

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Радиотехнический факультет (РТФ)

Кафедра средств радиосвязи (СРС)

В.А. Кологривов

**ЦИКЛ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО РАЗДЕЛУ
«Прямые методы формирования математических
моделей электронных схем»**

Учебное методическое пособие
для студентов радиотехнических специальностей
по лабораторным работам
в среде для инженерных и научных расчетов
MatLab

2012

Кологривов В.А.

Цикл лабораторных работ по разделу “Прямые методы формирования математических моделей электронных схем”: Учебное методическое пособие для студентов радиотехнических специальностей по лабораторным работам – Томск: ТУСУР. Образовательный портал, 2012. – 61 с.

Учебное методическое пособие содержит описание универсального лабораторного задания по разделу “ Прямые методы формирования математических моделей электронных схем ” предусмотренных дисциплиной “Основы автоматизированного проектирования РЭУ” либо ей подобными. Рассмотрены наиболее известные прямые методы формирования математических моделей электронных схем – табличный, модифицированный табличный, модифицированный узловой и модифицированный узловой с проверкой. Пособие предназначено для студентов очной формы обучения высшего специального образования, по направлениям: «Радиотехника», «Телекоммуникации» и др.

© Кологривов В.А., 2012

© ТУСУР, РТФ, каф. СРС, 2012 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Краткие теоретические сведения	8
1.1 Прямые методы формирования математических моделей	8
1.2 Трансформация математической модели во временной области	23
1.3 Трансформация математической модели по постоянному току	32
2 Содержание лабораторных работ. Общие рекомендации по выполнению	41
Список использованных источников	45
ПРИЛОЖЕНИЕ А (Справочное) Листинг универсальной программы анализа частотных и временных характеристик электронных схем на основе обобщенного метода узловых потенциалов	46
ПРИЛОЖЕНИЕ Б (Справочное) Краткое описание универсальной программы анализа частотных и временных характеристик электронных схем на основе обобщенного метода узловых потенциалов	59

ВВЕДЕНИЕ

Схемотехническое проектирование. Схемотехническое проектирование подразумевает разработку схемного решения заданного устройства и гарантирование его электрических характеристик в заданных пределах. Схема устройства, в общем случае представляет собой графическое отображение соединений элементов, реализующих заданное устройство. Таким образом, схема или принципиальная схема представляет собой графическую модель соединений элементов с отображением некоторых параметров элементов.

Наряду с принципиальными схемами, в радиотехнике и электронике, часто используются эквивалентные схемы или модели сложных базовых элементов типа диода, транзистора и так далее. Эквивалентные схемы представляют собой электрическую модель сложного элемента в виде соединения набора идеализированных базовых элементов. К базовым элементам относятся идеальные резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы, трансформаторы, независимые и управляемые генераторы тока и напряжения и так далее. Эквивалентные модели строятся, как правило, на основании представлений о протекающих физических процессах при работе элемента и отражают их электрическую аналогию.

Расчет характеристик сводится к построению и численному решению математических моделей устройства. Под математической моделью понимается, та или иная система уравнений, переменные (параметры) которой описывают динамику электрических процессов реальных устройств. Наиболее часто встречаемые в автоматизированном проектировании математические модели представляют собой системы линейных либо нелинейных алгебраических уравнений, системы дифференциальных уравнений, а также всевозможные их комбинации. Математические модели автоматически формируются на основании заданных схемных решений и известных эквивалентных моделей сложных элементов.

Расчет электрических параметров схемных решений часто называют схемотехническим моделированием. В настоящее время получили распространение ряд пакетов или систем схемотехнического проектирования и моделирования, например, Electronics WorkBench (**EWB**), Multisim, Micro Cap, PSpice, Qucs и другие. Они различаются, как по своим возможностям, так и по областям применения. В тоже время профессиональная работа с этими пакетами подразумевает глубокое знание предметной области, моделей элементной базы, методов формирования математических моделей и алгоритмов их решения. Только в этом случае удастся довести проектирование сложного устройства или аппаратуры до конца. Кроме того, у разработчика аппаратуры часто возникают нестандартные задачи проектирования, не реализованные в настоящее время в универсальных пакетах, или они ему по какой либо причине недоступны.

Таким образом, изучение основ автоматизированного проектирования радиоэлектронных средств или устройств нельзя отождествлять с изучением работы конкретного универсального пакета автоматизированного проектирования. Это, скорее всего, необходимый элемент в изучении данной дисциплины, тем более что методы и алгоритмы реализации основных этапов моделирования и проектирования, как правило, скрыты от пользователя. В связи с этим в ТУСУРе, в частности на радиотехническом факультете, принята другая концепция изучения данной дисциплины.

В основу курса лекций и лабораторных работ по дисциплине положено овладение концепцией, принципами, методами и алгоритмами автоматизированного проектирования. В этом случае студент или выпускник, изучивший основные принципы и методы, сможет легко осваивать работу конкретного пакета, участвовать в его модернизации или разработке новых программных продуктов, а также использовать полученные знания в своей повседневной профессиональной деятельности при решении нестандартных задач проектирования.

Краткая характеристика функциональной среды MatLab. В качестве среды для реализации практического овладения методами и алгоритмами выбрана известная система для инженерных и научных расчетов **MatLab**, получившая распространение во многих университетах мира. Систему **MatLab** отличают: простота входного языка программирования; богатство математической среды; средства объектного программирования; прекрасные средства визуализации вычислений и организации графического интерфейса; сопряжение с алгоритмическими языками **C**, **Fortran** и редактором **Word**; обилие пакетов расширений системы, в частности, **“Optimization Toolbox”** (Оптимизация), **Signal Processing Toolbox**, **Simulink**, **Control System Toolbox** и другие. К настоящему времени выпущена целая серия книг посвященных программированию в системе **MatLab** и пакетам ее расширений. Студенты очной формы обучения знакомятся с основами программирования в среде системы **MatLab**, начиная с первого года обучения.

В связи с обстоятельствами, перечисленными выше, система **MatLab** выбрана в качестве основной среды для реализации цикла лабораторных работ по дисциплине «Основы автоматизированного проектирования радиоэлектронных устройств (ОАПР РЭУ)». Причем для реализации лабораторных работ достаточно версии **MatLab _4.0**, как наиболее доступной и наименее требовательной к ресурсам компьютера.

Следует, однако, отметить, что при переходе от младшей к старшей версии **MatLab** могут возникнуть определенные трудности. Так, начиная с версии **MatLab 5.3**, изменились названия универсальных функций минимизации пакета расширений **“Optimization Toolbox”** (Оптимизация) и содержание входных параметров.

Формирование математических моделей. Дисциплина автоматизированного проектирования радиоэлектронных устройств (РЭУ)

это во многом наука о методах и способах построения моделей. При компьютерном моделировании и проектировании РЭУ используются, по крайней мере, три вида моделей: модели или эквивалентные схемы элементной базы; математические модели формирования необходимых систем уравнений для расчета характеристик в частотной и временной областях и по постоянному току; принципиальные схемы как графическое отображение электрического соединения базовых элементов РЭУ.

Предметом исследований в данном цикле лабораторных работ являются методы формирования математических моделей. Как известно математическими моделями являются: системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) – в частотной области; системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) – во временной области; системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) – по постоянному току.

Методами решения перечисленных математических моделей являются: методы Гаусса, Гаусса-Жордана, LU- и QR- факторизации - для СЛАУ; методы Эйлера, многошаговые методы, методы дифференцирования назад – для СОДУ; метод Ньютона-Рафсона, метод Катценельсона – для СНАУ.

Методы формирования математических моделей во многом определяют эффективность анализа и расчета характеристик радиоэлектронных устройств. К методам формирования математических моделей предъявляются требования по: размерности; сложности реализации; возможности трансформации для разных видов анализа и расчета.

Класс прямых методы формирования математических моделей электронных схем – табличный, модифицированный табличный, модифицированный узловой и модифицированный узловой с проверкой прост в реализации и модели легко трансформируются для разных видов анализа и расчета. К недостатку прямых методов формирования относится достаточно высокая размерность, которая в настоящее время легко преодолевается существующими методами решения разреженных СЛАУ. Как известно, методы решения математических моделей СОДУ и СНАУ при численной реализации сводятся к последовательному решению соответствующих СЛАУ.

В качестве вычислительной среды для реализации программных кодов прямых методов формирования математических моделей предлагается среда для инженерных и научных расчетов системы **MatLab**. **MatLab** это общематематическая система ориентированная на векторно-матричные вычисления и технические приложения за счет уникальной библиотеки математических функций и большого числа прикладных пакетов расширяющих возможности системы.

Входной язык системы **MatLab** относится к высокоуровневым языкам программирования. Простота входного языка, автоматическое определение типов данных, широкий набор математических операций, огромная библиотека стандартных функций, легкость создания функций пользователя, богатый набор графического интерфейса и возможность работы с файлами

данных делают систему **MatLab** незаменимой для моделирования многих технических приложений и соответственно при изучении многих технических дисциплин, что подтверждается ее широким использованием системы **MatLab** в ведущих университетах мира.

Идея организации цикла лабораторных работ по прямым методам формирования сводится к генерации набора вариантов лабораторных заданий определяемых: методом формирования математической модели – табличный, модифицированный табличный, модифицированный узловой, модифицированный узловой с проверкой; областью анализа – частотный, временной, по постоянному току; модификацией подхода используемой во временной области и основанной на – преобразовании Лапласа модели из частотной области во временную, использовании сеточных (конечно-разностных) моделей реактивных элементов.

Структура универсального лабораторного задания по методам формирования математических моделей:

изучение прямых методов формирования математической модели и ее трансформаций при изменении вида анализа;

приобретение навыков работы с системой для инженерных и научных расчетов **MatLab**;

обоснование структуры универсальной программы анализа характеристик РЭУ в соответствии с избранным методом;

реализация универсальной функции автоматического подсчета числа ветвей и узлов анализируемой схемы;

реализация универсальной функции формирования математической модели схемы устройства в соответствии с избранным методом;

реализация и отладка универсальной программы анализа в соответствии с избранным методом;

тестирование разработанной программы в соответствии избранным методом;

защита работы лабораторного цикла.

1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Прямые методы формирования математических моделей

1.1.1 Табличный метод

Идея табличного метода заключается в объединении топологических и компонентных уравнений цепи. В качестве топологических уравнений используется уравнения для токов и напряжений ветвей, выраженные через матрицу инцидентий. При таком подходе все токи и напряжения ветвей и напряжения узлов рассматривается, как неизвестные переменные. Этот метод, очевидно, является наиболее общим, однако приводит к системе уравнений высокого порядка.

Допустим, что цепь имеет b ветвей и n независимых узлов, содержит R , L , C элементы, зависимые и независимые источники и другие, часто используемые элементы. Топологические свойства цепи можно отобразить матрицами инцидентий A , сечений Q , и контуров B . Т.к. матрица инцидентий, в отличие от матриц сечений и контуров, формируется непосредственно по схеме, именно она используется в табличном методе. Уравнение Кирхгофа для токов, как известно, запишется в виде

$$A \cdot I_b = 0. \quad (1.1)$$

Напряжения ветвей связаны с напряжениями узлов как

$$V_b = A^t \cdot V_n, \quad (1.2)$$

где V_b , I_b - напряжения и токи ветвей; V_n - напряжения узлов.

Компонентные уравнения в самом общем случае могут быть записаны как

$$\begin{array}{l} \text{токи} \\ \text{напряжения} \end{array} \begin{bmatrix} Y_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \cdot V_b + \begin{bmatrix} K_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} \cdot I_b = \begin{bmatrix} W_{b1} \\ W_{b2} \end{bmatrix},$$

где Y_1 , Z_2 - соответственно проводимость и импеданс; K_1 , K_2 - безразмерные константы; W_{b1} , W_{b2} - токи и напряжения независимых источников, в том числе источников, учитывающих влияние начальных условий на конденсаторах и катушках индуктивности. Для компактности воспользуемся более краткой формой компонентных уравнений

$$Y_b \cdot V_b + Z_b \cdot I_b = W_b. \quad (1.3)$$

Заметим, что для различных типов ветвей Y_b и Z_b могут принимать конкретное значение: +1, -1, либо 0, а W_b - конкретное значение, либо 0.

В таблице 1.1 представлены значения Y_b , Z_b , W_b для некоторых типов ветвей.

Компонентные уравнения двухполюсников

Элемент	Компонентные уравнения	Y_b	Z_b	W_b
Резистор	$V_b - R_b \cdot I_b = 0$	1	$-R_b$	0
Проводимость	$G_b \cdot V_b - I_b = 0$	G_b	-1	0
Конденсатор	$s \cdot C_b \cdot V_b - I_b = C_b \cdot V_0$	$s \cdot C_b$	-1	$C_b \cdot V_0$
Катушка инд-ти	$V_b - s \cdot L_b \cdot I_b = -L_b \cdot I_0$	1	$-s \cdot L_b$	$-L_b \cdot I_0$
Источник напряж.	$V_b = E_b$	1	0	E_b
Источник тока	$I_b = J_b$	0	1	I_b

Заметим, что в таблице 1.1 конденсатор представлен как проводимость $S \cdot C_b$, а индуктивность как сопротивление $s \cdot L_b$.

В принципе, возможно и обратное представление, однако, забегая вперед, можно отметить, что для формального перехода, от алгебраических уравнений в частотной области к дифференциальным уравнениям во временной области, недопустимы множители типа $1/s$.

Таким образом, это ограничение необходимо соблюдать, если на основании математической модели предполагается вычисление временных характеристик путем перехода от алгебраических уравнений к дифференциальным уравнениям и их последующего интегрирования.

Табличную систему уравнений можно представить в виде

$$\begin{aligned} V_b - A^t \cdot V_n &= 0, \\ Y_b \cdot V_b + Z_b \cdot I_b &= W_b, \\ A \cdot I_b &= 0, \end{aligned} \quad (1.4)$$

или в блочной матричной форме

$$\begin{matrix} b & b & n \\ b & b & n \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -A^t \\ Y_b & Z_b & 0 \\ 0 & A & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ I_b \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

или в общем, виде

$$T \cdot X = W. \quad (1.6)$$

Как следует из структуры уравнений, блочная матрица T имеет на главной диагонали квадратные матрицы. При табличном методе не различаются источники и пассивные компоненты, как в обобщенном узлом

методе. Нумерация элементов также может быть произвольной и лишь в специальных теоретических исследованиях желательно иногда соблюдать определенную нумерацию.

В качестве простейшего примера, рассмотрим цепь, изображенную на рисунке 1.1.

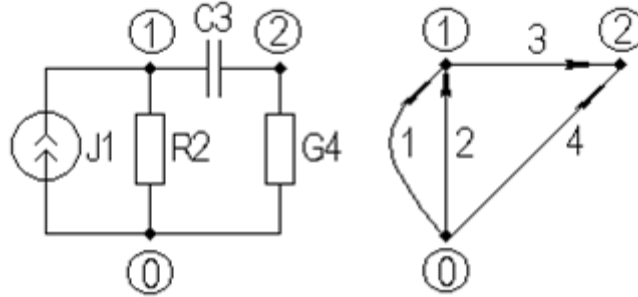


Рисунок 1.1 - Пассивная RC цепь

Матрица инцидентий схемы запишется

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Используя, матрицу инцидентий схемы и таблицу 1.1 компонентных уравнений ветвей, в соответствии с (1.5), получаем следующую табличную систему

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s \cdot C_3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ v_{n1} \\ v_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ J_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Если в начальный момент времени на емкости C_3 есть напряжение V_0 , то седьмой элемент вектора источников равен $w_7 = C_3 \cdot V_0$.

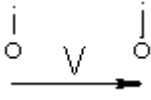
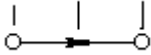
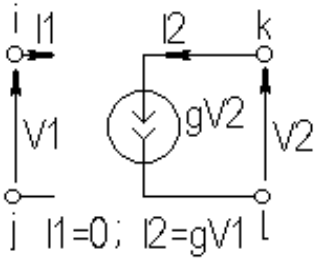
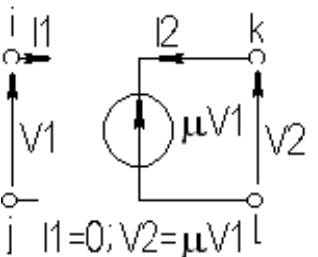
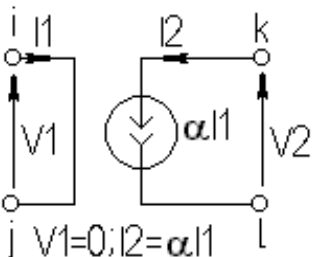
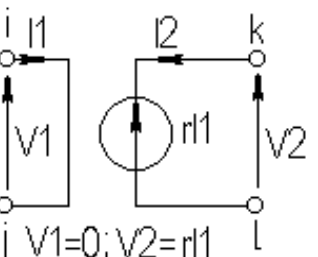
В качестве достоинств табличного метода в сравнении с узловым либо контурным методами, следует отметить возможность представления более широкого набора типов ветвей, а также возможность представления некоторых ветвей, как в виде проводимости, так и в виде сопротивления. Управление представлением реактивных ветвей становится актуальным при расчете временных характеристик цепей с использованием преобразования

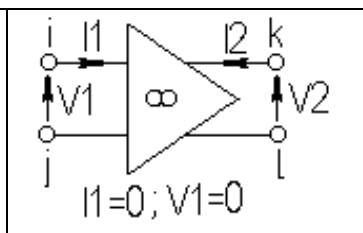
Лапласа для перехода от алгебраических уравнений к дифференциальным и их последующим интегрированием.

В реальных схемах, кроме двухполюсных элементов, используются и более сложные элементы, например управляемые источники активных схем, поэтому расширим таблицу компонентных уравнений.

Таблица 1.2

Компонентные уравнения идеальных элементов

Элемент	Обозначение	Компонентные уравнения
Разомкнутая цепь		$I = 0$
Короткозамк. цепь		$V = 0$
Источник тока, управляемый напряжением	 $i_1 = 0; i_2 = gV_1$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Источник напряжения, управляемый напряжением	 $i_1 = 0; v_2 = \mu V_1$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Источник тока, управляемый током	 $v_1 = 0; i_2 = \alpha i_1$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Источник напряжения, управляемый током	 $v_1 = 0; v_2 = r i_1$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Операционный усилитель	 <p style="text-align: center;">$i_1 = 0; V_1 = 0$</p>	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Для иллюстрации табличного метода в качестве примера рассмотрим схему рисунка 1.2, содержащую источник напряжения управляемый напряжением.

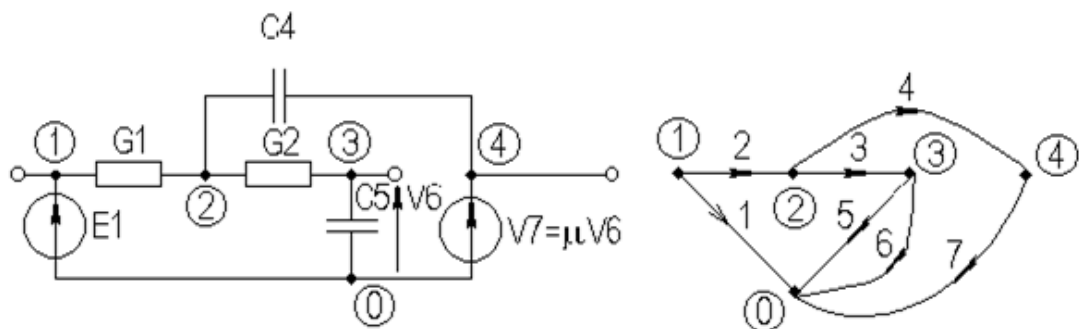


Рисунок 1.2 - Схема с источником напряжения управляемого напряжением

Ввиду громоздкости табличной матрицы, запишем лишь матрицу инцидентий

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

и компонентные уравнения рассматриваемой схемы

$$\begin{bmatrix} 1 \\ & G_2 \\ & & G_3 \\ & & & sC_4 \\ & & & & sC_5 \\ & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & \mu & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & \\ & -1 & & & & & & \\ & & -1 & & & & & \\ & & & -1 & & & & \\ & & & & -1 & & & \\ & & & & & -1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Из примера видно, что коэффициенты табличной системы получаются чрезвычайно разреженными. Для сравнения различных методов удобно ввести показатель заполнения

D = число ненулевых элементов/общее число элементов.

Для данного примера табличная система размерностью $18 \cdot 18$ имеет 39 ненулевых элементов. Следовательно, $D = 39 / 18^2 = 12\%$.

Недостаток табличного метода заключается в большом размере систем уравнений и требовании специальных алгоритмов решения разреженных систем уравнений. Причем структура уравнений такова, что затрудняет использование более простых алгоритмов для разреженных матриц с симметричной структурой.

1.1.2 Модификация табличного метода

Недостаток табличного метода, высокая размерность связана с тем, что в результате решения сразу определяются напряжения ветвей V_b , токи ветвей I_b и напряжения узлов V_n . В тоже время, напряжения ветвей легко вычислить из узловых напряжений

$$V_b = A^t \cdot V_n.$$

В связи с этим исключим из табличной системы переменную V_b , преобразуя, соответствующим образом, исходную систему (1.4). Так если подставить первое уравнение во второе, то получим

$$Y_b \cdot A^t \cdot V_n + Z_b \cdot I_b = W_b, \quad (1.7a)$$

$$A \cdot I_b = 0, \quad (1.7b)$$

или в матричной форме

$$\begin{matrix} & n & b \\ \begin{matrix} b \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} Y_b \cdot A^t & Z_b \\ 0 & A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_n \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_b \\ 0 \end{bmatrix}. \end{matrix} \quad (1.8)$$

Соотношения (1.7) и (1.8) и представляют собой модифицированную табличную систему уравнений. Модифицированная табличная система сохраняет все основные достоинства табличного метода, но имеет меньшую размерность. Так размер матрицы коэффициентов равен $(n+b) \cdot (b+n)$, где b - число ветвей, а n - число независимых узлов. Снижение размерности упрощает решение системы.

Реализация модифицированного табличного метода практически не отличается от табличного метода. Информация о каждой ветви отображается в общем случае во всех блоках системы. Единственным пунктом, требующим пояснений, является, пожалуй, блок $Y_b \cdot A^t$. Дело в том, что нет необходимости вычислять предварительно произведение $Y_b \cdot A^t$. Покажем это на основе простых рассуждений. Пусть имеем две независимые ветви проводимостью y_a и y_b , включенные соответственно между узлами i, j и k, l . Выполним умножение фрагментов матриц Y_b и A^t

$$Y_b \cdot A^t = \begin{bmatrix} y_a & & & \\ & y_b & & \\ & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ b \end{matrix} = \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} y_a & -y_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_b & -y_b \end{bmatrix} \\ b \end{matrix}.$$

Из анализа результатов умножения следует, что для формирования блока $Y_b \cdot A^t$ из двухполусных ветвей достаточно в транспонированной матрице инцидентий заменить ± 1 на $\pm y_d$. Более сложный случай соответствует включению между узлами i, j управляющей ветви, а между узлами k, l управляемой ветви. В компонентной матрице этому фрагменту соответствует блок $(2 \cdot 2)$. Умножение фрагментов матриц Y_b и A^t в этом случае соответствует

$$Y_b \cdot A^t = \begin{bmatrix} y_a & y_b \\ y_c & y_d \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} & \begin{matrix} i & j & k & l \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} & \begin{matrix} i & j & k & l \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_a & -y_a & y_b & -y_b \\ y_c & -y_c & y_d & -y_d \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Откуда следует, что на пересечении строк a, b и столбцов i, k , блок входит со знаком плюс, а на пересечении тех же строк и столбцов j, l - со знаком минус.

Установим взаимосвязь табличного и узлового методов. Если все ветви схемы, кроме независимых источников, описать через проводимости, а независимые источники преобразовать в источники тока, то компонентные уравнения

$$Y_b \cdot V_b + Z_b \cdot I_b = W_b$$

могут быть записаны в виде

$$I_b = Y_b \cdot V_b - J_b, \quad (1.9)$$

т.к., согласно таблице 1.1, в этом случае $Z_b = -1$, а $I_b = J_b$. Подставляя в (1.9) уравнения связи напряжений ветвей и узлов, получим

$$I_b = Y_b \cdot A^t \cdot V_n - J_b$$

Наконец, используя уравнение Кирхгофа для токов

$$A \cdot I_b = A \cdot (Y_b \cdot A^t \cdot V_n - J_b) = 0,$$

и, используя известные соотношения

$$A \cdot Y_b \cdot A^t = Y,$$

$$A \cdot J_b = J_n,$$

можем записать

$$Y \cdot V_n = J_n. \quad (1.10)$$

Т.о., мы пришли к системе узловых уравнений и установили, при каких условиях табличная система преобразуется в узловую систему.

В заключение можно отметить, что табличный и модифицированный табличный методы позволяют представить, практически любые линейные и нелинейные ветви и в некоторых случаях (реактивные ветви при преобразовании алгебраических уравнений в дифференциальные) представлять ветви либо проводимостью, либо сопротивлением. Размерность уравнений остается, однако, довольно высокой и требуется алгоритмы для разряженных систем уравнений.

1.1.3 Модифицированный метод узловых потенциалов

В этом подразделе займемся модификацией узлового метода, с целью обеспечения возможности составления уравнений цепи, с произвольными идеальными элементами. Т.е. рассмотрим метод, совмещающий достоинства узлового и табличного методов. Идея модификации метода заключена в разбиении элементов схемы на группы:

- 1) ветви, которые можно описать через проводимости (ток через них не будет определяться);
- 2) ветви, которые нельзя описать через проводимости, либо можно описать, но важно определить протекающий через них ток;
- 3) ветви независимых источников тока.

В результате решения будем искать напряжения узлов V_n и токи ветвей второй группы I_2 . Напряжения ветвей можно определить позже по уравнению связи напряжений ветвей и узлов $V_b = A^t \cdot V_n$, а токи ветвей первой группы на основании компонентных уравнений $I_1 = Y_1 \cdot V_1$.

Как и в табличном методе, при расчете во временной области начальные токи в катушках индуктивности и напряжения на конденсаторах учитываются с помощью эквивалентных источников, следующих из преобразования Лапласа.

Итак, упорядочим элементы, оговоренным выше образом, и запишем уравнения Кирхгофа для токов в виде

$$[A_1 \quad A_2 \quad A_3] \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ J \end{bmatrix} = 0. \quad (1.11)$$

Уравнения для напряжений групп ветвей упорядочиваются аналогично

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^t \\ A_2^t \\ A_3^t \end{bmatrix} \cdot V_n. \quad (1.12)$$

Это же уравнение можно расписать тремя независимыми уравнениями

$$V_1 = A_1^t \cdot V_n; \quad V_2 = A_2^t \cdot V_n; \quad V_J = A_3^t \cdot V_n. \quad (1.13)$$

Последнее уравнение используется для расчета напряжений на источниках тока. Компонентные уравнения для ветвей первой группы, как отмечалось выше, запишутся

$$Y_1 \cdot V_1 = I_1. \quad (1.14)$$

Запишем компонентные уравнения ветвей второй группы в виде

$$Y_2 \cdot V_2 + Z_2 \cdot I_2 = W_2, \quad (1.15)$$

где W_2 содержит ненулевые элементы только для источников напряжения.

Перепишем уравнения Кирхгофа для токов (4.11) в виде

$$A_1 \cdot I_1 + A_2 \cdot I_2 = -A_3 \cdot J. \quad (1.16)$$

Используя компонентные уравнения первой группы (1.14), преобразуем их к виду

$$A_1 \cdot Y_1 \cdot V_1 + A_2 \cdot I_2 = -A_3 \cdot J. \quad (1.17)$$

В уравнениях (4.17) и (4.15) напряжения на ветвях первой группы выразим через узловые напряжения (4.13а)

$$A_1 \cdot Y_1 \cdot A_1^t \cdot V_n + A_2 \cdot I_2 = -A_3 \cdot J, \quad (1.18)$$

$$Y_2 \cdot A_2^t \cdot V_n + Z_2 \cdot I_2 = W_2. \quad (1.19)$$

Последние два уравнения запишем в матричном виде

$$\begin{bmatrix} A_1 \cdot Y_1 \cdot A_1^t & A_2 \\ Y_2 \cdot A_2^t & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_n \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_3 \cdot J \\ W_2 \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Из узлового метода известно

$$A_1 \cdot Y_1 \cdot A_1^t = Y_{n1}; \quad (1.21a)$$

$$-A_3 \cdot J = J_n, \quad (1.21b)$$

где Y_{n1} - матрица узловых проводимостей ветвей первой группы; J_n - вектор эквивалентных узловых источников тока.

Конечная форма уравнений метода модифицированных узловых потенциалов имеет вид

$$\begin{bmatrix} Y_{n1} & A_2 \\ Y_2 \cdot A_2^t & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_n \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_n \\ W_2 \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

Таким образом, модифицированная узловая система представляет собой обычную узловую матрицу, построенную из ветвей первой группы и дополненную уравнениями ветвей второй группы по принципу модифицированных табличных уравнений. Вектор свободных членов, соответственно, представляет собой вектор эквивалентных узловых источников тока, дополненный напряжениями ветвей второй группы. Искомый вектор или вектор неизвестных содержит узловые напряжения и токи ветвей второй группы. Как следует из структуры уравнений, размерность системы равна $(n + n_2) \cdot (n + n_2)$, где n_2 - число ветвей второй группы.

Реализация модифицированного узлового метода достаточно проста и состоит в анализе признака ветви и внесении определенных коэффициентов либо в узловую матрицу или в ее дополнение. Источники тока вносятся в первую часть вектора свободных членов, а источники напряжения во вторую. Как и в модифицированном табличном методе, требуются пояснения лишь относительно блока $Y_2 \cdot A_2^t$. Реализация модифицированного узлового метода естественно совмещает признаки узлового и модифицированного табличного метода. Информация о каждой ветви отображается, в общем случае, либо в узловой матрице, либо в ее дополнении. Как и в модифицированном табличном методе, нет необходимости вычислять предварительно произведение $Y_2 \cdot A_2^t$. Повторим соответствующие выкладки еще раз. Две

независимые ветви проводимостью y_a и y_b , включенные, соответственно, между узлами i, j и k, l , в результате умножения фрагментов матриц Y_2 и A_2^t дают

$$Y_2 \cdot A_2^t = \begin{bmatrix} y_a & & & \\ & y_b & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ b \end{matrix} = \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} y_a & -y_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_b & -y_b \end{bmatrix} \\ b \end{matrix}.$$

Анализ результатов умножения показывает, что для формирования блока $Y_2 \cdot A_2^t$ из двухполюсных ветвей достаточно в транспонированной матрице инцидентий заменить ± 1 на $\pm y_d$. Включению, между узлами i, j , управляющей ветви, а между узлами k, l , управляемой ветви, в компонентной матрице соответствует блок $(2 \cdot 2)$. Умножение фрагментов матриц Y_2 и A_2^t в этом случае соответствует

$$Y_2 \cdot A_2^t = \begin{bmatrix} y_a & y_b \\ y_c & y_d \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ b \end{matrix} = \begin{matrix} i & j & k & l \\ a \begin{bmatrix} y_a & -y_a & y_b & -y_b \\ y_c & -y_c & y_d & -y_d \end{bmatrix} \\ b \end{matrix}.$$

Отсюда следует, что на пересечении строк a, b и столбцов i, k , блок входит со знаком плюс, а на пересечении тех же строк и столбцов j, l - со знаком минус.

Модифицированная узловая система уравнений сохраняет достоинства как узловой, так и табличной систем уравнений. Пониженная размерность системы сочетается с гибкостью представления различных типов ветвей.

Проиллюстрируем возможности модифицированного узлового метода на том же примере, что и для табличного метод (схема рисунка 1.2). Матрица инцидентий и компонентные уравнения ветвей второй группы (независимый источник напряжения E_1 и источник напряжения V_7 управляемый напряжением V_6) запишутся

$$A_2 = \begin{matrix} E_1 & V_6 & V_7 \\ 1 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \end{matrix},$$

$$\begin{matrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 \\ b_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \\ V_{n4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Полная модифицированная узловая система уравнений для рассматриваемого примера примет вид

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + sC_4 & -G_3 & -sC_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_3 & G_3 + sC_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -sC_4 & 0 & sC_4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \\ V_{n4} \\ I_E \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что коэффициент заполнения для этого метода равен $D = 17 / 49 = 34.69\%$, и существенно больше, чем у табличного метода.

1.1.4 Модифицированный узловой метод с проверкой

Модифицированный метод узловых потенциалов исключает из рассмотрения напряжения ветвей V_b и токи ветвей первой группы I_{b1} . При этом, однако, не исключаются лишние переменные, известные заранее (например, ток ветви ХХ источника тока управляемого напряжением, либо напряжение ветви КЗ источника тока управляемого током). Модифицированный узловой метод с проверкой свободен от этого недостатка, а также обходится без явного использования матрицы инцидентий. Все это делает его весьма привлекательным для реализации на ЭВМ.

Как и в модифицированном узловом методе, все ветви делятся аналогично на три группы. Внешне структура уравнений модифицированного узлового метода с проверкой также остается неизменной. Ветви независимых источников тока вносятся в первую часть вектора свободных членов. Ветви первой группы заносятся в блок, являющийся обычной подматрицей узловых проводимостей. Компонентные уравнения ветвей второй группы заносятся в дополнение блока узловой матрицы. Уравнения для напряжений, исходя из принятой структуры уравнений, заносятся в дополнительные строки, а для токов - в столбцы.

Для примера, пусть источник напряжения E включен между узлами i и j . Ток, протекающий от узла i к узлу j , обозначим как I . Тогда уравнение для напряжения и тока запишутся

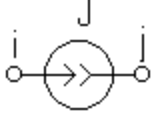
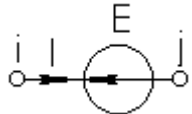
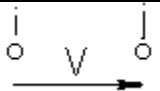
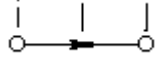
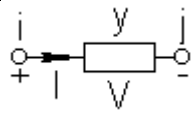
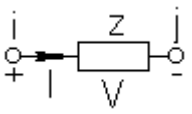
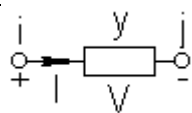
$$\begin{aligned} V_i - V_j &= E, \\ I_i &= I, \quad I_j = -I. \end{aligned}$$

В результате, в текущую строку и столбец внесутся $+1$ и -1 , а в компоненту вектора свободных членов запишется ЭДС E . Аналогично записываются и отображаются уравнения и для других типов ветвей.

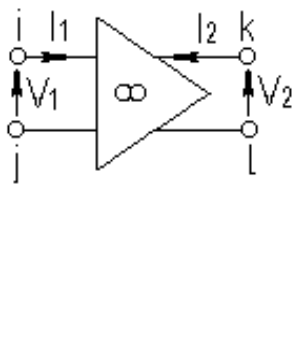
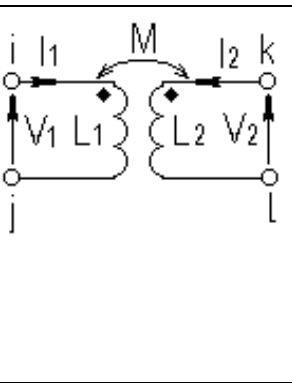
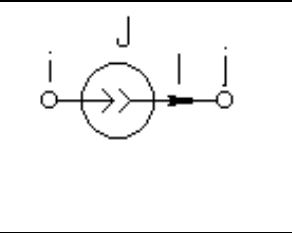
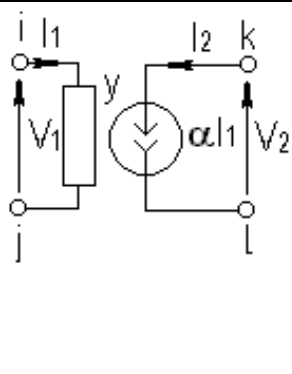
Представление элементов в модифицированной узловом методе с проверкой, показано в таблице 1.3.

Таблица 1.3

Представление элементов в модифицированном узловом методе с проверкой

Элем.	Обозначения	Матрица / вектор	Уравнения
Ист. тока 3-гр.		$\begin{matrix} i \\ \dots \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} -J \\ \dots \\ J \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} I_i &= J; \\ I_j &= -J. \end{aligned}$
Ист. напр. 2-гр.		$\begin{matrix} v_i & v_j & I \\ i \\ j \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ E \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} V_i - V_j &= E; \\ I_i &= I; \\ I_j &= -I. \end{aligned}$
Цепь XX		-----	$V = V_i - V_j.$
Цепь K3 2-гр.		$\begin{matrix} v_i & v_j & I \\ i \\ j \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} V_i - V_j &= 0; \\ I_i &= I; \\ I_j &= -I. \end{aligned}$
Про- води- мость 1-гр.		$\begin{matrix} v_i & \cdot & v_j \\ i \\ \cdot \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} y & \cdot & -y \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -y & \cdot & y \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} I_i &= y(V_i - V_j); \\ I_j &= -y(V_i - V_j). \end{aligned}$
Соп- ротив- ление 2-гр.		$\begin{matrix} v_i & v_j & I \\ i \\ j \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & -1 \\ 1 & -1 & -z \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} V_i - V_j - zI &= 0; \\ I_i &= I; \\ I_j &= -I. \end{aligned}$
Про- води- мость 2-гр.		$\begin{matrix} v_i & v_j & I \\ i \\ j \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & -1 \\ y & -y & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} y(V_i - V_j) - I &= 0; \\ I_i &= I; \\ I_j &= -I. \end{aligned}$

ИТУН Ист. тока, упр. током 1-гр.		$ \begin{matrix} v_i & \cdot & v_j \\ k \begin{bmatrix} g & \cdot & -g \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ l \begin{bmatrix} -g & \cdot & g \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= I_j = 0; \\ I_k &= g(V_i - V_j); \\ I_l &= -g(V_i - V_j). \end{aligned} $
ИТУН Ист. тока, упр. током 2-гр.		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I \\ i \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ j \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ k \begin{bmatrix} & & & & 1 \\ l \begin{bmatrix} & & & & -1 \\ m \begin{bmatrix} g & -g & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_k &= -I_l = I_2; \\ g(V_i - V_j) &= I_2. \end{aligned} $
ИНУН Ист. напр., упр. напр. 2-гр.		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I \\ i \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ j \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ k \begin{bmatrix} & & & & 1 \\ l \begin{bmatrix} & & & & -1 \\ m \begin{bmatrix} -\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_k &= -I_l = I_2; \\ \mu(V_i - V_j) &= \\ v_k - v_l &= V_2. \end{aligned} $
ИТУТ Ист. тока, упр. током 2-гр.		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I \\ i \begin{bmatrix} & & & & 1 \\ j \begin{bmatrix} & & & & -1 \\ k \begin{bmatrix} & & & & \alpha \\ l \begin{bmatrix} & & & & -\alpha \\ m \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= -I_j = I_1; \\ I_k &= -I_l = \alpha I_1; \\ v_i - v_j &= 0. \end{aligned} $
ИНУТ Ист. напр., упр. напр. 2-гр.		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I_1 & I_2 \\ i \begin{bmatrix} & & & & 1 & 0 \\ j \begin{bmatrix} & & & & -1 & 0 \\ k \begin{bmatrix} & & & & 0 & 1 \\ l \begin{bmatrix} & & & & 0 & -1 \\ m \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m+1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & -r & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= -I_j = I_1; \\ I_k &= -I_l = I_2; \\ v_i - v_j &= 0; \\ v_k - v_l - rI_1 &= 0. \end{aligned} $

<p>ОУ Опер. усил. 2-гр.</p>		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I \\ i & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ j \\ k \\ l \\ m \begin{bmatrix} -\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_k &= -I_l = I_2; \\ v_i - v_j &= 0. \end{aligned} $
<p>Транс- фор- матор 2-гр.</p>		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I_1 & I_2 \\ i & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ j \\ k \\ l \\ m \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & x_1 & x_m \\ 0 & 0 & 1 & -1 & x_m & x_2 \end{bmatrix} \\ m+1 \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= -I_j = I_1; \\ I_k &= -I_l = I_2; \\ v_i - v_j &= \\ sL_1 I_1 + sMI_2; \\ v_k - v_l &= \\ sMI_1 + sL_2 I_2. \end{aligned} $
<p>Ист. тока 2-гр.</p>		$ \begin{matrix} v_i & v_j & I \\ i & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & -1 \end{bmatrix} \\ j \\ m \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ J \end{bmatrix} \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= -I_j = I; \\ I &= J. \end{aligned} $
<p>Ист. тока упр., ТОКОМ ветви 2-гр.</p>		$ \begin{matrix} v_i & v_j & v_k & v_l & I_1 & I_2 \\ i & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ j \\ k \\ l \\ m \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & -1 \end{bmatrix} \\ m+1 \end{matrix} $	$ \begin{aligned} I_i &= -I_j = I_1; \\ I_k &= -I_l = I_2; \\ v_i - v_j &= 0; \\ \alpha I_1 - I_2 &= 0. \end{aligned} $

Из таблицы видно, как записываются и отображаются уравнения для токов и напряжений основных типов элементов. Вывод уравнений для других типов элементов не представит затруднений.

При таком подходе может быть описан, в частности идеальный ключ с двумя состояниями – КЗ и ХХ. ХХ удобно описать через проводимость $G \cdot (V_i - V_j) - I = 0$, положив $G = 0$, а КЗ – через сопротивление $V_i - V_j - R \cdot I = 0$, положив $R = 0$. Для обоих состояний можно записать $F \cdot V_i - F \cdot V_j - (F - 1) \cdot I = 0$, полагая для ХХ $F = 0$, для КЗ $F = 1$. Фрагмент матрицы коэффициентов для ключа имеет вид

$$\begin{array}{c}
 V_i \quad V_j \quad I \\
 i \left[\begin{array}{ccc} & & 1 \\ & & -1 \\ F & -F & F-1 \end{array} \right] \\
 j \\
 m
 \end{array}$$

Размерность модифицированной узловой системы с проверкой равна $(n + n'_2) \cdot (n + n'_2)$, где n'_2 – сокращенное число ветвей второй группы.

Проиллюстрируем возможности модифицированного узлового метода с проверкой на том же примере (схема рисунка 1.2.), что и предыдущие методы. Соблюдая преемственность с предыдущими методами, независимый E_1 и зависимый V_7 источники напряжения отнесем ко второй группе ветвей, ветвь XX управляющей ветви V_6 из рассмотрения исключается, так как заранее известно, что $I_{V_6} = 0$. В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\
 \begin{array}{l}
 1 \left[\begin{array}{cccccc} G_2 & -G_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + s \cdot C_4 & -G_3 & -s \cdot C_4 & 0 & 0 \\ 0 & -G_3 & G_3 + s \cdot C_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s \cdot C_4 & 0 & s \cdot C_4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot \begin{array}{l} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \\ V_{n4} \\ I_E \\ I_{V_7} \end{array} = \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \\ 0 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Коэффициент заполнения для этого метода составил $D = 15 / 36 = 41.67\%$.

Таким образом, модифицированный метод узловых потенциалов с проверкой позволяет дополнительно понизить порядок и повысить плотность заполнения матрицы коэффициентов.

Здесь, как и в табличном, модифицированном табличном и модифицированным узловым методами, можем по своему усмотрению менять представление ветвей (проводимостью либо сопротивлением). Это дает нам возможность получать математические модели в виде алгебраических систем уравнений удобных для преобразования Лапласа в систему обыкновенных дифференциальных и последующего расчета временных характеристик. Для формального преобразования алгебраической системы уравнений в систему обыкновенных дифференциальных уравнений недопустимо появление операторного выражения $1/s$ в матрице коэффициентов системы.

Это условие равносильно требованию, при расчете временных характеристик интегрированием дифференциальных уравнений, на этапе формирования математической модели конденсаторы представлять реактивными проводимостями $j \cdot \omega \cdot C_i$, а катушки индуктивности –

реактивными сопротивлениями $j \cdot \omega \cdot L_i$. Начальные условия в виде напряжений на конденсаторах $C_i \cdot V_{0i}$ и токов через катушки индуктивности $L_i \cdot I_{0i}$, при необходимости, учитываются в векторе свободных членов W .

В результате матрица коэффициентов системы уравнений может быть разделена на действительную G и мнимую $s \cdot C$ части

$$T \cdot X = (G + s \cdot C) \cdot X = W. \quad (1.23)$$

Применив преобразование Лапласа, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$C \cdot X' = -G \cdot X + W. \quad (1.24)$$

Таким образом, в этом разделе достаточно подробно рассмотрены прямые методы формирования математических моделей электронных схем, которые в дальнейшем будут использоваться при расчетах в частотной и временной областях, а также по постоянному току.

1.2 Трансформация математической модели во временной области

1.2.1 Трансформация математической модели преобразованием Лапласа

Расчет временных характеристик прямыми методами. Расчет временных характеристик возможен на основе табличного и модифицированного узлового методов. Как известно, в табличном, модифицированном табличном, модифицированном узловом и модифицированном узлом с проверкой - методах, существует возможность управлять представлением реактивных ветвей, таким образом, чтобы оператор Лапласа можно было вынести перед мнимой частью матрицы коэффициентов, как общий множитель. Для соблюдения этого условия необходимо емкостные ветви представлять через адмитанс, а индуктивные ветви через импеданс, тогда оператор Лапласа окажется во всех компонентах реактивной части матрицы в числителе. Преобразование Лапласа, примененное к, сформированной таким образом, системе алгебраических уравнений, трансформирует ее в систему дифференциальных уравнений с матрицей коэффициентов, наиболее просто связанной с исходной матрицей алгебраической системы.

Итак, матрица коэффициентов, алгебраических систем уравнений, сформированная выше названными методами, при соблюдении указанных условий представления реактивных ветвей, может быть представлена в виде

$$T = G + s \cdot C,$$

где G - матрица действительной части; C - матрица мнимой части; s - оператор Лапласа. Соответственно алгебраическая система уравнений может быть записана

$$(G + s \cdot C) \cdot X = W. \quad (1.25)$$

Применяя к такой алгебраической системе, преобразование Лапласа, получим систему дифференциальных уравнений

$$G \cdot X + C \cdot X' = W,$$

или

$$C \cdot X' = W - G \cdot X. \quad (1.26)$$

Поскольку матрица мнимой части C , в общем случае, может быть вырождена, необходимо найти переход к системе дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, не требующий существования C^{-1} .

Рассмотрим обратную формулу Эйлера, предварительно помноженную на матрицу C

$$C \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + h \cdot C \cdot X'_{n+1},$$

и, подставляя, вместо $C \cdot X'_{n+1}$, значение, из дискретизированного, для этого случая, уравнения (10.14), запишем

$$C \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + h \cdot (W_{n+1} - G \cdot X_{n+1}),$$

или, группируя компоненты, окончательно получим

$$(C + h \cdot G) \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + h \cdot W_{n+1}. \quad (1.27)$$

Это уравнение представляет собой обратную формулу Эйлера для интегрирования систем дифференциальных уравнений при матрице коэффициентов, заданной в комплексной форме. Это уравнение также показывает, что нет необходимости описывать цепь дифференциальными уравнениями в нормальной форме Коши, если известны действительные и мнимые части G и C , матрицы коэффициентов T . Матрицы G и C по отдельности могут быть вырождены, в то время как матрица $h \cdot G + C$, не вырождена.

Получим аналогичное соотношение, опираясь на метод трапеций

$$C \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + 0.5 \cdot h \cdot C \cdot X'_n + 0.5 \cdot h \cdot C \cdot X'_{n+1}.$$

Используя исходное уравнение (10.14) для замены $C \cdot X'_n$ и $C \cdot X'_{n+1}$, получаем

$$C \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + 0.5 \cdot h \cdot (W_n - G \cdot X_n) + 0.5 \cdot h \cdot (W_{n+1} - G \cdot X_{n+1}).$$

Группируя члены, содержащие X_{n+1} в правой части, получаем

$$\begin{aligned} (C + 0.5 \cdot h \cdot G) \cdot X_{n+1} &= \\ &= (C - 0.5 \cdot h \cdot G) \cdot X_n + 0.5 \cdot h \cdot (W_n + W_{n+1}). \end{aligned} \quad (1.28)$$

Это уравнение представляет собой формулу трапеций для интегрирования систем дифференциальных уравнений при матрице коэффициентов, заданной в комплексной форме.

Рассмотрим пример использования обратной формулы Эйлера для систем дифференциальных уравнений, коэффициенты которых заданы в комплексной форме, для схемы, изображенной на рисунке 1.3.

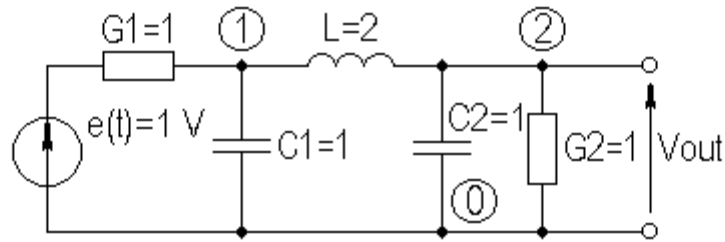


Рисунок 1.3 - Схема для расчета переходного процесса

Начальные условия положим нулевые, размер шага $h = 0.1$, источник напряжения представляет единичный скачок. Запишем составляющие системы уравнений, сформированной модифицированным узловым методом

$$G \cdot X + C \cdot X' = W,$$

где

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 1 \\ -G_1 & G_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & G_2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$W = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ e(t)]^T.$$

Хотя матрица C является особой, суммарная матрица $(C + h \cdot G)$, не вырождена и решение (1.27) существует. Результаты расчета нескольких шагов интегрирования на ЭВМ сведены в таблицу 1.4.

Таблица 1.4

Результаты интегрирования по обратной формуле Эйлера

t	V_{out}
0.0	0.0
0.1	0.09500·D-04
0.2	1.55650·D-03
0.3	3.69602·D-03
0.4	7.01808·D-03
0.5	1.16553·D-02
0.6	1.76897·D-02

Заметим, что в случае линейных цепей формирование матрицы коэффициентов производится один раз, и на каждом шаге интегрирования необходимо лишь переформировывать вектор правой части, с учетом предыдущего решения, а также входящий в него вектор свободных членов исходной алгебраической системы W , если входное воздействие является функцией времени.

В таких ситуациях, когда матрица коэффициентов системы уравнений остается постоянной, а меняется лишь вектор правой части, предпочтительно, как отмечалось ранее, применение алгоритмов решения линейных систем уравнений, основанные на факторизации матрицы коэффициентов (методы LU - и QR - факторизации).

Как видим, методы интегрирования или вычисления переходных процессов цепей свелись к последовательному решению систем линейных алгебраических уравнений.

В случае нелинейных цепей, матрицы коэффициентов G , C и вектор свободных членов W , в общем случае, являются функциями вектора переменных X , т.е. система алгебраических уравнений становится нелинейной. Применение преобразования Лапласа для перехода к системе алгебраических уравнений становится проблематичным, однако, с определенной степенью условности возможно и его формальное применение приведет к системе нелинейных дифференциальных уравнений. Так, обратную формулу Эйлера и формулу трапеций для интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений, с комплексной матрицей коэффициентов исходной нелинейной алгебраической системы уравнений, можно записать

$$[C(X_n) + h \cdot G(X_n)] \cdot X_{n+1} = C(X_n) \cdot X_n + h \cdot W_{n+1}(X_n). \quad (1.29)$$

$$\begin{aligned} [C(X_n) + 0.5 \cdot h \cdot G(X_n)] \cdot X_{n+1} = \\ = [C(X_n) - 0.5 \cdot h \cdot G(X_n)] \cdot X_n + h \cdot [W_n(X_n) + W_{n+1}(X_n)]. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Для решения таких систем дифференциальных уравнений можно применять те же самые численные методы интегрирования. Однако, если, в случае линейных систем, достаточно один раз сформировать исходную алгебраическую систему уравнений и на каждом шаге переформировывать вектор свободных членов в формуле интегрирования с учетом предыдущего решения, то, в случае нелинейных цепей, необходимо на каждом шаге интегрирования переформировывать, как исходную алгебраическую систему, так и систему дифференциальных уравнений, с учетом решения на предыдущем шаге.

Прямое применение формул численного интегрирования для нелинейных систем дифференциальных уравнений не нашло, однако, широкого применения в силу низкой устойчивости и точности получаемых решений.

Более корректный подход к вычислению переходных процессов нелинейных цепей, основан на том, что система нелинейных дифференциальных уравнений, представленная в нормальной форме Коши, интерпретируется как система нелинейных уравнений, и к ней применяются известные итерационные методы решения типа Ньютона-Рафсона. Формулы интегрирования в этом случае есть результат применения итерационных алгоритмов к традиционным численным методам. Такой подход обеспечивает необходимую устойчивость и точность.

1.2.2 Метод дискретных моделей реактивных элементов

Кроме подхода, изложенного в предыдущем разделе и основанного на формировании и численном интегрировании системы дифференциальных уравнений, получил распространение альтернативный подход, использующий так называемые дискретные или сопровождающие модели реактивных элементов. При этом подходе компонентные дифференциальные уравнения реактивных элементов аппроксимируются соотношениями, соответствующими одной из формул численного интегрирования, а результаты аппроксимации интерпретируются, как резистивные дискретные модели реактивных элементов, значения которых зависят от шага интегрирования и результатов решения на предыдущем шаге.

После замены реактивных элементов резистивными моделями, известными методами формирования математических моделей формируется система алгебраических уравнений, в вектор свободных членов которой входят источники резистивных моделей, зависящие от результатов решения на предыдущем шаге. Решая систему алгебраических уравнений, находим очередное решение, подставляя найденное решение в правую часть, как предыдущее решение, можем найти решение в следующей точке и т.д.

Рассмотрим дискретные модели конденсатора, описываемого компонентным уравнением вида

$$i = C \cdot dv/dt. \quad (1.31)$$

Заменяя производную конечной разностью

$$dv/dt = v'_{n+1} = (v_{n+1} - v_n)/(t_{n+1} - t_n) = (v_{n+1} - v_n)/h,$$

и используя компонентное уравнение (1.31), получим соотношение

$$i_{n+1} = C \cdot (v_{n+1} - v_n)/h,$$

которое можно переписать в виде

$$i_{n+1} = C/h \cdot v_{n+1} - C/h \cdot v_n, \quad (1.32)$$

или

$$v_{n+1} = h/C \cdot i_{n+1} + v_n. \quad (1.33)$$

Те же соотношения можно получить, подставляя в компонентное уравнение (1.31), вместо производной, ее выражение из обратной формулы Эйлера

$$v'_{n+1} = 1/h \cdot v_{n+1} - 1/h \cdot v_n.$$

Уравнениям (1.32, 1.33) соответствуют резистивные модели, изображенные на рисунке 1.4.

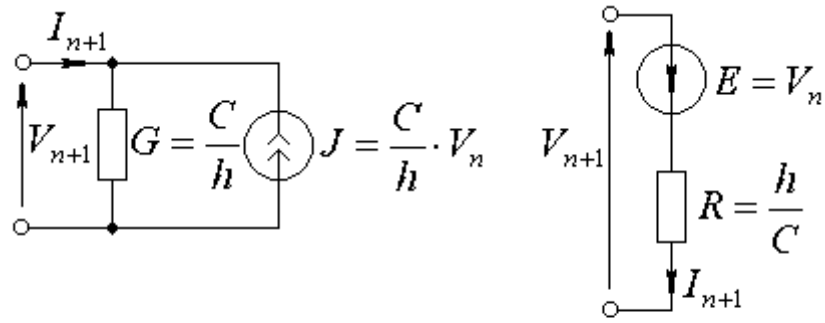


Рисунок 1.4 - Резистивные модели емкости на основе обратной формулы Эйлера

Заменяя производную, полусуммой производных в текущей и предыдущей точках, или конечной разностью половинного шага

$$dv/dt = (v'_{n+1} + v'_n)/2 = (v_{n+1} - v_{n+1/2})/h + (v_{n+1/2} - v_n)/h = (v_{n+1} - v_n)/h,$$

или

$$v'_{n+1} = -v'_n + 2/h \cdot (v_{n+1} - v_n),$$

и, используя компонентное уравнение (10.19), получим соотношение

$$i_{n+1} = -i_n + 2 \cdot C/h \cdot (v_{n+1} - v_n),$$

которое можно переписать в виде

$$i_{n+1} = 2 \cdot C/h \cdot v_{n+1} - 2 \cdot C/h \cdot v_n - i_n, \tag{1.34}$$

или

$$v_{n+1} = h/(2 \cdot C) \cdot i_{n+1} - h/(2 \cdot C) \cdot i_n + v_n. \tag{1.35}$$

Те же соотношения можно получить, подставляя в компонентное уравнение (10.31), вместо производной, ее выражение из формулы трапеций

$$v'_{n+1} = -v'_n + 2/h \cdot v_{n+1} - 2/h \cdot v_n.$$

Уравнениям (1.32, 1.33) соответствуют резистивные модели, изображенные на рисунке 1.5.

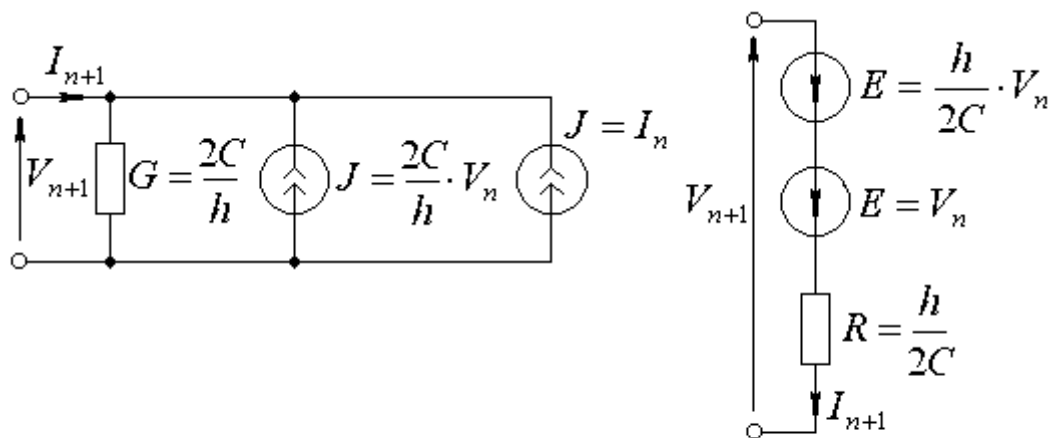


Рисунок 1.5 - Резистивные модели емкости на основе формулы трапеций

Перейдем к рассмотрению дискретных моделей катушки индуктивности, описываемой компонентным уравнением вида

$$v = L \cdot di / dt. \quad (1.36)$$

Заменяя производную конечной разностью

$$di / dt = i'_{n+1} = (i_{n+1} - i_n) / (t_{n+1} - t_n) = (i_{n+1} - i_n) / h,$$

и используя компонентное уравнение (10.24), получим соотношение

$$v_{n+1} = L \cdot (i_{n+1} - i_n) / h,$$

которое можно переписать в виде

$$v_{n+1} = L / h \cdot i_{n+1} - L / h \cdot i_n, \quad (1.37)$$

или

$$i_{n+1} = h / L \cdot v_{n+1} + i_n. \quad (1.38)$$

Те же соотношения можно получить, подставляя в компонентное уравнение (1.36) вместо производной, ее выражение из обратной формулы Эйлера

$$i'_{n+1} = 1 / h \cdot i_{n+1} - 1 / h \cdot i_n.$$

Уравнениям (1.37, 1.38) соответствуют резистивные модели, изображенные на рисунке 1.6.

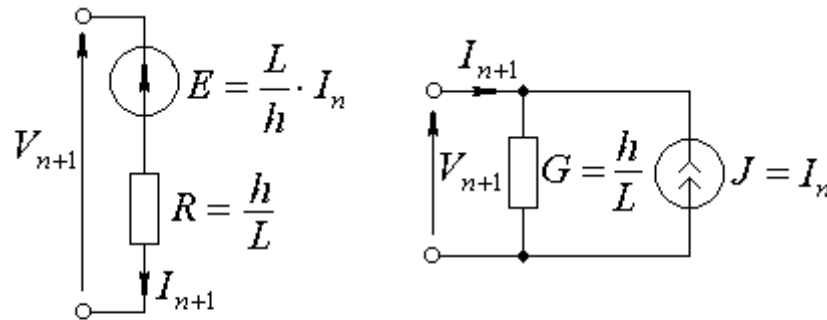


Рисунок 1.6 - Резистивные модели индуктивности на основе формулы Эйлера

Заменяя производную, полусуммой производных в текущей и предыдущей точках или конечной разностью половинного шага

$$\begin{aligned} di / dt &= (i'_{n+1} + i'_n) / 2 = (i_{n+1} - i_{n+1/2}) / h + (i_{n+1/2} - i_n) / h = \\ &= (i_{n+1} - i_n) / h, \end{aligned}$$

или

$$i'_{n+1} = -i'_n + 2 / h \cdot (i_{n+1} - i_n),$$

и, используя компонентное уравнение (1.36), получим соотношение

$$v_{n+1} = -v_n + 2 \cdot L / h \cdot (i_{n+1} - i_n),$$

которое можно переписать в виде

$$v_{n+1} = 2 \cdot L / h \cdot i_{n+1} - 2 \cdot L / h \cdot i_n - v_n, \quad (1.39)$$

или

$$i_{n+1} = h / (2 \cdot L) \cdot v_{n+1} - h / (2 \cdot L) \cdot v_n + i_n. \quad (1.40)$$

Те же соотношения можно получить, подставляя в компонентное уравнение (1.36), вместо производной, ее выражение из формулы трапеций

$$i'_{n+1} = -i'_n + 2/h \cdot i_{n+1} - 2/h \cdot i_n.$$

Уравнениям (1.39, 10.40) соответствуют резистивные модели, изображенные на рисунке 1.7.

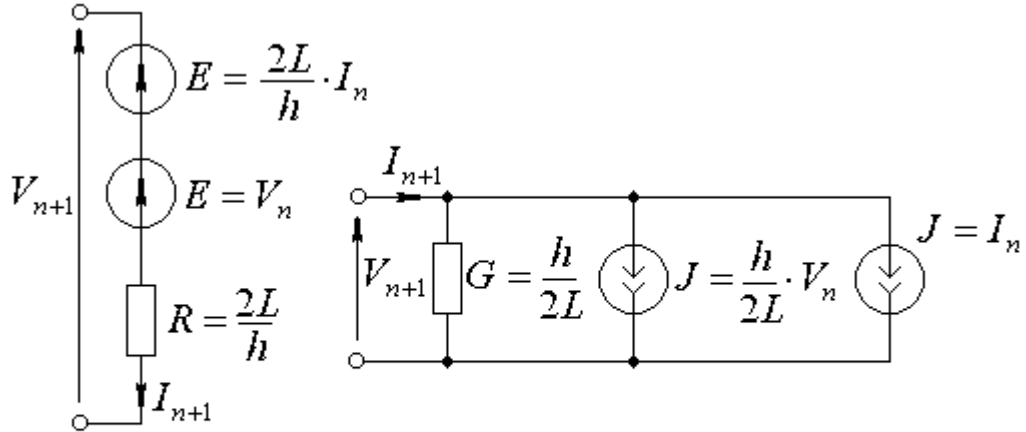


Рисунок 1.7 - Резистивные модели индуктивности на основе формулы трапеций

Используя другие конечноразностные представления производной, или подставляя в компонентные уравнения реактивных ветвей, ее выражение из других формул интегрирования, можем получить более сложные резистивные модели реактивных элементов.

Таким образом, применение дискретных моделей к реактивным элементам приводит к следующему:

1. Цепь становится резистивной, каждый реактивный элемент заменяется резистором либо проводимостью с номиналами, определяемыми номиналом реактивности и шагом интегрирования.
2. Последовательно с резистором или параллельно проводимости подключаются дополнительные источники, соответственно, напряжения или тока, число и номиналы которых зависят от используемого конечно-разностного представления, значений токов и напряжений в предыдущие моменты времени и шага интегрирования.

В результате описываемого подхода цепь становится резистивной с источниками, зависящими от значения переменных в предыдущие моменты времени. Математическая модель такой цепи представляет собой систему алгебраических уравнений с дополнительным вектором свободных членов, зависящим от состояния цепи в предыдущие моменты времени

$$T \cdot X_{n+1} = W + W(X_n). \quad (1.41)$$

Для формирования математической модели цепи, реактивные элементы которой заменены резистивными моделями, можно воспользоваться любым из известных методов в зависимости от используемых моделей, причем ограничений на представление реактивных элементов не накладывается.

Для определения переходного процесса необходимо задаться начальными значениями вектора переменных, сформировать систему уравнений, решая которую, находим значение вектора неизвестных в текущий момент времени. Подставляя найденное значение вектора неизвестных, в качестве начального значения, ищем следующее значение и т.д.

Необходимо отметить, что в случае линейных цепей матрицу коэффициентов системы достаточно сформировать лишь один раз перед итерационным циклом по времени, в котором вектор свободных членов системы переформируется каждый раз с учетом предыдущего решения.

В качестве иллюстрации рассматриваемого подхода рассмотрим формирование системы уравнений (1.41) для цепи изображенной на рисунке 1.8.

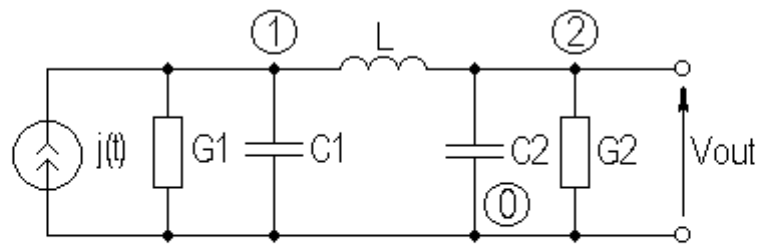


Рисунок 1.8 - Цепь для иллюстрации конечно-разностных моделей реактивных элементов

Используя конечно - разностные или сеточные модели, соответствующие обратной формуле Эйлера, и представляя конденсаторы проводимостями и источниками тока (1.32), а катушку индуктивности резистором и источником напряжения (1.37), составим систему алгебраических уравнений резистивной цепи модифицированным методом узловых потенциалов

$$\begin{bmatrix} G_1 + C_1/h & 0 & 1 \\ 0 & G_2 + C_2/h & -1 \\ 1 & -1 & -L/h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{1,n+1} \\ v_{2,n+1} \\ v_{3,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{n+1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1/h \cdot v_{1,n} \\ C_2/h \cdot v_{2,n} \\ -L/h \cdot i_{L,n} \end{bmatrix}$$

Рассмотренный пример позволяет сделать несколько важных для первоначального усвоения замечаний:

1. Источники резистивных моделей не порождают дополнительных ветвей и узлов, а входят как начальные условия в вектор свободных членов системы.
2. Данный пример не совсем удачен в том плане, что конденсаторы подключены вторым зажимом к общему проводу, поэтому вместо разности узловых потенциалов $(v_{i,n} - v_{j,n})$ использованы просто узловые потенциалы.
3. Систему, аналогичную (1.41) можно получить, используя обратную формулу Эйлера для интегрирования систем дифференциальных уравнений (1.27) $(C + h \cdot G) \cdot X_{n+1} = C \cdot X_n + h \cdot W_{n+1}$, разделив ее на h , но это чисто внешняя связь.

Итак, для вычисления временных характеристик цепей, на основе сеточных или сопровождающих моделей, необходимо многократно решать систему линейных уравнений с разными правыми частями. Для решения систем в такой ситуации целесообразно использование методов решения, основанных на факторизации матрицы коэффициентов (методы LU - и QR -факторизации).

В случае определения реакции отдельных компонент вектора решений можно воспользоваться идеей решения сопряженной системы уравнений изложенной ранее. Для этого перепишем систему (1.41) в виде

$$T \cdot X_{n+1} = W(X_n). \quad (1.42)$$

Вводя выходную функцию от вектора решения

$$\Phi(X_{n+1}) = d^t \cdot X_{n+1},$$

где d - вектор выбора компонент, и сопряженную систему уравнений в виде

$$T^t \cdot Y = -d,$$

можем записать

$$Y^t = -d^t \cdot T^{-1}.$$

Выходную функцию из (10.30) можем определить как

$$\Phi(X_{n+1}) = d^t \cdot T^{-1} \cdot W(X_n),$$

откуда, используя предыдущее соотношение, получаем

$$\Phi(X_{n+1}) = -Y^t \cdot W(X_n).$$

Т.е. решая один раз сопряженную систему, находим вектор Y^t , каждое новое значение выходной функции определяем, как скалярное произведение этого вектора на новый вектор правой части.

В случае нелинейных цепей матрица коэффициентов системы (1.41) также зависит от вектора решений

$$T(X_n) \cdot X_{n+1} = W(X_n). \quad (1.43)$$

В результате, на каждом шаге итерации по времени, необходимо заново формировать матрицу коэффициентов и вектор свободных членов.

Для решения нелинейной системы с малым шагом по времени, можно попытаться решать ее как линейную на каждом шаге итерации, предполагая, что нелинейность слабо проявляется в пределах шага интегрирования. Однако в общем случае необходимо использовать итерационные методы решения нелинейных систем алгебраических уравнений, например, метод Ньютона-Рафсона.

1.3 Трансформация математической модели по постоянному току

1.3.1 Формирование нелинейных математических моделей

Обобщим, ранее изложенные методы формирования математических моделей линейных схем, на нелинейные схемы. Как и прежде, рассмотрим

наиболее распространенные прямые методы формирования математических моделей – обобщенный метод узловых потенциалов, табличный, модифицированный табличный, модифицированный узловой и модифицированный узловой с проверкой.

При отыскании решения по постоянному току в цепи все катушки индуктивности закорачиваются (ветвь КЗ), а все конденсаторы исключаются, т.е. заменяются ветвью холостого хода (ХХ).

Обобщенный метод узловых потенциалов. Прежде всего, заметим, что уравнения для узловых потенциалов требуют, чтобы резисторы с нелинейным сопротивлением описывались в форме

$$i_b = g(V_b). \quad (1.43)$$

Индекс b будет обозначать напряжения и токи ветвей, а индекс n используется для обозначения узловых переменных. Предполагается также, что все независимые источники представлены источниками тока.

Запишем закон Кирхгофа для токов ветвей и выразим напряжения ветвей через напряжения узлов

$$A \cdot i_b = 0, \quad (1.44)$$

$$V_b = A^t \cdot V_n. \quad (1.45)$$

Разделив все ветви на две группы – ветви независимых источников тока и другие, можем переписать соотношение (1.44) в виде

$$A \cdot i_b = -A_J \cdot i_J, \quad (1.46)$$

или, обозначив узловые токи J_n

$$J_n = -A_J \cdot i_J, \quad (1.47)$$

окончательно получим

$$A \cdot i_b = J_n. \quad (1.48)$$

Подставив линейное уравнение ветви (1.43) в (1.48), получим

$$A \cdot g(V_b) = J_n, \quad (1.49)$$

а, используя (1.45), можем записать обобщенную форму узловых уравнений нелинейной цепи

$$A \cdot g(A^t \cdot V_n) = J_n. \quad (1.50)$$

Для представления алгоритма Ньютона-Рафсона перепишем узловую систему нелинейной цепи в виде

$$F(V_n) \equiv A \cdot g(A^t \cdot V_n) - J_n = 0. \quad (1.51)$$

Дифференцированием сложной функции получаем матрицу Якоби узловой системы нелинейной цепи

$$M(V_n) = \partial F(V_n) / \partial V_n = A \cdot (\partial g(V_b) / \partial V_b) \cdot (\partial V_b / \partial V_n). \quad (1.52)$$

Вводя обозначение

$$G_b(V_b) = \partial i_b / \partial V_b = \partial g(V_b) / \partial V_b, \quad (1.53)$$

и учитывая, что дифференцирование по ∂V_n , соотношений для напряжений ветвей (1.45), дает

$$\partial V_b / \partial V_n = A^t, \quad (1.54)$$

и выражение для Якобиана примет вид

$$M(V_n) = A \cdot G_b(V_b) \cdot A^t. \quad (1.55)$$

Как видим, вектор функций представляет собой систему узловых компонентных уравнений ветвей, а правило формирования Якобиана из проводимостей ветвей соответствует рассмотренному ранее правилу формирования матрицы проводимостей узловой системы уравнений.

В частном случае, линейных сопротивлений соотношение (1.43) примет вид

$$i_b = F(V_b) = G \cdot V_b. \quad (1.56)$$

Вектор узловых токов, с учетом (1.48), можно, как известно, записать

$$J_n = A \cdot i_b = A \cdot G \cdot V_b = A \cdot G \cdot A^t \cdot V_n, \quad (1.57)$$

откуда вектор правой части системы уравнений Ньютона–Рафсона можно представить

$$F(V_n) = A \cdot G \cdot A^t \cdot V_n - J_n. \quad (1.58)$$

Выражение для производной тока ветви по напряжению ветви, представленное через разность узловых напряжений, запишется

$$M(V_n) = \partial F(V_n) / \partial V_n = \partial i_b / \partial V_n = A \cdot G \cdot A^t. \quad (1.59)$$

Откуда следует вывод, что компоненты вектора функции, правой части системы уравнений Ньютона–Рафсона для линейных ветвей, совпадают с линейными узловыми компонентными уравнениями ветвей, а Якобиан узловой системы уравнений для линейной цепи совпадает с дифференциальной матрицей проводимости.

Таким образом, формирование математической модели цепи по постоянному току узловым методом, в виде линеаризованной итерационной системы Ньютона-Рафсона, полностью совпадает с ранее рассмотренным случаем линейных цепей. Отличие заключается лишь в том, что формирование повторяется на каждом шаге итерации при новых уточненных значениях напряжений и токов. Компонентные уравнения нелинейных ветвей вектора функций и их производные по узловым напряжениям, как проводимости нелинейных ветвей, включаемые в Якобиан, задаются аналитическими выражениями, вычисляемыми на каждом шаге итераций.

Обозначив через V^0 начальное приближение вектора решений, распишем основные пункты алгоритма Ньютона-Рафсона в терминах обобщенного метода узловых потенциалов.

1. Установить $k = 0$ и вычислить вектор узловых токов $J_n = -A_j \cdot i_j$.
2. Определить напряжения на ветвях $V_b^k = A^t \cdot V_n^k$.
3. Найти токи нелинейных $i_b^k = g(V_b^k)$ и линейных $i_b^k = G \cdot V_b^k$ ветвей.
4. Вычислить компонентную матрицу $G_b(V_b^k) = \partial g(V_b^k) / \partial V_b^k$. Для линейных ветвей элементы матрицы $G_b(V_b^k)$ совпадают со значениями их проводимостей.

5. Вычислить $M(V_n^k) = A \cdot G(V_b^k) \cdot A^t$ и $F(V_n^k) = A \cdot i_b^k - J_n$.
6. Решить уравнение Ньютона-Рафсона $M(V_n^k) \cdot \Delta V_n^k = -F(V_n^k)$.
7. Уточнить вектор решений $V_n^{k+1} = V_n^k + \Delta V_n^k$.
8. Если точность не достигнута, то установить $k = k + 1$ и перейти к пункту 2.

Проиллюстрируем использование алгоритма Ньютона-Рафсона в обобщенном узловом методе, на примере простой нелинейной цепи, используемой нами в начале раздела (рисунок 1.9).

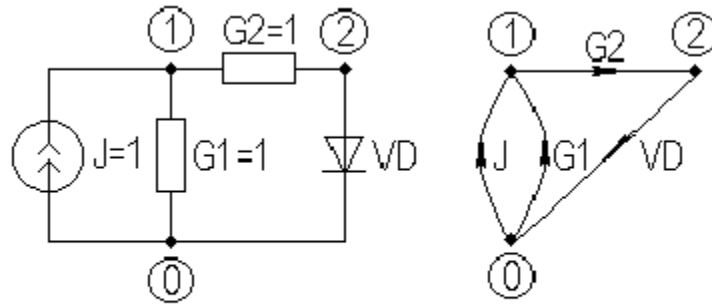


Рисунок 1.9 - Простая нелинейная цепь и ее граф

Пусть вектор начальных узловых напряжений определен как $V_n^0 = [0.3 \ 0.02]^t$. Уравнение диода опишем простейшей вольт-амперной характеристикой $i_D = \exp(40 \cdot V_D) - 1$. Значения номиналов других ветвей приведены на рисунке 1.9.

Дополненная матрица инцидентий ветвей схемы, согласно рисунку 1.9, имеет вид

$$A_d = [A \ A_J] = \begin{bmatrix} G1 & G2 & VD & J \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Через матрицу инцидентий ветвей независимых источников можно определить вектор узловых токов

$$J_n = -A_J \cdot J_b = - \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

По матрице инцидентий ветвей и начальному значению вектора узловых напряжений определим вектор начальных напряжений ветвей

$$V_b^0 = A^t \cdot V_n^0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.02 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.28 \\ 0.02 \end{bmatrix}.$$

Вектор токов ветвей, согласно компонентным уравнениям, определится

$$I_b = \begin{bmatrix} G_1 \cdot v_{b1} \\ G_2 \cdot v_{b2} \\ \exp(40 \cdot v_D) - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.56 \\ 1.22554093 \end{bmatrix}.$$

Матрица дифференциальных проводимостей ветвей равна

$$\frac{\partial I_b}{\partial V_b} = G_b = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 40 \cdot \exp(40 \cdot v_D) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 89.02163712 \end{bmatrix}.$$

Через матрицу инцидентий и линеаризованную матрицу дифференциальных проводимостей ветвей определим линеаризованную узловую матрицу проводимости

$$M(V_n) = A \cdot G_b \cdot A^t = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 91.02163712 \end{bmatrix}.$$

Соответственно определяется вектор функций правой части системы Ньютона-Рафсона

$$F(V_n) = A \cdot I_b - J_n = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.56 \\ 1.22554093 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.14 \\ 0.66554093 \end{bmatrix}.$$

В результате система уравнений Ньютона-Рафсона, на основе обобщенного узлового метода, при заданных начальных значениях, примет вид

$$M(V_n^0) \cdot \Delta V_n^0 = F(V_n^0) = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 91.02163712 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{n1}^0 \\ \Delta v_{n2}^0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0.14 \\ 0.66554093 \end{bmatrix}.$$

Решение системы на первой итерации равно

$$\Delta V_n^0 = \begin{bmatrix} \Delta v_{n1}^0 \\ \Delta v_{n2}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0424133614 \\ -0.0063799578 \end{bmatrix}.$$

Соответственно, уточненные значения узловых напряжений после первой итерации при весовом коэффициенте $t^0 = 1$, будут равны

$$V_n^1 = V_n^0 + t_0 \cdot \Delta V_n^0 = \begin{bmatrix} 0.3424133614 \\ 0.0136200426 \end{bmatrix}.$$

Расчет на ЭВМ, с точностью до пятого знака после запятой, уже на четвертой итерации привел к результатам

$$\Delta v_{n1}^3 = -0.00001; \Delta v_{n2}^3 = -0.00002; v_{n1}^4 = 0.34176; v_{n2}^4 = 0.01264.$$

Таким образом, получен тот же результат, что и в первом примере данного раздела.

При выводе соотношений алгоритма Ньютона-Рафсона, применительно к узловому методу, был использован классический подход, основанный на совокупности компонентных и топологических уравнений. При этом топологические соотношения отображались матрицей инцидентий.

Однако в обобщенном узловом методе, можно, как ранее отмечалось при изложении метода, использовать и формальный подход. При этом матрицу Якоби и вектор функций правой части системы Ньютона–Рафсона можно сформировать напрямую по информации о ветвях схемы.

Матрица Якоби имеет такую же структуру, что и матрица проводимости. Проводимости линейных ветвей включаются в матрицу Якоби методом добавления, в соответствии с узлами подключения. Нелинейная проводимость $i_b = g(v_b)$, включенная между узлами k и l , вызовет узловые токи $i_k = g(v_k - v_l)$; $i_l = -g(v_k - v_l)$, добавляемые в вектор функций. Дифференцируя эти соотношения по узловым напряжениям, получаем следующий фрагмент матрицы Якоби

$$\begin{array}{ccc} & k & \cdot & l \\ k & \left[\begin{array}{ccc} \partial g / \partial v_k & \dots & -\partial g / \partial v_l \\ \dots & \dots & \dots \\ -\partial g / \partial v_k & \dots & \partial g / \partial v_l \end{array} \right] & \cdot \\ \cdot & & & \\ l & & & \end{array}$$

Эти производные вычисляются при напряжениях, полученных на предыдущей итерации. Аналогично вносятся и другие нелинейные проводимости. Структура Якобиана фиксирована и дает возможность использовать алгоритмы, предназначенные для разреженных матриц при расчете сложных схем.

Правая часть системы уравнений Ньютона-Рафсона, определяемая соотношением $f(v_n^k) = A \cdot i_b^k - j_n$, также может быть сформирована напрямую из компонентных уравнений ветвей, методом добавления, в соответствии с узлами подключения. Компонентные уравнения представляют собой токи линейных и нелинейных ветвей, подключенных к узлу, а также токи независимых источников тока, подключенных к узлу.

Так диод, изображенный на схеме рисунка 1.10, определит следующие элементы Якобиана, и вектора правой части

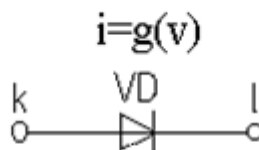


Рисунок 1.10 - Диод в качестве ветви схемы

$$\begin{array}{ccc} & k & \cdot & l \\ M(V_n) = & \left[\begin{array}{ccc} \partial g / \partial v_k & \dots & -\partial g / \partial v_l \\ \dots & \dots & \dots \\ -\partial g / \partial v_k & \dots & \partial g / \partial v_l \end{array} \right] & \cdot \\ \cdot & & & \\ l & & & \end{array}; \quad F(V_n) = \begin{array}{l} k \left| + g(v) \right. \\ l \left| - g(v) \right. \end{array}$$

Таким образом, обобщенный узловый метод может рассматриваться, как метод формирования математической модели нелинейной цепи.

Табличный метод. Перейдем к рассмотрению табличного метода формирования системы уравнений Ньютона–Рафсона.

Табличную систему, как совокупность компонентных и топологических уравнений, можно записать в общем виде

$$V_b - A^t \cdot V_n = 0, \quad (1.60)$$

$$P(V_b, I_b) = W_b, \quad (1.61)$$

$$A \cdot I_b = 0. \quad (1.62)$$

Компонентные уравнения (1.61) определяют связь между токами и напряжениями ветвей в неявной форме. Для линейных ветвей компонентные уравнения, как известно, принимают обобщенную линейную форму

$$Y_b \cdot V_b + Z_b \cdot I_b = W_b. \quad (1.63)$$

Соответственно, правая часть уравнения Ньютона-Рафсона может быть записана в виде

$$F(X) = \begin{bmatrix} V_b - A^t \cdot V_n \\ P(V_b, I_b) - W_b \\ A \cdot I_b \end{bmatrix} = 0,$$

где $X^t = [V_b \ I_b \ V_n]^t$. Матрица Якоби на k -той итерации, как производная вектора $F(X)$ по компонентам вектора X , будет иметь вид

$$M(X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -A^t \\ G^k & R^k & 0 \\ 0 & A & 0 \end{bmatrix},$$

где $G_k = \partial P / \partial V_b^k$; $R^k = \partial P / \partial I_b^k$.

Как видим, структура Якобиана совпадает с блочной формой табличной системы. Более того, в случае линейных цепей, вместо компонентного уравнения (1.61), можно записать уравнение (1.63) и в результате дифференцирования вектора $F(X)$ убедимся, что Якобиан линейной цепи совпадает с традиционной матрицей коэффициентов табличной системы уравнений.

Система уравнений Ньютона–Рафсона построенная на основе табличного метода, как обычно, имеет вид

$$M(X^k) \cdot \Delta X^k = -F(X^k),$$

где $\Delta X^k = [\Delta V_b \ \Delta I_b \ \Delta V_n]^t$. После определения вектора приращений уточняем вектор неизвестных

$$X^{k+1} = X^k + t^k \cdot \Delta X^k.$$

Таким образом, табличный метод также может рассматриваться, как метод формирования математической модели нелинейной цепи.

Модифицированный табличный метод. В модифицированном табличном методе по сравнению с табличным методом с целью сокращения размерности системы уравнений (1.60-1.62) из рассмотрения исключается

уравнение связи напряжений ветвей и узлов. При этом блочное уравнение (1.60) подставляется в уравнение (1.61) в результате чего получаем модифицированную табличную систему уравнений

$$P(A^t \cdot V_n, I_b) = W_b, \quad (1.64)$$

$$A \cdot I_b = 0. \quad (1.65)$$

Следовательно, вектор правой части системы уравнений Ньютона–Рафсона, запишется

$$F(X) = \begin{bmatrix} P(A^t \cdot V_n, I_b) - W \\ A \cdot I_b \end{bmatrix} = 0,$$

где $X = [I_b \ V_n]^t$ - вектор неизвестных. Взяв производную на k -той итерации от вектора функций $F(X)$, по компонентам вектора неизвестных X , получим Якобиан

$$M(X) = \begin{bmatrix} G^k \cdot A^t & R^k \\ 0 & A \end{bmatrix},$$

где $G^k \cdot A^t = \partial P / \partial V_n^k$; $R^k = \partial P / \partial I_b^k$. Как видим, структура Якобиана совпадает со структурой матрицы коэффициентов модифицированной табличной системы уравнений. Более того, в случае линейных цепей, воспользовавшись компонентным уравнением (1.63), вместо (1.61), после подстановки в него (1.30), получим

$$Y_b \cdot A^t \cdot V_n + Z_b \cdot I_b = W_b, \quad (1.66)$$

вместо уравнения (1.64), и, дифференцируя полученную систему (1.66) и (1.65), убеждаемся, что Якобиан линейной цепи вырождается в матрицу коэффициентов модифицированной табличной системы уравнений.

Таким образом, система уравнений Ньютона–Рафсона, как математическая модель нелинейной цепи, может быть сформирована модифицированным табличным методом.

Модифицированный узловый метод. В модифицированном узловом методе, объединяющем достоинства узлового и табличного методов, как известно, все ветви цепи делят на три группы:

- 1) группа ветвей представимых проводимостью, причем токи этих ветвей не определяются в результате решения;
- 2) группа ветвей, не представимых проводимостью и, либо представимых проводимостью, но необходимо определить токи этих ветвей;
- 3) группа ветвей независимых источников тока вносимых в вектор узловых токов.

В обобщенном виде, узловые уравнения ветвей первой и третьей групп и компонентные уравнения ветвей второй группы, можно записать как

$$P_1(V_{n1}) - A_2 \cdot I_{b2} = J_{n1}, \quad (1.67)$$

$$P_2(V_{b2}, I_{b2}) = W_{b2}, \quad (1.68)$$

где $P_1(V_{n1}) = A_1 \cdot g(V_{b1}) \cdot A_1^t$; $J_{n1} = -A_J \cdot I_J$; $V_{b2} = A_2^t \cdot V_{n1}$.

Это позволяет записать вектор функций правой части системы уравнений Ньютона–Рафсона в виде

$$F(X) = \begin{bmatrix} P_1(V_{n1}) - A_2 \cdot I_{b2} - J_{n1} \\ P_2(A_2^t \cdot V_{n1}, I_{b2}) - W_{b2} \end{bmatrix} = 0,$$

где $X = [V_{n1} \quad I_{b2}]^t$ - вектор неизвестных. Дифференцируя на k -той итерации вектор функций, по компонентам вектора неизвестных, получаем Якобиан системы уравнений Ньютона–Рафсона

$$M(X) = \begin{bmatrix} G_{n1}^k & A_2 \\ G_2^k \cdot A_2^t & R_2^k \end{bmatrix},$$

где $G_{n1}^k = \partial P_1 / \partial V_{n1}$; $G_2^k \cdot A_2^t = \partial P_2 / \partial V_{n1}$; $R_2^k = \partial P_2 / \partial I_{b2}$.

Как видим, структура Якобиана аналогична структуре матрицы коэффициентов модифицированного узлового метода.

Для линейных цепей узловые уравнения ветвей первой и второй групп и компонентные уравнения второй группы, вместо (1.67) и (1.68), как известно, запишутся в виде

$$Y_{n1} \cdot V_{n1} + A_2 \cdot I_{b2} = J_{n1}, \quad (1.69)$$

$$Y_{b2} \cdot V_{b2} + Z_{b2} \cdot I_{b2} = W_{b2}, \quad (1.70)$$

где $V_{n1} = A_1 \cdot Y_{b1} \cdot A_1^t$; $J_{n1} = -A_J \cdot I_J$; $V_{b2} = A_2^t \cdot V_{n1}$.

Дифференцированием этих уравнений можно убедиться, что Якобиан линейной цепи совпадает с обычной матрицей коэффициентов модифицированной узловой системы уравнений.

Таким образом, модифицированный узловой метод можно рассматривать, как метод формирования математической модели нелинейной цепи.

Модифицированный узловой метод с проверкой. Модифицированный узловой метод с проверкой, как известно, отличается от модифицированного узлового метода тем, что с целью снижения порядка, из системы уравнений исключаются те переменные, значения которых заранее известны. Речь идет, в основном, о токах ветвей холостого хода и напряжениях ветвей короткого замыкания, встречающихся в идеальных управляемых источниках. При этом ветви также разбиваются на три группы, но ветви второй группы вносимые в дополнение матрицы проводимости предполагается заносить в соответствии с таблицей. При этом, однако, структура матрицы коэффициентов остается аналогичной структуре матрицы коэффициентов модифицированного узлового метода.

В обобщенном виде узловые уравнения первой и второй групп и компонентные уравнения ветвей второй группы можно записать как

$$P_1(V_{n1}) - A_2' \cdot I_{b2}' = J_{n1}, \quad (1.71)$$

$$P_2(V_{b2}', I_{b2}') = W_{b2}', \quad (1.72)$$

где $P_1(V_{n1}) = A_1 \cdot g(V_{b1}) \cdot A_1^t$; $J_{n1} = -A_J \cdot I_J$; $V_{b2}' = (A_2')^t \cdot V_{n1}$. Это позволяет записать вектор функций правой части системы уравнений Ньютона–Рафсона в виде

$$F(X) = \begin{bmatrix} P_1(V_{n1}) - A_2' \cdot I_{b2}' - J_{n1} \\ P_2((A_2')^t \cdot V_{n1}, I_{b2}') - W_{b2}' \end{bmatrix} = 0,$$

где $X = [V_{n1} \quad I_{b2}']^t$ - вектор неизвестных. Дифференцируя на k -той итерации вектор функций по компонентам вектора неизвестных, получаем Якобиан системы уравнений Ньютона–Рафсона

$$M(X) = \begin{bmatrix} G_{n1}^k & A_2' \\ G_2^k \cdot (A_2')^t & R_2^k \end{bmatrix},$$

где $G_{n1}^k = \partial P_1 / \partial V_{n1}$; $G_2^k \cdot (A_2')^t = \partial P_2 / \partial V_{n1}$; $R_2^k = \partial P_2 / \partial I_{b2}'$.

Как видим, структура Якобиана аналогична структуре матрицы коэффициентов модифицированного узлового метода с проверкой.

Для линейных цепей узловые уравнения ветвей первой и второй групп и компонентные уравнения ветвей второй группы вместо (1.71) и (1.72), как известно, запишутся в виде

$$Y_{n1} \cdot V_{n1} + A_2' \cdot I_{b2}' = J_{n1}, \quad (1.73)$$

$$Y_{b2}' \cdot V_{b2}' + Z_{b2}' \cdot I_{b2}' = W_{b2}', \quad (1.74)$$

где $Y_{n1} = A_1 \cdot Y_{b1} \cdot A_1^t$; $J_{n1} = -A_J \cdot I_J$; $V_{b2}' = (A_2')^t \cdot V_{n1}$.

Дифференцированием этих уравнений можно убедиться, что Якобиан линейной цепи совпадает с обычной матрицей коэффициентов модифицированной узловой системы с проверкой.

Таким образом, модифицированный узловой метод с проверкой можно рассматривать как метод формирования математической модели нелинейной цепи.

2 СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ. ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ

Организация лабораторного цикла по прямым методам формирования математических моделей. Идея организации цикла лабораторных работ по прямым методам формирования сводится к выбору конкретного варианта сквозного лабораторного задания определяемого:

методом формирования математической модели – табличный, модифицированный табличный, модифицированный узловой, модифицированный узловой с проверкой;

областью анализа – частотный, временной, по постоянному току;

модификацией подхода используемой во временной области и основанной на – преобразовании Лапласа модели из частотной области во

временную, использовании сеточных (конечно-разностных) моделей реактивных элементов.

Варианты сквозного лабораторного задания. В соответствии с предлагаемым сценарием организации лабораторного цикла предлагается следующие варианты (темы) сквозных лабораторных заданий:

1. Табличный метод. Частотный анализ.
2. Модифицированный табличный метод. Частотный анализ.
3. Модифицированный узловый метод. Частотный анализ.
4. Модифицированный узловый метод с проверкой. Частотный анализ.
5. Табличный метод. Временной анализ. Модификация Лапласа.
6. Модифицированный табличный метод. Временной анализ. Модификация Лапласа.
7. Модифицированный узловый метод. Временной анализ. Модификация Лапласа.
8. Модифицированный узловый метод с проверкой. Временной анализ. Модификация Лапласа.
9. Табличный метод. Временной анализ. Модификация сеточных моделей.
10. Модифицированный табличный метод. Временной анализ. Модификация сеточных моделей.
11. Модифицированный узловый метод. Временной анализ. Модификация сеточных моделей.
12. Модифицированный узловый метод с проверкой. Временной анализ. Модификация сеточных моделей.
13. Табличный метод. Анализ по постоянному току.
14. Модифицированный табличный метод. Анализ по постоянному току.
15. Модифицированный узловый метод. Анализ по постоянному току.
16. Модифицированный узловый метод с проверкой. Анализ по постоянному току.

Содержание универсального лабораторного задания по методам формирования математических моделей с оценкой трудоемкости (~ 30 часов самостоятельной работы и ~ 35-40 часов лабораторных занятий):

изучение прямых методов формирования математической модели и ее трансформаций при изменении вида анализа;

приобретение навыков работы с системой для инженерных и научных расчетов **MatLab**;

обоснование структуры универсальной программы анализа характеристик РЭУ в соответствии с избранным методом;

реализация универсальной функции автоматического подсчета числа ветвей и узлов анализируемой схемы;

реализация универсальной функции формирования математической модели схемы устройства в соответствии с избранным методом;
 реализация и отладка универсальной программы анализа в соответствии с избранным методом;
 тестирование разработанной программы в соответствии избранным методом;
 защита работы лабораторного цикла.

Предполагаемые цели лабораторного задания:

изучение прямых методов формирования математической модели и ее трансформаций при изменении вида анализа;
 приобретение навыков работы с системой для инженерных и научных расчетов **MatLab**
 ознакомление со структурой универсальной программы анализа характеристик РЭУ в соответствии с избранным методом;
 приобретение опыта разработки универсальной программы анализа и расчета характеристик РЭУ;
 ознакомление с основными характеристиками РЭУ в частотной и временной областях и по постоянному току;
 приобретение опыта исследований основных характеристик РЭУ с использованием универсальной программы.

Методические указания по выполнению лабораторных работ и порядок их представления.

Применительно к данному циклу лабораторных работ можно рекомендовать следующее:

1. Внимательно проанализировать выбранный вариант лабораторного задания, определиться с объемом работ, сроками выполнения фрагментов задания и литературой.
2. Как можно быстрее ознакомиться с методами формирования математических моделей и обновить знания по программированию на входном языке системы **MatLab**.
3. Ознакомиться с примером универсальной программы анализа на основе обобщенного узлового метода приведенной в приложениях А и Б и наметить пути ее трансформации под свое лабораторное задание.
4. Определиться с базовым набором элементов и их условным обозначением.
5. Написать простейшую версию главной программы, задать входной массив, организовать его чтение и распечатку, простейший цикл по частоте или времени и после этого заняться разработкой и подключением основных функций.
6. При написании функции подсчета числа ветвей и узлов обратить внимание на обработку выбранных признаков элементов и правильности

работы функции и только после этого приступать к написанию следующей функции, например формирования математической модели.

7. При написании функции формирования математической модели в соответствии с выбранным методом вначале завести независимый источник напряжения и резистор произвести отладку и тестирование и только после этого добавлять по одному элементу и тестировать правильность формирования.

8. Трансформацию программы и функций проводить поэтапно, контролируя результаты вносимых изменений и только после отладки очередного фрагмента приступать к следующему.

9. При отладке программы в целом тестирование проводить на простейших цепях типа RR, RC или RL, для которых заранее известны результаты и только после этого переходить к более сложным тестам.

Порядок проведения работ (для студентов очной формы обучения):

Каждая работа выполняется подгруппой студентов из 2-х - 3-х человек в течение 4-х академических часов. Каждый студент ведет рабочую тетрадь, в которой отражаются результаты подготовки к предстоящей работе в виде кратких понятий и определений, необходимых аналитических выкладок и предварительного плана проведения исследований. Содержание рабочей тетради является основным критерием допуска к работе.

В связи с тем, что выполняется сквозное лабораторное задание отчет выполняется нарастающим итогом. Отчет выполняется один на подгруппу. На каждом занятии вносятся добавления и корректировки. *Текущее состояние отчета используется для текущего контроля.*

Контрольные вопросы. В процессе выполнения и при защите результатов выполнения лабораторного задания студенты должны быть готовы ответить, в зависимости от этапа выполнения на следующие основные вопросы:

1. Суть реализуемого метода формирования математической модели и его отличие от других методов.

2. Используемая модификация математической модели при переходе во временную область или на постоянный ток.

3. Обоснование разрабатываемой структуры универсальной программы анализа и расчета характеристик **РЭУ**.

4. Наиболее распространенные характеристики **РЭУ** в частотной и временной областях.

5. Синтаксис, операторы и используемые функции входного языка системы **MatLab**.

6. Назначение, принцип функционирования и особенности реализации функции подсчета числа узлов и ветвей анализируемой схемы.

7. Назначение, принцип функционирования и особенности реализации функции формирования математической модели анализируемой схемы.

8. Используемый алгоритм вычисления характеристик РЭУ в соответствии с выбранным методом и особенности его реализации.

9. Зависимость основных частотных и временных характеристик РЭУ от параметров.

10. Суть и актуальность расчета РЭУ по постоянному току.

Содержание отчета.

Отчет оформляется в текстовом редакторе **Word**, в виде текстового файла. Отчет содержит название работы, фамилии исполнителей и преподавателя, дату выполнения, цель работы, краткие теоретические сведения, краткое описание разработанной программы, результаты промежуточных испытаний и итогового тестирования с интерпретацией полученных результатов и выводами.

Приложениями отчета являются рабочая тетрадь с аналитическими выкладками, файл программы сценария на языке **MATLAB** с краткими комментариями, графические результаты, оформленные должным образом.

Список использованных источников

1. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. – М.: Радио и связь, 1988.– 560 с.

2. Кологривов В.А. Основы автоматизированного проектирования радиоэлектронных устройств: Учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2003.– 197 с.

3. Численные методы условной оптимизации / Под ред. Ф. Гилла и У. Мюррэя – М.: Мир, 1977.– 290 с.

4. Аоки М. Введение в методы оптимизации. – М.: Наука, 1977.– 344 с.

5. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэкшел К. Оптимизация в технике. В 2-х кн. –Кн. 1. М.: Мир, 1986.– 349 с., Кн. 2. М.: Мир, 1986.– 320 с,

6. Коханер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1988.– 575 с.

7. Потемкин В.Г. Система MATLAB. Справочное пособие. - М.: Диалог МИФИ, 1997.– 350 с.

8. Лазарев Ю.Ф. MATLAB 5.x. – К.: Издательская группа BHV, 2000. - 384 с.

9. Потемкин В.Г. Инструментальные средства MATLAB 5.x. – М.: Диалог МИФИ, 2000.– 336 с.

10. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В., Круглов В.В. MATLAB 5.3.1 с пакетами расширений. – М.: Нолидж, 2001.– 880 с.

11. Дьяконов В.П., Круглов В.В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001.– 480 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А (Справочное)

Листинг универсальной программы анализа частотных и временных характеристик электронных схем на основе обобщенного метода узловых потенциалов

```

% Программа расчета частотных и переходных
% характеристик на основе обобщенного узлового
% метода;
% v-входной массив данных о схеме;
% используемые нестандартные функции:
% pr_in_mas-печать входного массива данных;
% nu_uzl-подсчет числа узлов схемы;
% f_il0-формирование вектора токов инд-тей;
% uzl_sys-формирование узловой системы уравнений;
% rel_pot-расчет отношения вых. разности потенц. ко входной.

format compact;
disp(sprintf('%s','Program Metod_Uzl_Potencial !!!'));
disp(' ');

% Входной массив для простоты задается в программе
% основные правила формирования входного массива:
% в старших версиях MatLab
% массив задается в фигурных скобках {.....}
% описание каждого элемента схемы содержит:
% признак - символ в апострофах;
% параметр - номинал (возможно нормированный);
% узлы подключения - по числу внешних зажимов.
% установлены следующие основные признаки элементов:
% 'J'('j')-независимый источник тока;
% 'R'('r')-резистор;
% 'L'('l')-катушка индуктивности;
% 'C'('c')-конденсатор;
% 'S'('s')-источник тока управляемый напряжением;
% 'M'('m')-связанные катушки(идеальный трансформатор);

% Входной массив данных RC-схемы (интегрирующей)
v={ 'r' 1 1 2 'c' 1 2 0 'j' 1 1 0 'r' 0.001 1 0 };

% Входной массив данных RC-схемы (дифференцирующей)
%v={ 'r' 1 2 0 'c' 1 1 2 'j' 1 1 0 'r' 0.001 1 0 };

```

% Входной массив данных RL-схемы (дифференцирующей)

```
%v={ 'r' 1 1 2 'l' 1 2 0 'j' 1 1 0 'r' 0.001 1 0 };
```

% Входной массив данных RL-схемы (интегрирующей)

```
%v={ 'r' 1 2 0 'l' 1 1 2 'j' 1 1 0 'r' 0.001 1 0 };
```

% Входной массив данных о схеме с ОЭ

```
%v={ 'r' 25 1 2 'r' 5 2 0 'c' 5e-12 2 0 'c' 5e-12 2 3 ...
```

```
% 's' 0.2 0 2 2 3 'r' 100 3 0 'j' 1 1 0 'r' 0.01 1 0};
```

% Входной массив данных о схеме с ОЭ (с инд. коррекцией)

```
%v={ 'r' 25 1 2 'r' 5 2 0 'c' 5e-12 2 0 'c' 5e-12 2 3 ...
```

```
% 's' 0.2 0 2 2 3 'r' 100 3 4 'l' 150e-9 4 0 ...
```

```
% 'j' 1 1 0 'r' 0.01 1 0};
```

% Избират. контур на входе каскада с ОЭ

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 1e4 1 2 'l' 12.665e-6 2 0 ...
```

```
% 'c' 20e-12 2 0 'r' 10000 2 0 'r' 25 2 3 'r' 5 3 0 ...
```

```
% 'c' 5e-12 3 0 'c' 3e-12 3 4 's' 0.2 0 3 3 4 ...
```

```
% 'r' 100 4 0 'c' 10e-12 4 0};
```

% Звено на основе идеального операционного усилителя

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 0.01 1 0 'r' 1 1 2 'c' 1 2 0 'r' 1 2 0 ...
```

```
% 'r' 1 2 3 'c' 1 2 3 'c' 1 3 4 's' 50000 3 0 4 0};
```

% Все пропускающий фильтр на основе идеального ОУ (инвертирующая схема)

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 2e4 1 2 'r' 2e4 2 4 ...
```

```
% 'c' 1e-9 1 3 'r' 1e4 3 0 's' 5e4 2 3 4 0};
```

% Все пропускающий фильтр на основе идеального ОУ (неинвертирующая схема)

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 2e4 1 2 'r' 2e4 2 4 ...
```

```
% 'c' 1e-9 3 0 'r' 1e4 1 3 's' 5e4 2 3 4 0};
```

% Связанные контуры

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 1e4 1 2 ...
```

```
% 'r' 15e4 2 0 'm' 1e-3 1e-3 0.2e-3 2 3 0 0 ...
```

```
% 'r' 15e4 3 0 'c' 1e-9 2 0 'c' 1e-9 3 0};
```

% Входная цепь приемника (емкостная связь)

```
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 100 1 2 'c' 200e-12 2 3 ...
```

```
% 'c' 3e-12 3 4 'l' 200e-6 4 0 'c' 125e-12 4 0 'r' 30e3 4 0};
```

```

% Входная цепь приемника (индуктивная связь)
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 100 1 2 'c' 200e-12 2 3 ...
% 'm' 25e-6 200e-6 10e-6 3 4 0 0 'c' 500e-12 4 0 'r' 30e3 4 0 };

% 2e-3 200e-6 100e-6

% Сложная резонансная система типа "матрешка"
%v={ 'j' 1 1 0 'r' 1e-3 1 0 'r' 20e3 1 2 ...
% 'l' 10e-3 2 3 'l' 10e-3 3 0 'c' 200e-12 2 4 'c' 200e-12 4 0 ...
% 'r' 20e3 3 4 ...
% 'l' 5e-3 3 5 'l' 5e-3 5 4 'c' 100e-12 3 0 'c' 100e-12 0 4 ...
% 'r' 20e3 5 0 ...
% 'l' 2.5e-3 5 6 'l' 2.5e-3 6 0 'c' 50e-12 5 7 'c' 50e-12 7 0 };

disp(sprintf('%s','ПРОГРАММА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ'));
disp(sprintf('%s','МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ'));
pr_in_mas(v);
[nu,nv]=nu_uzl(v); % подсчет узлов схемы
nu=ceil(nu);
il_0=f_il0(v); % формирование вектора начальных токов инд-тей
p=sprintf('\n Число узлов = %2d; Число ветвей = %2d;',nu,nv);
disp(p);
k=menu('Frequency Or Time Analys ?','K(w)','H(t)');
if k==1;
    ch='F';
end;
if k==2;
    ch='T';
end;
pp=[];
pp=input('Input-Output Pol [in1 in2 out2 out2]=? ');
in1=pp(1); in2=pp(2);
out1=pp(3); out2=pp(4);
ch=upper(ch);

if ch=='F'; % Расчет в частотной области
    pp=[];
    pp=input('Frequency [fn fh fv]=? ');
    fn=pp(1); fh=pp(2); fv=pp(3);
    vp=zeros(nu,1); % вектор нач. значений узл. напряж.
    ff=[]; mku=[]; fku=[];
    disp('Frequency Analys !!! Wait ...');
    k=1; th=0;
    for f=fn:fh:fv;

```



```

w=2*pi*f;
[yy,jj,il_0]=uzl_sys(v,il_0,w,ch,th,vp);
vv=inv(yy)*jj;
ku=rel_pot(vv,in1,in2,out1,out2);
mku(k)=abs(ku);
fku(k)=angle(ku)*180/pi;
ff(k)=f;
k=k+1;
end;
figure(1);
subplot(2,1,1); plot(ff,mku);
title('Grafic |Kv(f)|');
xlabel('Frequency');
ylabel('|Kv|');
grid;
subplot(2,1,2); plot(ff,fku);
title('Grafic Fasa Kv(f)');
xlabel('Frequency');
ylabel('Fasa(Kv)');
grid;
end;

if ch=='T'; % Расчет во временной области
pp=[];
pp=input('[th tv]=? ');
th=pp(1); tv=pp(2);
vp=zeros(nu,1);
tt=[]; vv=[];
disp('Time Analys !!! Wait ...');
k=1; w=1;
for t=0:th:tv;
[yy,jj,il_0]=uzl_sys(v,il_0,w,ch,th,vp);
vt=inv(yy)*jj;
vp=vt;
vnorm=rel_pot(vt,in1,in2,out1,out2);
vv(k)=vnorm;
tt(k)=t;
k=k+1;
end;
figure(2);
plot(tt,vv);
title('Grafic H(t)');
xlabel('Time');
ylabel('H(t)');

```

```

grid;
end;
break;

```

function Pr_In_Mas(v);

```

% Процедура распечатки входного массива данных
% v-массив входных данных о схеме

```

```

n=length(v);
k=1;
disp(sprintf('\n %s','Входной массив данных:'));
while k<n;
    pr=upper(v{k}); nom=v{k+1};
    n1=k+2; n2=k+3; n3=k+4; n4=k+5;
    if strcmp(pr,'R') | ...
        strcmp(pr,'L') | ...
        strcmp(pr,'C') | ...
        strcmp(pr,'J');
    disp(sprintf(' %s %9.2e %2d %2d',pr,nom,v{n1},v{n2}));
    h=4;
    end;
    if strcmp(pr,'S');
        disp(sprintf(' %s %4.2f %2d %2d %2d %2d',...
            pr,nom,v{n1},v{n2},v{n3},v{n4}));
        h=6;
    end;
    if strcmp(pr,'M');
        nom1=v{k+1}; nom2=v{k+2}; nom3=v{k+3};
        n1=k+4; n2=k+5; n3=k+6; n4=k+7;
        disp(sprintf(' %s %9.2e %9.2e %9.2e %2d %2d %2d %2d',...
            pr,nom1,nom2,nom3,v{n1},v{n2},v{n3},v{n4}));
        h=8;
    end;

    k=k+h;
end;

```

function [nu,nv]=nu_uzl(v);

```

% Процедура определения числа узлов схемы
% v-массив входных данных о схеме
% nu-число узлов схемы
% nv-число ветвей схемы

```

```

n=length(v);

```

```

nu=0; nv=0; k=1;
while k<n;
    pr=upper(v{k});
    if strcmp(pr,'R') | ...
        strcmp(pr,'L') | ...
        strcmp(pr,'C') | ...
        strcmp(pr,'J');
        n1=k+2; n2=k+3;
        nv=nv+1;
        h=4;
    end;
    if strcmp(pr,'S');
        n1=k+2; n2=k+5;
        nv=nv+2;
        h=6;
    end;
    if strcmp(pr,'M');
        n1=k+3; n2=k+7;
        nv=nv+2;
        h=8;
    end;
    for l=n1:n2;
        if nu<v{l};
            nu=v{l};
        end;
    end;
    k=k+h;
end;

```

function il_0=f_il0(v);

```

% ФУНКЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО
% ВЕКТОРА ТОКОВ ИНДУКТИВНОСТЕЙ
% v-ВХОДНОЙ МАССИВ СХЕМЫ
% il_0-ВЕКТОР НАЧАЛЬНЫХ ТОКОВ ИНДУКТИВНОСТЕЙ

```

```

n=length(v);
il_0=[];
m=1;
while m<=n;
    typ=upper(v{m});
    if strcmp(typ,'L');
        il_0=[il_0 0];
    end;

```

```

if strcmp(typ,'M');
    il_0=[il_0 0 0 0];
end;
if strcmp(typ,'R') | ... % резистор
    strcmp(typ,'L') | ... % индуктивность
    strcmp(typ,'C') | ... % емкость
    strcmp(typ,'J');    % независ. ист. тока
    dm=4;
end;
if strcmp(typ,'S');    % крутизна ИТУН
    dm=6;
end;
if strcmp(typ,'M');    % связанная инд-ть (идеальн. трансф-тор)
    dm=8;
end;
    m=m+dm;
end;

```

function [yy,jj,ilt]=Uzl_Sys(v,ilt,w,ch,th,vp);

% Процедура формирования узловой системы уравнений:

% yy-матрица проводимости;

% jj-вектор токов;

% ilt-вектор токов индуктивностей;

% v-входной массив данных о схеме;

% w-круговая частота;

% ch-признак частотного 'F' либо временного 'T' анализа;

% th-шаг интегрирования по времени;

% vp-вектор начальных значений узловых потенциалов;

% nu-число узлов схемы;

% используемые нестандартные функции:

% nu_cir-подсчет числа узлов схемы.

```

n=length(v);

```

```

[nu,nv]=nu_uzl(v);

```

```

nu=ceil(nu);

```

```

yy=zeros(nu,nu);

```

```

jj=zeros(nu,1);

```

```

m=1; nl=0;

```

```

while m<=n; % цикл форм. мат-цы пров-сти и вект. тока

```

```

    typ=upper(v{m});

```

```

    % Резистор .....

```

```

    if strcmp(typ,'R'); % сопротивление

```

```

        nom=1/v{m+1}; k=v{m+2}; l=v{m+3};

```

```

        if (k~=0);

```

```

yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
end;
if (k~=0) & (l~=0);
yy(k,l)=yy(k,l)-nom;
yy(l,k)=yy(l,k)-nom;
end;
if (l~=0);
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
end;
dm=4;
end;
% Катушка ИНДУКТИВНОСТИ .....
if strcmp(typ,'L'); % ИНДУКТИВНОСТЬ
k=v{m+2}; l=v{m+3};

if ch=='F';
nom=-j/(w*v{m+1});
if (k~=0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
end;
if (k~=0) & (l~=0);
yy(k,l)=yy(k,l)-nom;
yy(l,k)=yy(l,k)-nom;
end;
if (l~=0);
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
end;
end;

if ch=='T';
nom=th/v{m+1};
nl=nl+1;
if (k~=0) & (l==0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
vl=vp(k);
ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
end;
if (k~=0) & (l~=0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
yy(k,l)=yy(k,l)-nom;
yy(l,k)=yy(l,k)-nom;
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
vl=vp(k)-vp(l);

```

```

ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
if (k==0) & (l~=0);
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
vl=-vp(l);
ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
end;
dm=4;
end;
% Конденсатор .....
if strcmp(typ,'C'); % ёмкость
k=v{m+2}; l=v{m+3};

if ch=='F';
nom=j*w*v{m+1};
if (k~=0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
end;
if (k~=0) & (l~=0);
yy(k,l)=yy(k,l)-nom;
yy(l,k)=yy(l,k)-nom;
end;
if (l~=0);
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
end;
end;

if ch=='T';
nom=v{m+1}/th;
if (k~=0) & (l==0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
vc=vp(k);
jj(k)=jj(k)+nom*vc;
end;
if (k~=0) & (l~=0);
yy(k,k)=yy(k,k)+nom;
yy(k,l)=yy(k,l)-nom;
yy(l,k)=yy(l,k)-nom;
yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
vc=vp(k)-vp(l);

```

```

    jj(k)=jj(k)+nom*vc;
    jj(l)=jj(l)-nom*vc;
end;
if (k~=0) & (l~=0);
    yy(l,l)=yy(l,l)+nom;
    vc=-vp(l);
    jj(l)=jj(l)-nom*vc;
end;
end;
dm=4;
end;

% Независимый источник тока .....
if strcmp(typ,'J'); % независ. ист. тока
    nom=v{m+1}; k=v{m+2}; l=v{m+3};
    if (k~=0) & (l==0);
        jj(k)=jj(k)+nom;
    end;
    if (k==0) & (l~=0);
        jj(l)=jj(l)-nom;
    end;
    dm=4;
end;

% Источник тока управляемый напряжением .....
if strcmp(typ,'S'); % ист. тока управл. напряжением
    nom=v{m+1}; k=v{m+2}; l=v{m+3}; k1=v{m+4}; l1=v{m+5};
    if (k1~=0) & (k~=0);
        yy(k1,k)=yy(k1,k)+nom;
    end;
    if (k1~=0) & (l~=0);
        yy(k1,l)=yy(k1,l)-nom;
    end;
    if (l1~=0) & (k~=0);
        yy(l1,k)=yy(l1,k)-nom;
    end;
    if (l1~=0) & (l~=0);
        yy(l1,l)=yy(l1,l)+nom;
    end;
    dm=6;
end;

% Связанные катушки инд-ти .....
if strcmp(upper(typ),'M'); % связанные индуктивности
    ls1=v{m+1}; ls2=v{m+2}; ls12=v{m+3};
    dl=(ls1*ls2-ls12*ls12);

```

```

l1=d1/l2; l2=d1/l1; l12=d1/l12;
lk=zeros(1,4); % можно не заводить массив lk
lk(1)=v{m+4}; lk(2)=v{m+5};
lk(3)=v{m+6}; lk(4)=v{m+7};

if ch=='F';
ls=zeros(4,4);
x11=-j/(w*11); x12=-j/(w*12); x112=-j/(w*112);
ls=[x11 -x112 -x11 x112;
    -x112 x12 x112 -x12;
    -x11 x112 x11 -x112;
    x112 -x12 -x112 x12];
for k=1:4;
kk=lk(k);
for l=1:4;
ll=lk(l);
if (kk~=0) & (ll~=0)
yy(kk,ll)=yy(kk,ll)+ls(k,l);
end;
end;
end;
end;
if ch=='T';
ls=zeros(4,4);
x11=th/l1; x12=th/l2; x112=th/l12;
ls=[x11 -x112 -x11 x112;
    -x112 x12 x112 -x12;
    -x11 x112 x11 -x112;
    x112 -x12 -x112 x12];
for k=1:4;
kk=lk(k);
for l=1:4;
ll=lk(l);
if (kk~=0) & (ll~=0)
yy(kk,ll)=yy(kk,ll)+ls(k,l);
end;
end;
end;
end;
% ? доработать !!! ---> доработано !!!
nl=nl+1; % L1
k=lk(1); l=lk(2);
nom=x11;
if (k~=0) & (l==0);
vl=vp(k);

```



```

    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
end;
if (k~=0) & (l~=0);
    vl=vp(k)-vp(l);
    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
    jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
if (k==0) & (l~=0);
    vl=-vp(l);
    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
nl=nl+1; % L2
k=lk(3); l=lk(4);
nol=xl2;
if (k~=0) & (l==0);
    vl=vp(k);
    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
end;
if (k~=0) & (l~=0);
    vl=vp(k)-vp(l);
    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(k)=jj(k)-ilt(nl);
    jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
if (k==0) & (l~=0);
    vl=-vp(l);
    ilt(nl)=ilt(nl)+nom*vl;
    jj(l)=jj(l)+ilt(nl);
end;
% ? доработать !!! ---^ доработано !!!
end;
dm=8;
end;
m=m+dm;
end; % конец цикла форм. мат-цы пров-сти и вект. тока

```

function rel=rel_pot(vv,in1,in2,out1,out2);

```

% Расчет отношения вых. разности
% потенциалов ко входной
% rel-отношение

```

```
% vv-вектор потенциалов  
% in. .. out. -вх. и вых. узлы
```

```
if (in1~=0) & (in2==0);  
    vvх=vv(in1);  
end;  
if (in1==0) & (in2~=0);  
    vvх=-vv(in2);  
end;  
if (in1~=0) & (in2~=0);  
    vvх=vv(in1)-vv(in2);  
end;  
if (out1~=0) & (out2==0);  
    vvix=vv(out1);  
end;  
if (out1==0) & (out2~=0);  
    vvix=-vv(out2);  
end;  
if (out1~=0) & (out2~=0);  
    vvix=vv(out1)-vv(out2);  
end;  
rel=vvix/vvх;
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б (Справочное)

Краткое описание универсальной программы анализа частотных и временных характеристик электронных схем на основе обобщенного метода узловых потенциалов

Основная программа - Script файл.

Основная программа **Met_Uzl_Pot** – программа расчета частотных и переходных характеристик линейных пассивных и активных цепей на основе обобщенного метода узловых потенциалов. Во временной области использована модификация сеточных моделей реактивных элементов.

В программе использованы следующие нестандартные функции:

pr_in_mas- печать входного массива данных;

nu_uzl- подсчет числа узлов схемы;

f_il0- формирование вектора токов индуктивностей;

uzl_sys- формирование узловой системы уравнений;

rel_pot- расчет отношения выходной разности потенциалов ко входной.

В программе установлены следующие обозначения базовых элементов:

'J'('j')- независимый источник тока;

'R'('r')- резистор;

'L'('l')- катушка индуктивности;

'C'('c')- конденсатор;

'S'('s')- источник тока управляемый напряжением;

'M'('m')- связанные катушки (идеальный трансформатор).

В качестве входного массива данных использован массив ячеек **v**, позволяющий хранить компоненты разного типа. Данные о элементах схемы заносятся в одномерный массив ячеек **v** в виде: признак, номинал, узлы подключения.

Функция **pr_in_mas(v)** просто распечатывает входной массив **v** в столбец по элементам в виде: признак, номинал, узлы подключения.

Функция **[nu,nv]=nu_uzl(v)** определяет число узлов и ветвей схемы необходимые для определения размерности системы уравнений математической модели. Число узлов и ветвей анализируемой схемы для контроля выводятся на экран.

Функция **il_0=f_il0(v)** формирует начальный вектор токов катушек индуктивностей необходимый при расчете переходной характеристики с использованием сеточных моделей реактивных элементов.

С использованием функции **menu** организован запрос на вид анализа - частотная либо переходная характеристика?

С использованием функции **input** запрашиваются входная и выходная пары узлов.

При выборе частотного анализа запрашивается диапазон рабочих частот в виде – начальная частота, шаг по частоте, конечная частота. Кроме того, поскольку функция формирования математической модели используется как в частотной так и во временной области она использует

массив начальных (предыдущих значений) узловых напряжений **vp**, который в данном случае обнуляется с помощью функции **zeros** и заказываются пустые пока массивы частот, модулей и фаз, которые после заполнения (вычисления) отобразятся в виде АЧХ и ФЧХ.

Далее организуется цикл по частотному диапазону, внутри которого вызывается функция формирования математической модели – узловой системы уравнений, которая возвращает матрицу проводимостей **yy** и вектор токов **jj** на каждой частотной точке **f**.

После выдачи матрицы проводимости **yy** и вектора токов **jj** на каждой частотной точке с помощью функции **inv** решается узловая система уравнений и определяется вектор узловых напряжений **vv**. Далее с помощью функции **rel_pot** из вектора узловых напряжений **vv**, в соответствии с заданными входной и выходной парами узлов, вычисляется коэффициент передачи по напряжению, который представляется модулем и фазой и после завершения цикла по частоте с помощью **plot** отображаются в виде АЧХ и ФЧХ.

При выборе временного анализа запрашивается шаг и интервал времени анализа, обнуляется вектор начальных значений узловых напряжений **vp** и заказываются пустые пока массивы отсчетов времени **tt** и выходного напряжения **vv**, которые после заполнения отобразятся в виде переходной характеристики.

Далее организуется цикл по времени, внутри которого вызывается функция формирования математической модели, возвращающая по заданному вектору предыдущих значений узловых напряжений **vp** матрицу коэффициентов **yy** и вектор свободных членов **jj** рекуррентной системы на основе дискретных моделей реактивных элементов.

Вектор текущих значений узловых напряжений **vt** определяется из решения рекуррентной системы, из которого функция **rel_pot**, в соответствии с заданными парами входных и выходных узлов, выходная разность потенциалов нормируется относительно разности потенциалов на входе и направляется в массив **vv**. Далее переписывается вектор предыдущих значений узловых напряжений **vp**. После завершения цикла по времени содержимое вектора **vv** с помощью **plot** отображаются в виде ПХ.

Функция определения числа узлов и ветвей **[nu,nv]=nu_uzl(v)**. Внутри функции определяется длина входного массива данных и организуется цикл по элементам схемы, так как признак элемента определяет шаг цикла равный числу компонент описывающих элемент. Каждой группе признаков элементов поставлено в соответствие число ветвей в элементе, что позволяет организовать подсчет ветвей схемы. Кроме того, каждой группе признаков поставлен диапазон индексов компонент, которые соответствуют узлам подключения элемента в схеме, что позволяет организовать поиск максимального узла, принимаемого за число узлов в схеме.

Функция формирования математической модели $[yy, jj, ilt] = \text{Uzl_Sys}(v, ilt, w, ch, th, vp)$. Внутри функции определяется длина входного массива данных. С помощью функции **nu_uzl** определяется число узлов схемы и, соответственно, размерности матрицы коэффициентов и вектора свободных членов математической модели. Для частотной области математическая модель соответствует узловой системе уравнений. Для временной области на каждом шаге итерации по времени формируется рекуррентная система уравнений, в соответствии с сеточными моделями реактивных элементов. Функция формирования математической модели вызывается из основной программы либо в цикле по частотному диапазону либо по интервалу времени. Внутри функции организуется цикл по элементам схемы, причем признак элемента определяет не только текущий шаг цикла, но и правило (рецепт) внесения элемента либо в матрицу коэффициентов либо в вектор свободных членов в соответствии с номиналом и узлами подключения