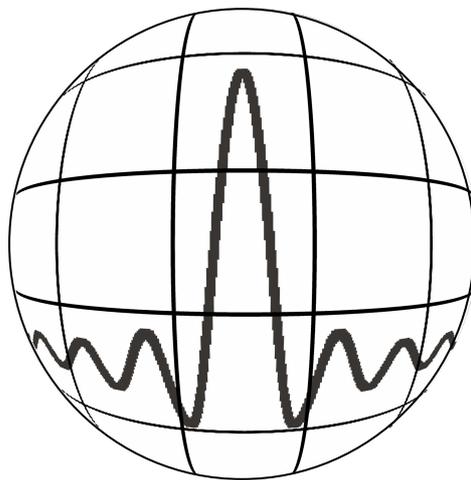


Каратаева Н.А., Ворошилин Е.П

Компьютерный лабораторный практикум

**по дисциплине
«Радиотехнические цепи и сигналы»**



ТОМСК 2010

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерный лабораторный практикум по курсу «Радиотехнические цепи и сигналы» (РТЦиС) предназначен для исследования радиосигналов во временной и спектральной областях, а также для моделирования преобразований сигналов в линейных цепях.

Компьютерный лабораторный практикум был разработан в среде Windows на языке C++ в среде разработки C++ Builder 5.0 Standard. В процессе разработки исходного кода лабораторного практикума использовались стандартные конструкции языка C++.

Был реализован алгоритм N-точечного прямого и обратного БПФ по основанию 2 с прореживанием по времени вещественной функции. Дополнительное повышение скорости получено путем перехода к задаче с в два раза меньшим числом значений, но с ненулевой мнимой частью.

Компьютерный лабораторный практикум состоит из 4 лабораторных работ, при постановке которых использован опыт выполнения лабораторного практикума на натуральных макетах.

Виртуальный лабораторный стенд содержит :

- генератор 18 гармонических колебаний кратных частот;
- 2 генератора периодических сигналов сложной формы;
- устройство суммирования и устройство умножения двух периодических сигналов сложной формы;
- перестраиваемые интегрирующую и дифференцирующую линейные цепи;
- 2 осциллографа;
- 2 анализатора спектров.

Стандартный экран (основное окно) виртуального лабораторного стенда содержит 2 генератора периодических сигналов сложной формы и 2 прибора наблюдения.

Настройка генераторов периодических сигналов предусматривает следующие действия:

- выбор формы периодического сигнала;
- установление амплитуды импульса и его длительности;
- задание периода и величины задержки по времени;
- введение значения постоянной составляющей.

Основное окно лабораторного стенда позволяет:

- выбрать режим отображения;
- подключить для исследования сигналов 2 осциллографа;
- подключить для исследования сигналов 2 анализатора спектров;
- подключить для исследования сигналов один осциллограф и один анализатор спектра.

В приборах наблюдения калибровка масштаба по оси ординат осуществляется автоматически. Автоматическая калибровка по оси абсцисс дополняется возможностью ручной подстройки либо оси времени (в микросекундах), либо оси частот (в килогерцах).

В первой лабораторной работе исследуются связи между формой периодических сигналов и их спектрами.

Пример временного и спектрального представления периодической последовательности прямоугольных импульсов со скважностью 4 показан на рис. 3.

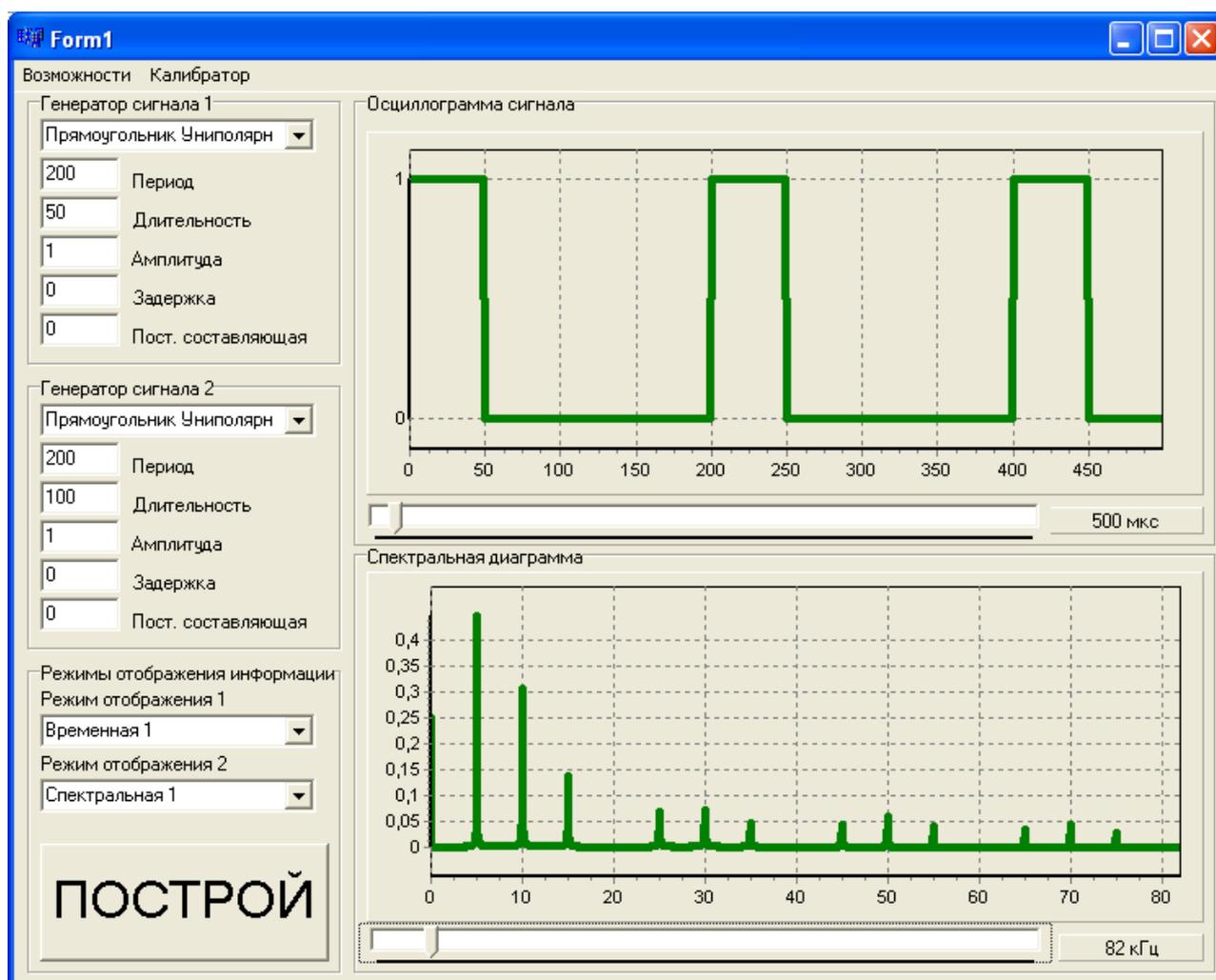


Рис.3 – Основное окно виртуального лабораторного стенда, содержащее рабочее поле генератора сигнала 1, рабочее поле генератора сигнала 2, рабочее поле режима отображения 1 и рабочее поле режима отображения 2

Вторая лабораторная работа посвящена спектральному анализу амплитудно-модулированных сигналов и сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией.

В третьей лабораторной работе исследуются изменения, происходящие во временном и спектральном представлениях сигналов на выходе линейной цепи при интегрировании и дифференцировании.

В четвертой лабораторной работе проводится синтез периодических сигналов в гармоническом базисе.

При разработке содержания компьютерного лабораторного практикума исходили из необходимости предварительного выполнения студентами расчетно – графических заданий и последующего моделирования различных видео и радиосигналов с помощью виртуального лабораторного стенда, а также исследования спектра и оценки его ширины в зависимости конкретных параметров линейных цепей.

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

1.1 Гармонический анализ периодических сигналов сложной формы

1.2 Цель работы – изучение спектрального состава периодических сигналов в зависимости от формы, периода и длительности импульсов

1.3 Краткие теоретические сведения. Основные обозначения и расчетные формулы

Периодическую функцию $s(t)$ с периодом T можно представить рядом Фурье по системе тригонометрических функций кратных аргументов:

Таблица 1.1 – Ряды Фурье и расчетные соотношения для тригонометрического и комплексного базисов

№	Формы записи ряда Фурье	Формулы для расчета коэффициентов
1	$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jn\omega_1 t}$	$\dot{C}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$
2	$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_1 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_1 t$	$\frac{a_0}{2} = \dot{C}_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt$ $a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt$ $b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt$

3	$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$ $s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$	$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = 2 \cdot \dot{C}_n $ $\varphi_n = -\arctg \frac{b_n}{a_n} = \arg \dot{C}$ $\dot{C}_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$
---	---	---

Ряд, показанный в третьей строке таблицы 1, описывает периодический сигнал $s(t)$ в виде суммы постоянной составляющей $a_0/2$ и гармонических составляющих с амплитудами A_n и начальными фазами φ_n .

Совокупность амплитуд, фаз и частот гармонических составляющих называют соответственно спектром амплитуд, спектром фаз и спектром частот. Амплитудно-частотный и фазочастотный спектры можно представить графически.

Представим периодическую последовательность прямоугольных импульсов (рисунок 1.1) суммой гармонических колебаний. Определим амплитуды и фазы гармоник.

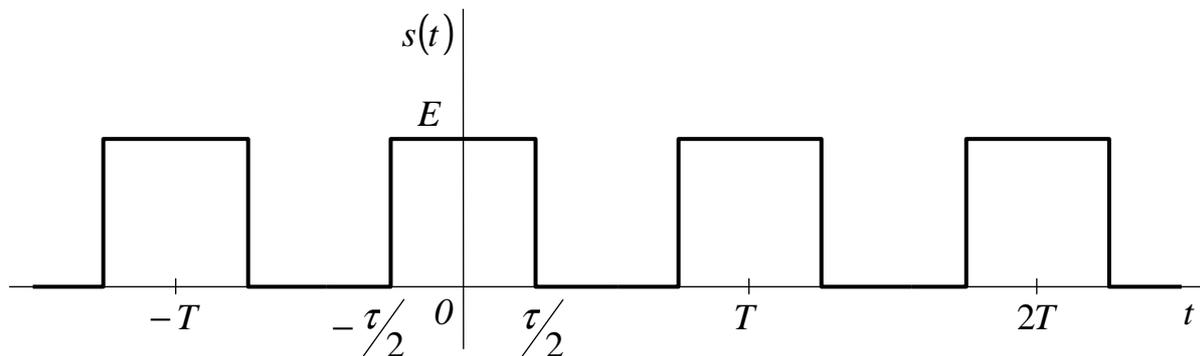


Рисунок 1.1 – Периодическая последовательность импульсов

Заданный сигнал является четной функцией времени, т.е. в разложении будут присутствовать только косинусоидальные составляющие с весовыми коэффициентами a_n :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot \cos n\omega_1 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cdot \cos n\omega_1 t dt.$$

Произведение двух четных функций $s(t)$ и $\cos n\omega_1 t$ образует четную функцию времени. Интеграл от четной функции на симметричном интервале равен удвоенному значению интеграла за половину интервала интегрирования. Выполняя преобразования, получим

$$a_n = \frac{4E}{T} \int_0^{\tau/2} \cos n\omega_1 t dt = \frac{4E}{T} \frac{1}{n\omega_1} \sin n\omega_1 \frac{\tau}{2} = \frac{2E\tau}{T} \cdot \frac{\sin n\omega_1 \frac{\tau}{2}}{n\omega_1 \frac{\tau}{2}},$$

$$A_n = |a_n| = \frac{2E\tau}{T} \cdot \left| \frac{\sin n\omega_1 \frac{\tau}{2}}{n\omega_1 \frac{\tau}{2}} \right|,$$

$$\varphi_n = -\arctg \frac{b_n}{a_n} = -\arctg \frac{0}{a_n} = \begin{cases} 0, & a_n > 0, \\ -\pi, & a_n < 0. \end{cases}$$

Ряд Фурье для заданного периодического сигнала в соответствии с таблицей 1.1 может иметь три формы записи:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E\tau}{T} \cdot \frac{\sin n\omega_1 \frac{\tau}{2}}{n\omega_1 \frac{\tau}{2}} \cdot e^{jn\omega_1 t} = \\ &= \frac{E\tau}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E\tau}{T} \cdot \frac{\sin n\omega_1 \frac{\tau}{2}}{n\omega_1 \frac{\tau}{2}} \cdot \cos n\omega_1 t = \\ &= \frac{E\tau}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E\tau}{T} \cdot \left| \frac{\sin n\omega_1 \frac{\tau}{2}}{n\omega_1 \frac{\tau}{2}} \right| \cdot \cos(n\omega_1 t + \varphi_n). \end{aligned}$$

Отношение периода к длительности прямоугольного импульса называют скважностью q

$$q = \frac{T}{\tau}.$$

Рассмотрим случай, когда период в два раза больше длительности, т.е. $q = \frac{T}{\tau} = 2$. Откуда

$$a_n = E \frac{\sin n\pi/2}{n\pi/2} = \begin{cases} 0, & n = 2m, \\ \frac{2E}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1}, & n = 2m-1, \end{cases}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Сумма гармоник, описывающая анализируемый сигнал для случая $T = 2\tau$, имеет вид

$$s(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \cos \omega_1 t - \frac{2E}{3\pi} \cos 3\omega_1 t + \frac{2E}{5\pi} \cos 5\omega_1 t - \dots$$

и графически изображена на рисунке 1.2.

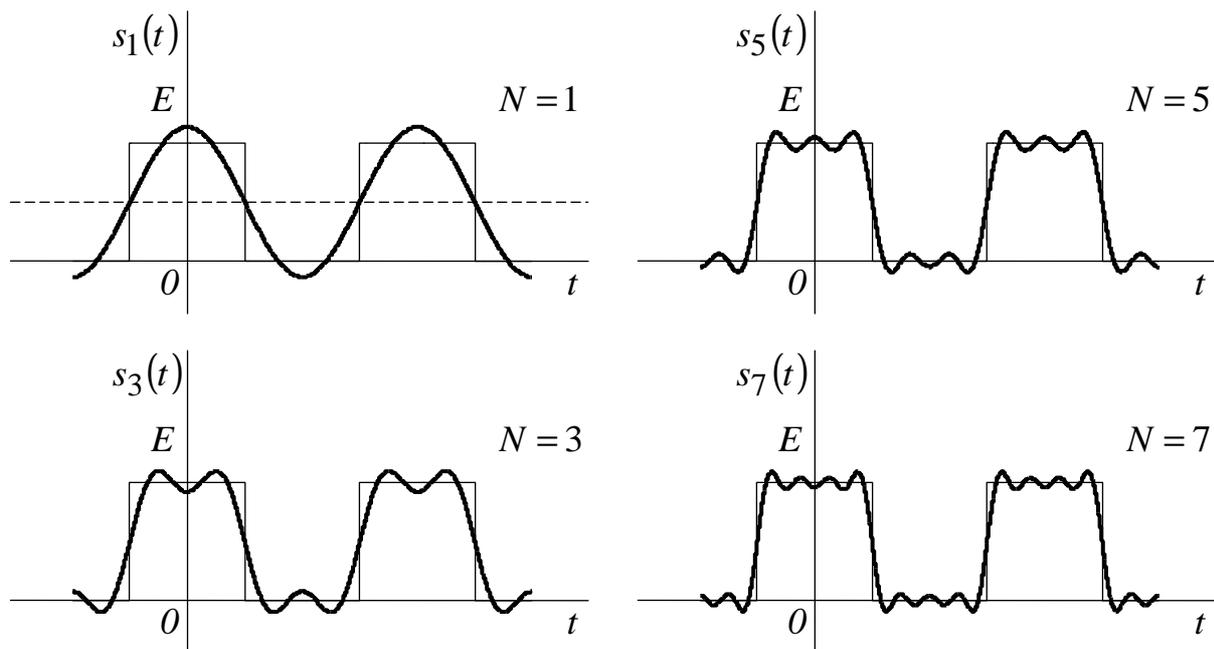


Рисунок 1.2 – Временное представление сигнала $s(t)$ и усеченного ряда Фурье $s_N(t)$ ($N = 1, 3, 5, 7$)

На рисунке 1.2 показано, как меняется форма суммы гармонических колебаний с ростом количества слагаемых ряда Фурье. Чем больше учтено гармонических колебаний, тем лучше описываются разрывы в исследуемом сигнале. Кроме того, отмечаем равноволновый характер приближения к анализируемому сигналу и уменьшение абсолютного значения погрешности.

Домашнее задание

- 1) Проработать лекционный материал и рекомендованную литературу по теме: "Спектральный анализ периодических сигналов".
- 2) Рассчитать и построить спектр амплитуд и спектр фаз заданных сигналов с униполярной и чередующейся полярностью импульсов, произвести качественный анализ полученных спектров, сравнить временное и спектральное представление (для следующих соотношений между периодом и длительностью импульса $T = 2\tau, T = 3\tau, T = 4\tau$).
- 3) Для периодического сигнала с чередующейся полярностью импульсов построить оценку, состоящую из трех гармонических колебаний.
- 4) Рассчитать погрешность представления сигнала оценкой из трех гармонических колебаний.

Лабораторное задание

- 1) Исследовать и зарисовать временные и спектральные модели следующих сигналов:
 - моногармоническое колебание с периодом 16, 32, 64, ... , 1024 мкс;
 - бигармоническое колебание с периодом 16, 32, 64, ... , 1024 мкс.
- 2) Изучить связь между формой периодического сигнала и его спектром для трех сигналов: периодической последовательности униполярных прямоугольных импульсов; периодической последовательности импульсов треугольной формы и периодической последовательности импульсов с формой в виде приподнятого синуса (рекомендуемые значения периода $T = 256 \text{ мкс}$ и длительности импульса $\tau = 128 \text{ мкс}$).
- 3) Изучить изменения в спектре амплитуд, происходящие при уменьшении и увеличении длительности прямоугольных импульсов периодической последовательности с постоянным периодом повторения (рекомендуемый период $T = 256 \text{ мкс}$).
- 4) Исследовать изменения в спектре амплитуд, происходящие при увеличении периода повторения и постоянной длительности импульсов.
- 5) Смоделировать периодические сигналы с униполярной и чередующейся полярностью импульсов, зарисовать в масштабе спектрограммы и осциллограммы проанализированных дома сигналов.

Указания к отчету

Отчет должен содержать:

- 1) расчеты спектров амплитуд периодических последовательностей прямоугольных (униполярных и знакочередующихся) видеоимпульсов;
- 2) построение оценки одного из сигналов;
- 3) таблицы и графики экспериментальных данных;
- 4) выводы и обсуждение полученных результатов.

Вопросы для самопроверки

1. Какими свойствами обладают спектры периодических сигналов?
2. Как влияет изменение длительности импульса и периода повторения на спектр периодической последовательности прямоугольных видеоимпульсов?

3. Как отразится на спектре периодического сигнала изменение положения начала отсчета времени?
4. Постройте и сравните спектры периодической последовательности униполярных импульсов и периодической последовательности знакопеременных импульсов.
5. Как изменится спектр периодического сигнала, если период повторения устремить в бесконечность?
6. Какая связь существует между сплошным спектром непериодического сигнала и линейчатым спектром соответствующего периодического сигнала?
7. Запишите выражение для спектральной плотности периодического сигнала.
8. Получите спектр пачки из двух, трех, пяти и т.д. прямоугольных видеоимпульсов.
9. Сравните спектры периодической последовательности видеоимпульсов и пачки из нескольких этих же видеоимпульсов.
10. Как связаны между собой длительности импульса и ширина спектра?

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ПРОХОЖДЕНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

2.1 Цель работы

В результате выполнения лабораторной работы студент должен приобрести практические навыки:

- 1) анализа прохождения периодических сигналов через линейные цепи на основе спектрального и временного методов;
- 2) сравнения спектрального состава сигналов на входе и выходе простейших линейных цепей;
- 3) исследование искажений, возникающих при прохождении импульсных периодических сигналов через простейшие фильтры верхних и нижних частот.

2.2 Краткие теоретические сведения. Основные обозначения и расчетные формулы

Основная задача теории сигналов и линейных электрических цепей (ЛЭЦ) заключается в определении сигнала на выходе известной линейной цепи при заданном воздействии.

При решении задачи в спектральной области входной периодический сигнал представляется в виде суммы гармонических колебаний, каждое из которых проходит через линейную цепь независимо от других. Отклик определяется как сумма гармонических колебаний с измененными амплитудами и начальными фазами.

При решении задачи во временной области воздействие представляется в виде интегральной суммы взвешенных функций Хевисайда, каждое из которых проходит через линейную цепь независимо от других. Отклик определяется как интегральная сумма взвешенных переходных характеристик ЛЭЦ.

Кроме функции Хевисайда $\sigma(t)$, в качестве испытательных сигналов применяется дельта-функция $\delta(t)$. Математические модели испытательных сигналов показаны в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Испытательные сигналы и временные характеристики ЛЭЦ (изображения и оригиналы)

Название	Изображение по Лапласу	Оригинал
δ – функция	$L[\delta(t)] = 1$	$\delta(t) = L^{-1}[1]$
Единичный скачок	$L[\sigma(t)] = 1/p$	$\sigma(t) = L^{-1}\left[1/p\right]$
Импульсная характеристика	$L^+[g(t)] = K(p)$	$g(t) = L^{-1}[K(p)]$
Переходная характеристика	$L^+[h(t)] = K(p)/p$	$h(t) = L^{-1}\left[K(p)/p\right]$

Переходная и импульсная характеристики связаны между собой так же, как и входные воздействия, а именно:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau \\ \delta(t) = \frac{d}{dt} \sigma(t) \end{array} \right\} (2.1);$$

$$\left. \begin{array}{l} h(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau \\ g(t) = \frac{d}{dt} h(t) \end{array} \right\}. (2.2)$$

При анализе отклика будем применять предельные соотношения, связывающие между собой передаточную функцию $K(p)$ и переходную характеристику $h(t)$.

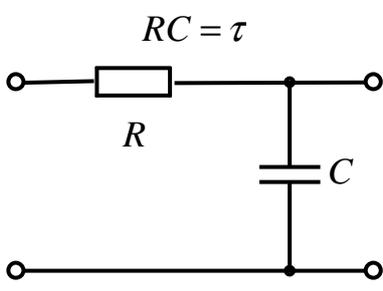
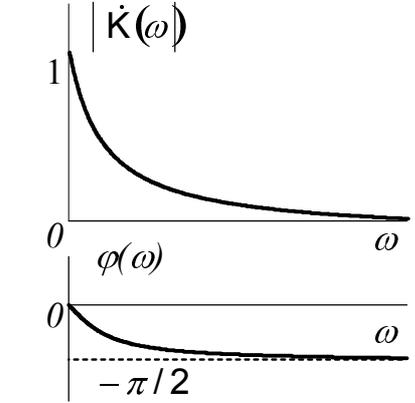
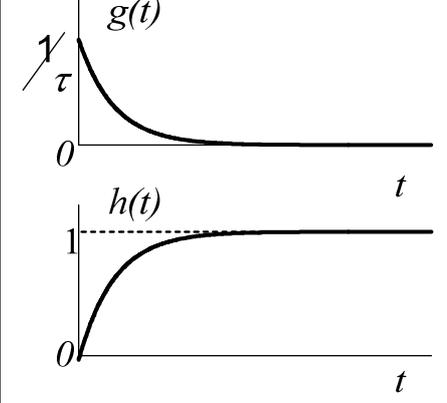
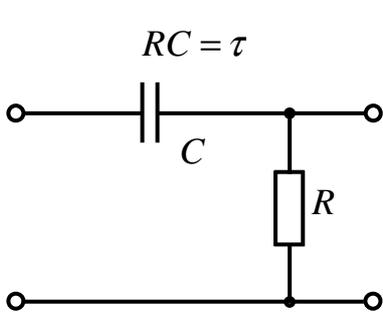
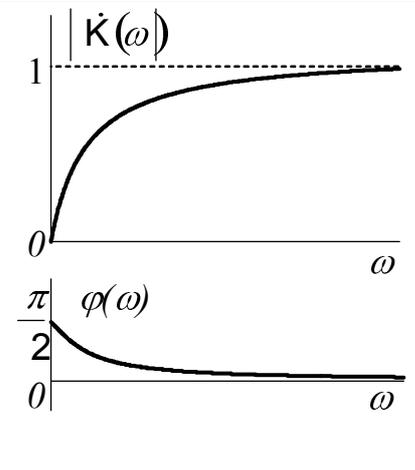
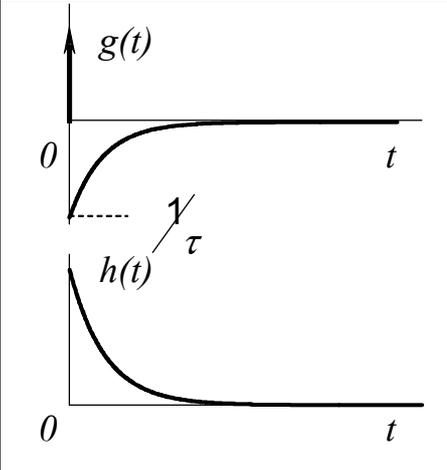
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{p \rightarrow 0} K(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} K(p) = \lim_{t \rightarrow 0} h(t) \end{array} \right\}. (2.3)$$

В таблицах 2.2 и 2.3 показаны математические и графические модели частотных и временных характеристик простейших ЛЭЦ.

Таблица 2.2 – Частотные и временные характеристики простейших ЛЭЦ (математические модели)

Электрическая Цепь	Частотные характеристики ЛЭЦ	Временные характеристики ЛЭЦ
Наименование	<i>Передаточная функция</i> $K(p)$, АЧХ и ФЧХ $ \dot{K}(\omega) $ $\varphi(\omega)$	<i>Переходная</i> $h(t)$ и <i>импульсная</i> $g(t)$ <i>характеристики</i>
Интегр. цепь	$K(p) = \frac{1/\tau}{p + 1/\tau}$ $ \dot{K}(\omega) = \frac{1/\tau}{\sqrt{(1/\tau)^2 + \omega^2}}$ $\varphi(\omega) = -\arctg \omega\tau$	$g(t) = 1/\tau \cdot e^{-t/\tau} \sigma(t)$ $h(t) = \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \sigma(t)$
Диффер. цепь	$K(p) = \frac{p}{p + 1/\tau}$ $ \dot{K}(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{(1/\tau)^2 + \omega^2}}$ $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega/\alpha$	$g(t) = \delta(t) - 1/\tau \cdot e^{-t/\tau} \sigma(t)$ $h(t) = e^{-t/\tau} \cdot \sigma(t)$

Таблица 2.3 – Частотные и временные характеристики простейших ЛЭЦ (графические модели)

Электрическая цепь	Частотные характеристики ЛЭЦ	Временные характеристики ЛЭЦ
Схема	АЧХ и ФЧХ	Переходная и импульсная характеристики
 <p style="text-align: center;">$RC = \tau$</p> <p style="text-align: center;">R</p> <p style="text-align: center;">C</p>	 <p style="text-align: center;">$K̇(\omega)$</p> <p style="text-align: center;">$\varphi(\omega)$</p> <p style="text-align: center;">$-\pi/2$</p>	 <p style="text-align: center;">$g(t)$</p> <p style="text-align: center;">$h(t)$</p>
 <p style="text-align: center;">$RC = \tau$</p> <p style="text-align: center;">C</p> <p style="text-align: center;">R</p>	 <p style="text-align: center;">$K̇(\omega)$</p> <p style="text-align: center;">$\varphi(\omega)$</p>	 <p style="text-align: center;">$g(t)$</p> <p style="text-align: center;">$h(t)$</p>

Домашнее задание

- 1) Проработать лекционный материал и рекомендованную литературу по теме «Прохождение детерминированных сигналов через линейные цепи», изучить методы анализа.
- 2) Рассчитать и построить амплитудно-частотные (АЧХ), фазочастотные (ФЧХ) и временные (переходную и импульсную) характеристики интегрирующей и дифференцирующей цепей (см. табл. 2.2 и 2.3) полагая, что постоянные времени цепей $\tau_{иц}$ и $\tau_{дц}$ связаны с длительностью импульса τ_u (16, 32, 64, ... , 512 мкс) соотношением $\tau_{и1} = \tau_u$, $\tau_{и2} = 5 \cdot \tau_u$, $\tau_{и3} = 0.2 \cdot \tau_u$.
- 3) Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз на выходе цепей, совместить с учетом масштаба спектры входного и выходного сигналов на одной спектрограмме.
- 4) Дать временное представление сигнала на выходе линейной цепи, изобразить на одном графике сигналы на входе и выходе цепей.

Примечание. Частоту в килогерцах менять в пределах от нуля до 500 кГц (рассчитать 5-10 точек). Время t менять в пределах от нуля до $10\tau_u$.

Лабораторное задание

- 1) Установить значения сопротивления и емкости для заданной постоянной времени дифференцирующей $\tau_{дц}$ и интегрирующей $\tau_{иц}$ цепей.
- 2) Получить и зарисовать в масштабе осциллограммы импульсной и переходной характеристик заданных цепей для трех значений постоянной времени $\tau_{и1} = \tau_u$, $\tau_{и2} = 5 \cdot \tau_u$, $\tau_{и3} = 0.2 \cdot \tau_u$.

- 3) Снять и зарисовать в масштабе амплитудно-частотные характеристики цепей для трех значений постоянной времени цепи $\tau_{ц1} = \tau_u$, $\tau_{ц2} = 5 \cdot \tau_u$, $\tau_{ц3} = 0.2 \cdot \tau_u$.
- 4) Измерить и зарисовать в масштабе спектрограммы и осциллограммы сигналов на входе и выходе цепей для
$$\tau_{шц} = \tau_{дц} \approx \frac{\tau}{2.31}.$$
- 5) Исследовать изменения в спектре сигнала, а также искажения в форме сигнала, возникающие при различных соотношениях между постоянными времени цепей $\tau_{шц}$, $\tau_{дц}$ и длительностью импульса τ , наиболее характерные осциллограммы и спектрограммы представить в отчете.

Указания к отчету

Оформление согласно общим требованиям и правилам.

При представлении результатов работы совмещать на отдельной спектрограмме спектры сигнала на входе и выходе цепи, а также на отдельном графике осциллограммы сигнала на входе и выходе цепи для каждого характерного случая.

Вопросы для самопроверки

Поясните:

- 1) на чем базируется спектральный метод расчета реакции линейной цепи на периодическое воздействие; на непериодическое воздействие;
- 2) на чем базируется методы временного интегрирования условно называемые метод интеграла Дюамеля и метод интеграла свертки;
- 3) какова связь между частотными и временными характеристиками линейных цепей.
- 4) как экспериментально снять временные характеристики линейных цепей;
- 5) почему меняется форма сигнала при прохождении его через линейную цепь;
- 6) каковы условия неискаженной передачи сигнала по каналу связи;
- 7) как отражаются искажения в области низких и высоких частот на форме сигнала;
- 8) как по графику переходной характеристики определить постоянную времени цепи;
- 9) смысл и размерность постоянных времени интегрирующих и дифференцирующих RC и RL – цепей;

- 10) при каких сочетаниях между постоянной времени цепи и длительностью импульса положительной полярности с выхода 13 «Генератора видеосигналов» этот импульс может служить моделью единичного скачка;
- 11) при каких условиях RC – фильтр верхних частот ведет себя как дифференцирующая цепь, неискажающая цепь (межкаскадная разделительная цепь);
- 12) при каких условиях RC – фильтр нижних частот приближается к идеальному интегралу (на основе временного и частотного подходов).

Изобразите:

- 1) частотные характеристики цепи, неискажающей сигнал;
- 2) схемы и графики АЧХ и ФЧХ интегрирующей и дифференцирующей RC и RL – цепей;
- 3) переходные характеристики ФВЧ и ФНЧ на RC и RL – цепях;
- 4) переходные характеристики полосопропускающей апериодической цепи.

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

3.1. Цель работы

Изучив основные параметры и характеристики амплитудно-модулированных (АМ) сигналов. Исследовать спектры радиосигналов, полученных путем амплитудной модуляции гармонического сигнала и периодической последовательности коротких импульсов управляющими периодическими сигналами сложной формы.

2.3 Основные обозначения, расчетные формулы и определения

Модулированные колебания – это высокочастотные узкополосные сигналы, которые можно представить в виде

$$s_{\mathcal{M}}(t) = A(t) \cdot \cos \Psi(t). \quad (3.1)$$

Здесь $A(t)$ – медленно изменяющаяся по сравнению с $\cos \Psi(t)$ функция, называемая огибающей, а $\Psi(t)$ – обобщенная фаза.

Если положить $\Psi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$, а $A(t) = A_0$, то сигнал (3.1) преобразуется в высокочастотное гармоническое колебание, обычно используемое в качестве несущего колебания

$$s_0(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A_0 \cos \Psi_0(t). \quad (3.2)$$

Амплитудной модуляцией называется изменение амплитуды несущего колебания в соответствии с управляющим сигналом. При амплитудной модуляции огибающая амплитудно-модулированного сигнала (АМ–сигнала) получается в результате суммирования амплитуды несущего колебания A_0 и взвешенного управляющего сигнала $s_y(t)$ (рисунок 3.1).

$$A(t) = A_0 + k_{ам} \cdot s_y(t), \quad (3.3)$$

где $k_{ам}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от параметров амплитудного модулятора.

Если A_0 и $s_y(t)$ одномерные величины, то $k_{ам}$ – безразмерный коэффициент. Для АМ–сигнала общее выражение (3.1) можно заменить следующим:

$$s_{ам}(t) = [A_0 + k_{ам} \cdot s_y(t)] \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.4)$$

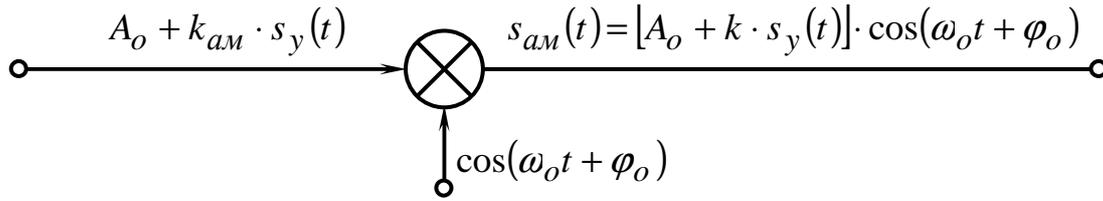


Рисунок 3.1 – Реализация амплитудной модуляции с помощью перемножителя

Чтобы огибающая $A(t)$ сохраняла однозначную связь с управляющим колебанием $s_y(t)$, необходимо выполнение условия

$$A(t) \geq 0, \text{ или } A_o \geq |k_{ам} \cdot s_y(t)|. \quad (3.5)$$

Если амплитуда несущего колебания A_o меньше $|k_{ам} \cdot s_y(t)|$, возникает явление, называемое “перемодуляцией”.

Рассмотрим тональную амплитудную модуляцию, при которой несущее и управляющее колебания описываются гармоническими моделями вида:

$$s_y(t) = B \cos(\Omega t + \varphi_y);$$

$$s_o(t) = A_o \cos(\omega_o t + \varphi_o).$$

Здесь A_o , B – амплитуды; ω_o , Ω – частоты; φ_o , φ_y – начальные фазы.

Амплитудно-модулированное колебание получим, используя (3.3) и (3.4).

$$s_{ам}(t) = A_o [1 + M \cdot \cos(\Omega t + \varphi_y)] \cdot \cos(\omega_o t + \varphi_o), \quad (3.6)$$

где M – коэффициент амплитудной модуляции (иногда называют глубиной модуляции).

$$M = \frac{k_{ам} \cdot B}{A_o}. \quad (3.7)$$

При неискаженной модуляции ($M \leq 1$) амплитуда модулированного колебания меняется в пределах от максимальной A_{\max} до минимальной A_{\min} (при $\cos(\Omega t + \varphi_y) = \pm 1$ соответственно)

$$\left. \begin{aligned} A_{\max} &= A_o(1 + M) \\ A_{\min} &= A_o(1 - M) \end{aligned} \right\}. \quad (3.8)$$

Анализируя временное представление АМ–сигнала, можно рассчитать параметры A_o и M

$$M = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}, \quad (3.9)$$

$$A_o = \frac{1}{2}(A_{\max} + A_{\max}). \quad (3.10)$$

Раскрывая скобки в выражении (3.6) и используя формулы тригонометрических преобразований, получим сумму трех гармонических колебаний

$$s_{am}(t) = A_o \cdot \cos(\omega_o t + \varphi_o) + \frac{A_o M}{2} \cdot \cos[(\omega_o + \Omega)t + \varphi_o + \varphi_y] + \frac{A_o M}{2} \cdot \cos[(\omega_o - \Omega)t + \varphi_o - \varphi_y]. \quad (3.11)$$

При амплитудной модуляции произвольным периодическим сигналом происходит линейный перенос спектра управляющего сигнала в область верхней боковой полосы (ВБП). Кроме того, образуется симметричная относительно несущего колебания нижняя боковая полоса (НБП). Спектр модулированного сигнала показан на рисунке 3.2.

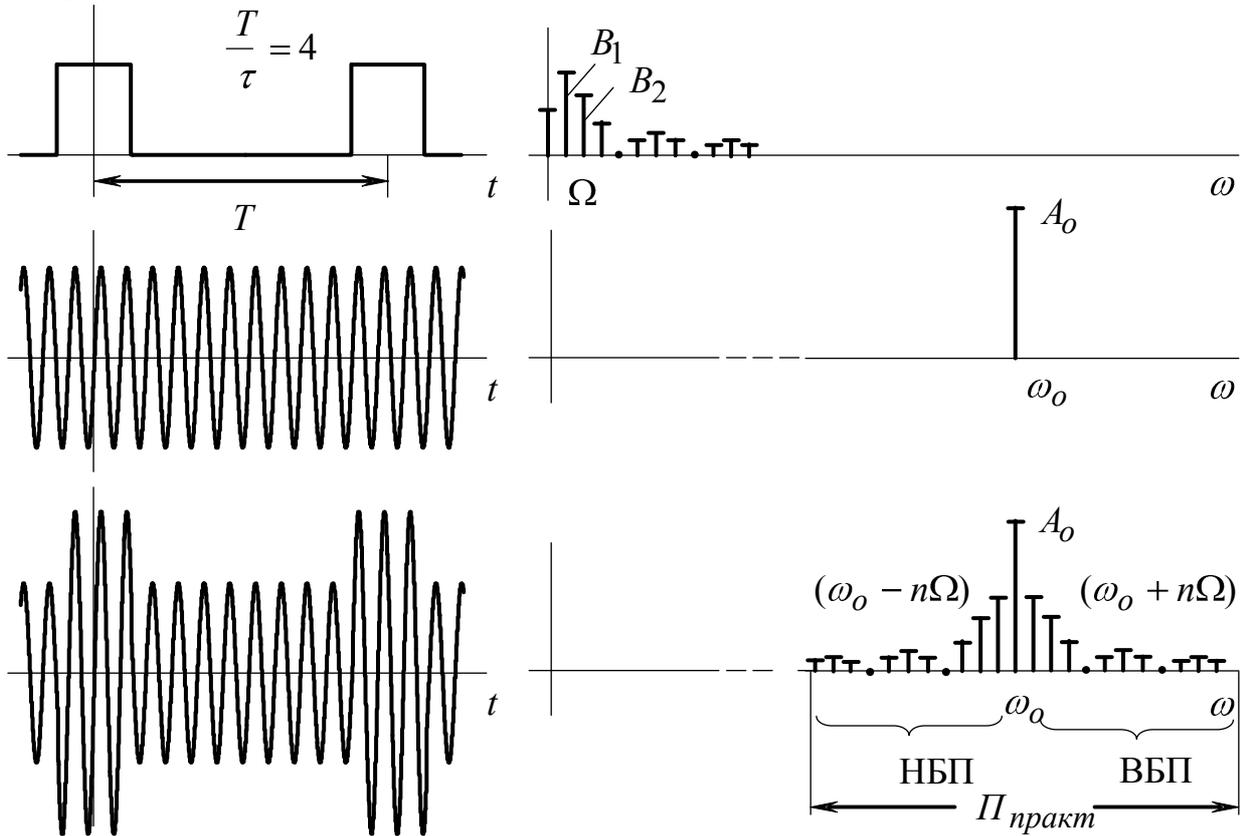


Рисунок 8.6 – Временное и спектральное представления радиосигнала при амплитудной модуляции периодическим управляющим сигналом

Практическая ширина спектра АМ–сигнала равна удвоенной максимальной частоте (учитываемой в спектре управляющего сигнала)

$$П_{\text{практ}} = 2\Omega_{\max} = 2n_{\max}\Omega.$$

Домашнее задание

Самостоятельная работа заключается в следующем:

- 1) проработать лекционный материал и рекомендованную литературу по теме «Радиосигналы»;
- 2) дать математическое описание амплитудно-модулированного сигнала (в качестве несущего сигнала использовать гармоническое колебание с параметрами $U_{\omega} = 8$ В, $\omega_0 = 2\pi \cdot 32 \cdot 10^3$ рад/с, $\varphi_0 = 60^\circ$, в качестве управляющего сигнала использовать свой вариант из табл. 5.2, коэффициент модуляции $K_{AM} \approx 0.1$);
- 3) рассчитать парциальные коэффициенты модуляции;
- 4) построить спектр амплитуд и спектр фаз АМ-сигнала;
- 5) построить векторные диаграммы, иллюстрирующие тональную модуляцию для двух случаев – простой и балансной модуляции.

Лабораторное задание и методические указания

При выполнении работы необходимо:

- 1) получить тонально-модулированное колебание путем перемножения высокочастотного гармонического колебания без постоянной составляющей и низкочастотного гармонического колебания с постоянной составляющей (несущей и управляющий сигналы снимаются соответственно с генераторов 1 и 2);
- 2) измерить и зарисовать в масштабе осциллограмму и спектрограмму полученного радиосигнала;
- 3) вычислите глубину модуляции по осциллограмме (формула 7.9) и по спектрограмме $M = 2U_{\sigma}/U_0$ и сравнить их между собой;
- 4) исследовать и изобразить в масштабе осциллограмму и спектрограмму АМ-сигнала при балансной модуляции, получаемой путем перемножения гармонических сигналов с выходов генераторов 1 и 2;
- 5) исследовать и изобразить в масштабе осциллограмму и спектрограмму АМ-сигнала, полученного перемножением высокочастотного гармонического колебания (генератор 1) и проанализированного в домашнем задании управляющего сигнала (генератор 2);

- б) сравнить между собой спектрограммы управляющего сигнала и полученного АМ-сигнала, оценить практическую ширину спектра АМ-сигнала;
- 7) исследовать особенность спектров амплитудно-импульсно-модулированных (АИМ) сигналов, получаемых путем перемножения периодической последовательности униполярных прямоугольных импульсов (с частотами следования 32, 16, 8 кГц) с выхода генератора 1 и сигнала сложной формы по выбору с выхода генератора 2;
- 8) изобразить в масштабе полученные осциллограммы и спектрограммы АИМ-сигналов, сравнить их между собой, а также сравнить спектры АИМ-сигналов со спектром выбранного управляющего сигнала.

Вопросы для самопроверки

Поясните:

- 1) в чем заключается процесс модуляции;
- 2) что понимается под несущим и модулирующим колебаниями;
- 3) как определяется и от чего зависит глубина амплитудной модуляции;
- 4) в чем принципиальное отличие осциллограммы сигналов с балансной амплитудной модуляцией и обычных АМ-сигналов;
- 5) каким путем можно преобразовать радиосигнал с балансной модуляцией в обычный АМ-сигнал;
- 6) в чем заключается причина возникновения искажений в огибающей АМ-сигнала при перемодуляции;
- 7) как записывается АМ-колебание и как формируется спектр при модуляции:
 - гармоническим колебанием;
 - произвольным периодическим колебанием;
 - непериодическим сигналом;
- 8) как изобразить векторные диаграммы АМ-сигнала при тональной простой и балансной модуляциях;
- 9) в каких пределах меняется мощность АМ-колебания, средняя за период высокой частоты (при простой амплитудной модуляции);
- 10) как распределяется в спектре АМ-сигнала мощность, средняя за период модуляции;
- 11) как осуществляется импульсная модуляция;
- 12) в чем проявляется различия между управляющим и несущим сигналами при импульсной модуляции;
- 13) как формируется спектр АИМ-сигнала;

- 14) какие изменения происходят в спектре управляющего сигнала при импульсной модуляции;
- 15) из каких соображений следует выбирать частоту следования импульсов несущего колебания.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

СИНТЕЗ СИГНАЛОВ ПО ФУРЬЕ

4.1 Цель работы – изучение возможности аппроксимации сигнала многочленом Фурье по ортогональной системе тригонометрических функций.

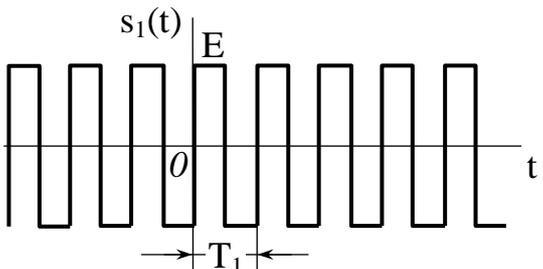
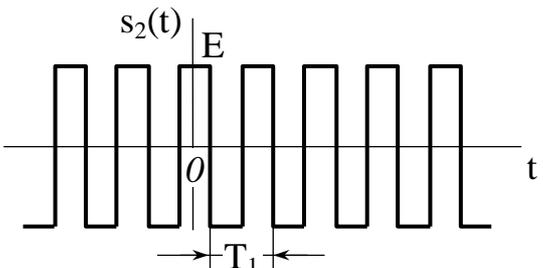
Синтезируются периодические сигналы различной формы и сигналы с амплитудной и угловой модуляцией. Исследуется влияние числа ортогональных составляющих на погрешность аппроксимации.

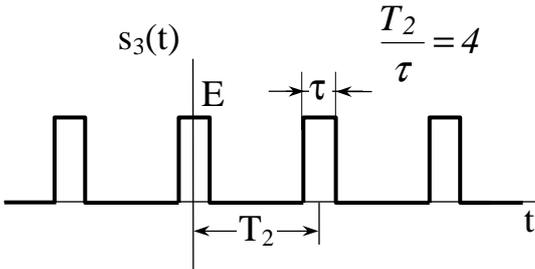
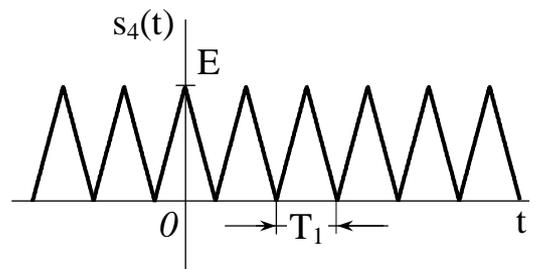
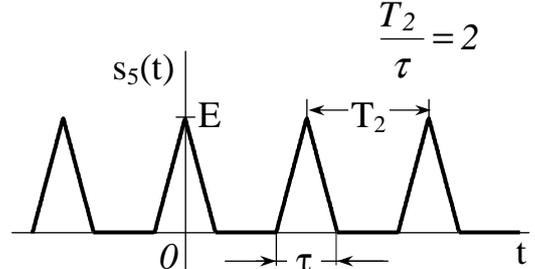
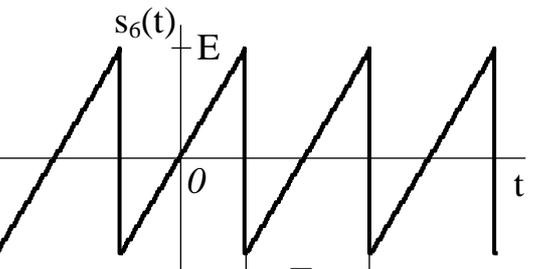
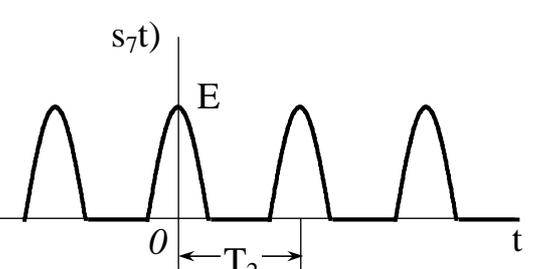
4.2 Основные обозначения, расчетные формулы и определения

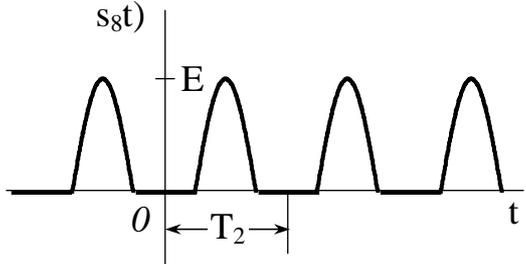
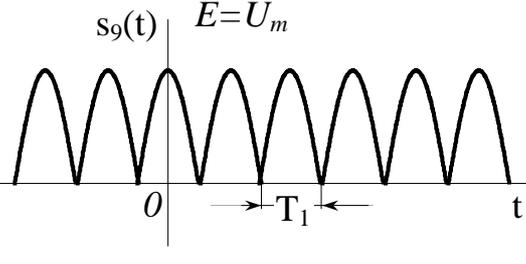
Для синтеза сложных сигналов в качестве ортогональной системы функций можно использовать систему тригонометрических функций кратных аргументов, ортогональную на отрезке T . Периодический сигнал $s(t)$ может быть восстановлен с помощью ряда Фурье, математические модели которого показаны в таблице 1.1.

Примеры разложения в ряд Фурье некоторых управляющих сигналов представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Представления различных периодических сигналов в виде тригонометрических рядов Фурье

№	Сигнал $s(t)$	Ряды Фурье
1		$s_1(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)\omega_1 t$
2		$s_2(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos(2n-1)\omega_1 t$

3		$s_3(t) = \frac{E}{4} + \frac{E}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)}{\frac{\pi n}{4}} \cos n\omega_2 t$
4		$s_4(t) = \frac{E}{2} + \frac{4E}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)\omega_1 t$
5		$s_5(t) = \frac{E}{4} + \frac{E}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{\frac{n\pi}{4}} \right)^2 \cdot \cos n\omega_2 t$
6		$s_6(t) = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\omega_2 t$
7		$s_7(t) = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega_2 t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} \cos 2n\omega_2 t \right]$

8		$s_8(t) = \frac{2E}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \cos \omega_2 t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} \cos 2n \omega_2 t \right]$
9		$s_9(t) = \frac{2E}{\pi} \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} \cos n \omega_1 t \right]$

Домашнее задание

1. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз периодического прямоугольного колебания – «меандры» (4.1) (см. рис. 4.1).
Определить относительную среднеквадратичную погрешность аппроксимации сигнала конечным числом ортогональных составляющих.
2. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз периодического пилообразного колебания (см. рис. 4.2).
Определить относительную среднеквадратичную погрешность аппроксимации сигнала.
3. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз периодической последовательности треугольных импульсов (см. рис. 4.3).
Определить относительную среднеквадратичную погрешность аппроксимации сигнала многочленом Фурье.
4. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз колебания с тональной амплитудой модуляцией, если модулирующая частота $f_0 = 5F_1$, несущая частота $F = F_1$ и коэффициент модуляции $M = 0.5; 1$ и $M > 1$.
5. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз амплитудно-модулированного однополосного колебания при модуляции частотой $F = F_1$ с несущей частотой $f_0 = 5F_1$ и отношением амплитуды боковой составляющей A_{σ} к амплитуде несущей $A_{\sigma}/A_0 = 0.1; 0.5$ и 1.0 .

6. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз АМ-колебания при модуляции «меандром» (см. рис. 4.1), если несущая частота $f_0 = 5F_1$, частота повторения «меандра» $F = F_1$, $kE = A_0$.
7. Рассчитать и построить спектры амплитуд и фаз колебания с гармонической угловой модуляцией, если частота модуляции $F = F_1$ несущая частота $f_0 = 5F_1$ и индекс модуляции $m = 1; 2; 3$.
Необходимые для расчетов значения функций Бесселя приведены в приложении 2.
8. Изобразить функциональную схему устройства для синтеза сигналов по Фурье.

Лабораторные задания и методические указания

1. Синтезировать прямоугольные колебания – «меандр». Зарисовать осциллограммы, соответствующие увеличению числа гармоник, участвующих в формировании сигнала.
2. Синтезировать периодическое пилообразное колебание, спектр которого рассчитан при выполнении п. 2 домашнего задания. Зарисовать осциллограммы, участвующих в формировании сигнала.
3. Синтезировать периодическую последовательность треугольных импульсов, используя результаты расчетов, полученные при выполнении п. 3 домашнего задания. Зарисовать осциллограммы при увеличении числа гармоник, участвующих в формировании сигнала.
4. Наблюдать формирование сигнала с равномерным спектром при увеличении числа гармоник. Зарисовать осциллограммы.
Установить одинаковыми начальные фазы и амплитуды всех десяти гармонических составляющих.
5. Синтезировать АМ колебания с тональной модуляцией, у которого модулирующая частота $F = F_1$, несущая частота $f_0 = 5F_1$ и коэффициент модуляции $M = 0.5; 1$ и $M > 1$.
Использовать результаты расчетов, полученные при выполнении п. 4 домашнего задания.
6. Синтезировать однополосное АМ колебание при тональной модуляции, у которого модулирующая частота $F = F_1$, несущая частота $f_0 = 5F_1$ и отношение амплитуд боковой и несущей $A_6/A_0 = 0.1; 0.5$ и 1.0 .
Использовать результаты расчетов, полученные при выполнении п. 5 домашнего задания.
7. Синтезировать АМ колебание при модуляции «меандром», спектра которого рассчитан при выполнении п. 6 домашнего задания.

8. Синтезировать колебания с гармонической угловой модуляцией, у которого модулирующая частота $F = F_1$, несущая частота $f_0 = 5F_1$ и индекс модуляции $m = 1; 2; 3$. Использовать результаты расчетов, полученных при выполнении п. 7 домашнего задания.

Указания к отчету

Отчет должен содержать:

- 1) функциональную схему устройства для синтеза сигналов по Фурье;
- 2) расчеты и графики спектров всех синтезируемых сигналов;
- 3) осциллограммы, иллюстрирующие формирование сигналов при синтезе;
- 4) расчеты погрешностей аппроксимации;
- 5) выводы и оценку полученных результатов.

Вопросы для самопроверки

1. Как показать, что система функций $\{\cos n\Omega_1 t, \sin n\Omega_1 t\}$ является полной и ортогональной?
2. Как определяются коэффициенты ряда Фурье?
3. Как изменится форма сигнала, если из спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов удалить одну из гармоник?
4. Чем отличается спектр периодической последовательности прямоугольных униполярных импульсов со скважностью 2 от спектра «меандра»?
5. Как рассчитывается среднеквадратичная погрешность аппроксимации сигнала конечным числом ортогональных составляющих?
6. Изобразите спектра периодической последовательности радиоимпульсов с прямоугольной огибающей и немодулированным заполнением.
7. Запишите аналитическое выражение амплитудно-модулированного колебания.
8. Какой вид имеет спектр АМ колебания при тональной модуляции и модуляции сложным сигналом?
9. Изобразите спектр сигнала с гармонической несущей и амплитудной модуляцией периодической последовательностью прямоугольных импульсов. В чем его отличие от спектра периодической

- последовательности радиоимпульсов с прямоугольной огибающей и немодулированным заполнением?
10. При выполнении каких условий амплитудно-модулированные колебания можно отнести к периодическим сигналам?
 11. Изобразите спектр сигнала с тональной амплитудно-импульсной модуляцией.
 12. Изобразите спектр сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией периодической последовательностью прямоугольных видеоимпульсов.
 13. Как связаны фазы и мгновенная частота колебания?
 14. Запишите аналитическое выражение ЧМ колебания при гармонической модуляции и в общем случае.
 15. Запишите аналитическое выражение ФМ колебания при гармонической модуляции и в общем случае.
 16. В чем различие между ЧМ и ФМ колебаниями?
 17. Какой физический смысл имеют понятия «девиация частоты» и «индекс модуляции»?
 18. Запишите и постройте спектр колебания с гармонической угловой модуляцией.
 19. Как найти реальную ширину спектра сигнала с гармонической угловой модуляцией.
 20. Как изменится спектр ЧМ (ФМ) колебания с изменением моделирующей частоты?
 21. Как изменится спектр ЧМ (ФМ) колебания с изменением амплитуды модулирующего сигнала?