Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Утверждаю: Зав.каф. ПМиИ, профессор

__________________ (Тимченко С. В.)

Мещеряков П. С.

ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА

Методические указания по лабораторным работам для бакалавров по направлению 210100 «Электроника и наноэлектроника» и студентов по специальности 210106 «Промышленная электроника»

Томск 2012

Введение

Основная цель изучения дисциплины– научиться формулировать алгоритмы решения различных задач при помощи языка высокого уровня и существующего программного обеспечения.

В рамках лабораторных работ необходимо реализовать шесть отдельных заданий:

1. Решение СЛАУ.
2. Вычисление собственных значений.
3. Решение интерполяционной задачи
4. Нахождение определенного интеграла
5. Численное интегрирование обыкновенного дифференциального уравнения.
6. Приближенное решение нелинейного уравнения.

В отчете по лабораторной работе необходимо привести результаты работы программ, ответы на поставленные вопросы, а также для каждого из заданий должны быть приведены *тексты* программ (программы на языке программирования должны быть представлены в виде текстовых файлов в том виде, в каком вы их запускали на своем компьютере).

Задание №1

Рассмотрим решение линейной системы алгебраических уравнений:

$$A*x=b,$$

с хранимой $n \times n$ -матрицей A и векторами b и x порядка n. Для решения этой задачи обычно применяется алгоритм, являющийся одним из старейших численных методов, - метод последовательного исключения неизвестных, называемый методом Гаусса. Он основан на приведении матрицы системы к треугольному виду путем последовательного исключения неизвестных из уравнений системы.

Предположим, что $a_{11} \neq 0$. Разделив первое уравнение (3.1.1) на a_{11}, получим:

$$x_1 = b_1^{(1)} - \sum_{j=2}^{n} a_{1j}^{(1)} x_j; \quad a_{1j}^{(1)} = \frac{a_{1j}}{a_{11}}; \quad b_1^{(1)} = \frac{b_1}{a_{11}}.$$

Затем полученое x_1 подставляется в оставшиеся n - 1 уравнений. В результате получается система n - 1 уравнений с n - 1 неизвестными x_2, ... , x_n.

$$\sum_{j=2}^{n} a_{ij}^{(1)} x_j = b_i^{(1)}; \quad a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}\frac{a_{1j}}{a_{11}}; \quad b_i^{(1)} = b_i - a_{i1}\frac{b_1}{a_{11}}; \quad i, j = 2,3,\ldots,n.$$

Этот процесс называется исключением неизвестного. Если его повторить n - 1 раз, то система сведется к одному уравнению с одним неизвестным, а такое уравнение решается совсем просто. Чтобы получить программу, точно отражающую этот процесс, мы в общем виде сформулируем k-й шаг исключения неизвестного. На k-м шаге мы имеем дело с n - k +1 линейными уравнениями.

$$\sum_{j=k}^{n} a_{ij}^{(k)} x_j = b_i^{(k)}, \; i = k..n .$$

Новые коэффициенты $a_{ij}^{(k+1)}$ и $b_{ij}^{(k+1)}$ вычисляются так, чтобы получилась система n - k уравнений:

$$\sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}^{(k+1)} x_j = b_i^{(k+1)}, \; i = k+1..n .$$

Эти коэффициенты получаются как линейная комбинация коэффициентов k-го и i-го уравнений (строк)

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(k+1)} &= a_{ij}^{(k)} - (a_{kj}^{(k)} / a_{kk}^{(k)}) a_{ik}^{(k)} \\ b_i^{(k+1)} &= b_i^{(k)} - (b_k^{(k)} / a_{kk}^{(k)}) a_{ik}^{(k)} \end{aligned} \qquad (3.1.2)$$

для i, j = k+1,...,n. Теперь k-е уравнение вычитается из i-го, предварительно умноженое на величину, выбранную так, что бы для j=k и соответствующего i

$$a_{ik}^{(k+1)} = a_{ik}^{(k)} - (a_{kk}^{(k)} / a_{kk}^{(k)}) a_{ik}^{(k)} = 0 .$$

Это значит, что в новой системе все коэффициенты при x_k равны нулю и, таким образом, исключается x_k. Заметим, кстати, что нет необходимости вычислять коэффициенты $a_{ik}^{(k+1)}$.

После n - 1 шагов система сведется к уравнению

$$a_{nn}^{(n)} x_n = b_n^{(n)}$$

из которого непосредственно вычисляется x_n. Остальные неизвестные получаются подстановкой уже вычисленных неизвестных в полученные ранее уравнения. Например, для вычисления x_{n-1} достаточно подставить x_n в

$$a_{n-1,n-1}^{(n-1)} x_{n-1} + a_{n-1,n}^{(n-1)} x_n = b_{n-1}^{(n-1)} .$$

Этот процесс называется *обратной подстановкой*. Обратную подстановку на k-м шаге можно выразить следующей общей формулой

$$x_k = \left(b_i^{(k)} - \sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}^{(k)} x_j \right) \Big/ a_{ik}^{(k)} \qquad (3.1.3)$$

для произвольного i, такого, что $k \le i \le n$.

Обратите внимание на последовательность, в которой выполняются обратные подстановки. Она определяется тем, что для вычисления x_k должны быть известны значения x_{k+1}, ..., x_n.

Задание №2

Для решения частичной проблемы собственных значений и собственных векторов на практике часто применяют метод итераций. С его помощью можно приближенно (с заданной точностью ε) получить собственные значения матрицы A имеющей n линейно независимых собственных векторов X_i, $1 \leq i \leq n$.

Алгоритм метода итераций состоит из следующих шагов:

На первом шаге задается начальное приближение (отличное от 0) собственного вектора X^0_i, здесь и далее верхний индекс соответствует номеру приближения, а нижний – номеру собственного значения. Шаг итерации k полагаем равным 0.

На втором шаге вычисляем $X^1_i = A * X^0_i$, $\lambda^1_i = x^1_{j(i)} / x^0_{j(i)}$, где $x^k_{j(i)}$ – j-ая координата вектора X^k_i, $1 \leq j \leq n$, причем j может быть любой. Шаг итерации k полагаем равным 1.

Шаг 3. Вычисляем $X^{k+1}_i = A * X^k_i$.

Шаг 4. Вычисляем $\lambda^{k+1}_i = x^{k+1}_{j(i)} / x^k_{j(i)}$.

Шаг 5. вычисляем $\Delta = |\lambda^{k+1}_i - \lambda^k_i|$. Если $\Delta \leq \varepsilon$, вычисления прекращаем и принимаем $\lambda_i \cong \lambda^{k+1}_i$, в противном случае полагаем $k=k+1$ и переходим к шагу 3.

Процесс приближений $X^k_i = A * X^{k-1}_i = A * A^{k-1} * X^0_i$ сходится при $k \to \infty$ и X^k_i стремится к собственному вектору X_i.

Задание №3

Кубические сплайн-функции - это сравнительно недавнее математическое изобретение, но они моделируют очень старое механическое устройство. Чертежники издавна пользовались механическими сплайнами, представляющими собой гибкие рейки из какого-нибудь упругого материала. Механический сплайн закрепляют, подвешивая грузила в точках интерполяции, называемых узлами. Сплайн принимает форму, минимизирующую его потенциальную энергию, а в теории балок устанавливается, что эта энергия пропорциональна интегралу по длине дуги от квадрата кривизны сплайна. Далее, элементарная теория балок показывает, что сплайн является кубическим полиномом между каждой соседней парой узлов, и что соседние полиномы соединяются непрерывно, так же как и их первые и вторые производные.

Построение кубического сплайна - простой и численно устойчивый процесс.

Пусть на $[a,b]$ задана непрерывная функция $f(x)$. Разобьем этот отрезок на n промежутков точками x_i $a=x_0<x_1<\ldots<x_{n-1}<x_n=b$. Пусть $y_k=f(x_k)$, $k=0,1,2,\ldots,n$, $h_j = x_j - x_{j-1}$; $j = 1, \ldots, n$.

Кубическим сплайном называется функция *S(x),* удовлетворяющая следующим условиям:

1) на каждом отрезке $[x_{k-1},x_k]$, $k=1,2,\ldots,n$, функция $S(x)$ является полиномом 3-ей степени;

2) функция $S(x)$, а также ее первая и вторая производные непрерывны на $[a,b]$;

3) $S(x_k)=f(x_k)$, $k=0,1,\ldots,n$.

Будем искать кубический сплайн в виде

$$S_k(x) = a_k + b_k(x - x_{k-1}) + c_k(x - x_{k-1})^2 + d_k(x - x_{k-1})^3;\ x_{k-1} \le x \le x_k;\ k = 1..n.$$

Значит, чтобы определить функцию *S(x)* необходимо определить $4n$ коэффициентов a_k, b_k, c_k, d_k .

По определению кубического сплайна можно записать следующую систему уравнений для определения этих коэффициентов.

$$S_k(x_{k-1}) = a_k = f(x_{k-1}); \qquad (n \text{ уравнений})$$
$$S_k(x_k) = a_k + b_k h_k + c_k h_k^2 + d_k h_k^3 = f(x_k), \qquad (n \text{ уравнений})$$
$$S'_k(x_k) = S'_{k+1}(x_k), \qquad (n\text{-1 уравнений})$$
$$S''_k(x_k) = S''_{k+1}(x_k). \qquad (n\text{-1 уравнений})$$

Дважды продифференцировав S_k, получим

$$S'_k(x) = b_k + 2c_k(x - x_{k-1}) + 3d_k(x - x_{k-1})^2.$$
$$S''_k(x) = 2c_k + 6d_k(x - x_{k-1}).$$

На основании этого (3.2.3) - (3.2.4) можно переписать в виде

$$b_k + 2c_k h_k + 3d_k h_k^2 = b_{k+1}, \qquad k = 1, \ldots, n-1.$$
$$c_k + d_k h_k = c_{k+1}, \qquad k = 1, \ldots, n-1.$$

Для замыкания не хватает еще двух уравнений. Обычно их получают из условий на границах отрезка. Существует несколько способов задания граничных условий - заданы первые производные от S в a и b, заданы вторые производные и т.д. Для определенности пусть известны первые производные.

$$f'(a) = f_a;\ f'(b) = f_b.$$

Тогда недостающие два уравнения

$$b_1 = f_a. \qquad (3.3.7)$$

$$b_n + 2c_n h_n + 3d_n h_n^2 = f(b). \qquad (3.3.8)$$

Для решения этой системы уравнений обычно применяют следующий способ.

Последовательно исключая a_k (из уравнений (3.3.1) и (3.3.2)), d_k (из уравнений (3.3.6)) и, наконец, b_k, получаем систему уравнений для нахождения коэффициентов c_k , $k=1, \ldots , n$. Эта система представляет собой систему n линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, которая может быть решена методом *прогонки*.

Задание №4

Для нахождения приближенного значения определенного интеграла используются методы прямоугольников, трапеций или Симпсона. В тексте программы до описания этих процедур должна быть описана подынтегральная функция $f(x)$ (вещественной функции одного вещественного аргумента). Например, для функции $f(x) = x^2$ потребуется следующее описание:

```
function f(x: real):real;
begin
    f := x*x;
end;
```

При выполнении данного задания Вы будете должны:

1) получить значение интеграла при различных значениях параметра n (число разбиений),
2) определить погрешность вычисления интеграла (т.е. разницу между точным и приближенным значениями) и
3) дать ответ на вопрос: почему так ведет себя ошибка в зависимости от числа разбиений.

При вычислении ошибки для определения точного значения воспользуемся следующей формулой (первообразная $F(x)$ приведена вместе с подынтегральной функцией)

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Задание №5

Для решения обыкновенного дифференциального уравнения используются методы Эйлера и Рунге-Кутта, записанные в векторном виде для системы n обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (во всех вариантах n= 1):

$$y' = f(x, y).$$

Для того чтобы воспользоваться этими процедурами, необходимо конкретизировать процедуру *der*, вычисляющую правую часть системы $f(x, y)$. Например, для уравнения

$$y' = xy$$

эта процедура будет выглядеть следующим образом:

```
procedure der(x: real; y: vec; var f: vec);
begin
        f [1] := x*y[1];
end;
```

Для того чтобы решить поставленную задачу, необходимо задать начальные значения $x = a$, $y = y(a)$ (переменные x и $y[1]$) и шаг интегрирования h. На каждом новом шаге при помощи процедуры *euler* (или *rk4*) вычисляется значение искомой функции, после чего находится новое значение x. Процесс заканчивается по достижении верхней границы $x = b$. Например:

```
while x < b + 0.00001 do begin
        euler(1, x, h, y);
        x := x + h;
enddo
```

При выполнении данного задания результаты работы программы (зависимость y от x в 10 – 20 точках, равномерно распределенных по интервалу $[a, b]$) при различных значениях шага интегрирования h должны быть сведены в таблицу. В этой же таблице приведите результаты точного решения задачи (приведено в задании).

Задание №6

Для выполнения этого задания необходимо найти *один* корень трансцендентного уравнения

$$f(x) = 0$$

предложенным методом на указанном промежутке.

Метод половинного деления, при заданной точности ε, метод состоит из таких шагов:

1. Положить $\alpha = a$ и $\beta = b$. Вычислить $f(\alpha)$ и $f(\beta)$.
2. Положить $\gamma = (\alpha+\beta)/2$. Вычислить $f(\gamma)$.
3. Если $\mathrm{sign}(f(\gamma))=\mathrm{sign}(f(\alpha))$, то заменить α на γ (т.е. перенести левую границу отрезка в его середину); в противном случае заменить β на γ (т.е. перенести правую границу отрезка в его середину). Сущность данного метода заключается в сохранении в любом случае разных знаков у значения функции f на границах отрезка.
4. Если $\beta - \alpha > \varepsilon$, то перейти к шагу 2; в противном случае закончить.

Алгоритм бисекции довольно медленен, но зато абсолютно застрахован от неудачи.

Если каждое вычисление $f(x)$ несложно, то обычно нет серьезных причин, чтобы отвергнуть этот метод. Однако, добавочная скорость очень полезна, если вычисление $f(x)$ требует много времени.

Литература

1. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельников. – 4-е изд. – М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 636 с.
2. Фармалеев В. Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – Изд. 2-е, испр., доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 400 с.
3. Численные методы в примерах и задачах: Учеб. Пособие/В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – 2-е изд. стер. – М.: Высш. шк., 2006. – 480 с.

Варианты заданий

Задание №1, №2

Вариант 1

$$\begin{cases} -2u-2v+2x+11y-6z=-58 \\ -4u+6v+9x+5y-8z=33 \\ 5u+5v-5x+9y+2z=-108 \\ 10u-2v-4x+2y-5z=-79 \\ 9u+4v-2x+7y-2z=-107 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} -8u-3v+7x+10y-3z=202 \\ 5u+6v+10x+6y+2z=80 \\ 11u-2v+8x+5y+8z=-36 \\ -5u\text{-}8v+11x+5y-6z=145 \\ 4u-7v+9x+2y+4z=-4 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 11u-6v+11x-6y-2z=82 \\ -2u-5v+9x+2y+3z=23 \\ -3u+5v-3x+5y-2z=-18 \\ 7u-7v+10x+8y-4z=132 \\ -6u-2v+11x+2y+2z=-1 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} -4u+8v-8x+2y+7z=148 \\ -4u-7v+4x+4y-6z=-159 \\ -2u+4v+2x+3y-3z=-9 \\ -8u-6v-6x+2y+8z=-8 \\ -3u+5v+3x-3y-7z=-70 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} -5u-5v+10x-3y-8z=74 \\ -3u-7v-3x+6y+2z=-16 \\ 5u+2v+9x-6y-3z=84 \\ 2u+7v-3x+8y+10z=-12 \\ 9u+8v+5x+5y-6z=94 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} -5u+11v-3x+8y+5z=-69 \\ -3u+10v-2x-6y+7z=-11 \\ 11u+11v+6x+9y-2z=113 \\ -8u-5v+2x+9y+9z=0 \\ -4u+2v-8x+3y-2z=-125 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} -2u-5v-2x+2y+8z=46 \\ 3u-6v+8x-4y-3z=-37 \\ -3u-2v-3x+4y+8z=50 \\ -3u+7v-8x+10y+8z=56 \\ 10u+8v-2x+5y+2z=5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -8u+2v+8x-3y-6z=-23 \\ 7u+7v-5x-7y+7z=-59 \\ 5u-4v+2x-3y-8z=-66 \\ -3u+9v-4x-5y-4z=-54 \\ 8u+8v+6x+7y-6z=79 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2u+8v-7x+8y-3z=74 \\ 9u-6v+6x+5y-7z=-8 \\ -3u+11v-6x+9y-5z=105 \\ 10u+5v-7x+11y-3z=26 \\ 9u+3v-2x+2y+5z=-14 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 3u+2v-4x+9y+6z=-128 \\ -3u+6v-2x-2y-5z=-24 \\ -7u-3v-8x-2y+8z=-118 \\ -4u+2v+8x-8y-3z=107 \\ 6u-4v-2x-2y+10z=-32 \end{cases}$$

Задание №4

Вариант 1

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$f(x) = 2\sin x \cos x + \sin x$, $a = 0$, $b = 1$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = \sin^2 x - \cos x$.

Вариант 2

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$f(x) = 4\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 1$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$.

Вариант 3

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$f(x) = -e^{-x}\sin^2 x + 2e^{-x}\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 3$,
число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.
$F(x) = e^{-x}\sin^2 x$.

Вариант 4

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$f(x) = -2\sin x \cos x - \cos x$, $a = 0$, $b = 1$,
число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.
$F(x) = \cos^2 x - \sin x$.

Вариант 5

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.
$f(x) = -e^{-x} + 2\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 3$,
число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.
$F(x) = e^{-x} + \sin^2 x$.

Вариант 6

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$f(x) = e^x\cos^2 x - 2e^x\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 2$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = e^x\cos^2 x$.

Вариант 7

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$f(x) = -2\sin x \cos x - \cos x$, $a = 0$, $b = 1$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = \cos^2 x - \sin x$.

Вариант 8

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$f(x) = 2\sin x \cos x + \sin x$, $a = 0$, $b = 1$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = \sin^2 x - \cos x$.

Вариант 9

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$f(x) = -e^{-x} + 2\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 3$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = e^{-x} + \sin^2 x$.

Вариант 10

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$f(x) = 4\sin x \cos x$, $a = 0$, $b = 1$,

число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

$F(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$.

Задание №5

Вариант 1

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = -y + e^{-x} \cos x$, $y(a) = 0$, $a = 0$, $b = 2$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{-x} \sin x$.

Вариант 2

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = y + \cos x - \sin x$, $y(a) = 1$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{x} + \sin x$.

Вариант 3

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = y - e^{x} \sin x$, $y(a) = 1$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{x} \cos x$.

Вариант 4

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = -y - e^{-x} \sin x$, $y(a) = 1$, $a = 0$, $b = 2$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{-x} \cos x$.

Вариант 5

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = y + e^{x} \cos x$, $y(a) = 0$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{x} \sin x$.

Вариант 6

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' =$ $=f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера.

$f(x, y) = -y + e^{-x}$, $y(a) = 0$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = xe^{-x}$.

Вариант 7

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

$f(x, y) = y - e^x \sin x$, $y(a) = 1$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^x \cos x$.

Вариант 8

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге–Кутта четвертого порядка точности.

$f(x, y) = y + \cos x - \sin x$, $y(a) = 1$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^x + \sin x$.

Вариант 9

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

$f(x, y) = y + e^x \cos x$, $y(a) = 0$, $a = 0$, $b = 1$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^x \sin x$.

Вариант 10

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

$f(x, y) = -y + e^{-x} \cos x$, $y(a) = 0$, $a = 0$, $b = 2$.

Точное решение задачи: $y(x) = e^{-x} \sin x$.

Задание №6

Вариант 1

Метод половинного деления

$x + ln(x+0.5) - 0.5 = 0$, $x \in [0, 2]$.

Вариант 2

Метод половинного деления

$x^5 - x - 0.2 = 0$, $x \in [1, 1.1]$.

Вариант 3

Метод половинного деления
$x^4+2x^3-x-1=0$, $x \in [0, 1]$.

Вариант 4

Метод половинного деления
$x^3-0.2x^2-0.2x-1.2=0$, $x \in [1, 1.5]$.

Вариант 5

Метод половинного деления
$2\sin^2 x/3 - 3\cos^2 x/4 = 0$, $x \in [0, \pi/2]$.

Вариант 6

Метод половинного деления
$x^4+0.8x^3-0.4x^2-1.4x-1.2=0$, $x \in [-1.2, -0.5]$.

Вариант 7

Метод половинного деления
$x^4-4.1x^3+x^2-5.1x+4.1=0$, $x \in [3.7, 5.0]$.

Вариант 8

Метод половинного деления
$x \cdot 2^x - 1=0$, $x \in [0, 1]$.

Вариант 9

Метод половинного деления
$x^2-\sin 5x=0$, $x \in [0.5, 0.6]$.

Вариант 10

Метод половинного деления
$2\sin^2 2x/3 - 3\cos^2 2x/4 = 0$, $x \in [0, \pi/4]$.