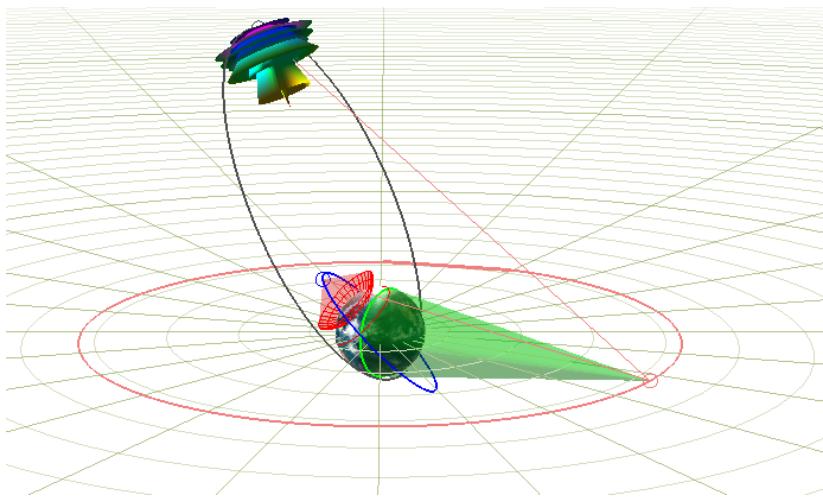


## Лабораторный практикум

# Космические радиотехнические системы



Томск

Министерство образования и науки Российской Федерации

Томский Государственный Университет Систем Управления и  
Радиоэлектроники

Кафедра Радиотехнических систем  
(РТС)

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой РТС  
Г.С.Шарыгин  
«\_\_\_» 2012 г.

**Компьютерное моделирование движения  
космических аппаратов**

Методические указания по выполнению лабораторной работы по  
курсу «Космические системы» для студентов радиотехнических  
специальностей

Разработчик:  
доцент кафедры РТС  
А.А. Мещеряков

Томск 2012

## **1. Цель работы**

Целью данной работы является изучение теории баллистического полета космических аппаратов на примере кеплеровской модели движения искусственных спутников Земли (ИСЗ).

## **2. Математическое описание движения полета ИСЗ**

Искусственные спутники Земля (ИСЗ), как и другие космические тела искусственного и естественного происхождения, совершают баллистическое движение.

Траектория, по которой движется в полете искусственный спутник Земли (космический аппарат (КА), небесное тело), называется орбитой. Такое движение происходит в поле действия определенных сил.

В зависимости от характера сил, которые действуют на КА в полете, траекторию делят на участки, где действуют гравитационные и инерционные силы, и участки, где дополнительно прикладывается вектор силы от бортовых двигателей. Первый вид движения называется свободным полетом, второй вид - активным движением, или маневрированием. При этом искусственным объектам придается начальная скорость (например, с помощью ракет-носителей), которая вместе с действующими силами определяет баллистическую траекторию. Если начальная скорость, начальные координаты и все действующие силы известны, то такая траектория является детерминированной, т.е. описывается аналитической зависимостью, по которой можно рассчитать координаты и вектор скорости объекта в любой момент времени. Количество параметров, определяющих такую траекторию, достигает десяти и более, однако для ИСЗ допустимо учитывать только одну силу — силу земного притяжения. В этом случае количество параметров уменьшается до шести, а сами траектории приобретают правильную форму в виде окружности или эллипса.

Орбитальное движение спутников происходит в гравитационном поле Земли, при этом на спутник, кроме силы притяжения Земли, действуют и другие силы. К ним относят притяжение Солнца и Луны, давление солнечной радиации. Для высоких орбит торможение в атмосфере является пренебрежимо малым. Математически уравнения движения спутника выражаются дифференциальными уравнениями второго порядка, которые решаются интегрированием по времени. При

интегрировании задаются начальные условия движения в виде векторов положения и скорости в начальную эпоху.

Рассчитанные на некоторое время вперед, положения спутников можно сравнить с положением, полученным из наблюдений, и расхождения между этими положениями можно использовать для улучшения моделей действующих на спутник сил, уточнения начальных условий движения и координат станций наблюдений.

Рассмотрим движение спутника  $S$  с массой  $m$  вокруг Земли. Землю будем считать точечной массой или шаром с массой  $M$  со сферически симметричным распределением плотности. В таком гравитационном поле отвесные линии являются прямыми, направленными к центру сферы. Массу спутника  $m$  будем считать ничтожно малой по сравнению с массой Земли. В дополнение к этим условиям, будем также считать, что на движение спутника не влияют никакие другие силы, кроме притяжения Земли. При таких условиях задача о движении спутника в небесной механике называется ограниченной задачей двух тел.

Начало инерциальной системы координат  $Oxyz$  (рис. 1) поместим в геоцентр  $O$ .

В этой системе положение спутника будем задавать его радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , скорость - вектором  $\mathbf{V}$ , а ускорение - вектором  $\mathbf{a}$ :

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T; \quad (1)$$

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T = (V_x, V_y, V_z)^T; \quad (2)$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})^T \quad (3)$$

Точками над символами обозначается дифференцирование по времени, то есть одна точка - производная первого порядка, две точки - производная второго порядка и т. д.

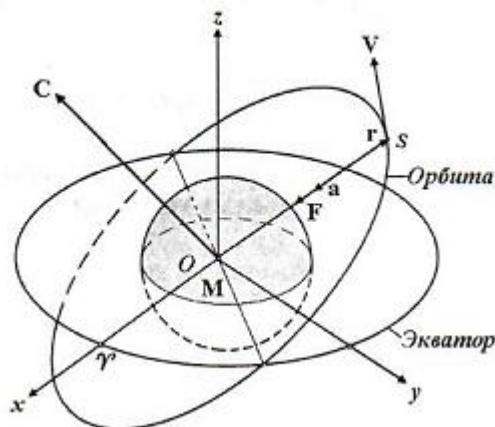


Рис. 1. Геометрия точек в задаче двух тел

Центральное гравитационное поле Земли характеризуется потенциалом

$$U = \frac{\mu}{r}, \quad (4)$$

вызывающим в движении спутника ускорение, равное по абсолютной величине

$$\frac{dU}{dr} = -\frac{\mu}{r^2}, \quad (5)$$

где  $\mu$  - геоцентрическая гравитационная постоянная, а  $r$  - расстояние спутника от геоцентра. Вектор ускорения  $\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}}$ , который, как и вектор силы  $\mathbf{F}$ , направлен по радиусу-вектору к центру масс Земли, получаем путем умножения на единичный вектор  $\mathbf{r}/r$ , то есть

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu \mathbf{r}}{r^3} \quad (6)$$

Полученное дифференциальное уравнение описывает невозмущенное, или Кеплерово, движение. Уравнение (6) в координатной форме записывается в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка:

$$\left. \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{\mu x}{r^3} \\ \ddot{y} = -\frac{\mu y}{r^3} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu z}{r^3} \end{array} \right\} \quad (7)$$

Уравнение (6) или уравнение (7) должны иметь шесть независимых постоянных интегрирования, которые позволяли бы вычислять на любой момент положение и скорости спутника. Рассмотрим первые интегралы, определяющие закономерности невозмущенного движения.

1. Векторный интеграл площадей:

$$\mathbf{C} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} \quad (8)$$

Постоянный вектор  $\mathbf{C}$  является вектором кинетического момента спутника (рис. 1), направленным по нормали к плоскости орбиты, а его компоненты  $C_x, C_y, C_z$  являются проекциями кинетического момента на координатные оси. Вектор  $\mathbf{C}$  задаёт ориентировку плоскости орбиты в пространстве. Орбитальное движение происходит в плоскости, проходящей через центр, а сама орбита является плоской кривой.

2. Интеграл энергии:

$$h = V^2 - \frac{2\mu}{r}, \quad (9)$$

где  $h$  - постоянная энергии. Умножение уравнения (9) на  $\frac{m}{2}$  дает:

$$\frac{hm}{2} = \frac{mV^2}{2} - \frac{m\mu}{r}, \quad (10)$$

откуда видно, что полная энергия, равная сумме кинетической и потенциальной энергий, остается постоянной.

3. Векторный интеграл Лапласа:

$$-\lambda = \mathbf{C} \times \mathbf{V} + \frac{\mu \cdot \mathbf{r}}{r}. \quad (11)$$

Постоянный вектор  $\lambda$  называется вектором Лапласа. Он находится в плоскости орбиты и направлен в ближайшую к центральному телу точку орбиты спутника  $\pi$ , называемую перигеем (рис. 2 и 3). Противоположная ему, наиболее удаленная от геоцентра

точка орбиты, называется апогеем  $\alpha$ , а соединяющая их линия  $\alpha\pi$  называется линией апсид. Линия, по которой пересекаются плоскости экватора и орбиты, называется линией узлов (рис. 2 и 3). В восходящем узле орбиты  $\delta\ell$  спутник пересекает плоскость экватора, переходя из южного полушария небесной сферы в северное. В нисходящем узле  $\varpi$  спутник переходит из северного полушария в южное.

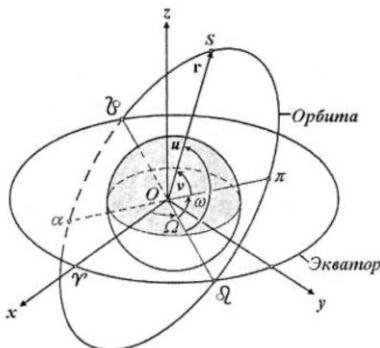


Рис. 2. Орбита в пространстве

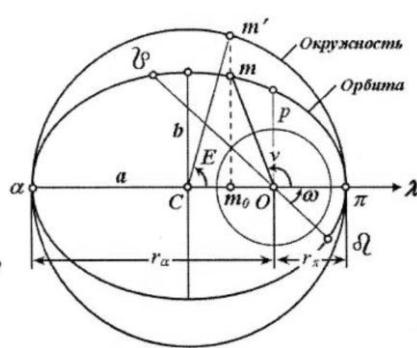


Рис. 3. Орбита в плоскости орбиты

Первые интегралы (семь параметров) связаны соотношениями:

$$\lambda^2 = C^2 h + \mu^2 \quad (12)$$

$$\mathbf{C} \times \lambda = 0 \quad (13)$$

Это говорит о том, что среди этих 7 постоянных независимыми являются только 5.

От постоянных интегрирования уравнений движения  $\mathbf{C}$ ,  $\lambda$ ,  $h$  обычно переходят к другим постоянным параметрам, по которым можно вычислять координаты и скорости спутника на любой момент времени в инерциальной системе отсчета. Их называют элементами орбиты. По своему назначению элементы орбиты обычно делят на три группы. К первой группе относят элементы, характеризующие размеры и форму орбиты. Это большая полуось  $a$  (см. рис. 3.3) и эксцентриситет орбиты  $e$ :

$$a = -\frac{\mu}{h}; \quad e = \frac{\lambda}{\mu} \quad (14)$$

К этой же группе элементов относятся: фокальный параметр  $p$ , малая полуось  $b$ , радиусы орбиты спутника в перигее  $r_\pi$ , апогее  $r_a$  (см. рис. 3.3):

$$\begin{aligned} p &= \frac{C^2}{\mu} = a \cdot (1 - e^2) \\ b &= a \cdot \sqrt{1 - e^2} \\ r_\pi &= \frac{p}{(1 + e)} \\ r_a &= \frac{p}{(1 - e)} \end{aligned}, \quad (15)$$

а также период обращения и среднее движение:

$$P = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \sqrt{a^3 / \mu}; \quad (16)$$

$$n = \sqrt{\mu / a^3}. \quad (17)$$

**Периодом обращения** спутника  $P$  вокруг центрального тела называется промежуток времени между моментами двух последовательных прохождений через произвольную точку орбиты. Среднее движение  $n$  интерпретируется как средняя угловая скорость движения спутника.

Элементы второй группы задают ориентировку орбиты в пространстве. Они связаны с векторными интегралами площадей и Лапласа. К этим элементам относятся:

- наклонение  $i$ ,
- долгота  $\Omega$ ,
- аргумент перигея  $\omega$  (см. рис. 2).

**Наклонением** называют угол между плоскостью экватора и плоскостью орбиты. Его можно вычислить по формуле:

$$i = \arccos \frac{C_z}{C}. \quad (18)$$

Очевидно, что  $0 \leq i \leq \pi$ . Орбиты с наклонением, равным  $0^0$  или  $180^0$ , называют экваториальными, а с наклонением  $90^0$  - полярными. Орбиты с  $0^0 < i < 90^0$  называют орбитами с прямым движением

спутника, а с  $90^\circ < i < 180^\circ$  - орбитами с обратным движением спутника (по отношению к направлению вращения Земли).

**Долготой орбиты** называется угол  $\Omega$ , отсчитываемый в плоскости экватора от направления на точку весеннего равноденствия  $\gamma$  (нуль-пункта небесной системы координат) до направления на восходящий узел орбиты  $\vartheta$ . Долготу определяют по формуле:

$$\Omega = \operatorname{arctg} \frac{C_y}{-C_x}. \quad (19)$$

**Аргументом перигея** называется угол  $\omega$  между направлениями на восходящий узел и на перигей, отсчитываемый по направлению движения спутника:

$$\omega = \operatorname{arctg} \frac{\lambda_z C}{C_x \lambda_y - C_y \lambda_x}. \quad (20)$$

Для долготы и аргумента перигея справедливо:  $0 \leq \Omega \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \omega \leq 2\pi$ .

Элементы третьей группы задают положение спутника на орбите. Оно устанавливается с помощью момента прохождения перигея  $t_\pi$  или любой из аномалий (обычно истинной или средней) с указанием эпохи  $t$ .

**Истинной аномалией**  $V$  (см. рис. 2 или 3) называется угол между направлениями на перигей и на спутник, отсчитываемый в сторону движения спутника:

$$\operatorname{tg} V = \frac{C \dot{r}}{x \lambda_x + y \lambda_y + z \lambda_z}. \quad (21)$$

**Средняя аномалия**  $M$  представляет собой угол от направления на перигей до направления на некоторое фиктивное положение спутника, движущегося равномерно по орбите:

$$M = n(1 - t_\pi). \quad (22)$$

Уравнение для средней аномалии иногда называют динамическим интегралом, в котором содержится шестая независимая постоянная интегрирования - момент прохождения перигея  $t_\pi$ .

Для связи истинной и средней аномалии вводится **эксцентртическая аномалия**  $E$ . Чтобы ее показать, вокруг

орбитального эллипса описывается окружность с центром в точке  $C$  - геометрическом центре эллипса, с радиусом, равным его большой полуоси  $a$  (см. рис. 3). Через положение спутника - точку  $m$  - проводится перпендикуляр к большой полуоси  $mm_0$  до пересечения с окружностью в точке  $m'$ . Соединяются точки  $C$  и  $m'$ . Угол  $E$ , отсчитываемый при центре эллипса от направления на перигей до направления на точку  $m'$ , называется **эксцентртической аномалией**. Истинная и эксцентртическая аномалии связаны соотношением:

$$\tg \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tg \frac{\nu}{2}, \quad (23)$$

а средняя и эксцентртическая аномалии связаны уравнением Кеплера:

$$M = E - e \cdot \sin E. \quad (24)$$

Часто используется угол от направления на восходящий узел до направления на спутник, называемый **аргументом широты  $u$** :

$$\tgu = \frac{zC}{yC_x - xC_y}. \quad (25)$$

Аргумент широты, истинная аномалия и аргумент перигея связаны соотношением:

$$u = \omega + v. \quad (26)$$

Существует множество других систем элементов. Приведенные здесь параметры  $a, e, i, \Omega, \omega, t_\pi$  называют Кеплеровыми элементами орбиты. Все вышеперечисленные параметры сведены в таблицу в приложении А.

Законы движения спутника вокруг центрального тела были получены И. Кеплером в начале XVII в. Выведенные вначале для вращающихся вокруг Солнца планет, они оказались пригодными для всех других тел, поскольку в их основе лежит закон всемирного тяготения.

**1-й закон Кеплера.** Движение спутника вокруг притягивающего тела всегда происходит по коническому сечению (окружности, эллипсу, параболе, гиперболе, прямой), в одном из фокусов которого находится притягивающий центр. Закон выражается с помощью уравнения орбиты, имеющего вид:

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \nu}. \quad (27)$$

В зависимости от величины эксцентриситета, различают орбиты в виде окружности ( $e = 0$ ), эллипса ( $0 < e < 1$ ), параболы ( $e = 1$ ), гиперболы ( $e > 1$ ) и прямой ( $e = \infty$ ).

Для описания 2-го закона Кеплера потребуется ввести понятие **секториальной скорости**  $\dot{S}$ . Это площадь, описываемая радиусом-вектором спутника за единицу времени. Она связана со скалярной константой площадей  $C$ :

$$\dot{S} = \frac{C}{2}. \quad (28)$$

Площадь, описываемую радиусом-вектором спутника за промежуток времени  $t - t_0$ , можно получить в виде определенного интеграла:

$$S = \int_{t_0}^t \frac{C}{2} dt = \frac{C}{2}(t - t_0), \quad (29)$$

что является математической записью 2-го закона Кеплера: за равные промежутки времени радиус-вектор спутника описывает равные площади (рис. 4). Вследствие этого, линейная скорость движения спутника по орбите в перигее  $\mathbf{V}_\pi$  больше, чем скорость в апогее  $\mathbf{V}_a$ .

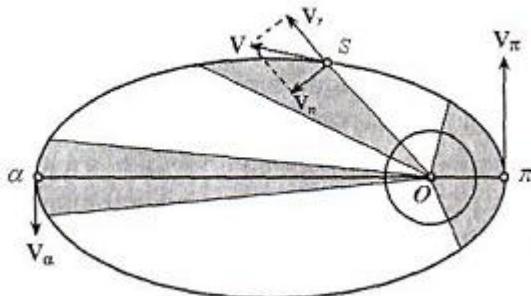


Рис. 4. Скорости спутника и 2-й закон Кеплера: выделенные площади орбиты описываются радиусом-вектором за равные промежутки времени

3-й закон Кеплера формулируется следующим образом: квадраты периодов обращения спутников пропорциональны кубам больших полуосей. Математическое выражение для него получается из

формулы (16). Если у центрального тела (Земли) имеется два спутника, соответственно, с периодами  $P_1$ , и  $P_2$  и с большими полуосями  $a_1$  и  $a_2$ , то для квадратов их периодов можно записать:

$$P_1^2 = \frac{(2\pi)^2 a_1^3}{\mu}, \quad P_2^2 = \frac{(2\pi)^2 a_2^3}{\mu},$$

а отношение этих выражений дает формулу 3-го закона Кеплера:

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (30)$$

Однако Кеплеровские элементы дают лишь приближенное описание орбиты спутника. Во-первых, массы внутри Земли распределены неравномерно. Во-вторых, на движение спутника влияет сопротивление земной атмосферы. В-третьих, необходим учет светового давления солнечных лучей. В-четвертых, нужно учитывать притяжение Луны и Солнца и др. Влияние этих сил на движение ИСЗ мало по сравнению с силой притяжения Земли. Они называются возмущающими силами, а движение спутника с учетом их воздействия — возмущенным движением. Основным источником возмущений является первый фактор. Если учитывать только первую зональную гармонику в разложении гравитационного потенциала Земли (она описывает сжатие Земли с полюсов), то окажется, что в основном изменяется ориентация орбиты в пространстве, а форма и размеры орбиты остаются постоянными. За один оборот долгота восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перигея  $\omega$  изменяются на

$$\Delta \Omega = -0,58^\circ \left( \frac{R_0}{a} \right)^2 \cos^2 \left( \left( \frac{i}{1-e^2} \right)^2 \right),$$

$$\Delta \omega = 0,29^\circ \left( \frac{R_0}{a} \right)^2 \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^2},$$

где  $R_0 = 6378,14$  км — экваториальный радиус.

Эти выражения, в первом приближении определяющие поправки к долготе восходящего узла  $\Omega$  и аргументу перигея  $\omega$ , позволяют уточнить положение орбиты в абсолютной системе координат.

Спутник, движущийся в земной атмосфере, испытывает аэродинамическое торможение, зависящее от плотности атмосферы на высоте полета, от скорости спутника, площади его поперечного сечения и массы. Возмущение орбиты за счет аэродинамического торможения содержит регулярную и нерегулярную составляющие. К

регулярным возмущениям приводит суточный эффект (ночью, т.е. в конусе земной тени, плотность атмосферы на данной высоте меньше, чем днем). Движение воздушных масс, влияние потоков заряженных частиц, выбрасываемых Солнцем, приводят к нерегулярным возмущениям. Для природоведческих спутников сопротивление атмосферы играет заметную роль только при низких орбитах; при высоте перигея более 500—600 км возмущающее ускорение от неравномерности распределения масс превышает на два порядка и более ускорение от торможения в атмосфере.

При высоте перигея от 500 – 600 до нескольких тысяч километров к основному возмущающему фактору добавляется давление солнечного света (вместо сопротивления атмосферы). Влияние этого давления проявляется в дополнительных малых периодических возмущениях элементов орбиты. Если же спутник движется так, что регулярно попадает в конус земной тени, то имеют место также и небольшие постоянные изменения элементов. Но ускорение за счет давления света на несколько порядков меньше возмущающего ускорения за счет основного фактора. Еще слабее влияние притяжения Луны и Солнца.

Зная орбитальные элементы, можно предсказать время прохождения спутника над тем или иным районом, направить antennу приемной станции на спутник, выполнить географическую привязку изображений, полученных с помощью спутника. Существуют модели движения спутников по орбите, учитывающие все основные возмущающие силы. Они позволяют с высокой точностью предсказывать значения орбитальных элементов на многие месяцы вперед. Орбитальные элементы постоянно корректируются по данным сети радиолокационных станций и станций оптического наблюдения (для низколетящих спутников корректировка может производиться несколько раз в день).

Чтобы определить время прохождения спутника над тем или иным районом Земли, найти углы поворота антенны приемной станции в направлении на спутник, необходимо перейти от абсолютной системы координат в систему, связанную с Землей и учитывающую ее движение.

Для примера, спутники для дистанционного зондирования Земли запускают в основном на круговые орбиты. Малое значение эксцентриситета орбиты такого спутника, равное  $e = 0,0008831$ , достаточно типично. Спутник пролетает над различными участками Земли на одинаковой высоте, что обеспечивает равенство условий съемки. В этом случае Справедливо соотношение

$$m \frac{V^2}{R} = \frac{\gamma m M}{R^2}.$$

В левой части стоит центробежная сила, справа — сила притяжения спутника к Земле. Здесь:

$m$  — масса спутника;

$V$  — скорость его на орбите;

$M = 5,976 \cdot 10^{27}$  г — масса Земли;

$R = R_0 + H$  — расстояние между спутником и центром Земли;

$R_0 = 6370$  км — радиус Земли;

$H$  — высота спутника над поверхностью Земли;

$\gamma$  — гравитационная постоянная.

Таким образом,  $V = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$ , период обращения спутника  $T = \frac{2\pi R}{V}$ .

Скорость перемещения подспутниковой точки по поверхности Земли  $V_3$  может быть определена по формуле  $V_3 = \frac{VR_0}{R}$ .

В таблице 1 приведены выражения для расчета скорости движения спутника в поле тяготения небесного тела для различных типов орбит.

Таблица 1 — Скорость спутника, движущегося по различным орбитам

Типы орбит	Эксцентриситет $e$	Скорость $V$ движения в поле тяготения небесного тела
Эллиптическая	$0 < e < 1$	$\sqrt{\frac{\gamma M}{R}} < V < \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$
Круговая	$e = 0$	$V = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$
Параболическая	$e = 1$	$V = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$
Гиперболическая	$e > 1$	$V > \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$

Пусть  $H = 1000$  км, тогда  $R = 7370$  км. Используя приведенные формулы, находим, что скорость на орбите  $V = 7,35$  км/с,  $V_3 = 6,35$  км/с, период обращения  $T = 105$  мин.

### 1. Некоторые сведения о типах орбит

Орбиты в задаче двух тел являются коническими сечениями [3]. Определения элементов и параметров орбит приведены в таблице 1.

Движение космического аппарата может происходить по окружности, эллипсу, параболе или гиперболе. На рис. 5 все траектории приведены к одной точке.

Тип орбиты определяется величиной эксцентриситета  $e$ .

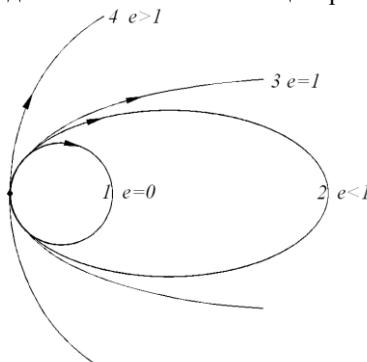


Рис. 5 Типы орбит  
(1 – круговая, 2 – эллиптическая, 3 – параболическая,  
4 – гиперболическая)

Ниже представлено описание видов земных орбит и примеры спутниковых систем.

#### 1.1. Низкая околоземная орбита

Низкая круговая орбита (Low Earth Orbit (LEO)) характеризуется относительно коротким периодом обращения спутника и высотой орбиты. Типичная LEO является эллиптической или, чаще, круговой, с высотой меньше 2000 км над поверхностью Земли. Период орбиты лежит в диапазоне от 90 минут до 2 часов. Радиус зоны покрытия спутника связи в LEO располагается между 3000 и 4000 км. Время, в течение которого пользователь наблюдает спутник, равняется 20 минутам. Для глобальной системы связи при использовании данного

вида орбит требуется большое количество спутников, расположенных на нескольких орbitах в различных плоскостях. Когда спутник, обслуживающий конкретного потребителя, выходит из зоны видимости, он должен передать информацию к следующему спутнику в той же самой орбите или соседней. Вследствие высокой скорости полёта спутника в LEO относительно наблюдателя на Земле, спутниковые системы, используя низкие орбиты должны справляться с большими Доплеровскими сдвигами. Спутники в LEO также подвержены значительному торможению атмосферой, что является причиной уменьшения высоты орбиты и, как следствие, времени жизни спутника.

Примеры больших систем LEO – глобальная цифровая система персональной связи Globalstar (48+8 спутников в 8 плоскостях орбиты в 1400 км) и система спутниковой связи Iridium (66+6 спутников в 6 плоскостях орбиты в 780 км).

### ***1.2. Средняя околоземная орбита***

Средние околоземные орбиты (Medium Earth Orbit (MEO)) имеют высоты порядка 10000 км. У таких типов орбит апогей и перигей равны. Период у такой орбиты составляет приблизительно семь часов. Максимальное время, в течение которого спутник в орбите МЕО виден наблюдателю на Земле, определяется несколькими часами. Глобальная система связи, используя этот тип орбиты, требует относительно немного спутников с орбитами в двух - трех плоскостях, чтобы достичнуть глобального покрытия. Системы МЕО работают так же как и системы LEO. Однако в системах МЕО передача является менее частой, а задержка и затухание сигнала при распространении в свободном пространстве больше. Примерами МЕО систем являются система связи Intmarsat-P (10 спутников в 2 наклонных плоскостях в 10 355 км), и глобальная система связи Odyssey (12 спутников в 3 наклонных плоскостях, также в 10 355 км).

### ***1.3. Эллиптическая орбита***

Эллиптическая орбита (Highly Elliptical Orbit (HEO)) обычно имеет высоту перигея около 500 км и апогея до высоты 50000 км. Орбита наклонена на 63.4 градуса для оказания услуг коммуникаций пользователям, расположенных в высоких северных широтах. Период движения спутника изменяется от 8 до 24 часов. Вследствие высокого эксцентриситета орбиты, спутник около двух третьих орбитального периода находится около апогея и в это время кажется почти неподвижным наблюдателю на Земле. Затухание и задержка сигналов

при распространении в свободном пространстве для этого типа орбиты сопоставимы с затуханием и задержкой для геосинхронных спутников. Примеры систем НЕО:

- Русская система Molniya, которая использует три спутника в трех 12-часовых орбитах, отделенных на 120 градусов вокруг Земли, с апогеем 39850 км и перигеем 500 км.
- предложенная система Loopus, которая использует три спутника на трех восьмичасовых орбитах, разнесенных на 120 градусов вокруг Земли, с апогеем 39117 км и перигеем 1238 км.
- предложенная система Archimede Европейского космического агентства (ESA), использует так называемый "М. НЕО" с восьмичасовыми орбитами разнесенными на 120 градусов каждая. Обеспечивает покрытие крупных населенных регионов (таких как Европа, Дальний Восток и Северная Америка).

#### *1.4. Геосинхронные и геостационарные орбиты*

Геосинхронная орбита определена как орбита с периодом звездных суток (1436.1 минут). Геостационарная орбита (GEO) - частный случай геосинхронной орбиты с нулевым наклонением и нулевым эксцентриситетом, то есть, экваториальная, круговая орбита с высотой 35786 км. Спутник на геостационарной орбите кажется неподвижным для наблюдателя, находящегося на поверхности Земли. Практически, у геосинхронной орбиты обычно есть небольшие ненулевые значения для наклонения и эксцентриситета, заставляя спутник описывать в небе петлю в виде восьмерки. Зона обслуживания геосинхронного спутника покрывают почти одну треть поверхности Земли (до 75 градусов южной и северной широт), поэтому глобальное покрытие достигается только с тремя спутниками. Недостаток геосинхронного спутника в системе речевой связи – задержка по времени передачи сигнала в прямом и обратном направлении составляет приблизительно 250 миллисекунд. Примером системы связи, расположенной на GEO, служит телекоммуникационная российская система Экспресс (орбитальные позиции спутников (10 КА) распределены от 14° з.д. до 145° в.д.).

#### *1.5. Полярная орбита*

Плоскость полярной орбиты наклонена почти на 90 градусов к экваториальной плоскости, пересекая Северный и Южный полюса. Таким образом, один спутник, расположенный на полярной орбите, в принципе способен обеспечить покрытие всего Земного шара, хотя есть длительные периоды, в течение которых спутник находится вне

поля зрения наземной станции. Доступность может быть улучшена через развертывание двух или более спутников в различных полярных орбитах.

Наиболее мелкие системы LEO используют полярные или околополярные орбиты. Пример - морская система поиска и спасения COSPAS-SARSAT, которая использует восемь спутников на околополярных орбитах: четыре спутника SARSAT, двигающихся на 860-километровых орбитах с наклонением 99 градусов (которое делает их гелиосинхронными), и четыре спутника COSPAS, двигающихся на 1000-километровых орбитах с наклонением в 82 градуса.

### **1.6. Гелиосинхронная орбита**

В Солнечно-синхронной или гелиосинхронной орбите, угол между плоскостью орбиты и Солнцем остается постоянным, что приводит к выгодным световым условиям для спутника. Это может быть достигнуто корректным выбором высоты орбиты, эксцентриситета и наклонения, производя прецессию орбиты (вращение точки пересечения) приблизительно на 1 градус в восточном направлении каждый день, равный кажущемуся движению Солнца. Спутник в гелиосинхронной орбите пересекает экватор и каждую широту в одно и то же время каждый день. Поэтому этот тип орбиты выгоден для спутника наблюдения Земли, так как это обеспечивает постоянные условия освещённости.

### **Рекомендуемая литература**

1. Кашкин В.Б., Сухинин А.И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений: Учебное пособие. – М.: Логос, 2001. – 264 с.
2. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. В 2 т. Т. 1. Монография / К.М. Антонович; ГОУ ВПО «Сибирская государственная геодезическая академия». – М.: ФГУП «Картгекоцентр», 2005. – 334 с.
3. Дудко Б.П. Космические радиотехнические системы: учебн. пособие / Б.П. Дудко. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 291 с.

#### **4. Вопросы тестового контроля**

*1. Условия баллистического полета:*

- 1) наличие тяги двигателя, 2) наличие начальной скорости, 3) отсутствие сопротивления атмосферы, 4) отсутствие подъемной силы.

*2. Траектория ИСЗ определяется:*

- 1) как линия равной скорости, 2) линия равных координат, 3) линия перемещения ИСЗ, 4) плоскость движения ИСЗ.

*3. Баллистическая ракета движется в плоскости стрельбы по траектории в форме:*

- 1) окружности, 2) параболы, 3) эллипса, 4)  
гиперболы.

*4. При первой космической скорости ИСЗ движется по орбите:*

- 1) круговой, 2) параболической, 3) эллиптической, 4)  
гиперболической.

*5. При второй космической скорости ИСЗ движется по траектории:*

- 1) круговой, 2) параболической, 3) эллиптической, 4)  
гиперболической.

*6. При третьей космической скорости ИСЗ движется относительно Земли по орбите:*

- 1) круговой, 2) параболической, 3) эллиптической, 4)  
гиперболической.

*7. Элемент орбиты «наклонение орбиты» — это:*

- 1) угол наклона плоскости орбиты к плоскости эклиптики,  
2) угол наклона орбиты к плоскости экватора Земли,  
3) угол наклона большой оси орбиты к плоскости эклиптики,  
4) угол наклона большой оси орбиты к плоскости экватора Земли.

*8. Долгота восходящего узла — это элемент орбиты, определяемый:*

- 1) как угол между орбитой и плоскостью экватора,  
2) угол между большой осью орбиты и плоскостью экватора,  
3) угол поворота плоскости орбиты относительно северного направления в плоскости экватора,  
4) угол поворота плоскости орбиты относительно оси х геоцентрической системы координат в плоскости экватора.

*9. Аргумент перигея — это элемент орбиты, определяемый:*

- 1) как угол между осью х геоцентрической системы координат и направлением перигея орбиты,
- 2) угол между осью у геоцентрической системы координат и направлением на перигей орбиты,
- 3) угол между линией узлов и направлением на перигей орбиты,
- 4) угол между направлением на ИСЗ и направлением на перигей орбиты.

*10. Для полета к Луне нужна скорость по сравнению со второй космической скоростью:*

- 1) равная, 2) меньшая, 3) большая, 4) вопрос не имеет смысла.

*11. Для полетов к Марсу скорость (по сравнению со скоростью Земли) должна быть:*

- 1) большей, 3) равной,
- 2) меньшей, 4) вопрос не имеет смысла.

*12. Для полета к Венере скорость (по сравнению со скоростью Земли) должна быть:*

- 1) большей, 3) равной,
- 2) меньшей, 4) вопрос не имеет смысла.

*13. В связанных с ИСЗ системах координат центр располагается;*

- 1) в центре симметрии, 3) в носовой точке,
- 2) в центре масс, 4) за пределами ИСЗ.

*14. В географической системе координат центр находится:*

- 1) в центре Земли, 3) на Северном полюсе,
- 2) на экваторе, 4) не существует.

*15. Какое из условий не подходит для запуска геостационарного спутника:*

- 1) период обращения 24 ч,
- 2) высота около 40000 км,
- 3) направление вращения на запад,
- 4) направление вращения на восток?

*16. Период обращения ИСЗ:*

- 1) увеличивается с увеличением высоты перигея,
- 2) уменьшается с увеличением высоты перигея,
- 3) не зависит от высоты перигея.

*17. Геостационарный спутник с Северного полюса (высота наблюдателя нулевая):*

- 1) виден всегда,
- 2) не виден никогда,
- 3) виден один раз в сутки,
- 4) виден в зависимости от расположения его точки стояния.

*18. Какое время будет существовать ИСЗ на круговой орбите высотой 150 км:*

- 1) 1 сутки, 2) 30 суток, 3) 360 суток, 4) постоянно?

*19. Период обращения ИСЗ на круговой орбите высотой 350 км равен:*

- 1) 50 мин, 2) 100 мин, 3) 500 мин, 4) 1000 мин.

## **5. Задание на выполнение работы**

1. Запустите программу STK, щёлкнув по ярлыку STKv6 на рабочем столе.

2. В главном меню программы выберите **File → New**, тем самым создав новый сценарий.

### **5.1. Низкие земные орбиты**

1. В **Insert Menu** кликните **New**, выберите иконку **Satellite** из **Object Catalog** и кликните **Insert** (рис. 5). В открывшемся окне **Orbit Wizard** нажмите кнопку **Cancel**, закрыв его. Переименуйте спутник, нажав на надпись *Satellite 1* в **Object Browser** правой кнопкой и выбрав в всплывающем конкретном меню *Rename*, в **LEO** (рис. 6).

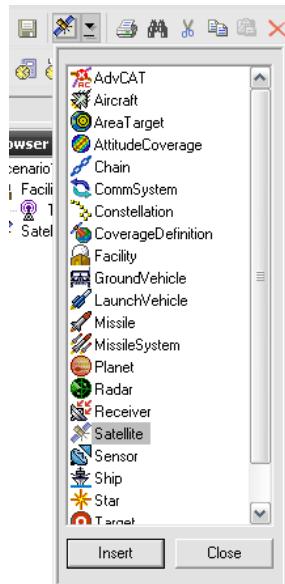


Рисунок 5

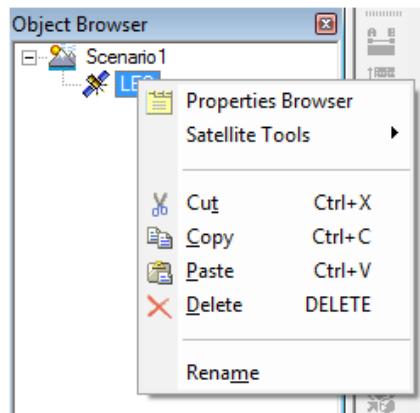


Рисунок 6

2. Нажав правой кнопкой, выберите **Properties Browser** (рис. 6).
3. На вкладке **Basic/Orbit** установите следующие параметры (также см. прил. Б):

Поле	Значение
<b>Propagator</b>	J4 Perturbation
<b>Start Time</b>	1 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Stop Time</b>	2 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Step Size</b>	1 minute
<b>Orbit Epoch</b>	1 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Coordinate Type</b>	Classical
<b>Coordinate System</b>	J2000
<b>Period</b>	90 minutes
<b>Eccentricity</b>	0.0
<b>Inclination</b>	28.5 deg

<b>Argument of Perigee</b>	0.0 deg
<b>RAAN</b>	0.0 deg
<b>True Anomaly</b>	0.0 deg

4. Когда закончите, кликните Apply. Проекция орбиты на Земную поверхность (трек) представлена в окне **2D Graphics** (рис. 7). В окне **3D Graphics** отображен вид на Землю из космоса.

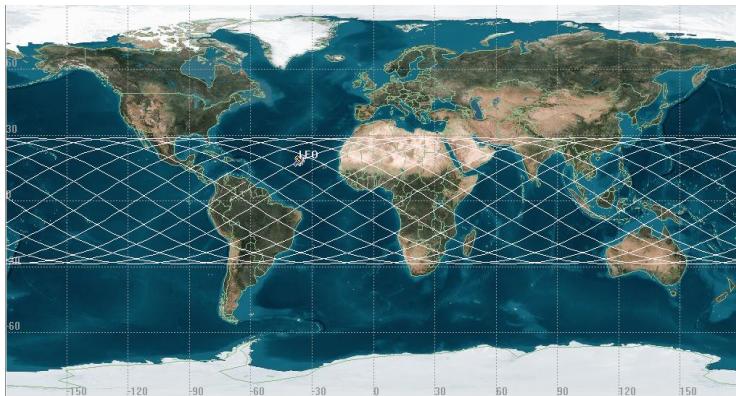


Рисунок 7

### 5.2. Средние земные орбиты

1. Вставьте новый спутник. Назовите его МЕО.
2. Задайте следующие параметры орбиты:

Поле	Значение
<b>Propagator</b>	J4 Perturbation
<b>Start Time</b>	1 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Stop Time</b>	2 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Step Size</b>	1 minute
<b>Orbit Epoch</b>	1 Jan 2000 00:00:00.00
<b>Coordinate Type</b>	Classical
<b>Coordinate System</b>	J2000
<b>Apogee Altitude</b>	10,000 km
<b>Perigee Altitude</b>	10,000 km
<b>Inclination</b>	15 deg
<b>Argument of Perigee</b>	0.0 deg
<b>RAAN</b>	0.0 deg
<b>True Anomaly</b>	0.0 deg

### 5.3. Высокоэллиптические земные орбиты

1. Создайте новый спутник. В окне мастера **Orbit Wizard** кликните кнопку Next.
2. Выберите в выпадающем списке *Orbit Selection* параметр *Molniya*. Далее последовательно кликайте по кнопке Next и Finish (рис. 8).

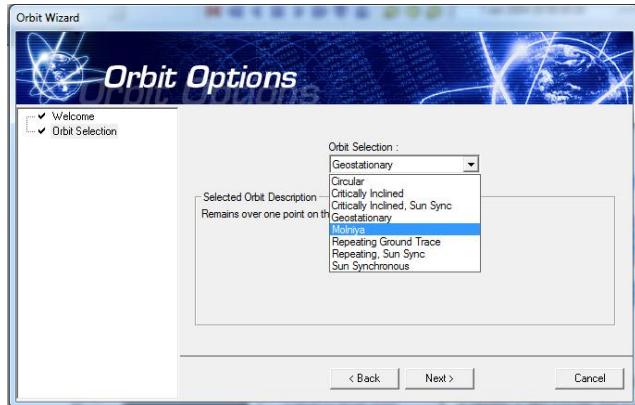


Рисунок 8

3. Переименуйте спутник в НЕО. Теперь посмотрите на получившиеся треки (рис. 9) и формы орбит (рис. 10).

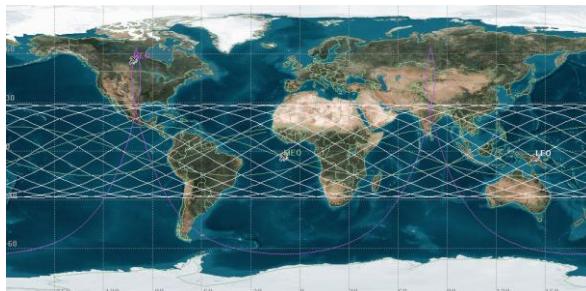


Рисунок 9

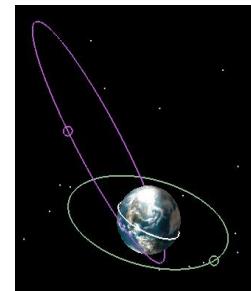


Рисунок 10

### 5.4. Геостационарные орбиты

1. Вставьте новый спутник. В окне мастера **Orbit Wizard** нажмайте кнопку Next. В списке *Orbit Selection* выберите *Geostationary*. Кликните Next снова. В следующем окне установите значение

параметра *Subsatellite Longitude* равным -80 deg и снова щелкните Next. Далее кликните Finish.

- Появившемуся спутнику присвойте имя GEO.

### **5.5. Выяснить различия между типами орбит**

1. Кликните по кнопке в панели анимации для начала воспроизведения анимации сценария. Посмотрите в окнах **2D Graphics** и **3D Graphics** на движение спутников по орбитам. Щёлкните кнопку возврата для завершения.

2. Откройте страницу **Basic/Orbit** для разных спутников. Измените некоторые параметры для элементов орбит и посмотрите, как изменяются формы орбит. Возвратите всем спутникам их начальные значения, когда закончите.

- Оцените скорость движения спутника.

4. Определите какой промежуток времени находится спутник над произвольно выбранной территорией.

- Проведите вышеописанные операции для всех типов орбит.

## **6. Содержание отчета**

- Описание орбитальных элементов.
- Описание типов орбит.
- Результаты моделирования спутниковых орбит различных типов.
- Выводы.

## **Приложение А**

### **Описание элементов орбит**

<b>Элемент</b>	<b>Описание</b>
<b>Большая полуось</b>	Половина главной оси $a$ эллипса АВ
<b>Малая полуось</b>	Половина главной оси $b$ эллипса АВ
<b>Апогей (апоцентр)</b>	Наиболее удаленная точка орбиты $A$ от центра

	Земли.
<b>Перигей (перицентр)</b>	Ближайшая точка орбиты $P$ к центру Земли
<b>Радиус апогея</b>	Расстояние $f$ , измеренное от центра Земли к точке апогея $A$
<b>Радиус перигея</b>	Расстояние $q$ , измеренное от центра Земли к точке перигея $P$
<b>Высота апогея</b>	Расстояние $d$ , измеренное от "поверхности" Земли (теоретическая сфера с радиусом приравнивают к экваториальному радиусу Земли) до точки апогея $A$
<b>Высота перигея</b>	Расстояние $c$ , измеренное от "поверхности" Земли (теоретическая сфера с радиусом приравнивают к экваториальному радиусу Земли) до точки перигея $P$
<b>Период</b>	Продолжительность обращения спутника по орбите вокруг Земли
<b>Среднее движение</b>	Количество витков, совершаемых спутником по орбите вокруг Земли за солнечные сутки
<b>Эксцентриситет</b>	Отношение фокусного расстояния к большой полуоси. Эксцентриситет характеризует «сжатость» орбиты.
<b>Наклонение</b>	Угол $i$ между плоскостью орбиты и плоскостью экватора Земли
<b>Восходящий узел</b>	Точка $\Omega$ , в которой плоскость орбиты пересекает плоскость экватора Земли при движении спутника с юга на север
<b>Нисходящий узел</b>	Точка $\Omega'$ пересечения плоскости орбиты с плоскостью экватора Земли при движении спутника с севера на юг
<b>Линия узлов</b>	Прямая $\Omega\Omega'$ , по которой плоскость орбиты пересекается с плоскостью экватора Земли
<b>Аргумент перигея</b>	Угловое расстояние $\omega$ , отсчитываемое от восходящего узла в плоскости орбиты до перигея орбиты
<b>Долгота восходящего узла</b>	Угол $\Omega$ между восходящим узлом и точкой весеннего равноденствия, отсчитываемым против часовой стрелки, если смотреть со стороны Северного полюса
<b>Истинная аномалия</b>	Угол $PGS$ называется <i>истинной аномалией</i> $v$ в момент $t_0$

<b>Эксцентрическая аномалия</b>	Угол $POR$ называется <i>эксцентрической аномалией</i> $E$ в момент $t_0$
<b>Средняя аномалия</b>	Угловое расстояние от перицентра спутника движущегося с постоянной угловой скоростью, равной среднему движению

Приложение Б

**Перевод английских терминов STK**

**Размер и форма орбиты**

<b>Параметр</b>	<b>Перевод</b>
Semimajor Axis	Большая полуось
Apogee/Perigee Radius	Радиус Апогея/Перигея
Apogee/Perigee Altitude	Высота Апогея/Перигея
Period	Период
Mean Motion	Среднее Движение
Eccentricity	Эксцентриситет

**Ориентация орбиты**

<b>Параметр</b>	<b>Перевод</b>
Inclination	Наклонение
RAAN	Долгота Восходящего узла
Argument of Perigee	Аргумент Перигея
Lon. Ascn. Node	Наземная долгота восходящего узла

**Местоположение спутника**

<b>Параметр</b>	<b>Перевод</b>
True Anomaly	Истинная Аномалия
Mean Anomaly	Средняя Аномалия
Eccentric Anomaly	Эксцентртическая Аномалия
Argument of Latitude	<i>Аргумент Широты</i> – Сумма Истинной Аномалии и Аргумента Перигея
Time Past AN	<i>Время прошлого восходящего узла</i> – Прошедшее время, начиная с последнего пересечения восходящего узла.
Time Past Perigee	<i>Время прошлого перигея</i> – Прошедшее время начиная с последнего прохождения перигея.