

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **ФАЗОВЫЙ СИНХРОНИЗМ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

Методические указания к лабораторной работе по курсам  
«Когерентная и нелинейная оптика», «Нелинейная оптика»,  
«Фоторефрактивная и нелинейная оптика»  
для студентов направлений «Фотоника и оптоинформатика»  
и «Электроника и наноэлектроника»

**Шандаров Станислав Михайлович**  
**Бородин Максим Викторович**

Фазовый синхронизм при генерации второй гармоники лазерного излучения в одноосных кристаллах: методические указания к лабораторной работе по курсам «Когерентная и нелинейная оптика», «Нелинейная оптика», «Фоторефрактивная и нелинейная оптика» для студентов направлений «Фотоника и оптоинформатика», «Электроника и наноэлектроника» / С.М. Шандаров, М.В. Бородин; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. – Томск : ТУСУР, 2012. – 21 с.

Целью настоящей работы, состоящей из двух частей, является изучение особенностей реализации условий фазового синхронизма при генерации второй гармоники оптического излучения в одноосных нелинейных кристаллах. В первой части исследуются кривые углового синхронизма, во второй – кривые температурного синхронизма.

Предназначено для студентов очной, очно-заочной и заочной форм, обучающихся по направлениям «Фотоника и оптоинформатика» и «Электроника и наноэлектроника» по дисциплинам «Когерентная и нелинейная оптика», «Нелинейная оптика» и «Фоторефрактивная и нелинейная оптика».

© Шандаров Станислав Михайлович, 2012  
© Бородин Максим Викторович, 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_С.М. Шандаров  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

**ФАЗОВЫЙ СИНХРОНИЗМ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ  
ГАРМОНИКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНООСНЫХ  
КРИСТАЛЛАХ**

Методические указания к лабораторной работе по курсам  
«Когерентная и нелинейная оптика», «Нелинейная оптика»,  
«Фоторефрактивная и нелинейная оптика»  
для студентов направлений «Фотоника и оптоинформатика»  
и «Электроника и наноэлектроника»

Разработчик

д-р. физ.-мат. наук,  
проф. каф.ЭП  
\_\_\_\_\_С.М. Шандаров  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

ассистент каф. ЭП  
\_\_\_\_\_ М.В. Бородин  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

## Содержание

1 Введение.....	5
2 Теоретическая часть.....	5
2.1 Нелинейная поляризация среды при мгновенном отклике .....	5
2.2 Электромагнитная теория нелинейных эффектов второго порядка.....	7
2.3 Генерация второй гармоники .....	9
2.4 Фазовый синхронизм при генерации второй гармоники .....	11
2.5 Контрольные вопросы.....	15
3 Экспериментальная часть.....	15
3.1 Лабораторная установка .....	15
3.2 Задание на работу .....	16
3.2.1 Исследование углового синхронизма .....	16
3.2.2 Исследование температурного синхронизма.....	17
3.3 Порядок выполнения работы и методические указания.....	17
3.4 Содержание отчета.....	20
Список литературы .....	20

## 1 Введение

Создание лазеров в 60-х годах прошлого века сделало возможной генерацию когерентного оптического излучения с высокой интенсивностью, при которой свойства вещества становятся от неё зависящими. В этом случае пространственные и временные характеристики излучения, проходящего через вещество, могут существенно изменяться вследствие нелинейных преобразований. Связанная с такими преобразованиями область науки и техники получила название «нелинейная оптика». Одним из наиболее распространенных и часто используемых в прикладных целях явлений нелинейной оптики является генерация второй гармоники (ГВГ) лазерного излучения. Эффективная ГВГ наблюдается при выполнении условий фазового синхронизма, которые вследствие дисперсии света не могут удовлетворяться автоматически.

Целью настоящей работы является исследование фазового синхронизма в отрицательных одноосных нелинейных кристаллах, оптическая анизотропия которых позволяет реализовать его при коллинеарном распространении волны с основной частотой и волны на второй оптической гармонике.

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Нелинейная поляризация среды при мгновенном отклике

В реальной среде увеличение напряженности светового поля приводит к нелинейной связи с наведенной им электрической поляризацией. Такая нелинейная связь во многих случаях может быть представлена в виде разложения в ряд Тейлора:

$$P_i = \varepsilon_0 (\chi_{ij} E_j + 2d_{ijk} E_j E_k + 4\chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots), \quad (2.1)$$

где  $P_i$  – компонента мгновенной поляризации;  $E_j$  – компонента электрической напряженности мгновенного светового поля;  $\chi_{ij}$  – линейная восприимчивость среды;  $d_{ijk}$  и  $\chi_{ijkl}$  – нелинейные оптические восприимчивости второго и третьего порядков соответственно.

В выражении (2.1) предполагается, что система не имеет потерь и отклик является мгновенным. В этом случае можно показать, что коэффициенты тензоров  $\chi_{ij}$ ,  $d_{ijk}$  и  $\chi_{ijkl}$  симметричны по перестановкам любых индексов; например,  $\chi_{ijkl} = \chi_{jilk}$ .

Нелинейный оптический отклик, характеризуемый параметрами  $d_{ijk}$  и  $\chi_{ijkl}$ , приводит к многочисленным нелинейным явлениям и интересным приложениям. Нелинейность второго порядка  $P_i = 2\varepsilon_0 d_{ijk} E_j E_k$  ответственна за генерацию второй гармоники, суммарных и разностных частот, за параметрическое усиление и генерацию света. Член третьего порядка  $P_i = 4\varepsilon_0 \chi_{ijkl} E_j E_k E_l$  связан с описанием различных явлений, таких как генерация третьей гармоники, комбинационное рассеяние света и рассеяние

Мандельштама-Бриллюэна, самофокусировка и обращение волнового фронта.

Рассмотрим связь монохроматических оптических полей с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в нелинейной среде. Запишем их в виде

$$E_j^{\omega_1}(t) = \frac{1}{2} \dot{E}_j^{\omega_1} \exp(i\omega_1 t) + \text{к.с.}, \quad (2.2)$$

$$E_j^{\omega_2}(t) = \frac{1}{2} \dot{E}_j^{\omega_2} \exp(i\omega_2 t) + \text{к.с.} \quad (2.3)$$

В нелинейной среде эти поля наводят электрическую поляризацию на частотах  $n\omega_1 + m\omega_2$ , где  $n$  и  $m$  – целые числа.

В прозрачных кристаллах с мгновенным откликом коэффициенты  $d_{ijk}$  не зависят от частоты или от того, какая поляризация анализируется - на суммарной или разностной частоте. Поэтому ниже будут опускаться любые их обозначения, связанные с частотой.

Тензор нелинейной оптической восприимчивости третьего ранга с коэффициентами  $d_{ijk}$  отличен от нуля только в кристаллах без центра симметрии. Коэффициенты  $d_{ijk}$  измеряют чаще всего в экспериментах по генерации второй гармоники, когда  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , а  $\omega_3 = 2\omega$ .

Если в выражении (1.1) ограничиться учетом только первых двух членов и подставить в него не суперпозицию полей с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , а только поле с частотой  $\omega$ , то амплитуду составляющей нелинейной поляризации на частоте  $2\omega$  можно представить в следующем виде:

$$\dot{P}_i^{2\omega} = \varepsilon_0 d_{ijk} \dot{E}_j^\omega \dot{E}_k^\omega, \quad (2.4)$$

Используя симметрию коэффициентов  $d_{ijk}$  по перестановке двух последних индексов, заменим эти два индекса на один по известным правилам:  $11 \leftrightarrow 1$ ;  $22 \leftrightarrow 2$ ;  $33 \leftrightarrow 3$ ;  $23, 32 \leftrightarrow 4$ ;  $13, 31 \leftrightarrow 5$  и  $12, 21 \leftrightarrow 6$ . Это позволяет представить коэффициенты тензора  $\mathbf{d}$  для одноосных кристаллов класса симметрии  $3m$ , к которому относится ниобат лития, в виде матрицы  $3 \times 6$ :

$$\mathbf{d} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.5)$$

Для относящегося к этому классу ниобата лития на длине волны накачки 1,058 мкм описывающие генерацию второй гармоники коэффициенты имеют следующие значения:  $d_{22} = 3,07$  пм/В;  $d_{31} = d_{15} = 5,82$  пм/В;  $d_{33} = 40,68$  пм/В.

В одноосных кристаллах класса симметрии  $\bar{4}2m$  коэффициенты тензора  $\mathbf{d}$  характеризуются следующей матрицей:

$$\mathbf{d} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{36} \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Принадлежащий к классу симметрии  $\bar{4}2m$  кристалл дигидрофосфата калия (KDP) на длине волны накачки 1,058 мкм имеет значение коэффициента  $d_{36} = d_{14} = 0,47$  пм/В.

## 2.2 Электромагнитная теория нелинейных эффектов второго порядка

Рассмотрим нелинейную поляризацию, возникающую в нелинейной среде при воздействии на нее двух плоских монохроматических световых волн

$$E_j^{\omega_1}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \dot{E}_j^{\omega_1} \exp[i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}, \quad (2.7)$$

$$E_k^{\omega_2}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \dot{E}_k^{\omega_2} \exp[i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.} \quad (2.8)$$

Ограничиваясь здесь рассмотрением эффектов второго порядка, найдем из соотношения (2.1) нелинейную поляризацию на суммарной и разностной частотах

$$P_i^{\omega_1 + \omega_2}(t) = d_{ijk} \dot{E}_j^{\omega_1} \dot{E}_k^{\omega_2} \exp\{i[(\omega_1 + \omega_2)t - (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}]\} + \text{к.с.}, \quad (2.9)$$

$$P_i^{\omega_1 - \omega_2}(t) = d_{ijk} \dot{E}_j^{\omega_1} \dot{E}_k^{\omega_2} \exp\{i[(\omega_1 - \omega_2)t - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}]\} + \text{к.с.} \quad (2.10)$$

Наличие в среде нелинейной поляризации на суммарной и разностной частоте еще не означает, что на выходе данной среды мы получим световое поле с соответствующими характеристиками, имеющее заметную амплитуду. Рассмотрим уравнения Максвелла, которые справедливы и в этом случае, записывая их в виде

$$\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (2.11)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

где вектор поляризации может быть представлен в виде суммы линейного и нелинейного членов:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_{lin} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{P}_{nl}. \quad (2.13)$$

Используя стандартный подход, найдем из (2.11)-(2.13) волновое уравнение в следующем виде:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial^2 (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E})}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{nl}}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

Из последнего уравнения следует, что нелинейная поляризация играет роль вынуждающей силы. Слева записано обычное волновое уравнение (линейное), решением которого является, в частности, плоская монохроматическая волна. Если вынуждающая сила (нелинейная поляризация) находится в резонансе с полем этой волны, то ее амплитуда будет заметной на выходе среды (рис.2.1).

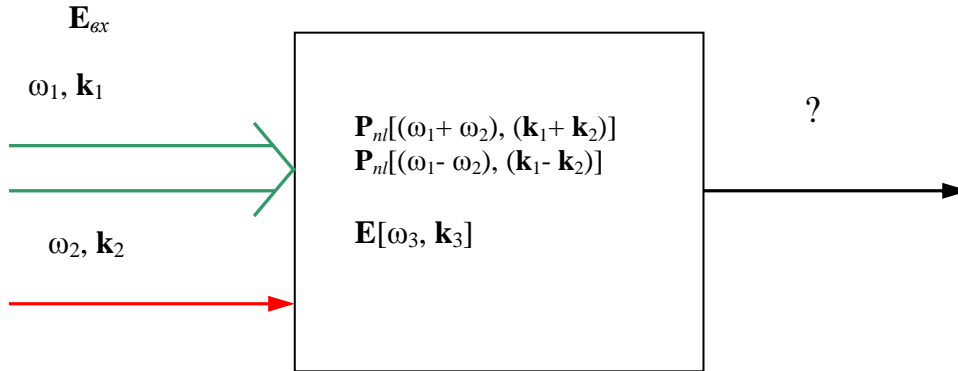


Рисунок 2.1 – Нелинейная поляризация среды на суммарной и разностной частотах и результирующее поле распространяющейся в ней световой волны с частотой  $\omega_3$  и волновым вектором  $\mathbf{k}_3$

Очевидно, что если одновременно выполняются условия

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad (2.16)$$

то будет генерироваться волна с суммарной частотой. В случае выполнения условий

$$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, \quad (2.18)$$

в среде происходит эффективная генерация волны на разностной частоте.

Эти условия выражают законы сохранения энергии ((2.15) и (2.17)) и квазиимпульса ((2.16) и (2.18)). То есть, взаимодействие двух фотонов с энергиями  $\hbar\omega_1$  и  $\hbar\omega_2$  и квазиимпульсом  $\hbar\mathbf{k}_1$  и  $\hbar\mathbf{k}_2$  порождает фотон с энергией  $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$  (или с энергией  $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2$ ) и квазиимпульсом  $\hbar\mathbf{k}_3 = \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2$  (или  $\hbar\mathbf{k}_3 = \hbar\mathbf{k}_1 - \hbar\mathbf{k}_2$ ). Закон сохранения энергии всегда выполняется точно, а условие синхронизма для квазиимпульса может выполняться с некоторой расстройкой:

$$\Delta\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k}_3 - (\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2) \neq 0. \quad (2.19)$$



В общем случае условия синхронизма, налагаемые на волновые векторы взаимодействующих волн, являются векторными. Однако в большинстве случаев наиболее эффективным является коллинеарное взаимодействие.

### 2.3 Генерация второй гармоники

Первый эксперимент по генерации второй гармоники выполнили в 1961 году Франкен, Хилл, Петерс и Вейнрейх (рис. 2.2).

558

Глава 12

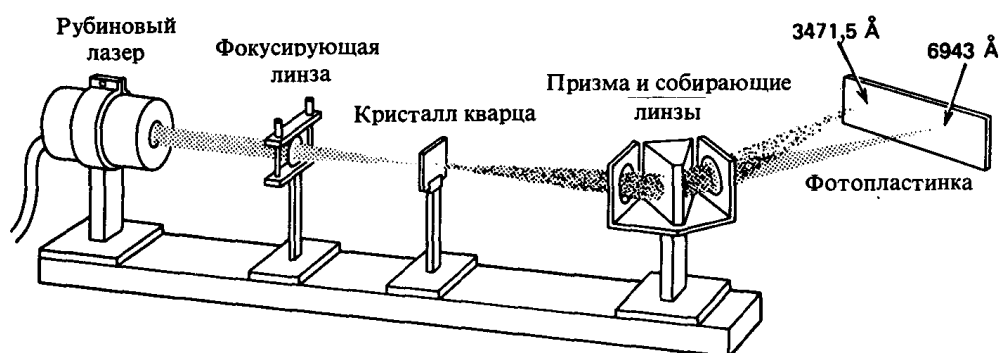


РИС. 12.1. Установка, использованная в первом эксперименте, в котором была получена генерация второй гармоники [1]. Пучок рубинового лазера ( $\lambda = 0,694$  мкм) фокусируется на кристалле кварца, что приводит к генерации (слабого) пучка при  $\lambda/2 = 0,347$  мкм. Затем два пучка разделяются призмой и регистрируются на фотопленке.

Рисунок 2.2 – Рисунок из книги Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987.

В эксперименте было обнаружено, что наряду с основным излучением на выходе кристалла существует вторая гармоника с длиной волны  $\lambda = 347.15$  нм (ультрафиолетовое излучение). Эффективность преобразования по мощности составила в данном эксперименте  $10^{-8}$ . В настоящее время при генерации второй гармоники достигаются значения эффективности, близкие к единице.

Рассмотрим генерацию второй гармоники при распространении в кристалле вдоль некоторого направления  $\eta$ , ортогонального его входной грани  $\eta=0$ , следующей волны накачки:

$$\mathbf{E}^\omega(\eta, t) = \frac{1}{2} \dot{E}_m^\omega \mathbf{e}^\omega \exp[i(\omega t - k_\omega \eta)] + \text{к.с.}, \quad (2.20)$$

с комплексной амплитудой  $\dot{E}_m^\omega$ , единичным вектором поляризации  $\mathbf{e}^\omega$  и волновым числом  $k_\omega$ , и коллинеарной с ней волны на частоте  $2\omega$ ,

$$\mathbf{E}^{2\omega}(\eta, t) = \frac{1}{2} \dot{E}_m^{2\omega} \mathbf{e}^{2\omega} \exp[i(2\omega t - k_{2\omega}\eta)] + \text{к.с.}, \quad (2.21)$$

характеризуемой соответствующими параметрами  $\dot{E}_m^{2\omega}$ ,  $\mathbf{e}^{2\omega}$  и  $k_{2\omega}$ . Найдем далее нелинейную поляризацию среды на частотах  $2\omega$  и  $\omega$ , воспользовавшись соотношением (2.1), в которое необходимо подставить суперпозицию полей  $\mathbf{E}^\omega(\eta, t)$  и  $\mathbf{E}^{2\omega}(\eta, t)$ . Подставляя её, как и ту же суперпозицию полей в волновое уравнение (2.14), после использования стандартной процедуры метода медленно меняющихся амплитуд приходим к следующей системе уравнений связанных волн:

$$\frac{d\dot{E}_m^{2\omega}}{d\eta} = -i \frac{\omega}{cn^{2\omega}} (\dot{E}_m^\omega)^2 (\mathbf{e}^{2\omega} \cdot \mathbf{d} : \mathbf{e}^\omega \mathbf{e}^\omega) \exp(i\Delta k\eta), \quad (2.22)$$

$$\frac{d\dot{E}_m^\omega}{d\eta} = -i \frac{\omega}{cn^\omega} (\dot{E}_m^\omega)^* \dot{E}_m^{2\omega} (\mathbf{e}^\omega \cdot \mathbf{d} : \mathbf{e}^\omega \mathbf{e}^{2\omega}) \exp(-i\Delta k\eta), \quad (2.23)$$

где  $n^{2\omega}$  и  $n^\omega$  – показатели преломления кристалла для волн с частотами  $2\omega$  и  $\omega$ , соответственно;  $c$  – скорость света в вакууме и  $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$ .

Рассмотрим далее *приближение неистощаемой накачки*, при выполнении условий которого лишь малая часть основной волны преобразуется во вторую гармонику. В этом случае можно считать, что  $(\dot{E}_m^\omega)^2$  не зависит от координаты  $\eta$ , и уравнение (2.22) сразу интегрируется. Для граничного условия  $\dot{E}_m^{2\omega}(0) = 0$  на входной грани кристалла (при  $\eta = 0$ ) получаем

$$\dot{E}_m^{2\omega}(\eta) = -i \frac{\omega}{cn^{2\omega}} d_{eff} (\dot{E}_m^\omega)^2 \frac{\exp(i\Delta k\eta) - 1}{i\Delta k}. \quad (2.24)$$

Выразим интенсивность второй гармоники и волны накачки, используя соотношения

$$I^{(2\omega)} = \frac{1}{2} n^{2\omega} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |\dot{E}_m^{2\omega}|^2, \quad I^{(\omega)} = \frac{1}{2} n_o \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |\dot{E}_m^\omega|^2.$$

В результате получаем следующее выражение для интенсивности второй гармоники на выходной грани кристалла  $\eta = L$ :

$$I^{(2\omega)}(L) = 2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\omega^2 d_{eff}^2 L^2}{c^2 (n^\omega)^2 n^{2\omega}} (I^{(\omega)})^2 \frac{\sin^2(\Delta kL/2)}{(\Delta kL/2)^2}. \quad (2.25)$$

Таким образом, интенсивность второй гармоники пропорциональна квадрату интенсивности основного излучения. Поэтому применение фокусирующей линзы, такой, которая использовалась в эксперименте,

иллюстрируемом рис. 2.2, приводит к увеличению эффективности преобразования основного излучения во вторую гармонику.

## 2.4 Фазовый синхронизм при генерации второй гармоники

Очевидно, что эффективность генерации второй гармоники (ГВГ) максимальна при точном выполнении условия фазового синхронизма ( $\Delta k = 0$ ):

$$k_{2\omega} - 2k_{\omega} = 0, \quad (2.26)$$

откуда следует равенство показателей преломления взаимодействующих волн

$$n^{2\omega} = n^{\omega}. \quad (2.27)$$

Это условие, как правило, не выполняется. Например, в кристалле  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  (KDP), часто используемом для различных нелинейных устройств, при комнатной температуре для  $\lambda_{SH} = 0,5$  мкм обыкновенный ( $o$ ) и необыкновенный ( $e$ ) показатели преломления имеют значения  $n_o^{\omega} = 1,5149$  и  $n_e^{\omega} = 1,4725$ , а при необходимом для преобразования излучении накачки с длиной волны  $\lambda_p = 1.0$  мкм они являются следующими:  $n_o^{2\omega} = 1,4960$  и  $n_e^{2\omega} = 1,4610$ .

Чтобы определить, как разница в показателях преломления взаимодействующих волн, распространяющихся в направлениях, ортогональных оптической оси, скажется на эффективности ГВГ, рассмотрим присутствующий в (2.25) множитель  $\sin^2(\Delta k L/2)$ , максимумы которого обеспечивают максимумы в выходной интенсивности второй гармоники. Они определяются из условия

$$\frac{\Delta k}{2} L_p = \frac{\pi}{2} (2p + 1), \quad p = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.28)$$

а расстояние между соседними максимумами равно

$$2L_c = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi}{(2\pi/\lambda_{SH})n_e(\lambda_{SH}) - 2(2\pi/\lambda_p)n_o(\lambda_p)} = \frac{\lambda_p}{2(n_e^{2\omega} - n_o^{\omega})}. \quad (2.29)$$

Расстояние  $L_c$  называется длиной когерентности, поскольку в ее пределах нелинейная поляризация находится в фазе с полем плоской волны, соответствующей второй гармонике. При  $\lambda_p = 1.0$  мкм и  $n_e^{2\omega} - n_o^{\omega} \approx 0.024$  получаем, что  $L_c = 10$  мкм. Обычно толщина нелинейного кристалла составляет 10 мм и более. Если удастся увеличить  $L_c$  до этих значений, то выигрыш в интенсивности второй гармоники составит  $10^6$  раз. Как это можно сделать?

Условию  $n_e(2\omega) = n_o(\omega)$  можно удовлетворить, если взаимодействие волн осуществлять не при их распространении перпендикулярно оптической оси, а под некоторым углом  $\theta$ . В этом случае необыкновенная волна характеризуется показателем преломления

$$n_e^{2\omega}(\theta) = \frac{n_o^{2\omega} n_e^{2\omega}}{\sqrt{(n_e^{2\omega})^2 \cos^2 \theta + (n_o^{2\omega})^2 \sin^2 \theta}}, \quad (2.30)$$

а обыкновенная –  $n_o^\omega$ . Если первая поверхность представляет эллипсоид вращения, а ее сечение любой плоскостью, проходящей через оптическую ось – эллипс, то вторая поверхность является сферой (ее сечение такой же плоскостью – окружность). Для одноосных кристаллов, таких как KDP и ниобат лития, имеются точки пересечения окружности  $n_o^\omega(\theta) = n_o^\omega$  с эллипсом  $n_e^{2\omega}(\theta)$  (рис. 2.3), где  $\Delta k = 0$ , а  $L_c \rightarrow \infty$ .

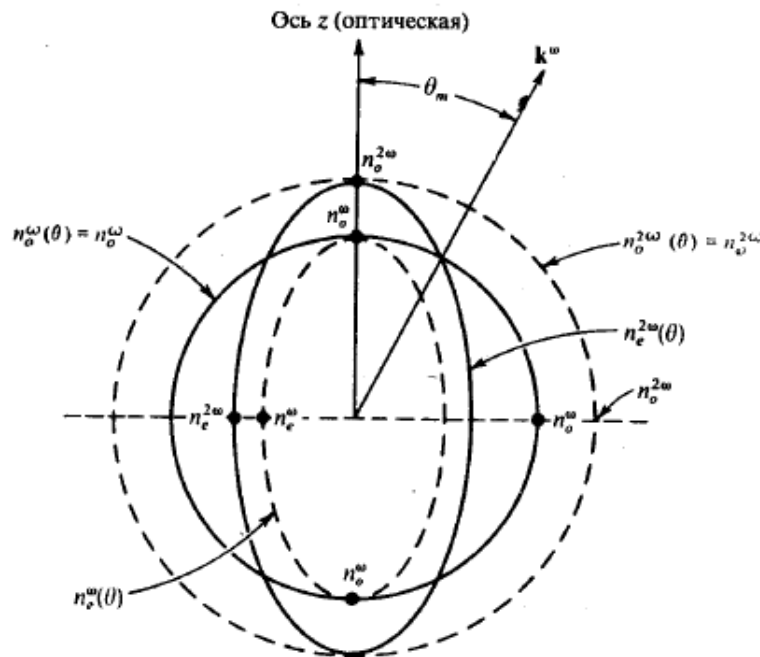


Рисунок 2.3 – Поверхности показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн в отрицательном одноосном кристалле ( $n_o > n_e$ ).

Из рисунка 2.3 следует, что действительно имеется пересечение показателей преломления для обыкновенной волны накачки и для второй гармоники необыкновенной волны. Направление на точку пересечения, образующее угол  $\theta_m$  с оптической осью кристалла, представляет собой *направление фазового синхронизма* основной волны и второй гармоники. Угол  $\theta_m$  называется *углом синхронизма*. Интенсивность второй гармоники в этом направлении на несколько порядков выше, чем в других направлениях.

Ввиду осевой симметрии, направления фазового синхронизма образуют коническую поверхность с углом при вершине, равным  $2\theta_m$ .

Условие синхронизма (2.16) в рассматриваемом случае ГВГ при взаимодействии волн с обыкновенной поляризацией (накачка) и необыкновенно поляризованной волны (вторая гармоника) можно записать в следующем векторном виде:

$$\mathbf{k}_\omega^o + \mathbf{k}_\omega^o = \mathbf{k}_{2\omega}^e. \quad (2.31)$$

Обычно его называют взаимодействием типа  $oo \rightarrow e$ , или *первым типом взаимодействия*.

Использование условий (2.27) и (2.30) позволяет получить следующее уравнение для определения угла синхронизма:

$$\sin \theta_m = \frac{n_e^{2\omega}}{n_o^\omega} \sqrt{\frac{(n_o^{2\omega})^2 - (n_o^\omega)^2}{(n_o^{2\omega})^2 - (n_e^{2\omega})^2}}. \quad (2.32)$$

Входящие в (2.32) показатели преломления одноосного кристалла зависят от частоты (длины волны) вследствие дисперсии, от температуры и от условий роста кристалла. Обычно такие зависимости описываются уравнениями Селлмейера. Для кристалла ниобата лития, выращенного из расплава стехиометрического состава, можно использовать уравнения Селлмейера в следующей форме:

$$n_o^2 = 4,9130 + \frac{0,1173 + 1,65 \cdot 10^{-8} T^2}{\lambda^2 - (0,212 + 2,7 \cdot 10^{-8} T^2)^2} - 2,78 \cdot 10^{-2} \lambda^2, \quad (2.33)$$

$$n_e^2 = 4,5567 + 2,605 \cdot 10^{-7} T^2 + \frac{0,097 + 2,7 \cdot 10^{-8} T^2}{\lambda^2 - (0,201 + 5,4 \cdot 10^{-8} T^2)^2} - 2,24 \cdot 10^{-2} \lambda^2, \quad (2.34)$$

где длина волны  $\lambda$  должна быть выражена в микрометрах, и  $T$  – в градусах Кельвина.

В соответствии с уравнением (2.25), выходную мощность пучка второй гармоники при изменении условий синхронизма можно представить в виде

$$P^{2\omega}(\Delta k) = P_m^{2\omega} \frac{\sin^2(\Delta k L / 2)}{(\Delta k L / 2)^2}, \quad (2.35)$$

где для рассматриваемого взаимодействия типа  $oo \rightarrow e$  волновая расстройка может быть найдена, как

$$\Delta k(\lambda_p, \theta, T) = \frac{4\pi}{\lambda_p} \left[ n_1 \left( \frac{\lambda_p}{2}, \theta, T \right) - n_o(\lambda_p, T) \right], \quad (2.36)$$

с использованием соотношения (2.30) для  $n_e^{2\omega}(\theta) = n_1(\lambda_p / 2, \theta)$  и уравнений Селлмейера (2.33) и (2.34) для расчета показателей преломления  $n_o(\lambda_p, T)$ ,  $n_o(\lambda_p / 2, T)$  и  $n_e(\lambda_p / 2, T)$ .

Отметим, что зависимость  $P^{2\omega}(\Delta k)$  называют *кривой синхронизма*. С учетом соотношений (2.36), (2.30), (2.33) и (2.34) могут быть построены кривые *углового синхронизма*  $P^{2\omega}(\theta)$  и *температурного синхронизма*  $P^{2\omega}(T)$ , которые могут быть сопоставлены с аналогичными экспериментальными зависимостями. При волновой расстройке, достигающей значений  $\Delta k_{\pm} = \pm 0,866\pi/L$ , мощность излучения, преобразованного во вторую гармонику, уменьшается в два раза. Это условие определяет *ширину максимума кривой синхронизма*, как  $2\Delta k = 1,772\pi/L$ .

Важное значение для приложений играют параметры, называемые *угловой* ( $2\Delta\theta$ ), *спектральной* ( $2\Delta\lambda$  или  $2\Delta f$ ) и *температурной* ( $2\Delta T$ ) *шириной синхронизма*, определяемые расчетами и экспериментально из соответствующих зависимостей для  $P^{2\omega}$ . Величины  $2\Delta\theta$  и  $2\Delta f$  (или  $2\Delta\lambda$ ) позволяют оценить требования к лазерному излучению на основной частоте: расходимость пучка накачки должна быть меньше угловой ширины синхронизма, а его монохроматичность должна соответствовать частотной ширине. В противном случае в процессе ГВГ будет участвовать не вся мощность лазерного пучка накачки. Температурная ширина синхронизма  $2\Delta T$  определяет требования к случайным или систематическим изменениям температуры кристалла – удвоителя частоты.

В кристаллах ниобата лития, выращенных из расплава со стехиометрическим составом, при некоторой температуре, превышающей комнатную, можно реализовать так называемый *некритичный фазовый синхронизм*, имеющий место при угле  $\theta_m = 90^\circ$ . В этом случае сферическая поверхность показателя преломления для волны накачки с обыкновенной поляризацией,  $n_o^\omega(\theta) = n_o^\omega$ , не пересекается с поверхностью эллипсоида вращения необыкновенной волны на частоте второй гармоники  $n_e^{2\omega}(\theta)$ , а лишь касается ее (рис. 2.4).

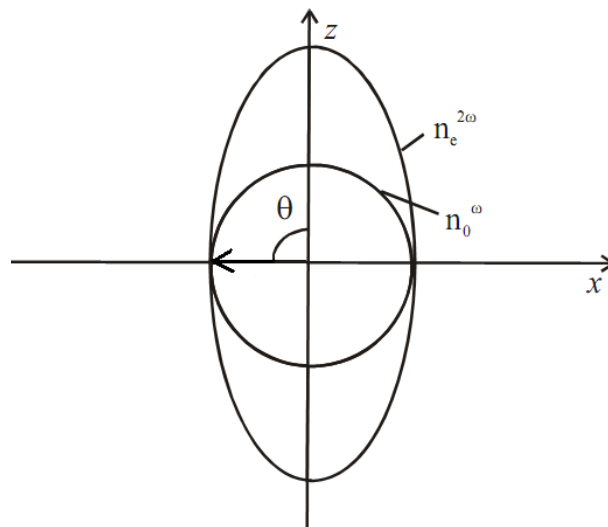


Рисунок 2.4 – Фазовый синхронизм при  $\theta_m = 90^\circ$

Достоинством ГВГ в условиях не критичного фазового синхронизма является большая угловая ширина синхронизма, чем для  $\theta_m < 90^\circ$ , и отсутствие «сноса» необыкновенно поляризованного пучка второй гармоники относительно пучка накачки, имеющего обыкновенную поляризацию, при распространении в направлении, ортогональном оптической оси. Это позволяет увеличить длину взаимодействия (толщину кристалла)  $L$  при заданной апертуре пучка накачки и повысить, вследствие этого, энергетическую эффективность ГВГ.

## 2.5 Контрольные вопросы

1. В каких кристаллах тензор нелинейной оптической восприимчивости третьего ранга отличен от нуля?
2. Какие условия синхронизма должны выполняться при генерации волны с суммарной частотой в квадратично-нелинейной среде? Каков их физический смысл?
3. В чем суть приближения неистощаемой накачки?
4. За счет чего можно увеличить интенсивность генерируемой второй гармоники в нелинейном кристалле?
5. Каким образом можно реализовать фазовый синхронизм при генерации второй гармоники в одноосном кристалле?
6. Что выражают уравнения Селлмейера?
7. Что характеризует кривая синхронизма? Как определить ширину максимума кривой синхронизма?
8. Что такое угловая ширина синхронизма? Какой параметр пучка накачки она ограничивает?
9. Что такое температурная ширина синхронизма? Какие требования к условиям ГВГ она определяет?
10. Что такое не критичный фазовый синхронизм? Каковы достоинства этого режима ГВГ?

## 3 Экспериментальная часть

### 3.1 Лабораторная установка

Схема лабораторной установки, используемой в настоящей работе, схематично изображена на рис. 3.1. В данной работе в качестве источника накачки при изучении генерации второй гармоники используется твердотельный лазер 1 с диодной накачкой, типа LCS-DTL-324QT, работающий в импульсно-периодическом режиме на длине волны 1,064 мкм. Длительность импульса составляет 10 нс, а частота повторения может варьироваться от 100 Гц до 10 кГц. Излучение накачки, имеющее вертикальную поляризацию, проходит через нелинейный кристалл ниобата лития 2, выращенный из расплава стехиометрического состава. Кристалл расположен на нагревателе 6, в качестве которого используется модуль

Пелтье, подключенный к регулируемому источнику тока. Температура кристалла измеряется термопарой и цифровым мультиметром, которые на рис. 3.1 не показаны. Оптическая ось  $Z$  кристалла расположена в плоскости рисунка, а сам он вместе с нагревателем может вращаться по углу в этой плоскости благодаря столику 7 с микрометрическим винтом.

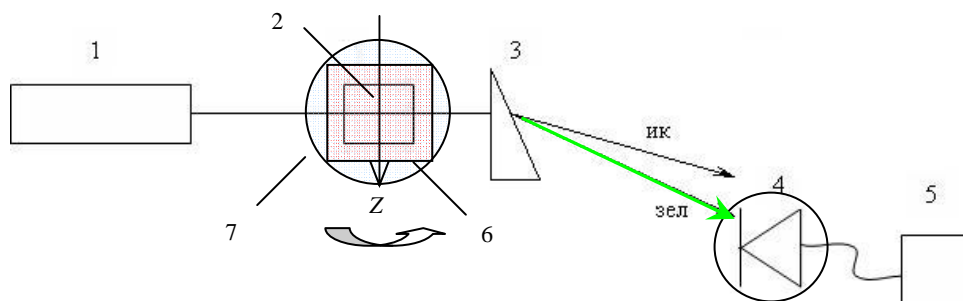


Рисунок 3.1 - Схема экспериментальной установки для исследования фазового синхронизма при ГВГ в одноосном нелинейном кристалле

1 – твердотельный лазер; 2 – кристалл ниобата лития; 3 – дисперсионная призма; 4 – фотодиод ФД-24К; 5 – цифровой мультиметр; 6 – модуль Пелтье; 7 – поворотный столик с микрометрическим винтом и угломерной шкалой

Угол падения пучка накачки на входную грань кристалла, нормаль к которой ортогональна его оптической оси  $Z$ , измеряется при повороте столика по угломерной нониусной шкале. При некоторых углах падения, близких к углу синхронизма, в кристалле генерируется пучок с частотой второй гармоники, распространяющийся в одном направлении с пучком накачки. После дисперсионной призмы 3 эти пучки разделяются по углу, и мощность пучка накачки измеряется с помощью фотодиода 4 типа ФД-24К, по генерируемому фототоку, цифровым мультиметром 5.

## 3.2 Задание на работу

### 3.2.1 Исследование углового синхронизма

3.2.1.1. Разработать в пакете Mathcad компьютерную программу расчета кривой углового синхронизма на основе соотношений (2.35), (2.30), (2.32)-(2.34) и (2.36).

3.2.1.2. Рассчитать с использованием разработанной программы кривые углового синхронизма для значений температур кристалла, заданных преподавателем.

3.2.1.3. Собрать и настроить экспериментальную установку согласно рис. 3.1.

3.2.1.4. Снять зависимость мощности пучка второй гармоники от угла поворота кристалла, с помощью поворотного столика с угломерной шкалой, для температур, заданных при расчете кривых углового синхронизма.

3.2.1.5. Обработать полученные экспериментальные результаты для



адекватного сопоставления с расчетными кривыми, с учетом преломления пучка накачки на входной грани нелинейного кристалла.

3.2.1.6. Построить экспериментальные зависимости в программе в пакете Mathcad; здесь же построить расчетные зависимости, вводя подгоночные параметры и выполняя подгонку расчетных кривых под экспериментальные данные по методу наименьших квадратов.

3.2.1.7. Рассчитать угловую ширину синхронизма для использованных значений температуры кристалла, из экспериментальных данных и из рассчитанных кривых.

3.2.1.8. Подготовить и распечатать отчет по проделанной работе.

### **3.2.2 Исследование температурного синхронизма**

3.2.2.1. Разработать в пакете Mathcad компьютерную программу расчета кривой температурного синхронизма на основе соотношений (2.35), (2.30), (2.32)-(2.34) и (2.36).

3.2.2.2. Рассчитать с использованием разработанной программы кривые температурного синхронизма для значений углов  $\theta_m$  внутри кристалла, заданных преподавателем.

3.2.2.3. Собрать и настроить экспериментальную установку согласно рис. 3.1.

3.2.2.4. Снять зависимость мощности пучка второй гармоники от температуры кристалла, с помощью нагревательного элемента на модуле Пелтье и термопары, для значений углов падения пучка накачки на кристалл, соответствующих углам  $\theta_m$  внутри кристалла, заданным при расчете кривых углового синхронизма.

3.2.2.5. Обработать полученные экспериментальные результаты для сопоставления с расчетными кривыми температурного синхронизма.

3.2.2.6. Построить экспериментальные зависимости в программе в пакете Mathcad; здесь же построить расчетные зависимости, вводя, если необходимо, подгоночные параметры и выполняя подгонку расчетных кривых под экспериментальные данные по методу наименьших квадратов.

3.2.2.7. Рассчитать температурную ширину синхронизма при использованных значениях  $\theta_m$ , из экспериментальных данных и из рассчитанных кривых.

3.2.2.8. Подготовить и распечатать отчет по проделанной работе.

### **3.3 Порядок выполнения работы и методические указания**

3.3.1. Работа выполняется в порядке, который определен заданием, приведенным выше в подразд. 3.2.

3.3.2. При подготовке установки к эксперименту следует включить лазер и познакомиться с методикой изменения параметров излучения накачки. При этом необходимо проведение следующих операций.

1. Для того чтобы включить лазер, поверните ключ на передней панели блока питания в положение «ON». Светодиодный индикатор мощности «OUTPUT ENERGY,  $\mu\text{J}$ » должен сразу засветиться. После того, как температура лазерных диодов стабилизируется, загорится индикатор «READY». При первом запуске или после долгого перерыва для более стабильной работы блока питания рекомендуется подождать ~10 минут после того, как загорелся индикатор «READY».

2. После этого нажмите кнопку включения накачки. Светодиодный индикатор «PUMPING ON/OFF» над кнопкой начнет мигать. После 5-10 секунд индикатор засветится непрерывно, показывая, что ток накачки лазерных диодов вышел на режим.

3. Теперь лазер генерирует излучение, с энергией импульса излучения, которая отображается на цифровом индикаторе «OUTPUT ENERGY,  $\mu\text{J}$ » на передней панели блока питания и управления. Далее необходимо дождаться, пока стабилизируется выходная мощность (значения на дисплее не должны меняться, может занять порядка 10 минут).

4. Кнопками на лицевой панели «Display mode selector switch» можно выбирать параметр, который будет отображаться на дисплее: средняя выходная мощность в «mW», энергия в импульсе в « $\mu\text{J}$ », частота повторения лазерных импульсов в «kHz».

5. Используя кнопки «Increase/Decrease parameter value regulator», можно устанавливать значения параметров лазерного излучения, которые в данный момент индицируются - мощности, энергии, или частоты.

6. При выполнении экспериментов в данной работе рекомендуется установить частоту повторения импульсов, равную 1 кГц.

3.3.3. В ходе выполнения работы необходимо определить по угломерной шкале положение нормали к входной грани кристалла, при котором отраженный от неё луч распространяется почти навстречу пучку накачки. Для этого воспользуйтесь визуализатором ИК излучения, предоставленным преподавателем. Далее все установки углов в экспериментах необходимо производить от данного начального угла.

3.3.4. После установки необходимых значений температуры кристалла (угла падения пучка накачки на входную грань кристалла) измерьте зависимость тока фотодиода, пропорционального мощности второй гармоники, от угла падения накачки на входную грань (от температуры кристалла).

Экспериментальные данные рекомендуется заносить в таблицы. В качестве примера ниже приведены таблицы 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1 – Результаты экспериментов и расчетов по исследованию кривых углового синхронизма при температуре кристалла  $T = 293$  К

$\theta_{input}$ , угл. град	$\theta$ , угл. град	$I_{phd}$ , мкА	$P^{2\omega}(\theta)$ , мкВт
0			
0,1			
...			
10			

Таблица 3.2 – Результаты экспериментов и расчетов по исследованию кривых температурного синхронизма при внутреннем угле  $\theta = 1^\circ$

$T$ , °C	$T$ , К	$I_{phd}$ , мкА	$P^{2\omega}(\theta)$ , мкВт
20	293		
25	298		
...			
60	333		

Для отображения полученных расчетных зависимостей и экспериментальных данных рекомендуется использование пакета программ Mathcad. Пример графика, на котором представлена кривая углового синхронизма при температуре кристалла, соответствующей реализации не критического синхронизма, приведен на рис. 3.1.

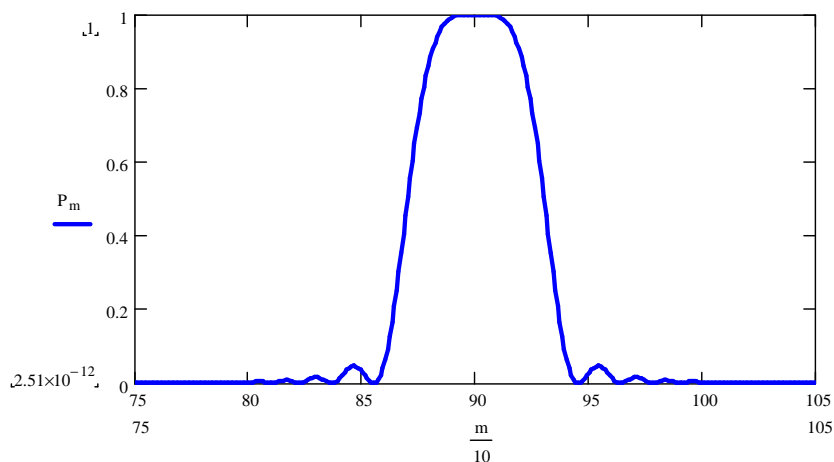


Рисунок 3.1 - Пример кривой углового синхронизма, рассчитанной в пакете Mathcad для температуры кристалла, соответствующей не критическому фазовому синхронизму

### 3.4 Содержание отчета

3.4.1. При составлении отчета необходимо руководствоваться общими требованиями и правилами оформления отчета о лабораторной работе.

3.4.2. В соответствующих разделах отчета необходимо представить:

- 1) задание;
  - 2) схему экспериментальной установки;
  - 3) таблицы экспериментальных данных;
  - 4) результаты расчетов, предусмотренных заданием;
  - 5) кривые углового (температурного) синхронизма, расчетные и экспериментальные;
- б) выводы.

### Список литературы

1. Основы физической и квантовой оптики: учеб. пособие / В.М. Шандаров; Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 197 с.  
<http://edu.tusur.ru/training/publications/750>

2. Пихтин А.Н. Оптическая и квантовая электроника. Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2001. – 574 с.

3. Гейко П.П. Прикладная нелинейная оптика: учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2007. – 109 с.

4. Розеншер Э. Оптоэлектроника : Пер. с фр. / Э. Розеншер, Б. Винтер ; ред. пер. О. Н. Ермаков. - М. : Техносфера, 2006. - 588 с.

5. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. – М.: Мир, 1987. – 616 с.

Учебное пособие

Шандаров С.М. , Бородин М.В.

Фазовый синхронизм при генерации второй гармоники лазерного излучения  
в одноосных кристаллах:

Методические указания к лабораторной работе по курсам  
«Когерентная и нелинейная оптика», «Нелинейная оптика»,  
«Фоторефрактивная и нелинейная оптика»  
для студентов направлений «Фотоника и оптоинформатика»  
и «Электроника и наноэлектроника»

Усл. печ. л.                      Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40