МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Кафедра радиотехнических систем (РТС)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой РТС
_____________Г.С.Шарыгин
_____________ 2012г

РАДИОАВТОМАТИКА

Учебно - методическое пособие для проведения практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Радиоавтоматика» для студентов РТФ, обучающихся по специальностям:
210304 (201600) - Радиоэлектронные системы;
по направлению подготовки 210300.62 – Радиотехника, степень (квалификация) – бакалавр техники и технологии.

РАЗРАБОТЧИКИ:
Профессор кафедры РТС, к.т.н.
_____________А.С.Чумаков
Доцент кафедры РТС, к.т.н.
_____________А.С.Бернгардт
_______________2012г.

2012

Рекомендовано к изданию кафедрой радиотехнических систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники

А.С. Бернгардт, А.С. Чумаков. Радиоавтоматика: Учебно - методическое пособие для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов. - Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.- 27с.

Учебно- методическое пособие содержит методические указания по для проведению практических занятий и самостоятельной работы студентов по дисциплине «Радиоавтоматика» для студентов РТФ, обучающихся по специальностям 210304 (201600) Радиоэлектронные системы и по направлению подготовки 210300.62 – Радиотехника, степень (квалификация) –бакалавр техники и технологии.

Содержание

Контрольные вопросы по разделам курса “Радиоавтоматика”

1. Основные понятия и определения

1.1. В чем заключается задача управления в системах радиоавтоматики ?

1.2. В каком соотношении должны находиться задающее воздействие и управляемая величина в процессе управления?

1.3. Что называется ошибкой системы управления?

1.4. Какую задачу решает дискриминатор автоматической системы?

1.5. Какие преимущества имеют замкнутые автоматические системы по сравнению с разомкнутыми?

1.6. Как классифицируются системы радиоавтоматики по виду задающего воздействия?

1.7. Как классифицируются системы радиоавтоматики по виду параметра, выступающего в качестве задающего воздействия?

1.8. Как классифицируются системы РА по характеру уравнений, описывающих процессы в системе?

2. Конкретные системы радиоавтоматики

2.1. Какую задачу решает частотная автоподстройка в супергетеродинном приемнике?

2.2. Что является задающим воздействием, управляемой величиной и объектом управления в системах АПЧ?

2.3. Зависимость между какими величинами характеризует дискриминационная характеристика частотного дискриминатора?

2.4. Что является исполнительным устройством в системах АПЧ?

2.5. В чем отличие функциональной и структурной схем системы автоматического управления?

2.6. Зависимость между какими величинами устанавливает характеристика фазового дискриминатора?

2.7. Укажите отличительные особенности системы фазовой автоподстройки от системы АПЧ.

2.8. Перечислите устройства, входящие в состав системы автоматического сопровождения по направлению (АСН).

2.9. Какую роль играет пеленгационное устройство в системе АСН?

2.10. Какое направление внутри диаграммы направленности антенны называется равносигнальным?

2.11. Охарактеризуйте амплитудный и фазовый способы пеленгации.

2.12. Опишите функциональную схему суммарно-разностного метода моноимпульсной пеленгации.

2.13. Как формируется суммарная и разностная диаграммы направленности антенны?

2.14. Что является задающим воздействием, управляемой величиной и объектом управления в системе сопровождения по направлению?

2.15. Опишите функциональную схему системы слежения за временным положением импульсного сигнала.

2.16. Что является задающим воздействием, управляемой величиной и объектом управления в системе слежения за временным положением импульсного сигнала?

2.17. Опишите работу временного дискриминатора.

2.18. Приведите функциональную схему системы автоматической регулировки усиления и поясните принцип ее работы.

2.19. Опишите функциональную схему обобщенной радиотехнической следящей системы и принцип ее функционирования.

2.20. Опишите обобщенную структурную схему системы радиоавтоматики.

2.21. Из каких устройств состоит эквивалент дискриминатора?

2.22. Запишите стохастическое дифференциальное уравнение, связывающее задающее воздействие, управляемую величину и флуктационное напряжение на выходе дискриминатора.

3. Математические методы описания линейных непрерывных систем радиоавтоматики

3.1. Укажите условия, которым должна удовлетворять линейная система.

3.2. Запишите в краткой форме дифференциальное уравнение, связывающее задающее воздействие и управляемую величину.

3.3. Как по заданному дифференциальному уравнению найти передаточную функцию системы?

3.4. Как по заданной передаточной функции восстановить дифференциальное уравнение системы?

3.5. Запишите выражение передаточной функции замкнутой системы.

3.6. Как записать передаточную функцию, связывающую процессы в замкнутой системе, минуя промежуточные преобразования.

3.6. Как найти импульсную характеристику системы по заданным дифференциальному уравнению и передаточной функции?

3.7. Найдите комплексный коэффициент передачи по заданному дифференциальному уравнению.

3.8. Определите амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики по заданному комплексному коэффициенту передачи.

3.9 Как изображается комплексный коэффициент передачи на комплексной плоскости?

3.10 Что называется амплитудно-фазовой характеристикой системы?

3.11. Как определяются логарифмические амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики.

4. Основные элементы систем радиоавтоматики

4.1. Какие звенья систем радиоавтоматики называются типовыми?

4.2. Запишите дифференциальное уравнение, передаточную функцию, комплексный коэффициент передачи и частотные характеристики апериодического звена первого порядка.

4.2 Какое звено называется безынерционным и запишите его характеристики.

4.3.Запишите дифференциальное уравнение, передаточную функцию, комплексный коэффициент передачи и частотные характеристики идеального интегрирующего звена.

4.4. Запишите передаточную функцию, АЧХ и ФЧХ форсирующего звена Приведите возможный вариант реализации форсирующего звена.

4.5. Запишите передаточную функцию и частотные характеристики звена временного запаздывания.

4.6. Опишите построение асимптотических логарифмических характеристик на примере апериодического звена первого порядка.

5. Анализ устойчивости систем радиоавтоматики

5.1. Сформулируйте условие устойчивости системы.

5.2 Как по заданной передаточной функции замкнутой системы определить устойчива система или неустойчива?

5.2. Сформулируйте необходимое и достаточное условия устойчивости системы по алгебраическому критерию. Критерий устойчивости Гурвица.

5.3. Каким образом по критерию Гурвица вычисляется критический коэффициент усиления.

5.4. Сформулируйте частотный критерий устойчивости (критерий Найквиста).

5.5. Что такое частота среза и критическая частота? Каким образом определяются эти частоты по амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы?

5.6. Что такое запасы устойчивости? Каким образом они определяются по графику комплексного коэффициента разомкнутой системы?

6. Анализ линейных стационарных систем радиоавтоматики при детерминированных воздействиях

6.1. Опишите порядок решения задачи анализа, если задано дифференциальное уравнение, связывающее интересующие нас процессы. Рассмотрите случаи нулевых и ненулевых начальных условий.

6.2. Решите задачу из предыдущего пункта, если известна структурная схема системы.

6.3.Чем определяется характер переходного процесса? При каких условиях переходной процесс будет апериодическим, а при каких - колебательным?

6.4. Перечислите показатели качества переходного процесса в системе.

6.5. Как связаны, запас устойчивости и величина перерегулирования?

6.6. Как найти значение ошибки системы в установившемся режиме, если известно, что она постоянна во времени?

6.7. Как найти значение ошибки системы в установившемся режиме, если известно, что она изменяется во времени?

6.8. Как определить коэффициенты ошибок по заданной передаточной функции $K_{\lambda x}\ p$?

6.9 Пусть воздействие на систему описывается полиномом степени ν относительно времени. При каком порядке астатизма системы ошибка слежения в установившемся режиме будет постоянной и при каком равна нулю.

6.10. Как определить порядок астатизма системы по коэффициентам ошибок и по количеству интеграторов в контуре управления?

6.11. Чему равно установившееся значение ошибки слежения для статической системы, систем с астатизмом первого и второго порядка при задающем воздействии, описанном полиномом второй степени относительно времени?

7. Анализ линейных систем радиоавтоматики при случайных воздействиях

7.1. Как определить ковариационную функцию отклика линейной системы в установившемся режиме на воздействие с известной ковариационной функцией?

7.2. Как связаны спектры мощности процессов на входе и выходе линейной системы?

7.3. Как определить ковариационную функцию отклика линейной системы в переходном режиме на воздействие с известной ковариационной функцией?

7.4. Как определить дисперсию отклика системы в переходном режиме, если на входе действует белый шум?

7.5. Как определить ковариационную функцию составляющей отклика системы, обусловленной случайными ненулевыми начальными условиями?

7.6. Охарактеризуйте метод замороженных коэффициентов при анализе линейных нестационарных систем.

7.7. Укажите, чем отличаются импульсная характеристика и передаточная функция нестационарной системы по сравнению со стационарной.

8. Синтез фильтров следящих систем методами оптимальной линейной фильтрации и методом пространства состояний.

8.1. Как оптимизировать параметры следящей системы по критерию минимума среднего квадрата ошибки, если задающее воздействие $\lambda\ t$ описывается детерминированной функцией, а возмущение $\xi\ t$ - случайной функцией?

8.2. Как оптимизировать параметры следящей системы, если задающее воздействие $\lambda(t)$ и возмущение $\xi(t)$ представляют случайные процессы?

8.3. Сформулируйте постановку задачи синтеза оптимального фильтра следящей системы. Какой исходной информацией надо располагать для решения этой задачи?

8.4. Опишите порядок решения задачи синтеза оптимального фильтра следящей системы.

8.5. От каких характеристик задающего воздействия и действующей помехи зависит импульсная характеристика оптимального фильтра?

8.6. Перечислите характерные черты, которые отличают оптимальную фильтрацию по Калману от фильтрации по Винеру.

8.7. С какой целью вводится векторное описание случайного процесса?

8.8. Приведите функциональную схему моделирования случайного процесса в пространстве состояний.

8.9. Запишите уравнение состояния и выходное уравнение в векторно – матричном обозначении и поясните смысл матриц, входящих в выражение.

8.10. Как определить переходную матрицу состояния процесса через матрицу уравнения состояния?

8.11. Опишите один цикл рекуррентной процедуры оценивания вектора состояния.

9. Анализ нелинейных систем радиоавтоматики.

9.1 Дайте общую характеристику метода статистической линеаризации.

9.2. Какие критерии статистической эквивалентности нелинейного элемента и линейного эквивалента обычно применяются?

9.3 Как находятся коэффициенты статистической линеаризации по первому и второму критерию эквивалентности?

9.4. Как применяется метод статистической линеаризации для анализа нелинейной следящей системы?

10. Дискретные системы радиоавтоматики

10.1. Какие системы называются импульсными?

10.2. Какие системы называются цифровыми?

10.3. Изобразите структурную схему импульсной следящей системы и укажите какую функцию в ней выполняет импульсный элемент?

10.4 Какую функцию выполняют в импульсной следящей системе идеальный импульсный элемент и формирующий элемент?

10.5 Что называется приведенной непрерывной частью импульсной системы?

10.6 Как определяется передаточная функция дискретной замкнутой следящей системы?

10.7 Как записать разностное уравнение, связывающее дискретные процессы на входе и выходе, по заданной передаточной функции системы?

10.8 Дайте определение комплексного коэффициента передачи дискретной системы?

10.9 Дайте определение условия устойчивости дискретной системы.

10.10 Как использовать критерий Гурвица для проверки устойчивости дискретной системы?

10.11 Как оценить устойчивость дискретной системы по критерию Найквиста?

10.12 Опишите схему определения отклика дискретной системы на детерминированное воздействие.

11. Цифровые системы радиоавтоматики

11.1 Перечислите достоинства цифровых систем радиоавтоматики по сравнению с аналоговыми.

11.2 Поясните работу аналого-цифрового преобразователя в цифровой системе.

11.3 Опишите функцию, выполняемую цифровым фильтром.

11.4 Поясните работу цифро-аналогового преобразователя.

11.5 Поясните принцип работы цифрового временного дискриминатора.

11.6 Изобразите схему цифрового дискриминатора в системе слежения по дальности. Поясните принцип работы.

11.7 Изобразите схему и поясните принцип работы цифрового фазового детектора.

11.8 Изобразите схему и поясните принцип работы цифрового частотного дискриминатора.

11.9 Как определить передаточную функцию цифрового фильтра по передаточной функции аналогового прототипа?

11.10 Изобразите каноническую схему построения цифрового фильтра.

11.11 Поясните принцип работы цифрового генератора опорного сигнала в системах частотной и фазовой автоподстройки.

11.12 Поясните принцип работы цифрового управляемого фазовращателя.

11.13 Поясните порядок анализа цифровых систем при детерминированных и случайных воздействиях.

Методические указания по проведению практических занятий по курсу « Радиоавтоматика»

Тема 1: Функциональная и структурная схемы систем радиоавтоматики. Передаточные функции замкнутых систем.

На функциональной схеме указывается функция, которую выполняет тот или иной элемент схемы (например- смеситель, усилитель, детектор и т.д.). При построении структурной схемы отвлекаются от функции, которую выполняет данный элемент схемы, и указывается лишь математическое соотношение, которое связывает входную и выходную величины этого элемента. Таким образом, структурной схемой следящей системы будем называть такую, в которой каждой математической операции преобразования параметра, за которым ведется слежение, соответствует определенное звено.

Для составления структурной схемы необходимо по функциональной схеме проследить за преобразованиями отслеживаемого параметра во всех ее элементах и записать эти преобразования в виде формул. Полученные математические соотношения являются основой для построения структурной схемы.

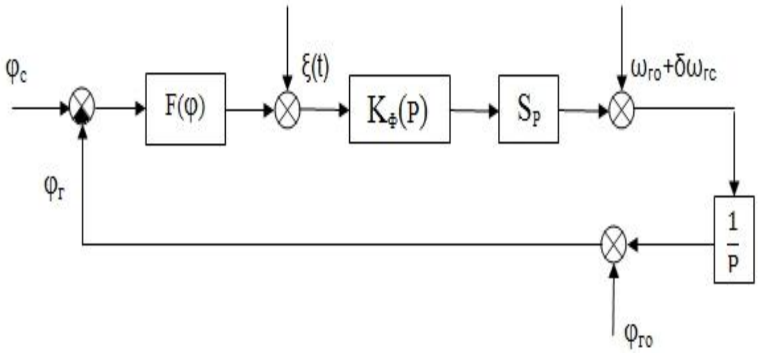
Если составлена структурная схема системы, то передаточная функция, связывающая процессы в двух точках замкнутой следящей системы, находится согласно формуле

$$K_{uv}\ \ p\ =\frac{K_{пр}\ \ p}{1+K_p\ \ p},$$

где $K_{пр}\ \ p\ -$ передаточная функция прямой цепи, то есть участка схемы от точки приложения воздействия $u\ \ t$ до точки, в которой мы наблюдаем процесс $v\ \ t$; $K_p\ \ p\ -$ передаточная функция разомкнутой системы, причем размыкание производится в точке подачи отрицательной обратной связи и передаточная функция $K_p\ \ p$ определяется от точки приложения задающего воздействия $\lambda\ \ t$ до точки размыкания.

Задача №1

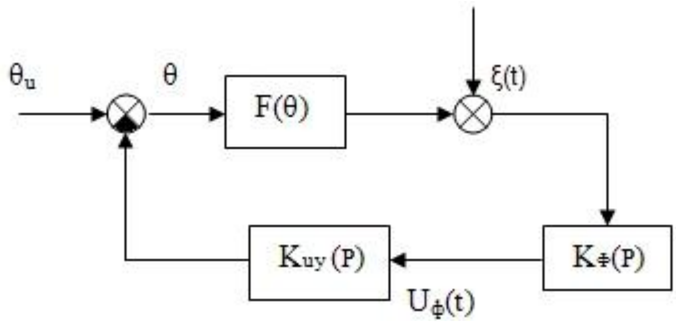
Для расширения полосы захвата в системе ФАПЧ без расширения полосы пропускания ФНЧ применяют цепочку с дополнительным фазовым модулятором. Функциональная схема такой системы показана на рисунке:



Найдите передаточную функцию, связывающую нестабильность δωгс собственной частоты подстраиваемого генератора и ошибку φ, полагая $F\ \varphi = S_д \cdot \varphi$, где $S_д$ - крутизна дискриминационной характеристики.

Задача №2

Найдите передаточную функцию, связывающую процессы θu и Uф(t) в системе углового сопровождения, изображенной на рисунке. Положить F(θ) = Sд θ. Kuy (ρ) - передаточная функция исполнительного устройства задана в виде: $K_{иу}(p) = \dfrac{K}{p(1+pT_{äâ})}$.

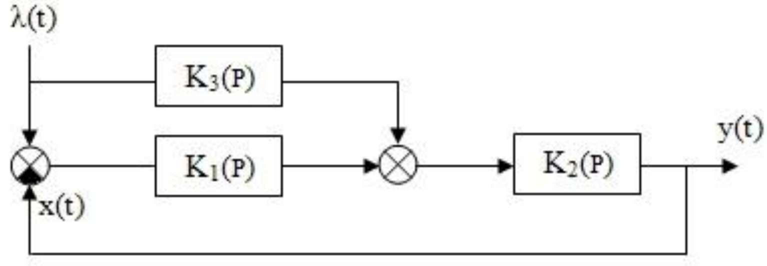


Задача №3

Для системы, структурная схема которой изображена на рисунке, определить передаточные функции:

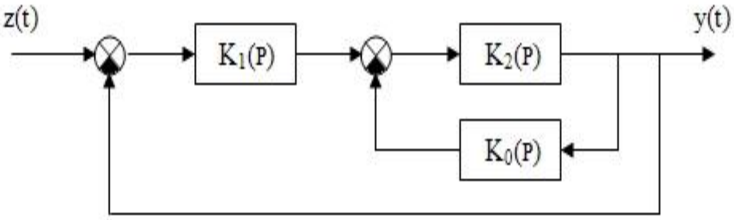
Замкнутой системы Kλy(p)

Связывающую задающее воздействие $\lambda\ t$ и ошибку слежения x(t).



Задача №4

Для системы, изображенной на рисунке, определить передаточную функцию Kzy(p)



Тема 2: Устойчивость замкнутых систем радиоавтоматики.

Система будет устойчивой, если имеющееся начальное рассогласование между задающим воздействием и управляемой величиной затухает со временем (стремится к нулю). Это условие будет выполнено, если корни знаменателя передаточной функции (характеристического полинома) будут иметь отрицательную вещественную часть. В замкнутой следящей системе имеется несколько передаточных функций в зависимости от того, процессы в каких точках схемы они связывают. Для исследования устойчивости замкнутых систем можно воспользоваться любой из них. Для того, чтобы определить, является ли система устойчивой, нет надобности находить точные значения корней знаменателя передаточной функции. Достаточно лишь знать, в какой половине плоскости комплексных величин они находятся.

Для решения вопроса о том, в какой полуплоскости комплексных величин расположены корни характеристического полинома, разработаны правила, которые называются критериями устойчивости. Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости. По алгебраическому критерию необходимым условием устойчивости системы является положительность всех коэффициентов ее характеристического полинома $A\;\; p = a_0 + a_1 p + ... + a_n p^n$ (*). Достаточное условие устойчивости устанавливается по критерию Гурвица. Для этого из коэффициентов характеристического полинома составляется квадратная матрица по следующему правилу. По главной диагонали матрицы записываются коэффициенты от an-1 до a0. Затем каждая строка матрицы заполняется коэффициентами этого же полинома: вправо- в порядке возрастания индекса коэффициентов, влево- в порядке убывания; в тех местах каждой строки, где индекс оказывается отрицательным или превышает n, записываются нули. Таким образом, матрица имеет вид

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & ... & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & ... & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & a_0 \end{bmatrix}$$

Затем из элементов этой матрицы, расположенных симметрично относительно главной диагонали, составляются определители Гурвица:

$$\Delta_1 = a_{n-1};\;\; \Delta_2 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{bmatrix};\;\; \Delta_3 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{bmatrix}$$ и т.д.

Критерий Гурвица формулируется следующим образом. Для устойчивости системы с характеристическим полиномом (*) необходимо и достаточно, чтобы при $a_n > 0$ все n опре-

$$\Delta_1 > 0,\;\; \Delta_2 > 0, ..., \Delta_n > 0.$$

делителей Гурвица были положительными, т. е.

Фактически, необходимо вычислить не n, а n-2 определителя, поскольку $\Delta_1 = a_{n-1} > 0$ в силу необходимого условия устойчивости, а $\Delta_n = a_0 \Delta_{n-1}$, так как последняя строка определителя Δ_n содержит лишь один отличный от нуля элемент a_0, причем a_0 >0.

Частотный критерий устойчивости Найквиста формулируется так. Система радиоавтоматики, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчивой и в замкнутом состоянии, если амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) разомкнутой системы не охватывает в комплексной плоскости точку с координатами (-1,j0). На амплитудно-фазовой характеристике расположены две характерных точки. Точка пересечения АФХ с отрицательной полуосью абсцисс соответствует критической частоте ω_{kp}, при которой фазо-частотная характеристика $\psi(\omega_{кр}) = -\pi.$ Точка пересечения АФХ с окружностью единичного радиуса соответствует частоте $\omega_{ср}$, при которой амплитудно-частотная характеристика $A(\omega_{ср}) = 1.$ Эту частоту называют частотой среза разомкнутой системы. Для устойчивой системы $\omega_{kp} > \omega_{ср}$.

Запас устойчивости по фазе оценивается величиной угла $\gamma_з = \pi - \psi_p(\omega_{ср})$. Запас устойчивости $\gamma_з$ выбирается с учетом возможной нестабильности параметров системы, а также требований к быстроте затухания переходных процессов в системе. Переходные процессы в системе затухают тем медленнее, чем ближе частота среза $\omega_{ср}$ к критической частоте ω_{kp}, т.е. чем меньше запас устойчивости по фазе. Обычно считают необходимым иметь $\gamma_з \geq 30°$.

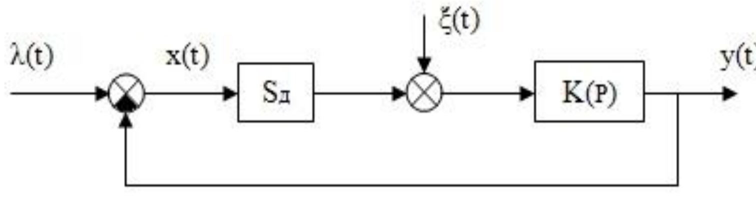
Запас устойчивости по усилению определяется величиной

$$\alpha = \frac{1}{A(\omega_{кр})}$$

. Для нормальной работы системы радиоавтоматики необходимо, чтобы запас устойчивости по усилению был не менее двух.

Задача №1

Определите с помощью алгебраического критерия условие устойчивости следящей системы, изображенной на рисунке:



если:

а) $$K(p) = \frac{K_u(1+pT_1)}{p(1+pT_2)(1+pT_3)}$$

б) $$K(p) = \frac{K_{u2}(1+pT_1)}{p^2(1+pT_2)}$$

Задача №2

Определите путем решения уравнений $|K_p(j\omega)| = 1$ $\varphi_p(\omega) = -\pi$

условия устойчивости замкнутой системы, если комплексный коэффициент передачи разомкнутой системы равен:

$$K_p(j\omega) = k\frac{\exp[-j\omega\tau_з]}{1 + j\omega T_ф}$$

Задача №3

Построить амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы с комплексным коэффициентом передачи

а) $K_p(j\omega) = \frac{K_v(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)}$, $K_v = 10\ \frac{1}{c}$, T1 = 0,25 с, T2 = 1 с, T3 = 0,01 с;

б) $K_p(j\omega) = k\frac{\exp[-j\omega\tau_з]}{1 + j\omega T_ф}$, k = 10, $\tau_з = 0{,}01\ c$, Tф = 0,1 с.

Задача №4

Оценить устойчивость системы, передаточная функция, которая в замкнутом состоянии имеет вид:

$$K_з = \frac{2\cdot 10^4}{p^3 + 130p^2 + 3{,}2\cdot 10^3 p + 2\cdot 10^4}$$

Задача №5

Для системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии

$$K_p(p) = \frac{10}{p\,(1 + 0{,}1p)(1 + 0{,}01p)}$$

определить запас устойчивости по усилению.

Задача №6

Для системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$K_p(p) = \frac{20\,(1 + pT)}{p^2\,(1 + 0{,}1p)}$$

найти постоянную времени T, при которой запас устойчивости по усилению равен 2.

Задача №7

По критерию устойчивости Найквиста найти критический коэффициент усиления в системе, передаточная функция которой в замкнутом состоянии

$$K_з(p) = \frac{100\,(1 + 0{,}25p)}{p\,(1 + p)(1 + 0{,}01p)^2}$$

Определить запас устойчивости по усилению.

Тема 3: Анализ замкнутых следящих систем при детерминированных воздействиях.

Пусть известно дифференциальное уравнение, связывающее задающее воздействие и ошибку слежения (управляемую величину). Тогда ошибка слежения (управляемая величина) находится как решение этого дифференциального уравнения. Уравнение решается методом преобразования Лапласа, которое сводит дифференциальное уравнение к алгебраическому. Далее полученное алгебраическое уравнение разрешается относительно изображения по Лапласу ошибки слежения (управляемой величины) и с помощью обратного преобразования Лапласа получаем закон изменения интересующей нас величины во времени. Различают два случая - начальные условия нулевые и начальные условия, отличные от нуля. В первом случае предполагается, что значение искомой функции и ее производных до (n-1)-го порядка включительно в момент времени t = 0 равны нулю, во втором – отличны от нуля. Если начальные условия ненулевые, то при решении дифференциального уравнения методом преобразования Лапласа необходимо учитывать следующее правило нахождения изображений производных временной функции $f(t)$:

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0);$$

$$L\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0);$$

……………

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0), \qquad (**)$$

где $f(0),\ f'(0), \ldots, f^{(n-1)}(0)$ -значения функции f(t) и ее производных до (n-1)-го порядка включительно в начальный момент времени t = 0; $F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$ - преобразование Лапласа функции f(t).

Если структурная схема системы составлена, то по ней можно найти передаточную функцию, связывающую интересующие нас процессы. В таком случае задача анализа при нулевых начальных условиях решается по следующей схеме:

определяется изображение по Лапласу входного воздействия u(t)

$$U(p) = \int_0^\infty u(t) e^{-pt} dt;$$

находится изображение Лапласа интересующего нас процесса v(t)

$$V(p) = K(p)U(p),$$

где $K(p)$ - передаточная функция;

обратным преобразованием Лапласа получаем процесс

$$v(t) = \frac{1}{2\pi j} \oint V(p) e^{pt} dp.$$

Если начальные условия ненулевые, анализ системы проводится по следующей схеме. По известной передаточной функции восстанавливается дифференциальное уравнение $A(t)v(t) = B(t)u(t)$, которое решается методом преобразования Лапласа,

как описано ранее с учетом (**).

Если ошибка системы в установившемся режиме $x_{уст}$ является постоянной во времени, то ее значение может быть найдено по теореме о предельном значении оригинала. Чтобы определить поведение ошибки слежения $x_{уст}(t)$ в установившемся режиме необходимо знать задающее воздействие $\lambda(t)$ и коэффициенты ошибок

C_q.Коэффициенты ошибок C_q определяются по передаточной функции, связывающей задающее воздействие и ошибку слежения, с помощью соотношения

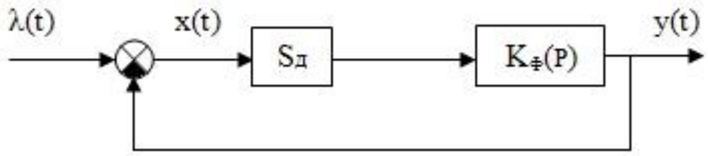
$$C_q = \left.\frac{d^q K_{\lambda x}\;\; p}{dt^q}\right|_{p=0} \qquad q = 0,1,2,...$$

С коэффициентами ошибок C_q связана классификация следящих систем по порядку их астатизма. Порядок астатизма системы равен номеру первого отличного от нуля коэффициента C_q.Характерная особенность астатических систем состоит в том, что при подаче на систему с астатизмом $\nu - го$ порядка воздействия, выраженного полиномом относительно времени степени ν, ошибка в установившемся режиме постоянна и отлична от нуля. Если же степень полинома, описывающего воздействие, меньше ν, то установившееся значение ошибки слежения равно нулю. На практике порядок астатизма системы определяется по следующему правилу: порядок астатизма системы по отношению к некоторому воздействию равен числу интеграторов, включенных в цепь обратной связи между точкой наблюдения ошибки слежения и точкой приложения воздействия.

Задача №1

Найдите изменения ошибки x(t) и выходного процесса y(t) в системе ЧАП, изображенной на рисунке, с фильтром $K_\phi(p) = \dfrac{k}{1 + pT_\phi}$ при подаче на её вход воздействия:

а) $\lambda(t) = \alpha\ 1(t)$; б) $\lambda(t) = \alpha_1 t \cdot 1(t)$. Начальные условия в системе нулевые.



Задача №2

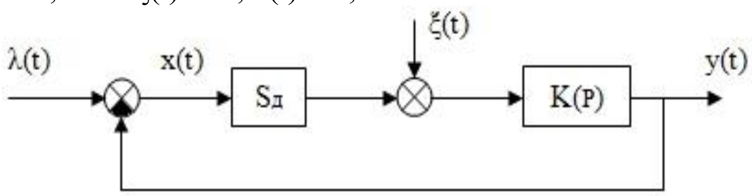
Решите задачу №1, приняв, что в системе используется фильтр с коэффициентом передачи $K_\phi(p) = \dfrac{k_u}{p}$

Задача №3

Решите задачу №2, полагая, что начальное значение x(0) = b.

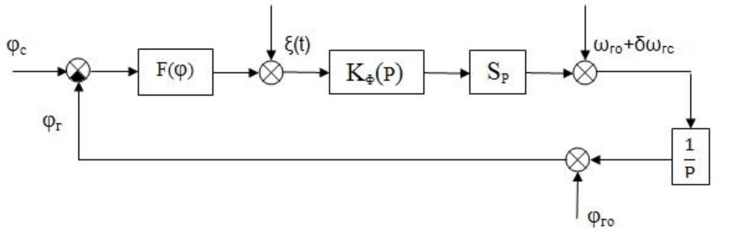
Задача №4

Определите установившееся значение ошибки x(t) в системе, изображенной на рисунке, если ξ(t) = U, λ(t) = 0, $K(p) = \dfrac{k_{u2}(1 + pT_1)}{p^2}$.



Задача №5

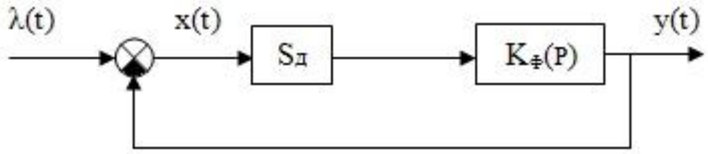
Для системы ФАП, изображенной на рисунке:



найдите в установившемся режиме разность фаз φ, обусловленную воздействием φго = 1(t), полагая, что $K_\phi(p) = \dfrac{1}{1+pT_\phi}$, $F(\varphi) \approx S_д \cdot \varphi$

Задача №6

Найдите изменение ошибки в системе углового сопровождения с фильтром $K_\phi(p) = \dfrac{k_u}{1+pT_\phi}$ при воздействии λ(t) = θ(t) = α0 1(t). Начальные условия нулевые, 4Sд kuTф = 1.



Задача №7

Передаточная функция разомкнутой системы $K_p(p) = \dfrac{20}{p\,(1+0{,}1p)}$

Найти импульсную переходную характеристику замкнутой системы.

Задача №8

Передаточная функция замкнутой системы $K_з(p) = \dfrac{1}{(1+0{,}1p)\,(1+0{,}02p)(1+0{,}01p)}$

Определить выходной сигнал в установившемся режиме при задающем воздействии x(t) = 1(t) и указать порядок астатизма системы.

Задача №9

Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии $K_p(p) = \dfrac{100(1+0{,}2p)}{p^2\,(1+0{,}02p)}$

Найти аналитическое выражение для выходного сигнала замкнутой системы и ошибки слежения при задающем воздействии x(t) = 10 sin(5t) и нулевых начальных условиях.

Задача №10

Определить первые два коэффициента ошибок для системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии $K_p(p) = \dfrac{k\,(1+pT_2)}{(1+pT_1)^2\,(1+pT_3)}$

Тема 4 : Анализ замкнутых следящих систем при случайных воздействиях.

Пусть задана структурная схема следящей системы. Предположим, что к некоторой точке замкнутой следящей системы приложено напряжение $u(t)$, представляющее собой случайный процесс с известной ковариационной функцией $K_u(t_1,t_2)$. Требуется определить ковариационную функцию процесса $v(t)$ в другой точке системы. Решается эта задача следующим образом. Вначале по структурной схеме находится передаточная функция, связывающая процессы $u(t)$ и $v(t)$. Затем по передаточной функции определяется соответствующая импульсная характеристика. Тогда ковариационная функция процесса найдется из соотношения

$$K_v(t_1,t_2)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}h(\tau_1)\,h(\tau_2)\,K_u(t_1-\tau_1,t_2-\tau_2)\,d\tau_1 d\tau_2.$$

Если входной процесс $u(t)$ стационарный, то последняя формула приобретает вид

$$K_v(t_1,t_2)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}h(\tau_1)\,h(\tau_2)\,K_u(\tau-\tau_2+\tau_1)\,d\tau_1 d\tau_2.$$

Если применить преобразование Фурье к этому выражению, то получим связь между спектрами мощности интересующих нас процессов:

$$S_v(\omega)=S_u(\omega)\left|\Phi(j\omega)\right|^2, \qquad (*)$$

где $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$ - спектры мощности процессов на входе и выходе эквивалентного фильтра; $\Phi(j\omega)$ – комплексный коэффициент передачи, соответствующий ИХ $h(\tau)$.

Если известна спектральная плотность процесса $u(t)$, то корреляционная функция процесса $v(t)$ найдется с помощью обратного преобразования Фурье выражения (*):

$$K_v(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_v(\omega)\,e^{j\omega\tau}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_u(\omega)\left|\Phi(j\omega)\right|^2 e^{j\omega\tau}d\omega.$$

Во многих случаях, например при оценке точности слежения, достаточно найти дисперсию изучаемого процесса. Выражение для дисперсии получается из последней формулы при $\tau=0$:

$$\sigma_v^2=K_v(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_u(\omega)\left|\Phi(j\omega)\right|^2 d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}S_v(\omega)\,d\omega. \qquad (**)$$

Метод вычисления интегралов в этом выражении основан на сведении их к табулированной форме

$$J_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{G_n(j\omega)}{H(j\omega)\,H_n(-j\omega)}d\omega,$$

где $G_n(j\omega)$ и $H_n(j\omega)$ – полиномы относительно $j\omega$, которые могут быть записаны в виде

$$H_n(j\omega)=a_0(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_n,$$

$$G_n(j\omega)=b_0(j\omega)^{2n-2}+b_1(j\omega)^{2n-4}+\ldots+b_{n-1},$$

где n –высшая степень полинома знаменателя $H_n(j\omega)$.

Корни полинома $H_n\ \ j\omega$ лежат в верхней полуплоскости плоскости комплексных величин. Полином $H_n\ -j\omega$ является комплексно- сопряженным по отношению к $H_n\ \ j\omega$

и имеет корни, лежащие в нижней полуплоскости. Полином $G_n\ \ j\omega$ имеет четные степени относительно $j\omega$.

Чтобы воспользоваться этими табличными интегралами, необходимо свести подинтегральное выражение в (**) к заданному виду, т.е. найти $H_n\ \ j\omega$, $H_n\ -j\omega$, $G_n\ \ j\omega$. Соответствующие табулированные интегралы выражаются через коэффициенты полиномов в числителе и знаменателе и приведены в справочниках. Приведем значения некоторых табулированных интегралов:

$$n=1,\quad J_1=\frac{b_0}{2a_0a_1};$$

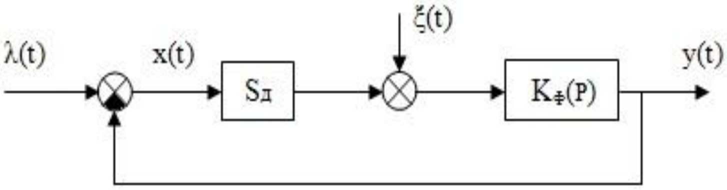
$$n=2,\quad J_2=\frac{-b_0+\dfrac{a_0b_1}{a_2}}{2a_0a_1};$$

$$n=3,\quad J_3=\frac{-a_0b_0+a_0b_1-\dfrac{a_0a_1b_2}{a_3}}{2a_0\ \ a_0a_3-a_1a_2}.$$

Задача №1

Для системы, структурная схема которой изображена на рисунке, найдите в установившемся режиме дисперсию ошибки слежения, вызванную шумом ξ(t), в следующих случаях: а) $K_{\phi}(p)=\dfrac{k}{1+pT_{\phi}}$, ξ(t) – белый шум со спектральной плотностью Sξ(0)

б) $K_{\phi}(p)=\dfrac{k_u}{p}$, $S_{\xi}(\omega)=\dfrac{2a^2\mu}{\omega^2+\mu^2}$



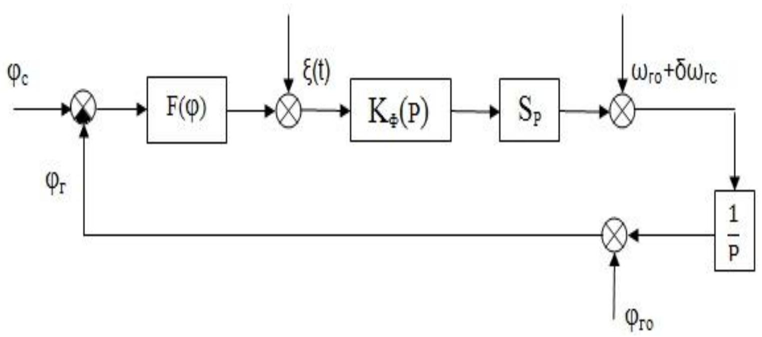
Задача №2

Найдите дисперсию рассогласования в установившемся режиме для системы, показанной на рисунке в предыдущей задаче, полагая, что шум ξ(t) отсутствует, спектральная плоность воздействия равна $S_{\lambda}(\omega)=\dfrac{2a^2\mu}{\omega^2+\mu^2}$, для следующих типов фильтров:

а) $K_{\phi}(p) = \dfrac{K}{1 + pT_{\phi}}$, б) $K_{\phi}(p) = \dfrac{K_{u}(1 + pT_1)}{p(1 + pT_2)}$

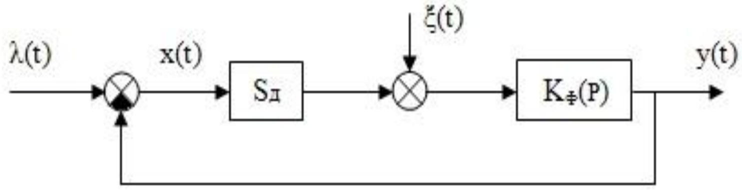
Задача №3

Для системы ФАП, изображенной на рисунке, найдите в установившемся режиме дисперсию разности фаз φ, создаваемую нестабильностью частоты подстраиваемого генератора. Характеристика фазового детектора линейна и имеет крутизну Sд. Коэффициент передачи фильтра $K_{\phi}(p) = \dfrac{1 + pT_1}{1 + pT_2}$, спектральная плотность процесса δωгс равна S(ω) = S(0).



Задача №4

Найдите корреляционную функцию и спектральную плотность ошибки слежения x(t), создаваемой в схеме, изображенной на рисунке, белым шумом ξ(t) со спектральной плотностью Sξ(0). Коэффициент передачи фильтра $K_{\phi}(p) = \dfrac{K_{u}}{p}$



Задача №5

Для условий предыдущей задачи определите процесс установления дисперсии ошибки слежения при включении белого шума ξ(t) со спектральной плотностью Sξ(0).

Задача №6

Решите задание №5, полагая, что процесс ξ(t) имеет корреляционную функцию вида $R(\tau) = \sigma_{\xi}^{2} \exp\{-\alpha|\tau|\}$.

Задача №7

Передаточная функция разомкнутой системы $K_{p}(p) = \dfrac{K}{p\,(1 + pT)}$.

Рассчитать суммарную среднюю квадратическую ошибку при воздействии на замкнутую систему задающего воздействия со спектральной плотностью $S_{\lambda}(\omega) = \dfrac{S_{\lambda}(0)}{1 + T_{\lambda}^{2}\omega^{2}}$ и помехи со спектральной плотностью Sξ(ω) = Sξ(0).

Задача №8

Вычислить суммарную среднюю квадратическую ошибку в системе с передаточной функцией $K_з(p) = \dfrac{k}{p+k}$, на вход которой подают задающее воздействие λ(t) со спектральной плотностью $S_\lambda(\omega) = \dfrac{S_\lambda(0)}{1+T_\lambda^2\omega^2}$, помехи на выходе дискриминатора имеют спектральную плотность Sξ(ω) = Sξ(0).

Тема 5 : Оптимизация фильтров замкнутых следящих систем.

Рассмотрим следящую систему с заданной структурой. Целью оптимизации является такой выбор параметров системы, который минимизирует средний квадрат ошибки слежения, вызываемой как задающим воздействием $\lambda\ t$, так и шумом $\xi\ t$ на выходе дискриминатора. Возможны следующие два случая:

задающее воздействие $\lambda\ t$ описывается детерминированной функцией, а возмущение $\lambda\ t$ - случайной функцией;

как воздействие $\lambda\ t$, так и возмущение $\lambda\ t$ представляют собой случайные процессы.

При детерминированном задающем воздействии $\lambda\ t$ ошибка слежения x(t) будет иметь среднее значение, отличное от нуля. В этом случае в качестве критерия оптимизации можно взять условие минимума установившегося значения среднего квадрата ошибки

$M\left[x^2\right] = m_x^2 + \sigma_x^2 \to \min$.

Во втором случае критерием оптимизации может служить минимум дисперсии суммарной ошибки, вызванной процессом $\lambda\ t$ и флуктационным напряжением $\xi\ t$.

$\sigma_x^2 = \sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2 \to \min$,

где σ_{x1}^2 - составляющая дисперсии, вызванная воздействием $\lambda\ t$, а σ_{x2}^2 - составляющая дисперсии, вызванная возмущением $\xi\ t$.

Если структурная схема системы задана, то нетрудно найти выражение для среднего квадрата ошибки как функции параметров системы

$$M\left[x^2\right] = f\ \beta_1, \beta_2, ..., \beta_n\ , \qquad (**)$$

где β_i - параметры системы. Для расчета оптимальных значений параметров нужно исследовать на минимум функцию (**). Для этого необходимо решить следующую систему уравнений

$$\frac{\partial}{\partial\beta_i} M\left[x^2\right] = 0,\ \ i = 1, 2, ..., n.$$

Можно оптимизировать не отдельные параметры системы, а фильтр в контуре управления. Это значит, что надо найти импульсную характеристику или комплексную частотную характеристику фильтра, которая обеспечивает минимум среднего квадрата отклонения реального выхода от желаемого. Решение поставленной задачи можно проводить или с учетом условия физической реализуемости или без их учета. Физически нереализуемое решение представляет определенный интерес в том случае, когда производится анализ заранее записанных данных. Оно не годится, если фильтр работает в реальном масштабе времени.

Если условие физической реализуемости не учитывается, то комплексный коэффициент передачи оптимального фильтра находится по формуле

$$Ф(j\omega)=\frac{S_{\lambda+n,\lambda}(\omega)}{S_{\lambda+n}(\omega)},$$

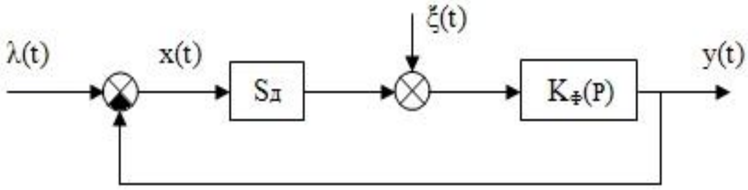
где $S_{\lambda+n}(\omega)$ - спектральная плотность входного воздействия. В этой формуле λ- задающее воздействие, а n – шум, приведенный ко входу следящей системы. $S_{\lambda+n,\lambda}(\omega)$ - взаимная спектральная плотность входного воздействия $\lambda+n$ и желаемого отклика λ. В данном случае желаемым откликом является задающее воздействие. Оптимальный фильтр с минимальной погрешностью выделяет задающее воздействие из смеси с шумом. Если $\lambda(t)$ и n(t) – некоррелированные процессы, то $S_{\lambda+n}(\omega)=S_{\lambda}(\omega)+S_{n}(\omega)$, а $S_{\lambda+n,\lambda}(\omega)=S_{\lambda}(\omega)$.

С учетом условия физической реализуемости комплексный коэффициент передачи оптимального фильтра находится следующим образом. Вначале факторизуем спектральную плотность входного воздействия, т.е. представим ее в виде произведения сопряженных множителей $S_{\lambda+n}(\omega)=S^{+}_{\lambda+n}(\omega)S^{-}_{\lambda+n}(\omega)$, где $S^{+}_{\lambda+n}(j\omega)$ - факторизованная часть спектральной плотности, которая имеет все нули и полюса в верхней полуплоскости, аналогично $S^{-}_{\lambda+n}(j\omega)$ имеет нули и полюса в нижней полуплоскости. Далее образуем отношение $\dfrac{S_{\lambda+n,\lambda}(\omega)}{S^{-}_{\lambda+n}(j\omega)}$ (***). Эта функция имеет нули и полюса, как в верхней так и в нижней полуплоскости. Выделим часть этой функции, у которой нули и полюса находятся в верхней полуплоскости. Это достигается путем разложения функции (***) на простые дроби. Тогда комплексный коэффициент передачи оптимального фильтра определится по формуле

$$Ф(j\omega)=\frac{1}{S^{+}_{\lambda+n}(j\omega)}\left[\begin{array}{l}\textit{часть}\ \ \dfrac{S_{\lambda+n,\lambda}(\omega)}{S^{-}_{\lambda+n}(j\omega)}\ \ \textit{с нулями и}\\ \\ \textit{полюсами в верхней полуплоскости}\end{array}\right]$$

Задача №1

Для системы, структурная схема которой показана на рисунке, найдите значение параметра ku передаточной функции фильтра $K_{ф}(p)=\dfrac{k_u}{p}$, обеспечивающего минимум среднего квадрата ошибки слежения в установившемся режиме, полагая λ(t) = α t, Воздействие ξ(t) – белый шум со спектральной плотностью Sξ(0).



Задача №2

На систему с передаточной функцией в разомкнутом состоянии $K_p(p) = \dfrac{k}{p(1+pT)}$ действует стационарный задающий сигнал со спектральной плотностью $S_\lambda(\omega) = \dfrac{2T_\lambda \sigma_\lambda^2}{1+T_\lambda^2\omega^2}$ и помеха со спектральной плотностью Sξ(ω) = Sξ(0). Определить оптимальное значение коэффициента усиления, соответствующего минимуму суммарной среднеквадратической ошибки при T = 0,1 c; Tλ = 20 c; $\sigma_\lambda^2 = 3{,}05 \cdot 10^2\ рад^2$; $S_\xi(0) = 3{,}05 \cdot 10^{-6}\ рад^2 \cdot c$.

Задача №3

Передаточная функция разомкнутой системы $K_p(p) = \dfrac{k(1+pT)}{p^2}$, где k = 100 c2. На вход замкнутой системы подается задающее воздействие $\lambda(t) = \alpha \dfrac{t^2}{2}$, помеха на выходе дискриминатора имеет спектральную плотность Sξ(ω) = Sξ(0). Найти постоянную времени форсирующего звена T, соответствующую минимуму средней квадратической ошибки системы при $\alpha = 0{,}17\ рад \cdot c^{-2}$; $S_\xi(0) = 3{,}05 * 10^{-5}\ рад^2 \cdot c$.

Задача №4

Найдите комплексный коэффициент передачи оптимального линейного фильтра, выделяющего в установившемся режиме с минимальной среднеквадратической ошибкой процесс λ(t) из аддитивной смеси с помехой n(t), если λ(t) и n(t) не коррелированы и:

а) $S_\lambda(\omega) = \dfrac{a^2}{\omega^2}$, $S_n(\omega) = c^2$; б) $S_\lambda(\omega) = \dfrac{a^2}{\omega^2}$, $S_n(\omega) = \dfrac{c^2}{\omega^2 + b^2}$;

в) $R_\lambda(\tau) = \sigma_\lambda^2 \exp\{-\alpha|\tau|\}$, $S_n(\omega) = \dfrac{c^2}{\omega^2}$;

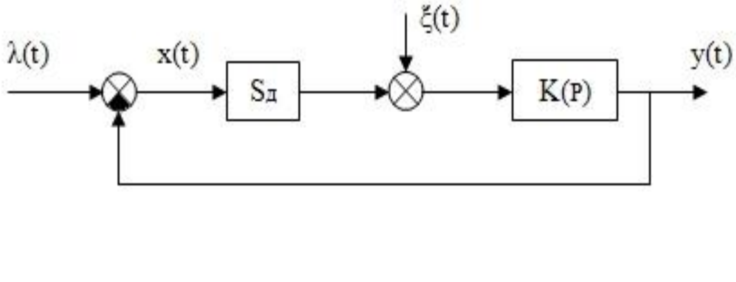
г) $S_\lambda(\omega) = \dfrac{d^2}{\omega^2 + a^2}$, $S_n(\omega) = \dfrac{c^2}{\omega^2 + b^2}$.

Задача №5

Для следящей системы, структурная схема которой показана на рисунке, найдите комплексный коэффициент передачи фильтра K(jω), минимизирующий дисперсию ошибки слежения в установившемся режиме. Крутизна Sд дискриминатора известна, шум ξ(t) и воздействие λ(t) не коррелированы и имеют следующие характеристики:

а) $S_\lambda(\omega) = \dfrac{a^2}{\omega^2}$, $R_\xi(\tau) = S_\xi(0)\delta(\tau)$;

б) $S_\lambda(\omega) = \dfrac{a^2}{\omega^2(\omega^2 + b^2)}$, Sξ(ω) = Sξ(0).



Тема 6: Анализ нелинейных систем радиоавтоматики.

Анализ нелинейных систем, как правило, производится по методу статистической линеаризации. Метод статистической линеаризации заключается в том, что нелинейная функция $v(t)=\varphi[x(t)]$, связывающая входное воздействие $x(t)$ и отклик $v(t)$ нелинейного элемента, заменяется линейной функцией $u(t)=k_0 m_x(t)+k_1 x^0(t)$, где $m_x(t)$ и $x^0(t)$ - среднее значение и флуктуации около среднего входного воздействия. Коэффициенты k_0 и k_1, имеющие смысл коэффициентов передачи для среднего значения и флуктуаций, называются коэффициентами статистической линеаризации. Их значения выбираются так, чтобы процессы на выходе нелинейного элемента и заменяющего его линейного элемента, т.е. $v(t)$ и $u(t)$, были близки в статистическом смысле. Существует два основных критерия близости двух случайных процессов. По первому критерию коэффициенты k_0 и k_1 выбираются так, чтобы обеспечить равенство математических ожиданий и дисперсий процессов $v(t)$ и $u(t)$. По второму критерию k_0 и k_1 выбираются так, чтобы минимизировать средний квадрат разности процессов на выходе нелинейного элемента и линейного эквивалента. Для многих ходовых нелинейностей коэффициенты статистической линеаризации заранее сосчитаны, что облегчает расчеты, проводимые методом статистической линеаризации.

Метод статистической линеаризации используется для анализа нелинейных систем в установившемся режиме, потому что в переходном режиме коэффициенты статистической линеаризации будут зависеть от времени. В этом случае нелинейная система заменяется линейной, но с переменными параметрами, а общих методов решения дифференциальных уравнений с переменными параметрами в настоящее время неизвестно.

Анализ нелинейной следящей системы по методу статистической линеаризации происходит по следующей схеме. Вначале записывается дифференциальное уравнение, связывающее процессы в схеме, изображенной на рисунке из задачи №1. Далее заменим нелинейный элемент линейным эквивалентом

$$F(x)\to k_0 m_x+k_1 x^0(t),$$

после чего дифференциальное уравнение для линеаризованной системы запишется в виде

$$x(t)=\lambda(t)-\left[\xi(t)+k_0 m_x+k_1 x^0(t)\right].$$

Усредняя левую и правую части уравнения, получим дифференциальное уравнение для среднего значения ошибки слежения

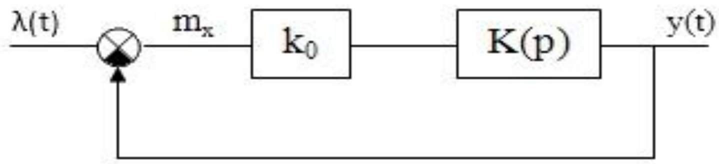
$$m_x(t)=\lambda(t)-k_0 K(p)\, m_x(t).$$

Разность двух последних уравнений дает уравнение для центрированной составляющей ошибки слежения

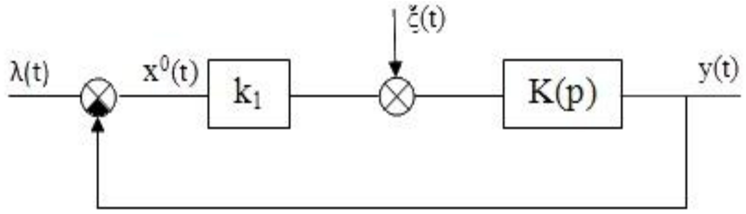
$$x^0(t)=-K(p)\left[\xi(t)+k_1 x^0(t)\right].$$

Структурные схемы, соответствующие двум последним уравнениям, приведены на рисунке

A



b



Схема, приведенная на рис. a служит для определения среднего значения m_x, а на рис. b – дисперсии ошибки слежения. Из анализа первой схемы вытекает, что изображения по Лапласу ошибки слежения $m_x(p)$ и задающего воздействия связаны соотношением

$$m_x(p) = \lambda(p) K_{\lambda x}(p), \; где \; K_{\lambda x}(p) = \frac{1}{1 + k_0 K(p)}.$$

Установившееся среднее значение ошибки слежения находится по теореме о предельном значении оригинала

$$m_x = \lim_{p \to 0} p m_x(p) = \lim_{p \to 0} \frac{p \lambda(p)}{1 + k_0 K(p)}. \qquad \text{(A)}$$

Аналогично из анализа второй схемы вытекает, что передаточная функция, связывающая шум $\xi(t)$ на выходе дискриминатора и флуктуации $x^0(t)$ ошибки слежения, равна

$$K_{\xi x}(p) = \frac{-K(p)}{1 + k_1 K(p)}.$$

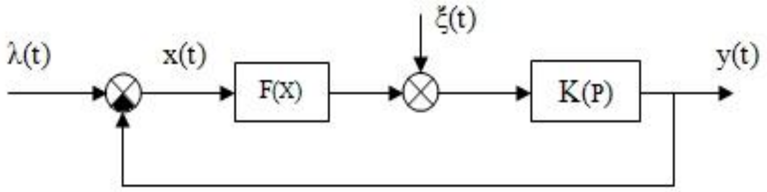
Заменяя, $p \to j\omega$, найдем комплексный коэффициент передачи $K_{\xi x}(j\omega)$ эквивалентного фильтра, на входе которого действует шум $\xi(t)$, а на выходе наблюдаем $x^o(t)$. Дисперсию процесса $x^o(t)$ найдем по формуле

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_\xi(\omega) \left| \frac{K(j\omega)}{1 + k_1 K(j\omega)} \right|^2 d\omega. \qquad \text{(B)}$$

Учитывая, что коэффициенты k_0 и k_1 зависят как от m_x, так и от σ_x^2, выражения (A) и (B) представляют уравнения, связывающие две неизвестные величины m_x и σ_x^2. Для нахождения этих величин необходимо совместно решить алгебраические уравнения (A) и (B). В общем случае система уравнений (A) и (B) решается либо методом последовательных приближений, либо графически. Графический метод решения уравнений рассмотрен на лекции на примере системы углового сопровождения.

Задача №1

Определите математическое ожидание и дисперсию ошибки слежения в установившемся режиме в следящей системе, структурная схема которой показана на рисунке, если λ(t) = ct, Sξ(ω) = Sξ(0), $K_p(p)=\dfrac{K_{u2}(1+pT_1)}{p^2}$, F(x) = Asign(x)



Задача №2

Решить задание №1, изменив и конкретизировав её условия следующим образом: $F(x)=A\sin ax$, A = 1 В, $a=1\ рад^{-1}$, T1 = 1 c, $K_{u2}=50\,\dfrac{рад}{В\,c^2}$, $S_\xi(0)=0{,}015\,\dfrac{В^2}{Гц}$, $c=10\,\dfrac{рад}{c}$.

Задача №3

Для условий задачи №2 найдите критическое значение спектральной плотности шума ξ(t), при котором происходит срыв слежения.

Задача №4 Найдите дисперсию ошибки слежения в системе, изображенной на рисунке из задания №1, если $K(p)=\dfrac{K_u}{p}$, F(x) = Asign(x), ξ(t) – белый шум со спектральной плотностью Sξ(0), λ(t) – случайный процесс со спектральной плотностью $S_\lambda(\omega)=\dfrac{a^2}{\omega^2}$.

Тема 7 : Анализ дискретных систем радиоавтоматики.

Анализ детерминированных процессов в дискретных системах проводится методом z- преобразования по следующей схеме. Вначале находится z- преобразование $\lambda(z)$ входного воздействия $\lambda(t)$. По структурной схеме системы определяется дискретная передаточная функция $K_{\lambda v}(z)$, связывающая входное воздействие $\lambda(t)$ и выходной процесс $v(t)$. Далее путем перемножения $\lambda(t)$ и $K_{\lambda v}(z)$ определяем $z-$изображение $V(z)$ выходного процесса, т.е. $V(z)=K_{\lambda v}(z)\lambda(z)$. Затем по известному z- изображению отклика $V(z)$ находится сам дискретный выходной процесс $v(kT)$.

Существует несколько способов нахождения процесса $v(kT)$ по его изображению. В общем случае переход от $V(z)$ к $v(kT)$ определяется интегралом обращения. Для его вычисления можно использовать теорему о вычетах, в соответствии с которой

$$v(kT)=\frac{1}{2\pi j}\oint_C V(z)z^{k-1}dz=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{Res}\left[V(z)z^{k-1}\right],$$

где z_i - полюсы подынтегральной функции $f(z)=V(z)z^{k-1}$. Напомним, что вычет $f(z)$ в случае простого полюса равен

$$\operatorname*{Res}_{x\to z_i} f(z)=\lim_{z\to z_i}(z-z_i)f(z).$$

Вычет в полюсе кратности m описывается выражением

$$\operatorname*{Res}_{z\to z_i} f(z)=\lim_{z\to z_i}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[(z-z_i)^m f(z)\right].$$

В ряде случаев удается найти процесс $v(kT)$ по его изображению $V(z)$ с помощью таблиц z- изображений временных функций. При этом $V(z)$ представляется в виде суммы простых функций, для которых составлены таблицы z- преобразований, т.е.

$$V(z)=\sum_{i=1}^{n}V_i(z).$$

Тогда для каждого слагаемого $V_i(z)$ с помощью таблиц z- преобразований находится соответствующий оригинал- временная функция $v_i(kT)$. Результирующая временная функция $v(kT)$, соответствующая z-изображению $V(z)$, будет равна сумме временных функций $v_i(kT)$:

$$v(kT)=\sum_{i=1}^{n}v_i(kT).$$

Еще один способ определения процесса $v(kT)$ по изображению $V(z)$ основан на разложении изображения $V(z)$ в ряд по степеням z^{-1}, т.е. на представлении его в виде

$$V(z)=\sum_{k=0}^{\infty}C_k z^{-k}. \qquad (C)$$

Сравнение этого выражения с z- изображением временной функции $v(kT)$

$$V(z)=\sum_{k=0}^{\infty}v(kT)z^{-k}$$

показывает, что коэффициенты ряда (С) представляют значения искомой функции, т.е. $C_k=v(kT)$. Если изображение $V(z)$ является дробно- рациональной функцией z, то его всегда можно записать в виде

$$V(z)=\frac{a_0+a_1z^{-1}+\ldots+a_mz^{-m}}{1+d_1z^{-1}+\ldots+d_nz^{-n}}$$

и далее для представления $V(z)$ в виде (С) воспользоваться алгоритмом деления степенных рядов, стоящих в числителе и знаменателе последнего выражения. Выполнение этой процедуры показывает, что коэффициенты $C_k=v(kT)$ определяются рекуррентным соотношением

$$C_k=a_k-\sum_{i=1}^{k}v[(k-1)T]d_i,\quad k\ge 1,$$

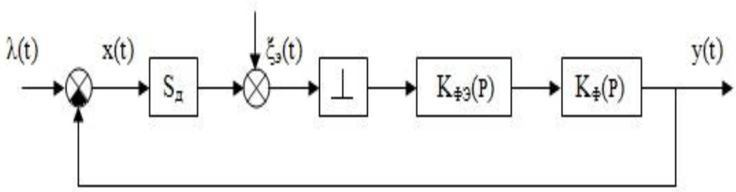
где $v(0)=a_0$, а коэффициенты $a_k=0\ \ при\ \ k>m\ \ и\ \ d_i=0\ \ при\ \ i>n.$

Для определения отклика дискретной системы на детерминированное воздействие можно воспользоваться разностным уравнением $v_k = \sum_{i=0}^{m} b_i \lambda_{k-i} - \sum_{i=1}^{n} a_i v_{k-i}$, где $v_k = v\ kT$ и $\lambda_k = \lambda\ kT$.

При невысоком порядке этого уравнения $n \le 2$ его решение можно получить в аналитическом виде. При высоком порядке разностного уравнения $n > 2$ его решение получают численными методами на ЭВМ, последовательно придавая индексу k значения k= 0,1,2,… и определяя шаг за шагом значения процесса $v\ kT$. При этом следует учитывать, что значения $v_i\ \ \lambda_i$ при отрицательных индексах i равны нулю.

Задача №1

Для системы, изображенной на рисунке, найдите передаточную функцию Kλx(z), если $K_{фэ}(p) = \dfrac{1-\exp[-pT]}{p}$ и $K_{ф}(p) = \dfrac{K}{1+pT_{ф}}$



Задача №2

В дискретной системе, изображенной на рисунке из предыдущей задачи, найдите передаточную функцию Kλy(z), приняв, что $K_{фэ}(p) = \dfrac{1-\exp[-pT]}{p}$; $K_{ф}(p) = \dfrac{K_{u2}(1+pT_1)}{p^2}$.

Задача №3

Найдите значение ошибки слежения в установившемся режиме для системы, описанной в задаче №2, приняв, что $\lambda(t) = \alpha_2 t^2$, $\xi_э(t) = 0$.

Задача №4

Запишите разностное уравнение , связывающее значения дискретных процессов λ[kT] и y[kT], для дискретной системы, изображенной на рисунке из задания №1, если $K_{фэ}(p) = \dfrac{1-\exp[-pT]}{p}$, $K_{ф}(p) = \dfrac{K_{u2}(1+pT_1)}{p^2}$.

Задача №5

Определить значения ошибки слежения в момент времени t = kT в системе, описанной в задании №1, при подаче на её вход воздействия $\lambda(t) = \alpha\, 1(t)$, $\xi_э(t) = 0$.

Задача №6

Для системы, описанной в задании №1, найдите в установившемся режиме дисперсию ошибки слежения в момент времени $t = kT$, приняв, что $\lambda(t) = 0$, $\xi_э(t)$ – широкополосный случайный процесс с функцией корреляции $R(\tau)$, равной нулю при $\tau > T$ и дисперсией $\sigma_э^2$.