Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА

ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания по практическим занятиям
по дисциплинам «Избранные главы физики твердого тела» и «Основы кристаллографии» для студентов направления «211000 Конструирование и технология электронных средств»

2012

Кистенева М.Г.

Избранные главы физики твердого тела = Избранные главы физики твердого тела: Методические указания по практическим занятиям по дисциплинам «Избранные главы физики твердого тела» и «Основы кристаллографии» для студентов направления «211000 – Конструирование и технология электронных средств» /М.Г. Кистенева; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА. - Томск: ТУСУР, 2012. – 25 с.

В методических указаниях приведен краткий обзор необходимых теоретических сведений, примеры решения типовых задач и задачи для самостоятельного решения по дисциплинам «Избранные главы физики твердого тела» и «Основы кристаллографии».

Целью данного пособия является закрепление и углубление представлений о кристаллографии и основных свойствах твердых тел, приобретение практических навыков по расчету параметров атома, кристаллической решетки, а также электрических параметров твердых тел. Даны примеры решения типовых задач.

В ходе выполнения заданий у студентов формируются следующие компетенции:

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

Предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «211000 – Конструирование и технология электронных средств» по дисциплинам «Избранные главы физики твердого тела» и «Основы кристаллографии».

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА

УТВЕРЖДАЮ
Зав.кафедрой КУДР
________С.Г. Еханин
«___» ________ 2012 г.

ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания по практическим занятиям
по дисциплинам «Избранные главы физики твердого тела» и «Основы кристаллографии» для студентов направления 211000.62 «Конструирование и технология электронных средств»

Разработчик

________М.Г. Кистенева
«____»__________2012 г

2012

Содержание

1 Введение

Физика твердого тела – это наука о строении и свойствах твердых тел и происходящих в них физических явлениях. Изучение свойств твердых тел, в частности кристаллических, имеет важное значение, как для фундаментальной науки, так и для решения задачи поиска и синтеза новых материалов, исследования и научной разработки путей целенаправленного изменения их свойств и прогнозирования новых веществ. Без знания основ физики твердого тела и кристаллографии невозможно было бы развитие микро- и наноэлектроники, конструирования и технологии полупроводниковых приборов и ряда других важных направлений.

В пособии содержится краткий обзор необходимых теоретических сведений, примеры решения типовых задач и задачи для самостоятельного решения по дисциплине «Избранные главы физики твердого тела (Основы кристаллографии)».

Решение задачи для самостоятельной работы имеет целью дать возможность студенту самостоятельно приобрести необходимые навыки практического определения параметров кристаллической решетки: символов (индексов) кристаллографических направлений (или ребер кристалла) и плоскостей (граней кристалла), базиса, коэффициента компактности, расчета электрических параметров металлов, полупроводников и диэлектриков. Задачи, посвященные строению атома, позволяют закрепить полученный на лекциях теоретический материал.

В ходе выполнения заданий у студентов формируются следующие компетенции:

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

В итоге выполнения лабораторных работ студент должен:

– *знать:* физико-химические свойства твердых тел;

– *уметь:* рассчитывать основные электрофизические параметры твердых тел;

– *владеть:* навыками работы со справочной литературой и навыками измерения электрических параметров твердых тел.

Тема 1. Строение атома
1.1 Основные формулы и примеры решения задач

Основные формулы:

Энергия частицы E массой m, движущейся со скоростью v определяется выражением

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{pv}{2}, \tag{1.1}$$

p - импульс частицы.

$$E = h\nu = \hbar w, \tag{1.2}$$

где h – Постоянная Планка, ν - линейная частота, w – круговая частота.

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1.3}$$

импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c} \text{ или } p = \frac{h}{\lambda}, \tag{1.4}$$

так как $\lambda\nu = c$,

c- скорость света.

Постулат стационарных состояний (первый постулат Бора)

$$m_e vr = n\hbar, \tag{1.5}$$

$n = 1, 2, 3, ...$; m_e – масса электрона.

Радиус n-стационарной орбиты, по которой движется электрон определяется выражением

$$r = \frac{\hbar^2}{km_e e^2}\frac{n^2}{Z}, \tag{1.6}$$

где Z – количество протонов в ядре.

Правило частот (второй постулат Бора)

$$h\nu = E_m - E_n. \tag{1.7}$$

Полная энергия электрона водородоподобного иона

$$E_n = -\frac{z^2 me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}, \tag{1.8}$$

где n = 1, 2, … ∞.

Задача 1.1. Вычислить для атома водорода радиус первой боровской орбиты; скорость электрона на ней.

Решение: Воспользуемся выражением (1.6). Для водорода Z = 1, для первой орбиты n = 1. Тогда получим

$$r = \frac{\hbar^2}{km_e e^2} \approx 0{,}53 \cdot 10^{-10} \text{ } м.$$

Для вычисления скорости воспользуемся выражением (1.5)

$$v = \frac{\hbar}{m_e r} \approx 2{,}17 \cdot 10^6 \; м/с.$$

Ответ: r = 0,53·10^{-10} м, v = 2,17·10^6 м/с.

1.2 Задачи для самостоятельного решения

1.2. Чему равен по теории Бора орбитальный момент электрона, движущегося по второй орбите атома водорода? Чему равен радиус этой орбиты, если известен орбитальный момент электрона?

1.3. Пользуясь теорией Бора, определить для электрона, находящегося на первой и второй орбитах в атоме водорода, отношение: а) радиусов орбит (r_2/r_1); б) отношение магнитного момента к механическому (p_m/L) для каждой орбиты. На какой орбите и во сколько раз полная энергия электрона больше?

1.4. Вычислить угловую скорость электрона на третьей стационарной орбите атома водорода.

1.5. Вычислить период обращения электрона на второй стационарной орбите атома водорода.

1.6. Исходя из теории Бора, найти орбитальную скорость электрона на произвольном энергетическом уровне. Во сколько раз орбитальная скорость на наинизшем энергетическом уровне меньше скорости света?

1.7. Вычислить радиус первой боровской орбиты однократно ионизированного атома гелия. Сравнить его с радиусом первой боровской орбиты в атоме водорода.

1.8. Вычислить, пользуясь теорией Бора, скорость и ускорение электрона, находящегося на первой стационарной орбите однократно ионизированного атома гелия.

1.9. Вычислить, пользуясь теорией Бора, угловую скорость электрона, находящегося на первой стационарной орбите однократно ионизированного атома гелия.

1.10. Вычислить период обращения электрона на первой стационарной орбите однократно ионизированного атома гелия.

1.11. На сколько полная анергия электрона на второй стационарной орбите атома водорода больше (по абсолютному значению), чем на первой?

Тема 2. Спектры атомов. Закон Мозли

2.1 Основные формулы

$\dfrac{1}{\lambda} = z^2 R\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{m^2}\right)$, здесь λ – длина волны в спектре водородоподобного иона,

где R = 1.1·10^7 м$^{-1}$ – постоянная Ридберга; m=n+1;

n = 1 – серия Лаймана;

n = 2 – серия Бальмера;

n = 3 – серия Пашена;

$n = 4$ – серия Брэккета;
$n = 5$ – серия Пфунда;

$\frac{1}{\lambda} = (z - \sigma)^2 R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ – закон Мозли для характеристического рентгеновского излучения, где σ – постоянная экранирования (σ = 1 для *K*-серии).

2.2 Задачи для самостоятельного решения

2.2. Один из возбужденных атомов водорода при переходе в основное состояние испустил последовательно два кванта с длинами волн 486 нм и 121.5 нм. Какое число спектральных линий можно наблюдать, если все атомы водорода при возбуждении получили одинаковую энергию?

2.3. Определить длину волны головных линий серий Лаймана, Пашена, Бреккета и Пфунда.

2.4. Определить (в длинах волн) спектральные диапазоны для серий Лаймана и Бальмера.

2.5. Атомарный водород, возбужденный монохроматическим светом, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

2.6. При переходе электрона с некоторой орбиты на вторую атом водорода испускает свет с длиной волны $4.34 \cdot 10^{-7}$ м. Найти номер неизвестной орбиты.

2.7. Определить длину волны кванта, соответствующего переходу в ионе лития Li^{++} с третьей орбиты на вторую.

2.8. Вычислить квантовое число, соответствующее возбужденному состоянию иона He^{+}, если известно, что при переходе в основное состояние этот ион испустил два фотона с длинами волн 108.5 нм и 30.4 нм.

2.9. В спектре атомарного водорода интервал между первыми двумя линиями, принадлежащими серия Бальмера, составляет $1.71 \cdot 10^{-7}$ м. Определить постоянную Ридберга.

2.10. Наибольшая длина волны спектральной водородной линии серии Бальмера равна 656 нм. Определить по этой длине волны наибольшую длину волны в серии Лаймана. Постоянную Ридберга считать неизвестной.

2.11. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121.5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

Тема 3. Волновые свойства частиц. Длина волны де Бройля

3.1 Основные формулы и примеры решения задач

Для частицы длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \qquad (3.1)$$

Скорость волны де Бройля для частицы

$$v_B = \lambda \nu = \frac{c^2}{v}. \qquad (3.2)$$

Скорость волны де Бройля (фазовая скорость) всегда выше, чем скорость света.
Волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \qquad (3.3)$$

Задача 3.1. Вычислить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

Решение: Будем использовать выражение (3.1) и значение скорости электрона в атоме водорода, вычисленную в задаче 1.1.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,7 \cdot 10^{6}} \approx 2,69 \cdot 10^{-10}\, м = 0,269\, нм.$$

Ответ: λ = 0,269 нм..

3.2 Задачи для самостоятельного решения

3.2. Вычислить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

3.3. Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося на второй орбите в атоме водорода.

3.4. Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на орбите, радиус которой равен 2.12 ангстрем.

3.5. Сколько длин волн де Бройля уложится на третьей орбите однократно ионизированного атома гелия?

3.6. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 100 до 50 пм?

3.7. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?

3.8. Частица массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы l. Найти возможные значения энергии частицы, имея в виду, что реализуются лишь такие состояния движения частицы, для которых в пределах данной ямы укладывается целое число дебройлевских полуволн.

3.9. Интерпретировать квантовые условия Бора на основе волновых представлений: показать, что электрон в атоме водорода может двигаться только по тем круговым орбитам, на которых укладывается целое число дебройлевских волн.

3.10. На сколько по отношению к комнатной (20^0C) должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны его молекул уменьшилась на 20%?

3.11. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму в виде узкой щели, ширина которой 0.06 мм. Определить скорость этих электронов, если на экране, отстоящем от щели на расстояние 40 мм, ширина центрального дифракционного максимума равна 10 мкм.

3.12. Определить длины волн де Бройля α–частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов 1 кВ.

3.13. Найти длину волны де Бройля для электрона, имеющего кинетическую энергию: а) 10 кэВ; б) 1 МэВ.

3.14. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля 2.02 пм. Найти массу частицы, если ее заряд равен заряду электрона.

3.15. α–частица движется по окружности радиусом 8.3 мм в однородном магнитном поле, напряженность которого 18.9 кА/м. Найти длину волны де Бройля для α–частицы.

Тема 4. Принцип неопределенности Гейзинберга

4.1 Основные формулы и примеры решения задач

Принцип неопределенности Гейзинберга математически записывается в виде:
Соотношение неопределенностей для координаты и проекции импульса

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar \; ; \qquad (4.1)$$

Соотношение неопределенностей для энергии и момента времени измерения энергии

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \, . \qquad (4.2)$$

Задача 4.1. Время жизни возбужденного состояния атома водорода примерно 10^{-8} с. Чему равна неопределенность энергии энергетического уровня при этом?

Решение: Будем использовать выражение (4.2).

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-8}} = 6,62 \cdot 10^{-26} \; \textit{Дж} = 4,14 \cdot 10^{-7} \; \textit{эВ}.$$

Ответ: $\Delta E = 4,14 \cdot 10^{-7}$ *эВ*.

4.2 Задачи для самостоятельного решения

4.2. Метастабильными состояниями квантовых систем называются такие возбужденные состояния атомов или молекул, которые могут существовать длительное время, так как переход в основное состояние запрещен правилами отбора. Чему равна неопределенность энергии в метастабильном состоянии, если время жизни для атома в этом состоянии равно 0.5 с?

4.3. Оценить наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массой 1 мг, если координаты частиц и центра шарика установлены с неопределенностью 1 мкм.

4.4. Оценить с помощью соотношения неопределенностей неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома 0.1 нм. Сравнить полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите.

4.5. След пучка электронов на экране электронно-лучевой трубки имеет диаметр 0.5 мм. Расстояние от электронной пушки до экрана 20 см, ускоряющее напряжение 10 кВ. Оценить неопределенность координаты электрона на экране.

4.6. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. При переходе в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна 600 нм. Оценить естественную ширину $\Delta\lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

4.7. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с. При переходе в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна 400 нм. Оценить относительную ширину $\Delta\lambda/\lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

4.8. Время жизни атома в возбужденном состоянии составляет 10^{-8} с, а частота излучаемого фотона равна $5\cdot10^{15}$ Гц. Чему равна относительная ширина $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ спектральной линии на частоте ν?

4.9. Показать, что для частицы, неопределенность местоположения которой $\Delta x=\lambda/(2\pi)$, где λ – ее дебройлевская длина волны, неопределенность скорости равна по порядку величины самой скорости частицы.

4.10. Свободный электрон в момент t=0 локализован в области Δx=0.1 нм (порядок размера атома). Оценить ширину области локализации этого электрона спустя 1 секунду.

4.11. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером 0.2 нм.

4.12. Электрон с кинетической энергией 4 эВ локализован в области размером 1 мкм. Оценить с помощью соотношения неопределенностей относительную неопределенность его скорости.

Тема 5. Геометрия кристаллической решетки

5.1 Основные формулы

Идеальный кристалл есть однородная симметричная конденсированная среда, обладающая трансляционно-упорядоченным атомным строением.

Элементарная ячейка – это параллелепипед, ребра которого образованы векторами $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$.

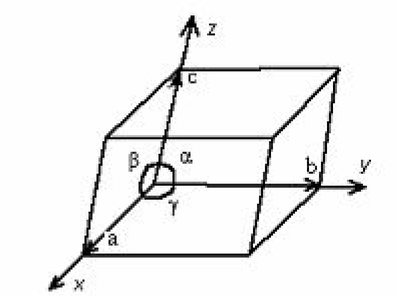


Рисунок 5.1 Элементарная ячейка: $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ - элементарные трансляции соответственно по осям x, y, z; α – угол лежащий против оси x, β - против оси y; γ -против оси z .

Существует 14 элементарных ячеек Браве. Эти решетки подразделяются на 7 сингоний

Таблица 1 Решетки Браве

Сингония	Число ячеек	Символ ячейки	Характеристика ячейки
Триклинная	1	P	$\lvert\overline{a}\rvert \neq \lvert\overline{b}\rvert \neq \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$
Моноклинная	2	P, C	$\lvert\overline{a}\rvert \neq \lvert\overline{b}\rvert \neq \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \gamma = 90^o \neq \beta$
Ромбическая	4	P, C, I, F	$\lvert\overline{a}\rvert \neq \lvert\overline{b}\rvert \neq \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$
Тетрагональная	2	P, I	$\lvert\overline{a}\rvert = \lvert\overline{b}\rvert \neq \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$
Кубическая	3	P, I, F	$\lvert\overline{a}\rvert = \lvert\overline{b}\rvert = \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$
Тригональная	1	P	$\lvert\overline{a}\rvert = \lvert\overline{b}\rvert = \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \beta = \gamma < 120^0 \neq 90^o$
Гексагональная	1	P	$\lvert\overline{a}\rvert = \lvert\overline{b}\rvert \neq \lvert\overline{c}\rvert$, $\alpha = \beta = 90^0$, $\gamma = 120^0$
P – примитивная, C – базоцентрированная, I – объемноцентрированная, F – гранецентрированная			

Вектор трансляции $\overline{T} = u\overline{a} + v\overline{b} + w\overline{c}$, где u , v , w – любые целые числа, определяет положение узлов кристаллической решетки.

Базис кристаллической структуры – есть группа атомов, которые идентичны по составу расположению и ориентации.

Кристаллическая структура = кристаллическая решетка + базис.

Примитивная ячейка – есть ячейка с минимальным объемом. На примитивную ячейку приходится только один узел кристаллической решетки.

Частным случаем примитивной ячейки является примитивная ячейка Вигнера-Зейтца. Порядок построения ячейки Вигнера-Зейтца:

1. Выбирается узел решетки
2. Проводятся линии, соединяющие этот узел с соседними узлами
3. Через середины построенных линий проводятся плоскости, перпендикулярные к ним.

Фигура, ограниченная этими плоскостями и есть ячейка Вигнера-Зейтца.
Базисные векторы обратной решетки вводят соотношениями

$$\vec{a}^* = \frac{[\vec{b}\vec{c}]}{(\vec{c}[\vec{a}\times\vec{b}])}, \qquad \vec{b}^* = \frac{[\vec{c}\vec{a}]}{(\vec{a}[\vec{b}\times\vec{c}])}, \qquad \vec{c}^* = \frac{[\vec{a}\vec{c}]}{(\vec{b}[\vec{c}\times\vec{a}])} \tag{5.1}$$

Решетка, построенная на этом базисе, - есть обратная решетка. Угловые параметры ячеек прямой и обратной решеток связаны уравнениями

$$\cos\alpha^* = \frac{\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha}{\sin\beta\sin\gamma} \quad \cos\beta^* = \frac{\cos\gamma\cos\alpha - \cos\beta}{\sin\gamma\sin\alpha} \quad \cos\gamma^* = \frac{\cos\alpha\cos\beta - \cos\gamma}{\sin\alpha\sin\beta}. \tag{5.2}$$

Скалярное произведение векторов прямой и обратной решетки

$$\begin{matrix} (\vec{a}\cdot\vec{a}^*) = 1 & (\vec{a}\cdot\vec{b}^*) = 0 & (\vec{a}\cdot\vec{c}^*) = 0 \\ (\vec{b}\cdot\vec{a}^*) = 0 & (\vec{b}\cdot\vec{b}^*) = 1 & (\vec{b}\cdot\vec{c}^*) = 0 \\ (\vec{c}\cdot\vec{a}^*) = 0 & (\vec{c}\cdot\vec{b}^*) = 0 & (\vec{c}\cdot\vec{c}^*) = 1 \end{matrix} \tag{5.3}$$

Вектор трансляции обратной решетки

$\overline{G} = h\overline{a}^* + k\overline{b}^* + l\overline{c}^*$, где *h, k, l* – целые числа.

Произведение вектора трансляции обратной решетки на вектор трансляции прямой решетки

$\overline{T}\,\overline{G} = 2\pi \times \textit{целое число}$.

Первая зона Бриллюэна есть ячейка Вигнера-Зейтца в обратном пространстве.

5.2 Задачи для самостоятельного решения

5.1. Определить базис ячеек следующих кристаллов: Ge, PbTe, V, W, Mg, GaAs. Указать тип ячеек Браве для решеток этих веществ, их базис и координаты нулевых узлов.

5.2. Построить примитивную ячейку для объемноцентрированной кубической решетки.
5.3. Построить примитивную ячейку для гранецентрированной кубической решетки.
5.4. Доказать, что обратная решетка обратной решетки есть прямая решетка.
5.5. Дана двумерная решетка элементарной ячейкой которой является ромб, острый угол которого 60 °. Построить обратную решетку и первую зону Бриллюэна.
5.6. a = 10 Å, b = 17 Å, c = 20 Å, $\alpha = \beta = 90°$, $\gamma = 110°$. Найти параметры и объём ячейки обратной решётки, и объём ячейки кристалла.
5.7. a = 5 Å, b = 7 Å, c = 10 Å, $\alpha = 100°$, $\beta = 90°$, $\gamma = 104°$. Найти объём ячейки кристалла и объём ячейки обратной решётки.
5.8. Определить элементарную ячейку обратной решётки для ромбоэдрического кристалла (параметры прямой решётки: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$, и для ромбического кристалла (параметры прямой решётки $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$).
5.9. Элементарная ячейка триклинного кристалла имеет параметры: a = 6,64 Å, b = 8,31 Å, c = 11,18 Å, α =64,0°, β = 46,3°, .γ =77,4°. Вычислить параметры обратной решётки.
5.10. Параметры ячейки равны a = 5,2Å, b = 8,3 Å, c = 12,1 Å, α =76˚50’,
β .=88˚14’, γ. = 117˚26’. Определить параметры ячейки обратной решетки.

Тема 6. Определение индексов направлений и плоскостей

6.1 Основные формулы и примеры решения задач

Кристаллографическое направление – это направление прямой, проходящей через два узла решетки. Точками отсчета, могут служить вершины куба, а кристаллографическими направлениями - его ребра и диагонали, а также диагонали граней.

Если один из узлов, через который проведена прямая, принять за начало координат, то положение ближайшего к нему узла на прямой, выраженное через числа *m, n, p*, полностью характеризует положение прямой в кристалле.

Для определения индексов кристаллографического направления необходимо:

- одну точку направления совместить с началом координат;
- установить координаты любой другой точки, лежащей на прямой, в единицах периода решетки;
- привести отношение этих координат к отношению трех наименьших целых чисел.

Координаты этого узла, приведенные к целым числам, заключают в простые квадратные скобки [*mnp*] и называют символом направления (ряда) в решетке, а сами индексы *m, n, p* – **индексами Вейса**.

Индексы Миллера (англ. Miller indices) – индексы, с помощью которых принято описывать расположение атомных плоскостей кристаллической решетки.

Для определения индексов Миллера необходимо:

- найти точки пересечения плоскости кристаллической решетки с осями координат;
- перевести результат в единицы постоянных решетки *a, b, c*;
- взять обратные значения полученных чисел и привести их к наименьшему целому, кратному каждого из чисел.

Полученные значения простых целых чисел, не имеющие общего множителя, являются индексами Миллера для плоскости, указываются в круглых скобках (*hkl*).

Задача 6.1: Найдите индексы плоскости, отсекающей на координатных осях следующие отрезки: 2; -1; - 1/2.

Решение: Из данной записи следует, что искомая плоскость отсекает на координатной оси *x* отрезок, равный 2 масштабным единицам; на оси *y* - соответственно –1, а на оси *z* уже отрезок, составляющий –1/2.

Действуем в той последовательности, как это рекомендовано правилом. Вначале определим величины, обратные названным отрезкам. Они будут равны соответственно 1/2; -1 и –2. Теперь приведем указанные значения к общему знаменателю, т.е. получим следующий ряд: 1/2; -2/2 и –4/2. Затем отбросим знаменатель и оставшиеся числа заключим в круглые скобки. Получим следующий результат: (124). Эта запись и будет указывать индексы данной плоскости.

6.2 Задачи для самостоятельного решения

6.1. Найдите индексы плоскости, отсекающей на координатных осях следующие отрезки: 2; -1; 1/2.
6.2. Изобразите плоскость с индексами (1 1 1).
6.3 Постройте плоскость с индексами (110) и направление с теми же индексами.
6.4. Постройте направление с индексами [1 2 1].
6.5. Найдите индексы плоскости, отсекающей на координатных осях следующие отрезки: -1/2; -2; 1/3.
6.6. Изобразите плоскость с индексами (110).
6.7. Постройте плоскость с индексами (211) и направление с теми же индексами.
6.8. Постройте направление с индексами [111].
6.9. Найдите индексы плоскости, отсекающей на координатных осях следующие отрезки: 2; 1; - 1/3.
6.10. Изобразите плоскость с индексами (111).
6.11. Постройте плоскость с индексами (101) и направление с теми же индексами.

6.12. Постройте направление с индексами [2 1 1].

Тема 7. Параметры кристаллической решетки
7.1 Основные формулы и примеры решения задач

Кристаллические решётки характеризуются следующими основными параметрами: *периодом решётки, атомным радиусом, базисом, коэффициентом компактности* и *координационным числом*.

Периодом решётки называется расстояние между центрами соседних ионов (атомов). Периоды *a, b, c* (рис. 3.1) выражаются в нанометрах (1нм = 10 $^{-9}$ м = 10 Å).

Период кубической решётки *a* находится в пределах 0,286…0,607 нм. Для гексагональных решёток a = 0,228…0,398 нм, c = 0,357…0,652 нм.

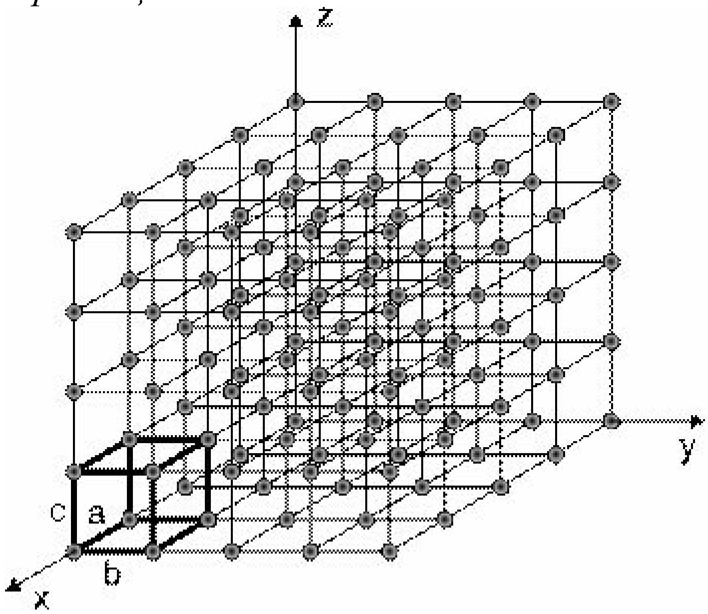


Рис. 7.1. Схема кристаллической решётки (a,b,c – периоды кристаллической решётки)

Атомный радиус – половина межатомного расстояния между центрами ближайших атомов в кристаллической решётке при нормальной температуре и атмосферном давлении. Атомный радиус не является неизменной величиной. Он зависит от многих факторов, важнейшими из которых являются координационное число и тип химической связи между атомами.

Базисом решётки называется количество атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку решётки.

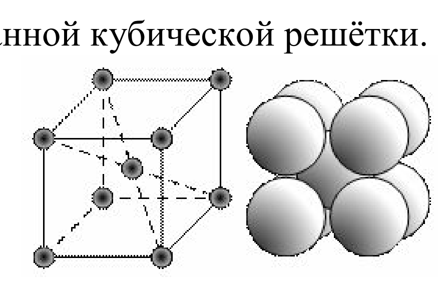
Пусть Z – число шаров, приходящихся на элементарную ячейку, N_i – число шаров внутри ячейки, N_f – число шаров на ее гранях, N_e – на ребрах, N_c – на вершинах ячейки. Тогда $Z = N_i + \frac{1}{2}N_f + \frac{1}{4}N_e + \frac{1}{8}N_c$.

Коэффициентом компактности ή решётки называется отношение объёма атомов *Va*, входящих в решётку, ко всему объёму решётки *Vp*: ή.= *Va*/*Vp* 100 %.

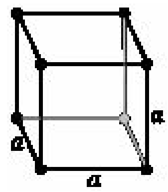
Координационное число К соответствует числу атомов (ионов), находящихся на наиболее близком равном расстоянии от выбранного атома кристаллической решётки.

Задача 7.1. Найти базис *Z* объёмно-центрированной кубической решётки.

Решение: В объёмно-центрированной кубической решётке (рис. 2, а) атомы (ионы)



расположены в вершинах и в центре объёма куба. Каждый угловой атом принадлежит восьми соседним ячейкам. Следовательно, одной ячейке принадлежит 1/8 углового атома. Только внутренний атом целиком принадлежит данной ячейке. Значит на одну ячейку объёмно-центрированной кубической решётки приходится
$Z = 8 \cdot 1/8 + 1 = 2$ атома.
Ответ: $Z = 2$.



Задача 7.2. Вычислить коэффициент компактности для примитивной кубической решетки.
Решение: Коэффициент компактности η равен отношению суммарного объема атомов, входящих в решетку, к объему решетки:

$$\eta = \frac{4\pi r^3 Z}{3V}$$

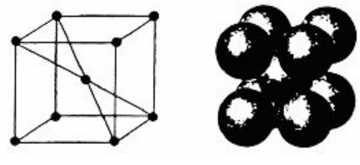
где r — радиус атома (иона); Z — базис, или число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку; V — объем элементарной ячейки.
Пусть Z – число шаров, приходящихся на элементарную ячейку, N_i – число шаров внутри ячейки, N_f – число шаров на ее гранях, N_e – на ребрах, N_c – на вершинах ячейки. Тогда $Z = N_i + \frac{1}{2}N_f + \frac{1}{4}N_e + \frac{1}{8}N_c$.
Для примитивной кубической ячейки
$Z = (1/8) \cdot 8 = 1$, $a = 2r$, $V = a^3 = (2r)^3$.

$$\eta = \frac{4\pi r^3}{24 r^3} = \frac{\pi}{6} = 0,52.$$

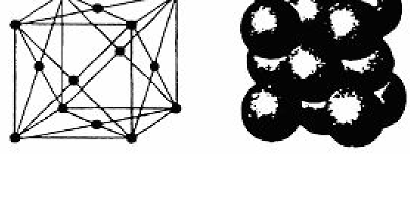
Ответ: коэффициент компактности η = 52 %.

7.2 Задачи для самостоятельного решения

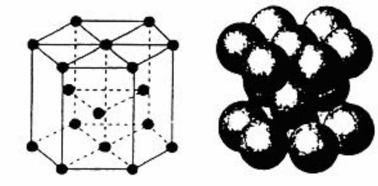
7.3. Найти базис Z и координационное число K для гранецентрированной кубической решётки.
7.4. Найти базис Z и координационное число K для гексагональной плотноупакованной решётки.
7.5. Найти базис Z и координационное число K для ромбической базоцентрированной решётки.
7.6. Вычислить коэффициент компактности для объемно-центрированной кубической решетки.



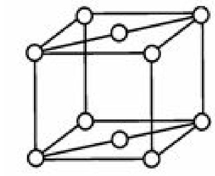
7.7. Вычислить коэффициент компактности для гранецентрированной кубической решетки.



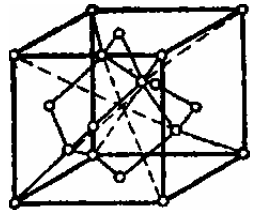
7.8. Вычислить коэффициент компактности для гексагональной плотноупакованной решетки.



7.9. Вычислить коэффициент компактности для кубической базоцентрированной решетки.



7.10. Вычислить коэффициент компактности для алмазной решетки.



Тема 8. Электропроводность металлов

8.1 Основные формулы и примеры решения задач

С точки зрения классической теории металлов электропроводность металлических проводников обусловлена наличием в них электронного газа, состоящего из свободных (коллективизированных) электронов. Если считать, что атомы в металле ионизированы однократно, то концентрация свободных электронов будет равна концентрации атомов и может быть рассчитана по формуле

$$n = \frac{d}{A} N_A, \qquad (8.1)$$

где d – плотность материала,
A – атомная масса,
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро.

В отсутствие электрического поля электроны находятся в состоянии непрерывного хаотического движения. Средняя кинетическая энергия электронов линейно возрастает с температурой:

$$\frac{m_0 v^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \qquad (8.2)$$

где $v_{тепл}$ – средняя скорость теплового движения,
m_0 – масса электрона,
k – постоянная Больцмана.

Температуре 300 К соответствует средняя скорость порядка 10^5 м/с.

Приложение внешнего напряжения приводит к увлечению электронов в направлении действующих сил поля, т.е. электроны получают некоторую добавочную скорость направленного движения, которая называется *дрейфовой скоростью.* Плотность тока в проводнике определяется выражением

$$j = qnv_{\partial p}\,, \tag{8.3}$$

где q – заряд электрона, $v_{\partial p}$ - дрейфовая скорость электронов.

В медном проводнике при плотности тока 10^6 А/м^2 соответствует скорость дрейфа электронов порядка 10^{-4} м/с, т.е. дрейфовая скорость электронов много меньше средней тепловой их скорости. Это связано с тем, что электроны, приобретая от внешнего поля незначительный избыток энергии (сверх тепловой энергии), рассеивают его в материале в результате взаимодействия с динамическими и статическими дефектами. В условиях столь больших сил "трения" имеет место прямая пропорциональность между дрейфовой скоростью и напряженностью поля E:

$$v_{\partial p} = \mu E\,. \tag{8.4}$$

Коэффициент пропорциональности μ носит название *подвижности* и имеет размерность [μ] = [м^2/В·с]. Подстановка (3.4) в (3.3) дает

$$j = qn\mu E\,. \tag{8.5}$$

Коэффициент пропорциональности между плотностью тока и напряженностью поля носит название *удельной проводимости* [γ] = [1/(Ом·м)], а величина, обратная к нему – *удельного сопротивления* [ρ] = [Ом·м]:

$$\gamma = qn\mu\,;\ \rho = 1/\gamma\,. \tag{8.6}$$

Среднее расстояние, которое электрон проходит от столкновения до столкновения, называется *средней длиной свободного пробега* $\bar{l}$. Удельная проводимость металлов определяется в основном средней длиной свободного пробега электронов, которая, в свою очередь, зависит от строения проводника, т.е. химической природы атомов и типа кристаллической решетки. При этом наиболее точным является выражение, полученное с учетом принципов квантовой механики. Оно имеет вид

$$\gamma = \frac{e^2 n^{\frac{2}{3}} \bar{l}}{h}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{8.7}$$

где h = 6,62·10^{-34} Дж·с – постоянная Планка.

*Задача 8.1.*Сопротивление провода из константана при 20^{0}С равно 500 Ом. Определить сопротивление этого провода при температуре 450^{0}С с учетом линейного расширения материала.

Решение: Так как материал провода – константан, то необходимо учитывать линейное расширение материала при увеличении температуры. Поэтому температурный коэффициент сопротивления будет равен

$TKR = TK\rho - TKl$.

Тогда сопротивление провода R_2 при температуре T_2 = 450^0 С с учетом его линейной зависимости от температуры

$R_2 = R_1[1 + (TK\rho - TKL)\Delta T] = 500[1 + (-1{,}5 \cdot 10^{-5} - 10^{-5}) \cdot 430] = 494{,}6$ Ом.

Ответ: R_2 = 494,6 Ом.

8.2 Задачи для самостоятельного решения

8.2. Определите сопротивление медного провода длиной l = 100 м и диаметром d = 1 мм при комнатной температуре.

8.3. Какой надо взять диаметр медного провода, чтобы падение напряжения на нем на расстоянии 1,4 км равнялось 1 В при токе в 1 А?

8.4. При включении в электрическую цепь проводника диаметром 0,5 мм и длиной 43 мм разность потенциалов на концах проводника составила 2,4 В при токе 2 А. Определить удельное сопротивление материала проводника.

8.5. К медной проволоке длиной 6 м и диаметром 0,56 мм приложено напряжение 0,1 В. Сколько электронов пройдет через сечение проводника за 10 с?

8.6. Вычислить падение напряжения на полностью включенном реостате, изготовленном из константановой проволоки длиной 10 м при плотности тока 5 А/мм^2.

8.7. Медный и алюминиевый провода равной длины имеют одинаковые сопротивления. Определить отношения диаметров этих проводов. Вычислить, во сколько раз масса алюминиевого провода меньше массы медного провода.

8.8. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление 10,8 Ом. Масса медной проволоки 0,3 кг. Определить длину и диаметр намотанной на катушку проволоки.

8.9. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы изготовить печь сопротивлением 40 Ом?

8.10. Требуется изготовить нагревательную спираль для электрической плитки мощностью 0,5 кВт, предназначенной для включения в цепь с напряжением 220 В. Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,4 мм нужно взять для этого? Удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $\rho = 1{,}05 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

8.11. Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

Тема 9. Электропроводность полупроводников и диэлектриков

9.1 Основные формулы и примеры решения задач

Объемное сопротивление полупроводника или диэлектрика равно

$$R_V = \rho_V \frac{l}{S}, \tag{9.1}$$

где ρ_V - удельное объемное сопротивление, Ом·м;

l – расстояние между электродами;

S – площадь поперечного сечения электродов, м^2.

При расчете поверхностного сопротивления полупроводника или диэлектрика необходимо учитывать его форму. Поверхностное сопротивление равно

$$R_S = \rho_S \frac{l}{b}, \qquad (9.2)$$

где ρ_S - удельное поверхностное сопротивление, Ом;
b – ширина электрода, м;
l – расстояние между электродами.

С ростом температуры электрическая проводимость растет по экспоненциальному закону

$$\gamma = A \cdot e^{-\frac{W}{kT}}, \qquad (9.3)$$

где А – постоянная величина для данного диэлектрика.

*Задача 9.1.*На цилиндрическом образце диэлектрика диаметром 10 мм и длиной 15,7 мм на всю поверхность торцов нанесены металлические электроды. Рассчитать ток утечки по поверхности цилиндра, если напряжение равно 1000 В, а удельное поверхностное сопротивление диэлектрика $5{\cdot}10^{12}$ Ом.

Решение: Ток по закону Ома равен

$$I = \frac{U}{R_S},$$

где I – ток, U – напряжение, R_S – поверхностное сопротивление диэлектрика. Поверхностное сопротивление в данном случае определяется следующим образом

$$R_S = \rho_S \frac{l}{\pi d},$$

где ρ_S - удельное поверхностное сопротивление диэлектрика, l - длина, а d – диаметр образца. Тогда получим

$$I = \frac{U\pi d}{\rho_S l} = \frac{1000 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01}{5 \cdot 10^{12} \cdot 15{,}7 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ А}.$$

Ответ: I = $4{\cdot}10^{-10}$ А.

9.2 Задачи для самостоятельного решения

9.2. Цилиндрический стержень диаметром 20 мм и длиной 50 мм из фенопласта с удельным объемным сопротивлением 10^{11}Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением $5{\cdot}10^{12}$ Ом зажат между двумя металлическими электродами, между которыми поддерживается напряжение 100 В постоянного тока. Определите ток через стержень.

9.3. На две противоположные грани кубика из полистирола с ребром 15 мм нанесены слои металла, служащие электродами, через которые кубик включается в электрическую цепь. Определите величину установившегося тока через кубик при постоянном напряжении 5 кВ. Удельное объемное сопротивление полистирола равно 10^{14} Ом·м, а удельное поверхностное сопротивление – 10^{16} Ом.

9.4. Определите удельное объемное сопротивление полиэтилена, используемого в качестве диэлектрика в плоском конденсаторе, если известно, что ток через конденсатор при постоянном напряжении 1 кВ равен 10^{-11} А. Толщина диэлектрика 2 мм, площадь обкладок 40 см^2.

9.5. Образец прямоугольной формы с размерами основания 6х4 мм и высотой 6,6 мм, подключен к источнику постоянного напряжения 770 В. Удельная поверхностная проводимость диэлектрика равна $3 \cdot 10^{-12}$ Ом$^{-1}$. Чему равен ток поверхностной утечки?

9.6. На цилиндрическом образце диэлектрика диаметром 10 мм и длиной 15,7 мм на всю поверхность торцов нанесены металлические электроды. Рассчитать ток утечки по поверхности цилиндра, если напряжение равно 1000 В, а удельное поверхностное сопротивление диэлектрика $5 \cdot 10^{12}$ Ом.

9.7. Металлические электроды нанесены вжиганием серебра в торцы керамической трубки. Длина трубки 30 мм, внешний диаметр 50 мм, внутренний диаметр 30 мм. Удельное поверхностное сопротивление керамики равно $2{,}1 \cdot 10^{12}$ Ом. Чему равно поверхностное сопротивление трубки?

9.8. У керамического цилиндрического конденсатора емкостью 10^4 пФ сопротивление изоляции $1{,}25 \cdot 10^{10}$ Ом. Диэлектрическая проницаемость керамики равна 141. Геометрические размеры неизвестны. Поверхностные токи утечки пренебрежимо малы. Рассчитать удельное объемное сопротивление керамики.

9.9. Электрическая проводимость кристалла при 20^0С равна $3{,}2 \cdot 10^{-14}$Ом$^{-1}$, а при 80^0С она равна $2{,}1 \cdot 10^{-12}$ Ом$^{-1}$. Чему равна электрическая проводимость кристалла при 50^0С?

9.10. При изменении температуры от60 до 127^{o}С удельное сопротивление радиофарфора уменьшается от $\rho_1 = 10^{13}$ Ом·м до $\rho_2 = 10^{11}$ Ом·м. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления α_ρ радиофарфора, считая его постоянным в рассматриваемом диапазоне температур. Найти удельное сопротивление материала при комнатной температуре.

9.11. При температуре 24^{o}С электрическая проводимость кристалла 10^{-12} Ом$^{-1}$, а при температуре 54^{o}С она возрастает в 20 раз. Чему равна электрическая проводимость при 120^o С?

9.12. Образец германия, находящийся в состоянии термодинамического равновесия при 300 К, характеризуется следующими параметрами: удельное сопротивление 1 Ом см, μ_n =3800 см^{2}В$^{-1}$с$^{-1}$, μ_p =1800 см^{2}В$^{-1}$с$^{-1}$ N_c=10^{19} см$^{-3}$.Во сколько раз изменится его удельное сопротивление при 500 К, если ширина запрещенной зоны 0,67 эВ.

9.13. Определите ширину запрещенной зоны полупроводника n типа, если при охлаждении его от 300К до 200К концентрация электронов уменьшилась в 10 раз и составила 2 10^{16}см$^{-3}$.

9.14. Цилиндр из полупроводника диаметром 1 мм и длиной 10 см при комнатной температуре имел электрическое сопротивление 10 МОм, при нагреве до 100^{o}С его сопротивление уменьшилось в 100 раз. Найдите концентрацию и подвижность электронов в полупроводнике, предполагая, что положение уровеня Ферми не зависит от температуры. Вкладом дырочной проводимости пренебречь.

Рекомендуемая литература

1. Епифанов Г.И. Физика твердого тела: учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 288 с. – ISBN: 978-5-8114-1001-9. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2023.
2. Савельев И. В. Курс общей физики : учебное пособие для втузов: В 3 т. / И. В. Савельев. - 7-е изд., стереотип. - СПб.: Лань, 2007 - . - (Лучшие классические учебники) (Классическая учебная литература по физике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0629-6. Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. - СПб.: Лань, 2007. - 317[3] с. - ISBN 978-5-8114-0632-6.
3. Шалимова К.В Физика полупроводников: учебник для вузов. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 384 с. – ISBN: 978-5-8114-0922-8. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=648.
4. Савельев И.В. Курс физики. В 3-х тт. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. - 320 с. - ISBN: 978-5-8114-0684-5. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=708.
5. Смирнов С. В. Физика твердого тела : учебное пособие / С. В. Смирнов ; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томский межвузовский центр дистанционного образования. - Томск : Издательство научно-технической литературы, 2003. - 273, [3] с. - ISBN 5-89503-200-1.
6. Смирнов С. В. Физика твердого тела: Лабораторный практикум для студентов специальностей 210104 "Микроэлектроника и твердотельная электроника" и 200600 "Фотоника и оптоинформатика" / С. В. Смирнов; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра физической электроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 35 с.

7. Материалы электронной техники: Задачи и вопросы: Учебное пособие для вузов / Б. Л. Антипов, В. С. Сорокин, В. А. Терехов. - 2-е изд. - СПб.: Лань, 2003. - 208 с.
8. Материалы электронной техники: Учебник для вузов / Владимир Васильевич Пасынков, Валерий Сергеевич Сорокин. - 4-е изд., стереотип. - М.: ДМК, 2002; СПб.: Лань, 2002. - 368 с.
9. Современная кристаллография, Т.4. Физические свойства кристаллов. Шувалов П.А. и др. – М.: Наука, 1981.

Учебное пособие

Кистенева М.Г.

Избранные главы физики твердого тела (Основы кристаллографии)

Методические указания по практическим занятиям
по дисциплине «Избранные главы физики твердого тела (Основы кристаллографии)»

Усл. печ. л. Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40