сплошные (непрерывные) спектры. Рис. 2.3 иллюстрирует изменение спектра при переходе от периодического сигнала к непериодическому. На рис. 2.3 а показан линейчатый спектр бесконечного периодического сигнала. Здесь расстояние ω_1 между соседними гармониками определяется периодом T сигнала (см. выражение (2.7)). При увеличении периода T расстояние между соседними гармониками уменьшается (рис. 2.3 б). При переходе к пределу при $T \rightarrow \infty$ интервал между линиями будет стремиться к нулю и спектр для сигнала с конечной длительностью превратится в непрерывную последовательность точек (рис. 2.3 в), т.е. в линию, представляющую непрерывную функцию частоты $S(\omega)$ (см. формулу (2.10)).

На рис. 2.3 а и рис. 2.3 б для согласования с размерностью спектра на рис 2.3 в использована следующая величина:

$$S_n = C_n T = \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot e^{-jn\omega t} \cdot dt. \quad (2.11)$$

Таким образом, линейчатый спектр амплитуд периодической последовательности импульсов (построенный в масштабе (2.11)) вписывается в кривую $|S(\omega)|$ сплошного спектра одиночного импульса.

2.2 Спектр последовательности прямоугольных импульсов

Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов с длительностью импульса τ_H , периодом T и амплитудой A представляется следующим рядом Фурье:

$$S(t) = A \cdot \left[\frac{\tau_H}{T} + \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin n\omega_1 t \right]. \quad (2.12)$$

Величина $q = T/\tau_H$ называется скважностью последовательности.

При этом амплитуды гармоник спектра определяются следующими выражениями:

$$A_0 = \frac{\tau_H}{T} \cdot A; \quad A_n = \frac{2A}{\pi n} \cdot \left| \sin \pi n \frac{\tau_H}{T} \right|, \quad (2.13)$$

где A_0 - постоянная составляющая;

A_n - амплитуда n - гармоники спектра ($n = 1, 2, 3, \dots$).

На рис. 2.4 показан спектр последовательности импульсов, соответствующий выражениям (2.12), (2.13). Как видно из рис.2.4 расстояние

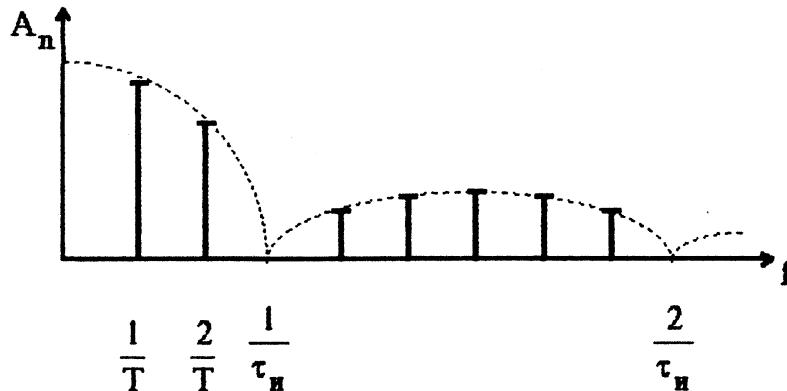


Рисунок 2.4. Спектр последовательности прямоугольных импульсов

между соседними гармониками и определяется периодом T последовательности; огибающая (пунктир на рис.2.4) спектра определяется спектром одиночного импульса; нули огибающей спектра определяются длительностью одиночного импульса τ_{II} .

2.3 Спектр амплитудно-модулированного колебания

Сигналы, поступающие из источника сообщений (например, микрофон, телевизионная камера и т.д.), как правило, относительно низкочастотны и не могут быть непосредственно переданы по радиоканалу на значительное расстояние. Чтобы осуществить эффективную передачу сигналов в какой-либо среде, необходимо перенести спектр этих сигналов из низкочастотной области в область достаточно высоких частот. Эта операция получила название **модуляции**.

Идея способа, позволяющего переносить спектр сообщения в область высоких частот заключается в следующем. В передатчике формируется вспомогательный высокочастотный сигнал, называемый **несущим колебанием**:

$$U_{HEC}(t) = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.14)$$

где U_m , ω_0 , φ_0 - соответственно амплитуда, частота и начальная фаза (параметры) несущего колебания.

Если в сигнале (2.14) зафиксировать все параметры, кроме одного, то незафиксированный параметр можно использовать для передачи сообщения. В зависимости от того, какой параметр несущего колебания используется, различают амплитудную, частотную и фазовую модуляцию.

Амплитудно-модулированный сигнал (АМ - сигнал) может быть записан в следующем виде:

$$U(t) = U_m(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.15)$$

где $U_m(t)$ - передаваемое сообщение.

В простейшем случае амплитудной модуляции гармоническим (синусоидальным) сигналом с частотой Ω выражение (2.15) запишется в виде:

$$U(t) = U_{m0} [1 + m \cdot \cos(\Omega t + \varphi_\Omega)] \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.16)$$

где U_{m0} - постоянный коэффициент, равный амплитуде несущего колебания в отсутствие модуляции ($m = 0$);

m - коэффициент, характеризующий глубину амплитудной модуляции.

Используя известную тригонометрическую формулу

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)],$$

сигнал (2.16) можно представить как сумму простых гармонических колебаний с разными частотами:

$$U(t) = U_m \left\{ \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{m}{2} [(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \varphi_\Omega] + \frac{m}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \varphi_\Omega] \right\}. \quad (2.17)$$

Формула (2.17)

устанавливает

спектральный состав гармонического АМ - сигнала (рис 2.5).

Принята следующая терминология:

ω_0 - несущая частота;

$\omega_0 + \Omega$ - верхняя боковая частота;

$\omega_0 - \Omega$ - нижняя боковая частота.

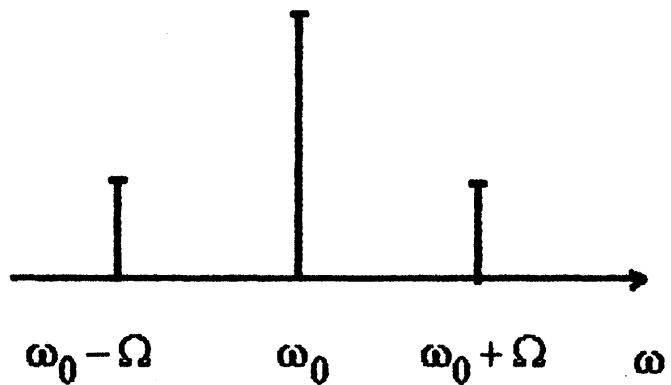


Рисунок 2.5. Спектр АМ - сигнала

2.4 Спектр последовательности косинусоидальных импульсов

На рис. 2.6 показана периодическая последовательность косинусоидальных импульсов, образованная гармоническим сигналом вида $U_m \cos \omega_1 t$,

ограниченным на уровне U_0 . Для анализа спектра этой последовательности используют понятие угла отсечки Θ , определяемого из соотношения

$U_m \cos \Theta = U_0$, откуда:

$$\Theta = \arccos(U_0/U_m).$$

Коэффициенты Фурье этой последовательности имеют следующий вид:

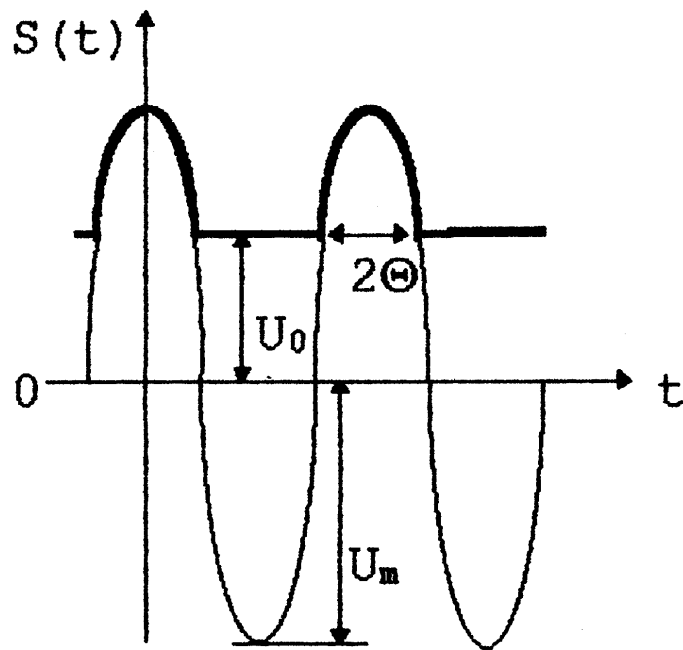


Рисунок 2.6. Угол отсечки Θ

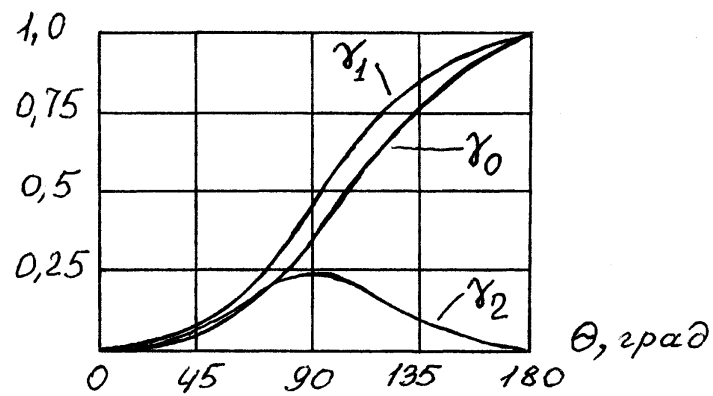


Рисунок 2.7. Графики функций Берга

$$\frac{a_0}{2} = \frac{U_m}{\pi} (\sin \Theta - \Theta \cos \Theta);$$

$$a_n = \frac{2U_m}{\pi} \cdot \frac{\sin(n\Theta) \cdot \cos \Theta - n \cdot \cos(n\Theta) \cdot \sin \Theta}{n(n^2 - 1)}.$$

Полученные результаты обычно записывают так:

$$a_0/2 = U_m \cdot \gamma_0(\Theta); \quad a_n = U_m \cdot \gamma_n(\Theta),$$

где $\gamma_0(\Theta)$, $\gamma_1(\Theta)$, $\gamma_2(\Theta)$... - так называемые функции Берга:

$$\gamma_0(\Theta) = \frac{1}{\pi} (\sin \Theta - \Theta \cdot \cos \Theta);$$

$$\gamma_1(\Theta) = \frac{1}{\pi} (\Theta - \sin \Theta \cdot \cos \Theta);$$

$$\gamma_n(\Theta) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sin(n\Theta) \cdot \cos \Theta - n \cdot \cos(n\Theta) \cdot \sin \Theta}{n(n^2 - 1)} \quad \text{при } n = 2, 3, \dots$$

Графики некоторых функций Берга приведены на рис.2.7.

3 МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Исследовать амплитудный спектр какого-либо сигнала - значит измерить амплитуды всех (или определенного числа) спектральных составляющих. Для этого необходимо сначала выделить отдельные составляющие спектра из всей совокупности гармоник, а затем измерить их амплитуды.

Выделить отдельные спектральные составляющие можно с помощью достаточно узкополосного фильтра, настроенного на частоту измеряемой гармоники A_i , измеряя амплитуду колебаний на выходе этого фильтра (например, вольтметром переменного тока), получим оценку амплитуды спектральной составляющей.

Для оценки всего спектра исследуемого сигнала необходимо последовательно перестраивать фильтр на частоты всех гармоник или одновременно использовать много фильтров, каждый из которых настроен на частоту одной из гармоник.

С другой стороны, для измерения спектра сигнала можно использовать фильтр с фиксированной настройкой, а перемещать спектр сигнала, последовательно совмещая частоту всех гармоник спектра с неизменной резонансной частотой полосового фильтра.

В данной лабораторной работе для исследования спектров ряда радиотехнических сигналов используется полосовой фильтр в виде двухконтурной колебательной системы с фиксированной настройкой (f_0).

Ниже рассмотрены особенности измерения спектров исследуемых сигналов Г

Для получения последовательности прямоугольных импульсов используется генератор прямоугольных импульсов Г5-54 (Г5-53 или другого

типа), Частота повторения f_{Π} (период повторения) импульсов выбирается кратной резонансной частоте фильтра:

$$f_0 = \frac{f_{\Pi}}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Длительность импульсов выбирается равной $\tau = 2 - 10 \text{ мкс}$.

Проводятся наблюдения изменений амплитуды колебаний на выходе фильтра при изменении частоты повторения и длительности импульсов.

Источником АМ - сигнала может служить любой генератор (например, Г4-102, Г4-154 или ГКЧ Х1-40 -несущее колебание), допускающий амплитудную модуляцию генерируемого сигнала от внешнего низкочастотного генератора (например, ГЗ-107, ГЗ-118) модулирующее колебание. Частота несущего колебания $f_{НЕС}$ должна быть во много раз больше частоты модулирующего сигнала f_{Ω} .

При отсутствии модуляции частота несущего колебания настраивается на резонансную частоту двухконтурного полосового фильтра. Плавное изменение частоты несущего колебания можно оценить амплитуды несущей и боковых составляющих спектра АМ - сигнала.

Для анализа спектра АМ - сигнала удобно использовать прибор для исследования АЧХ (ИАЧХ). Генератор качающейся частоты ИАЧХ производит периодические изменения несущей частоты, плавно перемещая тем самым спектр АМ - сигнала относительно полосы пропускания фильтра. При этом на экране индикатора ИАЧХ виден спектр АМ - сигнала.

Периодическая последовательность косинусоидальных импульсов образуется при прохождении гармонического колебания (генератор ГЗ-118) через диод с амплитудой не менее 1В.

Оценку амплитуд спектральных составляющих проводят последовательно, настраивая частоту колебаний генератора на частоты, кратные резонансной частоте полосового фильтра: f_0/n , $n = 1, 2, 3, \dots$

Амплитуды гармоник измеряются вольтметром.

4 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

4.1. При помощи ИАЧХ настроить АЧХ двухконтурного фильтра при малой связи. Измерить резонансную частоту полосового фильтра.

4.2. Исследовать спектр последовательности прямоугольных импульсов.

Собрать экспериментальную установку для исследования спектра последовательности прямоугольных импульсов (рис.2.8).

Установить период прямоугольных импульсов $T = 1/f_0$ (при этом частота первой гармоники спектра совпадает с резонансной частотой фильтра f_0).

Измерить амплитуду первой гармоники A_1 . Длительность импульса при

проведении измерений необходимо выбрать из условия:

$$\tau_H = T/k \quad (k = 3, 4; \tau_H = 2 - 10 \text{ мкс}).$$

Пропорционально увеличивая период следования импульсов T и длительность импульсов τ_H в 2, 3, 4... раз, измерить соответственно амплитуды второй, третьей и т.д. гармоник. При одновременном уменьшении (в одинаковое количество раз) периода и длительности импульсов последовательности меняется лишь масштаб спектра по оси частот, а амплитуды гармоник остаются неизменными (см. выражения (2.12). (2.13)).

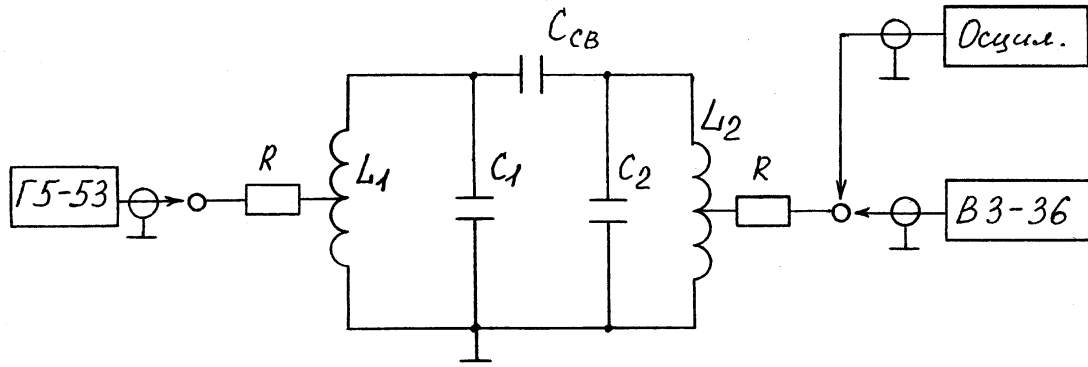


Рисунок 2.8. Схема включения приборов для исследования спектра последовательности прямоугольных импульсов

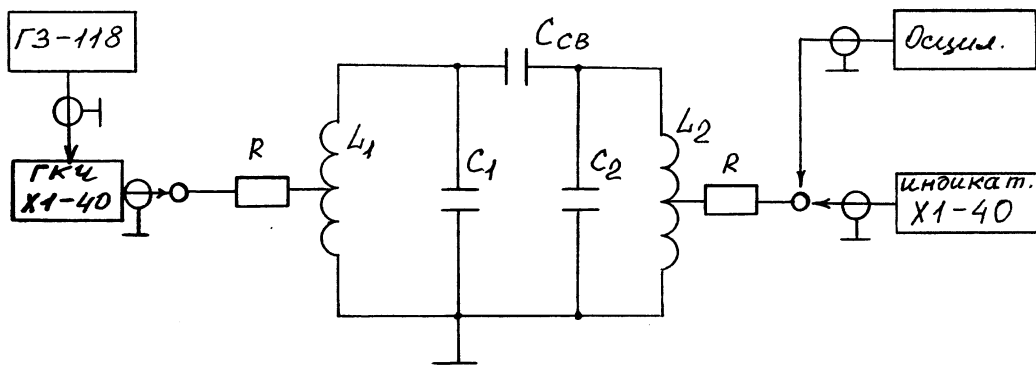


Рисунок 2.9. Схема включения приборов для исследования спектра АМ - сигналов

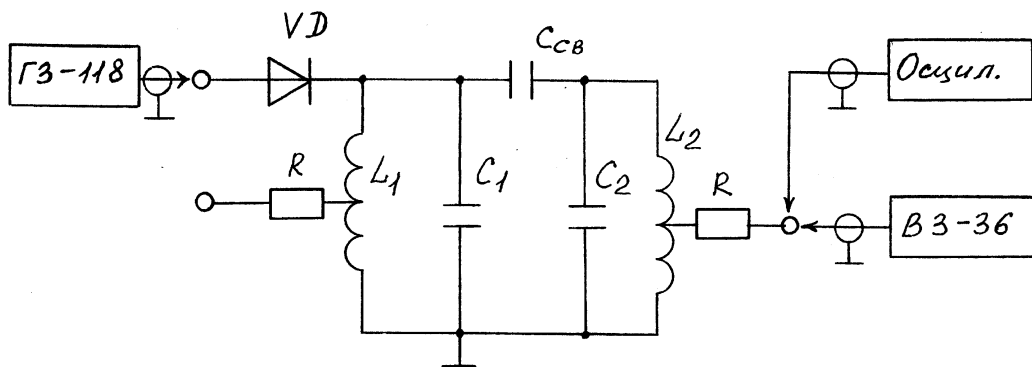


Рисунок 2.10. Схема включения приборов для исследования спектра последовательности косинусоидальных импульсов

Построить график амплитудного спектра последовательности прямоугольных импульсов в координатах $A_n = f(T \cdot f) = f(n)$ ($n=1, 2, 3, \dots$ - номер гармоники). Отметить на графике амплитуды спектральных составляющих.

Установить период импульсов $T = 1/(kf_0)$ ($k=3; 4$).

Постепенно увеличивая τ_H (начиная с $\tau_H < 1/2f_0$), найти длительности импульсов, при которых напряжение на выходе полосового фильтра принимает минимальные значения. Нанести данные измерений на график амплитудного спектра.

4.3. Исследовать амплитудный спектр АМ - сигнала.

Получить на выходе ГКЧ ИАЧХ АМ - сигнал (рис.2.9). Для этого настроить частоту ГКЧ (в режиме ручной регулировки частоты) на резонансную частоту фильтра. Затем подать на вход "АМ" прибора Х1-40 от низкочастотного генератора ГЗ-118 сигнал с частотой 8-10 кГц. Отрегулировать напряжение генератора ГЗ-118 таким образом, чтобы на выходе ГКЧ наблюдалось АМ - колебание с глубиной модуляции $m = 0,7 - 0,9$. Зарисовать осциллограмму АМ - колебания.

Зарисовать изображение спектра АМ - сигнала с индикатора прибора Х1-40. Измерить относительные амплитуды спектральных составляющих с частотами f_0 , $f_0 \pm f_\Omega$; отметить их на графике спектра. Выключая ГЗ-118 убедиться, что максимумы на экране прибора Х1-40 являются следствием амплитудной модуляции сигнала ГКЧ.

Допустив перемодуляцию ($m > 1$), пронаблюдать появление в спектре АМ - колебания боковых составляющих с частотами $f_0 \pm 2f_\Omega$.

4.4. Исследовать амплитудный спектр последовательности косинусоидальных импульсов (рис.2.10).

Подать гармоническое колебание с генератора низкой частоты ГЗ-118 через диод на полосовой фильтр. Последовательно настраивая частоту генератора на частоты, кратные резонансной частоте фильтра f_0 , $f_0/2$, $f_0/3, \dots$, измерить, соответственно, амплитуды первой, второй, и т.д. гармоник спектра.

Зарисовать осциллограммы напряжений на входе и выходе полосового фильтра.

Нарисовать график амплитудного спектра; нанести на него данные измерений.

Убедиться, что появление гармоник является следствием включения диода.

5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что такое спектры сигналов; их использование в радиотехнике?
2. Какую полосу частот занимает гармоническое колебание?

3. Пояснить вид спектра АМ - колебания.
4. Какую полосу частот занимает АМ - сигнал?
5. Как экспериментально измерить глубину модуляции АМ - колебания?
6. Пояснить возможные методы экспериментального измерения спектров сигналов.

6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2005. – 462с.
2. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники и связи. –М.: Высшая школа, 2005.-512с.